

**Довбня Н.П.,  
Бондаренко Л.М.,  
Бобырь Д.В.,  
Шевченко Я.И.**

Днепропетровский национальный  
университет железнодорожного транспорта  
имени академика В. Лазаряна,  
г. Днепропетровск, Украина  
**E-mail:** dmitrob@ua.fm

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИВЕДЕННОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ ШАРИКОВЫХ И РОЛИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ

УДК 621.822.6

Аналитически доказано, что сопротивление качению шариков по внешней обойме почти в 1,3 раза больше, чем по наружной, а роликов в 1,2 раза. Коэффициент трения, приведенный к цапфе, полученный аналитически хорошо совпадает по величине с его значением для подшипников подвижного состава. При проектировании узлов качения локомотива необходимо отдавать предпочтение конструкции в которой вращается внутреннее кольцо подшипника.

**Ключевые слова:** подшипник, сопротивление качению шариков, сопротивление качения роликов, коэффициент трения качения.

### Введение

Шариковые и роликовые опоры позволяют заменять во вращательные пары трение скольжение, трением значения, которые появляются при качении шариков или роликов по внутреннему и внешнему кольцам. Из условий деформации и направления действующей на каждый шарик или ролик силы в [1] получены выражения для определения сил, действующих на наиболее нагруженные:

- шарик:

$$P_o = \frac{5Q}{Z}; \quad (1)$$

- ролик:

$$P_o = \frac{4,6Q}{Z}, \quad (2)$$

где  $Q$  – приложенная к валу сила, передающаяся через внутреннее кольцо шариком или роликом;  
 $Z$  – число шариков (роликов) в подшипнике (выражения (1) и (2) справедливы только при числе шариков (роликов) от 10 до 20).

### Анализ исследований

В [1] для определения момента, который необходимо приложить к внутренней обойме для преодоления сопротивления при качении шариков или роликов касательная сила  $F_i$  определена из момента, который равен моменту реакции при качении шарика (ролика) по обойме:

$$F_i = \frac{P_i k}{r}, \quad (3)$$

где  $r$  – радиус ролика или шарика;

$P_i$  – сила действующая на  $i$ -тый шарик или ролик;

$k$  – коэффициент трения качения принятый здесь одинаковым при контакте с внутренними и наружными кольцами.

В этом и заключается неточность в дальнейших выкладках работы [1].

### Цель статьи

Найти приведённый коэффициент трения шариковых и роликовых подшипников с учётом действительного значения коэффициента трения качения шарика и ролика по внешним и внутренним кольцам.

### Основной материал исследований

Для определения коэффициента трения качения воспользуемся формулами, полученные прибором [2].

При первоначальном точечном контакте (шарик - беговая дорожка):

$$k = \frac{3}{16} b \cdot \alpha, \quad (4)$$

где  $b$  – полуширина пятна контакта в направлении качения шарика;

$\alpha$  – коэффициента гистерезисных потерь, являющийся функцией радиуса тела качения и при радиусе  $r \leq 45$  мм может принимается равным единице [2].

В [1] доказано, что при определении сопротивления качению группы тел нагрузка на которые осуществляется по закону косинуса, как загрузка шариков и роликов, можно всю нагрузку  $Q$  перенести на один шарик (ролик) и даже, не обращая внимания на контактные напряжения, находить коэффициент трения качения и сопротивления.

Полуширина пятна контакта шарика с внутренним кольцом согласно теории контактных деформаций Герца [3]:

$$\sigma_{вн} = 1,397 \cdot n_{\sigma} \sqrt[3]{\frac{Q}{E} \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{R_{ж}} + \frac{1}{R_{вн}}}}, \quad (5)$$

где  $n_{\sigma}$  – коэффициент, зависящий от отношения  $(1/r - 1/R_{ж}) / (1/r - 1/R_{вн})$ ;  $R_{вн} = 0,515d$  радиус желоба;

$E$  – модуль упругости материалов шарика и кольца;

$R_{ж} = \alpha_o / 2 + r$  – радиус беговой дорожки внутреннего кольца;

$\alpha_o$  – внутренний диаметр подшипника;

$r$  – радиус шарика.

Для определения полуширины пятна контакта наружным кольцом в формуле [5] вместо внутреннего радиуса необходимо подставить величину наружного  $R_{ж} = \frac{1}{2}(\alpha_o + 3r)$ ; поменять «плюс» на «минус» и найти  $n_{\sigma}$  для этой схемы контакта.

Для расчета примем подшипники №320 с  $\alpha_o = 100$  мм,  $D = 215$  мм, статической нагрузкой  $P = 133$  кН, радиусом шариков (без округления до стандартной величины).  $r = 0,15(D - \alpha_o) = 17,25$  мм. Величины  $n_{\sigma}$  при контакте шарика с внутренней обоймой составляют  $n_{\sigma} = 0,386$ , а с наружной  $n_{\sigma} = 0,44$ .

Подстановка указанных величин в формулу [5] дает величину  $\sigma_{вн} = 1,105$  мм,  $\sigma_{вп} = 1,43$  мм. Соответствующие им коэффициенты трения качения условного шарика  $k_{вн} = 0,207$  мм,  $k_{жп} = 0,268$  мм, а сопротивление качения  $W_{вн} = k_{вн} P/r = 1596$  Н,  $W_{жп} = k_{жп} P/r = 2066$  Н.

Сопротивление качения колеса найдем из условий, что его диаметр  $D_{\kappa} = (6...8)\alpha_o$  и примем равным  $D_{\kappa} = 630$  мм со статической нагрузкой 80 кН рельсе  $P43$  с радиусом закругления головки  $P_p = 300$  мм. Этим радиусам соответствует коэффициент  $n_{\sigma} = 0,98$ .

При контакте цилиндрического колеса с рельсом при закругленной головке полуширины пятна контакта:

$$\sigma = 1,397 \cdot n_{\sigma} \sqrt[3]{\frac{P}{E} \frac{R_{\kappa} \cdot R_p}{R_{\kappa} + R_p}}. \quad (6)$$

Соответствующей 7,9 мм.

Коэффициент трения качения при этом радиусе колеса найдем из учета гистерезисных потерь [4]

$$k = 0,16 \cdot \sigma \cdot \exp(0,2R_{\kappa}). \quad (7)$$

Что составляет величину  $k = 1,35$  мм (без их учета  $k = 1,5$  мм). Сопротивление качению  $W_{\kappa} = kP/R_{\kappa} = 1140$  Н, где  $P = 2Q = 266$  кН с учетом опирания колеса на два подшипника.

В формуле, определяющей сопротивление от трения в ходовых частях на прямолинейном участке пути [4] содержится коэффициент  $\mu$  – коэффициент трения подшипников, приведенный к цапфе колеса и его величину при шариковых подшипниках рекомендуется принимать  $\mu = 0,01...0,015$ .

Так же его величину можно найти из соотношения:

$$\mu = \frac{2}{\alpha_o} (K_{вн} + K_{нр}), \quad (8)$$

и при этих величинах  $\mu = 0,0095$ , что практически соответствует рекомендуемой величине  $\mu$  при подшипниках качения.

Отметим, что приведение коэффициента трения  $\mu$  к цапфе очевидно отдаление дани подшипникам скольжения. Если внутреннее кольцо не вращается, то более корректно коэффициент  $\mu$  приводить к диаметру беговой дорожки внутренней обоймы, заменив в формуле [8]  $\alpha_o$  на  $\alpha_o + 2r$  и величина  $\mu$  в этом случае составит 0,0071.

В подшипниковых узлах, где вращается наружная обойма вместо  $\alpha_o$  необходимо подставлять  $\alpha_o + 3r$  и  $\mu = 0,0063$ .

Не тяжело убедиться, что приведенный коэффициент трения при вращении наружной обоймы меньше в 1,5 раза, и, естественно, сопротивление от трения в ходовых частях, в следствии того что сопротивление около 1/3 от трения в подшипниках, уменьшится примерно на 1/4.

Однако, надо иметь ввиду, что при повороте наружной обоймы на один оборот, сила сопротивления  $W_{нр}$  совершает работу  $A_{нр} = W_{нр} \cdot 2\pi(r_o + 3r) = 3938$  Нм. Этот же путь проделает и сила  $W_{вр}$ , совершив работу  $A_{вр} = 3042$  Нм.

При вращении же внутренней обоймы за один ее оборот сила  $W_{вр}$  совершает работу  $A_{вр} = 2\pi(r_o + r)W_{вр} = 2996$  Нм. Этот же путь проделает и сила  $W_{нр}$ , совершив работу  $A_{нр} = 3490$  Нм.

Таким образом, общая работа сил трения качения шариков за один оборот внутреннего кольца составит 6186 Нм, а наружного 6980 Нм, т.е. почти на 30 % больше и, естественно, надо отдать предпочтение конструкции подшипниковых узлов с вращением внутренней обоймы.

Такое же расположение и в потребляемой мощности на преодоление сопротивлений качению шариков при вращении внутренней и наружной обойм.

Роликовые подшипники.

Для сравнения шариковых и роликовых подшипников проведем аналоговые расчеты для роликоподшипника радиального с коротким или цилиндрическими рамками № 2819 со статической нагрузкой  $Q = 178$  кН,  $r = 0,125(D + \alpha) = 9,38$  мм,  $\alpha_o = 95$  мм,  $D = 170$  мм радиусом роликов, количеством роликов  $z = 5(D + \alpha)/(D + \alpha) = 17$ . Как видно, этот подшипник имеет примерно такие же как и шариковый статическую грузоподъемность и размеры.

Нагрузка на наиболее загруженный ролик:

$$P_1 = \frac{4,6 \cdot Q}{Z} = 48,16 \text{ кН.}$$

Как и в предыдущем примере нагрузку  $Q$  перенесем на наиболее загруженный ролик и найдем полуширину пятен контакта с внутренней беговой дорожки [3]

$$\epsilon_{вн} = 1,526 \sqrt{\frac{Q}{BE} \cdot \frac{r(r_o + r)}{r + (r_o + r)}} = 0,92 \text{ мм}, \quad (9)$$

где  $B = 2r$  – длина ролика, с наружной беговой дорожкой.

$$\epsilon_{нр} = 1,526 \sqrt{\frac{Q}{BE} \cdot \frac{r(r_o + r)}{(r_o + r) - r}} = 1,09 \text{ мм}. \quad (10)$$

Коэффициенты трения качения при значении условного ролика:

- по внутренней дорожке

$$K_{вн} = \frac{2}{3\pi} \epsilon_{вн} = 0,195; \quad (11)$$

- по наружной дорожке

$$K_{нр} = \frac{2}{3\pi} \epsilon_{нр} = 0,231 \text{ мм}. \quad (12)$$

Сопротивление качения роликов:

- по внутренней дорожке:

$$W_{вн} = \frac{Q \cdot K_{вн}}{r} = 3700 \text{ Н};$$

- по наружной дорожке:

$$W_{нр} = \frac{Q \cdot K_{нр}}{r} = 4384 \text{ Н}.$$

Общее сопротивление качению роликов  $W_o = 3700 + 4384 = 8084 \text{ Н}$  (коэффициент сопротивления движению  $w = 0,045$  против  $w = 0,027$  для шарикового подшипника в предыдущем примере).

Коэффициент трения, приведенный к цапфе  $\mu = 0,0089$  против  $0,0095$  в предыдущем примере.

### Выводы

Анализ полученных зависимостей и расчетов позволяет сделать такие выводы и предложения:

- аналитически доказано, что сопротивление качению шариков по внешней обойме почти в 1,3 раза больше, чем по наружной, а роликов в 1,2 раза;
- коэффициент трения, приведенный к цапфе, полученный аналитически, хорошо совпадает по величине с его значением для подвижного состава;
- при проектировании узлов качения локомотива необходимо отдавать предпочтение конструкции в которой вращается внутреннее кольцо подшипника.

### Литература

1. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроения, 1969.– 584 с.
2. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М: Мир, 1989.– 510 с.
3. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. – Киев: Наук. Думка, 1989.– 736 с.
4. Бондаренко Л. М., Довбня М. П., Ловенин В. С. Деформаційні опори в машинах. – Дніпропетровск: Дніпро – VAL, 2002, – 200 с.

Поступила в редакцію 14.12.2015

Dovbnja N.P., Bondarenko L.N., Bobyr D.V., Shevchenko Ya.I. **Analytical determination of the reduced coefficient of friction ball and roller bearings.**

Analytically proven that the rolling resistance of the balls on the outer cage almost 1.3 times more than the outer, and the rollers 1,2. The coefficient of friction, reduced to a pin obtained analytically in good agreement with its largest value for the rolling bearings. In the design of the locomotive rolling units necessary to give priority to the construction in which the bearing inner ring rotates.

Analysis of the dependencies and calculations will make such conclusions and suggestions:

- analytically proven that the rolling resistance of the balls on the outer cage honoring times larger than the outer and fold rollers;
- coefficient of friction, reduced to a pin obtained analytically in good agreement with its largest value for cranes;
- the design of the rolling units necessary to give priority to the construction in which the bearing inner ring rotates.

**Keywords:** bearing, balls rolling resistance, rolling resistance rollers, rolling friction coefficient.

### References

1. Kozhevnikov S. N. Teorija mehanizmov i mashin. M. Mashinostroenija, 1969. 584 s.
2. Dzhonson K. Mehanika kontaktnogo vzaimodejstvija. M: Mir, 1989. 510 s.
3. Spravochnik po soprotivleniju materialov. Pisarenko G. S., Jakovlev A. P., Matveev V. V. Kiev: Nauk. Dumka, 1989. 736 s.
4. Bondarenko L. M., Dovbnja M. P., Lovenyn V. S. Deformacijni opory v mashynah. Dnipropetrovsk: Dnipro – VAL, 2002, 200 s.