

## МАТЕМАТИКО-КОГНІТИВНА ОСНОВА ДЛЯ СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ОНТОЛОГІЧНИХ ВІДНОШЕНЬ

Галушка О.В.<sup>1</sup>, Шинкаренко В.І.<sup>2</sup>

*<sup>1</sup>Український державний університет науки і технологій, аспірант, Україна*

*<sup>2</sup>Український державний університет науки і технологій, д.т.н, професор, Україна*

**Анотація.** У даній роботі проаналізовано способи та підходи до систематизації онтологічних відношень, що базуються на інтеграції їх математичних властивостей, когнітивної та семантичної природи. Відношення розглядаються як множини кортежів певної арності, що задають зв'язки між елементами. Алгебра відношень допомагає зрозуміти смислові закономірності цих зв'язків і узагальнити правила їхнього комбінування. Аналізуються базові відношення, сформовані шляхом узагальнення образних когнітивних схем, та похідні від них. Також розглядаються синтетичні та мета-відношення (відношення між відношеннями). Особлива увага приділяється логічній композиції відношень і властивостям цього процесу. Окремо звернено увагу на зв'язок між базовими відношеннями, які є результатом узагальнення сенсорного досвіду сприйняття інформації, та відношеннями, синтезованими штучно з використанням аксіоматики на рівні онтології та комбінування на основі формальної логіки. Запропонована таксономія орієнтована на впорядкування множини відношень для формування універсальних і несуперечливих онтологій, які можуть застосовуватися у різних предметних областях.

**Ключові слова.** Онтологія, таксономія, відношення, образні схеми, формалізація знань, семантика, алгебра відношень.

**Вступ.** Розробка онтологій стикається із серйозною проблемою: через нескінченну кількість можливих онтологічних відношень та великого об'єму розробленої онтології з'являється її невпорядкованість, що призводить до суперечливості описаних знань, та неможливості підтримки такої онтології. За умов, коли інформаційні системи вимагають високої ступені структурованості та логічної несуперечливості, з'являється необхідність у чіткому

методологічному підході для впорядкування цих відношень. Запропонований матеріал спрямований на вирішення цієї проблеми шляхом розробки математико-когнітивної основи для систематизації онтологічних відношень.

**Основний матеріал.** Відношення розглядаються як множини кортежів певної арності. Транзитивність, рефлексивність та симетричність є фундаментальними властивостями відношень у математичному сенсі [1]. Саме ці властивості та їх комбінації визначають семантичну і когнітивну природу відношень у контексті логіки, на базі якої будуються виводи в онтологіях. Висновки щодо цих властивостей спираються на алгебру відношень (зокрема, роботи А. Тарського[2]), що дозволяє формалізувати композицію, обернення і комбінування відношень, а також на теорію категорій, де відношення розглядаються як морфізми заданими на множині об'єктів.

Виділяються базові відношення [3], що ґрунтуються на сенсорному досвіді людини й представлені образними схемами [4, 5, 6]: «частина-ціле», «контейнер», «шлях», «вгору-вниз», «сила» тощо. Вони формуються шляхом узагальнення від конкретної сенсорної інформації до абстрактних образних схем, які, у свою чергу, набувають формального вигляду відношень з визначеною семантикою. Таким чином, напрямок узагальнення для базових відношень веде від інформації до семантики. Похідні відношення, навпаки, формуються як результат уточнення вже наявних абстрактних відношень шляхом додавання контексту, метаданих або аксіоматичних обмежень, тобто напрямок узагальнення для них йде у зворотному порядку – від семантики до конкретизації.

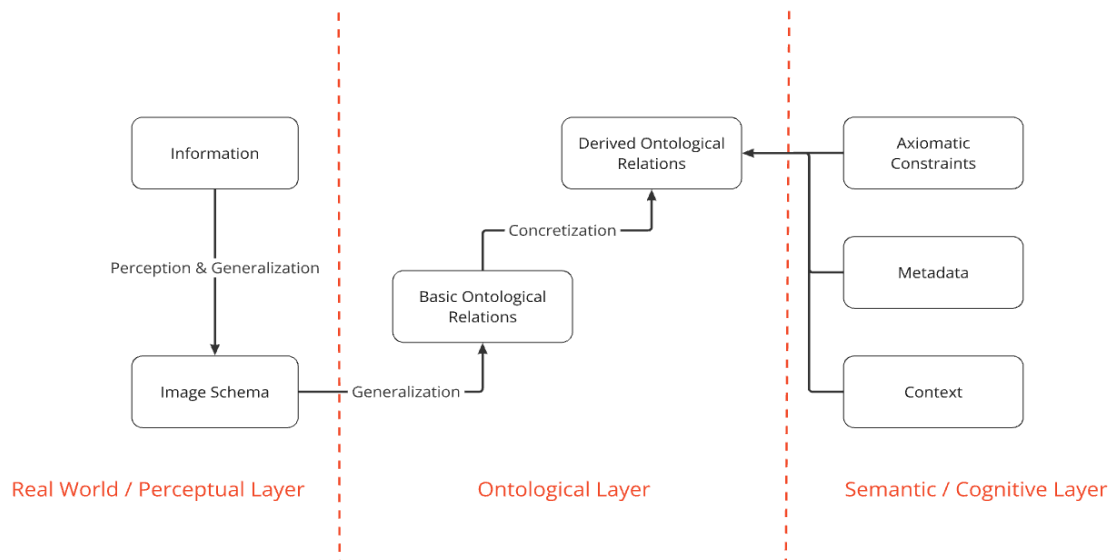


Рисунок 1 – Базові та похідні онтологічні відношення

Окрема увага приділяється синтетичним відношенням, які утворюються як композиції інших відношень на основі формальних правил логіки першого порядку [7]. Прикладом є відношення «більше або дорівнює», яке формується як поєднання відношень «більше» та «дорівнює». Синтетичні відношення мають особливе положення, оскільки на відміну від базових узагальнених відношень, що виникають із сенсорного сприйняття та образних схем, вони є продуктом логічного конструювання. Такі відношення перебирають частину властивостей своїх складових: наприклад, якщо обидва відношення є транзитивними, то їх логічна композиція також є транзитивною. Однак, у випадку конфлікту властивостей (наприклад, симетрії та антисиметрії), таке відношення не перебирає жодну з конфлікуючих властивостей. Таким чином, логічне конструювання відношень схоже на інтерференцію по наявним властивостям.

Проаналізовано прояви відношень у різних модальностях людського сприйняття, зокрема у візуальній, слуховій та тактильній сферах. Продемонстровано, що просторові та часові відношення можуть бути осмислені як структурно споріднені через універсальні когнітивні образні схеми. Зокрема, відношення «ліворуч» у просторі та «раніше» в часі є проявами однієї й тієї ж узагальненої схеми порядку або впорядкування. Іншим прикладом такого узагальнення є відношення «вище-нижче» у просторі [8] та

«вище-нижче» в ієрархічному вимірі, наприклад, у соціальних чи організаційних структурах («вище за посадою»). У першому випадку це просторове розміщення об'єктів, що сприймається сенсорно, у другому – абстрактний порядок, який відображає підпорядкування або відмінність у статусі. Таким чином, когнітивна основа багатьох базових відношень є універсальною, а їх модальне вираження (в просторі, часі, смислового вираженні) лише конкретизує загальну логіку впорядкування, що зумовлює семантичну єдність цих зв'язків.

Існують також мета-відношення – відношення між самими відношеннями. Як правило, такі відношення задаються аксіоматично [9] на рівні онтології, забезпечуючи її внутрішню узгодженість і логічну несуперечливість. Прикладами мета-відношень є інверсія (наприклад, відношення `hasParent` і його обернене `hasChild`), композиція (наприклад, відношення `uncleOf`, яке формується як композиція `brotherOf` і `parentOf`), ієрархія відношень (відношення спеціалізації, наприклад, «`isA`» як субвідношення до більш загального «`relatedTo`»), та еквівалентність (встановлення тотожності між різними формулюваннями одного й того ж зв'язку). Мета-відношення виконують роль механізму, який дозволяють формувати надбудову над множиною відношень створюючи основи для формального аналізу сумісності і виводу фактів в рамках онтології.

**Висновки.** Розроблена систематизація онтологічних відношень [10] є основою для побудови універсальної системи онтологічних моделей, які можуть бути використані для формалізації знань у різних сферах діяльності – від науки до інженерії знань. Вона дозволяє навести порядок у великій кількості відношень, ґрунтуючись на їх математичних, семантичних та когнітивних властивостях, і тим самим створити єдиний каркас для узгодженого представлення знань. Запропонована таксономія допомагає уникати протиріч в онтологіях, підвищуючи їх логічну узгодженість. Таким чином, така систематизація є не лише теоретичним підходом до класифікації відношень, але й практичним керівництвом для побудови гнучких онтологій,

які можуть легко оновлюватися та використовуватися в реальних інформаційних системах для обробки знань.

### **ЛІТЕРАТУРА**

1. Russell, B. (2020). Principles of mathematics. Routledge.
2. Tarski, A. (1994). Introduction to Logic and to the Methodology of the Deductive Sciences (Vol. 24). Oxford university press.
3. Herre, H., Heller, B., Burek, P., Hoehndorf, R., Loebe, F., & Michalek, H. (2006). General formal ontology (GFO). Part I: Basic Principles. *Onto-Med Report*, 8.
4. Lakoff, G., & Johnson, M. (2008). *Metaphors we live by*. University of Chicago press.
5. Johnson, M. (2013). *The body in the mind: The bodily basis of meaning, imagination, and reason*. University of Chicago press.
6. Hoffman, D. D., Singh, M., & Prakash, C. (2015). The interface theory of perception. *Psychonomic bulletin & review*, 22, 1480-1506.
7. Sowa, J. F. (2000). *Knowledge Representation: Logical, Philosophical, and Computational Foundations*. Brooks/Cole.
8. Hayes, P. J. (1989). Naive physics I: Ontology for liquids. In *Readings in qualitative reasoning about physical systems* (pp. 484-502).
9. Baader, F., Horrocks, I., & Sattler, U. (2008). Description logics. *Foundations of Artificial Intelligence*, 3, 135-179.
10. Guarino, N., & Welty, C. (2002). Evaluating ontological decisions with OntoClean. *Communications of the ACM*, 45(2), 61-65.

### **MATHEMATICAL AND COGNITIVE FOUNDATION FOR THE SYSTEMATIZATION OF ONTOLOGICAL RELATIONS**

Oleksandr Halushka, Viktor Shynkarenko

**Abstract.** *This paper analyzes the methods and approaches for the systematization of ontological relations, based on the integration of their mathematical properties, cognitive foundations, and semantic nature. Relations are considered as sets of tuples of a given arity that define links between elements. Relation algebra helps to understand the semantic patterns underlying these connections and to generalize the rules of their composition. The study examines fundamental relations formed by generalizing image-based cognitive schemas and derived relations based on them. Synthetic and meta-relations (relations between relations) are also considered. Special attention is given to the logical composition of relations and the properties of this process. The paper highlights the connection between basic relations, which emerge from the generalization of sensory experience, and relations artificially synthesized using axiomatic definitions at the ontology level and formal logic-based composition. The proposed taxonomy is aimed at organizing sets of relations to support the construction of universal and consistent ontologies applicable across various domains.*

**Keywords:** *Ontology, taxonomy, relations, image schemas, knowledge formalization, semantics, relation algebra.*

### **REFERENCE**

1. Russell, B. (2020). Principles of mathematics. Routledge.
2. Tarski, A. (1994). Introduction to Logic and to the Methodology of the Deductive Sciences (Vol. 24). Oxford university press.
3. Herre, H., Heller, B., Burek, P., Hoehndorf, R., Loebe, F., & Michalek, H. (2006). General formal ontology (GFO). Part I: Basic Principles. *Onto-Med Report*, 8.
4. Lakoff, G., & Johnson, M. (2008). *Metaphors we live by*. University of Chicago press.
5. Johnson, M. (2013). *The body in the mind: The bodily basis of meaning, imagination, and reason*. University of Chicago press.
6. Hoffman, D. D., Singh, M., & Prakash, C. (2015). The interface theory of perception. *Psychonomic bulletin & review*, 22, 1480-1506.
7. Sowa, J. F. (2000). *Knowledge Representation: Logical, Philosophical, and Computational Foundations*. Brooks/Cole.
8. Hayes, P. J. (1989). Naive physics I: Ontology for liquids. In *Readings in qualitative reasoning about physical systems* (pp. 484-502).
9. Baader, F., Horrocks, I., & Sattler, U. (2008). Description logics. *Foundations of Artificial Intelligence*, 3, 135-179.
10. Guarino, N., & Welty, C. (2002). Evaluating ontological decisions with OntoClean. *Communications of the ACM*, 45(2), 61-65.