

Доббня Н.П.,
Бондаренко Л.Н.,
Ракша С.В.

Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта им. академика В. Лазаряна, г. Днепропетровск, Украина

О ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ДВИЖЕНИЯ КАЧЕНИЕМ И СКОЛЬЖЕНИЕМ

Постановка задачи исследований

В учебной и справочной литературе встречаются, по нашему мнению, необоснованные утверждения вида «Наибольшее влияние оказывает сила трения скольжения в подшипниках, составляющая 83,3 % от общей силы; на трение качения приходится всего 16,7 %» [1]. В статье ставится задача аналитического определения этого соотношения на примере полной (с точки зрения контактных напряжений) нагрузки на ходовые колеса крановой тележки.

Выделение проблемы и анализ последних исследований

В работе [2] сопротивление качению железнодорожного подвижного состава принимается только в зависимости от нагрузки на ось. В то же время справочная литература по кранам [3] рекомендует принимать коэффициент трения качения с учетом диаметров колес, а также условий касания колеса и рельса.

Д. Табором [4] и нами в [5] доказано, что величина коэффициента трения зависит как от геометрических параметров, так и от характеристик материала контактируемых деталей. Отметим, что формулы Д.Табора являются более корректными, поскольку получены аналитически исходя из контактной теории Герца. Однако использование трудно определяемого экспериментальным путем коэффициента гистерезисных потерь делает их практическое применение проблематичным.

Формулы в работе [5] получены с использованием хорошо апробированных экспериментальных значений коэффициентов трения качения и содержат лишь общепринятые геометрические характеристики и механические константы.

Целью статьи является определение условий, при которых относительным движением будет только скольжение, либо только качение, а также нахождение соотношения между силами трения качения и скольжения для четырехколесных крановых тележек при различных условиях контакта колеса с рельсом.

Материал исследований

1. Предположим, что перекатывание роликового катка по горизонтальной поверхности осуществляется в результате приложения к нему силы P (рис. 1, а). При этом в зоне контакта колеса с поверхностью возникает касательная к окружности катка сила трения скольжения F , направленная противоположно относительному движению:

$$F = f \cdot Q. \quad (1)$$

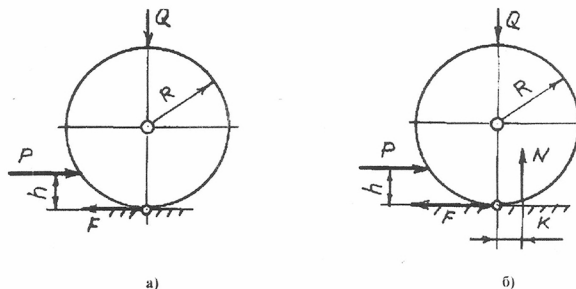


Рис. 1 – К граничным условиям относительного движения цилиндров

При качении (рис. 1, б) работа силы трения F равна нулю, поскольку сила прикладывается к мгновенному центру вращения катка. Эта сила как бы удерживает точки окружности катка, обуславливая его качение.

Итак, относительным движением будет качение при $P < F$, и, полагая в общем случае $h \neq r$, получим:

$$f > \frac{k}{h}.$$

При таком условии сопротивление качению тела меньше, чем соответствующее сопротивление при относительном скольжении.

Отметим, что запись $f > \frac{k}{h}$ мало что говорит инженеру. Более полную запись этого уравнения осуществить не удастся, так как отсутствует аналитическая зависимость, определяющая коэффициент трения качения, которая бы включала геометрические и механические константы контактируемых тел.

Нами такая зависимость получена ранее, и для линейного контакта она имеет вид [5]:

$$k = 0,225be^{-1,2R}, \quad (2)$$

где b – статическая полуширина пятна контакта;

R – радиус в метрах.

Поскольку для схемы касания "цилиндр–плоскость" при равенстве модулей упругости материалов цилиндра (катка) и плоскости при коэффициенте Пуассона равном 0,3:

$$b = 1,526\sqrt{\frac{QR}{BE}}, \quad (3)$$

где B – длина катка, то:

$$k = 0,343\sqrt{\frac{QR}{BE}} \cdot e^{-1,2R}. \quad (4)$$

Естественно, что величина радиуса должна быть принята такой, чтобы контактные напряжения не превышали допустимых, т. е.:

$$R = \frac{0,175QE}{B\sigma^2} \quad (5)$$

и тогда величина коэффициента трения качения определяется из выражения:

$$k = 0,343 \frac{Q}{B\sigma} \exp\left(-0,21 \frac{QE}{B\sigma^2}\right). \quad (6)$$

Таким образом, качение цилиндра будет в том случае когда:

$$f > 0,343 \frac{Q}{Bh\sigma} \exp\left(-0,21 \frac{QE}{B\sigma^2}\right), \quad (7)$$

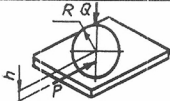
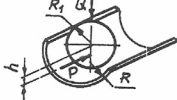
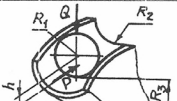
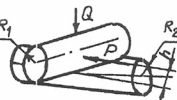
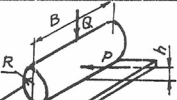
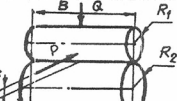
а движение будет происходить относительным скольжением в случае, когда:

$$f < 0,343 \frac{Q}{Bh\sigma} \exp\left(-0,21 \frac{QE}{B\sigma^2}\right). \quad (8)$$

Правая часть уравнения (7) в зависимости от схем качения представлена в табл. 1.

Напомним, что во всех формулах табл. 1 коэффициент Пуассона принят равным 0,3. В случае $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$ выкладки аналогичные, но формулы значительно усложняются. Таким образом, представленные формулы определяют аналитические условия реализации трения скольжения или качения при указанных схемах контакта тел.

Значение величин $\frac{k}{h}$ в зависимости от схемы касания

№	Схема касания	Значение $\frac{k}{h}$
1		$\frac{0,09}{h} \sqrt{\frac{QR}{e}} e^{0,2R}; R = \frac{0,39E}{\sigma} \sqrt{\frac{Q}{\sigma}}$
2		$\frac{0,1}{h} \cdot n_b \cdot \sqrt{\frac{Q}{E} \cdot \frac{R_2 R_1}{2R_2 - R_1}} e^{0,2R_1};$ $R_1 = \frac{0,03n_p^3 Q E^2 R_2}{0,0147n_p^3 Q E^2 - R_2 R_2 \sigma^3} \left(1 + 8,25 \frac{R_2 \sigma}{n_p E} \sqrt{\frac{\sigma}{n_p Q}} \right)$ n_b, n_p – коэффициенты, зависящие от соотношения коэффициентов уравнения эллипсов касания
3		$\frac{0,1}{h} n_b \sqrt{\frac{Q}{E} \cdot \frac{1}{\frac{2}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}} \cdot e^{0,2R_1}$ $R_1 = \frac{0,0294n_p^3 P E^2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)}{0,0147n_p^3 P E^2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^2 - \sigma^3} \left(1 + 8,25 \frac{\sigma}{n_p E} \sqrt{\frac{\sigma}{n_p Q \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^2}} \right)$
4		$\frac{0,1}{h} n_b \sqrt{\frac{Q}{E} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}} \cdot e^{0,2R_1}; R_5 = \frac{R_1}{2} + R_2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{B^2}{4R_2^2}} \right);$ $R_1 = \frac{0,0147n_p^3 Q E^2 \frac{1}{R_6}}{\sigma^3 - 0,0147n_p^3 Q E^2 \frac{1}{R_6^2}} \left(1 + 8,25 \frac{\sigma}{n_p E} \sqrt{\frac{\sigma}{n_p Q}} \right); R_6 = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}}$
5		$\frac{0,1}{h} \cdot n_b \cdot \sqrt{\frac{Q}{E} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} e^{0,2R_1}$ $R_1 = \frac{0,0147n_p^3 Q E^2 R_2}{R_2^2 \sigma^3 - 0,0147n_p^3 Q E^2} \left(1 + 8,25 \frac{R_2 \sigma}{n_p E} \sqrt{\frac{\sigma}{n_p Q}} \right)$
6		$\frac{0,343}{h} \sqrt{\frac{QR}{BE}} \cdot e^{-1,2R}; R = 0,175 \frac{QE}{B\sigma^2}$
7		$\frac{0,343}{h} \sqrt{\frac{Q}{BE} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}; R_1 = \frac{0,175 Q E R_2}{B R_2 \sigma^2 - 0,175 Q E}$

Если в формулах табл. 1 принять высоту приложения нагрузки h равной радиусу тела качения, то при $f = \frac{k}{h}$ получим предельный случай между качением и скольжением.

2. Найдем сопротивление качению одного колеса четырехколесной тележки, нагруженного силой $Q = 50/4 = 12,5$ кН при ширине головки рельса $B = 40$ мм и при $R_2 = 300$ мм для случая б (табл. 1) в зависимости от модуля упругости материала колеса и рельса (при точечном контакте допускаемые напряжения принимались в 1,4 раза больше, чем при линейном).

Эти зависимости и процентная величина сопротивления качению от суммарного сопротивления (качения и скольжения) показаны на рис. 2, а и 2, б.

Отметим, что величины n_k и n_p не могут быть определены непосредственно. Для этого необходимо задаться сначала n_p ориентировочно, найти величину R_{11} в первом приближении, а затем, найдя R_{11} , найти отношение A/B и R во втором приближении и т.д. Количество приближений зависит от опыта расчетчика, хотя уже второе приближение дает хороший результат.

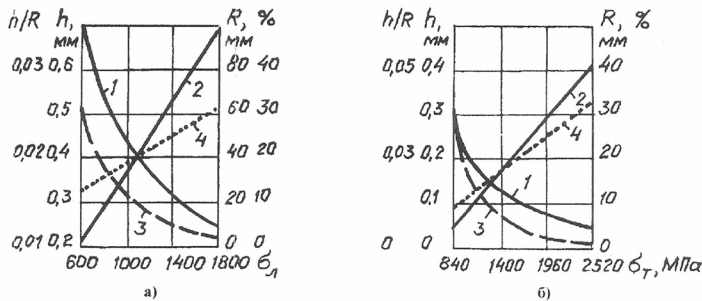


Рис. 2 – Зависимости от допускаемых контактных напряжений:

1 – высота приложения силы P , при которой движение цилиндра будет граничным;

2 – отношение $\frac{h}{R}$; 3 – радиус колеса;

4 – процент сопротивления качению от общего сопротивления
(а – линейный контакт, б – точечный контакт)

Анализ полученных выражений и зависимостей (рис. 2, а и 2, б) позволяет сделать такие выводы:

- граничное условие движения тела качения (скольжения или качения) зависит от величины допускаемых напряжений σ , причем отношение h/R примерно линейно увеличивается с увеличением σ ;
- высота h приложения граничной силы P к телу качения зависит от величины допускаемых контактных напряжений уменьшаясь нелинейно с увеличением σ ;
- доля сопротивления качению колеса в общей величине зависит от допускаемых контактных напряжений, увеличивающихся с их увеличением, достигая примерно 30 % от общего значения сопротивления при больших допускаемых контактных напряжениях.

Литература

1. Вербовский Г.Г. Теория механизмов и машин. – Харьков: Изд-во Харьков. Ун-та, 1968. – 276 с.
2. Подвижной состав и тяга поездов / Третьяков А.П., Деев В.В., Перова А.А. и др. – М.: Транспорт, 1979. – 367 с.
3. Справочник по кранам: В 2 т. – Т. 2. / Александров М.П., Гохберг М.М., Ковин А.А. и др. – Л.: Машиностроение, 1988. – 559 с.
4. Tabor D. The mechanism of rolling friction: the elastic range // Proc. Roy. Soc. Ser. A. Vol. 229. – 1955. – P. 198-211.
5. Деформаційні опори в машинах / Бондаренко Л.М., Довбня М.П., Ловейкін В.С. – Дніпропетровськ: РВА Дніпро – VAL, 2002. – 200 с.

Надійшла 18.10.2004