УДК **625:681.319**

Михаил Капица, Валерий Крячко, Андрей Коваль

г. Днепропетровск

СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ТЕХНИЧЕСКОГО, ОБСЛУЖИВАНИЯ ТЯГОВОГО ПОДВИЖНОГО СОСТАВА ПО НЕПОЛНЫМ ДАННЫМ

По известным моделям технического обслуживания и ремонта при полном отсутствии информации о надежности тягового подвижного состава (ТПС) и при одной известной точке функции распределения «времени жизни» ТПС определены оптимальные планы диагностических проверок, проведено сравнение указанных моделей.

Ключевые слова: ***тяговый подвижной состав, отказ, планирование, план диагностических проверок, затраты, минимаксная задача, минимаксный план.***

1. Постановки и решения задач

Полагаем, что о надежности ТПС, который начинаем эксплуатировать, ничего неизвестно (задача 1) или известна только одна точка функции распределения «времени жизни» ТПС (задача 2). Работу ТПС рассмотрим на конечном интервале времени $[0, T]$. Считаем, что ТПС работает до обнаружения отказа и не может работать после истечения заданного времени T.

Для задачи 1 считаем, что отказ может быть обнаружен при проверке с вероятностью $P(0 < P \leq 1)$, а для задачи 2 примем, что отказ ТПС всегда обнаруживается при первой проверке, следующей за моментом отказа, т. е. будем полагать $P = 1$. В первой задаче ограничимся значениями $P = 0,8$ и 1.

Пусть Y есть случайное время жизни ТПС с неизвестной функцией распределения

$$F(t) = P\{Y < t\}.$$

При планировании технического обслуживания и ремонта ТПС, находящейся в эксплуатации или в запасе, необходимо на заданном интервале *[0, T]* («моральный срок» службы системы) назначить *n* диагностических проверок ТПС. Моменты проверок будем обозначать как

$$x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n, \text{т. е. } 0<x_1<x_2< \ldots <x_n<T,$$

где x_1 - время от начала эксплуатации до момента *i*-й проверки.

Фиксированным значениям $X = (x_1, \ldots, x_n)$ поставим в соответствие некоторую функцию затрат *Gx(Y).* Она выражает затраты, связанные с эксплуатацией ТПС в течение случайного времени *Y* (затраты на проверки и плата за простой ТПС от момента отказа до его обнаружения). При известной функции *F(t)* математическое ожидание затрат

$$M_F[G_x(Y)] = \int_0^\infty G_x(t)dF(t). \qquad (1)$$

Но функция *F(t)* неизвестна, поэтому нас интересует наибольшее значение выражения (1), т. е. величина

$$\mu_x = \sup_F M_F[G_x(Y)].$$

Здесь супремум берется по всём функциям распределения F_j (j = 0, 1, 2, …), где *j* количество предполагаемых распределений случайного времени жизни системы *Y*. Следовательно, задача заключается в том, чтобы в периоде [0, *T*] эксплуатации ТПС определить оптимальный план диагностических проверок *X* = *X**, при котором обеспечивается

$$\mu = \min_x \mu_x = \mu_{x^*}.$$

Сформулированная минимаксная задача при полном отсутствии информации о надежности сложной технической системы была решена Дерманом [1] для одного частного вида функции $G_x(Y)$

$$G_x(Y) = cN + vZ_y,$$

где c стоимость одной проверки системы (c>0); N число проверок, предшествовавших отказу системы; v стоимость, связанная с пребыванием системы в отказавшем состоянии в течение единицы времени (v > 0); Z_y — отрезок времени между отказом системы и его обнаружением.

Решение, полученное в [1], сводится к следующему: минимаксный план X необходимо задавать в виде

$$x_i = iP\left[\frac{T}{n^*P+1} + \frac{c}{2v}\left(\frac{n^*\left[(n^*+1)P+2\right]}{n^*P+1} - (i+1)\right)\right], \qquad (2)$$

где n^* наибольшее значение n, при котором еще выполняется неравенство

$$cP^2n^2 + cP(2-P)n + 2(c - PvT) \le 0$$

При этом минимаксная средняя ожидаемая стоимость μ_{x^*} определяется как

$$\mu^I_{x^*} = \left\{vT + \frac{n^*c}{2}\left[(n^*+1)P+2\right]\right\} \Big/ (Pn^*+1).$$

Во второй модели (задача 2) известно одно значение функции распределения

F(t) времени жизни системы *Y*, т. е.

$$F(t_1) = P\{Y < t\} = \pi,\ 0 \le t < T,\ 0 < \pi < 1.$$

Так как функция распределения *F(t)* остается неизвестной (кроме одного значения), то и в данном случае принимается минимаксный подход к решению задачи минимизации максимальной средней стоимости, обусловленной проверками и отказами ТПС. Для этого случая план проверок ТПС удобно обозначить набором $n + m$ точек таких, что

$$\boldsymbol{0 \le x_1 \le \ldots \le x_m \le t \le x_{m+1} \le \ldots \le x_{m+n} \le T.}$$

При составлении этого плана должна оптимально использоваться минимальная информация о функции распределения *F(t)*. Роеловс [3] получил следующее строгое решение задачи 2: минимаксный план проверок системы $X^*=(x_1, \ldots, x_m, \ldots, x_{m+n})$ задается таким образом.

Для интервала справа от точки *t* которой известно значение функции распределения,

$$x_{m+j} = t + j\left[\frac{T-t}{n+1} + \frac{c}{2v}\left(\frac{n(n+3)}{n+1} - j - 1\right)\right],$$
$$j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n,$$

где *n* является либо нулем, либо таким наибольшим положительным целым, при котором

$$n(n+1) \le \frac{2v(T-t)}{c} - 2. \qquad (3)$$

Для интервала слева от точки *t*

$$x_i = i\left[\frac{t}{m} + \frac{c}{2v}(m-i)\right],\ i = 0,\ 1,\ \ldots,\ m, \tag{4}$$

где $m = r,$ если

$$\frac{\pi}{1-\pi}\left[\frac{(k-r+1)c}{2} + v\left(\frac{x_{m+1}}{k+1} - \frac{t}{r}\right)\right] + (k-r)c \le 0. \tag{5}$$

В выражении (5) r такое наибольшее положительное целое, при котором

$$r(r-1) \le \frac{2\pi vt}{(2-\pi)c}, \tag{6}$$

а k есть ноль или такое наибольшее положительное целое, при котором

$$k(k+1) \le \frac{2\pi v x_{m+1}}{(2-\pi)c}. \tag{7}$$

Если условия (5) и (6) не выполняются, то план проверок, аналогичный (4), задается таким образом:

$$x_i = i\left[\frac{x_{m+1}}{m+1} + \frac{c}{2v}(m-i+1)\right],\ i = 0,\ 1,\ \ldots,\ m,$$

где $m = k$, причем k определяется из (7).

При n=0 план проверок задается согласно (4), если

$$\frac{\pi}{1-\pi}\left[\left(\frac{q(q+2-1)}{q+1} - r\right)\frac{c}{2} + v\left(\frac{T}{q+1} - \frac{t}{r}\right)\right] + (q-r)c \ge 0, \tag{8}$$

где q есть нуль или такое наибольшее положительное целое число, при котором

$$q(q+1) \le \frac{2\pi(vT-c)}{(2-\pi)c}. \tag{9}$$

Если условие (8) не выполняется, то план проверок при $n = 0$ задается как

$$x_i = i\left[\frac{T}{m+1} + \frac{c}{2v}\left(\frac{m(m+3)}{m+1} - i - 1\right)\right],\ i = 0,\ 1,\ \ldots,\ m,$$

с $m_i = q$, определяем из (9).

Минимаксная средняя ожидаемая стоимость определяется соответственно выражению

$$\mu_{x^*}^{II} = \pi\left[\frac{(r+1)c}{2} + \frac{vt}{r}\right] + (1-\pi)\left[rc + \frac{n(n+3)}{2(n+1)}c + \frac{v(T-t)}{n+1}\right],$$

если $n = 0$ и выполняется условие (8) или если $n > 0$ и выполняется условие (5);

$$\mu_{x^*}^{II} = \pi\left[\frac{q(q+3)}{2(q+1)}c + \frac{vT}{q+1}\right] + (1-\pi)[qc + v(T-t)],$$

если $n = 0$ и условие (8) не выполняется;

$$\mu_{x^*}^{II} = \pi\left[\frac{k+2}{2}c + \frac{vx_{m+1}}{k+1}\right] + (1-\pi)\left[kc + \frac{n(n+3)}{2(n+1)}c + \frac{v(T-t)}{n+1}\right],$$

если $n > 0$ и условие (5) не выполняется.

2. Результаты сравнения моделей

В табл. 1 сравниваются две условные минимаксные модели обслуживания и ремонта по неполным данным. Здесь приведены значения отношения величины к величине μ_{x*}^{II} к величине μ_{x*}^{I}.

Табл. 1 составлена для C = 0,5 усл. ед. и v = 500 усл. ед. Каждой паре значений π и t соответствует определенная величина $\mu_{x*}^{II}/\mu_{x*}^{I}$. Например, для t = 0,8 и π = 0,95 $\mu_{x*}^{II}/\mu_{x*}^{I}$ = 0,916.

Таким образом, наличие информации об одной точке функции распределения отказов дает выигрыш по сравнению с полным отсутствием информации, равный примерно 10%.

Из таблицы видно, что из всех рассмотренных пар значений t и π наибольший выигрыш получается при малых, значениях t и больших π или при больших значениях t и малых π. Для практики более важным является случай больших t и малых π, т. е. случай, когда гарантийный срок t примерно равен периоду эксплуатации T и ТПС имеет в конце гарантийного срока еще достаточно высокую надежность.

Табл. 2 аналогична табл. 1, но вычислена при c = 8 усл. ед. и v = 1 усл. ед. Сравнение значений $\mu_{x*}^{II}/\mu_{x*}^{I}$, взятых из табл. 1 и 2 при одних и тех же исходных данных t и π, показывает, что они практически не зависят от отношения v/c. Действительно табл. 1

Т а б л и ц а 1

Сравнение двух минимаксных моделей обслуживания по неполным данным

t	$\mu_{x*}^{II}/\mu_{x*}^{I}$ при π, равном												
	0,001	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,999
0,001T	1	0,994	0,913	0,819	0,722	0,625	0,527	0,429	0,331	0,231	0,132	0,082	0,033
0,01 T	0,998	0,999	0,939	0,856	0,768	0,677	0,584	0,490	0,394	0,297	0,200	0,150	0,101
0,05 T	0,983	0,996	0,975	0,914	0,842	0,764	0,681	0,595	0,506	0,414	0,320	0,273	0,225
0,1 T	0,961	0,983	0,992	0,949	0,890	0,822	0,748	0,670	0,587	0,500	0,410	0,364	0,318
0,2 T	0,912	0,948	1	0,984	0,946	0,895	0,835	0,768	0,695	0,617	0,535	0,492	0,449
0,3 T	0,859	0,905	0,991	0,998	0,977	0,940	0,893	0,837	0,774	0,704	0,629	0,589	0,549
0,4 T	0,805	0,855	0,972	0,999	0,994	0,971	0,935	0,890	0,836	0,775	0,707	0,671	0,633
0,5 T	0,737	0,799	0,944	0,990	1	0,990	0,966	0,931	0,887	0,834	0,774	0,742	0,708
0,6 T	0,665	0,734	0,906	0,970	0,996	0,999	0,987	0,963	0,929	0,886	0,834	0,805	0,775
0,7 T	0,584	0,659	0,857	0,940	0,981	0,998	0,998	0,986	0,962	0,929	0,887	0,863	0,837
0,8 T	0,486	0,568	0,792	0,894	0,951	0,984	0,998	0,999	0,987	0,966	0,935	0,916	0,895
0,9 T	0,357	0,446	0,697	0,821	0,898	0,948	0,979	0,996	1	0,993	0,976	0,963	0,949
0,95 T	0,266	0,358	0,625	0,763	0,852	0,913	0,955	0,982	0,997	1	0,992	0,985	0,975

Т а б л и ц а 2

Сравнение двух минимаксных моделей обслуживания по неполным данным

t	$\mu_{x*}^{II}/\mu_{x*}^{I}$ при π, равном												
	0,001	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,999
0,001T	1	1	1	0,924	0,825	0,726	0,626	0,527	0,427	0,328	0,229	0,179	0,131
0,01 T	0,996	1	1	0,933	0,840	0,746	0,652	0,558	0,463	0,367	0,271	0,223	0,176
0,05 T	0,977	0,988	1	0,962	0,886	0,807	0,725	0,640	0,554	0,466	0,375	0,329	0,284
0,1 T	0,952	0,966	1	0,984	0,923	0,885	0,783	0,706	0,626	0,543	0,458	0,413	0,370
0,2 T	0,900	0,919	1	1	0,969	0,918	0,860	0,796	0,727	0,653	0,574	0,534	0,493
0,3 T	0,845	0,869	0,977	1	0,995	0,958	0,913	0,859	0,800	0,734	0,663	0,626	0,588
0,4 T	0,785	0,813	0,944	0,999	1	0,985	0,951	0,908	0,858	0,800	0,737	0,703	0,668
0,5 T	0,719	0,753	0,904	0,975	1	1	0,979	0,946	0,905	0,856	0,800	0,770	0,738
0,6 T	0,647	0,684	0,856	0,942	0,989	1	0,997	0,975	0,944	0,904	0,857	0,830	0,802
0,7 T	0,563	0,605	0,797	0,898	0,959	0,995	1	0,995	0,975	0,945	0,907	0,885	0,861
0,8 T	0,461	0,507	0,721	0,838	0,913	0,963	0,995	1	0,996	0,978	0,951	0,934	0,916
0,9 T	0,322	0,372	0,607	0,744	0,836	0,903	0,951	0,985	1	1	0,988	0,979	0,967
0,95 T	0,206	0,258	0,507	0,656	0,761	0,840	0,900	0,946	0,980	1	1	0,998	0,992

составлена для v/c = 1000, а табл. 2 для v/c = 0,125. В то время, как отношение v/c изменяется в 8000 раз, соответствующие значения $\mu_{x*}^{II}/\mu_{x*}^{I}$ максимально отличаются в 2÷3 раза, причем только в области маловероятных на практике значений t и π (малые t и большие π). Для реальных пар значений t и π это отличие не превышает 10%.

Приведенные в табл. 3 примеры характеризуют изменение числа диагностических проверок и моментов их проведения в зависимости от информации о надежности.

Наличие информации о функции распределения, когда π = 0,12, для t = 0,2T по сравнению со случаем полного отсутствия информации не приводит к изменению числа предполагаемых проверок и несколько смещает моменты проведения диагностических проверок в сторону известной точки распределения.

Наличие информации о функции для t = 0,5 t, когда π = 0,75, в отличие от первых двух случаев приводит к изменению числа диагностических проверок (увеличивается их число до 8) и изменению характера распределения моментов проверок. Наличие информации о том, что $F(t)$ = 0,75 (в точке t = 0,5T), вызывает уменьшение времени между проверками, проводимыми на интервале слева от известной точки t в сторону известной точки распределения («реакция» на высокую вероятность отказа). Распределение моментов диагностических проверок справа от известной точки по характеру близко к распределению моментов диагностических проверок в случае полного отсутствия информации.

Т а б л и ц а 3

Распределение моментов проверок и моментов их проведения

Срок службы	Вероятность обнаружения отказа	Стоимость одной проверки, усл. ед.	Стоимость отказового состояния в течение ед. времени, усл. ед.	Момент времени когда известна $F(t)$, ч	Значение $F(t)$ в известной точки	Число проверок	Распределение моментов диагностических проверок x_i и x_{m+n}, ч
24	1	10	10			6	6,3; 11,6; 15,9; 19,2; 21,5; 22,8
24	1	10	10	4,8	0,12	6	6,2; 10,3; 14,9; 18,5; 21,0; 22,5;
24	1	10	10	4,8	0,12	6	4,4; 7,8; 10,3; 11,7; 16,2; 19,4; 21,6; 22,8;

Выводы. Рассмотренный метод сравнения моделей технического обслуживания и ремонта ТПС позволяет анализировать надежность эксплуатируемого ТПС до отказа при отсутствии каких либо данных или известна лишь одна точка функции распределения «времени жизни» ТПС, а так же определить оптимальный план диагностических проверок ТПС их числа и моментов проведения. Приведенное сравнение двух моделей технического обслуживания и ремонта ТПС при выбранном объеме исходных данных указывает пути оптимальных решений при организаций планов диагностических проверок для ТПС с высокой степенью отказов.

Литература

1. Derman C. On minimax surveillance schedules. – “Naval Res. Logist. Quart.”, 1961, v. 8, № 4.
2. Барзилович Е. Ю., **Каштанов** В. А., Коваленко **И.** Н. О минимаксных критериях в задачах надежности. «Техническая кибернетика», 1971, № 3.
3. Roeloffs R. Minimax surveillance schedules with partial information. “Naval Res. Logist. Quart.”, 1963, v. 10, Dec.
4. Барзилович Е. Ю., Ка**штанов** В. А. Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем. М., «Сов. радио», 1971.

По відомим моделям технічного обслуговування і ремонту при повній відсутності інформації про надійність тягового рухливого складу (ТРС) і при одній відомій точці функції розподілу «часу життя» ТРС визначені оптимальні плани діагностичних перевірок, проведено порівняння вказаних моделей.

Ключові слова: *тяговий рухомий склад, відмова, планування, план діагностичних перевірок, витрати, мінімаксне завдання, мінімаксний план.*

On the known models of technical service and repair at complete null information about reliability of hauling mobile composition (HMC) and at one known point of function of distributing of «time of life» of HMC the optimum plans of diagnostic verifications are certain, comparison of the indicated models is conducted.

Key words: *hauling rolling stock, refuse, planning, plan of diagnostic verifications, expenses, minimax task, minimax plan.*

Капица М. И. — д. т. н, проф. кафедры «Локомотивы» Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта, г. Днепропетровск, Украина
m.i.kapica@ua.fm

Крячко В. А. — финансовый директор ОАО «Днепропетровский стрелочный завод», г. Днепропетровск, Украина

Коваль А. А. — ассистент кафедры «Локомотивы» Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта, г. Днепропетровск, Украина

Рецензент: д. т. н. проф. Дубинец Л.В.