

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

УДК 504.5:[628.334.5/6:519.87]

Н. Н. БЕЛЯЕВ<sup>1\*</sup>, М. В. ЛЕМЕШ<sup>2\*</sup>, В. В. БЕЛЯЕВА<sup>3\*</sup>, П. Б. МАШИХИНА<sup>4\*</sup>,  
З. Н. ЯКУБОВСКАЯ<sup>5\*</sup>

<sup>1\*</sup>Каф. «Гидравлика и водоснабжение», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днепро, Украина, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, эл. почта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0002-1230-8040

<sup>2\*</sup>Каф. «Гидравлика и водоснабжение», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днепро, Украина, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, эл. почта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0002-1531-7882

<sup>3\*</sup>Каф. «Аэрогидромеханика и энергомассоперенос», Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара, пр. Гагарина, 72, Днепро, Украина, 49000, тел. +38 (056) 374 98 22, эл. почта water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0003-2399-3124

<sup>4\*</sup>Каф. «Гидравлика и водоснабжение», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, Днепро, Украина, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, эл. почта gidro\_eko@ukr.net, ORCID 0000-0003-3057-9204

<sup>5\*</sup>Каф. «Физика», Украинский государственный химико-технологический университет, пр. Гагарина, 8, Днепро, Украина, 49005, тел. +38 (056) 753 56 38, эл. почта physics@ndhtu.edu.ua, ORCID 0000-0002-9893-3479

### КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ БИОЛОГИЧЕСКОЙ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД В АЭРОТЕНКАХ С ПЛАСТИНАМИ

**Цель.** Определение эффективности работы аэротенка на этапе проектирования или реконструкции био-реакторов, в которых осуществляется биологическая очистка сточных вод требует использования специальных математических моделей и методов расчета. Основной целью статьи является разработка CFD-модели для оценки эффективности работы аэротенков. **Методика.** Для компьютерного расчета процесса биологической очистки сточных вод в аэротенках, с учётом гидродинамики, разработана численная модель. В основу модели заложены двухуровневые уравнения сохранения массы для субстрата и активного ила и уравнение для потенциала скорости. Процесс биологического преобразования субстрата рассчитан на базе модели Monod. Для численного интегрирования уравнений массопереноса активного ила и субстрата использована попеременно–треугольная разностная схема расщепления. При этом базовые уравнения разделены на два уравнения более упрощенного вида. Для численного интегрирования уравнения для потенциала скорости осуществлено его расщепление на два одномерных уравнения. Далее каждое уравнение решено по явной схеме. Для численного интегрирования уравнений, описывающих процесс трансформации субстрата на базе модели Monod, использован метод Эйлера. **Результаты.** Осуществлена программная реализация построенной численной модели. Приведены результаты вычислительного эксперимента по исследованию процесса очистки сточных вод в аэротенке за счет использования дополнительных элементов в сооружении – пластин. Это приводит к выводу, что управление качеством очистки сточных вод в аэротенках возможно с помощью применения пластин. **Научная новизна.** Разработана многофакторная CFD-модель, позволяющая быстро оценить эффективность работы аэротенка. Особенностью модели является возможность оценки работы аэротенка с учетом его геометрической формы и расположения в сооружении дополнительных пластин. **Практическая значимость.** Построенная численная модель может быть использована при проведе-

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

нии расчетов в случае проектирования сооружений аэротенков или при определении эффективности очистки сточных вод в новых условиях эксплуатации.

*Ключевые слова:* очистка воды; численное моделирование; аэротенк; модель Monod; CFD-модели; биологическая очистка; сточные воды; активный ил; концентрация загрязняющих веществ

## Введение

Биологическая очистка является одним из действенных методов обработки сточных вод [3, 4, 6]. Определение эффективности этой очистки на этапе проектирования или реконструкции биореакторов, в которых осуществляется такой способ обработки сточных вод, требует использования специальных математических моделей и методов расчета. Более того, эти теоретические методы расчета являются основным инструментарием, так как для проведения физического эксперимента в области биологической очистки всегда необходимо продолжительное время и дорогостоящее оборудование. На сегодня разработано значительное количество математических моделей, позволяющих, с разной степенью приближения, определять эффективность работы биореактора. Но существующие математические модели (эмпирические, балансовые, аналитические) [1–5, 7–17] не учитывают ряд важных параметров, влияющих на эффективность работы биореакторов (их геометрические формы и конструктивные особенности, гидродинамику движения в них активного ила и субстрата, наличие дополнительных элементов, различные режимы эксплуатации), или требуют значительного времени при реализации на компьютерах (CFD-модели). Поэтому разработка математических моделей для оценки эффективности работы биологических реакторов, позволяющих учитывать эти важные факторы и быстро определять значения необходимых для проектировщика параметров, является важной научной задачей.

## Цель

Данная работа предусматривает разработку численной модели для оценки эффективности очистки сточных вод в аэротенках. Ставится задача создать многофакторную компьютерную модель, позволяющую быстро рассчитать процесс биологической очистки сточных вод с учетом геометрической формы биореактора.

## Методика

При построении модели будем учитывать следующие факторы:

- геометрические формы аэротенка;
- процесс изменения концентрации субстрата в аэротенках со временем;
- процесс изменения концентрации активного ила в аэротенках со временем;
- наличие дополнительных элементов в аэротенках.

Уравнения материального баланса для субстрата и активного ила в реакторе на основе модели Monod имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial uX}{\partial x} + \frac{\partial vX}{\partial y} &= \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial X}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial X}{\partial y} \right) = 0; \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial uS}{\partial x} + \frac{\partial vS}{\partial y} &= \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial S}{\partial y} \right) = 0; \quad (2) \end{aligned}$$

$$\frac{dX}{dt} = \mu X - K_d X; \quad (3)$$

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\mu}{Y} X; \quad (4)$$

$$\mu = \mu_{\max} \cdot \frac{S}{S + K_s}, \quad (5)$$

где  $K_d$  – коэффициент измерения активного ила;  $t$  – время;  $X$  – осредненная концентрация активного ила в биореакторе;  $S$  – осредненная концентрация субстрата в биореакторе;  $\mu$  – коэффициент диффузии;  $Y$  – параметр в модели Monod;  $u, v$  – компоненты скорости водного потока в биореакторе в направлении осей  $x, y$  соответственно;  $\mu = (\mu_x, \mu_y)$  – компоненты ко-

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

коэффициентов диффузии в рассматриваемой точке плоскости в направлении  $x$ ,  $y$ .

Усредненную концентрацию активного ила и субстрата по ширине биореактора определяют так:

$$X(x, z) = \frac{1}{B} \int X(x, y, z) dy$$

$$S(x, z) = \frac{1}{B} \int S(x, y, z) dy$$

Уравнения (1) и (2) описывают изменение концентрации активного ила и субстрата с течением времени в аэротенке за счет движения и диффузии. Уравнения (3) – (5) описывают процесс потребления субстрата активным илом.

Предельные условия для моделирования уравнений следующие:

1) на входном отверстии граничным условием является:

$$S = S_{in}, X = X_{in},$$

где  $S_{in}, X_{in}$  – известные концентрации субстрата и ила соответственно;

2) граничные условия на выходе с биореактора:

$$S(i+1, j) = S(i, j);$$

$$X(i+1, j) = X(i, j),$$

где  $S(i+1, j), X(i+1, j)$  – концентрации в последней вычислительной ячейке;  $S(i, j), X(i, j)$  – концентрации в предыдущей вычислительной ячейке;

3) на жесткой поверхности:

$$\frac{\partial X}{\partial n} = 0;$$

$$\frac{\partial S}{\partial n} = 0;$$

где  $n$  – единичная нормаль к поверхности.

Начальные условия имеют вид: при  $t=0$   $X=X_0, S=S_0$ .

Для решения задачи гидродинамики – определения поля компонент вектора скорости течения в аэротенке – использована модель потенциального движения [8, 29]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0, \quad (6)$$

где  $P$  – потенциал скорости.

Зная поле потенциала, значения компонент вектора скорости потока в биореакторе определяют по формулам [8, 9, 14]:

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial P}{\partial y}.$$

Рассмотрим разницу зависимостей, с помощью которых осуществляют численное интегрирование моделирующих уравнений. Так, для расчета концентрации субстрата в биореакторе используют переменную-треугольную двухшаговую схему расщепления [2]. На первом этапе расщепления расчетная зависимость имеет вид:

$$S_{ij}^{n+\frac{1}{2}} = S_{ij}^n - Vt \frac{u_{i+1j}^+ S_{ij}^{n+\frac{1}{2}} - u_{ij}^+ S_{i-1j}^{n+\frac{1}{2}}}{Vx} + Vt\mu \frac{-S_{ij}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1j}^{n+\frac{1}{2}}}{2Vx^2} + Vt\mu \frac{-S_{ij}^n + S_{i+1j}^n}{2Vx^2} \quad (7)$$

На втором шаге расщепления расчетная зависимость такова:

$$S_{ij}^{n+1} = S_{ij}^{n+\frac{1}{2}} - Vt \frac{u_{i+1j}^- S_{i+1j}^{n+1} - u_{ij}^- S_{ij}^{n+1}}{Vx} + Vt\mu \frac{-S_{ij}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1j}^{n+\frac{1}{2}}}{2Vx^2} + Vt\mu \frac{-S_{ij}^{n+1} + S_{i+1j}^{n+1}}{2Vx^2} \quad (8)$$

где  $u^+ = \frac{u+|u|}{2}$ ,  $u^- = \frac{u-|u|}{2}$ .

Для второго уравнения разностные схемы имеют вид:

– расчетная зависимость на первом шаге:

$$S_{ij}^{n+\frac{1}{2}} = S_{ij}^n - Vt \frac{v_{ij+1}^+ S_{ij}^{n+\frac{1}{2}} - v_{ij}^+ S_{ij-1}^{n+\frac{1}{2}}}{Vy} + Vt\mu \frac{-S_{ij}^{n+\frac{1}{2}} + S_{ij-1}^{n+\frac{1}{2}}}{2Vy^2} + Vt\mu \frac{-S_{ij}^n + S_{ij+1}^n}{2Vy^2}; \quad (9)$$

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

– расчетная зависимость на втором шаге:

$$S_{ij}^{n+1} = S_{ij}^{n+\frac{1}{2}} - Vt \frac{v_{ij+1}^- S_{ij+1}^{n+1} - v_{ij}^- S_{ij}^{n+1}}{Vy} + Vt\mu \frac{-S_{ij}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1j}^{n+\frac{1}{2}}}{2Vy^2} + Vt\mu \frac{-S_{ij}^{n+1} + S_{i+1j}^{n+1}}{2Vy^2}, \quad (10)$$

где

$$v^+ = \frac{v + |v|}{2}, \quad v^- = \frac{v - |v|}{2}.$$

Для построения локальной одномерной схемы решения уравнения (6) делаем следующие преобразования. Во-первых, представим это уравнение в виде:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}, \quad (11)$$

где  $t$  – фиктивное время.

Далее уравнение (11) разделяем так:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}; \quad (12)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}. \quad (13)$$

Уравнение (12) описывает изменение величины  $P$  в направлении оси  $X$ , а уравнение (13) – изменение в направлении  $Y$ .

Расчетные зависимости (метод Ричардсона) для определения неизвестного значения  $P$  на базе уравнения (12) имеют вид:

$$P_{i,j}^{n+1} = P_{i,j}^n + Vt \frac{P_{i+1,j}^n - P_{i,j}^n}{\Delta x^2} + Vt \frac{-P_{i,j}^n + P_{i-1,j}^n}{\Delta x^2}. \quad (14)$$

Соответственно, расчетные зависимости (метод Ричардсона) для определения неизвестного значения  $P$  на базе уравнения (13):

$$P_{i,j}^{n+1} = P_{i,j}^n + Vt \frac{P_{i,j+1}^n - P_{i,j}^n}{\Delta y^2} + Vt \frac{-P_{i,j}^n + P_{i,j-1}^n}{\Delta y^2}. \quad (15)$$

Так как мы решаем эволюционное уравнение, то расчет по зависимостям (14)–(15) заканчивается, когда выполняется условие:

$$|P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n| \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  – малое число;  $n$  – номер итерации.

Скорость течения рассчитываем следующим образом:

$$u = \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta x},$$

$$v = \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta y}.$$

Для численного интегрирования уравнений (3)–(4) используют метод Эйлера [5].

Алгоритм решения такой задачи включает два главных этапа.

На первом этапе выполняют следующие шаги:

- 1) рассчитывают поле потенциала скорости  $P(x, y)$  в аэротенке;
- 2) определяют поле скорости потока  $u(x, y)$ ,  $v(x, y)$  в аэротенке.

Второй этап (расчет на временном шаге  $dt$ ) содержит следующие шаги:

- 1) рассчитывают изменение концентрации активного ила в аэротенке за счет движения потока и диффузии;
- 2) рассчитывают изменение концентрации субстрата в аэротенке за счет движения потока и диффузии;
- 3) рассчитывают изменение концентрации активного ила и субстрата в каждой разностной ячейке на базе модели Monod;
- 4) расчет повторяют на новом временном шаге, начиная с п. 1.

На базе построенной численной модели была разработана компьютерная программа «БИО–2К». Программирование выполнено на алгоритмическом языке FORTRAN.

## Результаты

Приведем результаты решения задачи по оценке эффективности работы аэротенка с помощью, разработанной CFD-модели. Были рассмотрены следующие сценарии:

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

сценарій № 1: аэротенк работает без дополнительных элементов внутри сооружения;

сценарій № 2: аэротенк имеет одну пластину внутри сооружения;

сценарій № 3: аэротенк имеет две пластины внутри сооружения;

сценарій № 4: аэротенк работает как резервуар для деструкции субстрата, но нет попадания и выхода субстрата и активного ила. То есть в данном сценарии аэротенк – это емкость, наполненная активным илом и субстратом, и был исследован процесс изменения их концентрации по модели Monod.

Расчеты выполнены при следующих исходных данных:

$S_{in} = 360$  мг/л – концентрация субстрата (БПКпов), которая поступает в сооружение;

размеры биореактора  $15 \times 5$  м;

$Q_s(t) = 3495$  м<sup>3</sup>/сутки – расход сточных вод;  $\mu_x = \mu_y = 2 \times 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/сутки;

$X_{in} = 200$  мг/л – концентрация активного ила, который поступает в реактор;

$\mu_{max} = 1,04$  – параметр показателя воспроизводимости;

$K_s = 100$  мг/л – параметр илового индекса;

$K_d = 0,055$  1/сутки – коэффициент, который учитывает смерть микроорганизмов;

$Y = 0,55$  – параметр в модели Monod.

Начальное условие:  $S_{in} = 360$  мг/л,  $X_{in} = 200$  мг/л, – концентрация субстрата и активного ила в реакторе для момента времени  $t = 0$ .

На рис. 1–4 показано, как изменяется концентрация субстрата на выходе из реактора для рассматриваемых сценариев. Концентрация является осредненной по ширине аэротенка для момента времени  $t = 1,5$  (время безразмерное). Каждое число на приведенных рисунках показывает концентрацию субстрата в процентах от максимальной концентрации (это концентрация на входе в реактор  $S_{in} = 360$  мг/л).

Как видно из приведенных рисунков, поле концентрации субстрата внутри реактора можно поделить на две зоны. Первая зона соответствует диапазону концентрации от 99 до 10 % и занимает примерно первую половину реактора. Вторая зона соответствует концентрации субстрата в диапазоне 10–3 % (выход из реактора). Граница между зонами имеет вид

«наклонной» линии. Вторая зона имеет даже «разреженный» вид. Значительная концентрация субстрата в первой зоне обусловлена постоянным попаданием его в сооружение сквозь входное отверстие.

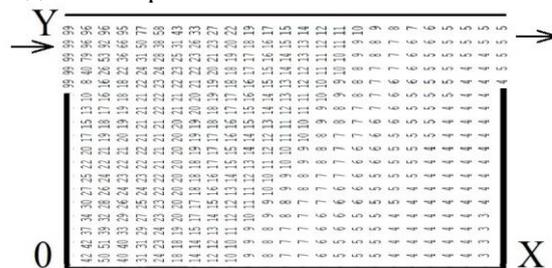


Рис. 1. Концентрация субстрата в биореакторе (нет пластин, сценарий № 1)

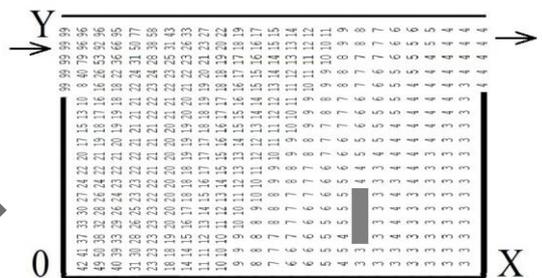


Рис. 2. Концентрация субстрата в биореакторе (одна пластина, сценарий № 2)

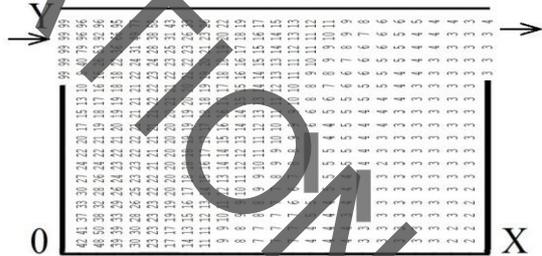


Рис. 3. Концентрация субстрата в биореакторе (две пластины, сценарий № 3)

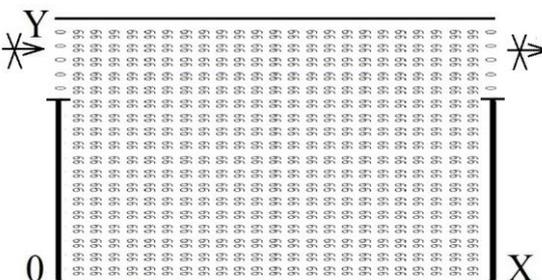


Рис. 4. Концентрация субстрата в биореакторе,  $t = 1,5$  (нет течения в реакторе, сценарий № 4)

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

На рис. 5 показано поле концентрації активного іла в соорудженні (кожене число – концентрація активного іла в процентах від максимального значення концентрації на даний момент часу, для цього моменту часу –  $X_{\max} = 620,76$  мг/л). Ця концентрація поступово зменшується від входного отвору (де активний іл входить в реактор) до виходу.

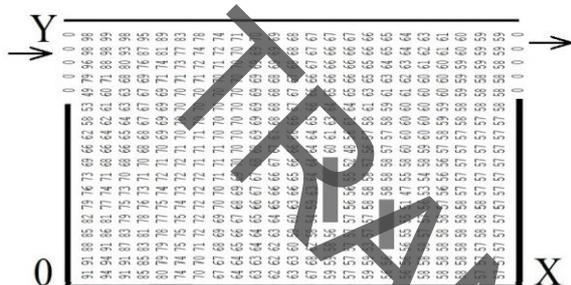


Рис. 5. Концентрація активного іла в біореакторі,  $t = 1,5$  (дві пластини, сценарій № 3)

Так, в табл. 1 показано середнє значення концентрації субстрату на виході з реактора для моменту часу  $t = 1,5$  для кожного сценарію.

Таблиця 1

## Среднее значение концентрации субстрата на выходе из биореактора

Сценарий	Сценарий № 1	Сценарий № 2	Сценарий № 3	Сценарий № 4
Концентрация	19,95 мг/л	17,37 мг/л	14,71 мг/л	1,63 мг/л

Как видно из табл. 1, пластины в сооружении влияют на эффективность очистки воды в биореакторе. Наиболее активно процесс очистки воды проходит, если нет движения в реакторе (сценарий № 4), т. е. – если нет попадания в реактор новых порций субстрата. Таким образом, можно сделать вывод, что управление качеством очистки сточных вод в биологических реакторах возможно за счет использования дополнительных элементов в сооружении – пластин.

Также важно сравнить динамику скорости очистки воды в реакторе, если нет движения (сценарий № 4) и когда есть движение (сценарий № 1).

Биологические реакторы в сценариях № 1 и № 4 имеют одинаковую геометрию, поэтому такое сравнение является логичным. В табл. 2 показаны результаты расчетов для этих реакторов.

Таблиця 2

## Среднее значение концентрации субстрата на выходе из биореактора

Время (безразмерное)	Сценарий № 4	Сценарий № 1
0,6	148,32 мг/л	133,81 мг/л
0,96	44,71 мг/л	55,38 мг/л
1,2	12,25 мг/л	32,76 мг/л
1,4	2,89 мг/л	22,66 мг/л
1,5	1,63 мг/л	19,95 мг/л

Анализ данных табл. 2 показывает, что примерно с момента времени  $t = 0,96$  начинается замедление процесса очистки воды в реакторе, где имеет место движение (сценарий № 1). К моменту времени  $t = 1,5$  концентрация субстрата на выходе из реактора, где есть движение, очень существенно отличается от концентрации для реактора, где нет движения.

Отметим, что время при расчете каждого сценария составило 5 с.

## Научная новизна и практическая значимость

Предложена новая численная 2D-модель для оценки эффективности работы аэротенка. Особенностью модели является возможность оценки работы аэротенка с учетом его геометрической формы и расположения в сооружении дополнительных пластин. Моделируемые уравнения отражают фундаментальный закон механики сплошной среды – закон сохранения массы.

Разработанная численная модель позволяет определять поле концентрации субстрата и активного ила в биореакторе. Модель может быть полезна при проведении расчетов в случае проектирования сооружений биологической очистки или при реконструкции имеющихся биореакторов.

**Выводы**

В статье разработана новая численная модель, позволяющая определять эффективность работы аэротенка с учетом его геометрической формы. Результаты вычислительных экспериментов показывают, что использование допол-

нительных элементов в аэротенке способствует повышению эффективности очистки воды.

В дальнейшем это научное направление следует развивать в области разработки численных моделей для оценки эффективности работы аэротенка на базе уравнения Навье-Стокса.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Беляев Н. Н., Нагорная Е. К. *Математическое моделирование массопереноса в отстойниках систем водоотведения* : монография. Днепропетровск : Новая идеология, 2012. 112 с.
2. Беляев Н. Н., Козачина В. А. *Математическое моделирование массопереноса в горизонтальных отстойниках* : монография. Днепропетровск : Акцент ПП, 2015. 115 с.
3. Василенко О. А., Грабовський П. О., Ларкіна Г. М., Поліщук О. В., Прогульний В. Й. *Реконструкція і інтенсифікація споруд водопостачання та водовідведення* : навч. посіб. Київ : ІВНВКП «Укреліотек», 2010. 272 с.
4. Карелин Я. А., Жуков Д. Д., Журов В. Н., Репин Б. Н. *Очистка производственных сточных вод в аэротенках*. Москва : Стройиздат, 1973. 223 с.
5. Ласков Ю. М., Воронов Ю. В., Калинин В. И. *Примеры расчетов канализационных сооружений*. Москва : Высшая школа, 1981. 237 с.
6. Олійник О. Я., Айрапетян Т. С. Моделювання очисних стічних вод від органічних забруднень в біореакторах-аэротенках зі зваженим (вільно плаваючим) і закріпленим біоценозом. *Доповідь НАН України*. 2015. № 5. С. 55–60. DOI: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2015.05.055>
7. Alharbi A. O. M. The biological treatment of wastewater : mathematical models. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*. 2016. Vol. 94. Iss. 2. P. 347–348. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0004972716000411>
8. Amaral A., Gillot S., Garrido-Baserba M., Filali A., Karpinska A. M., Plósz B. G., ... Rosso D. Modelling gas-liquid mass transfer in wastewater treatment : when current knowledge needs to encounter engineering practice and vice-versa. *Water Science & Technology*. 2019. Vol. 80. Iss. 4. P. 607–619. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2019.253>
9. Babaei A., Azadi R., Jaafarzadeh N., Alavi N. Application and Kinetic Evaluation of upflow Anaerobic bio-film Reactor for Nitrogen Removal from Wastewater. *Iranian Journal of Environmental Health Science and Engineering*. 2013. Vol. 10. Iss. 1. P. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1186/1735-2746-10-20>
10. Bomba A., Klymiuk Y., Prysiazhniuk I., Prysiazhniuk O., Safonyk A. Mathematical modeling of wastewater treatment from multicomponent pollution by through microporous filling. *AIP Conference Proceedings*. 2016. Vol. 1773. P. 040003-1–040003-11. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4964966>
11. Dapelo D., Bridgeman G. A CFD strategy to retrofit an anaerobic digester to improve mixing performance in wastewater treatment. *Water Science & Technology*. 2020. Vol. 81. Iss. 8. P. 1646–1657. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2020.086>
12. Gao H., Stenstrom M. K. Development and applications in CFD modeling for secondary settling tanks over the last three decades : A review. *Water Environment Research*. 2019. Vol. 92. Iss. 6. P. 796–820. DOI: <https://doi.org/10.1002/wer.1279>
13. Gao H., Stenstrom M. K. Influence of Model Parameters and Inlet Turbulence Boundary Specification Methods in Secondary Settling Tanks : Computational Fluid Dynamics Study. *Journal of Environmental Engineering*. 2020. Vol. 146. Iss. 5. P. 04020028-1–04020028-12. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EE.1943-7870.0001689](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EE.1943-7870.0001689)
14. Gao H., Stenstrom M. K. Computational Fluid Dynamics Analysis for Improving Secondary Settling Tank Performance. *Conference : World Environmental and Water Resources Congress 2020*. 2020. P. 212–224. DOI: <https://doi.org/10.1061/9780784482988.021>
15. Griborio A. *Secondary Clarifier Modeling : A Multi-Process Approach. Dissertation and Theses*. University of New Orleans : USA, 2004. 440 p.

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

16. Mocanu C. R., Mihaillescu R. Numerical Simulation Wastewater Treatment Aeration Processes. *U. P. B. Sci. Bull., Series D*. 2012. Vol. 74. Iss. 2. P. 191–198.
17. Pereda M., Zamarrero J. M. Agent – based modeling of an activated sludge process in batch reactor. *19<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation Aquis*. 2011. P. 1128–1133.  
DOI: <https://doi.org/10.1109/med.2011.5983027>

М. М. БІЛЯЄВ<sup>1\*</sup>, М. В. ЛЕМЕШ<sup>2\*</sup>, В. В. БІЛЯЄВА<sup>3\*</sup>, П. Б. МАШИХІНА<sup>4\*</sup>,  
З. М. ЯКУБОВСЬКА<sup>5\*</sup>

<sup>1\*</sup>Каф. «Гідраліка і водопостачання», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта [water.supply.treatment@gmail.com](mailto:water.supply.treatment@gmail.com), ORCID 0000-0002-1230-8040

<sup>2\*</sup> Каф. «Гідраліка і водопостачання», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта [water.supply.treatment@gmail.com](mailto:water.supply.treatment@gmail.com), ORCID 0000-0002-1531-7882

<sup>3\*</sup>Каф. «Аерогідромеханіка та енергомасоперенос», Дніпровський національний університет імені Олеса Гончара, пр. Гагаріна, 72, Дніпро, Україна, 49000, тел. +38 (056) 374 98 22, ел. пошта [water.supply.treatment@gmail.com](mailto:water.supply.treatment@gmail.com), ORCID 0000-0003-2399-3124

<sup>4\*</sup> Каф. «Гідраліка і водопостачання», Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (056) 273 15 09, ел. пошта [gidro\\_eko@ukr.net](mailto:gidro_eko@ukr.net), ORCID 0000-0003-3057-9204

<sup>5\*</sup>Каф. «Фізика», Український державний мікро-технологічний університет, пр. Гагаріна, 8, Дніпро, Україна, 49005, тел. +38 (056) 753 56 38, ел. пошта [physics@udm.edu.ua](mailto:physics@udm.edu.ua), ORCID 0000-0002-9893-3479

## КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ БІОЛОГІЧНОГО ОЧИЩЕННЯ СТИЧНИХ ВОД В АЕРОТЕНКАХ ІЗ ПЛАСТИНАМИ

**Мета.** Визначення ефективності роботи аеротенків на етапі проектування або реконструкції біореакторів, у яких здійснюється біологічне очищення стічних вод, вимагає використання спеціальних математичних моделей і методів розрахунку. Основною метою статті є розробка CFD-моделі для оцінки ефективності роботи аеротенка. **Методика.** Для комп'ютерного розрахунку процесу біологічного очищення стічних вод в аеротенку, з урахуванням гідродинаміки, розроблена чисельна модель. В основу моделі покладено двовимірні рівняння збереження маси для субстрату та активного мулу та рівняння для потенціалу швидкості. Процес біологічного перетворення субстрату розраховано на базі моделі Monod. Для чисельного інтегрування рівнянь масопереносу активного мулу та субстрату використано поперемінно-трикутну різницеву схему розщеплення. При цьому базові рівняння розщеплено на два рівняння більш спрощеного вигляду. Для чисельного інтегрування рівняння для потенціалу швидкості здійснено його розщеплення на два одновимірних рівняння. Далі кожне рівняння розв'язано за явною схемою. Для чисельного інтегрування рівнянь, що описують процес трансформації субстрату на базі моделі Monod, використано метод Ейлера. **Результати.** Здійснено програмну реалізацію побудованої чисельної моделі. Наведено результати обчислювального експерименту з дослідження процесу очищення стічних вод в аеротенку за рахунок використання додаткових елементів у споруді–пластин. Це дозволяє зробити висновки, що управління якістю очищення стічних вод в аеротенках можливе за допомогою застосування пластин. **Наукова новизна.** Розроблено багатofакторну CFD-модель, що дозволяє швидко оцінити ефективність роботи аеротенка. Особливістю моделі є можливість оцінки роботи аеротенка з урахуванням його геометричної форми та розташування в споруді додаткових пластин. **Практична значимість.** Побудована чисельна модель може бути використана під час проведення розрахунків у випадку проектування споруд аеротенків або під час визначення ефективності очищення стічних вод за нових умов експлуатації.

**Ключові слова:** очищення води; чисельне моделювання; аеротенк; модель Monod; CFD-моделі; біологічне очищення; стічні води; активний мул; концентрація забруднювальних речовин

M. M. BILIAIEV<sup>1\*</sup>, M. V. LEMESH<sup>2\*</sup>, V. V. BILIAIEVA<sup>3\*</sup>, P. B. MASHYKHINA<sup>4\*</sup>,  
Z. M. YAKUBOVSKA<sup>5\*</sup>

<sup>1\*</sup>Dep. «Hydraulics and Water Supply», Dnipro National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0002-1531-7882

<sup>2\*</sup>Dep. «Hydraulics and Water Supply», Dnipro National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0002-1230-8040

<sup>3\*</sup>Dep. «Fluid Dynamics, Energy and Mass Transfer», Oles Honchar Dnipro National University, Haharina Av., 72, Dnipro, Ukraine, 49000, tel. +38 (056) 374 98 22, e-mail water.supply.treatment@gmail.com, ORCID 0000-0003-2399-3124

<sup>4\*</sup>Dep. «Hydraulics and Water Supply», Dnipro National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryana St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (056) 273 15 09, e-mail gidro\_eko@ukr.net, ORCID 0000-0003-3057-9204

<sup>5\*</sup>Dep. «Physics», Ukrainian State University of Chemical Technology, Haharina Av., 8, Dnipro, Ukraine, 49005, tel. +38 (056) 753 56 38, e-mail physics@udhtu.edu.ua, ORCID 0000-0002-9893-3479

## COMPUTER SIMULATION OF BIOLOGICAL WASTEWATER TREATMENT PROCESSES IN AEROTANKS WITH PLATES

**Purpose.** Efficiency determination of the aeration tank at the stage of design or reconstruction of bioreactors in which biological wastewater treatment is carried out requires the use of special mathematical models and calculation methods. The main purpose of the article is to develop CFD models for evaluating the operation efficiency of aeration tanks. **Methodology.** A numerical model has been developed for the computer calculation of the biological wastewater treatment process in aerotanks, taking into account hydrodynamics. The model is based on two-level mass conservation equations for the substrate and activated sludge and the velocity potential equation. The process of biological transformation of the substrate is calculated based on the Monod model. For the numerical integration of the mass transfer equations of activated sludge and substrate, the alternating-triangular difference splitting scheme is used. In this case, the basic equations are divided into two equations of a more simplified form. For the numerical integration of the equations for the velocity potential, it is split into two one-dimensional equations. Further, each equation is solved according to explicit scheme. For the numerical integration of equations that describe the process of substrate transformation based on the Monod model, the Euler method is used. **Findings.** The software implementation of the constructed numerical model has been carried out. The results of a computational experiment on the study of the wastewater treatment process in an aeration tank with plates are presented. This leads to the conclusion that the quality control of wastewater treatment in aeration tanks is possible with the help of plates. **Originality.** A multivariate CFD model has been developed, which makes it possible to quickly assess the efficiency of the aeration tank. A feature of the model is the ability to evaluate the operation of the aeration tank, taking into account its geometric shape and location of additional plates in the construction. **Practical value.** The constructed numerical model can be used during calculations in the case of designing aeration tanks, or in determining the efficiency of wastewater treatment under new operating conditions.

**Keywords:** water purification; numerical modeling; aerotank; model Mono; CFD models; biological cleaning; wastewater; activated sludge; concentration of pollutants

### REFERENCES

1. Biliaiev, N. N., & Nagornaya, E. K. (2012). *Matematicheskoye modelirovaniye massoperenosa v otstoynikakh sistem vodootvedeniya*: monografiya. Dnepropetrovsk: Novaya ideologiya. (in Russian)
2. Biliaiev, N. N., & Kozachina, V. A. (2015). *Modelirovaniye massoperenosa v gorizontalnykh otstoynikakh*: monografiya. Dnepropetrovsk: Aktsent PP. (in Russian)
3. Vasylenko, O. A., Hrabovskiy, P. O., Larkina, H. M., Polishchuk, O. V., & Prohulnyi, V. Y. (2010). *Rekonstruktsiia i intensyfikatsiia sporud vodopostachannia ta vodovidvedennia*: navchalnyi posibnyk. Kyiv: IVNVKP «Ukrheliotek». (in Ukrainian)
4. Karelin, Ya. A., Zhukov, D. D., Zhurov, V. N., & Repin, B. N. (1973). *Ochistka proizvodstvennykh stochnykh vod v aerotenkah*. Moscow: Stroiyzdat. (in Russian)

## ЕКОЛОГІЯ ТА ПРОМИСЛОВА БЕЗПЕКА

5. Laskov, Yu. M., Voronov, Yu. V., & Kalicun, V. I. (1981). *Primery raschetov kanalizacionnyh sooruzhenij*. Moscow: Vysshaya Shkola. (in Russian)
6. Oleynik, A. Y., & Airapetyan, T. S. (2015). The modeling of the clearance of waste waters from organic pollutions in bioreactors-aerotanks with suspended (free flow) and fixed biocenoses. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*, 5, 55-60. DOI: <https://doi.org/10.15407/dopovid2015.05.055> (in Ukrainian)
7. Alharbi, A. O. M. (2016). The biological treatment of wastewater: mathematical models. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*, 94(2), 347-348. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0004972716000411> (in English)
8. Amaral, A., Gillot, S., Garrido-Baserba, M., Filali, A., Karpinska, A. M., Plósz, B. G., ... & Rosso, D. (2019). Modelling gas-liquid mass transfer in wastewater treatment: when current knowledge needs to encounter engineering practice and vice-versa. *Water Science & Technology*, 80(4), 607-619. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2019.253> (in English)
9. Babaei, A., Azadi, R., Jaafarzadeh, N., & Alavi, N. (2013). Application and Kinetic Evaluation of upflow Anaerobic biofilm Reactor for Nitrogen Removal from Wastewater. *Iranian Journal of Environmental Health Science and Engineering*, 10(1), 1-8. DOI: <https://doi.org/10.1186/1735-2746-10-20> (in English)
10. Bomba, A., Klymiuk, Y., Prysiazniuk, I., Prysiazniuk, O., & Safonyk, A. (2016). Mathematical modeling of wastewater treatment from multicomponent pollution by through microporous filling. *AIP Conference Proceedings*, 1773, 040003-1-040003-11. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4964966> (in English)
11. Dapelo, D., & Bridgeman, G. (2020). A CFD strategy to retrofit an anaerobic digester to improve mixing performance in wastewater treatment. *Water Science & Technology*, 81(8), 1646-1657. DOI: <https://doi.org/10.2166/wst.2020.086> (in English)
12. Gao, H., & Stenstrom, M. K. (2019). Development and applications in CFD modeling for secondary settling tanks over the last three decades: A review. *Water Environment Research*, 92(6), 796-820. DOI: <https://doi.org/10.1002/wer.1279> (in English)
13. Gao, H., & Stenstrom, M. K. (2020). Influence of Model Parameters and Inlet Turbulence Boundary Specification Methods in Secondary Settling Tanks: Computational Fluid Dynamics Study. *Journal of Environmental Engineering*, 146(5), 04020028-1-04020028-12. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EE.1943-7870.0001689](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EE.1943-7870.0001689) (in English)
14. Gao, H., & Stenstrom, M. K. (2020). Computational Fluid Dynamics Analysis for Improving Secondary Settling Tank Performance. *Conference: World Environmental and Water Resources Congress 2020*, 212-224. DOI: <https://doi.org/10.1061/9780784482988.021> (in English)
15. Griborio, A. (2004). *Secondary Clarifier Modeling: A Multi-Process Approach*. Dissertation and Theses. USA, University of New Orleans Publ. (in English)
16. Mocanu, C. R., & Mihaillescu, R. (2012). Numerical Simulation Wastewater Treatment Aeration Processes. *U. P. B. Sci. Bull., Series D*, 74(2), 191-198. (in English)
17. Pereda, M., & Zamarreno, J. M. (2011). Agent-based modeling of an activated sludge process in batch reactor. *19<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation Aquis*, 1128-1133. DOI: <https://doi.org/10.1109/med.2011.5983027> (in English)

Надійшла до редколегії: 05.06.2020

Прийнята до друку: 07.10.2020