

УДК 004.09

## ТАБЛИЧНЫЕ МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В СЕРЫХ УСЛОВИЯХ

**А.А. Косолапов**

доктор технических наук, профессор кафедры электронных вычислительных машин, Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени акад. В. Лазаряна, г. Днепропетровск, Украина, e-mail: [kosolapof@i.ua](mailto:kosolapof@i.ua)

**Аннотация.** В работе описаны разработанные автором табличные модели, которые позволяют автоматизировать и упростить процесс принятия решений в серых условиях.

**Ключевые слова:** серые системы, табличные модели, автоматизация принятия решений

## TABLE MODEL TOOLS FOR DECISION MAKING UNDER GREY CONDITIONS

**Anatolii Kosolapov**

Ph.D., Professor of Computer Department, Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lasaryan, Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail: [kosolapof@i.ua](mailto:kosolapof@i.ua)

**Abstract.** The paper describes the author developed table models that help automate and simplify the process of decision-making under grey conditions.

**Keywords:** grey system, table model, the automation of decision-making.

**Введение.** Современные автоматизированные системы управления предприятиями в промышленности и на транспорте представляют собой многоуровневые, территориально и функционально распределённые организационно-технологические системы с сетевой архитектурой, взаимодействующие в режиме реального масштаба времени [1, 2]. Создание таких систем осуществляется на основе комплексных методик системного проектирования, в которых оценка эффективности и поиск наилучших вариантов связаны с проблемой принятия решений по нескольким критериям [3, 14]. При этом многие критерии, как правило, являются словесными или нечеткими.

В этой ситуации, когда нет никакой числовой информации о критериях, говорят о системе как о «чёрном ящике». Если есть полный набор числовых данных о критериях и ограничениях – говорят о «белом ящике» с возможным единственным оптимальным решением. На самом деле, между этими крайностями находятся системы, которые называют серыми,

туманными или нечёткими. По [8, 9] серой называется такая система, которая частично известна и частично неизвестна (с неполным описанием).

В реальных системах и технологиях неопределенность всегда существует, и они находятся всегда посередине, где-то между крайностями от черного до белого, то есть в серой зоне. Серые системы дают разнообразие доступных решений, а серый анализ позволяет найти не оптимальное решение, а хорошее, соответствующее решению реальных проблем [5].

Поэтому в серых системах вместо традиционного аналитического метода анализа иерархий АНР [15] используют нечеткий АНР [14], который основывается на расчетах энтропии веса [13].

Однако, и у этих методов также имеется ряд недостатков. Поэтому, чтобы преодолеть эти проблемы, Chen [6] предложил эффективный метод на основе использования арифметических операций с нечёткими числами, но и он остаётся субъективным, и не системным.

Для обеспечения системного подхода к получению оценки ранга матрицы и устранения недостатков в нечётком АНР [6, 7], в [16] предложен новый метод оценки, который основан на использовании серого реляционного анализа [9] и арифметических операций с нечёткими числами [11, 12, 18], где степень соответствия каждой системы каждому критерию выражают соответствующим серым реляционным коэффициентом и реляционным классом. Кроме того, вес каждого критерия, который определяется экспертом, представляет собой нечёткое треугольное число или чёткое значение. Кроме того, предлагается простая схема дефаззификации нечёткого треугольного числа в соответствии с концепцией центра тяжести. При этом предложены две методики для решения задач принятия решений: с нечёткими или чёткими векторами взвешивания. В данном случае, поскольку оценка рангов определяется серым реляционным анализом, а не предпочтениями эксперта, предлагаемый подход является более системным, чем в [6]. И последнее, так как предлагаемый способ использует упрощённые арифметические операции с нечёткими числами, а не сложные вычисления энтропии веса в [14], его производительность аналогична методу представленному в [6] и намного выше производительности метода, приведенного в [14]. Эффективность применения методики во многом зависит от автоматизации обработки многочисленных данных в процессе принятия решений без использования сложных специализированных пакетов, например, в среде электронных таблиц [4]. **Целью данной работы** было разработать комплекс табличных аналитических моделей для автоматизации и упрощения вычислений.

**Материал и результаты исследований.** Теория нечётких множеств, предложенная профессором Заде [17], определяет нечёткое множество как класс с нечёткими границами. Пусть  $U$  является юниверсом (вселенной) дискурса,  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ . Тогда нечёткое множество  $A$  из  $U$  является множеством упорядоченных пар  $\{(u_1, f_{\tilde{A}}(u_1)), (u_2, f_{\tilde{A}}(u_2)), \dots, (u_n, f_{\tilde{A}}(u_n))\}$  где функция  $f_{\tilde{A}}, f_{\tilde{A}}: U \rightarrow [0,1]$ , является функцией принадлежности  $A$ , и  $f_{\tilde{A}}(u_i)$  указывает на степень принадлежности  $u_i$  к  $\tilde{A}$ . В соответствии с [11, 12, 18], нечеткое число  $A$  юниверсума дискурса  $U$  может быть треугольным или трапецеидальным. Арифметические операции над этими числами описаны в [6, 11, 12, 18].

Теория серых систем была предложена профессором Deng [8] для исследования систем с недостаточным содержанием информации. В теории серых систем серый реляционный анализ улавливает отношения между главным фактором и другими вспомогательными факторами в исследуемой системе. В процессе сравнения эталонная последовательность соотносится со сравниваемыми последовательностями, которые показывают некоторую степень сходства с эталонной моделью и, таким образом, определяется лучшая из них.

Серый реляционный анализ может быть выполнен следующим образом.

Шаг 1: Пусть эталонная последовательность будет

$$x_0 = \{x_0(1), x_0(2), \dots, x_0(n)\}$$

Шаг 2: Подготовим  $m$  сравниваемых последовательностей

$$x_i = \{x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)\}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Шаг 3: Вычислим серый реляционный коэффициент

$$\gamma(x_0(k), x_i(k)) = \frac{\min_j \min_l |x_0(l) - x_j(l)| + \xi \max_j \max_l |x_0(l) - x_j(l)|}{|x_0(k) - x_i(k)| + \xi \max_j \max_l |x_0(l) - x_j(l)|} \quad (1)$$

где  $\xi \in (0,1]$  является отличительным коэффициентом, а  $\gamma(x_0(k), x_i(k))$  называется серым реляционным коэффициентом в точке  $k$ .

Шаг 4: Проводим серую реляционную оценку по формуле

$$\gamma(x_0, x_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \gamma(x_0(k), x_i(k)) \quad (2)$$

Здесь  $\gamma(x_0, x_i)$  показывает степень влияния последовательности  $x_i$  на эталонную последовательность  $x_0$ . Другими словами эталонная последовательность может собирать полезную информацию о вариации точек данных от других аналогичных последовательностей. Анализ серых реляционных оценок позволяет понять, какие факторы имеют решающее значение в процессе принятия решений.

Рассмотрим методику и алгоритм принятия решений на примере выбора серых систем вооружений [6].

Допустим, имеется  $m$  серых систем  $S_1, S_2, \dots, S_m$ , из которых необходимо выбрать наилучшую по  $n$  критериям  $C_1, C_2, \dots, C_n$ .

Если критерий  $C_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  состоит из  $n_i$  элементов критерия, то система  $S_j, j = 1, 2, \dots, m$ , относительно критерия  $C_i$ , может быть представлена последовательностью  $S_{ji} = \{s_{ji}(1), s_{ji}(2), \dots, s_{ji}(n_i)\}$ , где  $s_{ji}(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, n_i$  может быть чётким значением или лингвистическим термом (нечётким числом). Кроме того, предположим, что веса критериев, заданных лицом, принимающим решение, представлены весовым вектором  $\tilde{W}$ ,  $\tilde{W} = [\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n]$ , где  $\tilde{w}_i$  - треугольное нечёткое число и обозначает вес критерия  $C_i$ . Алгоритм методологии принятия решений можно представить в виде следующих шагов.

Шаг 1: Предварительная обработка рассматриваемых последовательностей.

Так как в процессе вычисления серых реляционных классов (коэффициентов) должны рассчитываться максимальные и минимальные различия между всеми последовательностями, то отсюда: (I) все элементы каждой последовательности должны быть четкими значениями; (II) желательно, чтобы все компоненты рассматриваемой последовательности имели одинаковый порядок.

Таким образом, на первом этапе мы должны предварительно обработать элементы каждой рассматриваемой последовательности. Среди всех последовательностей предварительный этап направлен на элементы одного и того же критерия.

Давайте рассмотрим  $k$ -й элемент критерия  $C_i$ . Схема предварительной обработки представлена следующими действиями.

Если  $s_{ji}(k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$  - чёткое значение, то существует 3 простых метода привести эти элементы к одинаковому порядку.

Метод 1.

$$\bar{s}_{ji}(k) = \frac{s_{ji}(k)}{M_{ik}}, \quad (3)$$

где  $M_{ik} = \max\{s_{1i}(k), s_{2i}(k), \dots, s_{mi}(k)\}$ .

Метод 2.

$$\bar{s}_{ji}(k) = \frac{s_{ji}(k)}{m_{ik}}, \quad (4)$$

где  $m_{ik} = \min\{s_{1i}(k), s_{2i}(k), \dots, s_{mi}(k)\}$ .

Метод 3.

$$\bar{s}_{ji}(k) = \frac{s_{ji}(k) - m_{ik}}{M_{ik} - m_{ik}}, \quad (5)$$

где определение  $M_{ik}$  и  $m_{ik}$  приведено в (3) и (4) соответственно.

В противном случае, если  $s_{ji}(k)$  является лингвистическим термом, то  $s_{ji}(k)$  может быть представлено треугольным нечётким числом, параметризованным триплетом  $(a_{ji}(k), b_{ji}(k), c_{ji}(k))$ . Поэтому, применяя уравнение (6), это треугольное нечёткое число может быть дефаззифицировано в чёткое значение:

$$\bar{s}_{ji}(k) = \frac{a_{ji}(k) + b_{ji}(k) + c_{ji}(k)}{3} \quad (6)$$

Для того, чтоб гарантировать, что дефаззифицированное значение (6) имеет тот же порядок, что и величина, полученная из (3), (4) или (5), универсум дискурса устанавливается в виде  $[0,1]$ .

После предварительной обработки рассматриваемых последовательностей, мы получаем  $m \times n$  новых последовательностей,  $\bar{S}_{ji} = \{\bar{s}_{ji}(1), \bar{s}_{ji}(2), \dots, \bar{s}_{ji}(n_i)\}$ , которые рассматриваются как сравниваемые последовательности в сером реляционном анализе.

Шаг 2: Выбор исходных последовательностей.

Целью оценки систем вооружения является выбор оптимальной среди всех рассматриваемых систем. Таким образом, для каждого критерия мы должны выбрать подходящую исходную последовательность для выполнения серого реляционного анализа в следующем шаге. Выбор исходной последовательности определяется выбором оптимального значения среди всех систем по отношению к каждому элементу критерия. То есть, исходная последовательность  $S_{0i}, i = 1, 2, \dots, n$  представляется в виде

$$S_{0i} = \{s_{0i}(1), s_{0i}(2), \dots, s_{0i}(n_i)\}, \quad (7)$$

где  $s_{0i}(k), k = 1, 2, \dots, n$  является оптимальным (лучшим) значением среди  $\bar{s}_{1i}(k), \bar{s}_{2i}(k), \dots, \bar{s}_{mi}(k)$  и определяются экспертом.

Шаг 3: Расчет серых реляционных классов.

Согласно уравнения (1) серый реляционный коэффициент  $\gamma_{ji}(k)$  может быть получен следующим образом:

$$\begin{aligned} \gamma_{ji}(k) &= \gamma(s_{0i}(k), \bar{s}_{ji}(k)) = \\ &= \frac{\min_p \min_l |s_{0i}(l) - \bar{s}_{pi}(l)| + \xi \max_p \max_l |s_{0i}(l) - \bar{s}_{pi}(l)|}{|s_{0i}(k) - \bar{s}_{ji}(k)| + \xi \max_p \max_l |s_{0i}(l) - \bar{s}_{pi}(l)|}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\xi \in (0, 1]$  известный коэффициент,  $p = 1, 2, \dots, m$  и  $l, k = 1, 2, \dots, n_i$ . Тогда серый реляционный класс между исходной последовательностью  $S_{0i}$  и сравниваемой последовательностью  $\bar{S}_{ji}$  рассчитывается с помощью выражения

$$\gamma_{ji} = \sum_{k=1}^{n_i} \bar{w}_k \gamma_{ji}(k), \quad (9)$$

где  $w_k$  - вес серого реляционного коэффициента  $\gamma_{ji}(k)$  и  $\sum_{k=1}^{n_i} \bar{w}_k = 1$ .

Шаг 4: Построение матрицы оценок.

На предыдущем шаге серый реляционный коэффициент  $\gamma_{ji}(k)$  может рассматриваться как степень удовлетворенности для системы  $S_j$  по отношению к  $k$ -му пункту критерия  $C_i$ . Аналогично серый реляционный класс можно рассматривать как среднюю оценку ранга системы  $S_j$  по отношению к критерию  $C_i$ . Тогда, представляя серый реляционный класс каждой системы по отношению к каждому критерию, получаем матрицу оценок:

$$A = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & \dots & C_n \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \dots & \gamma_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}. \quad (10)$$

Шаг 5: Принятие решений (нечёткий вектор взвешивания).

В начале шага принятия решений будут выполняться следующие операции преобразования:

$$\tilde{R} = A \cdot \tilde{W}^T = \begin{bmatrix} \gamma_{11} \cdot \tilde{w}_1 \oplus \gamma_{12} \cdot \tilde{w}_2 \oplus \dots \oplus \gamma_{1n} \cdot \tilde{w}_n \\ \gamma_{21} \cdot \tilde{w}_1 \oplus \gamma_{22} \cdot \tilde{w}_2 \oplus \dots \oplus \gamma_{2n} \cdot \tilde{w}_n \\ \vdots \\ \gamma_{m1} \cdot \tilde{w}_1 \oplus \gamma_{m2} \cdot \tilde{w}_2 \oplus \dots \oplus \gamma_{mn} \cdot \tilde{w}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_1 \\ \tilde{R}_2 \\ \vdots \\ \tilde{R}_m \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где  $\cdot$  и  $\oplus$  - операторы алгебраического произведения и суммирования нечётких чисел соответственно.  $\tilde{W}^T$  означает транспонирование весового вектора  $\tilde{W}$ , а  $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2, \dots, \tilde{R}_m$  – треугольные нечёткие числа.

После этого применяем выражение (6) для дефаззификации треугольных нечётких чисел  $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2, \dots, \tilde{R}_m$  в чёткие значения  $v_1, v_2, \dots, v_m$ , т.е. если  $\tilde{R}_j = (a_j, b_j, c_j)$ , то

$$v_j = \frac{a_j + b_j + c_j}{3}, \quad (12)$$

где  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Если  $v_p$  – самое большое значение среди  $v_1, v_2, \dots, v_m$ , то система  $S_p$  является лучшим выбором.

Если весовой вектор  $\tilde{W}$  заменяется "чётким" значением  $W$ ,  $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]$ , то последний шаг становится следующим.

Шаг 6: Принятие решений (чёткий весовой вектор).

Выполняются следующие операции преобразования:

$$V = AW^T = \begin{bmatrix} w_1\gamma_{11} + w_2\gamma_{12} + \dots + w_n\gamma_{1n} \\ w_1\gamma_{21} + w_2\gamma_{22} + \dots + w_n\gamma_{2n} \\ \vdots \\ w_1\gamma_{m1} + w_2\gamma_{m2} + \dots + w_n\gamma_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где  $W^T$  означает транспонирование весового вектора  $W$ .

Аналогично, если  $v_p$  – самое большое значение среди  $v_1, v_2, \dots, v_m$ , то система  $S_p$  – оптимальна.

В работе представлен комплекс таблиц для автоматизации выбора систем и технологий в серых условиях, применение которого иллюстрируется на примере оценки систем вооружений из [6, 14]. Имеются

три системы  $S_1, S_2$  и  $S_3$ . Для выбора наиболее перспективной системы составляется их спецификации с числовыми тактическими характеристиками (см. рис. 1).

	A	C	D	E	F
4	Тактические данные систем				
5	Элемент	S1	S2	S3	Группы С
6	Дальность, км	43	36	38	C1
7	Высота, м	25	20	23	
8	Скорость Маха	0,72	0,8	0,75	
9	Скорострельность, выстр/мин	0,6	0,6	0,7	C2
10	Время реакции, мин	1,2	1,5	1,3	
11	Размер, см	521x35-135, станд	381x34-105, хор	445x35-120, станд	C1
12	Точность стрельбы, %	67	70	63	
13					
14	Уровень разрушений, %	84	88	86	
15	Радиус поражения (м)	15	12	18	C2
16	Помехоустойчивость, %	68	75	70	
17	Надёжность, %	80	83	76	C1
18	Стоимость, 10 тыс.	800	755	785	C3
19	Время жизни, лет	7	5	5	
20	Экспертные оценки				
21	Экспертные оценки	S1	S2	S3	
22	Условия работы	Выс	Станд	Станд	C4
23	Безопасность	Хор	Станд	Станд	
24	Укрытие	Станд	Хор	Станд	
25	Простота сборки	Станд	Станд	Низ	
26	Боеспособность	Хор	Станд	Хор	C2
27	Ограничения	Выс	Станд	Выс	C3
28	Мобильность	Низ	Хор	Станд	C5
29	Модуляция	Станд	Хор	Станд	
30	Стандартизация	Станд	Станд	Хор	
31	Простота	Станд	Станд	Станд	C4

Рисунок 1 - Тактические данные и экспертные оценки трёх систем

Дополнительно, для неформализуемых показателей, выполняем опрос экспертов и их мнения в лингвистической форме сводим в ту же таблицу. Основываясь на этих двух таблицах, выполняем классификацию критериев для оценки исследуемых систем [14]. Выделим пять групп

критериев для систем  $S_1, S_2$  и  $S_3$ : 1) тактический критерий ( $C_1$ ); 2) технологический критерий ( $C_2$ ); 3) критерий обслуживания ( $C_3$ ); 4) экономический критерий ( $C_4$ ); 5) критерий усовершенствования ( $C_5$ ).

Видно, что численные значения и лингвистические оценки могут быть перемешаны в группах. В итоге, мы получаем пять подтаблиц, которые должны быть обработаны в соответствии с предлагаемой методикой.

В докладе рассматриваются алгоритм выбора наилучшего решения и электронные таблицы реализации основных вычислительных процедур.

**Выводы.** В данной работе предложен набор электронных таблиц EXCEL, который позволяет автоматизировать и упростить процесс оценки и выбора проектных решений в серых условиях, когда критерии задаются в смешанном виде (числа и лингвистические переменные). Предложен унифицированное описание треугольных и трапециевидных функций принадлежности четвёркой чисел  $\{a, b, c, d\}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ключевая роль транспорта в современном мире : монография / Косолапов А.А. Блохин А. Л., Боряк К. Ф., ... - Одесса : КУПРИЕНКО СВ, 2013 – 163 с.
2. Косолапов А.А. Эпоха интеллектуальных транспортных систем [Текст] /А.А. Косолапов // Наукові записки Міжнародного гуманітарного університету:[збірник]. – Одесса : Феникс. 2015. – с. 128 – 131.
3. Косолапов А.А. Науково-методичний комплекс системного інтегратора КСІ [Текст] / А.А. Косолапов // Міжнародна науково-практична конференція «Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании». - ДНУЗТ : Дніпропетровськ. – 2014 – с. 17-28.
4. Косолапов А.А. Методика оценки надёжности нечётких систем с использованием различных видов размытых множеств [Текст] /А.А. Косолапов // Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – ДНУЗТ : Дніпропетровськ. – 2013 – с. 17-27.
5. Chan W.K., Tong T.K.L (), Multi-criteria material selections and end-of-life product strategy: Grey relational analysis approach, Materials & Design, Volume 28, Issue 5, 2007, p. 1539-1546.
6. Chen, S.M., 1996, "Evaluation weapon systems using fuzzy arithmetic operations", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 77, pp. 265-276.
7. Cheng, C.H. and Mon, D.L., 1994, "Evaluating weapon system by analytical hierarchy process based on fuzzy scales", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 63, pp. 1-10.
8. Deng, J.L., 1982, "Control problems of grey systems", Systems and Control Letters, Vol. 5, pp. 288-294.
9. Deng, J.L., 1989, "Introduction to grey system theory," The Journal of Grey System, Vol. 1, pp. 1-24.
10. Hunt, R.A., 1994, Calculus, second edition, Harper Collins College Publishers, New York.

11. Kaufmann, A. and Gupta, M.M., 1988, Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science, North-Holland, Amsterdam.
12. Kaufmann, A. and Gupta, M.M., 1991, Introduction to Fuzzy Arithmetic Theory and Applications, Van Nostrand Reinhold, New York.
13. Ke, T., 1992, "Target decision by entropy weight and fuzzy," System Engineering Theory and Practice, Vol. 5 (in Chinese).
14. Mon, D.L., Cheng, C.H. and Lin, J.C., 1994, "Evaluating weapon system using fuzzy analytic hierarchy process based on entropy weight," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 62, pp. 127-134.
15. Saaty, T.L., 1980, The Analytical Hierarchy Process, McGraw Hill, New York.
16. Yeh M-F., Lu H-C. Evaluating Weapon Systems Based on Grey Relational Analysis and Fuzzy Arithmetic Operations / Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol. 23, No. 2, 2000, pp. 211-221.
17. Zadeh, L.A., 1965, "Fuzzy sets", Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353.
18. Zimmermann, H.J., 1991, Fuzzy Set Theory - and Its Applications, second, revised edition, Kluwer Academic Publishers, Boston.