ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

инж. А.М. Осипов

НЕКОТОРЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ИЗГИБА СТЕРЖНЕЙ И СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

(022 - сопротивление материалов и строительная механика) .

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

г.Днепропетровск
1969

Работа выполнена в Днепропетровском институте инженеров железнодорожного транспорта.

Научный руководитель - профессор, доктор технических наук Бондарь Н.Г.

Официальные оппоненты профессор, д.т.н. Моргаевский А.Б., к.т.н. Ткаченко А.С.

Ведущее предприятие Днепропетровское отделение института механики АН УССР

Автореферат разослан 1969 г.

Защита диссертации состоится 1969 г. на заседании Совета Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта (ул. Университетская, 2).

С диссертацией можно познакомиться в библиотеке института

Бурное развитие техники на современном этапе ставит большое количество задач, многие из которых математически описываются линейными и нелинейными дифференциальными уравнениями второго порядка с постоянными или переменными коэффициентами.

К таким задачам относятся задачи по определению больших перемещений при изгибе тонких стержней, а также задачи изгиба стержней, выполненных из нелинейных материалов.

Известно, что существует широкий класс материалов, используемых в технике, для которых даже в области малых деформаций обнаруживаются отклонения от закона Гука. К таким материалам относятся многие цветные металлы, чугун, бетон, некоторые специальные стали, алюминиевые сплавы и пластмассы (реактопласты).

Классическая теория упругости, основанная на обобщенном законе Гука, в данном случае не применима

Решению задач изгиба стержней с геометрической нелинейностью посвящены работы русского ученого Е.Л.Николаи, существенно продвинувшего теорию изгиба тонких стержней и ряда других ученых : Б.Г.Галеркина, А.Н.Крылова, Е.П.Попова, М.М.Филоненко-Бородича и других.

Из специальных работ, посвященных различным частным задачам изгиба тонких стержней следует отметить работы Л.Заальшютца.В.М.Мучникова, Е.Н.Тихомирова, Г.С.Глушкова, В.И.Кузнецова и других.

Теория изгиба стержней с физической нелинейностью рассматривается в работах Бюфлингера, Баха, Шюле, Риттера, Столярова, Онищика, Безухова, Новодворского, Лурье и других .

В настоящее время методам расчета стержневых систем с учетом физической нелинейности посвящены работы Дятлова, Бондаря, Н.М.Крылова, Боголюбова, Сысоева, Филина, Уздалева, Ржаницына, Качанова, Лукаша и других .

Широкое внедрение в практику строительства новых физически нелинейных материалов настоятельно требует и развития нелинейной теории изгиба стержней.

В реферируемой диссертации поставлена задача дальнейшей разработки методов определения перемещений в области умеренно-больших перемещений изгиба нелинейно-упругих стержней и расчета статически неопределимых рам выполненных из физически нелинейных материалов.

<u>В первой главе</u> дан обзор исследований в области теории изгиба тонких линейно-упругих стержней при больших упругих перемещениях (геометрическая нелинейность), а также в области изгиба стержней выполненных из материалов не следующих закону Гука (физическая нелинейность).

<u>Во второй главе</u> рассмотрено приложение метода переменного масштаба к решению нелинейного дифференциального уравнения второго порядка, к которому сводятся ряд нелинейных задач изгиба тонких стержней с первоначальной прямой осью .

Идея метода переменного масштаба состоит в том, что путем особого преобразования координат нелинейные дифференциальные уравнения сводятся к хорошо изученным линейным уравнениям с постоянными коэффициентами .

Методом переменного масштаба во П главе проведено решение трех задач :

в задаче № I рассмотрена балка на двух опорах нагруженная силой посередине ;

в задаче № 2 рассмотрен случай „следящей" силы, приложенной на конце консоли ;

и, наконец, задача № 3 - консоль нагруженная вертикальной силой на конце

Задачи решаются с учетом следующих допущений: во-первых, считается, что материал балок линейно-упругий и, следовательно, подчиняется закону Гука ; во-вторых, предполагается справедливость гипотезы Бернулли-Эйлера о том, что сечения плоские до деформации остаются плоскими и перпендикулярными деформированной оси во время и после деформации .

В результате получены формулы для определения умеренно больших перемещений - углов поворота, а также вертикальных (прогибов) и горизонтальных перемещений точек приложения сил.

Путем предельного перехода получены обычные формулы сопротивления материалов для определения перемещений в случае малых деформаций .

Определены границы малых, умеренно-больших и больших перемещений и пределы применимости полученных формул .

Результаты решений задач № 2 и № 3 проверены опытным путем. Данные экспериментов приведены в таблице № I .

Из приведенной таблицы видно, что

во-первых, при малых перемещениях, рассматриваемых в сопротивлении материалов, исчезает разница в определении перемещений от сил имеющих постоянное направление и „следящих". Метод же переменного масштаба свободен от этих недостатков ;

Таблица I

Формула	Определ. величина	Текст	Ед. изм.	Задача № 2. Значение силы P кг: 0,5	2,0	3,5	Задача № 3. Значение силы P кг: 0,5	2,0	3,5
Сопротивления материалов	Угол поворота конца консоли α	Теоретическое значение $\alpha_т$	рад	0,0978	0,39I	0,684	0,0978	0,39I	0,684
		Опытное значение $\alpha_{оп}$	-"-	0,0987	0,395	0,695	0,0925	0,3775	0,605
		Отношение $\alpha_т , \alpha_{оп}$		0,99I	0,99	0,984	I,057	I,036	I,I305
	Прогиб конца консоли y	Теоретическое значение y_m	см	I4,77	59,08	I03,39	I4,77	59,08	I03,39
		Опытное значение $y_{оп}$	см	I4,8	58,06	98,8	I4,65	55,I9	88,63
		Отношение $y_m : y_{оп}$		0,998	I,0I7	I,046	I,008	I,07	I,I67
Метода переменного масштаба	α	Теоретическое значение α_m	рад	0,0974	0,39I	0,686	0,0974	0,3732	0,6I5
		Отношение $\alpha_т : \alpha_{оп}$		0,987	0,99	0,987	I,05	0,989	I,0I6
	y	Теоретическое значение y_m	см	I4,7I	58,I3	99,7	I4,72	55,64	89,I3
		Отношение $y_m : y_{оп}$		0,998	I,00I	I,009	I,005	I,008	I,006
	Коорд. конца балки x	Теоретическое значение x_m	см	225,8	2I8,0	20I,5	226,I	223,6	2I8,8
		Отношение $x_m : x_{оп}$		0,997	0,995	0,999	I,0	I,022	I,054

во-вторых, формулами линейной теории сопротивления материалов можно пользоваться для определения перемещений, когда угол поворота не превышает 0,2 радиана, а прогиб составляет $\frac{1}{10}\ell \div \frac{1}{7}\ell$. При углах поворота от 0,2 до 0,7 радиана и прогибах больших чем $\frac{1}{7}\ell$ необходимо пользоваться формулами полученными в реферируемой работе ;

в-третьих, полученные формулы для определения умеренно-больших перемещений очень хорошо подтверждаются опытом (расхождение не превышает I,2 %)

<u>В третьей главе</u> рассмотрено приложение метода переменного масштаба к определению перемещений при изгибе стержней из нелинейно-упругих материалов. Задача решается в предположении идеальной упругости материала, а связь между интенсивностью напряжений и деформаций принимается в виде

$$\sigma = E\,\varepsilon + \beta\varepsilon^3 \qquad \text{(I)}$$

Здесь : E - модуль упругости малой линейной деформации,

β - параметр нелинейности ; причем при $\beta > 0$ нелинейность именуется жесткой, а при $\beta < 0$ - мягкой .

Это выражение является общим для случая малой нелинейности, так как оно получено в результате разложения произвольной функции при малой нелинейности в ряд Маклорена при сохранении двух членов разложения .

Такая зависимость между напряжениями и деформациями хорошо соответствует опытным данным и вследствии ее простоты удобна для практического пользования

В качестве других предположений используется гипотеза плоских сечений и допущение, что при изгибе волокна не давят друг на друга.

При учете только физической нелинейности, дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня имеет вид

$$\frac{d^2\theta}{dS^2}+\frac{1}{EJ_2}\left[1-\frac{3\beta J_4}{EJ_2}\left(\frac{d\theta}{dS}\right)^2\right]\cdot\frac{dM}{dS}=0 \qquad (2)$$

Здесь : θ - угол поворота сечения

J_n - момент инерции поперечного сечения равный

$$J_n=\int_F y^n dF \qquad (n=2,4)$$

M - изгибающий момент ,

S - длина дуги упругой линии

Так как второй член в скобках уравнения (2) мал по сравнению с единицей, то в первом приближении допустимо подставлять туда значение кривизны для линейно-упругих стержней.

Решение уравнения (2) с использованием замен метода переменного масштаба в работе названо <u>первым способом</u> .

Первым способом решены те же три задачи, что и в главе II, но при условии, что балка выполнена из нелинейно-упругого материала

При одновременном учете как физической, так и геометрической нелинейностей дифференциальное уравнение изогнутой оси принимает вид

$$\frac{d^2\theta}{dS^2}+\frac{Q}{EJ_2}\left[1-\frac{3\beta J_4}{EJ_2}\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2\right]\cos\theta=0 \qquad (3)$$

где Q - поперечная (перерезывающая) сила

Решение дифференциального уравнения (3) методом переменного масштаба названо в работе <u>вторым способом</u>.

Вторым способом проведено решение пяти задач:

- балка на двух опорах нагруженная силой посередине ;
- консольная балка с приложенной на конце „следящей" силой
- консоль нагруженная вертикальной силой на конце ;
- консольная балка под действием силы приложенной на конце под определенным углом к недеформированной оси балки и сохраняющей свое направление во время деформации балки ;
- балка на двух опорах нагруженная сосредоточенным моментом на опоре

Из сравнения первого и второго способов определения перемещений метода переменного масштаба, приходим к следующему выводу

- первый способ определения перемещений при изгибе нелинейно-упругих балок следует применять только для случая малых перемещений .При умеренно больших перемещениях в силу громоздкости полученных формул и необходимости вести решение путем подбора первый способ применять не рекомендуется
- второй способ может быть рекомендован для определения как малых, так и умеренно больших перемещений .

К достоинствам этих способов определения перемещений метода переменного масштаба следует отнести то, что они пригодны для любого направления приложенной силы (постоянного направления ,„следящей" силы, силы, действующей под постоянным углом и других силовых воздействий) .

В таблице № 2 приведены данные экспериментального определения перемещений для нелинейно-упругой консоли нагруженной вертикальной силой на конце. Материал балки - сталь I8H9T , размеры былки: длина 94,5 см, поперечное сечение 0,5 х 5 см^2. Модуль упругости малой линейной деформации E =I,66.I0^6 кг/см^2, параметр нелинейности β = -2,86.I0^{10} кг/см^2

Таблица № 2

Нагрузка P кг	Метод переменного масштаба				Опытные данные	
	I-й способ		2-й способ			
	α рад	y см	α рад	y см	α рад	y см
2,24	0,II6	7,3I	0,II6	7,32	0,II4	7,30
n	I,0I7	I,00I	I,0I7	I,00I	I,0	I,0
4,24	0,2206	I3,95	0,222	I3,88	0,2I9	I3,60
n	I,007	I,025	I,0I3	I,020	I,0	I,0
6,24	0,327	20,79	0,330	20,44	0,325	20,45
n	I,006	I,0I6	I,0I5	I,000	I,0	I,0
8,24	0,437	27,93	0,443	27,00	0,430	27,65
n	I,0I4	I,0I0	I,030	0,976	I,0	I,0

α - угол повррота конца консоли ,

y - прогиб конца консоли ,

n - отношение к значению полученному из опыта

Как видно из таблицы 2, результаты полученные теоретическим путем хорошо совпадают с данными полученными из опыта. Расхождения не превышают 2-2,5 %

В четвертой главе изложены три способа определения перемещений

I) Первый способ определения перемещений, основанный на интегрировании точного дифференциального уравнения изогнутой оси

$$EJ_2\left[1+\gamma\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2\right]\cdot\frac{d^2\theta}{ds^2}=\frac{dM}{ds}, \quad где\ \gamma=\frac{3\beta J_4}{EJ_2} \qquad (4)$$

назван в работе <u>точным способом</u>

Точным способом, с использованием ЭЦВМ „Урал-3" проведено решение, в результате которого определены перемещения (углы поворота и прогибы), в трех задачах :

- консоль нагруженная на конце вертикальной силой ,
- консоль нагруженная на конце „следящей" силой ,
- консоль нагруженная равномерно распределенной нагрузкой

2) Второй способ определения перемещений, основанный на дифференцировании функции дополнительной работы по обобщенной силе, называется <u>энергетическим способом</u>.

Известно, что теорема о взаимности перемещений, для случая нелинейной зависимости между силами и координатами имеет следующий вид

$$\frac{\partial q_m}{\partial Q_s}=\frac{\partial q_s}{\partial Q_m},$$

где Q и q - соответственно обобщенные сила и координата

Из этой формулы вытекает, что выражение

$$dR=\sum_{m=1}^{n} q_m\cdot dQ_m$$

представляет полный дифференциал искомой функции R

Таким образом, роль теоремы Кастилиано для нелинейно упругих систем переходит к соотношению :

$$\frac{\partial R}{\partial Q_m} = q_m \qquad (m=1,2,\ldots,n),$$

где R - функция дополнительной работы .

При рассматриваемой в данной работе зависимости (I) между напряжениями и деформациями, функция дополнительной работы для случая малых перемещений будет иметь следующее аналитическое выражение

$$R = \int_l \frac{M^2 dx}{2EJ_2} - \frac{\gamma}{12}\int_l \frac{M^4 dx}{(EJ_2)^3} .$$

Эта формула годна как для случая жесткой $(\beta>0)$ нелинейности, так и для мягкой $(\beta<0)$ нелинейности если параметр β (или γ) подставляется со своим знаком .

Для определения перемещений достаточно продифференцировать функцию дополнительной работы по обобщенной силе.Используя правило Лейбница для дифференцирования под знаком интеграла, получим

$$q_i = \frac{\partial R}{\partial Q_i} = \int_l \frac{M}{EJ_2}\cdot\frac{\partial M}{\partial Q_i}\, dx - \frac{\gamma}{3}\int_l \left(\frac{M}{EJ_2}\right)^3 \cdot \frac{\partial M}{\partial Q_i}\, dx. \qquad (5)$$

Оценка точности полученной формулы для определения перемещений произведена путем сопоставления результатов полученных по формуле (5) с данными точного решения

Энергетическим способом в работе проведено определение перемещений в

- консольной балке нагруженной равномерно распределенной нагрузкой на конце консоли (прогиб и угол поворота)

- то же для консольной балки нагруженной на конце сосредоточенной силой .

3) В результате точного решения дифференциального уравнения (4) значения углов поворота получаются как функция длины изогнутой оси,т.е. $\theta = f(S)$,а вертикальные (y) и горизонтальные (x) перемещения являются функциями угла поворота

Полученные формулы для определения перемещений очень сложны и громоздки,а вычисления по ним чрезвычайно трудоемки и, не преувеличивая можно сказать что они под силу только Э М.

Определение перемещений дифференцирование функции дополнительной работы по обобщенной силе,как известно,дает только значения перемещений в точке приложения обобщенной сил не давая ответа о перемещениях каждой точки упругой оси изгибаемого стержня .

В реферируемой работе рассмотрен приближенный способ определения перемещений,свободный от вычислительных трудностей точного решения и выше отмеченных недостатков энергетического способа.

В основу приближенного способа определения перемещений положено приближенное дифференциальное уравнение

$$EJ_2 \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial S^2} = \frac{\partial M}{d s}\left[1 - \gamma\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2\right], \tag{6}$$

которое получается из уравнения (4) для случая малых перемещений

Для случая малых перемещений,когда с достаточной точностью можно считать,что $ds \approx dx$ и в первом приближении значение кривизны считать равным

$$\frac{d\theta}{ds} \approx \frac{d\theta}{dx} - \frac{M}{EJ_2} \qquad ,а \quad \frac{dM}{dx} = Q$$

после подстановки в уравнение (6) и интегрировании его,получим выражение для кривизны упругой линии

$$\frac{d\theta}{dx} - n = \int \frac{Q}{EJ_2}\left[1 - \gamma\left(\frac{M}{EJ_2}\right)^2\right] dx + C$$

Проинтегрировав еще раз,найдем выражение для угла поворота

$$\theta(x) = \int dx \int \frac{Q}{EJ_2}\left[1 - \gamma\left(\frac{M}{EJ_2}\right)^2\right] dx + Cx + D$$

И, наконец, проинтегрировав третий раз находим выражение для прогиба

$$y(x) = \int dx \int dx \int \frac{Q}{EJ_2}\left[1 - \gamma\left(\frac{M}{EJ_2}\right)^2\right] dx + \frac{1}{2}Cx^2 + D\cdot x + B$$

Произвольные постоянные C D B определяются из граничных условий задачи .

В работе рассмотрено определение перемещений приближенным способом для

- консоли,нагруженной сосредоточенной силой на конце
- консоли несущей сплошную равномерно распределенную нагрузку интенсивностью q
- простой балки нагруженной силой P в любом сечении .

Переходя к оценке способов определения перемещений необходимо заметить,что несмотря на всю привлекательность получения точного значения перемещений ,численное интегрирование дифференциального уравнения (4) чрезвычайно трудоемко В этих условиях применение приближенных методов решения дифференциального уравнения изогнутой оси с учетом физической и геометрической нелинейностей или его упрощение совершенно необходимо

Как показали теоретические исследования, проведенные в работе над конкретными задачами, энергетический и приближенный способ дают высокую точность при малых перемещениях, когда влияние геометрической нелинейности не велико .

Результаты, полученные по формулам энергетического и приближенного способов, отличаются от точных значений, полученных с помощью ЭЦВМ, в пределах I-I,2 % . В области умеренно-больших перемещений, когда угол поворота составляет примерно 0,3 радиана приближенные способы дают точность около 5 % .

Кроме теоретических исследований точности определения перемещений при изгибе нелинейно-упругих стержней приближенными способами (переменного масштаба, энергетического и приближенного), проведена и экспериментальная проверка полученных теоретическим путем формул для определения прогибов и углов поворота

В таблице № 3 приведены теоретические и экспериментальные данные о прогибе и угле поворота на конце консоли нагруженной сосредоточенной силой P при различных ее значениях.

Размеры консоли и ее упругие характеристики приведены выше (см. описание главы Ш) .

В таблице № 3 также приведены отношения перемещений вычисленных теоретическим путем по приближенным формулам и полученных из опыта, к значениям перемещений полученным по точным формулам.

Таблица № 3

Нагрузка	Энергетический и приближенный способы		Метод переменного масштаба: I-й способ		Метод переменного масштаба: 2-й способ		Опытное значение		Точное решение на ЭЦВМ	
P кг	α рад	y см	α рад	y см	α рад	y см	α рад	y см	α рад	y см
2,24	0,II6	7,3I	0,II6	7,3I	0,II6	7,32	0,II4	7,30	0,II5	7,25
n^*	I,008	I,008	I,008	I,008	I,008	I,009	0,988	I,007	I,0	I,0
4,24	0,220	I3,90	0,22I	I3,95	0,222	I3,88	0,2I9	I3,60	0,2I7	I3,60
n^*	I,0I3	I,022	I,0I8	I,025	I,023	I,020	I,0II	I,000	I,0	I,0
6,24	0,327	20,68	0,327	20,79	0,330	20,44	0,325	20,45	0,3I5	I9,72
n^*	I,038	I,048	I,038	I,054	I,047	I,036	I,03I	I,037	I,0	I,0
8,24	0,437	27,68	0,437	27,93	0,443	27,00	0,430	27,65	0,4I0	25,54
n^*	I,066	I,084	I,066	I,094	I,080	I,057	I,049	I,082	I,0	I,0

n^* – отношение величин, полученных по приближенным формулам и из опыта к точному решению

Из анализа таблицы № 3 вытекает, что все приближенные способы имеют одинаковую степень точности при малых перемещениях .

При умеренно-больших перемещениях точность перг го способа метода переменного масштаба несколько ниже второго способа, а также ниже точности энергетического и приближенного способов. Вычисленные по формулам величины перемещений :орошо подтверждаются опытными данными

В заключение укажем, что из приведенного анализа следует, что предпочтительнее при определении перемещений пользоваться энергетическим и приближенным способами, которые значительно упрощают расчеты по сравнению с другими методами и да. вполне удовлетворительную точность для практических целей .

<u>В четвертой главе</u> также получены формулы для определения нормальных σ и касательных τ напряжений при изгибе нелинейно-упругих стержней, а именно :

$$\sigma = \sigma_л \left(1 + \frac{\beta}{E} \sigma_л^2\right) \qquad \text{где} \quad \sigma_л = \frac{My}{J_2}$$

$$\tau = \frac{Q}{bJ_2}\left[S_1 + \lambda S_3\right] \qquad \text{где} \quad \lambda = \frac{3\beta M^2}{J_2^2 E^3}.$$

$$\text{а} \quad S_i = \int_{F_{отс}} y^i \, dF \qquad (i = 1,3)$$

y – расстояние от нейтральной оси до волокна где определяются напряжения ,

$F_{отс}$ – отсеченная площадь поперечного сечения .

<u>В пятой главе</u> дано обобщение метода сил на нелинейно упругие стержневые системы (рамы)

Для определения лишних неизвестных в статически неопределимых системах с неподатливыми опорами использовано уравнение

$$\frac{\partial R}{\partial X_i} = 0 \qquad (i = 1,2,\ldots,n)$$

(где X_i – лишние неизвестные), на основе которого получены канонические уравнения метода сил статически неопределимых, физически нелинейных систем.

Для системы n -раз статически неопределимой, канонические уравнения записываются в следующем виде

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2+\ldots+\delta_{1n}X_n=\frac{\gamma}{3(EJ_2)^3}\int\left(\sum\limits_1^n\bar{M}_iX_i+\sum M_p\right)^3\bar{M}_1\,dx, \\ \delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2+\ldots+\delta_{2n}X_n=\frac{\gamma}{3(EJ_2)^3}\int\limits_l\left(\sum\limits_1^n\bar{M}_iX_i+\sum M_p\right)^3\bar{M}_2\,dx, \\ \ldots\ldots\ldots \\ \delta_{n1}X_1+\delta_{n2}X_2+\ldots+\delta_{nn}X_n=\frac{\gamma}{3(EJ_2)^3}\int\limits_l\left(\sum\limits_1^n\bar{M}_iX_i+\sum M_p\right)^3\bar{M}_n\,dx \end{cases}$$

Очевидно, что при $\gamma=0$, получим систему канонических уравнений метода сил для линейной зависимости между силами и перемещениями.

Коэффициенты при лишних неизвестных (δ_{ik}) и свободные члены (Δ_{ip}) левой части системы канонических уравнений определяются обычными методами линейной теории сопротивления материалов.

В силу принятой зависимости между напряжениями и деформациями, система канонических уравнений всегда будет системой нелинейных алгебраических уравнений, порядок которой равен трем.

Для решения системы нелинейных алгебраических уравнений в работе применен итерационный метод Ньютона .

В качестве примера применения канонических уравнений метода сил для физически нелинейных систем рассмотрена дважды статически неопределимая рама .

Расчет рамы производился при различных параметрах нелинейности, различных нагрузках и различных поперечных размерах сечений элементов рамы .

Система уравнений решалась на ЭЦВМ „Урал-3".

Как показали расчеты, значения лишних неизвестных X_1 и X_2 для физически нелинейных систем, значительно отличаются от значений X_1 и X_2 для линейно-упругих систем .

В зависимости от характера нелинейности (жесткая или мягкая) и изгибной жесткости элементов рассматриваемой рамы эта разница достигает больших размеров

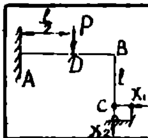
Значительное отличие имеют и нормальные нелинейные напряжения от нормальных напряжений, возникающих в тех же точках линейных систем .

В таблице 4 приведены данные отличия значений нелинейных лишних неизвестных (X_1 и X_2) и нелинейных нормальных напряжений в двух фибровых точках А (защемлен) и Д (под силой) в зависимости от величины γ от линейных ($\gamma=0$)

В пятой же главе произведено определение реакций вызываемых смещением опорных точек для балок с различными способами закрепления концов .

Приведены примеры определения реакций вызываемых внешними нагрузками в статически неопределимых однопролетных балках .

Таблица № 4

	Мягкая нелинейность		Жесткая нелинейность	
	Отличие в %		Отличие в %	
	min	*max*	*min*	*max*
X_1	-II	-38,5	+II,7	+25
X_2	- 4	-II,2	+ 7	+II
σ_A	0	+ 3	-I0	-I5
σ_D	- 5	-II	+ 7	+23

Знак минус - меньше линейных значений ,
знак плюс - больше линейных значений .

Получены уравнения для определения лишних неизвестных,а для случая малых перемещений получены формулы для определения лишних неизвестных в первом приближении

В заключении перечислены основные результаты

I.В работе дано решение нелинейного дифференциального уравнения,описывающего изгиб тонких стержней из линейно-упругих материалов (геометрическая нелинейность) методом переменного масштаба .

Получены условия,при выполнении которых вводимые замены метода переменного масштаба обращают нелинейное дифференцированное уравнение в линейное уравнение .

Получены рабочие формулы для определения перемещений для ряда задач с геометрической нелинейностью.

Дана оценка пределам применимости рабочих формул, проведена их экспериментальная проверка .

2.Получено приближенное дифференциальное уравнение изгиба нелинейно-упругих стержней .

Разработано два способа решения нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка,описывающих изгиб нелинейно-упругих стержней (физическая нелинейность) методом переменного масштаба .

Получены рабочие формулы для определения перемещений для восьми задач изгиба нелинейно-упругих стержней .

Проведена экспериментальная проверка полученных рабочих формул .

3.Для оценки точности рабочих формул метода переменного масштаба произведено решение точного нелинейного дифференциального уравнения второго порядка,описывающего изгиб нелинейно-упругих стержней с использованием ЭЦВМ „Урал-3".

4.Разработан и исследован энергетический способ определения перемещений при изгибе нелинейно-упругих стержней.

Получена функция дополнительной работы для нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями .

5.Разработан и исследован приближенный способ определения перемещений при изгибе нелинейно упругих стержней.На конкретных примерах показано его применение .

На основе проведенных исследований приближенный способ рекомендуется в качестве основного при определении перемещений изгиба балок, материал которых не следует закону Гука (физическая нелинейность) .

6. Получены формулы для определения нормальных и касательных напряжений при изгибе физически нелинейных стержней. Проведена их оценка на основе опытных данных .

7. Дано обобщение метода сил на нелинейно-упругие стержневые системы (рамы) .

Получены канонические уравнения метода сил для физически нелинейных, статически неопределимых систем.

Общая теория иллюстрируется рядом примеров

Основное содержание диссертации было доложено на семинаре по механике Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта, руководимого член-корреспондентом АН УССР, д.т.н., профессором В.А. Лазаряном

и отражено в статьях

I. Осипов А.М. Определение перемещений в некоторых нелинейных задачах статики тонких стержней. Труды ДИИТ"а, вып.53, I964.

2. Осипов А.М. Приближенное решение задач изгиба нелинейно упругих стержней. Труды ДИИТ"а, вып.68, М., „Транспорт", I967.

3. Бондарь Н.Г., Осипов А.М. Некоторые задачи изгиба нелинейно-упругих стержней. Труды ДИИТ"а, вып.68, М., „Транспорт", I967.

4. Осипов А.М. Определение перемещений при изгиба стержней с учетом физической и геометрической нелинейностей. Труды ДИИТ"а , вып.72, М., „Транспорт", I967

Ответственный за выпуск МУХА Ю.А.

Подписано к печати I6.У-I969 г. п.л. I,I
тираж 200 экз. зак.№230

ДИИТ, р-принт БТ I40I4