Библиотеке

ССCP—МПС—ГУУЗ

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Аспирант ГЕЙЗЕНБЛАЗЕН Р. Е.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАНИЙ ЗАМКНУТЫХ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С НАЧАЛЬНОЙ ПОГИБЬЮ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Днепропетровск
1967

НТБ ДНУЖТ

Публичная защита диссертации состоится на заседании Ученого Совета по строительно-эксплуатационным специальностям в июне 1967 г.

Просим Вас и сотрудников Вашего учреждения, интересующихся темой диссертации, принять участие в заседании Ученого совета или прислать свои отзывы о работе по адресу: г. Днепропетровск, Университетская 2, ДИИТ. Ученому секретарю совета.

Автореферат разослан «   » мая 1967 г.

НТБ ДНУЖТ

СССР—МПС—ГУУЗ

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Аспирант ГЕЙЗЕНБЛАЗЕН Р. Е.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАНИЙ ЗАМКНУТЫХ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С НАЧАЛЬНОЙ ПОГИБЬЮ

29602

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель —
доктор технических наук, профессор
БОНДАРЬ Н. Г.

НАУКОВО-ТЕХНІЧНА Б...
Дніпропетровського національного
університету залізничного
імені академіка В...

Днепропетровск
1967

НТБ
ДНУЖТ

Работа выполнена в Днепропетровском институте инженеров железнодорожного транспорта. Решения на ЭЦВМ «Урал-3» выполнены на вычислительном центре ДИИТа. Эксперименты на оболочках проведены в лаборатории моделирования кафедры «Прикладная теория упругости» Днепропетровского государственного университета.

НТБ ДНУЖТ

Широкое внедрение конструкций оболочечного типа во многих отраслях современного машиностроения и строительства вызвало постановку ряда актуальных задач, среди которых важное место занимает задача устойчивости тонких круговых цилиндрических оболочек при сжатии.

Склонность тонких оболочек остро откликаться на малые возмущения (начальные напряжения; колебания в толщине стенки и модуле упругости материала; начальные отклонения в форме, полученные за счет изгибания срединной поверхности и не сопровождающиеся начальными напряжениями, так называемые, погиби) является основной причиной сильного разброса экспериментальных результатов, несоответствия их классическим решениям задачи о верхних критических напряжениях, а также неопределенности аналитических решений о нижних критических напряжениях с позиций теории устойчивости в большом.

Однако задача привлекает неослабевающее внимание исследователей, поскольку с ее решением связана возможность более полного использования высокопрочных материалов и повышения культуры производства для дальнейшего облегчения и упрощения технологии изготовления конструкций.

За последние пять лет по инициативе С. Н. Кана и В. Койтера, впервые показавших преобладающее влияние осесимметричной погиби на критические напряжения сжатых оболочек, оформилось новое направление в решении задачи на базе линейной теории оболочек, в основу которого положено представление о нелинейном взаимодействии различных равновесных форм. Наметилась перспектива назначать расчетные напряжения на оболочку, исходя из результатов решения задачи о верхних критических напряжениях с учетом влияния погиби, и контролировать несущую способность реальных конструкций через регламентированные нормами допуски на их изготовление.

Реферируемая работа посвящена исследованию недостаточно изученного влияния неосесимметричной погиби на устойчивость при сжатии и избыточном внутреннем или внеш-

НТБ ДНУЖТ

нем давлении, использованию идей нового подхода в линейных и нелинейных задачах о свободных колебаниях и динамической устойчивости тонких замкнутых круговых цилиндрических оболочек с различными формами погиби. Сделаны также предложения по приближенным способам учета погиби и линеаризации нелинейных дифференциальных уравнений одного класса.

Работа состоит из введения, шести глав и приложений.

Во введении дан краткий обзор отечественных и зарубежных исследований по общей теории упругого равновесия тонких оболочек с неправильностями (работы Х. М. Муштари, А. В. Митрофановой, В. А. Воблых); исследований в нелинейной постановке с использованием предпосылки нелинейной теории неидеальностей о соответствии формы погиби форме потери устойчивости (работы Л. Доннелла, Л. Доннелла и К. Вана, А. С. Вольмира, Х. М. Муштари, В. А. Нэша, Лу Цзу-Дао, А. А. Буштыркова, В. Е. Минеева, Ф. С. Исанбаевой, А. В. Саченкова, В. В. Сорокина и др.) и без использования указанной предпосылки (работы М. С. Корнишина, В. С. Иванова, Ю. М. Ломброзо); исследований, основанных на статистическом подходе (работы В. В. Болотина, Б. П. Макарова). Основное внимание уделяется работам на базе линеаризированных уравнений устойчивости (С. Н. Кана, В. Т. Койтера, И. Я. Амиро, Б. М. Броуде, Д. Е. Липовского, В. А. Воблых, Л. П. Винокурова и В. А. Воблых, Т. Д. Каримбаева, И. Хачинсона, А. В. Саченкова и В. Г. Выборнова, Г. М. Алтухера, С. С. Кан, Д. Е. Липовского и В. М. Токаренко и др.). Отмечены наиболее общие черты и преемственность линейного и нелинейного подходов, поставлены задачи исследования.

В первой главе рассмотрено влияние неосесимметричных отклонений

$$w_0 = f_0 \cos\lambda_0\alpha \cos n_0\beta \qquad \left(\lambda_0 = \frac{m_0\pi R}{L}\right) \tag{1}$$

на устойчивость оболочки при осевом сжатии и внутреннем или внешнем избыточном давлении. Докритическое состояние оболочки считается моментным. Решение выполнено на базе уравнений типа Доннелла-Муштари-Власова*)

*) Л. П. Винокуров, В. А. Воблых. К устойчивости замкнутых круговых цилиндрических оболочек при осевом сжатии и избыточном внутреннем давлении. Сб. «Самолетостроение и техника воздушного флота», в. 4, Харьков, 1965.

НТБ ДНУЖТ

$$\frac{1}{Eh}\,\nabla^4\Phi = \frac{1}{R}\,w_{,\alpha\alpha} + L\,(w,\ w_п) \tag{2}$$

$$\frac{D}{R^2}\,\nabla^4 w + N_1'\,w_{,\alpha\alpha} + N_2'\,w_{,\beta\beta} - 2S'w_{,\alpha\beta} = -R\Phi_{,\alpha\alpha} + L(\Phi, w_п)\ . \tag{3}$$

где:

$$L\,(w, w_п) = \frac{1}{R^2}\,(2w_{,\alpha\beta}\,w_{п,\alpha\beta} - w_{,\beta\beta}\,w_{п,\alpha\alpha} - w_{,\alpha\alpha}\,w_{п,\beta\beta})$$

$$L\,(\Phi, w_п) = \Phi_{,\beta\beta}\,w_{п,\alpha\alpha} + \Phi_{,\alpha\alpha}\,w_{п,\beta\beta} - 2\Phi_{,\alpha\beta}\,w_{п,\alpha\beta}.$$

Привлекается статический критерий устойчивости. В качестве основного (докритического) принимается равновесное состояние оболочки в момент, непосредственно предшествующий бифуркационной точке. Основное состояние определяется суммарным прогибом $w_п = w_0 + w_1$, где w_1 — докритический прогиб под действием нагрузок, и усилиями N_1', N_2', S' в срединной поверхности, слагающимися из усилий, отвечающих идеальной оболочке, и возникающих при действии внешней нагрузки дополнительных усилий, вызванных погибью. Прогиб при потере устойчивости w, связанный с независящим от координат бесконечно малым параметром, отсчитывается от основного состояния и становится возможным при достижении нагрузкой критического значения. Оболочка считается достаточно длинной, чтобы пренебрежение влиянием граничных условий было правомерным.

Первый этап решения состоит в определении параметров основного состояния оболочки. В предположении, что прогиб w_1 происходит по форме погиби (1) и мал по величине, так что возможно использование принципа суперпозиции, определяются составляющие w_1 под действием только осевой нагрузки P и только внешнего давления q. При этом в качестве исходных используются уравнения для идеальной оболочки, а погибь w_0 рассматривается как эффект фиктивной поперечной нагрузки. В результате определены:

$$w_1 = kw_0;\ w_п = (k+1)\,w_0;\ N_1' = N'_{1д} - P;\ N'_2 = N_{2д}' - qR$$

$$S' = S_д' = Akf_0\lambda_0 n_0 \sin\lambda_0 \sin n_0\beta;\ k = \frac{\bar{p}}{a - \bar{p}} + \frac{\bar{q}}{b - \bar{q}}\ ;$$

НТБ ДНУЖТ

$$\bar{p} = \frac{P_{кр}}{P_{в}}\ ;\ \bar{q} = qR/P_{в}\ ;\ P_{в} = \frac{Eh^2}{R\sqrt{3(1-\mu^2)}}\ ;\ a = \frac{\nu_0}{2} + \frac{1}{2\nu_0}$$

$$b = a\,\frac{\eta_0^2}{\upsilon_0^2} \quad \nu_0 = \frac{\eta_0^2}{(\eta_0^2+\upsilon_0^2)^2}\ ;\ \eta_0 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{R/h}\ d}\ ;\ \upsilon_0 = \frac{n_0}{\sqrt{R/h}\ d}\ ;$$

$$d = \sqrt[4]{12(1-\mu^2)}\ ;\ N'_{1д} = An_0^2 w_1\ ;\ N'_{2д} = A\lambda_0^2 w_1$$

$$A = \frac{Eh\lambda_0^2}{R(\lambda_0^2+n_0^2)^2} \qquad (4)$$

На этом этапе решения проявляется качественная особенность основного состояния оболочки с погибью (1), характеризуемого наличием трех компонентов кривизн срединной поверхности и дополнительных усилий $N'_{1д}$, $N'_{2д}$, $S'_{д}$

С. Н. Кан и В. Койтер при рассмотрении устойчивости оболочки с осесимметричной погибью

$$w_0 = f_0 \cos \lambda_0 \alpha \qquad (5)$$

выявили существенное влияние усилий $N'_{2д}$ на понижение критических напряжений. Поскольку начальные неправильности реальных оболочек всегда неосесимметричны, можно заключить, что потеря устойчивости должна происходить при одновременном воздействии усилий (4), причем в зависимости от формы погиби роль отдельных компонентов их будет существенно различной. По мере вытягивания вмятин по направляющей $N'_{2д}$ возрастает, а влияние $N'_{1д}$ и $S'_{д}$ — уменьшается. При вытягивании вмятин вдоль образующей погибь (1) приближается к антисимметричной

$$w_0 = f_0 \cos n_0 \beta\ , \qquad (6)$$

что сопровождается уменьшением усилий (4).

Далее следует решение задачи устойчивости. Прогиб представляется в виде

$$w = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} f_{mn} \cos \lambda_m \alpha \cos n\beta \quad \left(\lambda_m = \frac{m\pi R}{L}\right) \qquad (7)$$

НТБ ДНУЖТ

Посредством метода Бубнова-Галеркина уравнения (2), (3) приведены к бесконечной системе однородных алгебраических уравнений с безразмерными коэффициентами, линейных относительно f_{mn}, но нелинейных относительно $\xi_0 = f_0/h$. Как частные случаи из нее вытекают решения В. Койтера, Л. П. Винокурова и В. А. Воблых для начальных отклонений (5) и (6).

Для случая $m_0 \neq 0$; $n_0 \neq 0$ по способу С. Н. Кукуджанова*) в качестве решения (7) подбирается ряд

$$w = \sum_{k=1}^{\infty} f_{\frac{2k-1}{2} m_0 ; \frac{2k-1}{2} n_0} \cos \frac{2k-1}{2} \lambda_0 \alpha \cos \frac{2k-1}{2} n_0 \beta$$

$$(k = 1, 2, 3...) \qquad (8)$$

С использованием трех первых членов (8) выделяется система уравнений третьего порядка, определитель которой, приравненный нулю, представляет собой уравнение девятой степени относительно критического параметра $\bar{p}$. При этом в элементах определителя число m задается соотношением $m = \frac{2k-1}{2} m_0$, а значение n сохранено варьируемым и определяется из условия реализации минимума $\bar{p}$ путем последовательных приближений. Вычисления $\bar{p}$ для ряда исходных значений λ_0 и n_0 и поперечного давления $\pm\bar{q}$, выполненные по специальной программе с использованием ЭВМ «Урал-3», показали следующее.

1. Погибь (1) при неквадратной форме вмятин может быть более опасной, чем антисимметричная (6). Однако соответствующие ей значения $\bar{p}$ всегда располагаются выше кривой $\bar{p}(\xi_0)$ при погиби (5) и одинаковых λ_0 в выражениях (1) и (5). Следовательно, выделение осесимметричной составляющей произвольной погиби в качестве расчетной всегда обеспечивает запас устойчивости. 2. Форма погиби (1) не в меньшей мере, чем амплитуда, определяет величину $\bar{p}$. Причем, вмятинам, близким к квадратным, может отвечать упрочнение оболочки. Сочетание изменений в кривизнах и докрити-

---

*) О наилучших начальных приближениях в проблеме собственных чисел в методах Ритца и Бубнова-Галеркина. Всесоюзная конференция по теории пластин и оболочек, Ереван, 1964.

НТБ ДНУЖТ

ческих усилий в этом случае таково, что воздействия, опасные с точки зрения понижения $\bar{p}$, могут полностью компенсироваться влиянием кривизны кручения и сдвигающих усилий в основном состоянии. Поэтому можно предположить, что если оболочке искусственно придать форму погиби (1) с квадратными вмятинами, ее критические напряжения значительно повысятся. Это предположение соответствует исследованиям О. И. Теребушко, из которых следует, что требованию наименьшего веса удовлетворяет оболочка вафельного типа с часто расположенными продольными и кольцевыми ребрами. 3. Погибь (1) способствует повышению критических напряжений при внутреннем давлении. В этом случае осесимметричная погибь также более опасна. 4. Выводы Х. М. Муштари, В. А. Воблых, И. Хачинсона о слабом влиянии погиби (1) подтвердились при рассмотрении форм вмятин, близких к квадратным. Однако при малых n_0 критические параметры резко понижаются; уменьшение $\bar{p}$ достигается и при $m_0=0$. Качественно можно следующим образом описать воздействие на оболочку погиби (1), обращенной к центру кривизны, с изменением ее формы:

а) При определенных параметрах антисимметричной погиби уменьшается кривизна отдельных участков срединной поверхности, вследствие чего $\bar{p}$ понижается.

б) В случае погиби (1), вытянутой вдоль α, оболочка приобретает двоякую кривизну, отрицательную при обращении погиби к центру кривизны. При этом кривизна вдоль α весьма мала в силу вытянутости вмятин, так что гауссова кривизна будет незначительной. Кроме того, появляются усилия (4), но по той же причине их воздействие невелико. Уменьшение кривизны отдельных участков оболочки в предыдущем случае может привести к большему понижению $\bar{p}$, чем влияние отрицательной гауссовой кривизны во втором.

в) При квадратных вмятинах имеют место изменения кривизн вдоль α, β и кривизны кручения. Усилия (4) становятся значительными. Но сочетание всех этих факторов таково, что они взаимно компенсируются.

г) При вытянутых вдоль β вмятинах кривизна кручения и $S_{д}'$ понижаются. Начинают преобладать влияние $N_{2д}'$ и изменения в кривизне вдоль α, а $\bar{p}$ снова понижается.

д) При погиби (5) совместное влияние отрицательной гауссовой кривизны и усилий $N_{2д}'$ реализует наименьшие $\bar{p}$.

НТБ ДНУЖТ

Во второй главе предлагаются два приближенных способа учета начальных отклонений в задачах местной устойчивости оболочек. Оба способа связаны общей идеей эквивалентного преобразования оболочки с неправильностями к идеальной с приведенными жесткостными характеристиками.

Первый способ построен аналогично известному методу «размазывания» жесткости. Сопоставляется деформативность оболочки с погибью и некоторой эквивалентной оболочки идеального очертания, модули упругости которой определяются из условия равенства деформаций разверток вырезанных из оболочек элементов, размерами $l_x = L/m$, $l_y = \pi R/n$, под действием одинаковых по величине и направлению растягивающих и сдвигающих усилий, изгибающих и крутящих моментов.

Принято, что усилия, приложенные по контуру элементов, действуют в плоскости, совпадающей с разверткой идеальной срединной поверхности.

Погибь предполагается полученной за счет изгибания срединной поверхности с большой частотой без начальных напряжений. Форма ее считается ориентированной по главным направлениям, а амплитуда — не превосходящей толщины оболочки.

Первоначально докритическое состояние оболочки принято безмоментным. Для ряда частных случаев задания формы погиби выводятся выражения для модулей упругости эквивалентной оболочки при растяжении-сжатии, изгибе, сдвиге и кручении, с использованием которых задача устойчивости пологих неидеальных оболочек приводится к решению известной*) системы уравнений для ортотропных оболочек.

В работе, главным образом, изучаются случаи размещения в пределах вырезанного элемента не более одной полуволны начальной погиби, направленной к центру кривизны. При этом восприятие сжимающих усилий за счет появления дополнительного изгибающего момента резко ухудшается, а изгибная жесткость стенки практически остается неизменной, так что учет такой погиби сводится к оценке разносопротивляемости сжатию-растяжению и изгибу.

Рассмотрено влияние погибей (1), (5), (6),

$$w_0 = f_{01} \cos \lambda_0 \alpha + f_{02} \cos n_0 \beta \tag{9}$$

и некоторых других на величину $\bar{p}$ и безразмерный параметр

---

*) А. С. Вольмир. «Устойчивость деформируемых систем», М., 1967.

НТБ ДНУЖТ

n, характеризующий отношение числа волн при потере устойчивости неидеальной оболочки к числу волн, отвечающему верхней критической нагрузке при неосесимметричном выпучивании. Показано, что наиболее опасна погибь (9), далее следуют (5), (6), (1). Для этих же погибей получены приближенные формулы, определяющие границы применимости исходных уравнений. Приводятся численные примеры и сопоставления с некоторыми теоретическими и экспериментальными исследованиями.

Далее способ применяется к расчету ортотропных и продольно гофрированных оболочек. В последнем случае определение приведенных модулей упругости осуществлено непосредственно из сопоставления деформативности элементов, вырезанных из продольно гофрированной оболочки с погибью и эквивалентной идеальной.

Предполагается, что в пределах одной полуволны деформации располагается не менее полной волны гофра и не более одной полуволны погиби с амплитудой $\xi_0 \leqslant 1$, так что гофр повышает изгибную жесткость стенки, а погибь — нет. При решении задачи в такой постановке наглядно проявляется роль гофрировки как компенсатора начальной погиби. Путем предельного перехода к гладкой оболочке с погибью прослеживается повышение критических напряжений от величины, соответствующей гладкой оболочке с погибью, до значения верхней критической нагрузки, являющегося верхней границей как для гладких, так и для продольно гофрированных оболочек средней длины. Это возрастание, как и ослабление влияния погиби, происходит весьма быстро и практически прекращается, как только амплитуда гофра составляет $1{,}5 \div 2$ толщины оболочки. Отсюда следует вывод о наибольшей целесообразности пологой гофрировки.

Применительно к расчету оболочек с моментным докритическим состоянием способ встречает затруднение в части учета докритического прогиба, в то время как учет дополнительных докритических усилий трудностей не составляет. В результате величины критических напряжений, в частности, при отклонениях (5) получаются завышенными на величину до 30% по сравнению с известными результатами других авторов.

Предложенный способ позволяет учитывать разнообразные формы погиби и приводит к величинам критических усилий, близким к критическим усилиям реальных оболочек. Показана приемлемость выведенных формул для ν и $\bar{n}$ к

НТБ ДНУЖТ

расчету оболочек, докритическое состояние которых может быть принято безмоментным.

Во втором способе с системой уравнений (2), (3) сопоставляются уравнения

$$\frac{1}{Eh}\nabla^4\Phi = \frac{1}{Rk_l} w_{,\alpha\alpha}\,; \tag{10}$$

$$\frac{D}{R^2}\nabla^4 w + N'_1 w_{,\alpha\alpha} + N_2' w_{,\beta\beta} - 2S' w_{,\alpha\beta} = -\frac{R}{k_l}\Phi_{,\alpha\alpha}, \tag{11}$$

где k_l — коэффициент приведения, зависящий от формы погиби и приложенных к оболочке нагрузок.

Предполагаем, что частные решения уравнений (2) и (10) будут близки, если порядок правых частей этих уравнений одинаков.

Подобно тому, как это сделано в ряде работ*) для оценки погрешности при отбрасывании членов дифференциальных операторов, с использованием изложенного в работе приема уточнения порядка членов вида $w_{,\alpha\alpha}\ w_{n,\beta\beta}$, исходя из физических соображений о характере деформирования оболочки при потере устойчивости, записываем порядок отдельных членов правой части (2) и (10) с учетом их знаков. Из условия равенства порядков правых частей (2) и (10) определяем величину k_l. Поскольку порядок удержанных членов в системе (2), (3) одинаков, естественно, что сопоставление уравнений (3) и (11) приводит к такой же величине k_l. При этом порядок производных от Φ и w считается одинаковым, что допустимо при умеренных ξ_0, и учтено, что усилия N_1', N_2', S' в (3) и (11) равны.

В результате указанного приведения жесткостные характеристики оболочки (10), (11) остаются неизвестными вплоть до окончания расчета, поскольку k_l зависит как от задаваемых параметров погиби, так и от величин w_1, w, а следовательно, — от $\bar{p}$ и соответствующих параметров волнообразования.

На основе (10), (11) с использованием (7) решены задачи устойчивости при осевом сжатии оболочки с погибями (1), (5), (6), (9). В частности, для учета погиби (1) первое приближение полученного решения имеет вид

---

*) См., например, статью В. А. Воблых в сборнике «Сопротивление материалов и теория сооружений», вып. 3, Киев, 1965.

НТБ ДНУЖТ

$$\bar{p} = \frac{\nu}{2}\left(1 - \frac{a_1}{2}\,\frac{a\xi_o}{a-\bar{p}}\,d^2\right)^2 + \frac{1}{2\nu} - \frac{\xi_o d^2 \bar{p} \nu_o (a_1 + a_2)}{8(a-\bar{p})}$$

$$\text{при} \quad \begin{matrix} \eta_o \gg \upsilon_o\,, \\ \upsilon_o \gg \eta_o \end{matrix} \qquad (12)$$

Здесь:

$$\nu = \frac{\eta_m^2}{(\eta_m^2 + \upsilon_n^2)^2}\ ;\ a_1 = \frac{(\upsilon_n \eta_o - \eta_m \upsilon_o)^2}{\eta_m^2}\ ;\ a_2 = \frac{(\upsilon_n \eta_o + \eta_m \upsilon_o)^2}{\eta_m^2}$$

$$\eta_m = \frac{\eta_o}{2}\ ;\ \eta_m = \frac{\lambda_m}{\sqrt{R/h}\ d}\ ;\ \upsilon_n = \frac{n}{\sqrt{R/h}\ d}\ ;\ \xi_o = f_o/h\ .$$

При величинах η_o и υ_o одинакового порядка

$$\bar{p} = \frac{\nu}{2}\left(1 - \frac{a_1}{4}\,\frac{a\xi_o d^2}{a-\bar{p}}\right)^2 + \frac{1}{2\nu} - \frac{\xi_o d^2 \bar{p} \nu_o a_1}{8(a-\bar{p})} \qquad (12')$$

Для учета погиби (9) получена формула

$$\bar{p} = \frac{\nu}{2}\left[1 - \left(\frac{\xi_{01} c\, \upsilon_n^2 \eta_o^2}{(c-\bar{p})\,\eta_m^2} + \xi_{02} \upsilon_o^2\right)\frac{d^2}{2}\right]^2 + \frac{1}{2\nu} - \frac{\bar{p}\,\xi_{01} \upsilon_n^2 d^2}{4\eta_m^2 (c-\bar{p})}\ , \qquad (13)$$

где

$$c = \frac{1}{2}\left(\eta_o^2 + \frac{1}{\eta_o^2}\right)\ ;\ \xi_{01} = f_{01}/h\ ;\ \xi_{02} = f_{02}/h$$

Частными случаями (12), (13) являются: формула для учета погиби (5) (при $\upsilon_o = 0$), практически полностью совпадающая с решениями В. Койтера, Д. Е. Липовского и первым приближением решения В. А. Воблых, и формула для погиби (6) (при $\eta_o = 0$), совпадающая с первым приближением решения В. А. Воблых.

Это сравнение показывает, что в части учета отклонений в кривизнах точность способа отвечает точности первого приближения решения в рядах (В. А. Воблых показал, что в задаче о влиянии погиби (5) последующие приближения уточняют первое на 3—5%), а докритические усилия могут учитываться и в более высоких приближениях. Значения $\bar{p}$ при погиби (1), полученные в первой главе с помощью ЭВМ в третьем приближении, располагаются между значениями $\bar{p}$, подсчитанными по (12) и (12').

НТБ ДНУЖТ

Изложенный способ указывает путь приближенного приведения дифференциальных уравнений устойчивости оболочек с операторами сложной структуры к более простым посредством введения поправочного коэффициента на порядок отбрасываемых членов. При этом достигаются значительные упрощения.

В третьей главе рассмотрены задачи о динамической устойчивости свободно опертой по торцам оболочки с погибью (5) при действии равномерно распределенной нагрузки $P_0 + P_t \cos \Theta t$ и погибью (6) под действием такой же продольной нагрузки и внешнего давления q.

Предполагается, что возбуждение параметрических колебаний происходит вдали от резонанса вынужденных колебаний. Положение оболочки в невозмущенном состоянии определяется суммой w_0и прогиба w_1 под действием только постоянных составляющих внешней нагрузки. Докритические усилия в случае погиби (1) равны

$$N_1' = -P_0' - P_t \cos \Theta t + N'_{1д}\,;\ N'_2 = -qR + N'_{2д}\,;\ S' = S'_д.$$

Возмущенное состояние оболочки характеризуется дополнительным прогибом $w(t)$ и функцией усилий $\Phi(t)$. Тангенциальные составляющие сил инерции не учитываются. Решения выполняются на основе системы (2), (3), дополненной выражением для радиальной нагрузки в возмущенном состоянии, учитывающим инерционные силы и силы вязкого сопротивления.

При аппроксимации прогиба рядом

$$w(\alpha,\ \beta,\ t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} f_{mn}(t) \cos \lambda_m \alpha \cos n\beta \tag{14}$$

задачи приводятся к рассмотрению бесконечных систем линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами.

Основное внимание уделяется изучению первой формы колебаний, хотя полученные системы позволяют рассматривать и более высокие формы колебаний, изучение которых правомочно в рамках принятых допущений.

Для исследования влияния погиби (5) на частоту свободных колебаний с использованием в качестве решения (14) трех членов ряда

НТБ ДНУЖТ

$$w=\sum_{k=1}^{\infty} f_{\frac{2k-1}{2}m_0;n}(t)\cos\frac{2k-1}{2}\lambda_0\alpha\cos n\beta \quad (k=1,2,3...) \qquad (15)$$

получено уравнение частот колебаний, по которому с помощью ЭВМ «Урал-3» по специально составленной программе выполнены подробные вычисления $\bar{\omega}$ (отношение частот свободных колебаний оболочек с погибью и идеальной) при изменении в широких пределах

$$\frac{R}{h} \text{ и } L/R \qquad \xi_0 = 0 \div 1{,}0 \text{ и } \bar{p}_0 = P_0/P_в = 0.$$

Аналогичные вычисления проведены также для случая пригрузки оболочки безынерционной силой.

Анализ влияния погиби (5) на распределение главной области динамической неустойчивости выполнялся по уравнению первого приближения

$$\ddot{\xi}(t) + 2\varepsilon\dot{\xi}(t) + \Omega^2(1-2\gamma\cos\Theta t)\xi(t) = 0 \qquad 16)$$

где

$$\xi(t) = f_{\frac{m_0}{2};n}(t)/h;\ \gamma = \frac{\bar{p}_t}{2(\bar{p}^* - \bar{p}_0)};\quad \bar{p}_t = P_t/P_в;$$

$$\Omega^2 = \omega_*^2\,\bar{\omega}^2 \qquad \bar{\omega}^2 = \bar{p}_*\left(1-\frac{\bar{p}_0}{\bar{p}_*}\right);\quad \omega_*^2 = \frac{P_в\lambda_m^2}{\rho R^2 h}$$

$$\bar{p}_* = \frac{\nu(1-2\bar{\xi})^2}{2} + \frac{1}{2\nu} - \frac{\bar{p}_0\bar{\xi}}{c\eta_0^2} + 2\bar{\xi}^2\frac{\eta_0^2/4}{[(1{,}5\eta_0)^2+\upsilon_n^2]^2}; \qquad (17)$$

$\bar{\xi} = \frac{\xi_0 c d^2}{c-\bar{p}_0}\upsilon_n^2$; ρ—плотность материала; ε — коэффициент затухания колебаний.

Влияние w_0(6) на частоту колебаний и распределение главной области динамической неустойчивости выполнено по первому приближению. Сделаны следующие основные выводы.

1. Примененная методика позволяет с использованием линейного аппарата оценить воздействие погиби на частоты ко-

НТБ ДНУЖТ

лебаний и распределение областей динамической неустойчивости. 2. Понижение частот колебаний и расширение областей динамической неустойчивости отмечается лишь при определенных соотношениях между параметрами погиби и волнообразования при поперечных колебаниях, которые при погибях (5) и (6) соответственно имеют вид:

$$m = \frac{2k-1}{2}\, m_0\ ;\ n = \frac{2k-1}{2}\, n_0 \qquad (k = 1, 2, 3\ ...) \tag{18}$$

3. При других значениях $\frac{m_0}{m}$; $\frac{n_0}{n}$, а также погиби, обращенной от центра кривизны, частоты колебаний оболочки повышаются, а ширина главной зоны неустойчивости уменьшается, возрастает минимальный коэффициент возбуждения. Однако отмеченные параметры не могут превзойти величин, соответствующих идеальной оболочке, так как в этом случае должна реализоваться осесимметричная форма колебаний, характеризующаяся независимостью от погиби. 4. В предположении, что невозмущенное состояние оболочки является безмоментным, отклонения (5) и (6) оказывают одинаковое влияние на частоты и распределение областей неустойчивости. В противном случае влияние погиби (5) несколько сильнее в основном за счет появления усилий $N'_{2д}$. Прогиб w_1 под действием P_0 при погиби (5) и под действием q при (6) сказывается незначительно. 5. Учет факторов моментного невозмущенного состояния оболочки с погибью (5), как показал анализ машинных расчетов, при рассмотрении первой формы колебаний вносит поправку к значению $\bar{\omega}$ в 1/20 и более при

$$\frac{R}{h} \leqslant 400 \quad \frac{L}{R} \leqslant 1 \qquad \frac{R}{h} \leqslant 200\ , \ \frac{L}{R} \leqslant 2.$$

Частоты колебаний сравнительно коротких оболочек при малых $\frac{R}{h}$ могут значительно понизиться (например, при $\frac{R}{h} = 200$; $\frac{L}{R} = 1$ $\bar{\omega}$ понижается от 1 при $\xi_0 = 0$ до 0,7 при $\xi_0 = 1{,}0$); пониженным $\bar{\omega}$ соответствуют значительное расширение главной области неустойчивости и уменьшение минимального коэффициента возбуждения. 6. Анализ сходимости решения в рядах, выполненный на числовых примерах,

НТБ ДНУЖТ

показывает уточнение первого приближения двумя последующими не более, чем на 1,5÷2%. 7. Вопрос о влиянии погиби на более высокие формы колебаний подробно не обсуждался, однако полученные формулы позволяют сделать вывод о возможности сильного искажения всего спектра частот под влиянием погиби.

В четвертой главе к задачам о динамической устойчивости прилагается изложенный во второй главе второй способ приведения оболочки с погибью к эквивалентной идеальной. Показано практически полное совпадение результатов по частотам колебаний с учетом погибей (5) и (6) с полученными в третьей главе и для погиби (5) с недавно опубликованными результатами Д. Е. Липовского и В. М. Коца.

Из условия, чтобы докритический прогиб w_1 под действием постоянной составляющей продольной нагрузки не превзошел $0{,}05\, w_0$, получена приближенная формула

$$\frac{R^2}{L^2} \leqslant \frac{R\, d^2}{40\, h\, \bar{p}_0\, m_0^2 \pi^2},$$

связывающая параметры оболочки и внешней нагрузки, при которых допустимо пренебрегать факторами моментного докритического состояния. Подробно проанализировано влияние погиби (1) на величину $\bar{\omega}$, для определения которой в первом приближении получена простая формула. Это влияние качественно совпадает с описанным в главе 1 влиянием w_0 (1) на $\bar{p}$, но количественно — значительно слабее.

В пятой главе в геометрически нелинейной постановке рассматривается влияние погиби на свободные и параметрические колебания оболочки.

Решения выполнены в первом приближении без привлечения предположения о соответствии формы погиби форме потери динамической устойчивости.

Для исследования полученных посредством метода Бубнова-Галеркина нелинейных дифференциальных уравнений свободных и параметрических колебаний используется идея разработанного для задач нелинейной теории колебаний Н. Г. Бондарем метода переменного масштаба. Здесь же предлагается обобщенный способ линеаризации дифференциальных уравнений второго порядка с нелинейной характеристикой, представляющей непрерывную дважды дифференцируемую функцию.

НТБ ДНУЖТ

Сущность способа состоит в следующем. Пусть $R(\xi)$ — нелинейная характеристика. Представим ее в виде $c_*\Phi(\xi)$, где c_* — постоянный коэффициент, равный квадрату частоты в некоторой системе координат, связанной с исходной посредством пока неизвестных переменных масштабов перемещений и времени; $\Phi(\xi)$ — нелинейная функция. Коэффициент c^* определяется аналогично тому, как это сделано в методе «прямой» линеаризации Я. Г. Пановко, из условия минимизации «взвешенного» квадратичного уклонения характеристики $c_*\Phi(\xi)$ по отношению к исходной. В качестве веса принимается $\Phi(\xi)$. Для решения уравнения с характеристикой $c_*\Phi(\xi)$ используется метод переменного масштаба. Такое сочетание идей двух методов позволяет с единых позиций получить результаты, отвечающие каждому из методов, а также бесчисленное множество других, близких к ним. При этом не исключается возможность получения точного решения некоторых задач. Для приближенных решений указывается интервал для выбора масштабов перемещений и аналитически связанных с ними масштабов времени, в котором при умеренной нелинейности частоты колебаний оказываются близкими.

Далее изложенный способ прилагается к исследованию нелинейного уравнения с периодическим коэффициентом. Показывается удовлетворительное согласие способа с результатами В. В. Болотина. Полученные формулы для частот нелинейных колебаний и установившихся амплитуд параметрических колебаний на границах главной области неустойчивости A используются для анализа влияния погибей (5) и (6). При этом докритическое состояние оболочки считается безмоментным, а нелинейность — «малой». Последнее позволяет в качестве решения обычно применяемой*) нелинейной системы разрешающих уравнений, в частности, в задаче о влиянии погиби (5), принять первый член ряда (15). В результате задача сводится к исследованию нелинейного уравнения Матье

$$\ddot{\xi}(t) + 2\varepsilon\dot{\xi}(t) + \Omega^2(1 - 2\gamma\cos\theta t)\xi(t) + \psi\xi^3(t) = 0, \qquad (19)$$

где

$$\psi = \frac{3(1-\mu^2)}{8}\,\omega_*^2\left(\eta_m^2 + \frac{\upsilon_n^2}{\eta_m^2}\right),$$

*) См. ссылку на стр. 9.

НАУКОВО-ТЕХНІЧНА БІБЛІОТЕКА
Дніпропетровського національного
університету залізничного транспорту
імені академіка В. Лазаряна

29602

НТБ ДНУЖТ

а все остальные коэффициенты совпадают с коэффициентами (17) линейного уравнения (16), если положить там $\frac{\bar{p}_0}{c-\bar{p}_0}=0$, что соответствует принятию докритического состояния безмоментным $\left(w_1=0, \text{ тогда } \frac{c}{c-\bar{p}_0}=1{,}0\right)$.

Аналогично получено уравнение для учета погиби (6).

Анализ полученных формул для частот нелинейных колебаний и амплитуд А позволяет сделать следующие основные выводы. 1. Если исходное невозмущенное состояние оболочки деформировано начальной погибью, имеет место положение И. И. Гольденблата и В. В. Болотина о достаточности линейной теории для расчета границ областей неустойчивости. 2. Влияние погиби на частоту нелинейных колебаний оболочки затухает с увеличением амплитуд колебаний. 3. Амплитуды А при значениях $к=\frac{\theta}{2\Omega}<1$ под воздействием погиби увеличиваются по сравнению с соответствующими значениями для идеальной оболочки, при $к=1$ — совпадают, а при $к>1$ — уменьшаются. При этом усиливается затягивание колебаний, хотя коэффициенты при нелинейных членах уравнений вида (19) не зависят от параметров погиби. Потеря динамической устойчивости должна иметь место при меньших частотах возмущающей силы. 4. Поскольку невозмущенное состояние оболочки принято безмоментным, влияние погибей (5) и (6) оказывается одинаковым.

Все сказанное имеет место при соотношении между параметрами погиби и волнобразования (18) и ощутимо проявляется лишь при значениях ξ_0, близких к единице. 5. Предложенный обобщенный подход к линеаризации нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в рассмотренных задачах приводит к результатам, удовлетворительно согласующимся с известными, и позволяет легко использовать результаты решения линейных задач для исследования нелинейных эффектов.

В шестой главе описано экспериментальное исследование*) устойчивости внецентренно сжатых оболочек.

Вывод приближенных расчетных зависимостей выполнен на базе системы (2) и (3) с использованием в качестве реше-

*) Выполнено совместно с А. М. Мильцыным и Д. И. Сотниковым.

НТБ ДНУЖТ

ния ряда (7). Погибь представлялась выражением (9). Геометрия докритического состояния представлена суммой w_0, w_1 и прогиба при сплющивании, а усилия, с учетом известного вывода ряда авторов о слабом влиянии неравномерности поля напряжений на величину верхнего критического напряжения, определены по амплитудному значению сжимающих напряжений в поперечном сечении оболочки.

Было испытано 18 оболочек с измерением погиби по всей поверхности. Оболочки изготавливались из нагартованной нержавеющей стали марки Х18Н9Т ($E=1{,}82 \cdot 10^6$ кг/см^2) путем свертывания из листов на отшлифованном барабане-шаблоне с последующей сваркой стыка с помощью аппарата точечной сварки. Параметры оболочек: $R=57$ мм; $L=114$ мм; $h=0{,}185$ мм.

Запись погиби осуществлялась с точностью до $\pm 0{,}01$ мм с помощью специальной установки. На графиках погиби по различным образующим (отмечен нерегулярный характер погиби) выделялись участки, обращенные к центру кривизны оболочки и характеризующиеся различными длинами полуволн и амплитудами. В пределах этих участков погибь рассматривалась как осесимметричная и раскладывалась в ряд Фурье по косинусам. В расчет вводилась вторая гармоника рзложения, так что фактически на выделенном участке размещались две расчетные полуволны погиби. Влияние граничных условий по контуру погиби и по торцам оболочки — в запас устойчивости — считалось одинаковым.

После предварительных расчетов один из участков графиков погиби, реализующий минимум критической нагрузки, подвергался уточненному расчету. В некоторых случаях учитывалась антисимметричная составляющая погиби (9). Оболочки испытывались при эксцентриситетах $e=0 \div 50$ мм с шагом 10 мм. Нагрузка от пресса передавалась через шарики, установленные в соответствующие лунки на торцевой плите.

Потеря устойчивости при центральном сжатии и $e=10{,}20$ мм происходила с образованием $6 \div 7$ волн по кольцу; при $e=30$, 40 *мм* — $n=3 \div 4$; при $e=50$ *мм* — $n=2 \div 3$. При $e=0$ зона потери устойчивости во всех случаях охватывала стык. Теоретические $\bar{p}_т$ и экспериментальные $\bar{p}_э$ значения критических параметров представлены в таблице.

Из эксперимента следует. 1. Наибольшее влияние на понижение критической нагрузки оказывают начальные искривления по образующей с большой частотой. Учет только наибольшего значения амплитуды без учета фактической протя-

НТБ ДНУЖТ

e	$\bar{p}_т$			$\bar{p}_э$		
мм	№ 1	№ 2	№ 3	№ 1	№ 2	№ 3
0	0,498	0,550	0,576	0,637	0,637	0,674
10	0,442	0,428	0,549	0,525	0,553	0,654
20	0,378	0,436	0,444	0,523	0,536	0,523
30	0,313	0,416	0,289	0,365	0,439	0,413
40	0,231	0,279	0,296	0,281	0,310	0,347
50	0,179	0,224	0,192	0,216	0,234	0,225

женности вмятин является недостаточным Это обстоятельство должно учитываться при нормировании допусков на изготовление реальных конструкций. Влияние искривлений по направляющим было небольшим. 2. Критическая нагрузка испытанных внецентренно сжатых оболочек достаточно полно определяется параметрами начальной погиби на участке, непосредственно примыкающем к максимально сжатому волокну. 3. Хотя на основании одного эксперимента нельзя делать далеко идущих выводов, отметим, что из проведенного эксперимента следует практически одинаковое влияние погиби на величины критической нагрузки центрально и внецентренно сжатых оболочек. Следовательно, повышенным расчетным напряжениям для последних должны соответствовать более жесткие допуски на изготовление участка поверхности в зоне наибольшего сжатия. 4. При известной начальной геометрии внецентренно сжатой оболочки можно искусственно повысить ее несущую способность за счет диаметрально противоположной ориентировки участка поверхности с наиболее опасной погибью и эксцентриситета приложения нагрузки. 5. Тот факт, что при всех e $\bar{p}_т < \bar{p}_э$ можно объяснить, по-видимому, следующим. Во-первых, фактически неосесимметричные изгибания реальных оболочек представлены в расчетах осесимметричной составляющей, а это усиливает влияние погиби (см. гл. 1). Во-вторых, при переходе к расчету участка, длиной в две расчетные полуволны погиби, в предположении, что влияние граничных условий по торцам оболочки и контуру выделенного участка оболочки одинаковое, также усиливается влияние погиби.

В приложении к практическим задачам эти обстоятельства в некоторой степени являются полезными, так как обеспечивают запас устойчивости.

НТБ ДНУЖТ

Отсюда следует, что теория учета регулярной погиби может быть использована при разработке норм допусков на изготовление реальных конструкций с нерегулярной погибью.

Основное содержание диссертации опубликовано в статьях:

1. Р. Е. Гейзенблазен. Некоторые вопросы устойчивости и колебаний цилиндрических оболочек с начальной погибью. Труды ДИИТ, в. 64, «Транспорт», М., 1966.
2. Р. Е. Гейзенблазен. Устойчивость и параметрические колебания продольно гофрированных цилиндрических оболочек с начальными неровностями. Труды ДИИТ, в. 64, «Транспорт», М., 1966.
3. Р. Е. Гейзенблазен. Влияние начальных отклонений на частоты свободных колебаний и динамическую устойчивость замкнутых круговых цилиндрических оболочек. Труды ДИИТ, вып. 73, «Транспорт», М., в печати.
4. Р. Е. Гейзенблазен. Приложение метода переменного масштаба к нелинейным задачам теории динамической устойчивости. Тезисы докладов, ЛКИ, Ленинград, 1965.
5. Р. Е. Гейзенблазен. О соотношении между методами переменного масштаба и прямой линеаризации. Труды ДИИТ, в. 64, «Транспорт», М., 1966.
6. Р. Е. Гейзенблазен. Исследование влияния магнитного поля на свободные колебания и устойчивость стержней. Труды ДИИТ, в. 56, «Транспорт», М., 1966.

Основные разделы работы были доложены на семинаре секции строительной механики НТО стройиндустрии и кафедр Днепропетровского инженерно-строительного института в ноябре 1965 г. и марте 1967 г., Совещании по проблемам нелинейных колебаний механических систем (Ленинград, 7—11 декабря 1965 г.), семинаре по механике Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта.

НТБ ДНУЖТ

БТ 08719. Областная книжная типография
Днепропетровского областного управления по печати,
г. Днепропетровск, ул. Серова, 7.
Заказ № 988-м. Тираж 200. Объем 1,5 п. л. Подписано к печати 5.V-67 г.

Сканировала Камянская Н.А.

НТБ ДНУЖТ