

УДК 622.83+539.4

Маліч М.Г., Катан В.О., Різо З.М., Кресс Д.В., Авраменко С.О.

Аналіз руйнування призматичних усічено-конусних зразків гірської породи при симетричному та асиметричному навантаженні

Malich M.G., Katan V.O., Rizo Z.M., Kress D.V., Avramenko S.O.

Analysis of destruction of prismatic truncated-conical rock specimens under symmetrical and asymmetric loading

Мета. Аналіз руйнування призматичних усічено-конусних зразків гірської породи на підставі математичного моделювання з використанням встановлених закономірностей напружень та деформацій у гірській породі при симетричному та асиметричному навантаженні.

Методика. Використано комплексний метод узагальнення закономірностей теорії пружності та пластичності, закономірності розподілу контактних нормальних та дотичних напружень, рівняння граничного стану матеріалів, заснованих на критерії міцності Кулону; теорії ліній ковзання; зіставлення теоретичних результатів з експериментальними діаграмами «нормальне напруження-подовжня деформація» зразків; факти та явища руйнування гірських порід; узагальнення теоретичних закономірностей, що виникають при силовому навантаженні породи в дробарках.

Практична значущість. Створення асиметричних умов навантаження з використанням сил контактної тертя з врахуванням фрикційних та міцнісних характеристик матеріалу, що руйнується, дозволять планувати та знижувати енергоспоживання при дезінтеграції у дробарках.

Ключові слова: гірські породи, усічено-конусні зразки, теорії руйнування, контактне тертя, дотичні напруження, асиметрія, дробарки.

Goal. Analysis of the destruction of prismatic truncated-conical rock samples based on mathematical modeling using the established patterns of stresses and deformations in the rock under symmetrical and asymmetrical loading.

Method. A complex method of generalization of the laws of the theory of elasticity and plasticity, the laws of the distribution of contact normal and tangential stresses, the equation of the limit state of materials based on the Coulomb strength criterion was used; theories of slip lines; comparison of theoretical results with experimental "normal stress-longitudinal strain" diagrams of samples; facts and phenomena of rock destruction; generalization of theoretical regularities that arise during force loading of rock in crushers.

Practical significance. Creating asymmetric load conditions using contact friction forces, taking into account the frictional and strength characteristics of the material being destroyed, will allow planning and reducing energy consumption during disintegration in crushers.

Key words: rocks, truncated cone samples, theories of destruction, contact friction, tangential stresses, asymmetry, crushers.

Вступ. Для оцінки технологічних та конструктивних параметрів машин для дезінтеграції гірських порід та в процесах дроблення треба мати характеристики міцності шматків гірської породи [1,2]. Для цього використовують довідники з даними про фізико-механічні характеристики матеріалів або проводять експериментальні дослідження на міцність стандартних зразків правильної форми [3,4,5]. Така інформація присутня і в англійській сучасній технічній літературі [6,7], де неодноразово були проаналізовані форми руйнування стандартних зразків гірських порід. Але ці дані не є типовим у реальних умовах дезінтеграції твердих корисних копалин, тому важливо змодельовувати вплив різних форм зразків гірської породи на їх міцність. В статті ставиться задача оцінити вплив кута відхилення бічної поверхні призматичного усічено-конусного зразка від нормалі до контактної площини на їх міцність при симетричному та асиметричному навантаженні.

Основна частина. В технічній літературі з обробки металів тиском така задача існує.

Скористаємося відомою методикою [8] обліку кута γ – кута між нормаллю до основи зразка та його бічної поверхні, викладеної в літературі для усічено-конусного зразка. На рис.1 наведені схеми траєкторій максимальних ефективних дотичних напружень (ТМЕДН ξ) для усічено-конусних зразків при симетричному навантаженні.

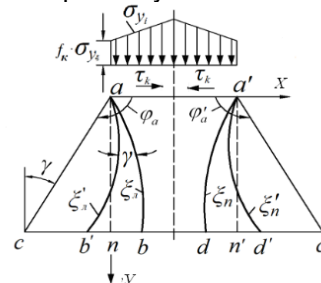


Рисунок 1 - Схеми ТМЕДН (ξ_n і ξ'_n) для усічено-конусних зразків при симетричному навантаженні
Також розглянемо інші відхилення бічної поверхні зразка від нормалі з однією (рис.2,а) та з двох сторін (рис.2,б).

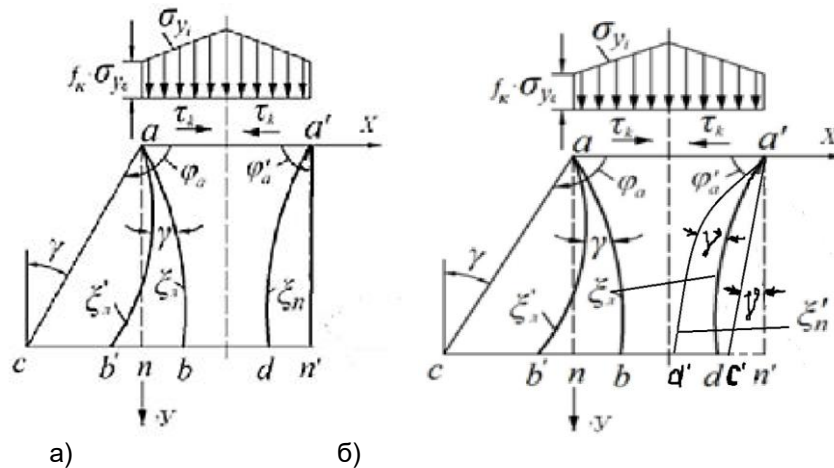


Рисунок 2 – Схеми ТМЕДН (ξ'_n и ξ'_n) для усічено-конусних зразків з різними відхиленнями початкової форми при симетричному навантаженні

Для точного розрахунку слід використовувати метод розрахунку параметрів діаграм для циліндричного зразка, скоригованими з урахуванням його конусності.

Однак рішення настільки ускладнюється, що важко зберегти фізичний зміст складових згаданих виразів, враховуючи при цьому невелику різницю рівня достовірності призматичних та циліндричних зразків. Тому проведемо приблизний розрахунок для усічено-конусного призматичного зразка.

Спочатку розглянемо симетричне навантаження, як це показано у [9].

Кут γ безпосередньо вводиться у кут повороту ТМЕДН ξ . Тоді кут нахилу (ТМЕДН ξ)

$$\alpha_\xi = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} + \beta_\xi + \gamma, \quad (1)$$

де ρ – кут внутрішнього тертя; β_ξ – кут повороту ТМЕДН ξ від контактного тертя.

ТМЕДН ξ'_n повертається відносно вісі x на кут γ . Цей кут вводиться в експоненти рівнянь системи [9], базовими рівняннями якої є визначення вертикального напруження у вершині тріщини

$$\sigma_{y\xi} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{k_n(1 + \mu d) \left(1 + \sin \rho \sqrt{1 - b_\xi^2}\right) \cdot \exp(2\mu(\beta_\xi + \beta_b))}{1 - \sin \rho \sqrt{1 - b_b^2}} - k_b \right]; \quad (2)$$

$$\text{де } k_b = \frac{(k_n + \mu \sigma_{y\xi}) \left(1 - \sin \rho \sqrt{1 - b_\xi^2}\right)}{(1 + \mu d) \left(1 + \sin \rho \sqrt{1 - b_b^2}\right) \exp(-4\mu\beta_b)}, \quad b = f\sigma_y / (k + \mu\sigma_y), \quad (3)$$

де μ – коефіцієнт внутрішнього тертя; k_n – межа міцності на зсув; f – коефіцієнт контактного тертя.

Після підстановки кута γ рівняння будуть мати вигляд

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{y\xi} &= \frac{1}{\mu} \left[\frac{k_n(1 + \mu d) \left(1 + \sin \rho \sqrt{1 - b_\xi^2}\right) \cdot \exp(2\mu \cdot (\beta_\xi + \beta_{b'} + \gamma))}{1 - \sin \rho \sqrt{1 - b_{b'}^2}} - k_{b'} \right]; \\ k_{b'} &= \frac{(k_n + \mu \sigma_y) \left(1 - \sin \rho \sqrt{1 - b_\xi^2}\right)}{(1 + \mu d) \left(1 + \sin \rho \sqrt{1 - b_{b'}^2}\right) \exp(-4\mu \cdot (\beta_{b'} + \gamma))}. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Складніша справа з визначенням параметрів b_ξ і $b_{b'}$ у зв'язку з загасанням дотичних напружень всередині зразка, оскільки діаметр горизонтального перерізу вздовж осі ординат у весь час зростає згідно з формулою

$$a_i = a_1 + 2y \cdot \text{tg } \gamma, \quad (5)$$

де a_1 – діаметр зразка на верхній площині.

Вважаємо, що, базуючись на принципі Сен-Венана про можливість заміну зовнішнього нерівномірного навантаження рівномірним всередині тіла, дотичні напруження в будь-якому горизонтальному перерізі приймаємо постійними. Тоді визначення параметрів b_ξ і b_b та з розподілом нормальних

напружень у горизонтальних перерізах зразка розраховуємо за лінійним законом за Л. Прандтлем. Скоригуємо його з урахуванням загасання максимального коефіцієнта контактної тертя за перерізами зразка. Тоді згідно з ними залежність розподілу нормальних напружень має вигляд

$$\sigma_{y_i} = \sigma_{y_0} \left(1 + \frac{2f_\kappa}{1 + \frac{2y \cdot \operatorname{tg} \gamma}{h}} \cdot (x + y \cdot \operatorname{tg} \gamma) \right) / \left(1 + 2 \frac{y \cdot \operatorname{tg} \gamma}{h} \right), \quad (6)$$

де σ_{y_0} – нормальне напруження в точках a і a' ; h – висота зразка. Залежність розподілу дотичних напружень –

$$\tau_{xy} = \frac{f_\kappa \sigma_{y_i}}{\left(1 + \frac{2y \cdot \operatorname{tg} \gamma}{h} \right)}. \quad (7)$$

Враховуючи незалежність від абсциси та залежність від ординати, додамо параметрам b_ξ і b_b , наступний вигляд

$$b_\xi = \frac{f_\kappa \left(1 - \frac{2y}{h} \right) / \left(1 + \frac{2y \cdot \operatorname{tg} \gamma}{h} \right) \cdot \sigma_{y_\xi}}{k_n + \mu \sigma_{y_\xi}}; \quad (8)$$

$$b_b = \frac{f_\kappa / \left(1 + \frac{2y \cdot \operatorname{tg} \gamma}{h} \right) \cdot \sigma_{y_\xi}}{k_n + \mu \sigma_{y_\xi}}. \quad (9)$$

Введенням дільників $(1+2y \operatorname{tg} \gamma)$ та $(1+2h \operatorname{tg} \gamma)$ ми враховуємо збільшення чи зменшення діаметра конусного зразка, першим дільником – усередині зразка, другим на нижній (опорній) поверхні. Відносний несучий майданчик при розвитку тріщин визначається за формулою

$$S_i = \frac{a_1 - 2x + 2y \cdot \operatorname{tg} \gamma}{a_1 + 2y \cdot \operatorname{tg} \gamma}. \quad (10)$$

Тоді формула для розрахунку питомого зусилля з урахуванням зміни розмірів горизонтальних перерізів зразка буде мати вигляд

$$p = \sigma_{y_\xi} \left((x \cdot \operatorname{tg} \gamma + 0,5a_1 - x) + \frac{f_\kappa \left(1 + 2 \frac{y \cdot \operatorname{tg} \gamma}{h} \right) \cdot (y \cdot \operatorname{tg} \gamma + 0,5a_1 - x)^2}{h} \right) / (a_1 - 2x + 2y \cdot \operatorname{tg} \gamma). \quad (11)$$

Тепер за формулами (10) і (11) з використанням залежності деформації від питомого зусилля $\epsilon = p/E$, де E – модуль пружності, будемо повні криві діаграми «напруження – поздовжня деформація» (рис. 3) при різних значеннях кута γ , та різних формах зразків.

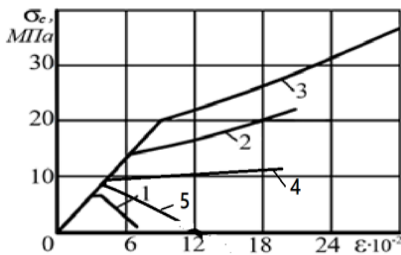


Рисунок 3 – Діаграма «напруження- деформация» рівностороннього та нерівносторонніх зразків при $k_n=1,0$ МПа; $\rho=45^\circ$: 1– $\gamma=0$; 2 – $\gamma=0,5$; 3 – $\gamma=0,7$ (рис.1) при $k_n=1,0$ МПа; $\rho=45^\circ$: 4 - $\gamma=0,5$ (рис.2,а) та 5 - $\gamma=0,5$ і $\gamma= - 0,3$ (рис.2,б)

З діаграми можна зробити висновок про суттєве зростання несучої здатності зразка зі збільшенням нижньої опорної полщини зі збільшенням кута γ згідно рис.1. У нерівносторонніх зразків (рис.2, а і б) також зі збільшенням нижньої опорної полщини є зростання несучої здатності.

У роботі [10] наведено експериментальні дані щодо руйнівного навантаження, при якому утворюється перша тріщина в усічено-конусних зразках, виготовлених з вугілля та цементу. Автором були виготовлені три партії зразків з донецького вугілля при різних співвідношеннях між вугіллям та цементом у співвідношенні 1:(0,3÷1). У межах партії склад зразків залишався постійним. Кожну партію зразків виготовляли шляхом заливання спеціальних форм із органічного скла масою однакового складу з вугілля, цементу та води. Результати дослідів для рівностороннього зразка показано на рис. 4.

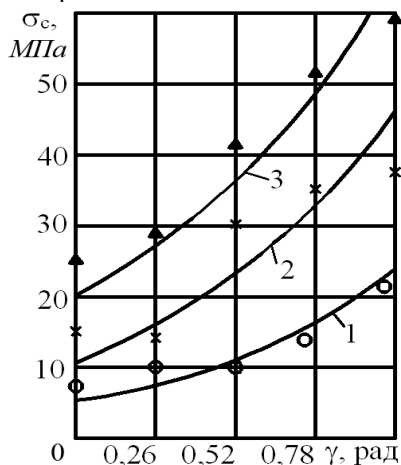


Рисунок 4. – Залежності руйнівних контактних напружень при стисненні усіченно-конусних зразків (на цементі) від кута γ для рівностороннього зразка (рис.1.)

1 – $k_n=1,0$ МПа, $\rho=40^\circ$, $f_k=0,15$; 2 – $k_n=2,2$ МПа, $\rho=40^\circ$, $f_k=0,25$; 3 – $k_n=3,3$ МПа, $\rho=40^\circ$, $f_k=0,15$

Автор книги наводить експериментальні дані залежно від кутів γ , на жаль, без значень необхідних для розрахунку параметрів – k_n , ρ , f_k , E .

Напруження, при яких виникає перша тріщина, автор називає руйнівними.

Зіставлення розрахункових кривих, побудованих на ймовірних значеннях параметрів k_n , ρ , f_k , свідчить про задовільну їхню збіжність з експериментальними даними. Так, збіжність кривих 1, 2 становить 82-87%, кривої 3 – 72-75%.

У усічено-конусних зразків змінюється і характер кутів тріщиноутворення порівняно із зразками правильної форми. Автор книги пише, що при руйнуванні усічено-конусних зразків виникають радіальні тріщини внаслідок розриву зовнішнього кільця матеріалу внутрішніми конусами (позначені для трьох партій крапками, хрестиками та трикутниками). Природно, ТМЕДН формують радіальні тріщини.

Зі твердженням автора книги, що руйнація відбувається внаслідок розриву кільця матеріалу внутрішніми конусами ми не можемо погодитися, оскільки немає сил, що розтягують. За нашим поданням та математичним моделюванням на підставі критерію Кулона з урахуванням контактної тертя руйнація відбувається за рахунок зсувних деформацій.

Аналогічно за наведеною методикою моделюємо руйнування усічено- конусних зразків при асиметричному навантаженні [11]. З урахуванням формул (4-10) де при $y > 0.5 h$ приймаємо $f_k = - f_k$ (так враховуємо асиметрію навантаження) будемо залежності меж міцності від кута конусності при асиметричному розподілі контактних дотичних напружень

На рис.5 для порівняння наведені залежності меж міцності від кута конусності при симетричному і асиметричному розподілі контактних дотичних напружень для зразків рівносторонньої форми (рис 1).

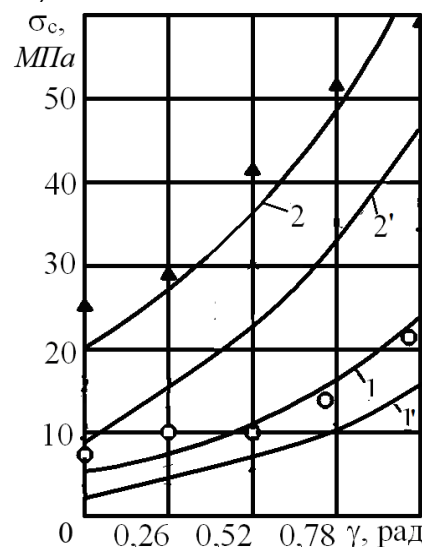


Рисунок 5 – Залежності руйнівних контактних напружень при стисканні усічено-конусних зразків з вугілля (на цементі) від кута γ при симетричному (1, 2) та асиметричному навантаженні (1', 2')

1 – $k_n=1,0$ МПа, $\rho=40^\circ$, $f_k=0,15$; 2 – $k_n=3,3$ МПа, $\rho=40^\circ$, $f_k=0,15$

Висновки. Розрахунки свідчать, що під впливом руйнівних контактних напружень міцність призматичних усічено-конусних зразків на стискання при асиметричному навантаженні (рис. 5, криві 1', 2') має значення в 1,8 -2,0 рази менше в порівнянні з симетричним навантаженням (рис. 5,

криві 1, 2). Це з одного боку підтверджує збільшення міцності усічено-конусних зразків при стисканні від кута γ , а з другого боку зниження міцності від асиметрії навантаження.

Список літератури

1. Білецький В.С., Олійник Т.А., Смирнов В.О., Скляр Л.В. Техніка та технологія збагачення корисних копалин. Частина І. Підготовчі процеси. – Кривий Ріг: Видавець ФОП Чернявський Д.О., 2019. –200 с.
2. Блохин В.С., Большаков В.И., Малич Н.Г. Основні параметри технологічних машин. Машини для дезінтеграції твердих матеріалів: Учебное пособие, ч.1. Днепропетровск: ИМА-пресс, 2006. 404с. – Рос. мовою.
3. Барон, Л.И. Гірничо-технічне породознавство. М.: Наука, 1977. – 324с. – Рос. мовою.
4. Виноградов В.В. Геомеханіка управління станом масиву поблизу гірничих виробок.– К.: Наукова думка, 1983.– 192 с. – Рос. мовою.
5. Шашенко О.М., Сдвижкова О.О., Гапеев С.М. Деформованість та міцність масивів гірських порід: Монографія. – Д.: Національний гірничий університет, 2008. – 224 с. – Рос. мовою.
6. Mingqing, Y. Mechanical characteristic of the exponential strength criterion under conventional stresses / Y. Mingqing. *Int J Rock Mech Min Sci.* – 2010. – Vol. 47. – Iss. 2. – P. 195-204.
7. Erik Eberhardt, The Hoek–Brown Failure Criterion / Erik Eberhardt. *Rock Mechanics and Rock Engineering* – 2012. – Vol. 45 – Iss. 6 - pp 981–988.
8. Томленов, А.Д. Теорія пластичного деформування металів. М.: Металлургия, 1972. – 480 с. – Рос. мовою.
9. Механіка утворення форм руйнування зразків гірських порід: монографія / Васильєв Л.М., Васильєв Д.Л., Малич Н.Г., Ангеловский А.А. – Дніпро: ИМА-пресс, 2018. 172с. – Рос. мовою.
10. Одинцов В.Н. Відривне руйнування масиву скельних гірських порід М.: Ипкон. РАН. 1996.- 165с. – Рос. мовою.
11. Маліч М.Г. Енергетичний аналіз дроблення рудних матеріалів асиметричним навантаженням. *Теорія і практика металургії*. Дніпро. НМетАУ. 2022. №3. С. 38-44.