

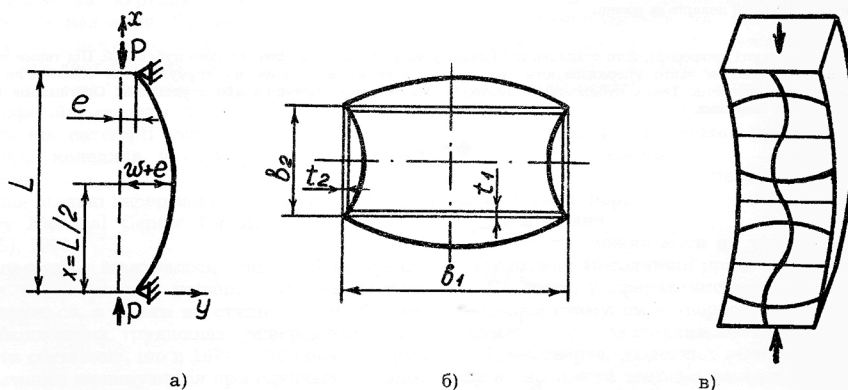
А. МаневичУкраїнський державний хіміко-
технологічний університет
Дніпропетровськ**С. Ракша**Дніпропетровський інженерно-будівельний
інститут
Дніпропетровськ

ЗВ'ЯЗАНА ВТРАТА СТІЙКОСТІ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ПОЗАЦЕНТРОВОМУ СТИСКУ

A stability problem for a thin-walled rectangular cross-section column under eccentric compression is solved with taking into account the interaction between overall and local modes at finite displacements. The local mode and the corresponding critical stresses are determined by means of conjugation of the solutions for all constituent plates. Numerical analysis of the solution has been carried out and good correlation with available experimental data has been obtained.

Відомо, що при розрахунках стійкості стиснутих тонкостінних стержнів потрібно враховувати поряд із загальною (ейлеровою) формою (рис.1,а) можливість локальної втрати стійкості (показаної на рис.1,б для прямокутного профілю), при якій лінії з'єднання пластин, які утворюють стержень, залишаються прямолінійними. В той же час, експериментальні і теоретичні дослідження [1-4] свідчать, що в широкому діапазоні параметрів стержнів, який включає зокрема оптимальні

стержні, недостатньо обмежуватися окремим врахуванням загального і локального випучування. Форма втрати стійкості може включати в себе як загальний, так і локальні прогини (рис.1,в), взаємодія яких приводить до значного зниження несучої здатності. Така втрата стійкості називається зв'язаною. Розрахунок зв'язаного випучування потребує переходу до нелінійної теорії, тому що в межах лінійної загальна і локальна форми ортогональні і не взаємодіють.

**Рис.1**

Доцільно виділити два класи тонкостінних стержнів з точки зору зв'язаного випучування: 1 - стержні, близькі до рівностійких; 2 - стержні з

попереднім локальним випучуванням (критичні напруження для локальної форми значно вищі, ніж для загальної). Розрахункові моделі для цих

двох випадків повинні бути різними. У даній роботі розглядається другий клас стержнів, для яких можна розділити стадії локального і загального випучувань, але необхідно враховувати взаємовплив загальних і локальних прогинів. При розрахунку локальної стійкості враховується перерозподіл напружень у перерізу внаслідок загального докритичного вигину, зумовленого ексцентриситетом навантаження, а також можливими початковими недосконалістями. При розрахунку загального вигину після локальної стійкості враховується зміна характеристик жорсткості поперечного перерізу. В більшості робіт, присвячених зв'язаному випучуванню стержнів (виконаних здебільшого за кордоном), враховувався лише вплив однієї з форм на іншу, тобто трактування взаємодії форм було одностороннім.

У доповіді розглядається стійкість стержня замкнутого профілю (квадратного, прямокутного, трапецевидного) при позацентровому стиску. У

відповідності з наведеним вище розрахунок включає декілька етапів.

1. Розрахунок докритичної рівноважної гілки загального вигину з урахуванням ексцентриситету навантаження і загальних недосконалостей. Диференціальне рівняння загального докритичного вигину шарнірно спертого на кінцях стержня має вигляд

$$EI\omega_{,xx} + P\omega = -P[\omega_0(x) + e] \quad (1)$$

де P - стискаюча сила; e - ексцентриситет її прикладання; ω - прогин (рис.1,а); ω_0 - загальна недосконалість, яка приймається у вигляді

$$\omega_0(x) = \omega_0 \cos \left[\pi \left(x - \frac{L}{2} \right) / L \right].$$

Рівняння (1) має розв'язок

$$\omega = \frac{\omega_0 P}{P_0 - P} \cos \frac{\pi}{L} \left(x - \frac{L}{2} \right) + e \left[\frac{\cos k(x - 0,5L)}{\cos 0,5kL} \right], \quad (2)$$

де $P_0 = \pi^2 EI / L^2$ - ейлерова сила; $k = \sqrt{P / EI}$.

2. Визначення критичного навантаження локального випучування. Задача про локальне випучування при дії поздовжньої сили P і згинаючого моменту M , який залежить від докритичного прогину, розв'язується шляхом поєднання розв'язків диференціальних рівнянь стійкості для всіх пластин, які утворюють переріз. При цьому напруження по довжині приймаються постійними і відповідними найбільш навантаженим середній ділянці. Змінність локальної форми по довжині задається синусоїдою. Для полиць з постійними по ширині докритичними напруженнями розв'язок диференціальних рівнянь не викликає труднощів. Для стінок зі змінними напруженнями визначався наближений розв'язок рівнянь шляхом поділу стінки на декілька поздовжніх смуг, в межах яких напруження приймалися постійними. Для кожної смуги використовувалася точна матриця, яка пов'язує значення амплітуд узагальнених зусиль і переміщень на поздовжніх кінцях. Відповідна матриця для всієї стінки знаходилася перемноженням матриць для усіх смуг. Умови поєднання стінок з полицями (рівність кутів повороту і згинаючих моментів) приводять до системи однорідних рівнянь відносно узагальне-

них переміщень і до відповідного характеристичного рівняння. Це рівняння розв'язувалося числовими методами.

3. Визначення характеристик жорсткості після локального випучування. Ефективна жорсткість пластин, які складають переріз, після локального випучування визначалась за допомогою оцінок для редуційних коефіцієнтів, одержаних в роботі [5]

$$f = 1 - \frac{(\bar{g}^2)^2}{\bar{g}^4}; \quad \bar{g}^2 = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} g^2(y) dy; \quad \bar{g}^4 = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} g^4(y) dy, \quad (3)$$

де $g(y)$ - поперечний профіль локальної форми випучування, а риска зверху позначає середнє значення відповідної величини. Помноживши ширину пластин на відповідний коефіцієнт, визначаємо "ефективний" переріз стояка, для якого розраховуються характеристики жорсткості.

4. Загальний вигин після локального випучування. Диференціальне рівняння загального післякритичного вигину можемо записати у вигляді

$$EI W_{,xx} + PW = (P_{kp} - P)(\omega_0 + \omega_{kp} + e + e_{kp}) \quad (4)$$

де P_{kp} - критична сила локального випучування, I - редукований момент інерції, W - додатковий прогин після локального випучування, ω_{kp} - визначається виразом (2) при $P = P_{kp}$, e_{kp} - зміщення

ефективного центра жорсткості перерізу внаслідок редукування площі стиснутої полиці і стінок. Розв'язок рівняння (4) можна одержати аналітично, зокрема максимальний прогин при $x=L/2$ дорівнює

$$W_m = \omega_0 \left(\frac{1 - \frac{P_{кр}}{P}}{1 - \frac{P}{P_0}} \right) \left(\frac{P_*}{P} - 1 \right) + e^{-\frac{1 - \frac{P_{кр}}{P}}{1 - \frac{P_{кр}}{P} \frac{I_*}{I}}} \left[\frac{1}{\cos k_* \frac{L}{2}} - \frac{1}{\cos k_{кр} \frac{L}{2}} \right], \quad (5)$$

де $P_* = \pi^2 EI_* / L^2$ - редукована ейлерова сила, $k_* = \sqrt{P / EI_*}$, $k_{кр} = \sqrt{P_{кр} / EI}$.

В залежності від співвідношення між критичним навантаженням локального випучування і редукованою ейлеровою силою рівноважна крива (5) може бути спадаючою або зростаючою. У пер

шому випадку (рис. 2,а) несуча здатність визначається величиною $R_{кр}$ або навантаженням, яке відповідає початку пластичних деформацій у довантажувальній полиці. У другому випадку (рис.2,б) граничне навантаження визначається початком пластичного деформування (на до- або післякритичній ділянці рівноважної кривої).

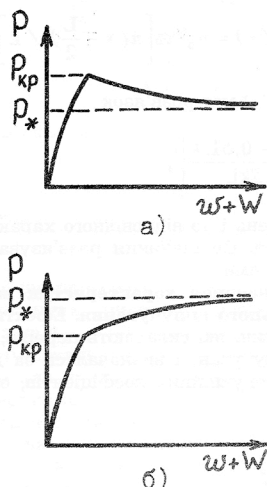


Рис.2

5. Числовий аналіз. Типові результати розрахунку розглянемо на прикладі стержня квадратного перерізу з однаковими товщинами стінок ($b/t=80$) при ексцентриситеті навантаження $e/b=0,3$. На рис. 3 побудовано залежності різних безрозмірних "критичних" параметрів навантаження від гнучкості: 1 - ейлерової сили; 2- локального випучування без урахування докритичного загального вигину; 3 - локального випучування з урахуванням загального вигину; 4 - редукованої ейлерової сили; пунктирною кривою 5 позначені безрозмірні напруження в довантажувальній полиці у момент локального випучування. Значення гнучкості, рівне 190, відокремлює два діапазони гнучкості - із зростаючою і спадаючою характеристиками після точки локального випучування. Штрихпунктирною лінією 6 показано граничне навантаження, яке відповідає межі текучості $\sigma_t \cdot 10^3 / E = 3$.

При гнучкості, більший від 190, ця лінія спів

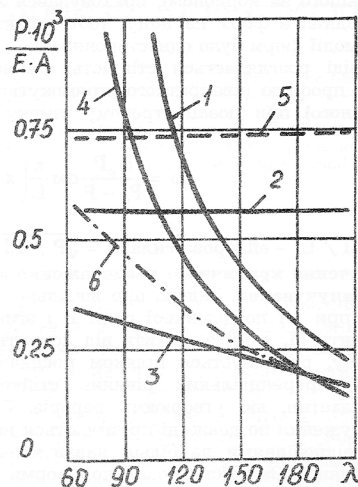


Рис.3

падає з кривою 3. Порівняння одержаного аналітичного розв'язку з відомими експериментальними даними свідчить про цілком задовільну їх відповідність (розбіжність не перевищує 10%).

Література

1. Neut, van der. The interaction and local buckling and column failure of thin-walled compression members //Proc. 12 Int. Congr. Appl. Mech. (Stanford Univ.,1968), Springer-Verlag, 1969. - P. 389-399.
2. Skaloud M., Zornerowa M. Experimental investigation into the interaction of the buckling of compressed thin-walled columns with the buckling of their plate elements //Acta technica, CSAV.- 1970.- N 4.- P. 389-424.
3. Reis A.J. Interactive buckling in thin-walled structures. In: Developments in thin-walled structures-3 (ed. J. Rhodes and A.C. Walker), Chapter 7.- 1987.- P. 237-279.
4. Маневич А.И., Ракша С.В. Связанная потеря устойчивости сжатых тонкостенных стержней закрытого поперечного сечения // Прикл. механика.- 1993.- 29, N 2.- С. 62-68.
5. Koiter W.T., Pignataro M. A general theory for the interaction between local and overall buckling of stiffened panels. WTHD N 83, 1976.- 49 p.