



ISSN 1814-5566 print

ISSN 1993-3517 online

**МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ**  
**МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ**  
**METAL CONSTRUCTIONS**

N2, ТОМ 14 (2008) 113-123

УДК 624.954

(08)-0160-0

## **ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА БОКОВОГО ТИСКУ СИПУЧОГО МАТЕРІАЛУ В ЗАМКНЕНІЙ ПОСУДИНІ**

**Д.О. Банніков**

*Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна,  
вул. Ак. Лазаряна, 2, 49010, Дніпропетровськ, Україна.*

*E-mail: d2007@optima.com.ua*

*Отримана 1 квітня 2008; прийнята 19 квітня 2008*

**Анотація.** В публікації наведено авторську теоретичну модель для визначення коефіцієнта бокового тиску сипучої речовини на стінки замкненої посудини, в якій знаходиться речовина. Модель являє собою просторову дискретну систему, що дозволяє врахувати найбільш суттєві особливості внутрішньої структури сипучого матеріалу. Показана її відмінність від існуючих моделей та підходів. За допомогою розробленої моделі автором отримано вираз для розрахунку коефіцієнта бокового тиску сипучої речовини в замкненій посудині. Показано, що цей коефіцієнт залежить не тільки від ряду фізико-механічних характеристик сипучого матеріалу, а й від геометричних параметрів посудини. Зроблене автором припущення стосовно зміни структури сипучого матеріалу під час його руху у замкненій посудині дозволило отримати окремий теоретичний вираз для коефіцієнта бокового тиску на момент початку розвантаження. Його значення виявляється вищим за аналогічний коефіцієнт для стану статичного спокою матеріалу.

**Ключові слова:** сипучий матеріал, ємність, тиск сипучого матеріалу.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В ЗАМКНУТОМ СОСУДЕ**

**Д.О. Банников**

*Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта  
имени академика В. Лазаряна,*

*ул. Ак. Лазаряна, 2, 49010, Днепропетровск, Украина.*

*E-mail: d2007@optima.com.ua*

*Получена 1 апреля 2008; принята 19 апреля 2008*

**Аннотация.** В публикации приведена авторская теоретическая модель для определения коэффициента бокового давления сыпучей среды на стенки замкнутого сосуда, в котором среда находится. Модель представляет собой пространственную дискретную систему, которая позволяет учесть наиболее существенные особенности внутренней структуры сыпучего материала. Показано ее отличие от существующих моделей и подходов. С помощью разработанной модели автором получено выражение для расчета коэффициента бокового давления сыпучей среды в замкнутом сосуде. Показано, что этот коэффициент зависит не только от ряда физико-механических характеристик сыпучего материала, но и от геометрических параметров сосуда. Сделанное автором допущение относительно изменения структуры сыпучего материала во время его движения в замкнутом сосуде позволило получить отдельное теоретическое выражение для коэффициента бокового давления для момента начала разгрузки. Его значение оказывается выше, чем для аналогичного коэффициента для статического состояния материала.

**Ключевые слова:** сыпучий материал, емкость, давление сыпучего материала.

## DETERMINATION OF LATERAL PRESSURE COEFFICIENT FOR FRIABLE MATERIAL IN CLOSED VESSEL

D.O. Bannikov

*Dnipropetrovs'k V. Lazaryan National University of Railway Transport*

*2, Acad. Lazaryana st., 49010 Dnipropetrovs'k, Ukraine.*

*E-mail: d2007@optima.com.ua*

*Received 1 April 2008; accepted 19 April 2008*

**Abstract.** The author's theoretical model for determination of lateral pressure coefficient of friable material on the closed vessel walls is given in this article. The model represents 3-d space discrete system, which permits to take into account the most significant peculiarities of internal structure of the friable material. The distinction of the existent models from the other models has been shown. By means of the worked out model the author has obtained for calculation of the lateral pressure coefficient in a closed vessel. It was shown, that the coefficient depends on not only a row of physical and mechanical characteristics of the friable material, but also on the geometrical parameters of the vessel. Hypothesis made by the author as for the changing of the structure of friable material during its movement in the closed vessel allowed to obtain the special theoretical expression for the lateral pressure coefficient in the moment of discharge beginning. Its value is higher than for the analogous coefficient for the static state of material.

**Keywords:** friable material, capacity, pressure of friable material.

### 1. Сипучий матеріал в замкненій посудині

Багато сучасних технологічних процесів в різних сферах промисловості та сільського господарства пов'язані із використанням різноманітних сипучих матеріалів. Для їх тимчасового або тривалого зберігання використовуються спеціальні ємнісні конструкції. Вони переважно виготовляються зі сталі та залізобетону і відрізняються досить значним розмаїттям як зовнішніх форм, так і геометричних розмірів.

У конструктивному відношенні відповідно до своєї основної технологічної функції всі ємнісні конструкції являють собою замкнені посудини. Вони складаються з двох основних складових частин - відкритої верхньої частини для можливості завантаження сипучої речовини та її зберігання й спеціальної форми нижньої частини, обладнаної пристроєм для періодичного вивантаження цієї речовини в необхідній кількості. Різноманітність властивостей фізико-механічних характеристик сипучих речовин не дуже сильно впливає на особливості конструкції ємнісних споруд, адже загальна схема їх побудови зберігається в переважній більшості випадків досить чітко.

На жаль, в процесі експлуатації ємнісні конструкції не вважаються досить надійними та довговічними спорудами. Як свідчить накопи-

чений досвід, різноманітні аварійні ситуації не є рідкісним явищем для ємнісних конструкцій, а рівень їх зносу під час роботи є достатньо високим. Це підтверджується як фахівцями, пов'язаними із безпосереднім проектуванням та обслуговуванням таких конструкцій (див., наприклад, [1]), так і науковцями вітчизняними [2] та закордонними [3]. Більш детально це питання по відношенню до сталевих ємностей висвітлено автором у його узагальнюючих публікаціях [4-5].

Однією з причин такої ситуації, на думку автора, як вказано в ряді його публікацій [6-8], є недостатня обґрунтованість теоретичних засад щодо визначення основного технологічного навантаження на елементи ємнісних конструкцій – тиску сипучого матеріалу. Ця проблема є надзвичайно багатогранною та містить у собі значну кількість аспектів, що впливають на кінцеві значення тиску сипучого матеріалу та ефекти, що його супроводжують.

По-перше, треба розрізняти поведінку сипучого матеріалу у замкненій посудині та умовно нескінченному просторі. В обох випадках необхідно застосовувати різні підходи, оскільки ефекти, що їх супроводжують, виявляються доволі різними.

По-друге, принциповим завданням є необхідність окремо аналізувати статичну та

динамічну поведінку сипучого матеріалу. Адже це є два досить окремих явища, які пов'язані із різною структурованістю сипучого матеріалу і тому потребують розробки різних теоретичних моделей. При цьому в кожному випадку виявляються справедливими зовсім різні початкові припущення і, як результат, кінцеві математичні залежності нерідко ведуть до явних суперечностей із експериментальними даними.

По-третє, сипучий матеріал за своєю природою є дуальним. В ньому відстежуються властивості, притаманні з одного боку континуальним середовищам (наприклад, здатність чинити тиск на стінки посудини), а з іншого боку - дискретним середовищем (наприклад, залежність тиску від структурованості матеріалу). Також дуальність сипучої речовини проявляються і в іншому відношенні. Сипуче середовище має властивості, з одного боку, твердих тіл (наприклад, можливість чинити опір зовнішнім зусиллям) і в той же час, з іншого боку, властивості рідини (наприклад, здатність текти або заповнювати наданий об'єм).

Така виключна складність сипучої речовини як такої призвела до появи величезної кількості гіпотез, підходів, досліджень та теорій, які створювались ще з давніших часів та продовжують створюватись сьогодні. Не дивно тому, що пошуком різноманітних закономірностей, пов'язаних із сипучими матеріалами, займалася досить значна кількість достатньо відомих та менш відомих науковців. Тому автор даної публікації вважає за непотрібне наводити весь цей величезний список, а відсилає до найбільш, на його думку, вдалих робіт, де повною мірою і достатньо глибоко приділено увагу цим дослідникам – [9-14].

## 2. Вертикальний та боковий тиск сипучої речовини

В ході даного викладу автор хотів би зі всіх перелічених вище задач приділити увагу лише одному питанню, з яким неодмінно прийде́ться мати справу будь-якому досліднику при вивченні особливостей передачі тиску сипучого матеріалу. Це питання про співвідношення вертикального  $P_z$  та горизонтального тиску  $P_r$  в сипучій речовині.

Сама по собі сформульована задача здається досить нескладною, оскільки мова йде лише про визначення єдиного коефіцієнта (позначимо його поки що умовно), який пов'яже між собою ці дві складові тиску за виразом (1):

$$P_z = K \cdot P_r \quad (1)$$

Для більшості типів рідин цей коефіцієнт дорівнює 1, що було науково доведено досить давно. Для твердих ізотропних матеріалів цей коефіцієнт може бути знайдено за нескладними виразами теорії пружності. Для випадку вертикального симетричного навантаження коефіцієнт  $K$  може бути визначений за виразом (2), де він залежить від іншої сталої характеристики матеріалу – коефіцієнта Пуасона  $\mu$ :

$$K = \frac{\mu}{1 - \mu} \quad (2)$$

Для сипучої речовини питання щодо визначення коефіцієнта бокового тиску залишається відкритим й досі.

Одним з перших вираз для його знаходження отримав В. Ренкін, розглядаючи рівновагу сипучого клину у необмеженому просторі та вважаючи сипучий матеріал континуальним (табл. 1). Цей вираз виявився достатньо простим та придатним для практичного використання, тому швидко ввійшов у різноманітні теоретичні побудови щодо сипучої речовини. Для замкнених посудин силосного типу вираз В. Ренкіна вперше використав Г. Янсен. Отримане рішення виявилось нескладним та елегантним і швидко стало складовою частиною багатьох рекомендацій щодо проектування силосних ємностей. Коефіцієнт бічного тиску навіть іноді помилково називають коефіцієнтом Ясена, настільки природно він вписався в його підхід.

Завдяки своїй прозорості рішення Ясена в майже незмінному вигляді використовується дотепер і є, наприклад, основним підходом до визначення тиску сипучої речовини в силосних ємностях, закріпленому у вітчизняній [15-18] та закордонній [3, 19] нормативній і довідковій літературі.

Однак згодом накопичений досвід виявив значну неадекватність підходу Янсена. Так, виявилось, що реальні значення тиску сипучого

матеріалу можуть бути більшими за прогнозоване цим рішенням (див., наприклад, [20]). Тому до виразу було додано емпіричні поправочні коефіцієнти, що сягають величини 2,0.

Почалися активні дослідження цього явища та згодом було запропоновано ряд інших виразів для визначення коефіцієнта бічного тиску сипучої речовини. По даним робіт [3, 10-14, 20] основні з них зібрані в табл. 1. Там же наведені кількісні значення, які може приймати цей коефіцієнт в залежності від основної, як вважається, визначальної фізико-механічної характеристики сипучої речовини – кута внутрішнього тертя  $\psi$ .

Слід зауважити, що всі наведені вирази були отримані при розгляді сипучої речовини як континуального масиву. На цей недолік було звернуто увагу проф. В.А. Богомягих в його роботі [21], де він запропонував враховувати дискретні властивості сипучого матеріалу, зокрема ввів поняття кута укладки його зерен  $\beta$  та ін.

Ці ідеї були розвинуті Л.В. Гячевим в його роботі [22], де він, розглядаючи сипучий матеріал як дискретне середовище, отримав вираз для коефіцієнта нормального тиску у вигляді (3):

$$K_n = \frac{\cos \varphi \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg}(\beta \pm \psi)}{\cos(\varphi \pm \alpha) \cdot (2 + \operatorname{tg}(\varphi \pm \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\beta \pm \psi))}, \quad (3)$$

де  $\varphi$  – коефіцієнт зовнішнього тертя сипучого матеріалу о стінки посудини,  $\alpha$  – кут нахилу стінок посудини до вертикалі.

При цьому коефіцієнт бокового тиску може бути отриманий з виразу (3), вважаючи  $\alpha = 0$  і  $\psi = 0$ . Він буде мати вигляд виразу (4):

$$K_n = \frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{2 + \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \beta}. \quad (4)$$

Як вказує сам автор, значення цього коефіцієнта змінюються в діапазоні 0 - 1,5.

Разом з тим, не можна повністю погодитись з тією схемою, за якою Л.В. Гячевим було отримано цей коефіцієнт. Так, автор, розглядаючи дискретні властивості сипучого середовища та знаходячи при цьому коефіцієнт опору руху сипучого матеріалу, при визначенні коефіцієнта нормального тиску відходить від цього. На с. 95 роботи [22] використовується умовна площа тиску елементарного елемента, яка знаходиться вже розглядаючи сипуче середовище як

Таблиця 1. Вирази для визначення коефіцієнта бокового тиску.

Речовина, автор	Вираз	Значення
рідина	$K=1$	1,00
тверде тіло, сипуче тіло Е. М. Гут'яр	$K = \frac{\mu}{1-\mu}$	$\mu = 0,1$ 0,11 $\mu = 0,3$ 0,43 $\mu = 0,5$ 1,00
сипуче тіло В. Ренкін	$K = \frac{1-\sin\psi}{1+\sin\psi}$	$\psi = 15^\circ$ 0,59 $\psi = 25^\circ$ 0,41 $\psi = 35^\circ$ 0,27
сипуче тіло М. Жакі	$K = 1 - \sin\psi$	$\psi = 15^\circ$ 0,74 $\psi = 25^\circ$ 0,58 $\psi = 35^\circ$ 0,43
сипуче тіло Ж. Біарез	$K = \frac{1-\sin\psi}{\cos\psi}$	$\psi = 15^\circ$ 0,77 $\psi = 25^\circ$ 0,64 $\psi = 35^\circ$ 0,52
сипуче тіло Г.І. Покровський	$K = 1 - 0,74 \cdot \operatorname{tg}\psi$	$\psi = 15^\circ$ 0,80 $\psi = 25^\circ$ 0,66 $\psi = 35^\circ$ 0,48

континуальну (!). Таким чином, втрачається ідеологічна цілісність всього підходу до визначення необхідних параметрів сипучої речовини і він стає внутрішньо протирічливим. Своєрідним побічним ефектом цього є отримання автором на с. 97 не одного, а відразу двох різних виразів для коефіцієнта нормального тиску у випадку плоскої укладки зерен сипучого матеріалу, з яких автор надалі без будь-яких обґрунтувань обирає другий вираз у випадку просторової укладки зерен сипучого матеріалу.

Таким чином, питання щодо теоретичного визначення коефіцієнта бокового тиску сипучого матеріалу не може вважатися вирішеним. Воно потребує подальших досліджень. Автором даної публікації такі дослідження були виконані. Виклад їх результатів і є метою цієї публікації.

### 3. Дискретна модель сипучої речовини

В якості дискретної моделі для отримання виразу для коефіцієнта бокового тиску сипучої речовини в замкненій посудині було прийнято модель, використану Л.В. Гячевим при його дослідженнях руху матеріалу. Така модель, на думку автора публікації, є найбільш прогресивною та була перевірена під час виконаних експериментальних спостережень на моделях ємностей.

Розгляд моделі зручно починати з плоского випадку укладки зерен сипучого матеріалу. Елементарний дискретний елемент у замкненій посудині зображено на рис. 1.

Модель складається з трьох шарів сипучого матеріалу із зернами однакового діаметру, розташованих під кутом укладки  $\beta$  один по відношенню до одного. Зазначимо, що цей параметр виконує більш загальну функцію, ніж просто геометричну – він інтегрально на рівні всього масиву сипучої речовини враховує різноманітність розмірів та характеру їх укладки, як це запропоновано проф. В.А. Богомягких.

Розглянутий дискретний елемент знаходиться у стані рівноваги під дією наступних сил: ваги вище розташованої частини сипучої речовини, яка прикладена до кожного із зерен верхнього шару у вигляді зосереджених сил  $F_1, F_1'$  і т.д.; реакції нижчележачої частини сипучої речовини, яка прикладена до кожного із зерен нижнього шару у вигляді зосереджених сил  $Q_2, Q_2'$  і т.д.; реакції стінки ємності  $R_{n2}$ , яка може бути розкладена на нормальну складову  $N_2$  та дотичну складову  $T_2$ . Індекси позначають номери зерен, до яких прикладено відповідну силу.

Оскільки зазначений дискретний елемент знаходиться у стані рівноваги, то для кожного з його зерен будуть виконуватись статичні умови рівноваги. Для отримання необхідного значення коефіцієнта бічного тиску необхідно і достатньо розглянути рівноваги тільки трьох зерен дискретного сипучого елемента, які на рис. 1 виділені більш темним кольором.

Передбачається, що сили зчеплення між зернами сипучої речовини повністю відсутні. Тоді взаємодія окремих зерен між собою може бути

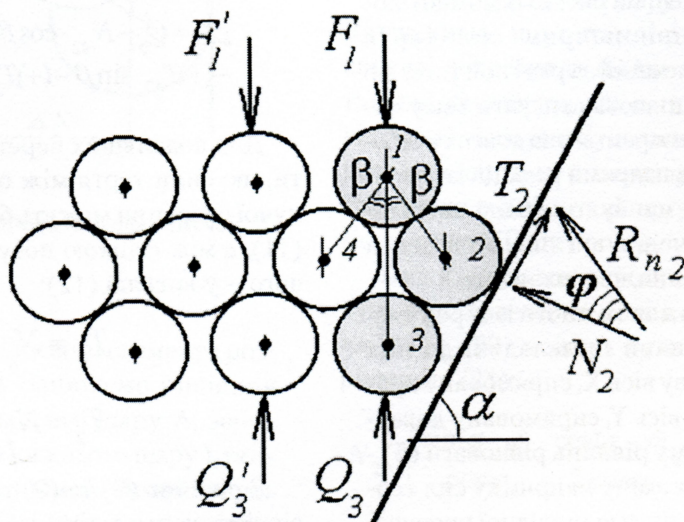


Рис. 1. Дискретна плоска модель сипучої речовини.

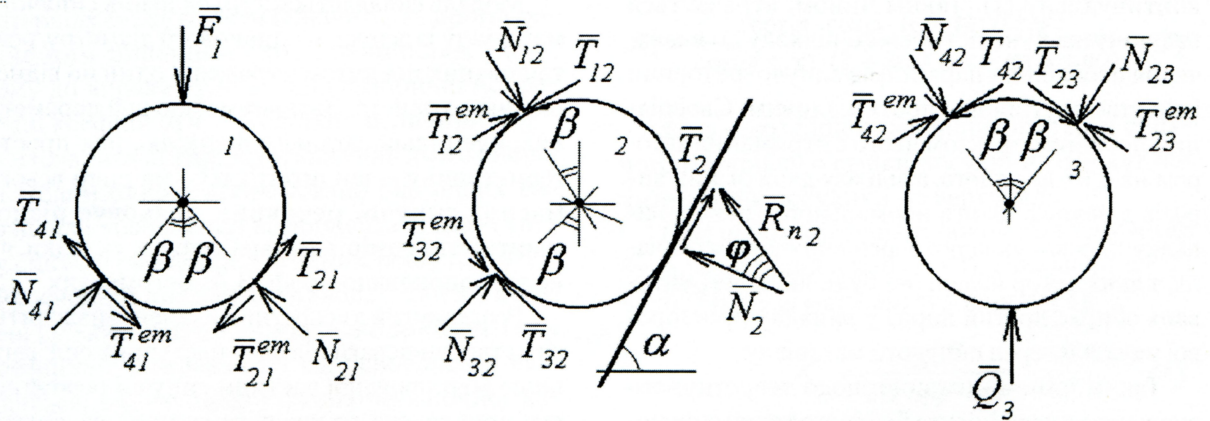


Рис. 2. Реакції між зернами плоского дискретного елемента.

описана за допомогою нор-мальних реакції  $N_{ij}$  та сил тертя  $T_{ij}$ . Позначення індексів в окремих реакціях прийнята за наступним правилом: перший індекс вказує причину її виникнення (номер зерна, що діє), а другий індекс вказує місці дії (номер зерна, на який спрямована дія).

Відповідно до рис. 1 схема реакцій, які виникають між зернами 1, 2 та 3, зображена на рис. 2.

Слід зауважити, що при проведенні автором публікації експериментальних спостереженнях було виявлено цікавий ефект. Він полягає у миттєвій зміні структурованості сипучої речовини в момент початку її розвантаження із посудини. Так, під час статичного стану окремі зерна сипучої речовини намагаються зайняти таке положення, щоб центр їх ваги був розташований якомога нижче. Цьому стану відповідають напрями реакцій, наведені на рис. 2. В момент початку розвантаження напрям сил тертя змінюється на протилежний за рахунок того, що стінки посудини починають стискати масу сипучого, виштовхуючи окремі зерна доверху. Цьому стану відповідають напрями реакцій із позначенням індексом *em*, що було обрано автором публікації від скорочення англійського слова emptying - розвантаження, спорожнення.

Далі спроектуємо для кожного із зерен елемента сипучої речовини прикладені до них сили на горизонтальну вісь  $X$ , спрямовану праворуч, і вертикальну вісь  $Y$ , спрямовану доверху. Отримаємо систему рівнянь рівноваги (5) - (10). В цих рівняннях зміну напрямку сил тертя враховано зміною знаку відповідної проекції.

$$\begin{aligned} \Sigma X_1 &= N_{41} \cdot \sin \beta - N_{21} \cdot \sin \beta - (+) \\ &- (+) T_{41} \cdot \cos \beta + (-) T_{21} \cdot \sin \beta = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Sigma Y_1 &= -F_1 + N_{41} \cdot \cos \beta + N_{21} \cdot \cos \beta + (-) \\ &+ (-) T_{41} \cdot \sin \beta + (-) T_{21} \cdot \sin \beta = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Sigma X_2 &= (N_{12} + N_{32}) \cdot \sin \beta - (+) (T_{12} + T_{32}) \cdot \cos \beta - \\ &- N_2 \cdot \sin \alpha + T_2 \cdot \cos \alpha = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Sigma Y_2 &= (-N_{12} + N_{32}) \cdot \cos \beta - (+) (T_{12} - T_{32}) \cdot \sin \beta + \\ &+ N_2 \cdot \cos \alpha + T_2 \cdot \sin \alpha = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Sigma X_3 &= N_{42} \cdot \sin \beta - N_{23} \cdot \sin \beta - (+) \\ &- (+) T_{42} \cdot \cos \beta + (-) T_{23} \cdot \cos \beta = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Sigma Y_3 &= Q_3 - N_{42} \cdot \cos \beta - N_{23} \cdot \cos \beta - (+) \\ &- (+) T_{42} \cdot \sin \beta - (+) T_{23} \cdot \sin \beta = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Для подальших перетворень будемо вважати, що сили тертя між окремими зернами сипучої речовини можуть бути записані у вигляді (11), а між стінкою посудини та зернами сипучого – у вигляді (12):

$$T_{ij} = N_{ij} \cdot \operatorname{tg} \psi, \quad (11)$$

$$T_2 = N_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (12)$$

З рівнянь (5) та (9) тепер можна отримати рівність нормальних реакцій  $N_{41} = N_{21}$  і  $N_{42} = N_{23}$ .

Таким чином, рівняння (6) - (8) й (10) можуть бути переписані у вигляді рівнянь (13) - (16), відповідно:

$$\Sigma Y_1 = F_1 - 2 \cdot N_{21} \cdot \cos \beta - (+) 2 \cdot T_{21} \cdot \sin \beta = 0 \quad (13)$$

$$\Sigma X_2 = (N_{12} + N_{32}) \cdot \sin \beta - (+) (T_{12} + T_{32}) \cdot \cos \beta - N_2 \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi) = 0 \quad (14)$$

$$\Sigma Y_2 = (-N_{12} + N_{32}) \cdot \cos \beta - (+) (T_{12} - T_{32}) \cdot \sin \beta + N_2 \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi) = 0 \quad (15)$$

$$\Sigma Y_3 = Q_3 - 2 \cdot N_{23} \cdot \cos \beta - (+) 2 \cdot T_{23} \cdot \sin \beta = 0 \quad (16)$$

Тепер розглянемо просторову модель елементарного дискретного елемента сипучої речовини (рис. 3 - вигляд зверху). Вона, як і у випадку плоского елемента, складається із трьох шарів.

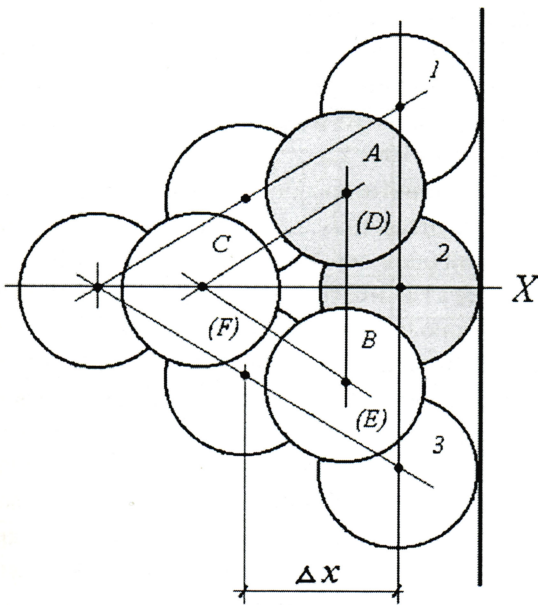


Рис. 3. Дискретна просторова модель сипучої речовини.

Аналогічно випадку плоского елемента розглянемо його рівновагу. Запишемо рівняння рівноваги для зерна верхнього шару А, зерна середнього шару 2 і зерна нижнього шару І, розташованого точно під зерном А. Вони будуть мати вигляд рівнянь (13) - (16), але відрізнятись коефіцієнтами, оскільки у випадку просторової моделі відповідні зерна сипучого матеріалу будуть взаємодіяти з більшою кількістю сусідніх зерен. В результаті отримаємо рівняння (17) - (20):

$$\Sigma Y_A = F_A - 3 \cdot N_{2A} \cdot \cos \beta - (+) 3 \cdot T_{2A} \cdot \sin \beta = 0 \quad (17)$$

$$\Sigma X_2 = 2 \cdot (N_{A2} + N_{I2}) \cdot \sin \beta \cdot \cos 60^\circ - (+) 2 \cdot (T_{12} + T_{32}) \cdot \cos \beta \cdot \cos 60^\circ - N_2 \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi) = 0 \quad (18)$$

$$\Sigma Y_2 = 2 \cdot (-N_{A2} + N_{I2}) \cdot \cos \beta - (+) (-) (T_{A2} - T_{I2}) \cdot \sin \beta + N_2 \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi) = 0 \quad (19)$$

$$\Sigma Y_I = Q_I - 3 \cdot N_{2A} \cdot \cos \beta - (+) 3 \cdot T_{2A} \cdot \sin \beta = 0 \quad (20)$$

Для подальших перетворень будемо використовувати наступні положення:

- третій закон Ньютона, з якого випливає рівність нормальних реакцій  $N_{A2} = N_{2A}$ ,  $N_{D2} = N_{2D}$ ;
- гіпотеза про рівномірність розподілу вертикального тиску сипучої речовини по горизонтальному перерізі, з якої випливає рівність вертикальних реакцій, прикладених до всіх зерен верхнього та нижнього шарів, відповідно;
- гіпотеза про рівномірність передачі тиску на стінку посудини в межах дискретного елемента, з якої випливає рівність нормальних реакцій, прикладених до всіх кінцевих елементів середнього шару.

Завважимо, що останні два положення насправді потребують більш точної експериментальної перевірки, але за відсутності такої та відсутності взагалі будь-яких відомостей щодо реальної картини розподілу тиску сипучої речовини по горизонтальному перерізу, прийнемо їх як найбільш прості.

Після ряду алгебраїчних перетворень з урахуванням наведених положень чотири рівняння (17) - (20) можуть бути зведені до одного рівняння (21):

$$N_2 \cdot \left( \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi} + \frac{\cos(\alpha - \varphi)}{2 \cdot \cos \varphi} \cdot \operatorname{tg}(\beta - (+)\psi) \right) = \frac{2}{3} \cdot \operatorname{tg}(\beta - (+)\psi) \cdot F_A \quad (21)$$

Враховуючи товщину елементарного дискретного елементу, що дорівнює  $2 \cdot d \cdot \cos \beta$  ( $d$  – діаметр зерна сипучої речовини), а також розрахувавши кількість зерен середнього та верхнього шарів (див. роботу [22]), можна отримати остаточний вираз, який буде зв'язувати вертикальний тиск  $P_n$  із нормальним тиском на стінку посудини  $P_n$  у вигляді (22):

$$P_n = \frac{tg\beta \cdot tg(\beta - (+)\psi)}{(a_0 + R) \cdot (2 \cdot tg(\alpha - \varphi) + tg(\beta - (+)\psi))} \times \frac{\cos\varphi}{\cos(\alpha - \varphi)} \cdot P_e \quad (22)$$

Порівнюючи цей вираз із виразом (1), можна зробити висновок про те, що коефіцієнт нормального тиску на стінку ємності визначиться виразом (23) для випадку статичного спокою сипучої речовини і виразом (24) для випадку початку її вивантаження із посудини:

$$k_n = \frac{2 \cdot tg\beta \cdot tg(\beta - \psi)}{(a_0 + R) \cdot (2 \cdot tg(\alpha - \varphi) + tg(\beta - \psi))} \times \frac{\cos\varphi}{\cos(\alpha - \varphi)} \quad (23)$$

$$k_n^{em} = \frac{2 \cdot tg\beta \cdot tg(\beta + \psi)}{(a_0 + R) \cdot (2 \cdot tg(\alpha - \varphi) + tg(\beta + \psi))} \times \frac{\cos\varphi}{\cos(\alpha - \varphi)} \quad (24)$$

Як видно з отриманих виразів, коефіцієнт нормального тиску залежить не тільки від параметрів сипучої речовини, а ще й від параметрів посудини, в якій вона знаходиться. Причому, враховується розмір випускного отвору посудини  $a_0$  і розмір поперечного перерізу посудини  $R$ . Таким чином, значення коефіцієнту змінюється в залежності від глибини розташування відповідного шару сипучої речовини та параметрів посудини, що принципово відрізняє отримане рішення від інших.

#### 4. Коефіцієнт бокового тиску

Перейдемо тепер до ключового питання, винесеного у заголовок даної публікації. Коефіцієнт бокового тиску сипучої речовини на стінки зам-

кненої посудини може бути легко отриманий із виразів для коефіцієнта нормального тиску як його частковий випадок. Так, прийнявши кут нахилу стінок посудини рівним 0, та вважаючи, що  $a_0 = R$ , можна отримати вирази (25) та (26) для визначення коефіцієнта бокового тиску у стані спокою та початку розвантаження, відповідно:

$$k_{90} = \frac{2 \cdot tg\beta \cdot tg(\beta - \psi)}{a_0 \cdot (2 + tg\varphi \cdot tg(\beta - \psi))} \quad (25)$$

$$k_{90}^{em} = \frac{2 \cdot tg\beta \cdot tg(\beta + \psi)}{a_0 \cdot (2 + tg\varphi \cdot tg(\beta + \psi))} \quad (26)$$

Для оцінки отриманого коефіцієнта кількісно наведемо табл. 2, в якій представлені значення обох коефіцієнтів при різних параметрах сипучої речовини та посудини.

З аналізу таблиці можна констатувати, що значення коефіцієнта нормального тиску суттєво залежать від параметрів сипучої речовини та посудини і для найбільш розповсюджених їх сполучень може змінюватись у діапазоні приблизно 0 – 1,5.

Значення ж коефіцієнта для моменту початку розвантаження посудини для всіх розглянутих випадків перевищує значення коефіцієнту для статичного стану сипучої речовини. Кількісно ця величина може сягати 10 та більше разів. Фізично це означає, що на практиці під час початку розвантаження посудини тиск сипучої речовини на її стінки має збільшуватись.

У зв'язку з цим автор вважає за потрібне навести цитату з роботи [23]. На с. 22 сказано: "Промзернопроект, Гидрониисельстрой и другие организации [40, 25]<sup>1</sup> проводили обширные исследования деформаций и аварий железобетонных силосов в стране. Одна из основных причин преждевременного разрушения силосов – наличие давлений, значительно превосходящих расчетные формулы Янсена. Было отмечено: 1. Разрушение обычно имело место в момент выпуска сыпучего материала... До сих пор нет ясного представления причин появления избыточных давлений...".

<sup>1</sup> Джерела літератури вказані за роботою [23].

Таблиця 2. Значення коефіцієнтів бокового тиску, отриманих автором публікації.

R = 1 м							
$\varphi = 17^\circ (f \approx 0,3)$				$\varphi = 27^\circ (f \approx 0,5)$			
$\beta = 40^\circ$	$\psi = 15^\circ$	$k_{90} = 0,365$	$k_{90}^{em} = 0,984$	$\beta = 40^\circ$	$\psi = 15^\circ$	$k_{90} = 0,350$	$k_{90}^{em} = 0,879$
	$\psi = 25^\circ$	0,216	1,355		$\psi = 25^\circ$	0,210	1,164
	$\psi = 35^\circ$	0,072	1,994		$\psi = 35^\circ$	0,072	1,605
$\beta = 50^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,754	1,925	$\beta = 50^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,708	1,653
	$\psi = 25^\circ$	0,519	2,832		$\psi = 25^\circ$	0,497	2,280
	$\psi = 35^\circ$	0,307	4,958		$\psi = 35^\circ$	0,299	3,482
$\beta = 60^\circ$	$\psi = 15^\circ$	1,502	4,116	$\beta = 60^\circ$	$\psi = 15^\circ$	1,380	3,314
	$\psi = 25^\circ$	1,096	7,206		$\psi = 25^\circ$	1,029	5,061
	$\psi = 35^\circ$	0,754	26,493		$\psi = 35^\circ$	0,722	10,355
R = 3 м							
$\varphi = 17^\circ (f \approx 0,3)$				$\varphi = 27^\circ (f \approx 0,5)$			
$\beta = 40^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,122	0,328	$\beta = 40^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,117	0,293
	$\psi = 25^\circ$	0,072	0,452		$\psi = 25^\circ$	0,070	0,388
	$\psi = 35^\circ$	0,024	0,665		$\psi = 35^\circ$	0,024	0,535
$\beta = 50^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,251	0,642	$\beta = 50^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,236	0,551
	$\psi = 25^\circ$	0,173	0,944		$\psi = 25^\circ$	0,166	0,760
	$\psi = 35^\circ$	0,102	1,653		$\psi = 35^\circ$	0,100	1,161
$\beta = 60^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,501	1,372	$\beta = 60^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,460	1,105
	$\psi = 25^\circ$	0,365	2,402		$\psi = 25^\circ$	0,343	1,687
	$\psi = 35^\circ$	0,251	8,831		$\psi = 35^\circ$	0,241	3,452
R = 6 м							
$\varphi = 17^\circ (f \approx 0,3)$				$\varphi = 27^\circ (f \approx 0,5)$			
$\beta = 40^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,061	0,164	$\beta = 40^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,058	0,146
	$\psi = 25^\circ$	0,036	0,226		$\psi = 25^\circ$	0,035	0,194
	$\psi = 35^\circ$	0,012	0,332		$\psi = 35^\circ$	0,012	0,268
$\beta = 50^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,126	0,321	$\beta = 50^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,118	0,275
	$\psi = 25^\circ$	0,086	0,472		$\psi = 25^\circ$	0,083	0,380
	$\psi = 35^\circ$	0,051	0,826		$\psi = 35^\circ$	0,050	0,580
$\beta = 60^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,250	0,686	$\beta = 60^\circ$	$\psi = 15^\circ$	0,230	0,552
	$\psi = 25^\circ$	0,183	1,201		$\psi = 25^\circ$	0,172	0,843
	$\psi = 35^\circ$	0,126	4,416		$\psi = 35^\circ$	0,120	1,726

Отримані в ході теоретичних досліджень автором даної публікації два окремих значення для коефіцієнта бокового тиску сипучого матеріалу під час його вивантаження із замк-

неної посудини дозволяє зробити припущення, що саме зміна структури матеріалу і є тою причиною появи підвищеного тиску в цей момент.

## 5. Основні висновки

На основі виконаних автором теоретичних досліджень було розроблено теоретичну модель сипучого середовища, яка дозволяє враховувати дискретні властивості, притаманні такому середовищу, отримати значення коефіцієнта бічного тиску в замкненій посудині. Він виявляється залежним не тільки від ряду фізико-механічних характеристик сипучого матеріалу, але й від геометричних параметрів самої посудини.

Завдяки зробленому автором припущенню про зміну структури сипучого матеріалу під час

його вивантаження із посудини отримано два різних вирази для визначення коефіцієнта бокового тиску сипучого матеріалу – для стану статичного спокою та для моменту початку розвантаження.

В кількісному відношенні другий коефіцієнт виявляється в декілька разів вищим, ніж перший. Це може теоретично пояснити підвищення тиску сипучого матеріалу під час його вивантаження із ємнісних конструкцій, яке призводить до аварій на цих спорудах.

## Література

1. Криворожский государственный горно-металлургический комбинат "Криворожсталь". Доменная печь №9. Бункерная эстакада. Обследование и оценка техническо-го состояния металлоконструкций: Отчет о НИР, в 3 т. / ОАО "Проектный институт "Днепрпроектстальконструкция". – Днепропетровск, 1997.
2. Совершенствование конструктивных решений бункеров горнообогатительных предприятий черной и цветной металлургии. Предложения по улучшению использования емкости бункеров: Отчет о НИР по теме № 469-1-68 / Ленинград. отд. центр. н.-и. ин-та промзданий. – Л., 1968. – 138 с.
3. Structural Engineering Handbook / Edited by Edwin H. Gaylord, Jr., Charles N. Gaylord, James E. Stallmeyer. – 4th ed. – McGraw-Hill, 1997. – 624 p.
4. Банников Д.О., Казакевич М.И. Основные причины аварий жестких стальных бункеров и низких силосов // Металеві конструкції, 2002. – Т. 5. – №1. – С. 59-66.
5. Bannikov D.O., Kazakevitch M.I. Features of Failures of Steel Bunkers (of pyramidally-prismatic type) // Proc. of 10th Polish-Ukrainian sem. "Theoretical Foundations of Civil Engineering". - Warsaw: Warszawskiej Politechnik. – 2002. – Vol. II. – P. 650-657.
6. Банников Д.О., Казакевич М.И. Основные проблемы проектирования стальных бункеров транспортной эстакады // Тематич. вип. зб.: Автомобільні дороги та транспортне будівництво. – К.: Нац. трансп. ун-т. – 2002. – № 64. – С. 86-89.
7. Банников Д.О., Казакевич М.И. Направления совершенствования современной концепции проектирования жестких стальных бункеров // Вісник ДНУЗТ. – Дніпропетровськ: вид-во ДНУЗТ. – 2003. – Вип. 1. – С. 130-136.
8. Bannikov D.O., Kazakevitch M.I. Design problems of steel bunkers // Proc. of 12th Polish-Ukrainian sem. "Theoretical Foundations of Civil Engineering". – Warsaw: Warsaw University of Technology. – 2004. – Vol. II. – P. 559-564.
9. Прокофьев И.П. Давление сыпучего тела и расчет подпорных стенок. – М.: Изд-во строит. лит-ры, 1947. – 144 с.
10. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. – М.: Физматгиз, 1960. – 243 с.
11. Терцаги К. Теория механики грунтов: Пер. с нем. / Под ред. Н.А. Цытовича. – М.: Госстройиздат, 1961. – 507 с.
12. Чеботарёв Г.П. Механика грунтов. Основания и земляные сооружения. – М.: Стройиздат, 1968. – 616 с.
13. Клейн Г.К. Строительная механика сыпучих тел. – М.: Стройиздат, 1977. – 256с.
14. Справочник по механике и динамике грунтов / В.Б. Швеца, Л.К. Глинзбург, В.М. Гольдштейн, В.К. Капустин, В.И. Феклин, Н.С. Швеца / Под ред. В.Б. Швеца. – К.: Будівельник, 1987. – 232 с.
15. ДБН В.2.2-8-98. Підприємства, будівлі та споруди по зберіганню та переробці зерна. – Введ. 01.07.98. – Вид. офіц. – К.: Держбуд України, 1988. – 41 с. – Укр. та рос. мовами.
16. Руководство по расчету и проектированию железобетонных, стальных и комбинированных бункеров / Ленпроектстройпроект. – М.: Стройиздат, 1983. – 200 с.
17. Справочник проектировщика инженерных сооружений / Под ред. Д.А. Коршунова. – К.: Будівельник, 1988. – 352 с.
18. Справочник проектировщика. Металлические конструкции: В 3 т. / Под ред. В.В. Кузнецова. – Т. 2: Стальные конструкции зданий и сооружений. – М.: Изд-во АСВ, 1998. – 526 с.
19. prEN 1991-4. Eurocode 1: Actions on structures. Part 4: Actions in silos and tanks. – Third formal draft, CEN, 2002.
20. Липницкий М.Е., Абрамович Ж.Р. Проектирование железобетонных бункеров и силосов. – Л.: Стройиздат, 1960. – 288с.
21. Богомягких В.А. Теория расчет бункеров для сыпучих материалов. – Ростов на Дону: Изд-во РГУ, 1974. – 149 с.
22. Гячев Л.В. Основы теории бункеров. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 1992. – 312 с.
23. Семенов В.Ф. Бункеры и хранилища зерна: Учебное пособие. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 1999. – 221 с.

**Банніков Дмитро Олегович** – к.т.н., доцент кафедри “Будівельні конструкції” Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. Наукові інтереси: проектування сталевих тонкостінних конструкцій; чисельні методи в теорії проектування конструкцій; питання застосування системного аналізу в сфері будівельних конструкцій.

**Банников Дмитрий Олегович** – к.т.н., доцент кафедры “Строительные конструкции” Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна. Научные интересы: проектирование стальных тонкостенных конструкций; численные методы в теории проектирования конструкций; вопросы применения системного анализа в сфере строительных конструкций.

**Bannikov Dmytro Olegovych** is an Ph.D. (Eng), an Associated Professor of Building Structures Department at Dnipropetrovsk V. Lazaryan National University of Railway Transport. His research interests include design of steel thin-walled structures; numerical methods in the theory of structure designing; questions of using the system analysis in the sphere of building constructions.