УДК 62-5:681.3-19

Михайло Іванович Капіца

ОЦІНКА МОДЕЛЕЙ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ТА ПОТОЧНИХ РЕМОНТІВ ТЯГОВОГО РУХОМОГО СКЛАДУ ПРИ НЕПОВНІЙ ІНФОРМАЦІЇ

По існуючих моделях технічного обслуговування та ремонту при повній відсутності інформації про надійність тягового рухомого складу (ТРС) і при одній відомій точці функції розподілу «життєвого циклу» ТРС визначені раціональні плани діагностичних перевірок, виконано порівняння зазначених моделей.

Ключові слова: *тяговий рухомий склад, відмова, планування, план діагностичних перевірок, витрати, мінімаксна задача, мінімаксний план.*

EVALUATION MODEL MAINTENANCE AND REPAIRS TRACTION ROLLING STOCK INCOMPLETE INFORMATION

Kapitsa Mykhailo Ivanovych, Dnipropetrovsk national university of railway transport named after academician V. Lazaryan

For existing models, maintenance and repair in the absence of information on the reliability of traction rolling stock (TRS) and at one point distribution function known "life cycle" TRS by rational planning of diagnostic checks, comparisons of these models.

Keywords: traction rolling stock, refusal, planning, plan diagnostic checks costs minimax problem, minimax plan.

1. Постановка та рішення задач

Припустимо, що про надійність тягового рухомого складу (ТРС), який щойно надходить в експлуатацію, відсутня інформація (задача 1) або відома тільки одна точка функції розподілу «життєвого циклу» ТРС (задача 2). Роботу ТРС розглянемо на визначеному інтервалі часу $[0, T]$. Обмежимося початковими умовами, а саме, ТРС працює до виявлення відмови і не може працювати після завершення встановленого часу T.

Для задачі 1 приймемо, що відмова може бути виявлена при перевірці з ймовірністю $P(0 < P \leq 1)$, а для задачі 2 приймемо, що відмова ТРС завжди виявляється при першій перевірці, тобто будемо вважати $P = 1$. У першій задачі для спрощення викладок та розрахунків обмежимося значеннями $P = 0,8$ та 1.

Нехай Y є «життєвий цикл» ТРС із невідомою функцією розподілу

$$F(t) = P\{Y < t\}.$$

При плануванні технічного обслуговування та ремонту ТРС [1, 2], що перебуває в експлуатації, необхідно на заданому інтервалі $[0, T]$ призначити n діагностичних перевірок ТРС. Моменти перевірок будемо позначати як

$$x_1, x_2, \ldots, x_n, \text{ тобто } 0<x_1<x_2< \ldots <x_n<T,$$

де x_1 - час від початку експлуатації до моменту *i-ої* перевірки.

Фіксованим значенням $X = (x_1, \ldots, x_n)$ поставимо у відповідність деяку функцію витрат $G_x(Y)$. Вона виражає витрати, пов'язані з експлуатацією ТРС протягом випадкового часу *Y* (витрати на перевірки та вартість простоювання ТРС від моменту виявлення відмови до її усунення). Для функції *F(t)* математичне очікування витрат

$$M_F[G_x(Y)] = \int_0^{\infty} G_x(t)dF(t). \tag{1}$$

Але функція *F(t)* невідома, тому нас цікавить найбільше значення виразу (1), тобто величина

$$\mu_x = \sup_F M_F[G_x(Y)].$$

Для цього випадку супремум береться по всіх функціях розподілу F_j $(j = 0, 1, 2, \ldots)$, де j - кількість можливих розподілів випадкового «життєвого циклу» ТРС *Y*. Отже, задача полягає в тому, щоб на інтервалі *[0, T]* експлуатації ТРС визначити оптимальний план діагностичних перевірок $X = X^*$, при якому забезпечується

$$\mu = \min_x \mu_x = \mu_{x^*}.$$

Сформульована мінімаксна задача при повній відсутності інформації про надійність складної технічної системи була вирішена Дерманом [3] для одного із виду функції $G_x(Y)$

$$G_x(Y) = cN + vZ_y,$$

де c - вартість однієї перевірки системи $(c > 0)$; N - число перевірок, що передували відмові системи; v - вартість, пов'язана з перебуванням системи в стані відмови протягом певного часу $(v > 0)$; Z_y — відрізок часу між появою відмови ТРС та її усуненням.

Рішення, отримане в [3], зводиться до наступного: мінімаксний план перевірок *X* необхідно задавати у вигляді

$$x_i = iP\left[\frac{T}{n^*P+1} + \frac{c}{2v}\left(\frac{n^*\left[\left(n^*+1\right)P+2\right]}{n^*P+1} - (i+1)\right)\right], \tag{2}$$

де n^* - найбільше значення n, при якому ще виконується нерівність

$$cP^2n^2 + cP(2-P)n + (c-PvT) \le 0.$$

При цьому мінімаксна середня очікувана вартість μ_{x^*} визначається як

$$\mu^I_{x^*} = \left\{vT + \frac{n^*c}{2}\left[(n^*+1)P+2\right]\right\} \Big/ (Pn^*+1).$$

У другій моделі (задача 2) відомо одне значення функції розподілу $F(t)$ «життєвого циклу» ТРС *Y*, тобто

$$F(t_1) = P\{Y < t\} = \pi,\ 0 \le t < T,\ 0 < \pi < 1.$$

У зв'язку з тим що функція розподілу $F(t)$ залишається невідомою (крім одного значення), то і в цьому випадку приймається мінімаксний підхід до рішення задачі мінімізації максимальної середньої вартості, обумовленої перевірками та відмовами ТРС [4]. Для цього випадку план перевірок ТРС зручно позначити набором $n+m$ точок таких, що

$$0 \le x_1 \le \ldots \le x_m \le t \le x_{m+1} \le \ldots \le x_{n+m} \le T\ldots$$

При складанні цього плану повинна оптимально бути використана мінімальна інформація про функції розподілу $F(t)$. Роелофс [5] отримав наступне рішення задачі 2: мінімаксний план перевірок системи $X^* = (x_1, \ \ldots, \ x_m, \ \ldots, \ x_{n+m})$ задається в такий спосіб.

Для інтервалу праворуч від точки *t* в якій відоме значення функції розподілу,

$$x_{m+j} = t + j\left[\frac{T-t}{n+1} + \frac{c}{2v}\left(\frac{n(n+3)}{n+1} - j - 1\right)\right],$$
$$j = 1, \ 2, \ \ldots, \ n,$$

де *n* - є або нулем, або таким найбільшим позитивним цілим числом, при якому

$$n(n+1) \le \frac{2v(T-t)}{c} - 2. \qquad (3)$$

Для інтервалу ліворуч від точки t

$$x_i = i\left[\frac{t}{m} + \frac{c}{2v}(m-i)\right], \ i = 0, \ 1, \ \ldots, \ m, \qquad (4)$$

де $m = r$, якщо

$$\frac{\pi}{1-\pi}\left[\frac{(k-r+1)c}{2} + v\left(\frac{x_{m+1}}{k+1} - \frac{t}{r}\right)\right] + (k-r)c \le 0. \qquad (5)$$

У виразі (5) *r* - таке найбільше позитивне ціле число, при якому

$$r(r-1) \le \frac{2\pi vt}{(2-\pi)c}, \qquad (6)$$

а *k* - є нуль або таке найбільше позитивне ціле число, при якому

$$k(k+1) \le \frac{2\pi v x_{m+1}}{(2-\pi)c}. \qquad (7)$$

Якщо умови (5) і (6) не виконуються, то план перевірок, аналогічний (4), задається в такий спосіб:

$$x_i = i\left[\frac{x_{m+1}}{m+1} + \frac{c}{2v}(m-i+1)\right], \ i = 0, \ 1, \ \ldots, \ m,$$

де $m = k$, причому k визначається з (7).

При $n = 0$ план перевірок задається згідно (4), тоді

$$\frac{\pi}{1-\pi}\left[\left(\frac{q(q+2-1)}{q+1}-r\right)\frac{c}{2}+v\left(\frac{T}{q+1}-\frac{t}{r}\right)\right]+(q-r)c \ge 0, \tag{8}$$

де q - є нуль або таке найбільше позитивне ціле число, при якому

$$q(q+1) \le \frac{2\pi(vT-c)}{(2-\pi)c}. \tag{9}$$

Якщо умова (8) не виконується, то план перевірок при $n = 0$ задається як

$$x_i = i\left[\frac{T}{m+1}+\frac{c}{2v}\left(\frac{m(m+3)}{m+1}-i-1\right)\right],\ i = 0,\ 1,\ \ldots,\ m,$$

при $m_i = q$, визначаємо з (9).

Мінімаксна середня очікувана вартість визначається відповідно до виразу

$$\mu_{x^*}^{II} = \pi\left[\frac{(r+1)c}{2}+\frac{vt}{r}\right]+(1-\pi)\left[rc+\frac{n(n+3)}{2(n+1)}c+\frac{v(T-t)}{n+1}\right],$$

якщо $n = 0$ і виконується умова (8) або якщо $n > 0$ і виконується умова (5);

$$\mu_{x^*}^{II} = \pi\left[\frac{q(q+3)}{2(q+1)}c+\frac{vT}{q+1}\right]+(1-\pi)[qc+v(T-t)],$$

якщо $n = 0$ й умова (8) не виконується;

$$\mu_{x^*}^{II} = \pi\left[\frac{k+2}{2}c+\frac{vx_{m+1}}{k+1}\right]+(1-\pi)\left[kc+\frac{n(n+3)}{2(n+1)}c+\frac{v(T-t)}{n+1}\right],$$

якщо $n > 0$ й умова (5) не виконується.

2. Результати порівняння моделей

Із – за відсутності повної інформації по системі утримування ТРС в табл. 1 порівняються дві умовні мінімаксні моделі обслуговування та ремонту ТРС за неповними даними. У табл. 1 наведені значення відносних значень величини μ_{x*}^{II} до величини μ_{x*}^{I}.

Табл. 1 складена для $C = 0{,}5$ ум. од. та $v = 500$ ум. од. Кожній парі значень π і t відповідає певна величина $\mu_{x*}^{II}/\mu_{x*}^{I}$. Наприклад, для $t = 0{,}8\ T$ й $\pi = 0{,}95$; $\mu_{x*}^{II}/\mu_{x*}^{I} = 0{,}916$.

Т а б л и ц я 1

Порівняння двох мінімаксних моделей обслуговування та ремонту за неповними даними

t	$\mu_{x*}^{II} \big/ \mu_{x*}^{I}$ при π, що дорівнює												
	0,001	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,999
0,001*T*	1	0,994	0,913	0,819	0,722	0,625	0,527	0,429	0,331	0,231	0,132	0,082	0,033
0,01 *T*	0,998	0,999	0,939	0,856	0,768	0,677	0,584	0,490	0,394	0,297	0,200	0,150	0,101
0,05 *T*	0,983	0,996	0,975	0,914	0,842	0,764	0,681	0,595	0,506	0,414	0,320	0,273	0,225
0,1 *T*	0,961	0,983	0,992	0,949	0,890	0,822	0,748	0,670	0,587	0,500	0,410	0,364	0,318
0,2 *T*	0,912	0,948	1	0,984	0,946	0,895	0,835	0,768	0,695	0,617	0,535	0,492	0,449
0,3 *T*	0,859	0,905	0,991	0,998	0,977	0,940	0,893	0,837	0,774	0,704	0,629	0,589	0,549
0,4 *T*	0,805	0,855	0,972	0,999	0,994	0,971	0,935	0,890	0,836	0,775	0,707	0,671	0,633
0,5 *T*	0,737	0,799	0,944	0,990	1	0,990	0,966	0,931	0,887	0,834	0,774	0,742	0,708
0,6 *T*	0,665	0,734	0,906	0,970	0,996	0,999	0,987	0,963	0,929	0,886	0,834	0,805	0,775
0,7 *T*	0,584	0,659	0,857	0,940	0,981	0,998	0,998	0,986	0,962	0,929	0,887	0,863	0,837
0,8 *T*	0,486	0,568	0,792	0,894	0,951	0,984	0,998	0,999	0,987	0,966	0,935	0,916	0,895
0,9 *T*	0,357	0,446	0,697	0,821	0,898	0,948	0,979	0,996	1	0,993	0,976	0,963	0,949
0,95 *T*	0,266	0,358	0,625	0,763	0,852	0,913	0,955	0,982	0,997	1	0,992	0,985	0,975

Таким чином, наявність інформації про одну точку функції розподілу «життєвого циклу» [6] дає виграш у порівнянні з повною відсутністю інформації приблизно на 10%.

З таблиці видно, що із всіх розглянутих пар значень t й π найбільший виграш отримуємо при малих значеннях t і більших π або при більших значеннях t і малих π. Для практики більш важливим є випадок більших t і малих π, тобто випадок, коли гарантійний термін t приблизно дорівнює періоду експлуатації T, а ТРС має наприкінці гарантійного терміну експлуатації ще досить високу надійність.

Табл. 2 аналогічна табл. 1, але порахована при c = 8 ум. од. та v = 1 ум. од. Порівняння значень $\mu_{x*}^{II} \big/ \mu_{x*}^{I}$, взятих з табл. 1 й 2 при тих самих вихідних даних t й π, показує, що вони практично не залежать від відношення v/c.

Т а б л и ц а 2

Порівняння двох мінімаксних моделей обслуговування та ремонту за неповними даними

t	$\mu_{x*}^{II} \big/ \mu_{x*}^{I}$ при π, що дорівнює												
	0,001	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,999
0,001*T*	1	1	1	0,924	0,825	0,726	0,626	0,527	0,427	0,328	0,229	0,179	0,131
0,01 *T*	0,996	1	1	0,933	0,840	0,746	0,652	0,558	0,463	0,367	0,271	0,223	0,176
0,05 *T*	0,977	0,988	1	0,962	0,886	0,807	0,725	0,640	0,554	0,466	0,375	0,329	0,284
0,1 *T*	0,952	0,966	1	0,984	0,923	0,885	0,783	0,706	0,626	0,543	0,458	0,413	0,370
0,2 *T*	0,900	0,919	1	1	0,969	0,918	0,860	0,796	0,727	0,653	0,574	0,534	0,493
0,3 *T*	0,845	0,869	0,977	1	0,995	0,958	0,913	0,859	0,800	0,734	0,663	0,626	0,588
0,4 *T*	0,785	0,813	0,944	0,999	1	0,985	0,951	0,908	0,858	0,800	0,737	0,703	0,668
0,5 *T*	0,719	0,753	0,904	0,975	1	1	0,979	0,946	0,905	0,856	0,800	0,770	0,738
0,6 *T*	0,647	0,684	0,856	0,942	0,989	1	0,997	0,975	0,944	0,904	0,857	0,830	0,802
0,7 *T*	0,563	0,605	0,797	0,898	0,959	0,995	1	0,995	0,975	0,945	0,907	0,885	0,861
0,8 *T*	0,461	0,507	0,721	0,838	0,913	0,963	0,995	1	0,996	0,978	0,951	0,934	0,916
0,9 *T*	0,322	0,372	0,607	0,744	0,836	0,903	0,951	0,985	1	1	0,988	0,979	0,967
0,95 *T*	0,206	0,258	0,507	0,656	0,761	0,840	0,900	0,946	0,980	1	1	0,998	0,992

Дійсно табл. 1 складена для v/c = 1000, а табл. 2 - для v/c = 0,125. Разом з тим якщо відношення v/c змінюється в 8000 разів то відповідні значення $\mu_{x*}^{II} \big/ \mu_{x*}^{I}$ максимально відрізняються в 2÷3 рази, причому тільки в області малоймовірних на практиці значень t та π (малі t і великі π). Для реальних пар значень t та π ця відмінність не перевищує 10%.

Наведені в табл. 3 приклади характеризують зміну числа діагностичних перевірок і моментів їхнього проведення залежно від інформації про надійність.

Т а б л и ц а 3

Розподіл моментів перевірок і моментів їхнього проведення

Термін служби	Імовірність виявлення відмови	Вартість однієї перевірки, *ум. од.*	Вартість відмовного стану протягом од. часу, *ум. од.*	Момент часу, коли відома *F(t)*, *год*	Значення *F(t)* у відомій точці	Число перевірок	Розподіл моментів перевірок x_i та x_{m+n},
24	1	10	10	-	-	6	6,3; 11,6; 15,9; 19,2; 21,5; 22,8
24	1	10	10	4,8	0,12	6	6,2; 10,3; 14,9; 18,5; 21,0; 22,5;
24	1	10	10	4,8	0,12	6	4,4; 7,8; 10,3; 11,7; 16,2; 19,4; 21,6; 22,8;

Наявність інформації про функції розподілу, коли $\pi = 0{,}12$, для $t = 0{,}2T$ у порівнянні з випадком повної відсутності інформації не приводить до зміни числа передбачуваних перевірок і трохи зсовує моменти проведення діагностичних перевірок в сторону відомої точки розподілу.

Наявність інформації про функції для $t = 0{,}5\ T$, коли $\pi = 0{,}75$, на відміну від перших двох випадків приводить до зміни числа діагностичних перевірок (їх число збільшується до 8) і зміни характеру розподілу моментів перевірок. Наявність інформації про те, що $F(t) = 0{,}75$ (у точці $t = 0{,}5T$), викликає зменшення часу між перевірками, проведеними на інтервалі ліворуч від відомої точки t в бік відомої точки розподілу («реакція» на високу ймовірність відмови). Розподіл моментів діагностичних перевірок праворуч від відомої точки по характеру близький до розподілу моментів діагностичних перевірок у випадку повної відсутності інформації.

Висновки. Розглянутий метод порівняння моделей технічного обслуговування та ремонту ТРС дозволяє аналізувати надійність ТРС, що знаходиться в експлуатації, до відмови при відсутності інформації або коли відома лише одна точка функції розподілу «життєвого циклу» ТРС. І так само визначити оптимальний план діагностичних перевірок ТРС, тобто їхньої кількості та моменти виконання. Наведене порівняння двох моделей технічного обслуговування та ремонту ТРС при обраному обсязі вихідних даних вказує на можливі варіанти прийняття раціональних заходів (рішень) при організацій планів діагностичних перевірок.

Література

1. Капіца М.І., Коренюк Р.О. Стратегії експлуатації, технічного обслуговування та ремонту локомотивів // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В.Лазаряна. – Вип.. 40. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім.. акад.. В. Лазаряна, 2012.- С.63-65.
2. А. А. Босов, М.И.Капица. Необходимые условия рациональности системы плановых восстановлений подвижного состава. / Збірник наукових праць Київського університету економіки і технологій транспорту Міністерства транспорту України: Серія «Транспортні системі і технології». Вип. 4. К.: КУЕТТ, 2003. – С. 180 – 191
3. Derman C. On minimax surveillance schedules. – “Naval Res. Logist. Quart.”, 1961, v. 8, № 4.
4. Барзилович Е. Ю., Каштанов В. А., Коваленко И. Н. О минимаксных критериях в задачах надежности. «Техническая кибернетика», 1971, № 3.
5. Roeloffs R. Minimax surveillance schedules with partial information. - “Naval Res. Logist. Quart.”, 1963, v. 10, Dec.
6. Барзилович Е. Ю., Каштанов В. А. Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем. М., «Сов. радио», 1971.

По існуючих моделях технічного обслуговування та ремонту при повній відсутності інформації про надійність тягового рухомого складу (ТРС) і при одній відомій точці функції розподілу « життєвого циклу» ТРС визначені оптимальні плани діагностичних перевірок, проведено порівняння вказаних моделей.

Ключові слова: *тяговий рухомий склад, відмова, планування, план діагностичних перевірок, витрати, мінімаксне завдання, мінімаксний план.*

On the known models of technical service and repair at complete null information about reliability of hauling mobile composition (HMC) and at one known point of function of distributing of «time of life» of HMC the optimum plans of diagnostic verifications are certain, comparison of the indicated models is conducted.

Key words: *hauling rolling stock, refuse, planning, plan of diagnostic verifications, expenses, minimax task, minimax plan.*

Гончаров О.М.

Капіца М. І. Д. т. н, проф. кафедри «Локомотиви» Дніпропетровського національного університету

залізничного транспорту імені В. Лазаряна

m.i.kapica@ua.fm

Рецензент: д. т.н., проф. Дубінець Л.В.