178 1990 03

ИНСТИТУТЪ ИНЖЕНЕРОВЪ ПУТЕЙ СООБЩЕНІЯ

ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I.

624.2
Н-63
3306 III (4)
1 экз

РАЗСЧЕТЫ

КЪ КУРСУ МОСТОВЪ,

составленные по лекціямъ

Профессора Л. Николаи.

624.2
Н-63
830338
Разрешено 1967
III
6 к. 91 и
3306
3
БИБЛІОТЕКА
ИНВ. № 23780

Часть III,

1896 г.

Типо-Литографія А. Ф. Маркова, Невскій просп., д. № 32—34.

178 / N 73475

Оглавленіе III частн.

23789

Разсчетъ фермъ со сквозной стѣнкой.

1.) Общія соображенія о статически опредѣлимыхъ и статически неопредѣлимыхъ системахъ въ отношеніи опорныхъ сопротивленій и усилій въ частяхъ фермъ (1–23).

2.) Опредѣленіе усилій въ статически опредѣлимыхъ плоскихъ фермахъ. Способъ, основанный на началѣ сопротивленій (24–26). Способъ, основанный на началѣ возможныхъ перемѣщеній (26–28). Способъ статическихъ моментовъ (Риттера) (29–35). Примѣненіе способа Риттера: а) къ раскосными фермамъ съ параллельными поясами (35–48); б.) къ рѣшетчатымъ фермамъ съ параллельными поясами безъ взаимнаго пересѣченія раскосовъ (48–55)

3.) Примѣненіе способа Риттера къ фермамъ съ криволинейными поясами. Общія соображенія (56–60). Примѣненіе къ параболическимъ фермамъ (60–73); къ гиперболическимъ фермамъ (Шведлера) (73–83); къ фермамъ Паули (83–87); къ фермамъ Гербера (353–371).

4.) Примѣненіе способа Риттера къ фермамъ статически опредѣлимымъ въ отношеніи опорныхъ сопротивленій, но статически неопредѣлимымъ по отношенію усилій въ составныхъ частяхъ фермъ: а) Составныя раскосныя фермы (87–89); б.) Смѣшан-

раскосныя фермы съ однимъ пересѣченіемъ раскосовъ (89-93); в.) ръшетчатыя фермы съ двумя системами взаимно пересѣкающихся раскосовъ (93-95); г.) ръшетчатыя фермы съ нѣсколькими пересѣченіями раскосовъ (95-101); д.) Составныя раскосныя фермы съ криволинейными поясами (101-107). Примѣненіе способа къ неразрѣзнымъ фермамъ (374-451).

5.) Способъ Лессля и Шюблера (110-112). Примѣненіе способа: а.) къ ръшетчатымъ фермамъ безъ взаимнаго пересѣченія раскосовъ (112-130); б.) къ раскоснымъ фермамъ безъ взаимнаго пересѣченія раскосовъ (130-141);(205-216); в.) къ параболическимъ фермамъ (233-247); г.) къ гиперболическимъ фермамъ (Шведлера) (247-253); д.) къ фермамъ Гауни (253-264); е) къ фермамъ Петцо (266-271); жо.) къ фермамъ Гербера (342-353).

6.) Примѣненіе способа Шюблера къ фермамъ статически опредѣлимымъ въ отношеніи опорныхъ сопротивленій, но статически неопредѣлимымъ въ отношеніи усилій въ составныхъ частяхъ фермъ: а) ръшетчатая ферма съ нѣсколькими пересѣченіями раскосовъ (141-143); б.) составная раскосная ферма (143-145); в.) сложная раскосная ферма (145-149). Примѣненіе способа къ неразрѣзнымъ фермамъ (статически неопредѣлимымъ въ отношеніи опорныхъ сопротивленій), но статически опредѣлимымъ въ отношеніи усилій въ частяхъ фермы (120-121);(127-129); (135-136).

7.) Общія замѣчанія къ предъидущему. а) Опредѣленіе положенія подвижной нагрузки, отвѣчающаго max. M и max. N въ разрѣзной балкѣ (151-163), въ неразрѣзной балкѣ (389-451); б.) зависимость между моментами и перерѣзывающими усиліями для равномѣрной, сплош-

ной и сосредоточенной нагрузокъ (163-168); в.) опредѣленіе положенія сплошной нагрузки, отвѣчающей наибольшему значенію усилій въ раскосахъ однораскосныхъ фермъ съ параллельными поясами (168-189) и въ раскосахъ фермъ съ криволинейными поясами (189-199); г.) опредѣленіе протяженія, занимаемаго вытянутыми раскосами двухъ направлений въ однораскосной фермѣ (200-205); д.) оцѣнка вліянія продольнаго изгиба и перерѣзывающаго напряженія (216-232)

8.) Способъ непосредственнаго разложенія въ примѣненіи къ разрѣзнымъ и неразрѣзнымъ фермамъ балочной системы съ параллельными поясами (272-297) (371-389).

9.) Способъ Журавскаго въ примѣненіи къ разрѣзнымъ и неразрѣзнымъ фермамъ балочной системы съ параллельными поясами (297-342).

10.) Неразрѣзныя фермы Опредѣленіе опорныхъ сопротивленій помощью интегрированія дифференціальныхъ уравненій упругой линіи (371-379) и по способу Рейлея (379-389). Опредѣленіе $\max M_x$, $\max N_x$ и $\min N_x$ при сплошной нагрузкѣ путемъ изслѣдованія соотвѣтственныхъ выраженій отъ сосредоточенной нагрузки (390-402) или на основаніи свойства фокусовъ (402-451). Изслѣдованіе условій, при которыхъ моменты на опорахъ, при нѣкоторыхъ частныхъ способахъ загрузки, получатся одинаковыми (451-459). Вліяніе расположенія опоръ на различныхъ уровняхъ на значеніе моментовъ и перерѣзывающихъ усилій. Наивыгоднѣйшее понижение промежуточныхъ опоръ. Опредѣленіе вліянія вертикальнаго перемѣщенія опоры на значеніе напряженія при изгибѣ. (459-481). Опредѣ-

ка вліянія перемѣннаго сѣченія балки (491 – 508).

11.) Расчетъ заклепочныхъ соединеній въ фермахъ со сквозной стѣнкой. Общія соображенія (508 – 517). Прикрѣпленіе раскосовъ и стоекъ (517 – 563). Перекрытіе стыковъ частей пояса (563 – 585). Опредѣленіе количества заклепокъ для взаимнаго соединенія составныхъ частей поясовъ, раскосовъ и стоекъ (585 – 600). О центрированіи раскосовъ (600 – 603).

12) Расчетъ болтовыхъ соединеній. Общія соображенія (603 – 604). Опредѣленіе діаметра нарѣзнаго болта, принимая во вниманіе дѣйствіе перерѣзывающаго усилія и сгибающаго момента раздѣльно (604 – 607) и одновременно (607 – 614). Практическія данныя относительно болтовыхъ соединеній и проектированія сѣченій элементовъ фермы съ болтовыми соединеніями (614 – 644). Численный примѣръ (645 – 663). Описаніе нѣкоторыхъ деталей фермъ съ болтовыми соединеніями (663 – 694).

13.) Опредѣленіе усилій въ связяхъ. Общія соображенія (694 – 700). Опредѣленіе усилій въ плоскихъ связяхъ (700). Опредѣленіе усилій въ связяхъ мостовъ съ ѣздою по верху (700 – 726). Опредѣленіе усилій въ связяхъ мостовъ съ ѣздою по низу (726 – 743).

14.) Опредѣленіе усилій въ трехгролетной фермѣ со свободными консолями (743 – 761).

15.) Опредѣленіе усилій въ трехгролетной фермѣ со сѣчленивающимися встрѣчными консолями, соединенными шарниромъ (761 – 768).

Часть III.

Расчетъ фермъ со сквозной стѣнкой.

Обнаружившееся въ послѣдніе десятилѣтія стремленіе къ возможному совершенствованію конструкціи мостовыхъ фермъ, покрывающихъ большіе пролеты постепенно видоизмѣнило прежніе общепринятые типы фермъ со сплошной стѣнкой. Болѣе близкое изученіе распредѣленія усилій въ частяхъ фермы привело къ убѣжденію, что въ большихъ мостовыхъ фермахъ необходимо возможно-полное расчлененіе фермы на отдѣльныя части для того, чтобы каждой такой части можно было придать размѣры, соотвѣтствующіе проявляющемуся въ ней напряженію и чтобы во всемъ сооруженіи не было матеріала, который, не подвергаясь напряженію, не представлялъ-бы собою безполезнаго мертваго груза.

Между тѣмъ какъ въ прежнихъ образцахъ мостовыхъ фермъ (со сплошной стѣнкой) въ одной и той же вертикальной сѣченіи фермы

Листъ 1. Ч. III. Лит. Маркова, Кевкій №34

Профессоръ

одновременно проявлялись какъ вытягивающія, сжимающія и скалывающія усилія, причемъ напряженіе матеріала было далеко неодинаково по всему вертикальному сѣченію въ фермахъ по-вышней конструкціи (со сквозной стѣнкой) отдѣльныя самостоятельныя части соединены въ одно цѣлое и каждой такой части присуще опредѣленное усиліе, которому она сопротивляется съ одинаковымъ напряженіемъ по всей площади своего сѣченія. (*)

Составныя части фермы со сквозной стѣнкой могутъ быть расположены или всѣ въ одной плоскости, или въ разныхъ плоскостяхъ. Первая изъ упомянутыхъ категорій мостовыхъ фермъ, то есть составныя части которыхъ расположены въ той же плоскости какъ и внѣшнія силы, имѣетъ наибольшій практическій интересъ. Мостовая ферма со сквозной стѣнкой предъявляетъ собою систему матеріальныхъ точекъ взаимно связанныхъ упругими связями. Слѣдовательно, при дѣйствіи внѣшнихъ силъ происходитъ измѣненіе вида фермы, причемъ, очевидно,

---

(*) Нѣкоторые инженеры хотятъ видѣть въ фермахъ со сквозной стѣнкой примѣненіе принципа распредѣленія работы.

должна измѣняться какъ длина связей, такъ и уголъ взаимнаго ихъ наклоненія.

Существуетъ опредѣленная группа фермъ, въ которыхъ число и взаимное расположеніе связей таково, что для отысканія усилій, проявляющихся въ связяхъ отъ дѣйствія внѣшнихъ силъ (предполагая опорныя сопротивленія извѣстными), нѣтъ надобности брать въ разсчетъ измѣненіе вида фермы, т.е. упругое измѣненіе длины связей, а слѣдовательно, такую группу фермъ мы можемъ разсматривать какъ систему матеріальныхъ точекъ, неизмѣнно между собою связанныхъ неупругими связями (сообразное твердое тѣло); другими словами, возможно пренебреженіе въ данномъ случаѣ указанныхъ въ Статикѣ условій равновѣсія свободнаго твердаго тѣла.

Съ другой стороны есть группа фермъ, въ которыхъ отысканіе усилій въ составныхъ частяхъ фермы, проявляющихся отъ дѣйствія внѣшнихъ силъ, не можетъ быть достигнуто, исходя только изъ вышеприведеннаго опредѣленія; необходимо взять въ разсчетъ упругое измѣненіе длины связей, не нарушающее равновѣсія системы матеріальныхъ точекъ, но при непремѣнномъ условіи, что такое упругое измѣненіе вызвано присутствіемъ извѣстнаго напряженія въ связи.

Опредѣляя усилія въ связяхъ той и другой группы фермъ, то есть пренебрегая или условія равновѣ-

сія свободнаго твердаго тѣла, или дополняя тасія свободнаго твердаго тѣла, или дополняя тавсякое упругимъ удлиненіемъ связей, въ томъ и другомъ случаѣ предполагаемъ, что связи могутъ свободно вращаться около узловыхъ точекъ, а слѣдовательно, что напряженіе связи постоянно по всей длинѣ связи и въ каждой точкѣ ея поперечнаго сѣченія.

Такому условію удовлетворяютъ всѣ фермы съ такъ называемыми болтовыми соединеніями, пренебрегая, конечно, треніемъ въ соединеніяхъ. Если всѣ узловыя точки фермы находятся въ одной плоскости, - соединенія должны быть цилиндрическія; въ противномъ случаѣ сферическія. При заклепочныхъ, то есть жесткихъ соединеніяхъ, упомянутое условіе, очевидно, не имѣетъ мѣста. Поэтому въ фермѣ со сквозной стѣнкой и съ заклепочными соединеніями слѣдуетъ сверхъ того имѣть въ виду, что при измѣненіи вида фермы уголъ наклоненія между двумя связями остается постояннымъ, вслѣдствіе чего, очевидно, должно проявляться искривленіе связи, а слѣдовательно, нѣкоторое дополнительное напряженіе, причемъ напряженіе связи уже не будетъ постояннымъ по всей длинѣ связи и въ каждой точкѣ ея поперечнаго сѣченія.

Мы впослѣдствіи укажемъ способы находить

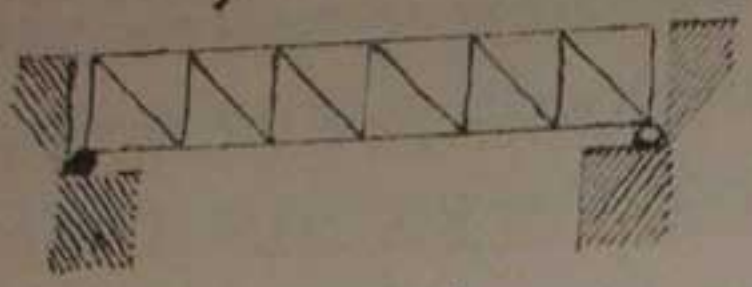
эти дополнительныя напряженія

Затѣмъ предполагаемъ, что отъ дѣйствій данныхъ внѣшнихъ силъ на мостовую ферму, опирающуюся на опоры, вызываются: 1.) сопротивленія опоръ и 2.) усилія въ связяхъ фермъ, передаваемыя или и на соотвѣтствующія узловыя точки. Сопротивленія опоръ по роду своего дѣйствія на ферму — тѣ же внѣшнія силы, но въ отличіе отъ внѣшнихъ данныхъ силъ называемыя внѣшними сопротивляющимися силами. Усилія же въ связяхъ фермъ, передающіяся на соотвѣтственныя узловыя точки, оказываютъ сопротивленіе перемѣщенію отдѣльныхъ узловыхъ точекъ отъ дѣйствія на нихъ внѣшнихъ силъ, называются - внутренними силами.

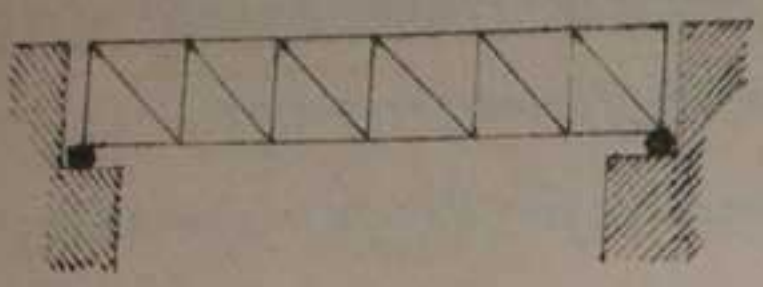
Выше было указано различіе между двумя группами фермъ, изъ которыхъ одна группа - для опредѣленія усилій въ составныхъ частяхъ фермъ довольствуется законами статики, а другая - требуетъ сверхъ того примѣненія теоріи упругости. Въ обоихъ этихъ случаяхъ предполагаютъ, что опорныя сопротивленія - величины извѣстныя. При опредѣленіи же этихъ послѣднихъ величинъ также очевидно могутъ встрѣтиться два случая: первый - когда число опоръ и ихъ устройство таковы, что для опредѣленія значеній опорныхъ сопротивленій, въ зависимости отъ данныхъ внѣшнихъ силъ, достаточно

точно однихъ законовъ статики, и второй-когда необходимо кромѣ того прибѣгнуть къ услугамъ теоріи упругости.

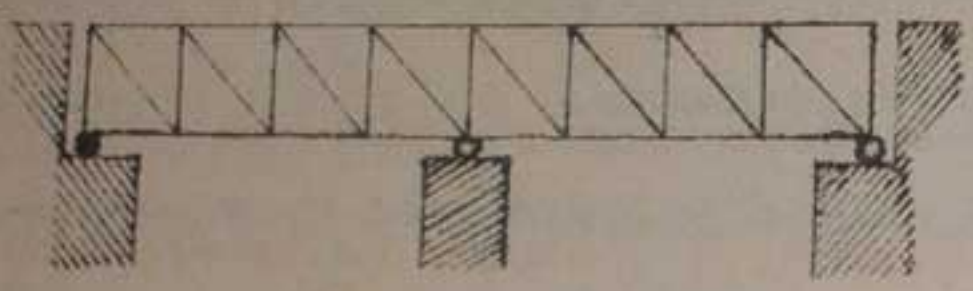
Черт.(а.)



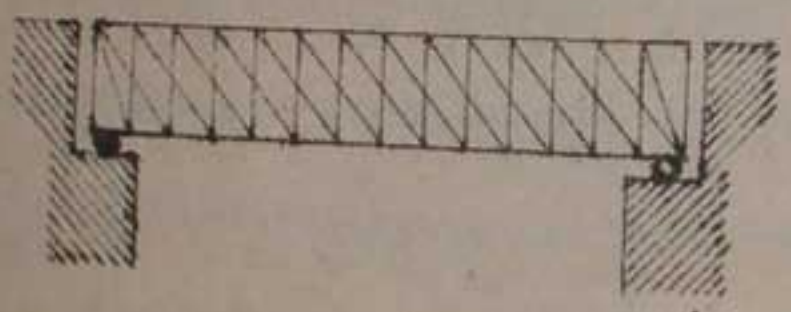
Черт(б.)



Черт.(в.)



Черт.(г.)



Такъ напримѣръ, на чертежѣ (а) изображена ферма, у которой одна опора неподвижна, а другая можетъ свободно перемѣщаться, причемъ ферма составлена изъ послѣдовательнаго приложенія одного треугольника къ другому; такая ферма, какъ мы увидимъ впослѣдствіи статически опредѣлима какъ въ отношеніи опорныхъ сопротивленій, такъ и усилій въ составныхъ частяхъ фермы.

На чертежѣ (б) показана однопролетная ферма съ двумя неподвижными опорами и съ такой же фермой какъ въ предыдущемъ случаѣ.

На чертежѣ (в.) - двухпролетная ферма съ одной неподвижной опорой и съ двумя подвижными опорами фермы, какъ увидимъ впослѣдствіи статически неопредѣ-

лишь въ отношеніи опорныхъ сопротивленій, но статически опредѣлимы въ отношеніи усилій въ частяхъ фермы.

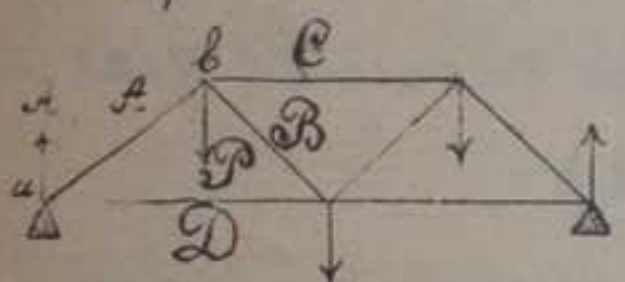
Ферма, изображенная на чертежѣ (2), имѣющая одну опору неподвижную, а вторую – подвижную, – причемъ ферма составлена изъ послѣдовательнаго ряда накрывающихся одинъ на другой треугольниковъ – статически опредѣлима въ отношеніи опорныхъ сопротивленій, но статически неопредѣлима въ отношеніи усилій въ частяхъ фермы.

Такимъ образомъ изъ четырехъ приведенныхъ примѣровъ статически опредѣлима только ферма, изображенная на чертежѣ (а).

Посмотримъ теперь, какое число уравненій можетъ намъ дать статика и сколько уравненій необходимо для опредѣленія неизвѣстныхъ опорныхъ сопротивленій; оставшееся число уравненій можетъ быть употреблено для опредѣленія усилій въ частяхъ фермы. Слѣдовательно, для того чтобы ферма была статически опредѣлимой въ отношеніи опорныхъ сопротивленій и усилій въ частяхъ фермы – общее число неизвѣстныхъ не должно быть болѣе числа уравненій, которыя намъ даетъ статика. При послѣдующихъ разсужденіяхъ будемъ предполагать такое состояніе фермы, при которомъ всѣ внѣшнія силы – какъ данныя, такъ и опорныя со-

противления - находятся не только во взаимномъ равновѣсіи, но и въ равновѣсіи съ внутренними силами (усиліями въ частяхъ фермы) и что упругія измѣненія фермы безконечно малы. Если между всѣми внѣшними и внутренними силами существуетъ равновѣсіе, то, на основаніи начала сопротивленій должно существовать равновѣсіе между группами силъ, дѣйствующихъ на каждую узловую точку. [Въ узлѣ в-эти силы будутъ: данная внѣшняя сила P и искомыя внутреннія силы т.е. усилія въ частяхъ фермы A, B и C (черт.д.) въ узлѣ а эти силы искомая внѣшняя сила A-сопротивленіе опоры и искомыя внутреннія силы усилія въ A и D].

Черт.д.



Если число узловъ n, то, написавъ условія равновѣсія силъ, дѣйствующихъ на каждый изъ узловъ, получимъ всего 2n уравненій вида:

$$n\begin{cases}\Sigma X = 0\,;\ \Sigma Y = 0\,;\\ \Sigma X' = 0\,;\ \Sigma Y' = 0\,;\ (*)\\ \cdots\cdots\cdots\\ \cdots\cdots\cdots\\ \cdots\cdots\cdots\end{cases}$$

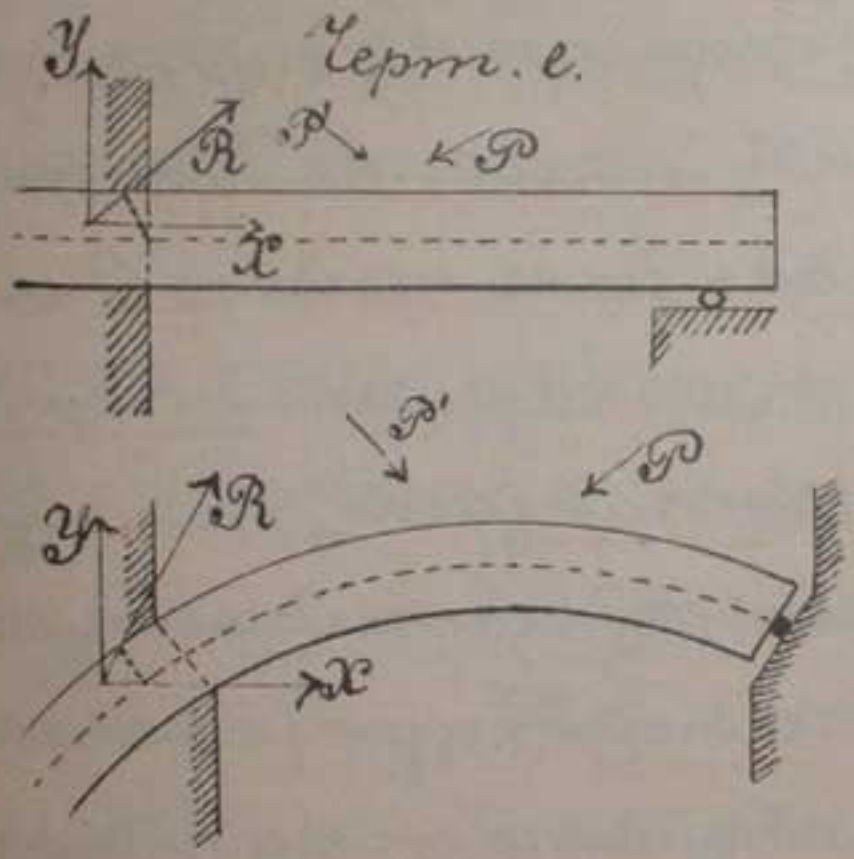
(*) Начало сопротивленія состоитъ въ томъ, что для равновѣсія внѣшнихъ силъ, приложенныхъ къ точкамъ системы съ усиліями сопротивленій) связей - необходимо, чтобы каждая изъ внѣшнихъ силъ, приложенная къ какой либо точкѣ системы, была равна и противоположна равнодѣйствующей изъ сопротивленій связей, принадлежащихъ той же точкѣ. Начало это выражается уравненіями:

$$\left.\begin{aligned} &P\cos(P,l) + R_1\cos(R_1,l) + R_2\cos(R_2,l) + \cdots\cdots = 0\\ &P'\cos(P',l) + R'_1\cos(R'_1,l) + R'_2\cos(R'_2,l) + \cdots\cdots = 0\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(a),$$

Далѣе каждое изъ опорныхъ сопротивленій будетъ вполнѣ опредѣлено если извѣстны: направленіе, величина и точка приложенія, т.е. три элемента (или, другими словами, вмѣсто послѣдняго элемента положенія опорнаго сопротивленія относительно центра тяжести плитового сѣченія, положеніе, измѣряемое перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ центра тяжести сѣченія на направленіе сопротивленія опоры).

Примѣняя разсужденія относительно опорныхъ сопротивленій предварительно къ балкамъ сплошнымъ замѣтимъ, что эти три элемента опредѣляются уравненіями двухъ составляющихъ и момента. Такъ, напримѣръ, если имѣемъ прямой или кривой брусъ (Черт. е), у котораго оба конца или одинъ задѣланъ, т.е. нѣтъ возможности ни перемѣщаться, ни вращаться,

Черт. е.



гдѣ P, P' .... внѣшнія силы; R_1, R_2, ... сопротивленія связей; c — произвольное направленіе

Эти же уравненія, какъ извѣстно, могутъ быть замѣнены слѣдующими:

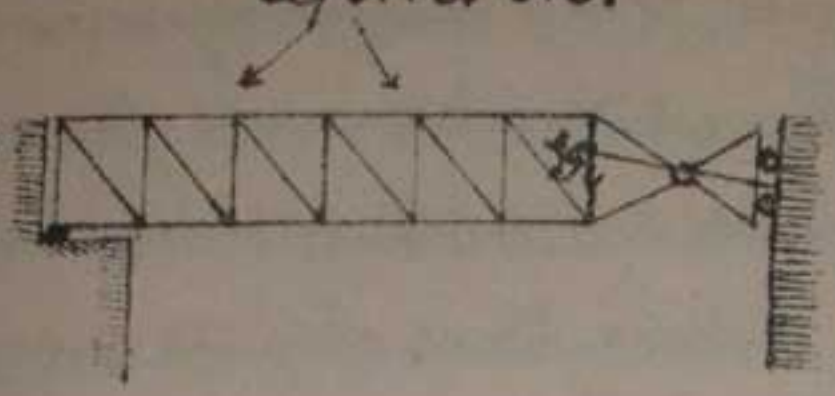
$$\Sigma X = 0;\quad \Sigma Y = 0;\quad \Sigma Z = 0;$$
$$\Sigma X' = 0;\quad \Sigma Y' = 0;\quad \Sigma Z' = 0;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

-но величина и направление опорного сопротивле-
ния R определяются зная сопротивление Y и X. Раз-
стояніе же точки приложенія дѣйствія силы R отъ
нейтральной оси въ опорномъ сѣченіи тп найдется
зная моментъ M, проявляющійся въ опорномъ сѣченіи.
Если число опоръ n', то необходимо имѣть слѣ-
довательно не болѣе 3n' уравненій для опредѣленія
всѣхъ опорныхъ сопротивленій. Число этихъ неизвѣст-
ныхъ величинъ всего 3n' можно значительно уменьшить
соотвѣтственными конструктивными приспособлені-
ями. Если, напримѣръ, сдѣлать опору только неподвиж-
ной, но способной вращаться (шарнирная опора), то
точка приложенія извѣстна, моментъ въ опорномъ
сѣченіи, очевидно, нуль, такъ какъ плечо = 0 и
слѣдовательно необходимо только знать направле-
ніе и величину опорнаго сопротивленія, для чего
достаточно знать, напримѣръ, вертикальную
и горизонтальную ея составляющую (правая
опора кривого бруса). Если сдѣлать опору подвиж-
ной, т.е. способной не только вращаться, но и
перемѣщаться по извѣстному направленію, то
достаточно знать только одинъ элементъ - два
другіе, очевидно, нули если пренебречь треніемъ
(правая опора прямого бруса).

Бываетъ надобности, чтобъ опорная плоскость,
по которой перемѣщается опора, была горизонталь-

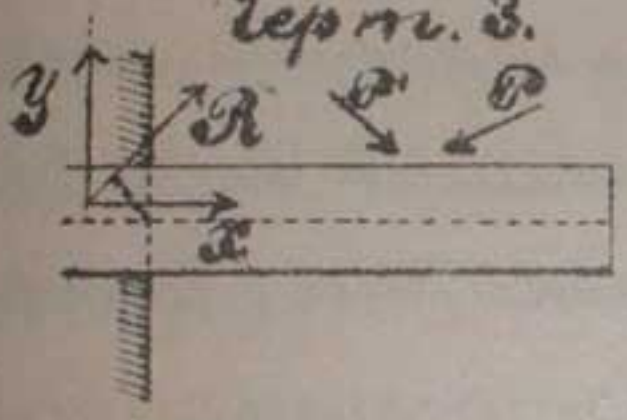
на: она можетъ быть наклонна и даже кривою линіи; направленіе будетъ всегда извѣстно: оно будетъ нормально (Черт. эк) къ той прямой или кривой линіи, по которой опора можетъ свободно перемѣщаться.

Черт. эк.

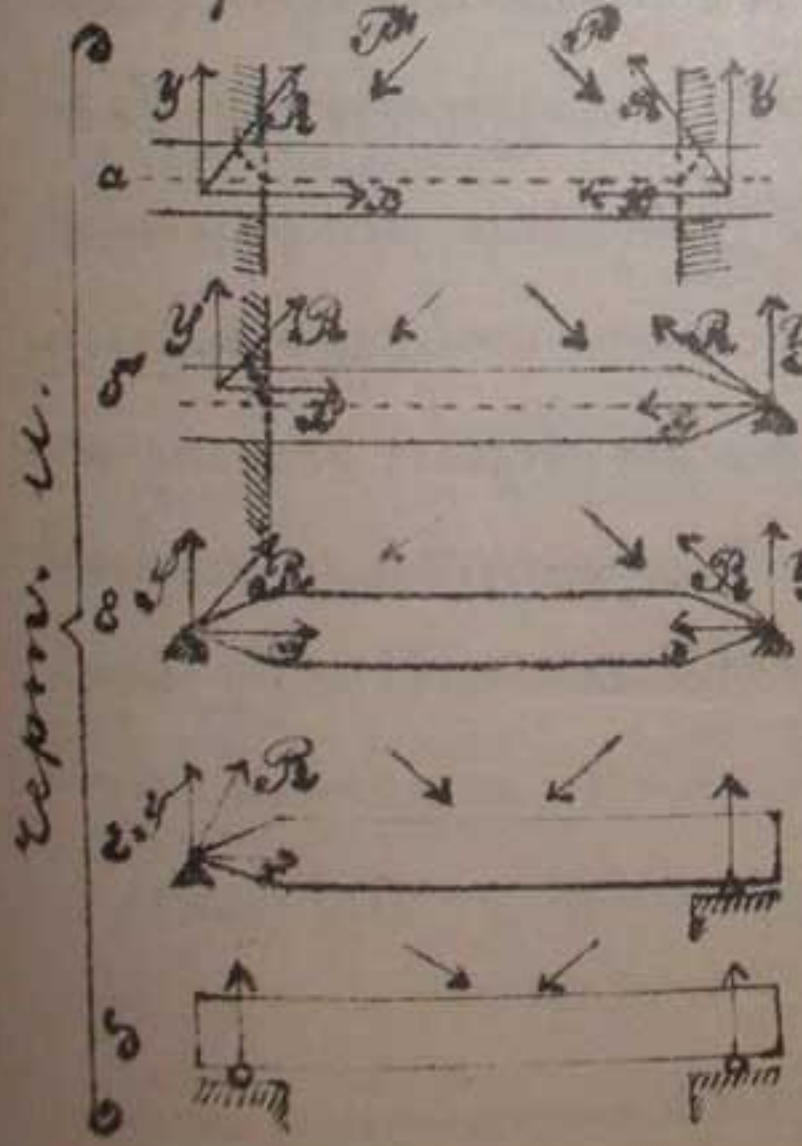


При всѣхъ прочихъ одинаковыхъ условіяхъ наименьшее число опорныхъ сопротивленій будетъ въ однопорной фермѣ, которая для устойчивости, очевидно, должна быть съ <u>защемленнымъ концомъ</u> (Черт. 3); слѣдовательно, для опредѣленія опорнаго сопротивленія R и точки приложенія, потребуется <u>три уравненія</u>. Слѣдующая затѣмъ группа принадлежитъ однопролетной фермѣ, т.е. съ двумя опорами. Наименьшее число уравненій (6) потребуется, когда обѣ опоры защемлены (Черт. и, а); когда одна опора защемлена, а другая можетъ вращаться (Черт. и, б) потребуются 3+2 = 5 уравненій; когда обѣ опоры могутъ вращаться (Черт. и, в) необходимо 2+2 = 4 уравненія; когда од-

Черт. 3.

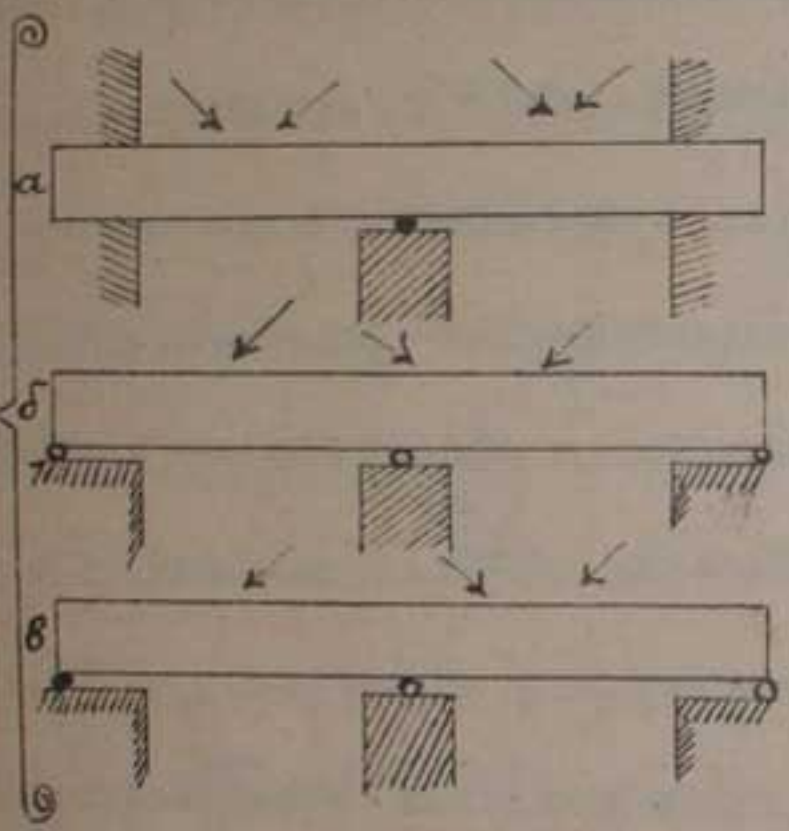


Черт. и.



на опора вращается, а другая можетъ свободно перемѣщаться (Черт. И, г.) потребуется 2+1=3 уравненія и наконецъ когда обѣ опоры могутъ свободно перемѣщаться (Черт. И, д.) – необходимо только 1+1=2 уравненія. Послѣдній типъ фермъ при наклонно дѣйствующихъ силахъ не имѣетъ практическаго примѣненія, такъ какъ ферма посто. янно бы перемѣщалась.

Переходя къ двухпролетной фермѣ съ тремя опорами, замѣчаемъ, что наибольшее число уравнений (8) потребуется для опредѣленія опорныхъ сопротивленій, когда двѣ опоры задѣланы (Черт. К, а), а промежуточная - неподвижна и наименьшее когда всѣ три опоры могутъ свободно перемѣщаться (Черт. К, б.) [ферма, не имѣющая практическаго примѣненія]. Возможный типъ неразрѣзныхъ фермъ, требующій наименьшаго числа уравненій для опредѣленія опорныхъ сопротивленій, это- типъ, показанный на (Черт. К, в.) когда одна опора неподвижна, а остальныя на каткахъ- причемъ однако требуется: 2+1+1=4 уравненія.



Черт. К.

Если для опредѣленія опорныхъ сопротивленій

воспользуемся тремя уравнениями, выражающими условія равновѣсія силъ, приложенныхъ къ твердому тѣлу, т. е. уравненіями:

$$\Sigma X = 0;\ \Sigma Y = 0 \text{ и } \Sigma M = 0\ (*),$$

то мы видимъ, что опорныя сопротивленія могутъ быть опредѣлены на основаніи <u>законовъ статики</u> лишь въ фермѣ съ однимъ заданнымъ концомъ и въ однопролетной балочной фермѣ, у которой одна опора неподвижна, а другая можетъ свободно перемѣщаться (Черт. и, г).

Остальныя разрѣзныя фермы и всѣ неразрѣзныя фермы, начиная съ двухпролетной и затѣмъ всѣ прочныя (кромѣ трехшарнирной), требуютъ по меньшей мѣрѣ четырехъ уравненій для опредѣ-

---

(*) Эти уравненія выражаютъ изъ принципа <u>начала возможныхъ перемѣщеній</u>, которое выводится изъ начала сопротивленій и въ случаѣ удерживающихъ связей (какъ напр. въ мостовой фермѣ) приводится къ выраженію:

$$\Sigma P_s \cos(P, s) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ (b)$$

т. е. если въ системѣ точекъ существуютъ только удерживающія связи [неизмѣняемость разстоянія между точками], то для равновѣсія всѣхъ внѣшнихъ силъ между собою, необходимо, чтобы полный моментъ силъ былъ равенъ нулю. Выраженіе (b) въ свою очередь можетъ быть замѣнено слѣдующими:

$$\Sigma X = 0;\ \Sigma Y = 0;\ \Sigma Z = 0;$$
$$\Sigma(Y_z - Z_y) = 0;\ \Sigma(X_z - Z_x) = 0;\ \Sigma(X_y - Y_x) = 0,$$

что представляетъ общеизвѣстныя уравненія равновѣсія внѣшнихъ силъ, приложенныхъ къ свободному твердому тѣлу.

ления опорных сопротивлений, очевидно, в отношении сопротивления опор статически неопределимые и требуют поэтому дополнительного числа уравнений, доставляемых теорией упругости.

Заметим здесь, что ферма типа (Черт. ж) и (Черт. и, в) при отвлеченных внешних силах может оставаться в покое, но в первом случае из трех уравнений $\Sigma X=0, \Sigma Y=0, \Sigma M=0$, первым уравнением нельзя воспользоваться, так как не будет ни горизонтальной реакции опоры, ни горизонтальных составляющих внешних сил. В типе фермы (Черт. к, б) по той же причине этих трех уравнений недостаточно для определения трех неизвестных опорных сопротивлений, так как все члены, которые входят в состав уравнения $\Sigma X=0$, сами по себе равны нулю; следовательно, и эта ферма в отношении опорных сопротивлений статически неопределима.

Все сказанное относится, очевидно, и к ферме со сквозной стенкой, так как в определении опорных сопротивлений - оба рода ферм тождественны. Выше было упомянуто, что, так как между внешними и внутренними силами существует равновесие - что

выражается $(2n)$ уравненіями, и одновременно существуетъ равновѣсіе между внѣшними силами (данныя внѣшнія силы и опорныя сопротивленія), что выражается 3 уравненіями, то наибольшее число отдѣльныхъ составныхъ частей фермы, которыя могутъ быть опредѣлимы на основаніи законовъ статики:

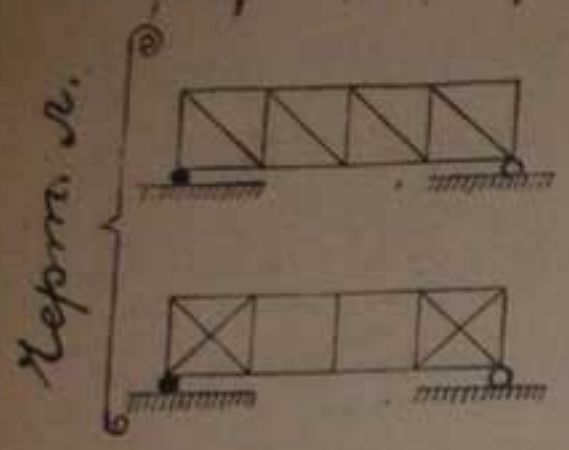
$$m = 2n - 3.$$

Вотъ это и есть одинъ изъ <u>основныхъ признаковъ статически опредѣлимой плоской фермы въ отношеніи усилій въ составныхъ частяхъ фермы.</u>

Если <u>сверхъ того для опредѣленія опорныхъ сопротивленій требуется не болѣе 3 уравненій, то она статически опредѣлима и въ отношеніи опорныхъ сопротивленій</u> (Сравнить фермы, показанныя на черт $a, б, в, м$)

Условіе: $m = 2n - 3$ <u>необходимо</u> для того, чтобы ферма въ отношеніи опредѣленія усилія въ составныхъ частяхъ была статически опредѣлима, но одного этого условія еще <u>недостаточно.</u> Необходимо, чтобы ферма на всемъ своемъ протяженіи была <u>неизмѣняема,</u> что геометрически выражается тѣмъ, чтобы ферма была составлена изъ ряда треугольниковъ. Такъ составлена изъ ряда треугольниковъ ферма, показанная на (черт $л$) удовлетворяетъ условію: $m = 2n - 3$, но первая - неизмѣняемость условію:

ема, а вторая - не обладаетъ этимъ свойствомъ.



Это дополнительное условіе выражается аналитически тѣмъ, чтобы детерминантъ, составленный изъ коэффиціентовъ узловыхъ уравненій:

$$\Sigma X = 0;\ \Sigma Y = 0;$$
$$\Sigma X' = 0;\ \Sigma Y' = 0;$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

не былъ равенъ нулю.(*)

Если $m > 2n-3$, то ферма въ отношеніи усилій въ составныхъ частяхъ называется фермой статически неопредѣлимой, съ измѣримымъ числомъ боронъ. Замѣтимъ также, что въ фермахъ статически

(*) Если $Z_1, Z_2, Z_3 \ldots Z_i$ искомыя усилія въ частяхъ фермы, то уравненія равновѣсія могутъ быть приведены къ виду:

$$a_{1,1} Z_1 + a_{1,2} Z_2 + a_{1,3} Z_3 + \ldots\ldots + a_{1,i} Z_i = C_1$$
$$a_{2,1} Z_1 + a_{2,2} Z_2 + a_{2,3} Z_1 + \ldots\ldots + a_{2,i} Z_i = C_2$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{i,1} Z_1 + a_{i,2} Z_2 + a_{i,3} Z_3 + \ldots\ldots + a_{i,i} Z_i = C_i$$

гдѣ $a_{1,1} \ldots a_{i,i}$ и $C_1 \ldots C_i$ - величины извѣстныя. Для того, чтобы можно было изъ этихъ уравненій опредѣлить разм. ныя Z необходимо и достаточно, чтобы составленный изъ коэффиціентовъ детерминантъ:

$$R = \left\{ \begin{matrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \ldots\ldots & a_{1,i} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \ldots\ldots & a_{2,i} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i,1} & a_{i,2} & a_{i,3} & \ldots\ldots & a_{i,i} \end{matrix} \right\} \text{ не былъ равенъ нулю.}$$

См. Müller Breslau. Die neueren Methoden der Festigkeitslehre, и Foeppl Theorie des Fachwerk's

830

преодолимыхъ усилія въ связяхъ зависятъ только отъ геометрическаго расположенія частей фермы. Между тѣмъ въ фермахъ статически неопредѣлимыхъ необходимо знать предварительно коэффиціентъ упругости и сѣченія нѣкоторыхъ изъ связей и въ зависимости отъ этихъ сѣченій уже находятся усилія во всѣхъ связяхъ. Слѣдовательно, въ первомъ случаѣ, какъ бы ни измѣнялись сѣченія связей, усилія въ нихъ проявляющіяся, не измѣняются (хотя будутъ измѣняться напряженія на квадратную единицу и относительныя удлиненія), а во второмъ случаѣ, съ измѣненіемъ сѣченій измѣняются и усилія и слѣдовательно отъ насъ зависитъ, выбравъ извѣстныя сѣченія для нѣкоторыхъ связей, видоизмѣнять по произволу усилія, проявляющіяся во всѣхъ связяхъ. Если наконецъ

$$m < 2n-3,$$

то въ такомъ случаѣ мостовая ферма должна быть причислена къ разряду <u>неустойчивыхъ</u> [измѣняемыхъ], такъ какъ опредѣленное расположеніе частей фермы, удовлетворяющее данными внѣшнимъ силамъ, тотчасъ же нарушается съ измѣненіемъ внѣшнихъ силъ. Сюда относятся висячія, цѣпныя фермы, подкосныя, подвѣсныя,

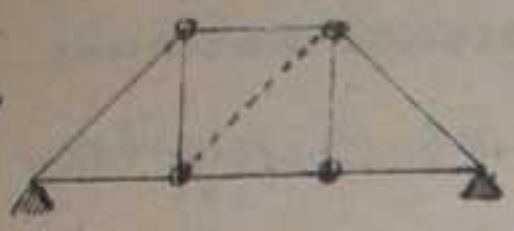
ДИИТ ПОГАШЕНО

ДИИТ БИБЛИОТЕКА ИНВ. №

Профессоръ

шарнирныя [съ шарнирнымъ соединеніемъ] и пр. Всякую подобную ферму легко превратить въ статически опредѣлимую, добавивъ $2n-3-m$ связей, критическимъ образомъ расположенныхъ.

Черт. м.



Черт. н.

Такъ напримѣръ, въ фермѣ α (черт. м) недостаетъ:

$$2.6-3-8=1 \text{ связи};$$

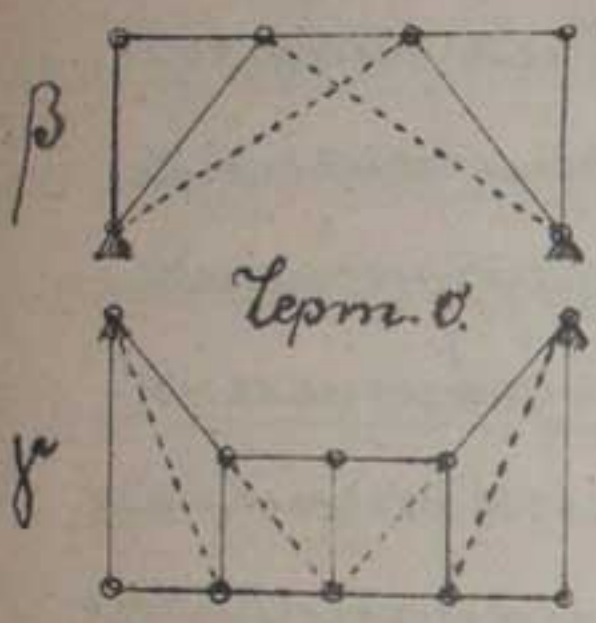
въ фермѣ β (черт. н):

$$2.6-3-7=2 \text{ связей};$$

въ фермѣ γ (черт. о)

$$2.6-3-13=4 \text{ связей},$$

недостающія связи обозначены на чертежахъ пунктирными линіями.



Черт. о.

Выше было упомянуто, что сопротивленія опоръ въ фермахъ со сквозной стѣнкой могутъ быть опредѣлены такимъ же путемъ какъ и въ сплошныхъ балкахъ, т. е., пользуясь тремя уравненіями, выражающими условіе равновѣсій силъ, приложенныхъ къ свободному твердому тѣлу. Или же сопротивленія опоръ найдутся вмѣстѣ съ значеніями усилій въ частяхъ фермы, пользуясь положеніемъ начала сопротивленій, то есть написавъ по два условія равновѣсія для каждой отдѣльной узловой точки. Тутъ

этомъ получится нѣсколько уравненій:

$$\Sigma X = 0,\ \Sigma Y = 0;$$
$$\Sigma X' = 0,\ \Sigma Y' = 0;$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots,$$

въ которыя войдутъ данныя внѣшнія силы, неизвѣстныя сопротивленія опоръ и неизвѣстныя сопротивленія связей, т.е. усилія частей фермы. Само собою разумѣется, что въ этомъ случаѣ число неизвѣстныхъ связей должно быть таково, чтобы вмѣстѣ съ неизвѣстными сопротивленіями опоръ общее число неизвѣстныхъ не превосходило числа уравненій. Очевидно также, что, опредѣливъ сопротивленія опоръ по первому способу, т.е. на основаніи условія равновѣсія свободнаго твердаго тѣла и, затѣмъ опредѣляя усилія на основаніи <u>начала сопротивленій</u>, этимъ пріемомъ мы не достигнемъ возможности опредѣленія усилій бо́льшаго числа связей сравнительно съ предъидущимъ. Казалось бы, что, коль скоро сопротивленіе опоръ уже найдено другимъ путемъ, то въ данномъ случаѣ остается нѣсколько свободныхъ уравненій, которыя могли бы послужить для опредѣленія напряженія лишняго числа связей. Но такъ какъ <u>начало возможныхъ перемѣщеній</u>, изъ котораго выводятся общеизвѣстныя уравненія, представляющія условія равновѣсія свободнаго твердаго

тыла, есть вместе с тем следствіе начала сопротивлений, то три уравненія

$$\Sigma X = 0\,;\ \Sigma Y = 0\ \ \Sigma(X_y - Y_x) = 0,$$

послужившія для опредѣленія сопротивленія опоръ, составляютъ необходимое слѣдствіе уравненій [начала сопротивленій]:

$$\Sigma X = 0;\ \Sigma Y = 0;$$
$$\Sigma X' = 0;\ \Sigma Y' = 0;$$
$$\Sigma X'' = 0;\ \Sigma Y'' = 0;$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

и слѣдовательно возможное для опредѣленія числа неизвѣстныхъ сопротивленій связей нисколько отъ этого не увеличится.

Легко видѣть, что условіе статической опредѣлимости усилій есть вмѣстѣ съ тѣмъ условіе неизмѣняемости вида фермы. Опредѣлимъ, какое наименьшее число связей между данной системой матеріальныхъ точекъ для того, чтобы точки были неизмѣнно связаны между собою. Пусть всѣ точки [узловыя точки фермы] находятся въ одной плоскости и число ихъ n. Между n точками возможно провести $\frac{n(n-1)}{2}$ различныхъ связей: найдемъ, какую часть этихъ связей можно отбросить, не нарушая неизмѣняемости системы. Отнесемъ координаты всѣхъ узловыхъ точекъ къ прямоугольнымъ осямъ координатъ, нача-

по которымъ помѣщались въ одной изъ узловыхъ точекъ точекъ и одну изъ осей, напримѣръ ось X, совпадающая съ одной изъ связей, исходящихъ изъ этой точки.

Назовемъ координаты материальныхъ точекъ [узловыхъ точекъ фермы] чрезъ x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, ... x_n, y_n.

Тогда, если $l_{1,2}$, $l_{2,3}$, $l_{r,s}$, ... длины связей, то:

$$\left.\begin{aligned} (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 &= l_{1,2}^2 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ (x_i - x_k)^2 + (y_i + y_k)^2 &= l_{i,k}^2 \\ &\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

Пусть число уравненій равное числу связей – m. Въ этихъ уравненіяхъ m длинъ связей и $2n$ координатъ узловыхъ точекъ. 3 уже даны, а именно обѣ координаты точки, совпадающей съ началомъ координатъ и одна изъ координатъ точки, чрезъ которую проходитъ ось X.

Уравненія (1) или не зависятъ одно отъ другого, зависятъ или противорѣчатъ одно другому. Послѣднее служило бы указаніемъ, что подобная ферма невозможна.

Разсмотримъ случай, когда они не зависятъ одно отъ другого. Рѣшая эти уравненія, мы можемъ изъ числа входящихъ въ нихъ $2n + m$ величинъ выбрать m какихъ либо величинъ и выразить ихъ въ функціи остальныхъ. Если сими

неизвѣстныхъ, то, слѣдовательно, координаты всѣхъ точекъ могутъ быть выражены въ функціи длинъ связей. Но такъ какъ три координаты уже извѣстны, то для опредѣленія остальныхъ необходимо $2n-3$ уравненій. Слѣдовательно наименьшее число связей между n точками:

$$\min. m = 2n - 3.$$

Если число сторонъ m' болѣе этого предѣла, то избыточныя стороны числомъ $m' - 2n - 3$ могутъ быть устранены, не нарушая систему неизмѣняемою.

Послѣ общихъ соображеній о статически опредѣлимыхъ и неопредѣлимыхъ фермахъ перейдемъ къ изложенію способовъ опредѣленія усилій въ составныхъ частяхъ балочныхъ [безраспорныхъ] статически опредѣлимыхъ фермъ. Слѣдовательно задача ограничивается разсмотрѣніемъ <u>разрѣзныхъ фермъ</u>, удовлетворяющихъ условію $m = 2n-3$, въ предположеніи, что для опредѣленія опорныхъ сопротивленій достаточно 3 уравненій. Изслѣдуемые пріемы могутъ быть примѣнены не только къ фермамъ, которыя статически опредѣлимы въ отношеніи опорныхъ сопротивленій и усилій въ ребрахъ, но и къ балочнымъ фермамъ, хотя бы статически неопредѣлимымъ въ отношеніи опорныхъ

сопротивлений, но удовлетворяющих условію:

$$m = 2n - 3$$

въ отношеніи числа реберъ въ фермахъ при условіи однако, что <u>опорныя сопротивленія извѣстны</u> и опредѣлены при помощи теоріи упругости. Такъ напримѣръ, подлежащіе изложенію пріемы могутъ быть применены къ опредѣленію усилій въ многопролетной фермѣ типа, показаннаго на (черт. 6.), если опорныя сопротивленія извѣстны. Равнымъ образомъ покажемъ какъ при извѣстномъ функціонированіи тѣхъ же пріемы могутъ быть применены и къ опредѣленію усилій въ фермахъ статически неопредѣлимыхъ въ отношеніи усилій въ частяхъ фермы, т. е. для которыхъ:

$$m > 2n - 3,$$

какъ напримѣръ въ фермахъ, изображенныхъ на (черт. 2.).

Статически опредѣлимыя, развязныя фермы [безъ излишнихъ реберъ].

Предполагаемъ, что удовлетворено условіе: $m = 2n - 3$, гдѣ m – число реберъ, n – число узловъ и что для опредѣленія опорныхъ сопротивленій достаточно 3 уравненій.

Существуетъ два способа опредѣленія усилій аналитическій и графическій.

Всѣ наиболѣе употребительные аналитическіе способы расчета составляютъ лишь видоизмѣненія и слѣдствія основнаго начала Статики начала сопротивленій.

Изложимъ въ послѣдовательномъ порядкѣ эти способы, упоминая одновременно о примѣненіи нѣкоторыхъ изъ нихъ къ опредѣленію очертанія фермъ, удовлетворяющихъ извѣстнымъ условіямъ. Во всѣхъ случаяхъ предполагается, что одна изъ опоръ неподвижна [но не закрѣплена], а другая можетъ свободно перемѣщаться по опредѣленной линіи, обыкновенно по горизонтальной прямой

Аналитическіе способы.

I, Способъ основанный на началѣ сопротивленій.

Предполагая неизвѣстныя усилія X въ ребрахъ всѣ они вытянутыми, а горизонтальную составляющую одного изъ опорныхъ сопротивленій равной нулю, выпишемъ условіе равновѣсія каждой отдѣльной узловой точки фермы, включая и узловыя точки на опорахъ. Условіе равновѣсія каждой точки выразится двумя уравненіями, представляющими равенство нулю-порознь суммы горизонтальныхъ и вертикальныхъ составляющихъ силъ, приложенныхъ къ каждой точкѣ.

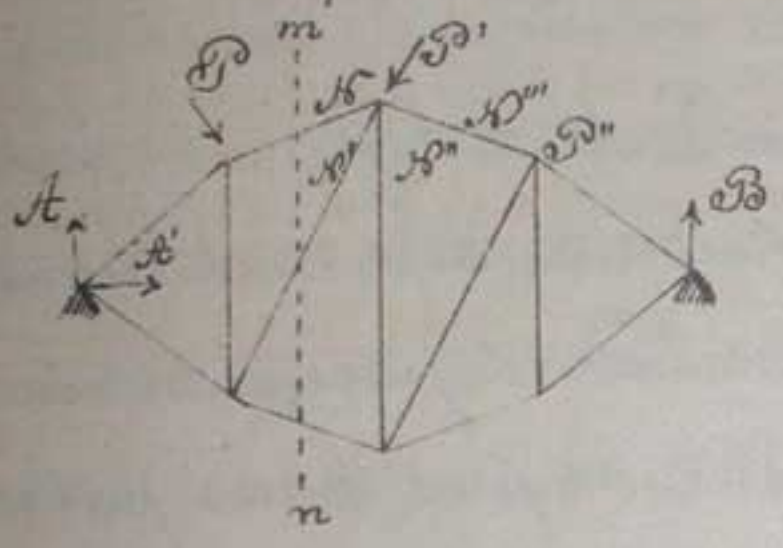
Уравнения будутъ вида

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma X' &= P'\cos\alpha' + \Sigma N\cos\beta' = 0\\
\Sigma Y' &= P'\sin\alpha' + \Sigma N\sin\beta' = 0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\Sigma X'' &= P''\cos\alpha'' + \Sigma N\cos\beta'' = 0\\
\Sigma Y'' &= P''\sin\alpha'' + \Sigma N\sin\beta'' = 0
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (2)$$

и т. д.,

всего $2n$ уравнений, гдѣ P, P' (черт. 1) вообще внѣшнія силы, какъ данныя, такъ и внѣшнія сопротивляющіяся силы [сопротивленія опоръ].

Черт. 1.



Выборъ того или другого направленія, параллельнаго осямъ координатъ за положительное или отрицательное совершенно произволенъ и, очевидно, не имѣетъ вліянія на окончательный результатъ.

Если по совмѣстномъ рѣшеніи всѣхъ уравненій (2) нѣкоторыя изъ усилій по опредѣлившемуся знаку окажутся направленія противоположнаго тому, которое соотвѣтствуетъ вытянутому усилію, то это докажетъ, что сдѣланное предположеніе невѣрно и усиліе въ данномъ ребрѣ при помощи всѣхъ числовыхъ значеній будетъ не вытягивающее, а сжимающее.

Примѣненіе этого способа на практикѣ очень удо-

мительно въ виду необходимости совмѣстнаго ръшенія нѣсколькихъ уравненій.

II Способъ основанный на началѣ возможныхъ перемѣщеній.

Начало это состоитъ въ томъ, что для равновѣсія системы матеріальныхъ точекъ неизмѣнно между собою связанныхъ и расположенныхъ въ одной плоскости, необходимо удовлетворить слѣдующимъ тремъ уравненіямъ:

$$\Sigma X = 0,\ \Sigma Y = 0 \text{ и } \Sigma M = 0,$$

т.е. что сумма горизонтальныхъ и вертикальныхъ составляющихъ всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на систему должна быть порознь равна нулю, какъ равной моменту этихъ силъ относительно произвольной точки.

Предварительно пользуются этими тремя уравненіями для опредѣленія трехъ составляющихъ двухъ опорныхъ сопротивленій, т.е. принимаютъ это начало къ однимъ внѣшнимъ силамъ. Дѣйствительно, если система точекъ должна быть въ равновѣсіи и именно въ состояніи покоя, то она не должна перемѣщаться и поэтому необходимо равновѣсіе между всѣми внѣшними силами данными и сопротивляющимися. За точку, относительно которой моментъ всѣхъ внѣшнихъ силъ долженъ быть равенъ нулю

обыкновенно берутъ одну изъ опорныхъ точекъ. Затѣмъ, разсѣкая мысленно ферму на двѣ части (черт. 1) такъ, чтобы встрѣтить не болѣе трехъ реберъ, отстраняемъ мысленно одну изъ отсѣченныхъ половинъ, замѣняя дѣйствіе ея на оставшуюся половину нѣкоторыми силами, приложенными къ отсѣченнымъ ребрамъ.

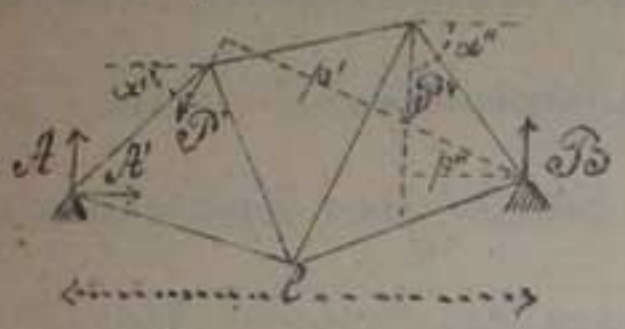
Такъ какъ ребра предположены свободно вращающимися въ узловыхъ точкахъ, то эти силы должны быть предположены направленными вдоль отсѣченныхъ реберъ и онѣ представятъ, очевидно, искомыя усилія. Отстраненная мысленно часть фермы удерживала въ равновѣсіи первую половину; слѣдовательно и замѣняющія ее усилія должны также удерживать въ равновѣсіи оставшуюся половину, а потому здѣсь вполнѣ приложимо начало возможныхъ перемѣщеній, причемъ въ уравненія $\Sigma X = 0$, $\Sigma Y = 0$ и $\Sigma M = 0$ войдутъ какъ внѣшнія данныя и сопротивляющіяся силы [сопротивленія опоръ], оставшейся половины фермы, такъ и неизвѣстныя усилія въ ребрахъ.

Въ виду того, что въ нашемъ распоряженіи только три уравненія, понятно, почему требуется засѣкать ферму такъ, чтобы пересѣчь не болѣе <u>трехъ</u> реберъ съ неизвѣстными усиліями. Можно пересѣчь и большее число реберъ, но необходимо тогда

во, чтобы за исключеніемъ трехъ, усилія остальныхъ были извѣстны.

Такъ напримѣръ, если α' и α'' углы составленные съ горизонталью (черт. 2) данными внѣшними силами P' и P'', приложенными къ двумъ

Черт. 2.



узловымъ точкамъ фермы; p' и p'' – плечи моментовъ этихъ силъ относительно правой опоры [предположенной свободной], то три составляющія двухъ опорныхъ сопротивленій найдутся изъ условій:

$$\Sigma X = A' - P'\cos\alpha' + P''\cos\alpha'' = 0,$$
$$\Sigma Y = A - P\sin\alpha' - P''\sin\alpha'' + B = 0,$$
$$\Sigma M = A.l - P'p' - P''p'' = 0,$$

причемъ сопротивленіе лѣвой опоры $R = \sqrt{A^2 + A'^2}$, углы, составленные этимъ сопротивленіемъ съ осями координатъ, а именно:

съ горизонтальной $\cos\beta = \frac{A'}{R} = \frac{A'}{\sqrt{A^2 + A'^2}}$,

съ вертикальной $\cos\beta' = \frac{A}{R} = \frac{A}{\sqrt{A^2 + A'^2}}$.

Сопротивленіе правой опоры $= B$ и имѣетъ вертикальное направленіе.

Если бы внѣшнія силы были вертикальны [какъ это обыкновенно имѣетъ мѣсто въ мостовыхъ сооруженіяхъ], то

$$\Sigma X = A' = 0,$$
$$\Sigma Y = A - P - P' + B = 0,$$
$$\Sigma M = A.l - P'p' - P''p'' = 0,$$

отсюда: $A = \frac{P'p' + P''p''}{l}$

$$B = P' + P'' - A = \frac{P'(l-p') + P''(l-p'')}{l}$$

$$A' = 0$$

III Способъ статическихъ моментовъ (Риттера).

Основанія тѣ же какъ и въ предъидущемъ способѣ. Нагрузка предполагается сосредоточенною въ узлахъ и равною по величинѣ нагрузкѣ, равномѣрно-распредѣленной по длинѣ панели. Сопротивленіе опоръ опредѣляется вполнѣ тождественно съ способомъ, основаннымъ на началѣ возможныхъ перемѣщеній; въ способѣ же опредѣленія величины усилій въ ребрахъ существуетъ незначительное отступленіе отъ изложеннаго выше пріема.

Такъ какъ внѣшнія силы, относительно которыхъ разсчитывается ферма, а, слѣдовательно и вызванныя ими внутреннія силы, существуютъ въ одной плоскости, то условныхъ уравненій равновѣсія будетъ только три:

$$\Sigma X = 0; \quad \Sigma Y = 0; \quad M = 0$$

и поэтому, какъ и въ способѣ, основанномъ на началѣ возможныхъ перемѣщеній, для возможности опредѣленія усилій въ ребрахъ фермы, необходимо, чтобы число пересѣченныхъ реберъ было не болѣе трехъ.

Третье уравнение $M = 0$ выражает равенство моментов внешних и внутренних сил относительно какой-либо произвольной точки.

Особенность способа Риттера и состоит в том, что за произвольную точку выбирают такую, относительно которой моменты напряжений двух каких-либо остальных ребер были бы равны нулю. Этому условию будет, очевидно, удовлетворять точка пересечения двух ребер, моменты которых желают получить равными нулю. Таким образом в выражении равенства моментов внешних и внутренних сил получится одна только неизвестная величина – напряжение одного из трех разъединенных ребер. Выбрав затем за точку вращения остальные две точки, мы получим возможность определить напряжение остальных двух ребер. Таким приемом исключается необходимость решения трех уравнений с тремя неизвестными и заменяется решением трех уравнений с одним неизвестным, различным в каждом уравнении, что значительно сокращает труд.

Данное ребро будет сжато или вытянуто, если внутреннее напряжение, приложенное к разъединенному ребру, будет направлено во внутрь

ребра или въ противоположную сторону).

Такъ какъ заранѣе неизвѣстно, будетъ ли направленіе усилія вовнутрь ребра или въ противоположную сторону, то предполагаютъ, что усилія, приложенныя ко всѣмъ отсѣченнымъ ребрамъ, дѣйствуютъ какъ вытягивающія усилія [т.е. предполагаютъ ихъ направленными не вовнутрь ребра].

Въ другой сторонѣ значенія усилій опредѣляются изъ уравненія моментовъ, условившись предварительно обозначать опредѣленнымъ знакомъ моменты, вращающіе въ ту или другую сторону. Слѣдовательно, всякій предположенному вытягивающему усилію соотвѣтствовалъ въ уравненіи моментовъ положительный моментъ, то полученный положительный результатъ вычисленія, будучи вставленъ въ условное уравненіе моментовъ, не измѣнитъ предположеннаго ранѣе знака момента этого усилія и, слѣдовательно, положительный результатъ вычисленія покажетъ, что ребро вытянуто.

Если бы результатъ вычисленія оказался отрицательнымъ, то это значеніе, вставленное въ уравненіе моментовъ, измѣнило бы предположенный ранѣе знакъ момента, а такъ какъ плечо момента остается безъ измѣненія, тоже

обходимо изменить предположенное направле-
ніе усилія, т.е. принять его сжимающимъ.
Равнымъ образомъ, если бы предположенному
вытягивающему усилію соотвѣтствовалъ въ
уравненіи моментовъ отрицательный моментъ,
но полученный положительный результатъ
вычисленія, будучи вставленнымъ въ уравненіе
моментовъ, не измѣнилъ бы отрицательнаго
знака, т.е. сдѣланное предположеніе относи-
тельно вытягивающаго усилія было бы оправдано.
Такимъ образомъ, если въ результатѣ вычис-
ленія окажется знакъ (+), то это значитъ, что
дѣйствительное направленіе совпадаетъ съ пред-
положеннымъ, т.е. что въ данномъ случаѣ на-
пряженіе – вытягивающее. Если же въ резуль-
татѣ будетъ знакъ (–), то это покажетъ,
что дѣйствительное направленіе обратно пред-
положенному, т.е. что напряженіе сжимаю-
щее. Затѣмъ остается еще условиться
обозначать моменты, вращающіе въ одну
сторону, знакомъ (+), а моменты съ проти-
воположнымъ направленіемъ – знакомъ (–). Вы-
боръ того или другого знака для обоихъ родовъ мо-
ментовъ, очевидно, не имѣетъ вліянія на знакъ
искомаго напряженія. Чтобы остановиться
на чемъ-нибудь, условимся означать моменты,

вращающіе по направленію часовой стрѣлки, знакомъ (+), а противоположные - знакомъ (−).

Для простоты разсчета въ способѣ Риттера предполагается:

1) что части криволинейнаго пояса между двумя узловыми точками замѣнены прямою линіею;

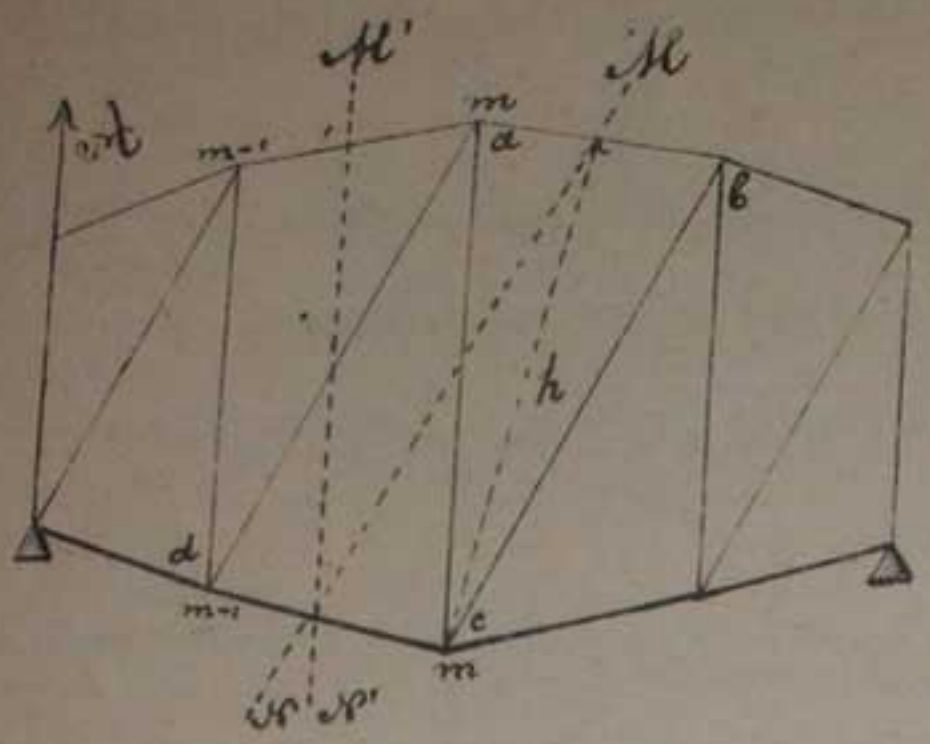
2) сплошная нагрузка предположена сосредоточенною въ узловыхъ точкахъ.

Постоянная нагрузка (собственный вѣсъ) предполагается иногда сосредоточенною въ однихъ узлахъ съ подвижною нагрузкою а потому, напримѣръ, въ мостахъ съ низдою по низу оба рода нагрузки предполагаютъ сосредоточенными въ однихъ нижнихъ узлахъ. Какъ увидимъ впослѣдствіи, такое предположеніе въ раскосныхъ фермахъ не измѣняетъ напряженія въ поясахъ и раскосахъ и остается только сдѣлать поправку въ напряженіяхъ однѣхъ стоекъ. Въ раскосныхъ же фермахъ расположеніе нагрузки въ верхнихъ или нижнихъ узлахъ имѣетъ вліяніе на величину напряженій раскосовъ и поэтому правильнѣе распредѣлять постоянную нагрузку на верхніе и нижніе узлы.

Чтобы объяснить на примѣрѣ пріемъ Рит-

ИНВ. №

тра, разсмотримъ изображенную на черт-
жѣ ферму.



Для полученія, напримѣръ, напряженія ребра ав, сдѣ-
лаемъ сѣченіе плоскостью MN, пересѣкающею какъ
это ребро, такъ и двадругихъ. Для опредѣленія
напряженія ав, слѣдуетъ выбрать за точку
вращенія точку пересѣченія линій: dc и ac,
то есть c. Если перпендикулярное разстояніе
отъ ав есть h, то моментъ неизвѣстнаго
напряженія ав, т.е. x, будетъ $+xh$. Съ дру-
гой стороны, если A - сопротивленіе опоры, раз-
стояніе отъ лѣвой опоры – m, то моментъ со-
противленія опоры $+A.m$; а моментъ нагру-
женныхъ узловъ $-\Sigma P.m'$, гдѣ m' - перпенды-
кулярное разстояніе нагруженныхъ узловъ P отъ точ-
ки c. Слѣдовательно, получимъ:

$$+A.m-\Sigma P.m'+x.h=0, \text{ откуда:}$$

$$x=\frac{-A.m+\Sigma P.m'}{h}$$

Если результатъ положительный, то, слѣдо-
вательно, ребро ав вытянуто, а если отрица-
тельный, то сжато. Если бы, наоборотъ, пред-
полагали нормальное направленіе напряженій

во внутрь ребра, то положительный результатъ показалъ бы, что сдѣланное предположеніе правильно, то есть, что усиліе-сжимающее и обратно. Объяснивъ сущность пріема, выведемъ выраженіе усилія въ ребрахъ въ фермахъ различныхъ системъ.

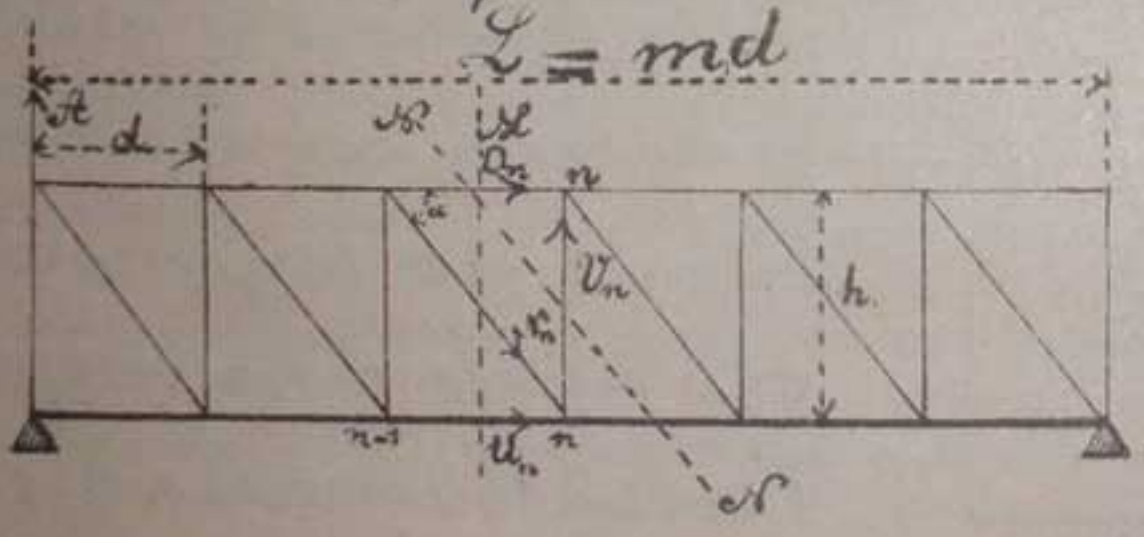
А. Фермы съ параллельными поясами.

Назовемъ усилія въ панеляхъ верхняго пояса черезъ O, нижняго черезъ U, раскосовъ - D, стоекъ V, прибавляя къ этимъ буквамъ указатель праваго узла.

1.) Одиночная раскосная ферма съ параллельными поясами; направленіе раскосовъ, нисходящее слѣва на-право.

a.) Нагрузка по-верху.

Пусть величина панели-d, число панелей - m, слѣдовательно, пролетъ: $L = m.d$, постоянная нагрузка - p, временная - k. При нагрузкѣ всѣхъ узловъ, сопротивленіе лѣвой опоры будетъ:



$$A = (p+k)\left(\frac{m-1}{2}\right).d.$$

Для опредѣленія напряженія O_n въ панели верхняго пояса, составляютъ моменты относительно точки n (нижняго пояса)

$$+A.n\times d-(p+\kappa)d\left[d+2d+3d+\ldots\ldots+(n-1)d\right]+O_n.h=0$$

$$Q_n = -\frac{A_x n d - (p+x)d^2\left[n\left(\frac{n-1}{2}\right)\right]}{h} = -\frac{(p+x)\left(\frac{n-1}{2}\right)d \cdot nd - (p+x)d^2 n\left(\frac{n-1}{2}\right)}{h} =$$

$$= -\frac{(p+x)\cdot d^2 \cdot n(n-n)}{2h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Подобным образомъ, для опредѣленія напряженія U_n въ панели нижняго пояса, составляютъ моментъ относительно $n-1$ (верхняго пояса) и

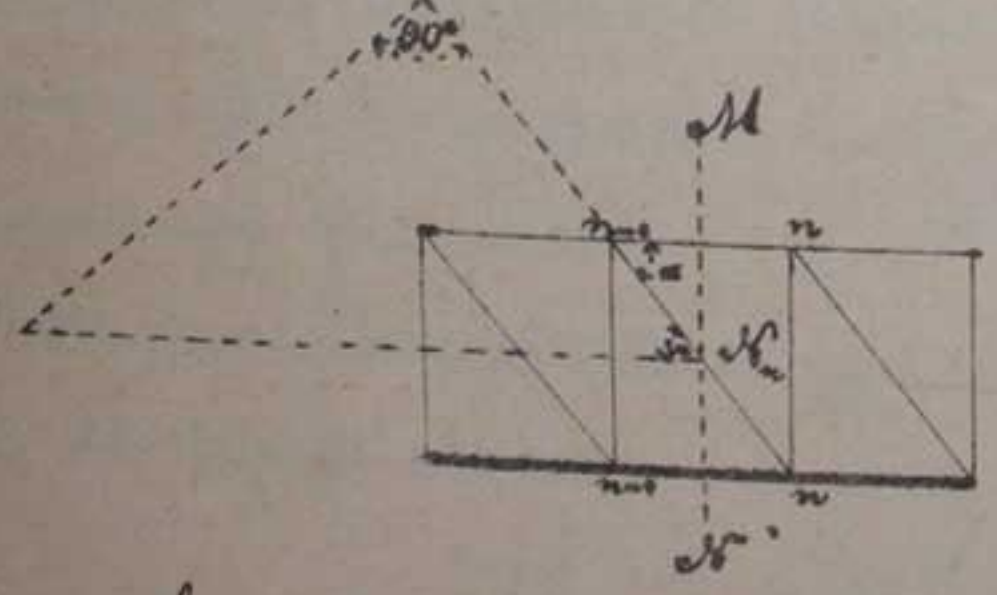
дѣлъ:

$$A_x(n-1)d - (p+x)d\left[d+2d+\ldots+(n-2)d\right] - U_n \cdot h = 0;$$

$$U_n = \frac{(p+x)(n-1)}{2}\cdot d\cdot(n-1)d - (p+x)d\frac{(n-1)\cdot(n-2)d}{2} \over h = \frac{(p+x)d^2(n-1)(n-n+1)}{2h} \quad \ldots (4)$$

Такъ какъ $n > n$, то слѣдовательно, O_n всегда отр
цательное, а U_n – положительное и поэтому наиб
шія ихъ значенія будутъ при полной нагрузкѣ про
та грузомъ $(p+k)$.

Для опредѣленія напряженія раскоса N_n, нужно
составить моменты относительно точки пересе



чения верхняго и нижне
го поясовъ, которая на
дится на разстояніи
∞ влѣво отъ опоры
Слѣдовательно, обо
чая чрезъ l – разстоя
на которомъ встрѣчаю
$-A_x l + (p+x)d\left[(l+d)+(l+2d)+\ldots+(l+(n-1)d\right] + N_n\left[l+(n-\beta)d\right]\sin\alpha = 0,$
въ виду того, что плечо момента N_n:

$$\left[l+(n-\beta)d\right]\sin\alpha.$$

Здѣсь предположено, что вертикальное усиліе

M.M сдѣлано въ панели $\left[(n-1).n\right]$ и слѣдовательно, β - нѣкоторая правильная дробь. Раздѣляя все на l, получимъ:

$$-A+(p+k)d\left[\left(1+\frac{d}{l}\right)+\left(1+\frac{2d}{l}\right)+\ldots+\left\{1+\frac{(n-1)d}{l}\right\}\right]+K_n\left[1+\frac{(n-\beta)d}{l}\right]\sin\alpha=0.$$

Полагая, наконецъ, $l=\infty$ и вставляя вмѣсто A его значеніе, получимъ: $(n-1)$

$$-(p+k).\left(\frac{m-1}{2}\right)d+(p+k)d\left[1+1+1+\ldots\ldots+1\right]+K_n.\sin\alpha=0,\text{ или}$$

$$(p+k)\frac{(m-1)}{2}d+(p+k)d(n-1)+K_n.\sin\alpha=0 \quad \ldots\ldots (5),$$

откуда $K_n.\sin\alpha=(p+k)d\left[\frac{(m-2n+1)}{2}\right]$.

Изъ этой формулы видно, что $K_n\sin$ можетъ быть иногда (+), или (−), смотря потому, будетъ-ли $m+1>2n$, или $<2n$. Слѣдовательно, наибольшее и наименьшее значеніе K_n будетъ соотвѣтствовать не полной нагрузкѣ моста, а только опредѣленной его части. Чтобы найти это наибольшее значеніе, исключимъ раз эту нагрузку, которая даетъ отрицательные члены, а затѣмъ нагрузку, дающую положительные члены. Для этого отдѣлимъ въ формулѣ (5) положительные члены отъ отрицательныхъ; получимъ:

$$K_n.\sin\alpha=p\frac{(m-1)}{2}d+k\frac{(m-1)}{2}d-p.d(n-1)-kd(n-1).$$

Если преобладаютъ положительные члены, то слѣдуетъ отыскивать отрицательные. Но членъ $p.d(n-1)$ нельзя исключить, такъ какъ постоянная нагрузка покрываетъ весь пролетъ; можно только отбросить членъ $kd(n-1)$; но при этомъ слѣдуетъ из-

исключить и членъ: $k\frac{(m-1)}{2}d$, который выражаетъ половину нагрузки подвижными грузами всѣхъ узловъ. Вмѣсто $k\frac{(m-1)}{2}d$, слѣдуетъ взять сопротивленіе опоры A отъ подвижной нагрузки, занимающей всѣ узлы, кромѣ $(n-1)$ первыхъ узловъ [такъ какъ членъ $kd(n-1)$ отброшенъ]. Слѣдовательно

$$Max.M_n = Sin\alpha = p\frac{(m-1)}{2}d - pd(n-1) + kd\left[\frac{d+2d+3d+\ldots+(m-n)d}{md}\right] =$$

$$= pd\frac{(m-2n+1)}{2} + kd\frac{(m-n+1)(m-n)}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Для полученія же Minimum'a необходимо исключить членъ $+k\frac{(m-1)}{2}d$; совсѣмъ исключить этотъ членъ нельзя, что означало бы, что подвижной нагрузки нѣтъ, между тѣмъ какъ мы сохраняемъ членъ $kd(n-1)$, т.е. сохраняемъ нагрузку на первыхъ $(n-1)$ узлахъ. Остается, слѣдовательно, только замѣнить членъ $k\frac{(m-1)}{2}d$ другимъ, выражающимъ сопротивленіе опоры A отъ нагрузки $(n-1)$ первыхъ узловъ грузомъ k:

$$Min.M_n = Sin\alpha = p.d\frac{(m-2n+1)}{2} + kd\left[\frac{(m-1)d+(m-2)d+\ldots+[m-(n-1)]d}{md}\right] - kd(n-1) =$$

$$= p.d\frac{(m-2n+1)}{2} + kd\frac{(2m-n)(n-1)}{2m} - kd(n-1) = pd\frac{(m-2n+1)}{2} +$$

$$+ kd\frac{(2m-n-2m)(n-1)}{2m} = pd\frac{(m-2n+1)}{2} - \frac{kd}{2m}n(n-1). \quad \ldots\ldots (7)$$

Чтобы опредѣлить напряженіе стойки V_n, проводимъ наклонную сѣкущую плоскость K_1K (см. чертежъ на стран. 36). Составивъ моменты относительно точки пересѣченія верхняго и нижняго поясовъ, получимъ:

$$Al + (p+k)d\{(l+d+[l+2d]) + \ldots\ldots + (l+[n-1]d)\} - V_n(nd+l) = 0,$$

назовемъ на l и полагая $l = \infty$, получимъ:

$$-At + (p+k)d.(n-1) - V_n = 0, \text{ откуда:}$$

$$V_n = -(p+\kappa)\frac{(m-1)}{2}d + (p+\kappa)d(n-1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Сравнивая съ формулой (5), находимъ, что напряженіе стойки равно по величинѣ и прямо противоположно вертикальной составляющей напряженія смежнаго раскоса, встрѣчающагося со стойкой у нагруженнаго узла. Поэтому можемъ прямо писать:

$$Max.\ V_n = -pd\frac{(m-2n+1)}{2} - \kappa d\frac{(m-n+1).(m-n)}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

$$Min\ V_n = -pd\frac{(m-2n+1)}{2} + \frac{\kappa dn}{2m}(n-1) \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

б.) Нагрузка по низу

Если бы вмѣсто верхнихъ узловъ были нагружены нижніе, то какъ видно изъ чертежа (см. стран. 36)(*), въ напряженіи поясовъ и раскосовъ не произошло бы измѣненія. Что же касается напряженія стойки, то въ выраженіе момента войдетъ лишній противъ прежняго членъ отъ груза, сосредоточеннаго въ узлѣ n, и мы получимъ:

$$-A.l + (p+\kappa)d\left[(l+d)+(l+2d)+\ldots+(l+nd)\right] - V_n(nd+l) = 0$$

Откуда, раздѣляя на l и полагая $l = \infty$, будемъ имѣть: $-A + (p+\kappa)d.n - V_n = 0$, или:

$$V_n = -(p+\kappa)\frac{(m-1)}{2}d + (p+\kappa)dn = -p\frac{(m-1)}{2}d - \kappa\frac{(m-1)}{2}d + pdn + \kappa dn;$$

откуда, разсуждая такъ же, какъ и при опредѣленіи maxim. $N_n \sin\alpha$, получимъ:

$$Maxim\ V_n = -pd\left(\frac{m-1-2n}{2}\right) - \kappa d\left[\frac{d+2d+\ldots+\{m-(n+1)\}d}{md}\right] =$$

$$= -pd\left(\frac{m-2n-1}{2}\right) - \frac{\kappa}{2m}(m-n).(m-n-1)d \quad \ldots\ldots (11);$$

(*) Число нагруженныхъ узловъ до разсматриваемаго сѣченія Mm остается то же.

Минимум $V_n = -pd\frac{(m-2n-1)}{2} - \kappa d\frac{[(m-1)d+(m-2)d+\ldots+(m-n)d]}{md} +$
$+\kappa dn = -pd\frac{(m-2n-1)}{2} - \kappa d\frac{(2m-n-1)}{2m}n + \kappa dn = -pd\frac{(m-2n-1)}{2} + \kappa d\frac{(n+1)n}{2m}$ . . . (12)

Сравнивая съ формулами (6) и (7) формулы (11) и (12) заключаемъ, что послѣднія получатся изъ предыдущихъ, замѣнивъ n чрезъ n+1 и измѣнивъ знакъ, т. е. въ данномъ случаѣ напряженіе стойки равняется съ перемѣною знака, величинѣ вертикальной составляющей напряженія сжатаго раскоса, встрѣчающагося со стойкой у ненагруженнаго узла.

Напряженіе опорныхъ стоекъ, какъ не участвующихъ въ прогибѣ фермы, нельзя опредѣлить по общимъ формуламъ, выведеннымъ на основаніи условія равновѣсія балки подверженной изгибу. Оно опредѣляется изъ разсмотрѣнія дѣйствія крайнихъ раскосовъ. Такъ, напримѣръ, при нагрузкѣ по верху (см. черт. на стран. 36), лѣвая опорная стойка сжата, во первыхъ, усиліемъ, передаваемымъ первымъ раскосомъ, т. е. $N_1 \sin\alpha$, увеличеннымъ на нагрузку, непосредственно передающуюся на стойку, то есть полная сжимающая сила будетъ:

$$N_1 \sin\alpha + \frac{(p+\kappa)d}{2}.$$

Правая опорная стойка (см. черт. на стр. 36) сжата только усиліемъ, непосредственно расположеннымъ надъ стойкой, т. е. ея напряженіе будетъ $(p+\kappa)\frac{d}{2}$. Если нагрузка по низу, то напряже

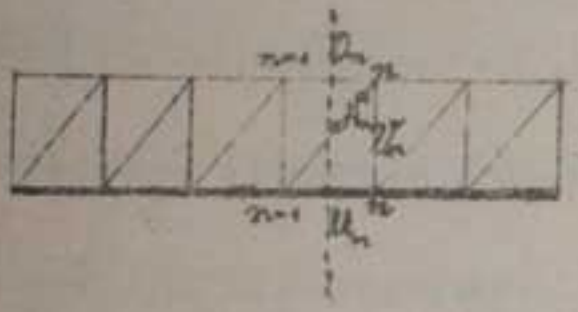
нie лѣвой опорной стойки: $N_1 \sin\alpha$, а напряже-
нie правой = 0. Если же изъ постоянной нагрузки
на верхніе узлы передается часть α, а на нижніе
$1-\alpha$, то въ первомъ случаѣ напряженіе лѣвой опор-
ной стойки: $N_1 \sin\alpha + \kappa \cdot \frac{d}{2} + \alpha \frac{pd}{2}$.
Напряженіе правой опорной стойки будетъ:

$$\frac{\kappa d}{2} + \frac{\alpha p d}{2}.$$

Во второмъ случаѣ, т. е. при нагрузкѣ по-низу,
напряженіе лѣвой опорной стойки: $N_1 \sin\alpha + \frac{\alpha p d}{2}$;
напряженіе правой опорной стойки $\frac{\alpha p d}{2}$

2.) <u>Раскосная ферма съ параллельными
поясами и съ восходящими раскосами</u>

<u>а.) Нагрузка по верху.</u>



Принимая подобный же пріемъ
разсужденій и при нагрузкѣ од-
нихъ верхнихъ узловъ, получимъ:

$$U_n = -\frac{(p+\kappa)d^2(n-1)(m-n+1)}{2h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3')$$

$$U_n = \frac{(p+\kappa)d^2 n(m-n)}{2h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4')$$

$$N_n \sin\alpha = -(p+\kappa)d\frac{(m-2n+1)}{2}$$

$$\max N_n \sin\alpha = -pd\frac{(m-2n+1)}{2} - \frac{\kappa d(m-n+1)(m-n)}{2m} \quad \ldots (6')$$

$$\min. N_n \sin\alpha = -pd\frac{(m-2n+1)}{2} + \frac{\kappa d(n-1).n}{2m} \quad \ldots\ldots (7')$$

Замѣчая, что усилія въ стойкахъ равны, но прямо
противоположны по знаку усиліямъ въ раскосахъ,
сходящихся съ ними у ненагруженнаго узла, полу-
чимъ для V_n, пользуясь выраженіемъ усилія раскоса N_n.

$$V_n = (p+\kappa)d\frac{(m-2n-1)}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8')$$

$$\max V_n = pd\frac{(m-2n-1)}{2} + \frac{kd(m-n)(m-n-1)}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

$$\min V_n = pd\frac{(m-2n-1)}{2} - \frac{kdn(n+1)}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

б.) Нагрузка по низу.

Если нижніе узлы нагружены, то усилія въ поясахъ и раскосахъ остаются безъ измѣненія; усилія же въ стойкахъ измѣняются, причемъ онѣ будутъ равны по величинѣ, но противоположны по знаку вертикальной составляющей усилія сжатаго раскоса, сходящагося со стойкой у ненагруженнаго узла. Такимъ образомъ для стойки V_n слѣдуетъ брать раскосъ K_n; поэтому при нагрузкѣ по низу

$$V_n = (p+k)d\frac{(m-2n+1)}{2}$$

$$\max. V_n = pd\frac{(m-2n+1)}{2} + kd\frac{(m-n+1)(m-n)}{2m} \quad \ldots\ldots (15)$$

$$\min. V_n = pd\frac{(m-2n+1)}{2} - kd\frac{(n-1)n}{2m} \quad \ldots\ldots (16)$$

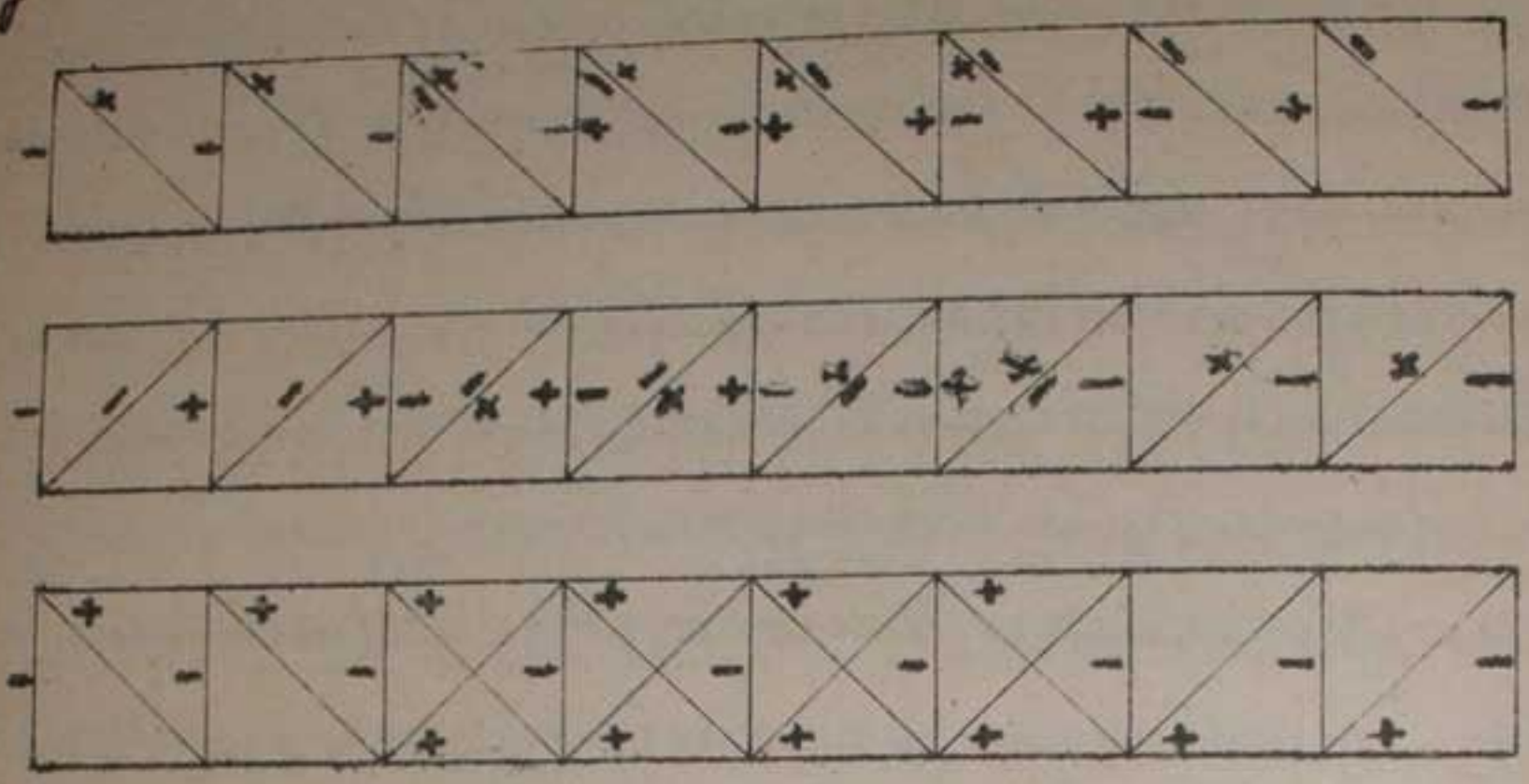
Усилія въ первой нижней панели и въ послѣдней верхней панели при нисходящихъ раскосахъ, а также усилія въ первой верхней панели и въ послѣдней нижней панели при восходящихъ раскосахъ равны нулю въ виду того, что моменты внѣшнихъ силъ, взятые относительно точки встрѣчи остальныхъ двухъ реберъ панели, т.е. относительно опорной точки, равны нулю.

Разсматривая формулы (6) и (7), замѣтимъ, что (6) при n малыхъ-даетъ положительное значеніе; а при n-большихъ-отрицательное. Формула же (7) при n малыхъ-даетъ сначала тоже положительное

значенія, а затѣмъ отрицательное и притомъ отрицательные результаты появляются ранѣе, чѣмъ въ формулѣ (6). Изъ формулъ же (6') и (7') явствуетъ, что (6') при n малыхъ – величина отрицательная, а при n большихъ – положительная. То же самое относится и къ (7') и притомъ въ (7') положительные результаты появляются ранѣе, чѣмъ въ (6'). Такимъ образомъ въ фермѣ съ нисходящими раскосами при нагрузкѣ отъ правой опоры до разсматриваемаго раскоса, лѣвые раскосы вытянуты, правые же сжаты; то же будетъ и при нагрузкѣ отъ лѣвой опоры до разсматриваемаго раскоса, но только появленіе сжатыхъ раскосовъ будетъ ранѣе. Въ фермѣ съ восходящими раскосами – обратно; лѣвые раскосы сжаты, а правые – вытянуты.

Слѣдовательно, если желаемъ устроить ферму съ одними вытянутыми раскосами, то лѣвыя панели, въ которыхъ Max. и Min. N_n – величина положительная, должны имѣть раскосы нисходящаго направленія, правыя панели, на томъ же основаніи – раскосы восходящаго направленія. Средній же панели, въ которыхъ Max. и Min. N_n противоположныхъ знаковъ, должны имѣть одновременно раскосы обоихъ направленій. Если предположимъ, что при данныхъ p и k Max. и Min. N_n въ первыхъ двухъ

панеляхъ одинаковаго знака, то схематическизна-
ки напряженій въ трехъ разбираемыхъ случаяхъ
представятся такими:



3.) Общіе выводы и слѣдствія.

Изъ предыдущихъ разсужденій явствуетъ, что въ рас
косныхъ фермахъ расположеніе нагрузки по-верху
или по-низу вліяетъ только на напряженіе однихъ
стоекъ. Обыкновенно подвижная нагрузка бываетъ
сосредоточена въ верхнихъ или нижнихъ узлахъ;
постоянная же нагрузка состоитъ изъ двухъ час-
тей: изъ вѣса проѣзжей части и вѣса главныхъ фермъ;
вѣсъ проѣзжей части также бываетъ сосредоточенъ
или въ верхнихъ, или въ нижнихъ узлахъ, смотря по
расположенію проѣзжей части вверху или внизу; вѣсъ
же главныхъ фермъ и связи можно принять распредѣ-
леннымъ по-ровну на верхніе и нижніе узлы. Такимъ
образомъ, разбивая постоянную нагрузку p на p' —
вѣсъ главныхъ фермъ и p'' — вѣсъ проѣзжей части, на-

прямѣніе стоекъ, зависящее только отъ посто-
янной нагрузки, въ случаѣ распредѣленія ея въ однихъ
верхнихъ узлахъ, на основаніи формулъ (9), (10), (13) и (14).

$$Max.\ V_n = Min.\ V_n = -\frac{p'd(m-2n+1)}{2} - \frac{p''d(m-2n+1)}{2} \quad \ldots\ldots (17)$$

при нисходящихъ раскосахъ;

$$Max\ V_n = Min.\ V_n = \frac{p'd(m-2n-1)}{2} + \frac{p''d(m-2n-1)}{2} \quad \ldots\ldots (18)$$

при восходящихъ раскосахъ.

При распредѣленіи постоянной нагрузки въ однихъ
нижнихъ узлахъ, на основаніи формулъ: (11) и (12), (15)
и (16) будемъ имѣть:

$$Maxim\ V = Min.\ V_n = -\frac{p'd(m-2n-1)}{2} - \frac{p''d(m-2n-1)}{2} \quad \ldots (19)$$

при нисходящихъ раскосахъ.

$$Maxim.\ V_n = Min.\ V_n = \frac{p'd(m-2n+1)}{2} + \frac{p''d(m-2n+1)}{2} \quad \ldots\ldots (20)$$

при восходящихъ раскосахъ.

Если же половина собственнаго вѣса главныхъ ферм
будетъ сосредоточена въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ,
а собственный вѣсъ промѣжсей части - въ однихъ вер-
нихъ узлахъ, то, на основаніи формулъ: (17), (19), (18)
и (20), будемъ имѣть:

$$Max.\ V_n = Min.\ V_n = -\frac{p'd(m-2n+1)}{4} - \frac{p'd(m-2n-1)}{4} - \frac{p''d(m-2n+1)}{2} =$$

$$= -\frac{p'd(m-2n)}{2} - \frac{p''d(m-2n+1)}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

при нисходящихъ раскосахъ,

$$Max.\ V_n = Min.\ V_n = \frac{p'd(m-2n-1)}{4} + \frac{p'd(m-2n+1)}{4} + \frac{p''d(m-2n-1)}{2} =$$

$$= \frac{p'd(m-2n)}{2} + \frac{p''d(m-2n-1)}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

при восходящихъ раскосахъ.

Если собственный вѣсъ промѣжсей части распредѣ-

лень въ нижнихъ узлахъ, а собственный вѣсъ главныхъ фермъ – также пополамъ въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ, то:

$$Max\ V_n = Min.\ V_n = -\frac{p'd(m-2n)}{2} - \frac{p''d(m-2n-1)}{2} \quad \ldots \quad (23)$$

при нисходящихъ раскосахъ;

$$Max.\ V_n = Min.\ V_n = \frac{p'd(m-2n)}{2} + \frac{p''d(m-2n+1)}{2} \quad \ldots \quad (24)$$

при восходящихъ раскосахъ.

Присоединяя сюда еще напряженіе отъ невыгодно-расположенной подвижной нагрузки, имѣемъ:

<u>При ѣздѣ по верху</u> (нисходящіе раскосы), на основаніи формулъ: (9), (10) и (21):

$$Max.\ V_n = -\frac{p'd(m-2n)}{2} - \frac{p''d(m-2n+1)}{2} - \frac{kd(m-n+1)(m-n)}{2m} \quad \ldots \quad (25),$$

$$Min.\ V_n = -\frac{p'd(m-2n)}{2} - \frac{p''d(m-2n+1)}{2} + \frac{kdn}{2m}(n-1) \quad \ldots \quad (26);$$

(восходящіе раскосы) на основаніи формулъ: (13), (14) и (22):

$$Max.\ V_n = \frac{p'd(m-2n)}{2} + \frac{p''d(m-2n-1)}{2} + \frac{kd(m-n)(m-n-1)}{2m} \quad \ldots \quad (27)$$

$$Min.\ V_n = \frac{p'd(m-2n)}{2} + \frac{p''d(m-2n-1)}{2} - \frac{kdn(n+1)}{2m} \quad \ldots \quad (28)$$

<u>При ѣздѣ по низу</u> (нисходящіе раскосы), на основаніи формулъ (11), (12) и (23).

$$Max.\ V_n = -\frac{p'd(m-2n)}{2} - \frac{p''d(m-2n-1)}{2} - \frac{kd(m-n)(m-n-1)}{2m} \quad \ldots \quad (29);$$

$$Min.\ V_n = -\frac{p'd(m-2n)}{2} - \frac{p''d(m-2n-1)}{2} + \frac{kdn(n+1)}{2m} \quad \ldots \quad (30);$$

(восходящіе раскосы), на основаніи формулъ: (15), (16) и (24)

$$Max.\ V_n = \frac{p'd(m-2n)}{2} + \frac{p''d(m-2n+1)}{2} + \frac{kd(m-n)(m-n+1)}{2m} \quad \ldots \quad (31)$$

$$Min.\ V_n = \frac{p'd(m-2n)}{2} + \frac{p''d(m-2n+1)}{2} - \frac{kdn(n-1)}{2m} \quad \ldots \quad (32)$$

Если напряженія стоекъ опредѣлены въ предположеніи размѣщенія постоянной и подвижной на-

грузки по-ровну въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ, то въ случаѣ ѣзды по-верху, необходимыя поправки въ напряженіи стоекъ слѣдующія:

При нисходящихъ раскосахъ:

$-\frac{p'_1 d}{2} - \frac{kd}{2m}(m-n)$ – поправка въ напряженіи стойки для Max. V_n [см. формулы (25) и (16')] (*); $-\frac{p'' d}{2} - \frac{kdn}{2m}$ – поправка въ напряженіи стойки для Min. V_n [см. формулы (26) и (16'')]

При восходящихъ раскосахъ:

$-\frac{p' d}{2} - \frac{kd}{2m}(m-n)$ – поправка въ напряженіи стойки для Max. V_n [см. формулы (27) и (16'')]; $-\frac{p'' d}{2} - \frac{kdn}{2m}$ – поправка въ напряженіи стойки для Min V_n [см. формулы (28) и (16^{IV})].

Соотвѣтственныя поправки въ фермахъ съ ѣздою по-низу, при нисходящихъ раскосахъ:

$+\frac{p'' d}{2} + \frac{kd}{2m}(m-n)$ – поправка въ напряженіи стойки для Maxim V_n [см. формулы: (29) и (16')].

(*) Усилія въ стойкахъ при расположеніи постоянной и подвижной нагрузки по-ровну въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ (ср. (25) и (29), (26) и (30), (27) и (31), (28) и (32).

При нисходящихъ раскосахъ:

$$\text{Maxim. } V_n = -\frac{pd}{2}(m-2n) - \frac{kd}{2m}(m-n)^2 \quad \ldots\ldots\ldots (16')$$

$$\text{Minim } V_n = -\frac{pd}{2}(m-2n) + \frac{kdn^2}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots (16'')$$

При восходящихъ раскосахъ:

$$\text{Maxim } V_n = \frac{pd}{2}(m-2n) + \frac{kd}{2m}(m-n)^2 \quad \ldots\ldots\ldots (16''')$$

$$\text{Minim } V_n = \frac{pd}{2}(m-2n) - \frac{kdn^2}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots (16^{IV})$$

$+\frac{p''d}{2} + \frac{xdn}{2}$ – поправка въ напряженіи стойки для Minim. V_n [См. формулы: (30) и (16'')].

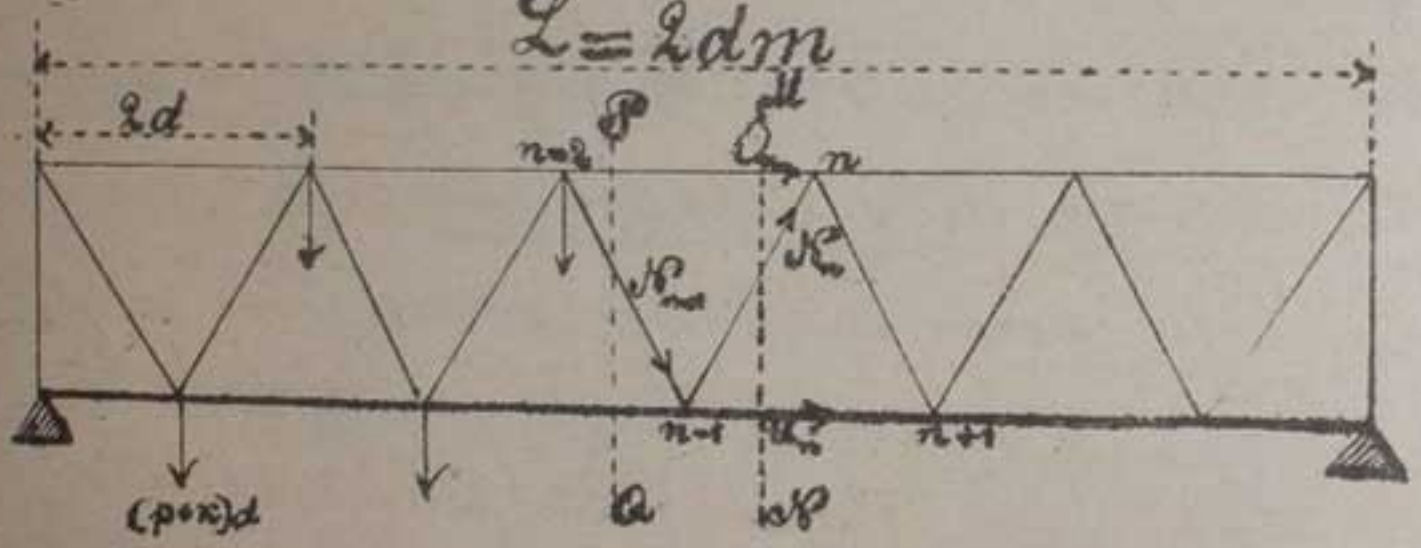
<u>При восходящихъ раскосахъ</u>

$+\frac{p''d}{2} + \frac{xd}{2m}(m-n)$ – поправка въ напряженіи Хорды для Maxim. V_n [См. формулы: (31) и (16''')];

$+\frac{p''d}{2} + \frac{xdn}{2m}$ – поправка въ напряженіи стойки для Minim V_n (См. формулы (32) и (16^{IV})].

4.) Разсмотримъ теперь <u>ръшетчатыя фермы</u>, т. е. <u>фермы съ одними раскосами</u> и начнемъ съ самыхъ простыхъ <u>безъ взаимнаго пересъченія раскосовъ</u>.

Пусть длина панели = 2d, число панелей – m и пусть раскосы наклонятся отъ верхней точки опорныхъ Хоекъ.



a.) Предположимъ, что временная и постоянная нагрузки сосредоточены по́ровну въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ, что имѣетъ мѣсто, напримѣръ въ фермахъ Варрена, благодаря присутствію подвѣсокъ или стоекъ. Слѣдовательно, нагрузка каждаго верхняго и нижняго узловъ: $(p+x)d$. Сопротивленіе опоры будетъ:

$$A = \frac{(2m-1)}{2}(p+x)d.$$

Составляемъ моментъ относительно точки (n-1)

[см. чертежъ на стран. 48]:

$$A(n-1)d-(p+\kappa)d\underbrace{\left[d+2d+3d+\ldots+(n-2)d\right]}_{n-2}+O_n h=0;$$

$$O_n^a=-\frac{\frac{(2m-1)}{2}(p+\kappa)d(n-1)d-(p+\kappa)d^2(n-1)\frac{(n-2)}{2}}{h}=-\frac{(p+\kappa)}{2h}d^2(n-1)(2m-n+1)\ldots(33)$$

Составляемъ моментъ относительно точки n [см. черт. на стран. 48]

$$A.nd-(p+\kappa)d\left[d+2d+3d+\ldots+(n-1)d\right]-U_{n-1}h=0;$$

$$U_{n-1}^a=\frac{\frac{(2m-1)}{2}(p+\kappa)d.nd-(p+\kappa)d^2\frac{(n-1)}{2}}{h}=\frac{(p+\kappa)d^2}{2h}n(2m-n)\ldots\ldots(34)$$

Составляемъ моментъ относительно точки, пересѣченія обоихъ поясовъ:

$$-Al+(p+\kappa)d\left[(l+d)+(l+2d)\right]+\ldots+\left[l+(n-1)d\right]-N_n\left[l+(n-\beta)d\right]\sin\alpha=0.$$

Раздѣляя на l и полагая $l=\infty$, имѣемъ.

$-A+(p+\kappa)d(n-1)-N_n\sin\alpha=0$, откуда:

$$N_n\sin\alpha=-\frac{(2m-1)}{2}(p+\kappa)d+(p+\kappa)d(n-1)=-\left[\frac{2m-1}{2}-(n-1)\right]-\kappa d\left[\frac{2m-1}{2}\right]+\kappa d\left[n-1\right];$$

$$\text{Maxim}\,N_n^a\sin\alpha=-pd\left[\frac{2m-2n+1}{2}\right]-\frac{\kappa d}{2dm}\left[d+2d+3d+\ldots+(2m-n)d\right]=$$

$$=-pd\left[\frac{(2m-2n+1)}{2}\right]-\frac{\kappa d}{2m}(2m-n+1)\frac{(2m-n)}{2}\ldots\ldots\ldots(35)$$

$$\text{Minim.}\,N_n^a\sin\alpha=-pd\left[\frac{(2m-2n+1)}{2}\right]-\frac{\kappa d}{2dm}\left[\left\{2m-(n-1)\right\}d+\left\{2m-(n-2)\right\}d+\right.$$

$$\left.+\ldots+(2m-1)d\right]+\kappa d(n-1)=-pd\left[\frac{2m-2n+1}{2}\right]-\frac{\kappa d}{2m}\left[4m-n\right]\frac{n-1}{2}+\kappa d(n-1)=$$

$$=-pd\left[\frac{2m-2n+1}{2}\right]-\frac{\kappa d}{2m}(n-1)\left[\frac{4m-n}{4m}-1\right]=-pd\left[\frac{2m-2n+1}{2}\right]+\frac{\kappa dn}{4m}(n-1)\ldots(36)$$

Подобнымъ образомъ, для опредѣленія N_{n-1}, имѣемъ:

$-A+(p+\kappa)d(n-2)+N_{n-1}\sin\alpha=0$, откуда:

$$N_{n-1}\sin\alpha=\frac{(2m-1)}{2}(p+\kappa)d-(p+\kappa)d(n-2)=pd\left[\frac{2m-1}{2}-(n-2)\right]+\kappa d\left[\frac{2m-1}{2}\right]-\kappa d(n-2);$$

слѣдовательно:

$$\text{Maxim}\,N_{n-1}^a\sin\alpha=pd\left[\frac{2m-2n+3}{2}\right]+\frac{\kappa d}{2dm}\left[d+2d+\ldots+\left\{2m-(n-1)\right\}d\right]=$$

$$=pd\left[\frac{2m-2n+3}{2}\right]+\frac{\kappa d}{2m}\left[2m-n+2\right]\frac{(2m-n+1)}{2}\ldots\ldots\ldots(37)$$

$$Min\,m\,\mathcal{N}^a_{n-1}\sin\alpha = pd\frac{(2m-2n+3)}{2} + \frac{\kappa d}{2dm}\Big[\{2m-(n-2)\}d + \{2m-$$

$$-(n-3)\}d + \ldots + (2m-1)d\Big] - \kappa d(n-2) = pd\frac{(2m-2n+3)}{2} + \frac{\kappa d}{2m}\Big[4m-n+1\Big]\frac{(n-2)}{2} -$$

$$-\kappa d(n-2) = pd\Big[\frac{2m-2n+3}{2}\Big] + \kappa d(n-2)\Big[\frac{4m-n+1}{4m} - 1\Big] = pd\Big[\frac{2m-2n+3}{2}\Big] - \frac{\kappa d}{4m}(n-2)\cdot(n-1)\ldots (38)$$

б.) Нагрузка сосредоточена въ одномъ верхнемъ узлахъ.

Принимая вышеуказанные пріемы, получимъ бы:

$$O^б_n = -(p+\kappa)\frac{d^2}{h}\Big\{(n-1)(m-1) - \frac{(n-2)^2}{2}\Big\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (33$$

$$U^б_{n-1} = (p+\kappa)\frac{d^2 n(2m-n)}{2h} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (34$$

$$\mathcal{N}^б_n \sin\alpha = -(p+\kappa)d(m-n+1)$$

$$max.\mathcal{N}^б_n \sin\alpha = -pd\{m-n+1\} - \frac{\kappa d}{m}\Big\{2m-n+2\Big\}\frac{(2m-n)}{4} \ldots\ldots\ldots (39$$

$$min.\mathcal{N}^б_n \sin\alpha = -pd(m-n+1) + \frac{\kappa d(n-2)\cdot n}{4m} \ldots\ldots\ldots\ldots (40$$

Замѣчаемъ далѣе, что при отсутствіи нагрузки въ нижнихъ узлахъ:

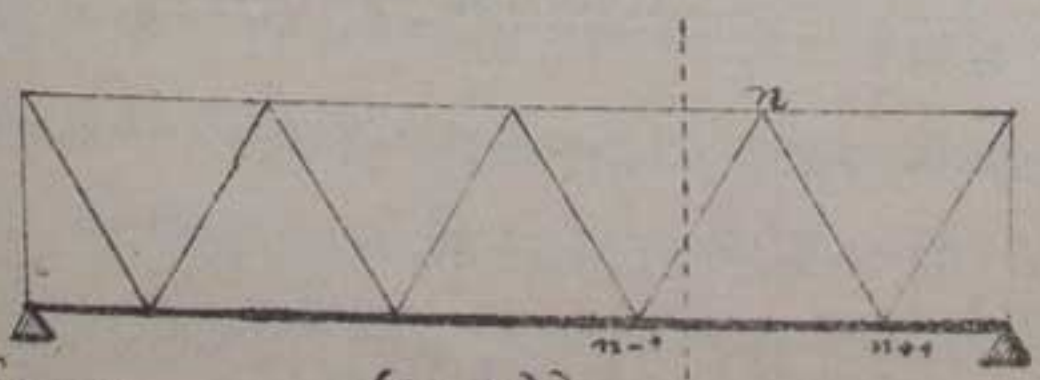
$\mathcal{N}_{n-1} = -\mathcal{N}_n$; $max.\mathcal{N}^б_{n-1}\sin\alpha = -min.\mathcal{N}^б_n \sin\alpha$.

слѣдовательно, если бы раскосъ $\mathcal{N}_n$ былъ нисходящій, то выраженіе $max.\mathcal{N}_n$ и $min\,\mathcal{N}_n$ получится изъ (39) и (40) заставкой вмѣсто n, $n+1$ и съ перемѣной знака. Слѣдовательно, для нисходящаго раскоса $\mathcal{N}_n$:

$$max.\mathcal{N}_n \sin\alpha = pd(m-n) + \frac{\kappa d}{4m}(2m-n+1)(2m-n-1) \ldots (39$$

$$min\,\mathcal{N}_n \sin\alpha = pd(m-n) - \frac{\kappa d}{4m}(n-1)(n+1) \ldots\ldots\ldots (40$$

в.) Нагрузка сосредоточена въ одномъ нижнемъ узлахъ



$$O^в_n = -(p+\kappa)\frac{d^2}{h}\Big\{m(n-1) - n\frac{(n-2)}{2}\Big\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3$$

$$U^в_n = (p+\kappa)d^2 n\frac{(2m-n)}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3$$

$$\mathcal{N}^в_n \sin\alpha = -(p+\kappa)d(m-n)$$

$$max.\mathcal{N}^б_n \sin\alpha = -pd(m-n) - \frac{\kappa d}{4m}(2m-n)^2 \ldots\ldots\ldots (4$$

$$min\,\mathcal{N}^в_n \sin\alpha = -pd(m-n) + \frac{\kappa d n^2}{4m} \ldots\ldots\ldots\ldots (4$$

$\max N^{o}_{n+1} \sin\alpha = -\max N^{b}_{n} \sin\alpha$;

$\min N^{b}_{n+1} \sin\alpha = -\min N^{bg}_{n} \sin\alpha$.

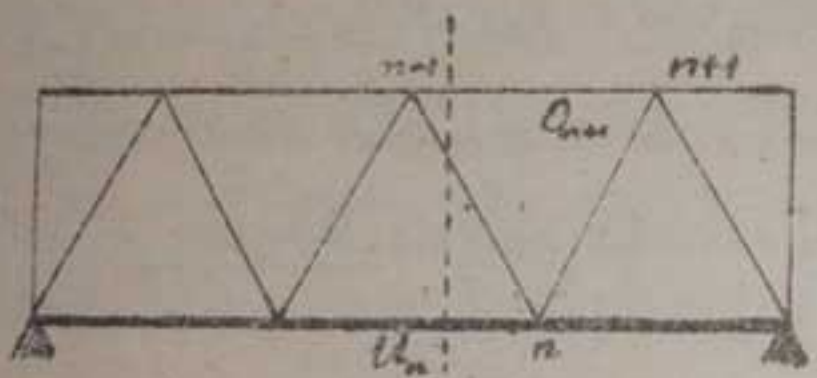
Следовательно, усилие находящаго раскоса полу
ся изъ выражения (41) и (42) со вставкой вместо n,
и съ перемѣной знака. Слѣдовательно, для находя
го раскоса:

$$\max. N^{b}_{n} \sin\alpha = +pd(m-n+1) + \frac{xd}{4rn}(2m-n+1)^2 \quad . \quad . \quad (41)$$

$$\min N^{b}_{n} \sin\alpha = +pd(m-n+1) - \frac{xd}{4rn}(n-1)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

5. Раскосная ферма безъ взаимнаго пересѣченія раскосовъ.

Раскосы начинаются отъ нижней точки опоры стойки.



Присвоивая усиліямъ эл
фермы знакъ (!) и сравни
вая съ предъидущимъ тя
полъ, получимъ:

а.) при нагрузкѣ верхнихъ и нижнихъ узловъ:

$$\left.\begin{aligned} U'^{a}_{n} &= -O^{a}_{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ O'^{a}_{nn} &= -U^{a}_{n+1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \max. N'^{a}_{n} \sin\alpha &= -\min N^{a}_{n} \sin\alpha \quad . \quad . \\ \min. N'^{a}_{n} \sin\alpha &= -\max N^{a}_{n} \sin\alpha \quad . \quad . \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41'')$$

б.) при нагрузкѣ обоихъ верхнихъ узловъ (Этотъ слу
чай будетъ обратнымъ (2, б)), слѣдовательно:

$$U'^{b}_{n} = -O^{b}_{n}$$

$$\max N'^{b}_{n} \sin\alpha = -\min N^{b}_{n} \sin\alpha \text{ и т.д.}$$

в.) при нагрузкѣ обоихъ нижнихъ узловъ:

$$U'^{b}_{n} = -O^{b}_{n} \; ; \quad O'^{b}_{nn} = -U^{b}_{nn} \; ;$$

$$\max. N'^{b}_{n} \sin\alpha = -\min N^{b}_{n} \sin\alpha \text{ и т.д.}$$

6.) Общіе выводы и слѣдствія.

Говоря о раскосныхъ фермахъ, мы указали, что

расположеніе нагрузки повéрху или пóнизу вліяетъ только на одну стойку; на пояса и на раскосы это не имѣетъ вліянія, такъ какъ въ обоихъ случаяхъ число нагруженныхъ узловъ, а слѣдовательно, и сопротивленіе опоръ остается безъ измѣненія. При этомъ было доказано, что если: $pd=(p'd+p''d)$ – нагрузка на панель отъ постоянаго груза; kd – нагрузка на панель отъ подвижнаго груза, различныя пó-ровну въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ, то при расположеніи той и другой нагрузки, только <u>вверху</u> сжатыя стойки, сравнительно съ предъидущимъ случаемъ, <u>напряжены</u> больше на: $\frac{pd}{2}+\frac{kd}{2m}(m-n)$ для Maxim V_n и на: $\frac{pd}{2}+\frac{kd}{2m}\cdot n$ – для Minim. V_n; вытянутыя же стойки напряжены менѣе на ту же величину. При различеніи той и другой нагрузки <u>внизу</u> – обратное правило.

Равнымъ образомъ было доказано, что, при расположеніи нагрузки отъ собственнаго вѣса главныхъ фермъ (p') пó-ровну въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ и при расположеніи нагрузки отъ прочихъ частей (p'') и отъ подвижнаго груза (k) или въ верхнихъ или въ нижнихъ узлахъ, по сравненіи съ случаемъ, когда всѣ нагрузки различены пó-ровну въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ, <u>сжатыя</u> стойки при въздѣ пó-верху напряжены больше на $\frac{p''d}{2}+\frac{kd}{2m}(m-n)$ для Maxim. V_n и на $\frac{p''d}{2}+\frac{kd}{2m}\cdot n$ – для Minim V_n; вытянутыя стойки (с.-нижки) напряжены <u>менѣе</u>. При въздѣ пó-низу – обратно.

Посмотримъ теперь, какое вліяніе оказываетъ рас-

положеніе нагрузки по верху или по низу въ решетчатыхъ фермахъ; здѣсь, очевидно, расположеніе нагрузки должно вліять на напряженіе раскосовъ, такъ какъ число верхнихъ и нижнихъ узловъ неодинаково, а, слѣдовательно, не можетъ быть и одинаковаго сопротивленія опоры. Полагая, и здѣсь, что собственный вѣсъ p разбитъ на p'- вѣсъ главныхъ фермъ и p"- вѣсъ проѣзжей части, получимъ:

<u>Восходящій раскосъ</u>; вся нагрузка въ верхнихъ узлахъ. На основаніи формулъ: (39) и (40)

$$Max\,N_n\,Sin\alpha = -p'd(m-n+1) - p''d(m-n+1) - \frac{xd}{4m}(2m-n+2)(2m-n) \ldots (43);$$

$$Min.\,N_n\,Sin\alpha = -p'd(m-n+1) - p''d(m-n+1) + \frac{xd}{4m}n(n-2) \ldots\ldots (44)$$

<u>Восходящій раскосъ</u>, вся нагрузка въ нижнихъ узлахъ. На основаніи формулъ: (41) и (42):

$$Maxim\,N_n\,Sin\alpha = -p'd(m-n) - p''d(m-n) - \frac{xd}{4m}(2m-n)^2 \ldots\ldots (45);$$

$$Minim\,N_n\,Sin\alpha = -p'd(m-n) - p''d(m-n) + \frac{xdn^2}{4m} \ldots\ldots (46).$$

Если половина собственнаго вѣса главныхъ фермъ расположена въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ, то <u>при. ѣздѣ по верху</u>, на основаніи формулъ (43), (45) и (44), (46), будемъ имѣть:

$$Maxim\,N_n\,Sin\alpha = -\frac{p'd}{2}(m-n+1) - \frac{p'd}{2}(m-n) - p''d(m-n+1) -$$
$$- \frac{xd}{4m}(2m-n).(2m-n+2) = -p'd(m-n+\tfrac{1}{2}) - p''d(m-n+1) -$$
$$- \frac{xd}{4m}(2m-n).(2m-n+2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (47)$$

$$Minim\,N_n\,Sin\alpha = -p'd(m-n+\tfrac{1}{2}) - p''d(m-n+1) + \frac{xdn}{4m}(n-2) \ldots (48)$$

<u>При ѣздѣ по низу</u>, на основаніи тѣхъ же формулъ:

$$Maxim\,N_n\,Sin\alpha = -p'd(m-n+\tfrac{1}{2}) - p''d(m-n) - \frac{xd}{4m}(2m-n)^2 \ldots (49)$$

$$Minim\,N_n\,Sin\alpha = -p'd(m-n+\tfrac{1}{2}) - p''d(m-n) + \frac{xdn^2}{4m} \ldots\ldots (50)$$

Для нисходящихъ раскосовъ, <u>при ѣздѣ по верху</u> и при расположеніи собственнаго вѣса главныхъ фермъ въ верх.

ныхъ и нижнихъ узлахъ на основаніи формулъ (39'), (40'), (41') и (42').

$$Maxim\,\mathfrak{N}_n Sin\alpha = +\frac{p'd}{2}(m-n)+\frac{p''d}{2}(m-n+1)+p''d(m-n)+\frac{\varkappa d}{4m}(2m-n-1).(2m-n-1)=+p''d(m-n+\tfrac{1}{2})+p''d(m-n)+\frac{\varkappa d}{4m}(2m-n+1).(2m-n-1)\ldots\ldots(51)$$

$$Minim\,\mathfrak{N}_n Sin\alpha = +p'd(m-n+\tfrac{1}{2})+p''d(m-n)-\frac{\varkappa d}{4m}(n-1)(n+1)\ldots(5.)$$

<u>При ѣздѣ по-низу</u>, на основаніи тѣхъ же формулъ

$$Maxim\,\mathfrak{N}_n Sin\alpha = +p''d(m-n+\tfrac{1}{2})+p''d(m-n+1)+\frac{\varkappa d}{4m}(2m-n+1)^2.\ldots(53)$$

$$Minim\,\mathfrak{N}_n Sin\alpha = +p'd(m-n+\tfrac{1}{2})+p''d(m-n+1)-\frac{\varkappa d}{4m}(n-1)^2.\ldots\ldots(51)$$

Эти же формулы показываютъ различіе въ нахожденіи maxim. и minim. напряженій раскосовъ, смотря потому, полагается-ли постоянная и подвижная нагрузка распредѣленной равномѣрно между верхними или нижними узлами, или же равномѣрно-распредѣленной по обоимъ поясамъ предполагается только одинъ изъ главныхъ фермъ, а всѣ прочія части и подвижная нагрузка сосредоточены или въ одинъ верхнихъ, или въ одинъ нижнихъ узлахъ. Такъ, напримѣръ, если напряженія раскосовъ опредѣлены въ предположеніи различенія той и другой нагрузки равномѣрно по верху и по низу, то въ случаѣ ѣзды <u>по верху</u> поправка <u>въ восходящемъ раскосѣ</u> $\mathfrak{N}_n$ [см. формулы: (35) и (47)]:

$$-\frac{p''d}{2}-\frac{\varkappa d}{4m}(2m-n)\ldots\ldots\ldots\ldots(54')$$ – поправка въ напряженіи <u>восходящаго раскоса</u> для maxim $\mathfrak{N}_n Sin\alpha$.

Затѣмъ: $-\frac{p''d}{2}-\frac{\varkappa dn}{4m}\ldots\ldots\ldots(54'')$ – поправка въ напряженіи <u>восходящаго раскоса</u> для minim $\mathfrak{N}_n Sin\alpha$ [см. формулы: (36) и (48)];

$$-\frac{p''d}{2}-\frac{\varkappa d}{4m}(2m-n+1).\ldots\ldots\ldots(54''')$$ – поправка въ напряженіи <u>нисходящаго раскоса</u> для maxim $\mathfrak{N}_n Sin\alpha$ [см. формулы: (37) и (51)]; [замѣтивъ предварительно въ ср

мулѣ (37): n–1 на n];

$-\frac{p''d}{2}-\frac{xd}{4m}(n-1)$ ..... (54ᴵᴵ) – поправка въ напряженіи <u>нисходящаго раскоса</u> для типа $N_n Sin x$ [см. формулы: (38) и (52)]; [замѣнивъ предварительно въ формулѣ (38) n–1 на n].

Слѣдовательно, эти поправки <u>увеличатъ</u> напряженіе восходящихъ (сжатыхъ) раскосовъ и <u>уменьшатъ</u> напряженіе нисходящихъ (вытянутыхъ) раскосовъ.

Если, съ другой стороны, <u>ѣзда по низу</u>, то въ напряженіяхъ, отъ подъѣзднаго въ предположеніи равномѣрно по верху и по низу, необходимыя поправки слѣдующія:

$+\frac{p''d}{2}+\frac{xd}{4m}(2m-n)$ ..... (54ᴵ) – поправка въ напряженіи <u>восходящаго раскоса</u> для типа $N_n Sin x$ [см. формулы: (35) и (49);

$+\frac{p''d}{2}+\frac{xdn}{4m}$ ..... (54ᴵᴵ) – поправка въ напряженіи <u>восходящаго раскоса</u> для типа $N_n Sin x$ [см. формулы: (36) и (50)];

$+\frac{p''d}{2}+\frac{xd}{4m}(2m-n+1)$ ..... (54ᴵᴵᴵ) – поправка въ напряженіи <u>нисходящаго раскоса</u> для типа $N_n Sin x$ [см. формулы: (37) и (53)]; [замѣнивъ предварительно въ формулѣ (37): n–1 на n]

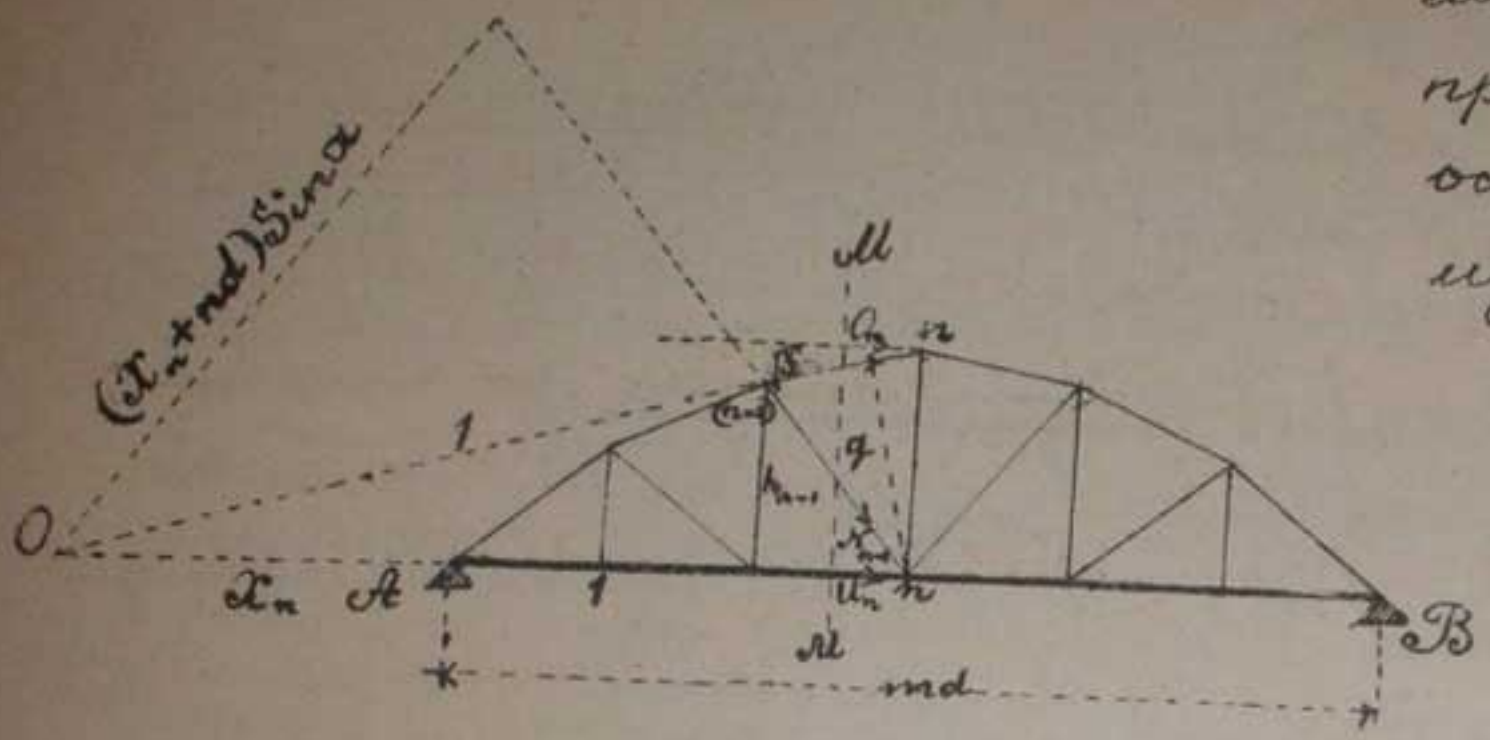
$+\frac{p''d}{2}+\frac{xd}{4m}(n-1)$ ..... (54ᴵᵛ) поправка въ напряженіи <u>нисходящаго раскоса</u> для типа $N_n Sin x$ [см. формулы: (38) и (54)]; [замѣнивъ предварительно въ формулѣ (38) n–1 на n].

Слѣдовательно, эти поправки <u>уменьшатъ</u> напряженіе восходящихъ (сжатыхъ) раскосовъ и <u>увеличатъ</u> напряженіе нисходящихъ (вытянутыхъ) раскосовъ.

В.) Разсчетъ фермъ съ криволинейными поясами.

I. Общія соображенія.

Предполагая, что криволинейные пояса замѣнены многоугольными, пріемъ разсчета остается безъ измѣненія.



Въ случаѣ обычнаго верхняго криволинейнаго пояса и при нагрузкѣ, сосредоточенной напримѣръ, въ одинхъ верхнихъ узлахъ, составляя моментъ относительно точки n, получимъ:

$$O_n q + A.nd - (p+\kappa).d\left[d+2d+3d+\ldots+(n-1)d\right] = 0;$$

откуда:

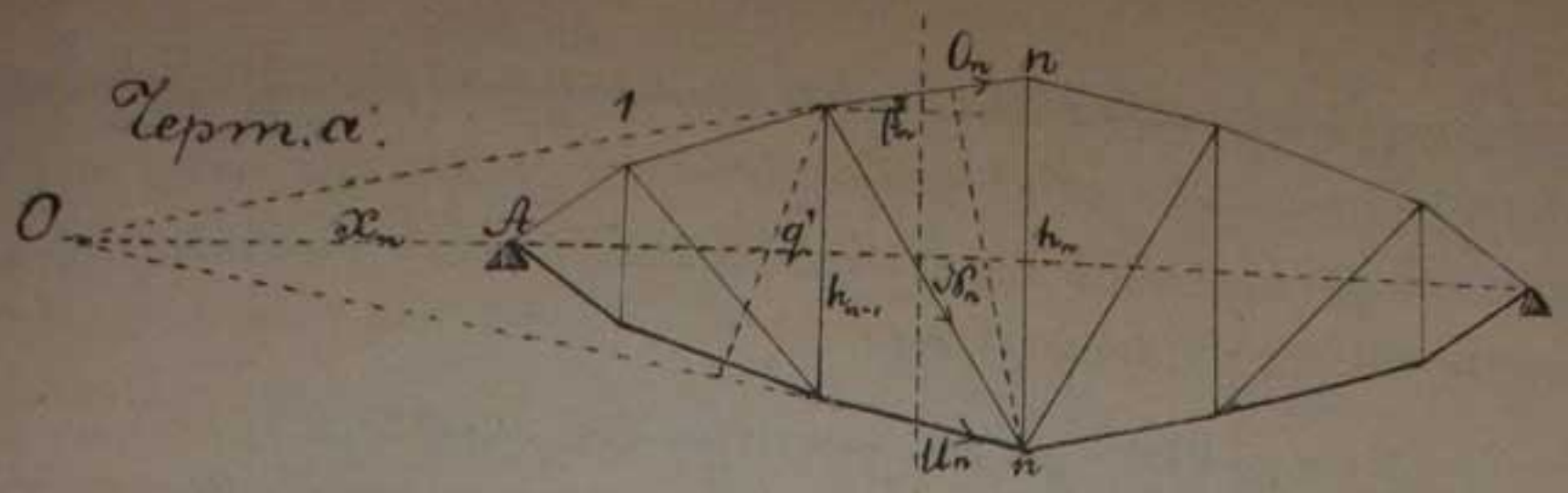
$$O_n = -\frac{A.nd - (n-1)d^2(p+\kappa)\frac{n}{2}}{q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (55),$$

гдѣ q, при данныхъ размѣрахъ фермы, легко опредѣляется разсчетомъ, а именно: $q = h_n \cos\beta_n$, если β_n — уголъ, составленный съ горизонтомъ $n^{\text{го}}$ панелью верхняго пояса. Напряженіе панели нижняго пояса получимъ, составляя моментъ относительно точки $(n-1)$:

$$U_n = \frac{A(n-1)d - (n-2)d^2(p+\kappa)\frac{(n-1)}{2}}{h_{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (56)$$

Формулы (55) и (56) относятся, очевидно, и къ тѣмъ случаямъ, когда при нижнемъ горизонтальномъ поясѣ нагрузка сосредоточена въ нижнихъ узлахъ, или когда при верхнемъ горизонтальномъ поясѣ нагрузка расположена въ верхнихъ или въ нижнихъ узловыхъ точкахъ.

Черт. а.

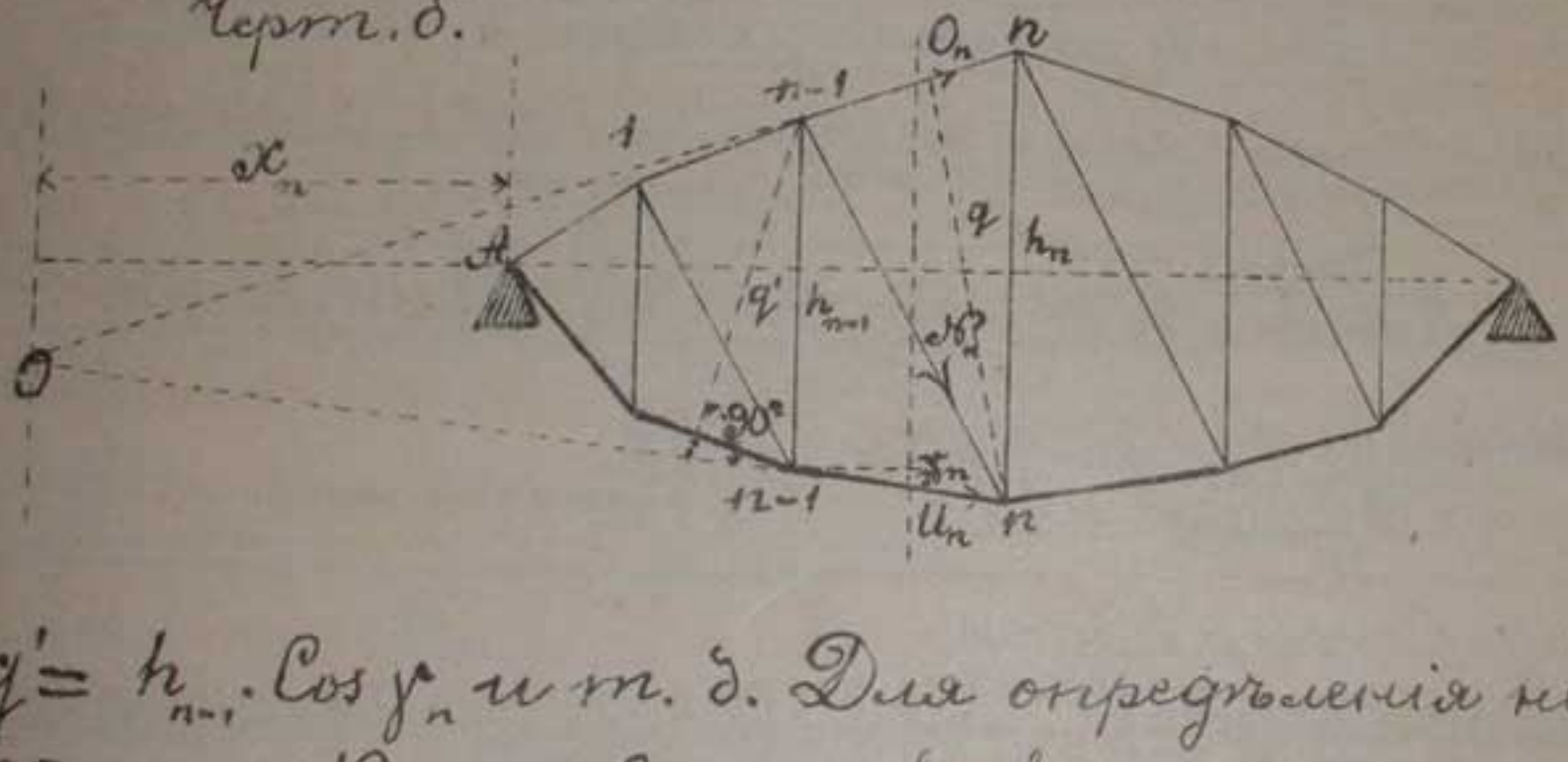


Въ случаѣ, если и нижній поясъ криволинейный, (черт. а и б), тогда:

$$U_n = \frac{A(n-1)d - (n-2)d^2(p+\kappa)\frac{(n-1)}{2}}{q'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (56'),$$

гдѣ q' такжеже можетъ быть опредѣлено разсчетомъ. А именно, если γ_n — уголъ наклоненія $n^{\text{ой}}$ панели нижняго пояса къ горизонту, то:

Черт. б.



$q' = h_{n-1} \cdot \mathrm{Cos}\,\gamma_n$ и т. д. Для опредѣленія напряженія раскоса N_n, слѣдуетъ во всѣхъ трехъ случаяхъ, т.е. при одномъ криволинейномъ поясѣ, или при двухъ криволинейныхъ поясахъ, симметрично или несимметрично расположенныхъ относительно линіи, проведенной чрезъ опоры, опредѣлить разсчетомъ величину x_n, т.е. разстояніе точки встрѣчи двухъ поясовъ одной и той же панели отъ любой опоры. Для всѣхъ трехъ случаевъ значеніе x_n найдется изъ подобія треугольниковъ: Onn и O(n-1).(n-1):

$$\frac{h_n}{h_{n-1}} = \frac{x_n + nd}{x_n + (n-1)d}.$$

Для перваго случая напряженіе раскоса N_n найдется изъ формулы:

$-A_n x_n+(p+\kappa)d\left[(x_n+d)+(x_n+2d)+\ldots+\{x_n+(n-1)d\}\right]+N_n \sin\alpha\,(x_n+nd)=0$,
откуда, замѣчая, что сопротивленіе опоры A_n, какъ и для рассѣчной фермы съ прямолинейными поясами, $=(p+\kappa)d\cdot\frac{m-1}{2}$, получимъ

$$N_n \sin\alpha\,(x_n+nd)=(p+\kappa)d\frac{(m-1)}{2}x_n-(p+\kappa)d\left[(n-1)x_n+dn\frac{(n-1)}{2}\right]. \quad . \quad . \quad . \quad (57).$$

Для отысканія $Maxim.N_n\sin\alpha$, необходимо, чтобы не существовало отрицательныхъ членовъ, зависящихъ отъ k, слѣдовательно, первые $(n-1)$ узловъ должны быть свободны отъ груза k, но вмѣстѣ съ тѣмъ измѣнится и сопротивленіе опоры A_n, зависящее отъ k, покрывающаго всѣ узлы, т.е. измѣнится выраженіе: $\frac{\kappa d(m-1)}{2}\cdot x_n$. Слѣдовательно:

$$Maxim.N_n\sin\alpha=\frac{pd\left[\frac{(m-1)}{2}x_n-(n-1)x_n-d\cdot n\frac{(n-1)}{2}\right]+\frac{\kappa d}{dm}\left[d+2d+\ldots+(m-n)d\right]x_n}{x_n+nd}=$$

$$=\frac{\frac{pd}{2}\left[(m-2n+1)x_n-dn(n-1)\right]+\frac{\kappa d}{2m}(m-n+1)(m-n)x_n}{x_n+nd} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58).$$

Подобнымъ образомъ найдемъ:

$$Min.N_n\sin\alpha=\frac{\frac{pd}{2}\left[(m-2n+1)x_n-dn(n-1)\right]+\frac{\kappa d}{dm}\left[\{m-(n-1)\}d+\{m-(n-2)\}d+\ldots+(m-1)d\right]x_n-\kappa d\left[(n-1)x_n+dn\frac{(n-1)}{2}\right]}{x_n+nd}=$$

$$=\frac{\frac{pd}{2}\left[(m-2n+1)x_n-dn(n-1)\right]+\frac{\kappa d}{m}\left[(2m-n)\frac{(n-1)}{2}x_n-m(n-1)x_n-mdn\frac{(n-1)}{2}\right]}{x_n+nd}=$$

$$=\frac{\frac{pd}{2}\left[(m-2n+1)x_n-dn(n-1)\right]-\frac{\kappa d}{2m}(n-1)\cdot n(x_n+nd)}{x_n+nd} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59)$$

Найдемъ выраженія: $Maxim\ V_n$ и $Minim\ V_n$ для фермы съ нижними горизонтальными поясами, предполагая нагрузку сосредоточенною въ нижнихъ узлахъ. Имѣемъ:

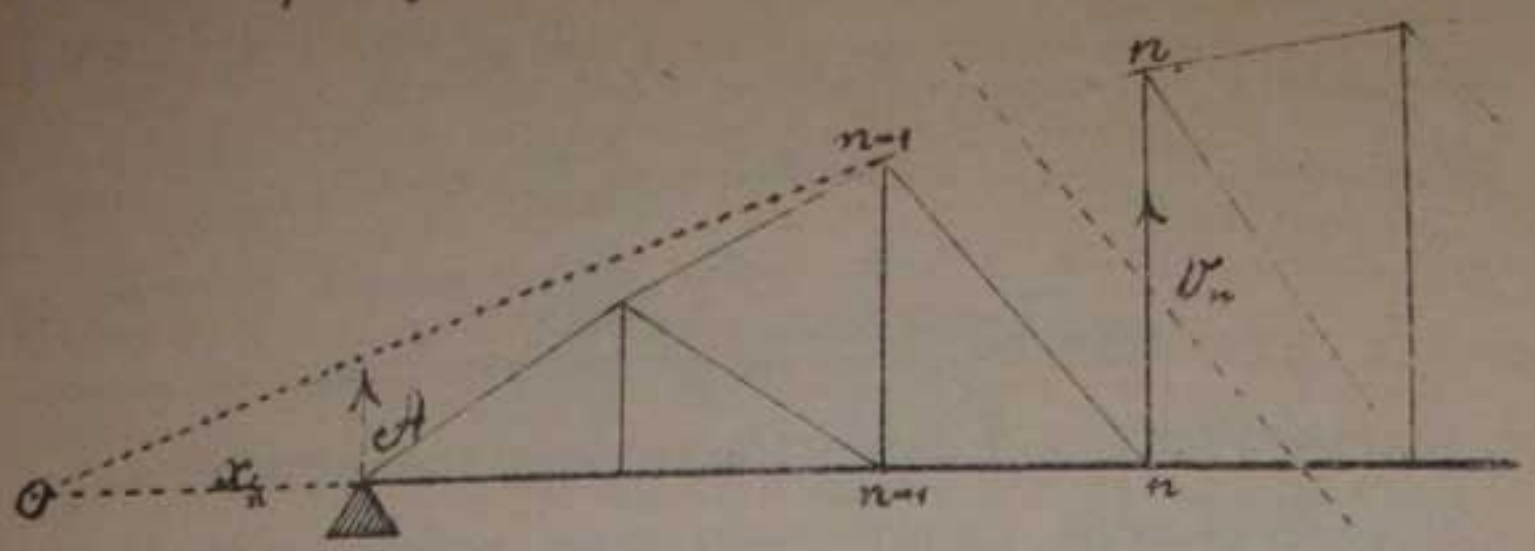
$$-A_n x_n+(p+\kappa)d\left[(x_n+d)+(x_n+2d)+\ldots+(x_n+nd)\right]-V_n(x_n+nd)=0;$$

откуда:

$$V_n=\frac{-\frac{(m-1)}{2}(p+\kappa)dx_n+(p+\kappa)d\left[x_n\cdot n+\frac{nd(n+1)}{2}\right]}{x_n+nd}.$$

Для $Maxim\ V_n$ необходимо уменьшить численное значеніе.

ніе отрицательныхъ членовъ. Слѣдовательно, должно сохранить подвижную нагрузку только въ n первыхъ узлахъ. Тогда сопротивленіе мѣ-



вой опоры отъ подвижнаго груза будетъ:

$$A=\frac{\kappa d[(m-n)d+(m-n-1)d+\ldots.+(m-1)d]}{md}=\frac{\kappa dn[2m-n-1]}{2m}.$$

Слѣдовательно:

$$\text{Maxim } V_n=\frac{-\frac{(m-1)}{2}pdx_n-\frac{\kappa dn(2m-n-1)}{2m}x_n+pd\left[x_n n+\frac{nd(n+1)}{2}\right]+\kappa d\left[x_n n+\frac{nd(n+1)}{2}\right]}{x_n+nd}=$$

$$=\frac{\frac{pd}{2}\left[2x_n n+nd(n+1)-(m-1)x_n\right]+\frac{\kappa d}{2}\left[2x_n n+nd(n+1)-\frac{n(2m-n-1)x_n}{m}\right]}{x_n+nd}=$$

$$=\frac{\frac{pd}{2}\left[(2n-m+1)x_n+nd(n+1)\right]+\frac{\kappa d}{2m}\left[n(n+1)x_n+nd(n+1)m\right]}{x_n+nd}\quad\ldots\ldots\ldots(60)$$

Для Minim V_n:

$$A=\frac{\kappa d[d+2d+3d+\ldots.+\{m-(n+1)\}d]}{md}=\frac{\kappa d}{2m}(m-n).(m-n-1).$$

Слѣдовательно:

$$\text{Minim } V_n=-\frac{\frac{(m-1)}{2}pdx_n-\frac{\kappa d}{2m}(m-n).(m-n-1)x_n+pd\left[x_n n+nd\frac{(n+1)}{2}\right]}{(x_n+nd)}=$$

$$=\frac{\frac{pd}{2}\left[(2n-m+1)x_n+nd(n+1)\right]-\frac{\kappa d}{2m}(m-n).(m-n-1)x_n}{x_n+nd}\quad\ldots\ldots\ldots(61)$$

Выведенное ранѣе правило, что вертикальная проекція напряженій раскоса и стойки, сходящихся у нагруженнаго узла горизонтальнаго пояса, равны между собою и противоположны по знаку, очевидно, имѣетъ мѣсто и здѣсь. Слѣдовательно, если при низомъ горизонтальномъ поясѣ вся нагрузка сосредоточена въ верхнихъ узлахъ (какъ напримѣръ, въ стропильныхъ фермахъ), то легко видѣть, что значенія x_n и во

разсѣченія моментовъ будутъ одни и тѣ же для обо-
ихъ случаевъ и потому:

$$Maxim\ V_n = -\ Minim.\ N_n \sin\alpha;$$
$$Minim.\ V_n = -\ Maxim\ N_n \sin\alpha.$$

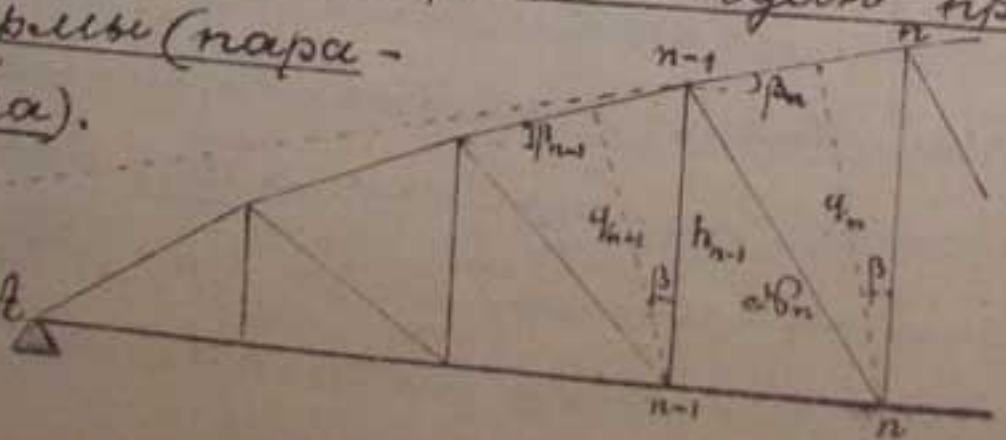
Если же предположимъ, что при верхнемъ криво-
линейномъ поясѣ, вся нагрузка сосредоточена въ ниж-
нихъ узлахъ, то раскосъ N_n встрѣтится со стой-
кой h_{n-1} у ненагруженнаго узла, но изъ чертежа (см.
стран. 59) видно, что для опредѣленія напряженія
V_n придется сдѣлать сѣченіе чрезъ O_{n-1} и U_n, а для опре-
дѣленія N_n сѣченіе будетъ сдѣлано чрезъ O_n и U_n, причемъ,
очевидно, въ томъ и другомъ случаѣ получатся разли-
ные x_n и, <u>слѣдовательно, вертикальныя проекціи
напряженій раскоса и стойки, сходящихся у не-
нагруженнаго узла криволинейнаго пояса, - не
равны между собою</u>.

Хотя значенія x_n соотвѣтствующія сѣчені-
ямъ, сдѣланнымъ для опредѣленія V_n и N_{n-1}, одни и
тѣ же, но выраженія моментовъ въ томъ и другомъ
случаѣ неодинаковы, что видно, сравнивая между со-
бою формулы: (58) съ (61) и (59) съ (60).

Тоже самое имѣетъ мѣсто и при верхнихъ гори-
зонтальныхъ и ложныхъ криволинейныхъ поясахъ.

C.) Параболическія фермы.

Пусть требуется <u>опредѣлить очертаніе фермы, на-
пряженія раскосовъ которой равны нулю при сплошной
нагрузкѣ всей фермы (пара-
болическая ферма)</u>.



На основании формулы (57) можем написать

$$0 = -(p+\kappa)d\frac{(m-1)}{2}x_n + (p+\kappa)d\left[(n-1)x_n + d.n\frac{(n-1)}{2}\right],$$ откуда:

$$x_n = \frac{nd(n-1)}{m-2n+1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (62),$$

$$\frac{h_n}{h_{n-1}} = \frac{x_n + nd}{x_n + (n-1)d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (63)$$

Подобным образом найдем:

$$x_{n-1} = \frac{(n-1).d(n-2)}{m-2n+3} \quad ; \quad \frac{h_{n-1}}{h_{n-2}} = \frac{x_{n-1} + (n-1).d}{x_{n-1} + (n-2).d} \text{ и т.д.}$$

Следовательно, задавшись, например, высотою средней стойки, высоту всех остальных стоек определим на основании предыдущих формул.

Найдем зависимость между: O_n и O_{n-1}. На основании формулы (55) и, принимая, что $A = \frac{(m-1)}{2}(p+\kappa)d$, имеем:

$$O_n = -\frac{\frac{(m-1)}{2}(p+\kappa)nd^2 - (p+\kappa)d^2 n\frac{(n-1)}{2}}{q_n};$$

$$O_{n-1} = -\frac{\frac{(m-1)}{2}(p+\kappa).(n-1)d^2 - (p+\kappa)d^2\frac{(n-1).(n-2)}{2}}{q_{n-1}}.$$

Но из чертежа видно, что: $q_n = h_n.\cos\beta_n$; $q_{n-1} = h_{n-1}.\cos\beta_{n-1}$; следовательно:

$$O_n.\cos\beta_n = -\frac{\frac{(p+\kappa)}{2}.d^2 n(m-n)}{h_n};$$

$$O_{n-1}.\cos\beta_{n-1} = -\frac{\frac{(p+\kappa)}{2}.d^2(n-1).(m-n+1)}{h_{n-1}}.$$

Докажем, что эти проекции равны между собою.

Сравним выражения:

$$\frac{n(m-n)}{h_n} \quad \text{и} \quad \frac{(n-1).(m-n+1)}{h_{n-1}}$$

Заменяя h_{n-1} через h_n, на основании формул (62) и (63), имеем:

$$\frac{(n-1).(m-n+1)}{h_{n-1}} = \frac{(n-1).(m-n+1)}{h_n[x_n + (n-1)d]}(x_n + nd) =$$

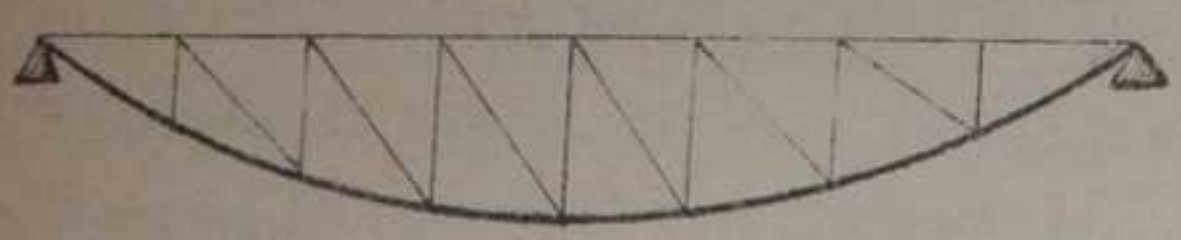
$$= \frac{(n-1).(m-n+1)[nd(n-1) + nd(m-2n+1)]}{h_n[nd(n-1) + (n-1)d(m-2n+1)]} = \frac{n(m-n)}{h_n}.$$

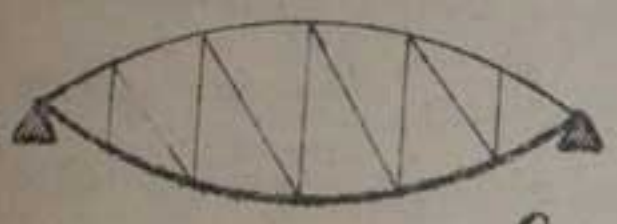
Слѣдовательно: $O_n \cdot \cos\beta_n = O_{n-1} \cdot \cos\beta_{n-1} = O_{n-2} \cdot \cos\beta_{n-2} = \ldots\ldots$, т.е, что <u>въ такой фермѣ горизонтальныя проекціи напряженій верхняго пояса между собою равны.</u> (*)

Слѣдовательно:

$$O_n \cdot \cos\beta_n = O_{n-1} \cdot \cos\beta_{n-1} = \ldots = -U_n = \ldots\ldots = \pm a.$$

Вмѣсто того, чтобы откладывать h_n, h_{n-1} отъ горизонтальной линіи вверхъ, можно ихъ откладывать или внизъ, или на половину высоты вверхъ, а на другую половину внизъ.





Въ первомъ случаѣ получимъ бы:

$$O_n = -U_n \cdot \cos\gamma_n = -U_{n-1} \cdot \cos\gamma_{n-1} = \ldots = \pm a,$$

а во второмъ случаѣ:

$$O_n \cdot \cos\beta_n = O_{n-1} \cdot \cos\beta_{n-1} = \ldots = -U_n \cdot \cos\gamma_n = -U_{n-1} \cdot \cos\gamma_{n-1} = \ldots = \pm a,$$

т.е, что въ разсматриваемой фермѣ горизонтальныя проекціи напряженій поясовъ-величина постоянная для всѣхъ панелей. А такъ какъ углы: β и γ увеличиваются по мѣрѣ приближенія къ опорамъ, то, слѣдовательно, <u>дѣйствительныя напряженія въ поясахъ увеличиваются по мѣрѣ приближенія къ опорамъ.</u> Докажемъ, что: $\frac{h_n}{n(m-n)} = \frac{h_{n-1}}{(n-1)\cdot(m-n+1)} =$ постоян.; при $n = \frac{m}{2}$, $h_n = H$.

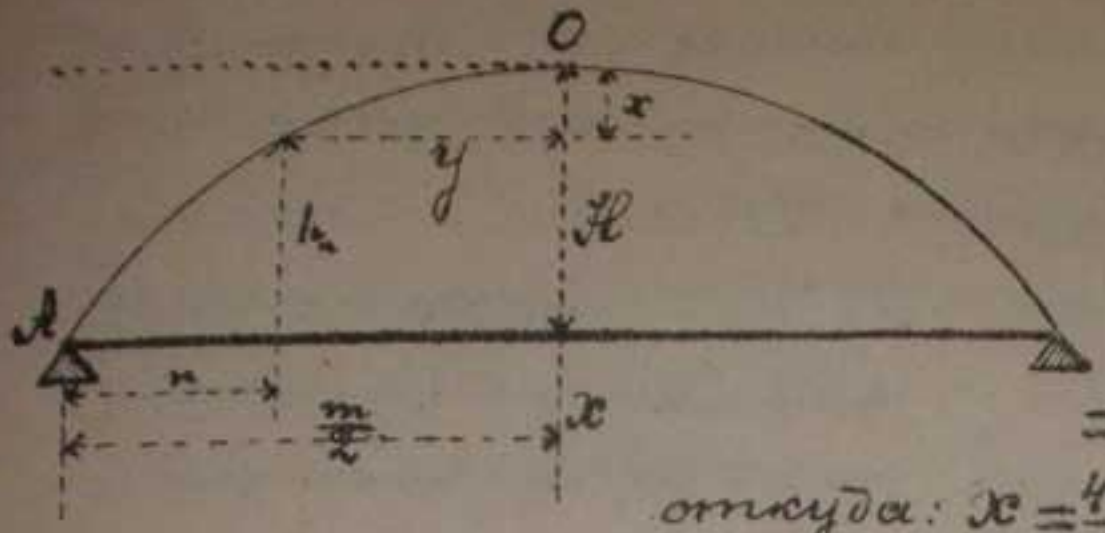
Слѣдовательно: $\frac{h_n}{n(m-n)} = \frac{H}{\frac{m^2}{4}} = \frac{4H}{m^2}$,

отсюда: $h_n = \frac{4H}{m^2} \cdot n(m-n)$.

Это и есть уравненіе <u>параболы</u>; чтобы привести это уравненіе къ обыкновенному виду, замѣтимъ, что $h_n = H - x$; $n = \frac{m}{2} - y$.

(*) По формулѣ (56) имѣемъ: $U_n = \frac{A(n-1)d - (n-2)d^2(p+\kappa)\frac{n-1}{2}}{h_{n-1}} =$

$= \frac{(n+\kappa)d\frac{n-1}{2}(n-1)d^2(p+\kappa)^{\frac{n-1}{2}}}{h_{n-1}} = \frac{(p+\kappa)d^2\frac{n-1}{2}[m-n]}{h_{n-1}} = \frac{(p+\kappa)d^2\frac{n}{2}(m-n)}{h_n} =$



Вставляя эти выражения в предыдущую формулу, получимъ:

$$H-x=\frac{4H}{m^2}\left[\frac{m}{2}-y\right]-\left[\frac{m}{2}+y\right]=$$

$$=\frac{4H}{m^2}\left[\frac{m^2}{4}-y^2\right]=H-\frac{4Hy^2}{m^2},$$

откуда: $x=\frac{4Hy^2}{m^2}$; $y^2=\frac{m^2}{4H}.x=2p.x.$

Поэтому такая ферма и называется <u>параболической</u>

Что касается значенія $Maxim.N_n Sin\alpha$ и $Minim.N_n Sin\alpha$ въ параболическихъ фермахъ замѣчаемъ, что формулы (58) и (59) при $x_n=\frac{nd(n-1)}{m-2n+1}$, обратятся въ:

$$Maxim.N_n Sin\alpha=\frac{xd}{2m}.\frac{(m-n+1).(m-n).x_n}{x_n+nd} \quad \ldots\ldots\ldots (64);$$

$$Minim.N_n Sin\alpha=-\frac{xd}{2m}.\frac{(n-1).n(x_n+md)}{x_n+nd} \quad \ldots\ldots\ldots (65).$$

Вставляя вмѣсто x_n его значеніе, получимъ:

$$Maxim.N_n Sin\alpha=\frac{xd}{2m}.\frac{(m-n+1)(m-n).nd(n-1)}{nd(n-1)+nd(m-2n+1)}=$$

$$=\frac{xd}{2m}.\frac{(m-n+1)(m-n)nd(n-1)}{nd(m-n)}=\frac{xd}{2m}(n-1).(m-n+1);$$

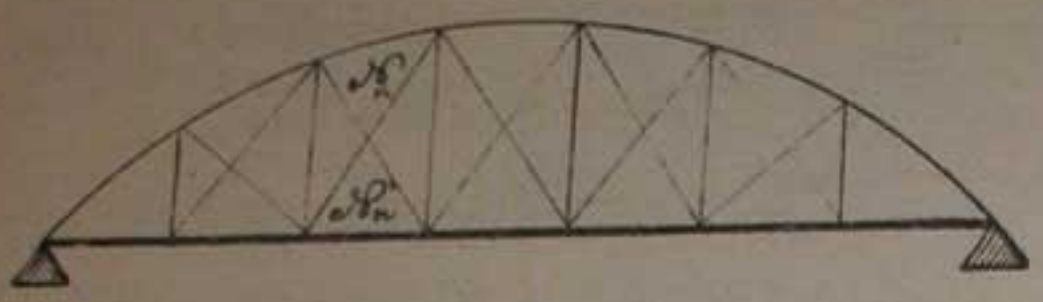
$$Minim.N_n Sin\alpha=-\frac{xd}{2m}(n-1)n\frac{[nd(n-1)+md(m-2n+1)]}{nd(n-1)+nd(m-2n+1)}=$$

$$=-\frac{xd}{2m}.\frac{(n-1)nd[(n-1)n+m\{m-n(n-1)\}]}{nd(m-n)}=-\frac{xd}{2m}(n-1)\left[\frac{(n-1)(n-m)+m(m-n)}{m-n}\right]=$$

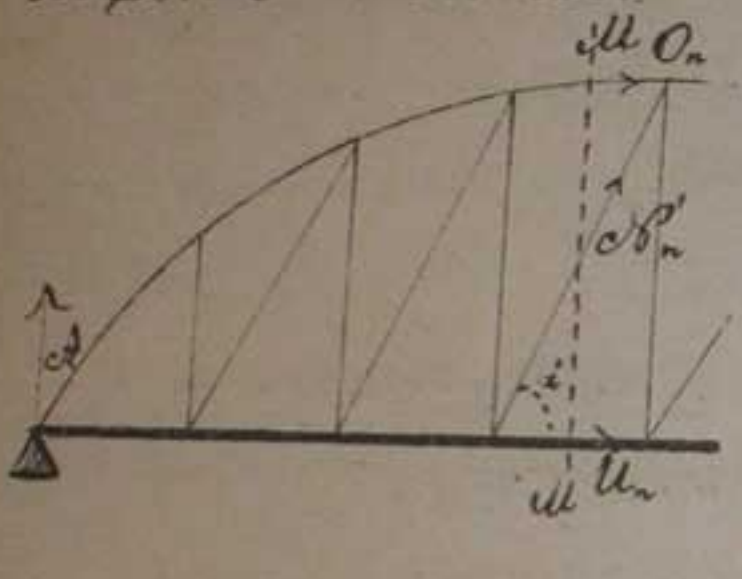
$$=-\frac{xd}{2m}(n-1).(m-n+1), \text{ то есть: } \underline{Maxim.N_n Sin\alpha=-Minim.N_n Sin\alpha.}$$

Итакъ, <u>въ параболической фермѣ Maxim и Minim. напряженія раскосовъ равны по величинѣ, но противоположны по знаку</u>. Это составляетъ существенное отличіе отъ фермъ съ параллельными поясами, гдѣ, какъ мы видѣли Maxim и Minim напряженія необходимо и притомъ въ первыхъ панеляхъ и Maxim и Minim. оба положительны, затѣмъ уже съ нѣкоторой средней панели Minim становятся отрицательными и поэтому, если желаемъ устроить ферму съ одними <u>тянутыми</u> раскосами, то въ случаѣ параллельныхъ поясовъ, помѣщеніе двухъ плоскихъ раскосовъ въ по-

оказывалось необходимымъ только въ нѣкоторыхъ среднихъ панеляхъ; между тѣмъ какъ въ параболической фермѣ два плоскихъ раскоса слѣдуетъ уже помѣщать во всѣхъ панеляхъ. Выше мы сказали,



что въ параболической фермѣ: $Maxim\, N_n = -Minim\, N_m$, что составляетъ слѣдствіе: $Maxim\, N_n \sin\alpha = -Minim.N_n \sin\alpha$, такъ какъ для одного и того же раскоса $\sin\alpha$ – постоянно. Если же въ параболической фермѣ помѣстить обратный плоскій раскосъ, то для него уже будетъ другое $\sin\alpha'$ и кромѣ того, выраженіе $N_n \sin\alpha'$ будетъ иное, именно, составляя моменты относительно точки пересѣченія O_n и U_u, имѣемъ:



$$-A x_n + (p+\kappa) d\left[x_n + d + x_n + 2d + \ldots + x_n + (n-1)d\right] - N_n' \sin\alpha'(x_n + [n-1]d) = 0,$$

откуда:

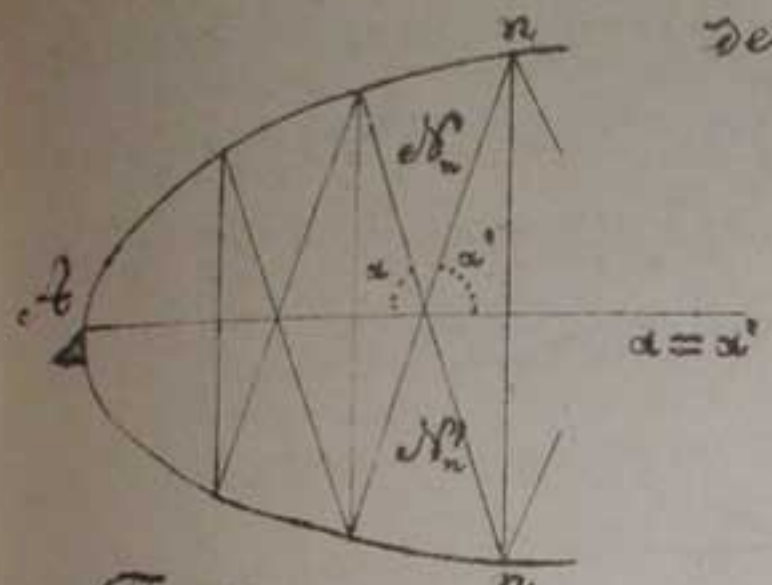
$$N_n' \sin\alpha = \frac{-(p+\kappa) d \frac{m-1}{2} x_n + (p+\kappa) d\left[(n-1)x_n + \frac{dn(n-1)}{2}\right]}{x_n + (n-1)d}$$

и разсуждая какъ и прежде, замѣтивъ, что и здѣсь: $x_n = \frac{dn(n-1)}{m-2n+1}$, получимъ:

$$Maxim\, N_n' \sin\alpha' = \frac{\kappa d}{2m}(n-1)n(x_n + nd)$$

Затѣмъ $\sin\alpha'\left[x_n + (n-1)d\right]$ не равно $\sin\alpha(x_n + nd)$, что видно изъ того, что: $\sin\alpha' = \frac{h_n}{S'}$, гдѣ S' длина раскоса и $\sin\alpha = \frac{h_{n-1}}{S}$. Вставляя вмѣсто $\sin\alpha'$ и $\sin\alpha$ ихъ значенія, получимъ: $\frac{h_n\left[x_n + (n-1)d\right]}{S'}$ и $\frac{h_{n-1}(x_n + nd)}{S}$, хотя числители въ силу равенства (63), равны, но знаменатели несоизмѣримы. Поэтому ни вертикальная проекція напряженія, ни само напряже-

ніе неравны въ двухъ обратныхъ раскосахъ одной и той же панели. Другое дѣло, если оба пояса параболической фермы расположены симметрично относительно горизонтальной линіи, проходящей чрезъ опоры; тогда $Sin\alpha = Sin\alpha'$ и въ знаменатель выраженіе $Maxim\, N_n Sin\alpha$ и $Maxim\, N_n Sin\alpha'$ будетъ одно и то же количество.



Поэтому въ такой фермѣ не только вертикальныя проекціи, но и самы напряженія двухъ обратныхъ раскосовъ равны между собой.

Предполагая, что въ каждомъ узлѣ сосредоточена нагрузка $(p+k)d$, то, при расположеніи нагрузки, соотвѣтствующей $Maxim\, N_n Sin\alpha$ и $Minim\, N_n Sin\alpha$, мы должны допустить, что сплошная подвижная нагрузка надвинута до <u>половины</u> панели. Въ дѣйствительности же, какъ увидимъ ниже, $Maxim.$ напряженій раскоса въ параболической фермѣ наступаетъ тогда, когда сплошная подвижная нагрузка надвинута на опредѣленную часть панели, различную для каждой панели. При этомъ обнаруживается еще одно свойство параболическихъ фермъ, именно, что $Maxim\, N_n Cos\alpha$, т.е. горизонтальная проекція напряженій раскоса при такомъ расположеніи нагрузки во всѣхъ панеляхъ – величина постоянная, а такъ какъ α уменьшается по мѣрѣ приближенія къ опорамъ, то слѣдовательно, <u>дѣйствительное напряженіе раскосовъ уменьшается по мѣрѣ приближенія</u>

Профессоръ

к опорамъ.

Доказать, что в параболической фермъ горизонтальная проекція Maxim. напряженія раскосовъ – величина постоянная.

Доказано, что въ параболической фермъ:

$\frac{n(m-n)}{h_n} = \frac{(n-1).(m-n+1)}{h_{n-1}} = \frac{(n-2).(m-n+2)}{h_{n-2}} = \ldots$ и т. д. Const.

Чтобы получить это постоянное, нужно только вставить вмѣсто: n и h_n какія-нибудь опредѣленныя значенія. Полагая, напримѣръ, $n = \frac{m}{2}$ и, называя черезъ H высоту фермы, при $n = \frac{m}{2}$, получимъ:

$\frac{n(m-n)}{h_n} = \frac{m^2}{4H}$,

а слѣдовательно: $\frac{(n-1).(m-n+1)}{h_{n-1}} = \frac{m^2}{4H}$,

откуда: $(n-1).(m-n+1) = \frac{m^2}{4H} . h_{n-1}$.

Вставляя это значеніе въ выраженіе Maxim и Minim $N_n \sin\alpha$, получимъ:

$\text{Maxim } N_n \sin\alpha = -\text{Minim } N_n \sin\alpha = \frac{\kappa d}{2m} \cdot \frac{m^2}{4H} h_{n-1}$

Но $h_{n-1} = d.\operatorname{tang}\alpha$; слѣдовательно:

$\text{Maxim } N_n \sin\alpha = -\text{Minim } N_n \sin\alpha = \frac{\kappa d.md.\operatorname{tang}\alpha}{8H}$, или:

$\text{Maxim } N_n \cos\alpha = -\text{Minim } N_n \cos\alpha = \frac{\kappa d.md}{8H} = \frac{\kappa d L}{8H}$

Для обратнаго раскоса въ той же панели, замѣчая, что $x_n = \frac{dn(n-1)}{m-2n+1}$, получимъ:

$\text{Maxim } N'_n \sin\alpha = \frac{\frac{\kappa d}{2m}(n-1)n(x_n+md)}{x_n+(n-1)d} = \frac{\frac{\kappa d}{2m} n(n-1)\left[dn(n-1)+md(m-2n+1)\right]}{dn(n-1)+(n-1)d(m-2n+1)} =$

$= \frac{\frac{\kappa d}{2m}(n-1)nd\left[n(n-1)+m(m-2n+1)\right]}{d(n-1).(m-n+1)} = \frac{\kappa d(n-1)nd\left[n(n-1)+m\{(m-n)-(n-1)\}\right]}{2mid(n-1).(m-n+1)} =$

$= \frac{\kappa d(n-1)nd\left[m(m-n)-(n-1).(m-n)\right]}{2mnd(n-1).(m-n+1)} = \frac{\kappa d(n-1).n.d(m-n).(m-n+1)}{2mnd(n-1).(m-n+1)} =$

$= \frac{\kappa d}{2m}(m-n)n = \frac{\kappa d}{2m} \cdot \frac{m^2}{4H} \cdot h_n = \frac{\kappa d}{8H} \cdot mh_n$; слѣдовательно

$\text{Maxim } N'_n \cos\alpha' = \frac{\kappa d}{8H} \cdot mh_n \cdot \operatorname{Cotang}\alpha' = \frac{\kappa d}{8H} \cdot md = \frac{\kappa d}{8H} L$,

а потому: Maxim $N_n \cos\alpha$ = Maxim $N'_n \cos\alpha$

Изъ этихъ же формулъ имѣемъ еще:

$$Maxim.\ N_n = \frac{xd.m}{8H} \cdot \frac{d}{\cos\alpha}.$$

Но $\frac{d}{\cos\alpha} = S_n$ – длина раскоса нисходящаго; слѣдовательно. Maxim $N_n = \frac{xd.mS_n}{8H}$; Maxim $N'_n = \frac{xd.mS'_n}{8H}$, т.е. <u>въ параболической фермѣ maxim. напряженія раскоса пропорціонально длинѣ его.</u>

Кромѣ того, какъ доказано выше:

Maxim $N_n \sin\alpha$ = – Minim $N_n \sin\alpha$, слѣдовательно:

$$Maxim\ N_n = \frac{xd.mS_n}{8H};\quad Minim\ N_n = -\frac{xd.mS_n}{8H};$$

$$Maxim\ N'_n = \frac{xd.mS'_n}{8H};\quad Minim\ N'_n = -\frac{xd.mS'_n}{8H},$$

гдѣ S_n и S'_n – длина нисходящаго и восходящаго раскосовъ.

Выведемъ теперь формулы для опредѣленія Maxim V и Minim V при восходящихъ и нисходящихъ раскосахъ, при нагрузкѣ, расположенной по нижнему или верхнему горизонтальному поясу. При выводѣ формулъ не будемъ пока брать въ разсчетъ вліяніе постоянной нагрузки, равномѣрно-распредѣленной по пролету на толщу основанія, что она-величина постоянная для всѣхъ стоекъ. Дѣйствительно, въ параболической фермѣ напряженія раскосовъ равны нулю при сплошной нагрузкѣ, покрывающей весь пролетъ; затѣмъ въ каждой раскосной фермѣ: <u>усилія въ стойкахъ равны вертикальной проекціи усилія въ раскосѣ, сходящагося со стойкой у ненагруженнаго узла горизонтальнаго пояса, а если раскосъ сходится со стойкой у нагруженнаго узла горизонтальнаго пояса, то усилія въ стойкѣ равняются вертикальной проекціи усилія въ раскосѣ, увеличенной на нагрузку узла</u>. Слѣдовательно, если разсматривать четы

ре наиболѣе употребительные случая расположенія нагрузки въ фермахъ съ верхнимъ или нижнимъ горизонтальнымъ поясомъ, или съ двумя криволинейными поясами, то въ первомъ случаѣ:

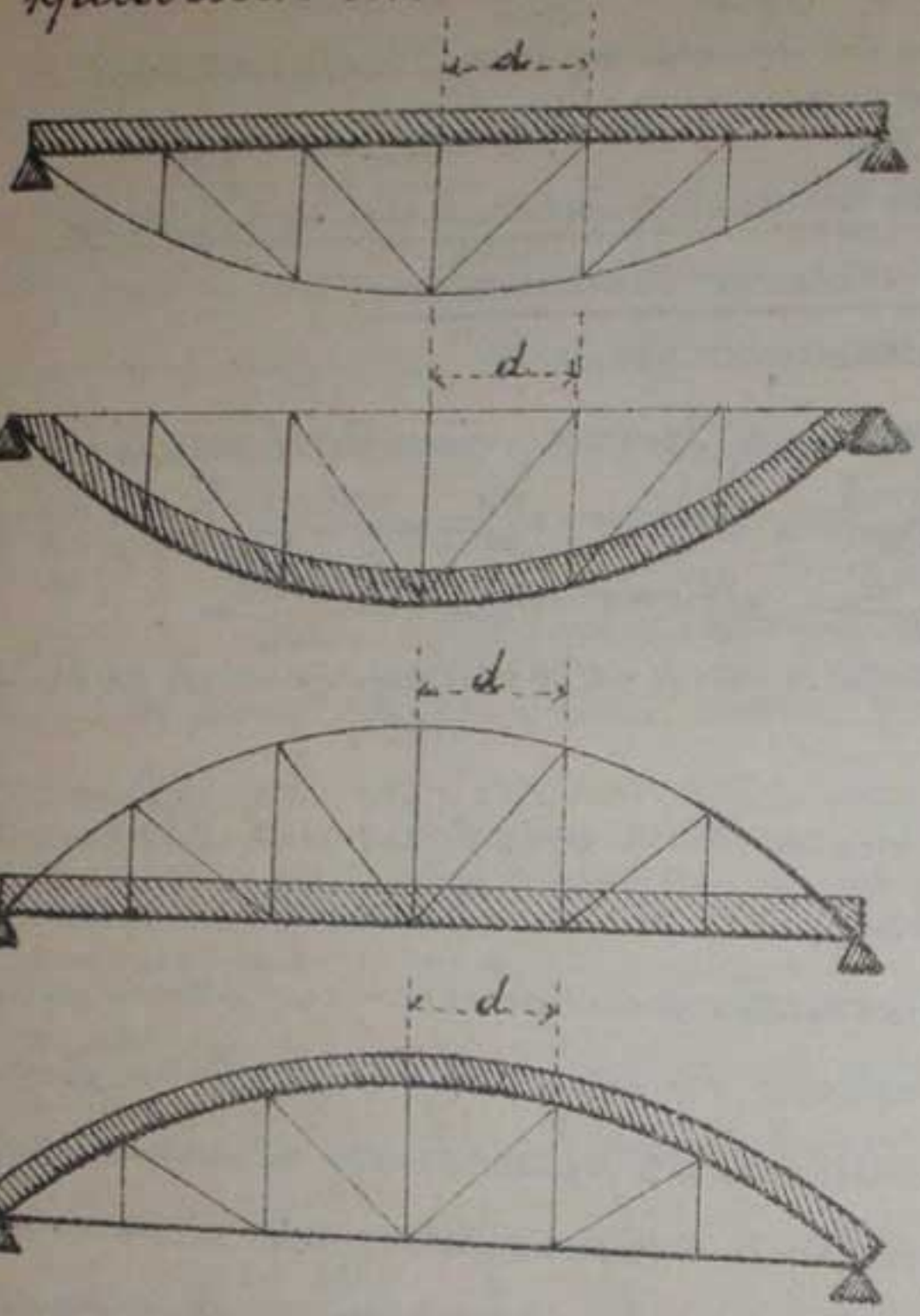
$V_n = -pd$ – сжата;

во второмъ: $V_n = 0$;

въ третьемъ:

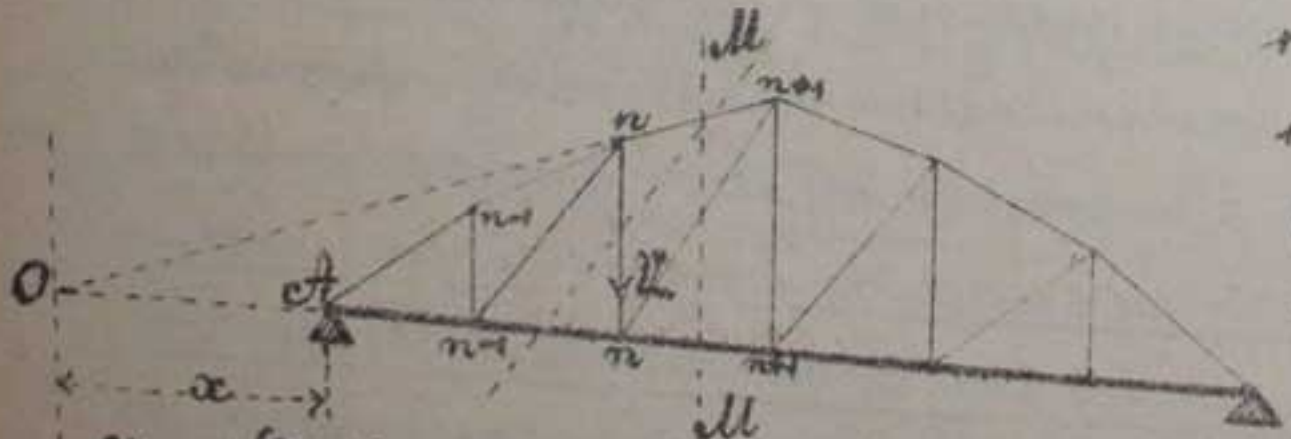
$V_n = +pd$ – растянута;

въ четвертомъ случаѣ: $V_n = 0$.



Ограничиваясь первымъ и третьимъ случаями, какъ встрѣчающимися въ желѣзныхъ фермахъ, разсмотримъ вліяніе подвижнаго груза на фермы со восходящими и нисходящими раскосами.

Пусть ферма съ восходящими раскосами и нагрузка расположена по нижнему горизонтальному поясу.



Тогда:

$$-R.x_n + kd.\left[(x_n+d)+(x_n+2d)+\ldots+\left\{x_n+(n-1)d\right\}\right]+V_n(x_n+nd)=0;$$

$$V_n=\frac{+\frac{(m-1)}{2}k.d.x_n - kd\left[\frac{n(n-1)}{2}d+x_n(n-1)\right]}{x_n+nd} \quad \ldots\ldots\ldots (66)$$

Но такъ какъ для даннаго случая, на основаніи формулы (62), взявши сѣченіе M.M и, замѣчая, что напряженіе раскоса $\equiv 0$, составляемъ моменты

относительно точки O; получимъ:

$$O=-\frac{kd}{2}(m-1)x_n+kd\left[x_n+d+(x_n+2d)+\ldots+(x_n+nd)\right]=-\frac{kd}{2}(m-1)x_n+$$
$$+kd.nx_n+kd\frac{nd(n+1)}{2},\ \text{откуда}\ x_n=\frac{nd(n+1)}{m-2n-1},\ \text{то:}$$

$$\frac{kd\left[\frac{n}{2}(n-1)d+x_n(n-1)\right]}{x_n+nd}=\frac{\left[\frac{n}{2}(n+1)d(m-2n-1)+nd(n+1).(n-1)\right]kd}{nd(n+1)+nd(m-2n-1)}=$$

$$=\frac{n(n-1).(m+1)d.kd}{2n(m-n)d}\ ;$$

$$+\frac{(m-1)}{2}kd.x_n=\frac{+\frac{(m-1}{2}kd(n+1)nd}{nd(n+1)+nd(m-2n-1)}=\frac{n(n+1).(m-1)d.kd}{2n(m-n)d},\ \text{то:}$$

$$y_n=\frac{kd..nd.\left[(n+1).(m-1)-(n-1).(m+1)\right]}{2nd(m-n)}=+kd\ .\ .\ .\ .\ .(67)$$

Следовательно, при полной нагрузкѣ всего пролета, имѣемъ постоянное положительное значеніе. Посмотримъ, не будетъ-ли наибольшее положительное значеніе при какой либо частной нагрузкѣ. Формула (66) показываетъ, что наибольшее положительное значеніе y_n будетъ имѣть мѣсто при отсутствіи отрицательныхъ членовъ; но, отбрасывая нагрузку $(n-1)$ первыхъ узловъ, соотвѣтственно этому необходимо измѣнить и сопротивленіе опоры. Тогда:

$$A=\frac{kd\left[d+2d+3d+\ldots+(m-n)d\right]}{nd}=\frac{kd(m-n+1).(m-n)}{2n}\ ;$$

Следовательно: $Maxim\ y_n=\frac{A.x_n}{x_n+nd}=\frac{kd(m-n+1)(m-n).nd(n+1)}{2n\left[nd(n+1)+nd(m-2n-1)\right]}=$

$$=\frac{kd(m-n+1).(m-n).(n+1)dn}{2n.n(m-n)d}=\frac{k(n+1).(m-n+1)d}{2n}\ .\ .\ .\ .\ .(68)$$

Затѣмъ $Minim.y_n$ будетъ имѣть мѣсто, какъ это показываетъ формула (66), при наименьшемъ значеніи перваго члена (положительнаго). Наименьшее его значеніе, при сохраненіи численнаго значенія втораго члена въ формулѣ (66), получится, предположивъ нагруженными только $(n-1)$ первыхъ узловъ.

Въ этомъ случаѣ сопротивленіе опоры будетъ:

$$A=\frac{\kappa d\left[\left[m-(n-1)\right]d+\left\{m-(n-2)\right\}d+\ldots+(m-1)d\right]}{md}=$$

$$=\frac{\kappa d\left[m(n-1)d-\frac{n(n-1)}{2}d\right]}{md}=\frac{\kappa d\left[(2m-n).(n-1)\right]}{2m}$$. Следовательно:

$$Minim.\ V_n=\frac{\frac{\kappa d\left[(2m-n).(n-1)\right]}{2m}x_n-\kappa d\left[\frac{n(n-1)}{2}d+x_n(n-1)\right]}{x_n+nd}$$

но

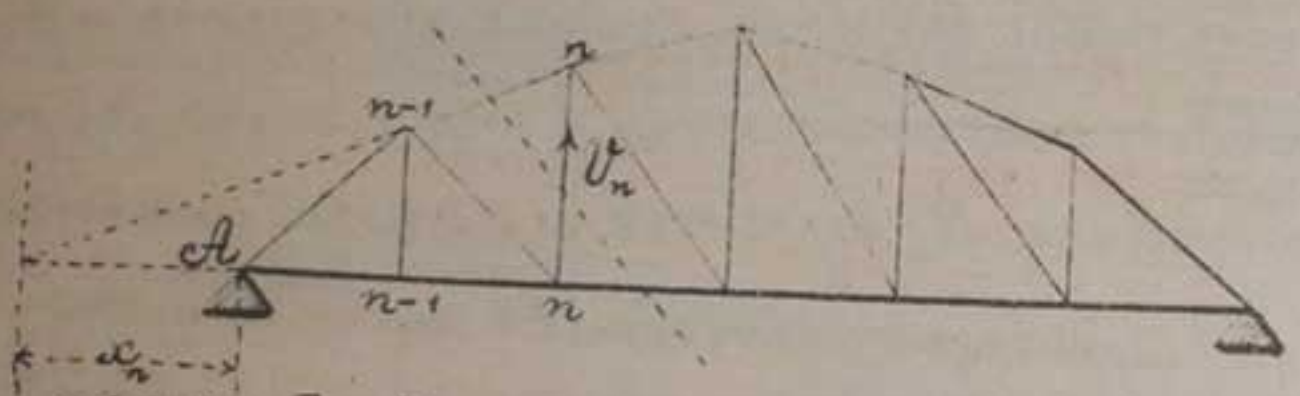
$$\frac{\kappa d\left[(2m-n).(n-1)\right]x_n}{2m(x_n+nd)}=\frac{\kappa d\left[(2m-n).(n-1)+nd(n+1)\right]}{2m\left[nd(n+1)+nd(m-2n-1)\right]}=$$

$$=\frac{\kappa d\left[(2m-n)n.(n-1).(n+1)d\right]}{2mn(m-n)d}=\frac{\kappa d\left[(2m-n).(n-1).(n+1)\right]}{2m(m-n)}$$. Следовательно:

$$Minim.\ V_n=\frac{\kappa d\left[(2m-n).(n-1).(n+1)\right]}{2m(m-n)}-\frac{\kappa d(n-1).(m+1)}{2(m-n)}=\frac{\kappa d(n-1)}{2(m-n)}\times$$

$$\times\frac{\left[(2m-n).(n+1)-(m+1)n\right]}{n}=\frac{\kappa d(n-1)}{2m(m-n)}.(m-n).(n-m+1)=-\frac{\kappa d(n-1).(m-n-1)}{2m}$$. (69)

При имеющихся опорах имеем:



$$-A.x_n+\kappa d\left[(x_n+d)+(x_n+2d)+\ldots+(x_n+nd)\right]-V_n(x_n+nd)=0$$

или:

$$\frac{-(m-1)}{2}\kappa d x_n+\kappa d\left[x_n n+\frac{n(n+1)}{2}d\right]-V_n(x_n+nd)=0$$, откуда:

$$V_n=\frac{-\frac{(m-1)}{2}\kappa d x_n+\kappa d\left[x_n n+\frac{n(n+1)}{2}d\right]}{x_n+nd}$$

легко видеть, подставляя вместо $x_n=\frac{nd(n-1)}{m-2n+1}$ (62), что при полной нагрузке пролета $V_n=\kappa d$. Затем $Maxim.\ V_n$, т.е. наибольшее положительное значение будет иметь место при наименьшем возможном значении первого отрицательного члена; наименьшее возможное значение будет, очевидно, при нагрузке и первых n грузах сопротивление левой опоры будет:

$$A=\frac{\kappa d\left[(m-n)d+(m-n+1)d+\ldots+(m-1)d\right]}{md}=\frac{\kappa d}{2m}\left[mn-\frac{n(1+n)}{2}\right]d.$$

Слѣдовательно: $Maxim\ V_n = \dfrac{-\frac{kdn(2m-1-n)}{2m}\cdot x_n + kdn\left[x_n + \frac{(n+1)}{2}d\right]}{x_n + nd}$

Но въ данномъ случаѣ, на основаніи формулы (62): $x_n = \frac{nd(n-1)}{m-2n+1}$; слѣдовательно:

$$Maxim\ V_n = \frac{-\frac{kdn(2m-1-n)\cdot nd(n-1)}{2m} + \frac{kdn}{2}\left[2nd(n-1)+(n+1)d(m-2n+1)\right]}{kd(n-1)+nd(m-2n+1)} =$$

$$= \frac{kd(n+1).(m-n+1).(m-n)}{2m(m-n)} = \frac{kd(n+1).(m-n+1)}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots (70).$$

Подобнымъ образомъ найдемъ бы, что:

$$Minim.\ V_n = -\frac{kd(n-1).(m-n-1)}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots (71),$$

т.е. тѣ же значенія какъ и для фермы съ восходящими раскосами.

Затѣмъ, для фермы съ верхнимъ горизонтальнымъ поясомъ съ восходящими или нисходящими раскосами, имѣемъ:

$$Maxim\ V_n = \frac{kd(n-1).(m-n-1)}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots (72);$$

$$Minim\ V_n = -\frac{kd(n+1).(m-n+1)}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots (73).$$

Такимъ образомъ, группируя значенія: $Maxim\ S_n$ и $Minim\ S_n$ съ соотвѣтственными значеніями $Maxim\ V_n$ и $Minim\ V_n$ — отъ подвижной и постоянной нагрузки получимъ, что <u>при нижнемъ горизонтальномъ поясѣ и съ одними восходящими раскосами:</u>

$Maxim\ S_n' = \frac{kdmS_n'}{8H}$ и соотвѣтственно: $Minim\ V_n = -\frac{kd(n-1).(m-n-1)}{2m} + pd$;

$Minim\ S_n' = -\frac{kdmS_n'}{8H}$ " " " : $Maxim\ V_n = \frac{kd(n+1).(m-n+1)}{2m} + pd$;

<u>при нижнемъ горизонтальномъ поясѣ и съ одними нисходящими раскосами:</u>

$Maxim\ S_n = \frac{kdmS_n}{8H}$ и соотвѣтственно: $Minim\ V_n = -\frac{kd(n-1).(m-n-1)}{2m} + pd$

$Minim\ S_n = -\frac{kdmS_n}{8H}$ " " : $Maxim\ V_n = \frac{kd(n+1).(m-n+1)}{2m} + pd$,

<u>при верхнемъ горизонтальномъ поясѣ и съ одними восходящими раскосами:</u>

$Maxim\ S_n' = \frac{kdmS_n''}{8H}$ и соотвѣтственно: $Minim\ V_n = -\frac{kd(n+1).(m-n+1)}{2m} - pd$

$Minim\ S_n' = -\frac{kdmS_n''}{8H}$ " " : $Maxim\ V_n = \frac{kd(n-1)(m-n-1)}{2m} -$

при верхнемъ горизонтальномъ поясѣ и съ однимъ нисходящимъ раскосами:

Maxim $N_n = \frac{xdm\Im_n}{8H}$ и соотвѣтственно: Minim $V_n = -\frac{xd(n+1).(m-n+1)}{2m} - pd$;

Minim $N_n = -\frac{xdm\Im_n}{8H}$ " " " : Maxim $V_n = \frac{xd(n-1)(m-n-1)}{2m} - pd$.

Всѣ эти формулы можно также получить изъ общихъ формулъ разсчета фермъ съ криволинейными поясами.

Всѣ предъидущія формулы предполагаютъ, что постоянная нагрузка сосредоточена или въ однихъ верхнихъ или въ нижнихъ узлахъ, что не имѣетъ никакого вліянія на величину напряженія поясовъ и раскосовъ. На напряженіе же стоекъ расположеніе нагрузки, очевидно, вліяетъ. Такъ, напримѣръ, если изъ общей нагрузки pd - часть $p'd$ сосредоточена въ верхнихъ узлахъ, а часть $p''d$ – въ нижнихъ, причемъ: $pd = p'd + p''d$, то вмѣсто $+pd$ надо везъ поставить $p''d$, а вмѣсто $-pd$ слѣдуетъ: $-p'd$. Но такъ какъ при устройствѣ одной только системы раскосовъ, эти послѣдніе подвергались бы сжимающему и вытягивающему напряженіямъ, то во избѣжаніе сего, обыкновенно въ каждой панели помѣщаютъ восходящіе и нисходящіе раскосы плоскаго сѣченія, способные принять только вытягивающее усиліе; на этомъ основаніи, никогда не будутъ имѣть мѣста вышеприведенныя значенія: Minim. N_n и Minim N'_n, а слѣдовательно не будетъ и соотвѣтственныхъ значеній Maxim. V_n. Слѣдовательно, при такомъ устройствѣ фермы, наибольшее вытягивающее усиліе, которому можетъ подвергаться стойка при нижнемъ горизонтальномъ поясѣ, будетъ: $+xd$, а при верхнемъ горизонтальномъ поясѣ, напряженіе равно нулю. Слѣдовательно, при нижнемъ горизонтальномъ

поясъ съ двумя системами плоскихъ нисходящихъ и восходящихъ раскосовъ:

$$\left.\begin{array}{l} Maxim\, S_n = \dfrac{kdmS_n}{8H} \\ Maxim\, S'_n = \dfrac{kdmS'_n}{8H} \end{array}\right\} \text{и соотвѣтственно: } Minim\, V_n = -\dfrac{kd(n-1)(m-n+1)}{2m} + pd;$$

$$\text{или: } Minim\, V_n = -\dfrac{kd(n-1)(m-n+1)}{2m} + p'd;$$

$$\left.\begin{array}{l} Minim\, S_n = 0 \\ Minim\, S'_n = 0 \end{array}\right\} \text{и соотвѣтственно: } Maxim\, V_n = kd + pd;$$

$$\text{или: } Maxim\, V_n = kd + p''d.$$

При верхнемъ горизонтальномъ поясѣ съ двумя системами плоскихъ нисходящихъ и восходящихъ раскосовъ:

$$\left.\begin{array}{l} Maxim\, S_n = \dfrac{kdmS_n}{8H} \\ Maxim\, S'_n = \dfrac{kdmS'_n}{8H} \end{array}\right\} \text{и соотвѣтственно } Minim\, V_n = -\dfrac{kd(n+1)(m-n+1)}{2m} - pd;$$

$$\text{или: } Minim\, V_n = -\dfrac{kd(n+1)(m-n+1)}{2m} - p'd;$$

$$\left.\begin{array}{l} Minim\, S_n = 0 \\ Minim\, S'_n = 0 \end{array}\right\} \text{и соотвѣтственно: } Maxim\, V_n = -pd;$$

$$\text{или: } Maxim\, V_n = -p'd.$$

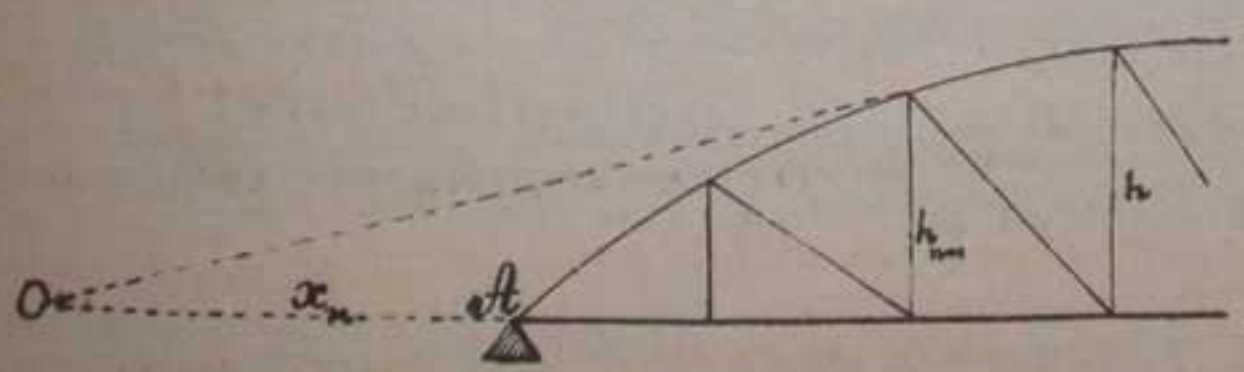
D.) Гиперболическая ферма [Шведлера]

a.) Опредѣлимъ *очертаніе фермы*, удовлетворяющей условію, чтобы *Minim. напряженія раскосовъ было равно нулю*. [*Ферма Шведлера гиперболическая*]. Изъ формулы (59) имѣемъ:

$$\frac{pd}{2}\left[(m-2n+1)x_n - d.n(n-1)\right] - \frac{kdn}{2m}(n-1).(x_n+md) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (59^a)$$

$$p\left[m(m-2n+1)x_n - dm.n(n-1)\right] - k(n-1).n(x_n+md) = 0;$$

$$x_n = \frac{n(n-1).md[p+k]}{p.m(m-2n+1) - kn(n-1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (74)$$



Слѣдовательно

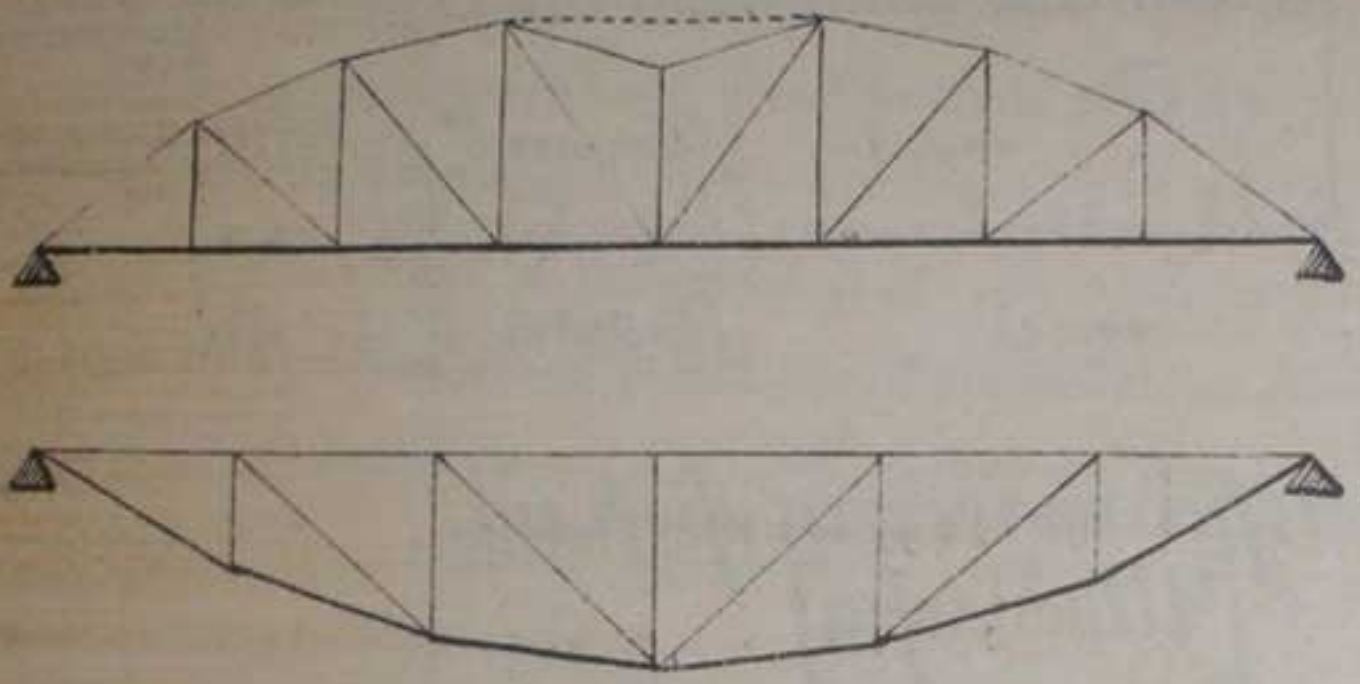
$$\frac{h_n}{h_{n-1}} = \frac{x_n + nd}{x_n + (n-1)d}$$

Подобнымъ образомъ опредѣлимъ x_{n-1}, а затѣмъ и $\frac{h_{n-1}}{h_{n-2}}$ и т. д. Слѣдовательно, если задаться высотою, на-

примѣръ, средней стойки, то можно опредѣлить высоты остальныхъ стоекъ. Изъ формулы (74) имѣемъ, что, при $n < \frac{m}{2}$, $-x_n$ положительно до тѣхъ поръ пока:

$$pm(m-2n+1) > kn(n-1)$$

и въ этомъ случаѣ $h_n > h_{n-1}$, т.е. высота стоекъ увеличивается къ серединѣ. Если: $\frac{p}{k} = \frac{n(n-1)}{m(m-2n+1)}$, то $x_n = \infty$ и, слѣдовательно: $h_n = h_{n-1}$, т.е. въ этомъ участкѣ фермы оба пояса параллельны. Если $\frac{p}{k} < \frac{n(n-1)}{m(m-2n+1)}$, то $h_n < h_{n-1}$ и, слѣдовательно, высота фермы понижается къ серединѣ. Въ этомъ случаѣ вогнутый верхній поясъ замѣняютъ прямымъ, параллельнымъ нижнему горизонтальному поясу. Ординаты: h_n, h_{n-1}, ... можно откладывать отъ горизонтальной линіи внизъ, или на половину высоты вверхъ и внизъ. Послѣднее, впрочемъ, никогда не примѣняется.



Напряженія поясовъ и раскосовъ опредѣляются на основаніи формулъ (55), (56) и (57).

Докажемъ, что <u>въ фермѣ Шведлера (гиперболической) горизонтальныя проекціи максим. напряженія раскосовъ — величины постоянныя и вдвое большія, чѣмъ въ параболической фермѣ.</u> Доказано, что для фермы Шведлера необходимо, чтобы: $x_n = \frac{n(n-1)md(p+k)}{p \cdot m(m-2n+1) - kn(n-1)}$, что получается изъ условія:

$$\text{Maxim } K_n \sin\alpha = \frac{\frac{pd}{2}\left[x_n(m-2n+1) - dn(n-1)\right] - \frac{kdn(n-1)}{2m}\left[x_n + md\right]}{x_n + nd} = 0,$$

приняв:

$$Maxim\,M_n^S Sin\alpha = \frac{\frac{pd}{2}\left[x_n(m-2n+1)-dn(n-1)\right]+x_n\frac{kd}{2m}(m-n+1).(m-n)}{x_n+nd}$$

в данном случае, замечая, что по формуле (59ª):

$$\frac{pd}{2}\left[(m-2n+1)x_n - d.n.(n-1)\right] = \frac{kdn}{2m}(n-1).(x_n+nd),$$

напишется так:

$$Maxim.M_n^S Sin\alpha = \frac{x_n kd(m-n).(m-n+1)+kdn(n-1).(x_n+nd)}{2m(x_n+nd)}$$

С другой стороны:

$$\frac{h_n}{h_{n-1}} = \frac{x_n+nd}{x_n+(n-1)d}$$

Вставляя вместо x_n его значение, получим:

$$\frac{x_n+nd}{x_n+(n-1)d} = \frac{mdn(n-1).(p+k)+nd\left[pm(m-2n+1)-kn(n-1)\right]}{mdn(n-1)(p+k)+(n-1)d\left[pm(m-2n+1)-kn(n-1)\right]} =$$

$$= \frac{n\left[p\{m(n-1)+m(m-2n+1)\}+k\{m(n-1)-n(n-1)\}\right]}{(n-1)\left[p\{mn+m(m-2n+1)\}+k\{mn-n(n-1)\}\right]} = \frac{n\left[pm(m-n)+k(m-n).(n-1)\right]}{(n-1)\left[pm(m-n+1)+kn(m-n+1)\right]} =$$

$$= \frac{n(m-n)\left[pm+k(n-1)\right]}{(n-1).(m-n+1).(pm+kn)} = \frac{h_n}{h_{n-1}}$$

Из этого равенства имеем:

$$h_{n-1}\frac{pm+k(n-1)}{(n-1).(m-n+1)} = \frac{h_n(pm+kn)}{n(m-n)} = \frac{h_{n+1}\left[pm+k(n+1)\right]}{(n+1).(m-n-1)} = \ldots\ldots\ldots = Const.$$

Для определения значения постоянного делают, например, $n=\frac{m}{2}$ и называют через H высоту фермы при $n=\frac{m}{2}$; тогда:

$$\frac{h_n(pm+kn)}{n(m-n} = \frac{H\left(pm+\frac{km}{2}\right)}{\frac{m^2}{4}} = \frac{2H(2p+k)}{m}$$

Следовательно:

$$h_{n-1}\frac{pm+k(n-1)}{(n-1).(m-n+1)} = \frac{2H(2p+k)}{m}$$

Вставляя в выражение $Maxim.M_n^S Sin\alpha$ вместо x_n его значение, получим:

$$Maxim\,M_n^S Sin\alpha = \frac{kdn(n-1)+nd(p+k)(m-n)(m-n+1)+kdn(n-1)\left[n(n-1)+nd(p+k)+nd\{pm(m-2n+1)-kn(n-1)\}\right]}{2m\left[n(n-1)nd(p+k)+nd\{pm(m-2n+1)-kn(n-1)\}\right]} =$$

$$= \frac{kdn(n-1)+nd\left[(p+k).(m-n).(m-n+1)+n(n-1).(p+k)+pm(m-2n+1)-kn(n-1)\right]}{2m.nd\left[n(n-1).(p+k)+pm(m-2n+1)-kn(n-1)\right]}$$

$$= \frac{kd(n-1)\left[(p+k).(m-n).(m-n+1)+n(n-1)p+pm(m-2n+1)\right]}{2\left[n(n-1).(p+k)+pm(m-2n+1)-kn(n-1)\right]}.$$

Но: $n(n-1)p+pm(m-2n+1)=n(n-1)p+pm[m-n-(n-1)]=(n-1)p(n-m)+pm(m-n)=(m-n).p(m-n+1)$.

Следовательно, множитель числителя:

$[(p+\kappa).(m-n).(m-n+1)+n(n-1)p+pm(m-2n+1)]=(m-n).(m-n+1)(2p+\kappa)$.

Затем, множитель знаменателя:

$[m(n-1)(p+\kappa)+pm(m-2n+1)-\kappa n(n-1)]=[m(n-1).(p+\kappa)+pm\{m-n-(n-1)\}-\kappa n(n-1)]=$

$=m(n-1).(p+\kappa)+pm(m-n)-(n-1).(pm+\kappa n)=m(n-1)\kappa+pm(m-n)-(n-1)\kappa n=$

$=pm(m-n)+(n-1)\kappa(m-n)=(m-n)[pm+\kappa(n-1)]$

Следовательно,

$$Maxim\ N_n Sin\alpha=\frac{\kappa d(n-1).(\cancel{m-n}).(m-n+1).(2p+\kappa)}{2(\cancel{m-n})[pm+\kappa(n-1)]}$$

Но как было доказано:

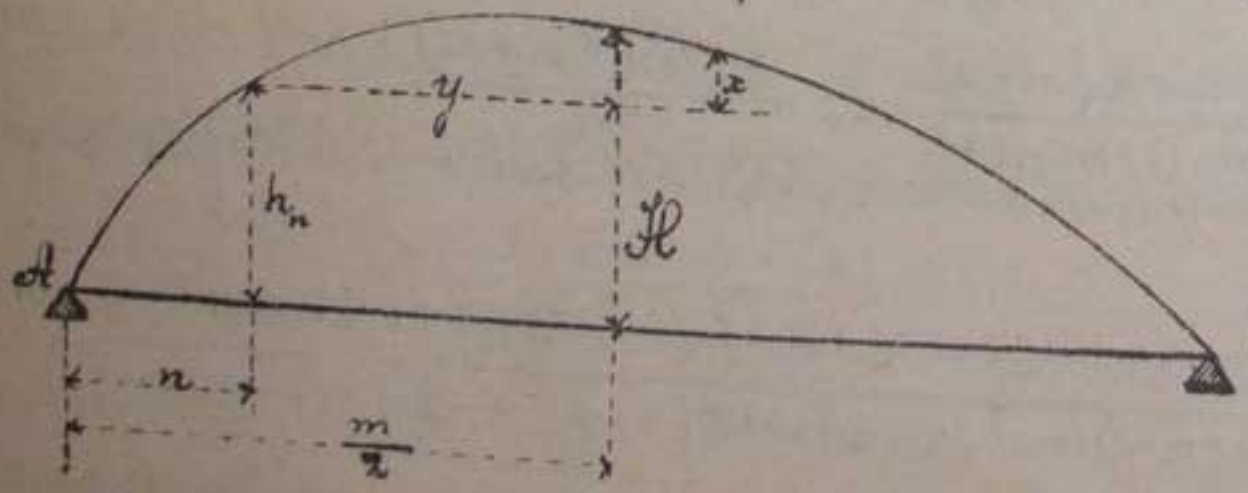
$$\frac{(n-1).(m-n+1).(2p+\kappa)}{pm+\kappa(n-1)}=\frac{mh_{n-1}}{2\mathcal{H}}.$$

Следовательно, $Maxim\ N_n Sin\alpha=\frac{\kappa d.mh_{n-1}}{4\mathcal{H}}$; но: $h_{n-1}=dtang\alpha$, следовательно:

$$Maxim\ N_n Cos\alpha=\frac{\kappa d.md}{4\mathcal{H}}=\frac{\kappa d^2}{4\mathcal{H}}$$

Следовательно, для получения опытных напряжений раскосов, следует это постоянное число разделить на Cosinus углов, составляемых раскосами и горизонталь. Для раскосов средней части фермы с параллельными поясами, напряжения раскосов определяются обыкновенным способом.

Легко видеть, что ферма <u>Шведлера есть ферма гиперболическая</u>. Из равенства: $\frac{h_n(pm+\kappa n)}{n(m-n)}=\frac{2\mathcal{H}(2p+\kappa)}{m}$, по вставке вместо $h_n=\mathcal{H}-x$, $n=\frac{m}{2}-y$, имеем



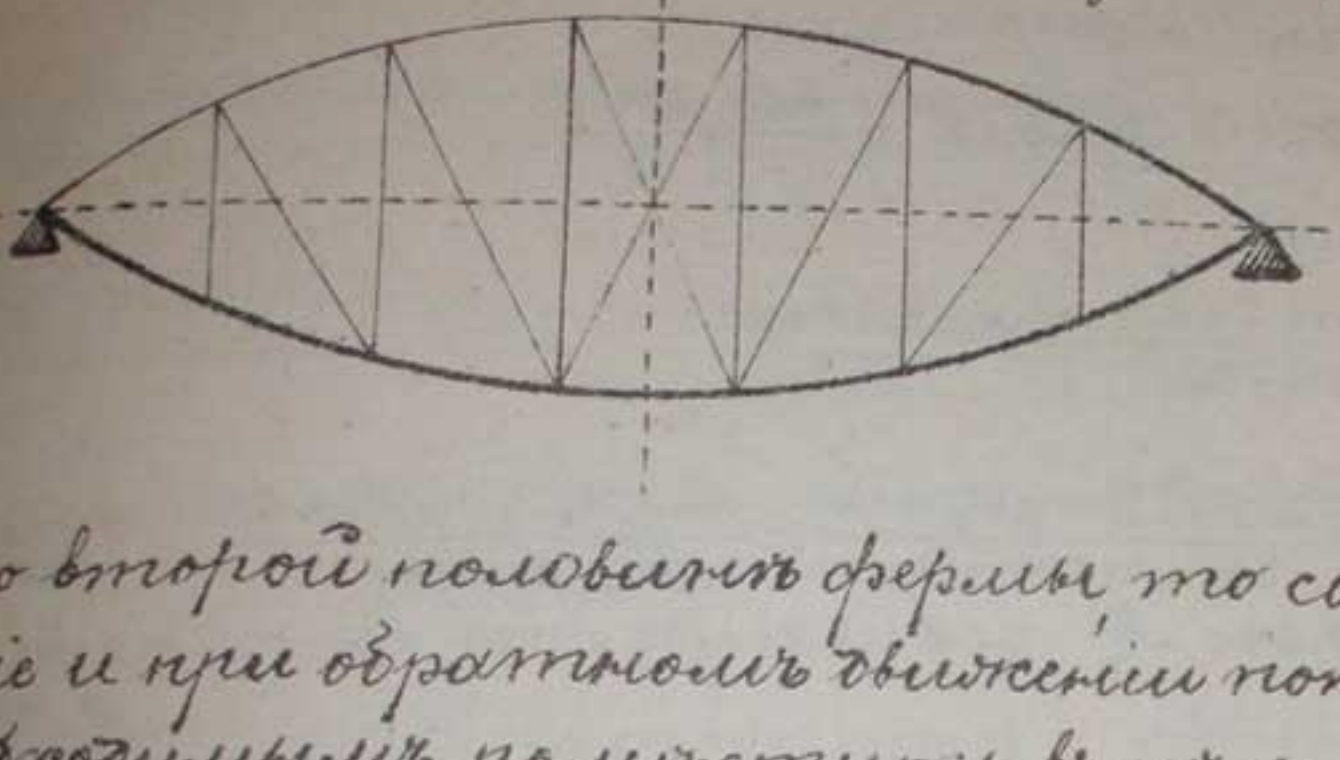
$$\frac{(\mathcal{H}-x).(pm+\kappa\frac{m}{2}-\kappa y)}{(\frac{m}{2}-y)(\frac{m}{2}+y)}=\frac{2\mathcal{H}(2p+\kappa)}{m},$$ или:

$$(\mathcal{H}-x).(pm+\kappa\frac{m}{2}-\kappa y)=(\frac{m^2}{4}-y^2)\frac{2\mathcal{H}(2p+\kappa)}{m},$$

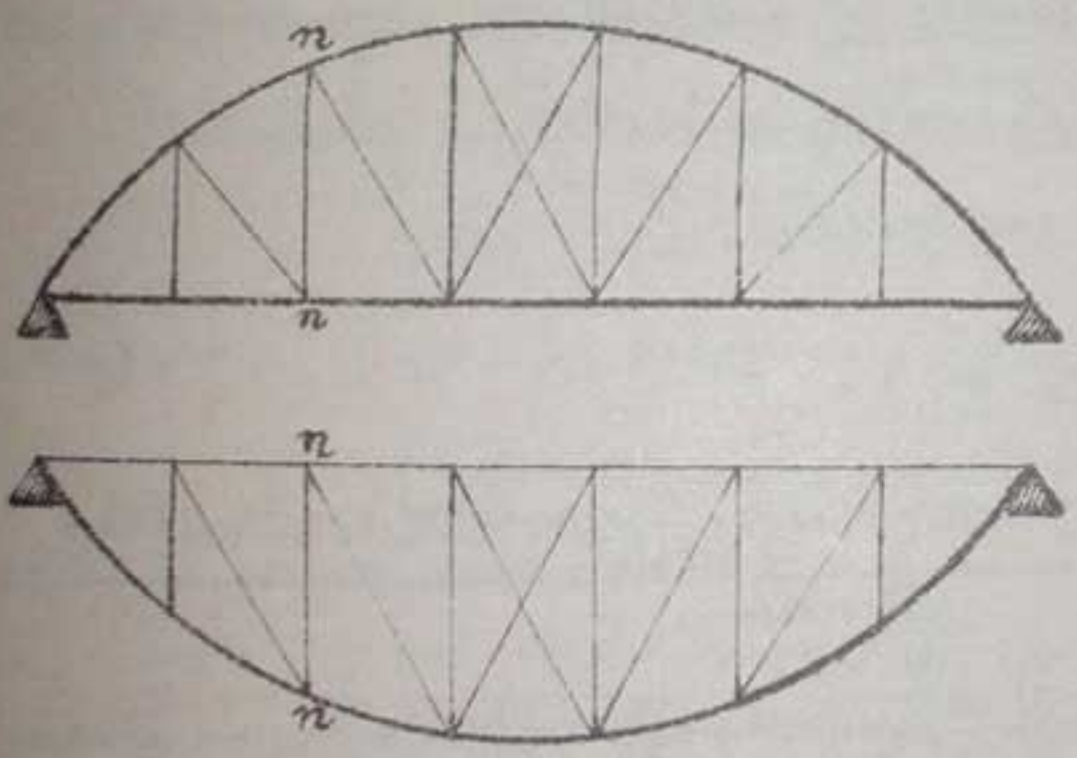
что приводится к виду: $y^2+ax+by+exy+d=0$, а это есть уравнение <u>гиперболы</u>.

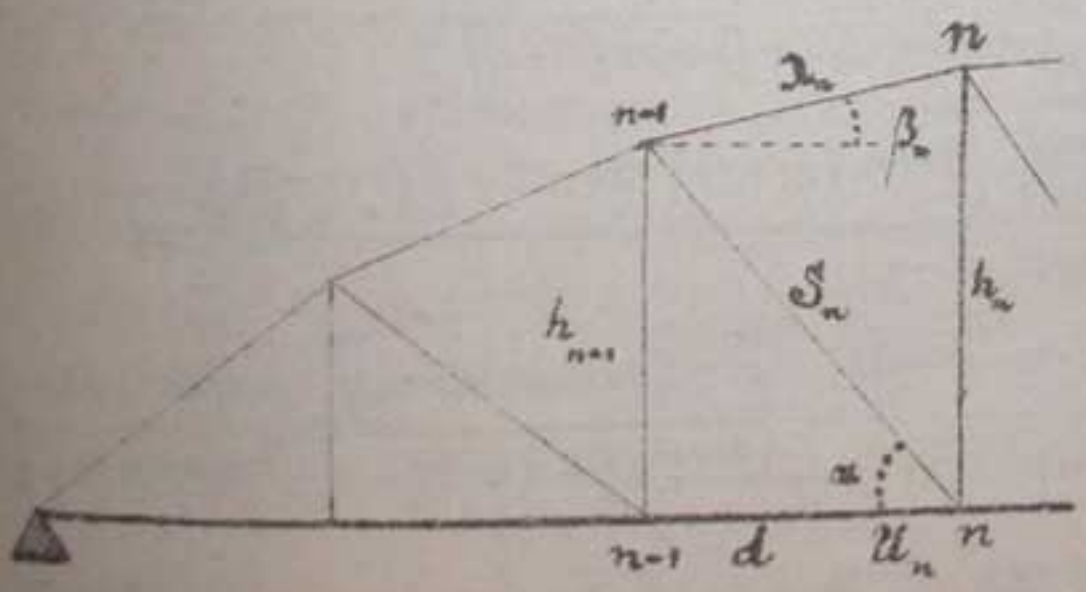
Так как $Maxim\ N_n Sin\alpha$ в первых панелях по-

ложительно, а затѣмъ отрицательно, то, желая
составить ферму съ одними вытянутыми раско
сами, этимъ послѣднимъ слѣдуетъ придать не-
ходящее направленіе до тѣхъ поръ пока Maxim K Sina
положительно, а затѣмъ уже придать имъ вос-



ходящее направле-
ніе. Но такъ какъ
переходъ изъ поло-
жительнаго зна-
ченія въ отрица-
тельное бываетъ
во второй половинѣ фермы, то соблюдая то же усло-
віе и при обратномъ движеніи поѣзда, окажется не-
обходимымъ помѣстить въ тѣхъ среднихъ
панеляхъ два плоскихъ раскоса.





Разсѣчемъ фермы съ одни-
ми сжатыми раскоса-
ми и вытянутыми
стойками понятіемъ
изъ предъидущаго.

Для мостовыхъ фермъ
обыкновенно принимаютъ
ютъ ферму съ нижнимъ
или верхнимъ горизон-
тальнымъ поясомъ и
съ вытянутыми рас-
косами.

Найдемъ выраженія
усилій въ поясахъ, рас-
косахъ и стойкахъ. На
основаніи формулъ: (55) и (56), имѣемъ:

$$O_n=\frac{-k\cdot nd+(n-1)d^2(p+\kappa)\frac{n}{2}}{h_n\cos\beta_n}=\frac{-\frac{(m-1)}{2}(p+\kappa)d\cdot nd+(n-1)d^2(p+\kappa)\frac{n}{2}}{h_n\cos\beta_n}=$$

$$=\frac{-(p+\kappa)d^2\cdot n(m-n)}{2h_n\cos\beta_n}=\frac{-(p+\kappa)d\cdot n(m-n)}{2h_n}\cdot\lambda_n \quad \ldots\ldots\ldots (75)$$

$$U_n=\frac{(p+\kappa)d(n-1)\cdot(m-n+1)}{2h_{n-1}}\cdot d \quad \ldots\ldots\ldots (76)$$

Затѣмъ, на основаніи формулы:

$$Maxim.\,N_n\cos\alpha=\frac{\kappa d\cdot md}{4\,\mathcal{H}},$$

а также равенства:

$$\frac{h_n(pm+\kappa n)}{n(m-n)}=2\mathcal{H}\frac{(2p+\kappa)}{m},$$

имѣемъ, что:

$$Maxim.\,N_n=\frac{\kappa d\,m\,S_n}{4\,\mathcal{H}}=\frac{\kappa d\,m\,S_n(m-n)(2p+\kappa)n}{2h_n(pm+\kappa n)m}=\frac{\kappa d\cdot S_n n(m-n)(2p+\kappa)}{2h_n(pm+\kappa n)} \quad \ldots (77)$$

$Minim.\,N_n=0$. Значеніе же N_n, зависящее отъ одной постоянной нагрузки:

$$N_n=\frac{pd}{2}\cdot\frac{n(m-n)S_n\cdot p}{h_n(pm+\kappa n)} \quad \ldots\ldots\ldots (78)$$

Затѣмъ $Maxim.\,V_n$ или $Minim\,V_n$ найдемъ изъ формулъ: (60) и (61), вставляя вмѣсто X_n значеніе его для фермы Шведлера, т.е. полагая для стойки V_n:

$$x_n=\frac{n(n-1)md(p+\kappa)}{pm(m-2n+1)-\kappa n(n-1)} \quad \ldots\ldots\ldots (74)$$

получимъ:

$$Maxim.\,V_n=\frac{\frac{pd}{2}\left[(2n-m+1)x_n+nd(n+1)\right]+\frac{\kappa d}{2m}\left[n(n-1)x_n+nd(n+1)m\right]}{x_n+nd}=$$

$$=\frac{\frac{pd}{2}\left[(2n-m+1)n(n-1)md(p+\kappa)+nd(n+1)\{pm(m-2n+1)-\kappa n(n-1)\}\right]+\frac{\kappa d}{2m}\left[n(n+1)n(n-1)md(p+\kappa)+nd(n+1)m\{pm(m-2n+1)-\kappa n(n-1)\}\right]}{n(n-1)md(p+\kappa)+nd\left[pm(m-2n+1)-\kappa n(n-1)\right]}=$$

$$=\frac{\frac{pd}{2}\left[2pm(m-n)+\kappa(n-1)\cdot(m-n)(n-m+1)\right]+\frac{\kappa d}{2m}\left[pm(n+1)\cdot(m-n+1)\cdot(m-n)\right]}{(m-n)\left[pm+\kappa(n-1)\right]}=$$

$$=\frac{\frac{pd}{2}\left[2pm+\kappa(n-m+1)(n-1)\right]+\frac{\kappa d}{2}\left[p(n+1)\cdot(m-n+1)\right]}{pm+\kappa(n-1)}=\frac{\frac{pd}{2}\left[2pm+\kappa 2(m)\right]}{pm+\kappa(n-1)}=\frac{pd(pm+\kappa m)}{pm+\kappa(n-1)}=$$

$$=pd\frac{(pm+\kappa[n-1]+\kappa[m-n+1])}{pm+\kappa(n-1)}=pd\frac{\kappa(m-n+1)}{pm+\kappa(n-1)}+pd \quad \ldots\ldots (79).$$

А сама часть нагрузки собственнаго вѣса $p'd$ сосѣдо-

точена въ верхнихъ узлахъ, а часть $p''d$ - въ нижнихъ, то:

$$\text{Maxim } V_n = p'd\,\frac{\kappa(m-n+1)}{pm+\kappa(n-1)} + p''d$$

Затѣмъ:

$$\text{Minim } V_n = \frac{\frac{pd}{2}\left[(2n-m+1)x_n + nd(n+1) - \frac{\kappa d}{2m}(m-n).(m-n-1)x_n\right]}{x_n + nd} =$$

$$= \frac{\frac{pd}{2}\left[(2n-m+1)(n-1)m + (p+\kappa) + (n+1)\{pm(n-2n+1) - \kappa n(n-1)\}\right] - \frac{\kappa d}{2m}(m-n).(m-n-1)(n-1)\kappa d(p+\kappa)}{\kappa d(m-n)\left[pm+\kappa(n-1)\right]} =$$

$$= \frac{\frac{pd}{2}\left[pm2(m-n) + \kappa(m-n).(n-m+1).(n-1)\right] - \frac{\kappa d}{2}(m-n).(m-n-1).(n-1).(p+\kappa)}{(m-n)\left[pm+\kappa(n-1)\right]} =$$

$$= \frac{\frac{pd}{2}\left[2pm+\kappa(n-m+1)(n-1)\right] - \frac{\kappa d}{2}(m-n-1).(n-1).(p+\kappa)}{pm+\kappa(n-1)} = \frac{\frac{pd}{2}\left[2pm+2\kappa(n-m+1).(n-1)\right] - \frac{\kappa d}{2}(m-n-1)(n-1)\kappa}{pm+\kappa(n-1)} =$$

$$= \frac{\frac{pd}{2}.\left[2pm+2\kappa(n-1)+2\kappa(n-m).(n-1)\right]}{pm+\kappa(n-1)} - \frac{\frac{\kappa d}{2}(m-n-1).(n-1)\kappa}{pm+\kappa(n-1)} =$$

$$= pd - \left[pd(m-n) + \frac{\kappa d}{2}(m-n-1)\right]\frac{\kappa(n-1)}{pm+\kappa(n-1)} \quad \ldots\ldots\ldots (80)$$

Если бы въ нижнихъ узлахъ былъ сосредоточенъ весь грузъ, а только часть $p''d$, то:

$$\text{Minim } V_n = -\left[pd(m-n) + \frac{\kappa d}{2}(m-n-1)\right]\frac{\kappa(n-1)}{pm+\kappa(n-1)} + p''d.$$

Изъ тѣхъ же формулъ видно, что при полной нагрузкѣ моста, напряженіе стойки будетъ:

$$V_n = \frac{(p+\kappa)d}{2}\left[\frac{2pm+\kappa(n-m+1)(n-1)}{pm+\kappa(n-1)}\right] = \frac{(p+\kappa)d}{2}\left[\frac{2pm+2\kappa(n-1)+\kappa(n-1).(n-m-1)}{pm+\kappa(n-1)}\right] =$$

$$= (p+\kappa)d - \frac{(p+\kappa)d}{2}.\frac{(m-n+1)\kappa(n-1)}{pm+\kappa(n-1)} \quad \ldots\ldots\ldots (81)$$

Подобнымъ образомъ найдемъ, что для фермъ <u>съ верхнимъ горизонтальнымъ поясомъ:</u>

$$\text{Maxim } \mathcal{P}_n = \frac{\kappa d S_n n(m-n).(2p+\kappa)}{2h_n(pm+\kappa n)} = \frac{\kappa d m.S_n}{4\mathcal{H}} \quad \ldots\ldots\ldots (82)$$

$$\text{Maxim } V_n = -pd\frac{m-n-1}{(n-1)\kappa+pm} - pd, \text{ или } = -pd\frac{m-n-1}{(n+1)\kappa+pm} - p'd;$$

$$\text{Minim } V_n = -\left[pd(m-n) + \frac{\kappa d}{2}(m-n+1)\right]\frac{\kappa(n+1)}{pm+\kappa(n+1)} - pd \quad \ldots (83)$$

А если постоянная нагрузка сосредоточена частью въ верхнихъ, частью въ нижнихъ узлахъ, то вмѣсто

pd въ послѣднемъ случаѣ слѣдовало бы взять: $-p'd$.

При полной нагрузкѣ моста имѣемъ:

$$V_n = -\frac{(p+\kappa)}{2} \cdot \frac{(n+1).(m-n-1)}{pm+\kappa(n+1)} - \kappa(p+\kappa)d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (84)$$

Всѣ эти формулы можно также получить изъ общихъ формулъ: ,разсчета фермъ съ криволинейными поясами[см. курсъ мостовъ

Слѣдовательно, въ фермахъ Шведлера съ нижнимъ горизонтальнымъ поясомъ и съ нисходящими раскосами стойки вытянуты, при расположеніи нагрузки, соотвѣтствующемъ Міпітт перерѣзывающаго усилія; они могутъ быть подвержены также вытягивающему усилію и при полной нагрузкѣ, смотря по тому, каково отношеніе между p и κ. Поэтому въ фермахъ Шведлера, какъ и въ параболическихъ фермахъ, стойки необходимо повѣрять на сжатіе и на вытягиваніе. Въ случаѣ же верхняго горизонтальнаго пояса, стойки, какъ показываютъ формулы: (82), (83) и (84), всегда сжаты.

Средняя часть фермы Шведлера, ограниченная параллельными поясами, разсчитывается какъ раскосная ферма съ параллельными поясами. Что касается стойки, находящейся на границѣ прямолинейной и криволинейной части пояса, то Міпітт V_n разсчитывается по соотвѣтствующимъ оптимумамъ, выведеннымъ для фермъ Шведлера, а для опредѣленія Махітт V_n имѣемъ формулу:

$$\text{Махит } V_n = \frac{pd}{2} \cdot \frac{n-n^2+\frac{p}{\kappa}m(m-2n+1)}{n-1+\frac{p}{\kappa}m} - p'd + \frac{\kappa d}{2} \cdot \frac{n-n^3+\frac{p}{\kappa}m(1+n).(m-2n+1)}{m(n-1+\frac{p}{\kappa}m)} .$$

5.) Опредѣлимъ очертаніе фермы, при которомъ Махіт

напряженія раскосовъ во всѣхъ панеляхъ была бы величина постоянная.

Въ параболическихъ фермахъ, какъ мы видѣли, горизонтальная составляющая Maxim. напряженій раскосовъ есть величина постоянная между тѣмъ какъ здѣсь требуется равенство полныхъ напряженій раскосовъ.

Назначивъ произвольно для Maxim N какое-нибудь значеніе $= D$ на основаніи формулы (58), будемъ имѣть:

Для $n^{\text{ой}}$ панели:

$$D = \frac{nd}{2}\left[(m-2n+1)x_n - dn(n-1)\right] + \frac{nd}{2m}(m-n+1)(m-n)x_n \over (x_n+nd)\sin\alpha_n$$

Для $n-1^{\text{ой}}$ панели:

$$D = \frac{nd}{2}\left[(m-2n+3)x_{n-1} - d(n-1)(n-2)\right] + \frac{nd}{2m}(m-n+2)(m-n+1)x_{n-1} \over \left[x_{n-1}+(n-1)d\right]\sin\alpha_{n-1}$$

и т. д..-

Изъ этихъ уравненій опредѣлимъ:

$$x_n = f(D, \alpha_n) \; ; \qquad x_{n-1} = f(D, \alpha_{n-1}), \ldots\ldots$$

Величины: α_n, α_{n-1}, ... также пока неизвѣстны.

Для построенія фермы задаемся, напримѣръ, высотою первой стойки h_1 и опредѣляемъ помощью $\sin\alpha_1$ по формулѣ:

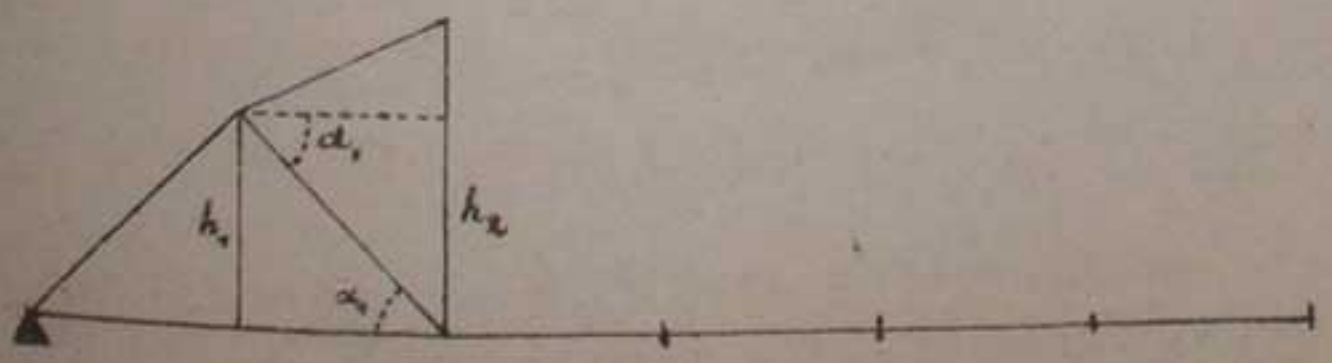
$$\sin\alpha_1 = \frac{h_1}{\sqrt{h_1^2 + d^2}} \; ;$$

вставляя это значеніе въ формулу: $x_1 = f(D, \alpha_1)$, найдемъ x_1. Вторая стойка опредѣлится изъ формулы:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{x_1 + 2d}{x_1 + d} \; .$$

Зная h_2, найдемъ:

$$\sin\alpha_2 = \frac{h_2}{\sqrt{h_2^2 + d^2}} \text{ и т. д.}$$



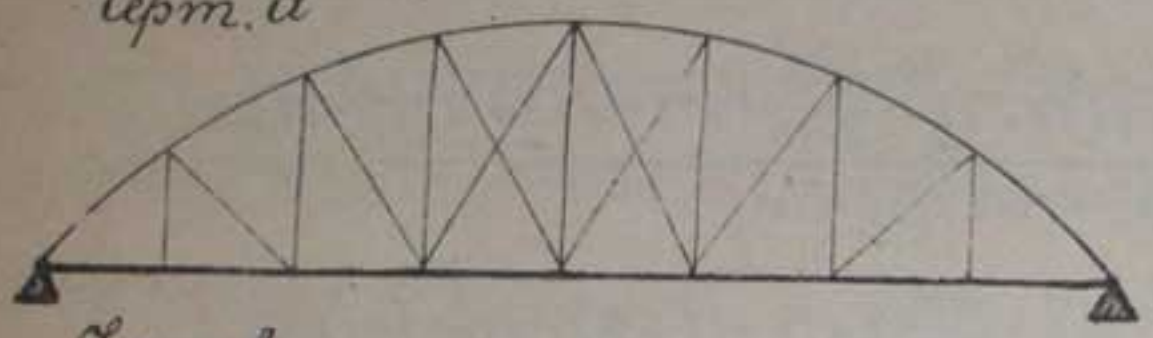
Профессоръ Ки-

Высоты: h_n, h_{n-1} можно откладывать внизъ или на половину вверхъ и внизъ.

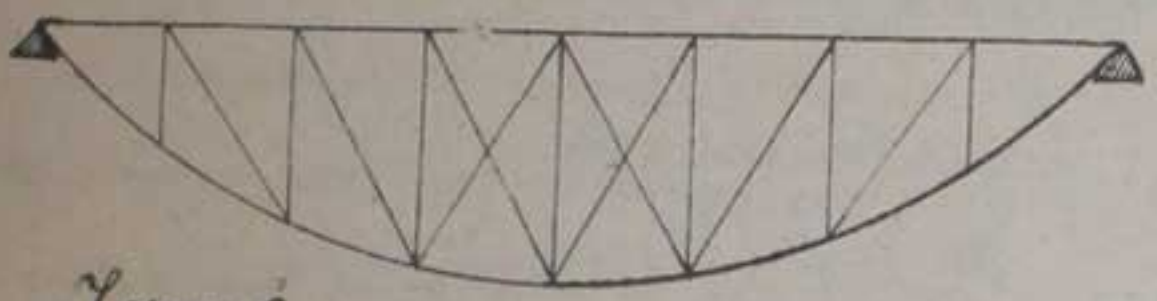
Наконецъ, можно задаться условіемъ, чтобы Maxim. $S_n = 0$ и опредѣлить соотвѣтствующее очертаніе фермы.

Что касается этого очертанія и выраженій напряженій въ частяхъ подобной фермы, легко видѣть, что они получаются изъ формулъ, выведенныхъ для предъидущаго случая, т. е. для фермъ Шведлера, соотвѣтствующихъ Minim. $S_n = 0$.

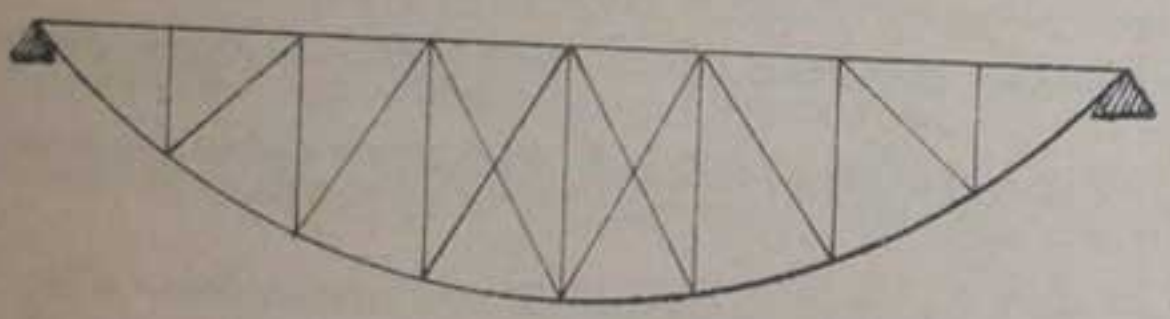
Черт. a



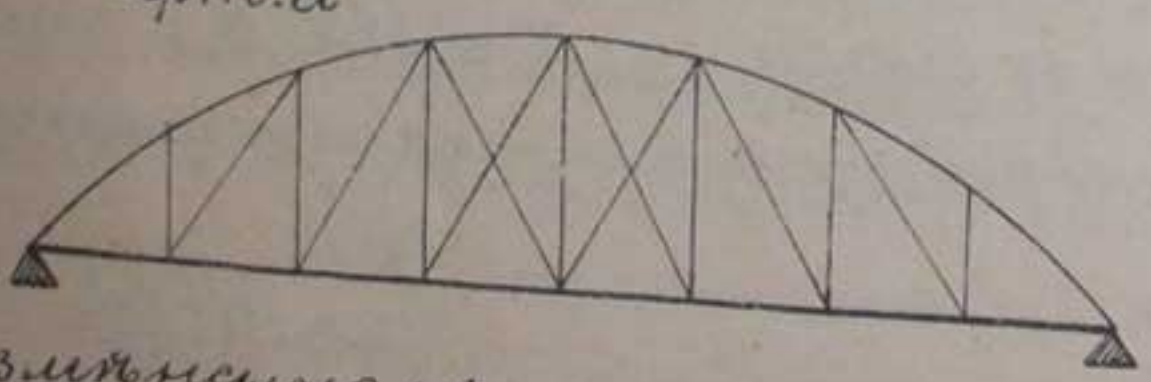
Черт. b



Черт. c.



Черт. d



Въ самомъ дѣлѣ, пусть [черт. (a) и (b)] двѣ такія фермы съ нижнимъ и верхнимъ горизонтальными поясомъ изъ вытянутыми раскосами.

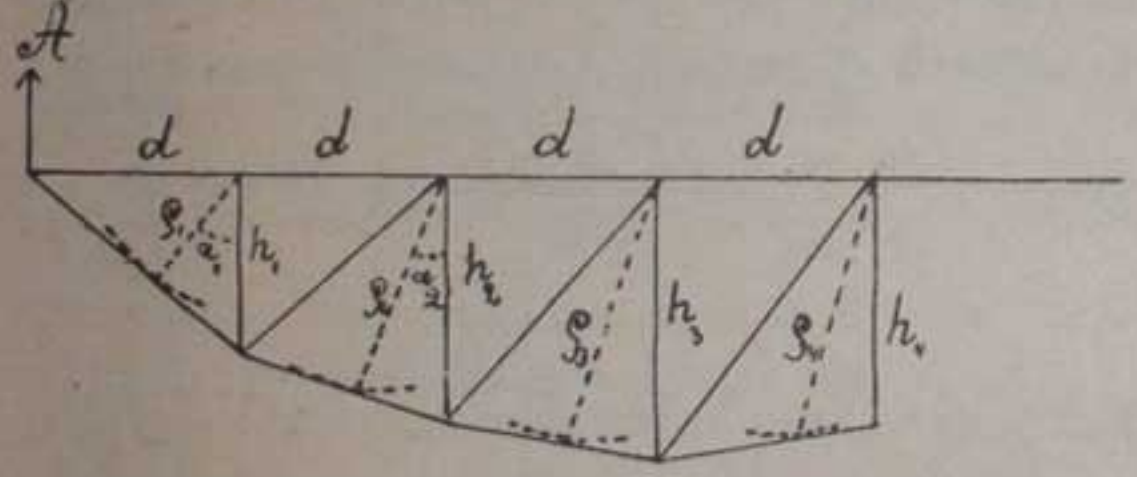
Если вращать ферму (черт. a), или (черт. b) около горизонтальнаго пояса, какъ около оси, то при измѣненіи направленій сопротивленія опоръ и внѣшнихъ силъ, получимъ ферму (черт. c и d), въ которой знакъ и численное значеніе напряженій будутъ тѣже, что и въ фермѣ (черт. a). Съ измѣненіемъ направленія сопротивленія опоръ и дан-

ныхъ внѣшнихъ силъ, измѣнится соотвѣтственно и знакъ напряженій. Слѣдовательно, то, что соотвѣтствовало прежде $Maxim.S_n$, т.е. $+Maxim.S_n$, теперь будетъ соотвѣтствовать $-Maxim.S_n$, то есть $Minim.S_n$ и обратно. Поэтому, если прежде $Minim.S_n=0$, то теперь $Maxim.S_n=0$ и, слѣдовательно, всѣ формулы, выведенныя для фермы (черт.а) приложимы къ ферме (черт.с), съ перемѣною знака.

(Е) Фермы Паули.

Опредѣлимъ <u>очертаніе фермы съ равными напряженіями криволинейныхъ поясовъ во всѣхъ панеляхъ (ферма Паули)</u>.

Разсмотримъ сначала ферму съ верхнимъ горизонтальнымъ и нижнимъ-криволинейнымъ поясомъ и съ восходящими раскосами. Нагрузку предполагаемъ сосредоточенною въ узлахъ горизонтальнаго пояса. Если сопротивленіе опоры A, при сплошной и неподвижной нагрузкахъ, то:



$$U_1=\frac{Ad}{S_1}\ ;\ U_2=\frac{A2d-(p+k)d_1}{S_2}=\frac{M_2}{S_2}\ ;\ U_n=\frac{M_n}{S_n}$$

Но такъ какъ по условію: $U_1=U_2=\ldots=U_n=B$, то

$$S_1=\frac{M_1}{B}\ ;\ S_2=\frac{M_2}{B}\ ;\ \ldots\ S_n=\frac{M_n}{B}.$$

Зная различныя S, достаточно изъ верхнихъ узловыхъ точекъ какъ изъ центра, описать окружности и затѣмъ провести къ нимъ касательныя, начиная отъ опорной точки до встрѣчи съ первою стойкою и т.д. Затѣмъ, по чертежу можно будетъ измѣрить

отрезки: $h_1, h_2, h_3, \ldots\ldots h_n$.

Эти последния величины можно найти и вычислением.

Действительно:

$$\cos\alpha_1 = \frac{\rho_1}{h_1} = \frac{d}{\sqrt{d^2+h_1^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (85);$$

или:

$$\frac{h_1}{d} = \frac{\rho_1}{\sqrt{d^2-\rho_1^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (86);$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{\rho_2}{h_2} = \frac{d}{\sqrt{d^2+(h_2-h_1)^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (87);$$

откуда:

$$\frac{h_2}{d} = \frac{\rho_2^2}{d^2-\rho_2^2}\left\{\sqrt{\left(\frac{d}{\rho_2}\right)^2+\left(\frac{h_1}{\rho_2}\right)^2-1}-\frac{h_1}{d}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (88);$$

$$\cos\alpha_n = \frac{\rho_n}{h_n} = \frac{d}{\sqrt{d^2+(h_n-h_{n-1})^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (89);$$

$$\frac{h_n}{d} = \frac{\rho_n^2}{d^2-\rho_n^2}\left\{\sqrt{\left(\frac{d}{\rho_n}\right)^2+\left(\frac{h_{n-1}}{\rho_n}\right)-1}-\frac{h_{n-1}}{d}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (90).$$

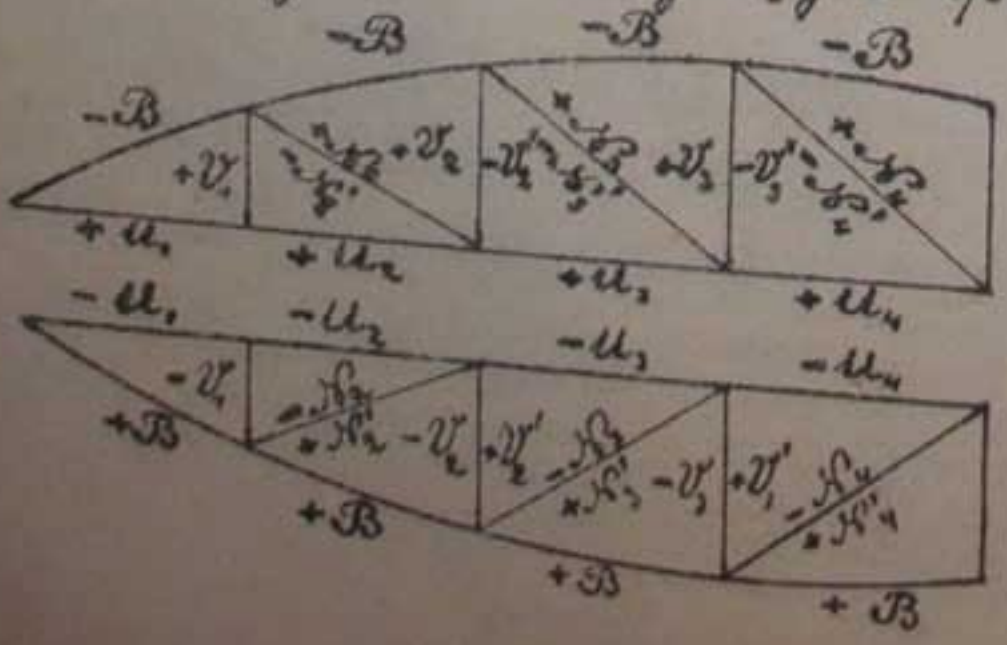
Если B так задано, что $\rho_1 = \frac{M_1}{B}$ будет равно d, то на основании (86): $h_1 = \infty$. Следовательно, построение фермы невозможно, если $\frac{M_1}{B} \geqslant d$.

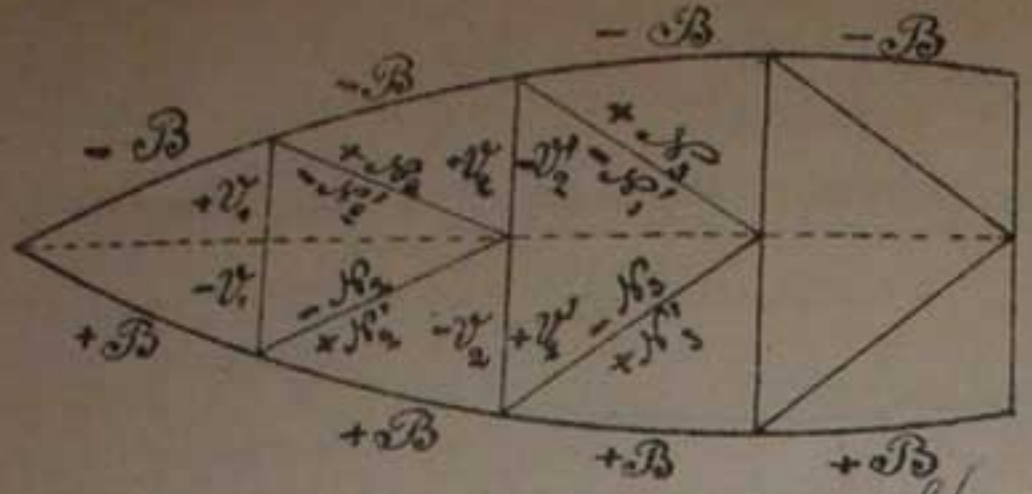
Если далее B так задано, что $\rho_2 = \frac{M_2}{B} = d$, то на основании (88) $h_2 = \infty$. В этом случае определялись h_2 из (87), откуда при $\rho_2 = d$:

$$\frac{1}{h_2} = \frac{1}{\sqrt{d^2+(h_2-h_1)^2}} \quad ; \quad h_2 = \frac{d^2+h_1^2}{2h_1} \text{ и т.д.}$$

Уменьшив все: $\rho_1, \rho_2, \ldots\ldots \rho_n$ на половину, мы вместо d тем увеличили все: $M_1 = M_2 = \ldots\ldots = M_n$ вдвое. Если же одновременно с этим и нагрузка уменьшится вдвое, то напряжения останутся без изменения.

Поэтому предъидущую ферму можно замкнуть двумя, расположенными одна надъ другой, причем верхняя должна быть обратного въ отношении нижней,





вельдетвіе чего одно имѣющія напряженія объихъ половинъ будутъ равны по величинѣ, но противоположны по знаку. Нагрузка будетъ сосредоточена по серединѣ стоекъ; слѣдовательно, одна половина стойки будетъ вытянута, а другая-сжата. Горизонтальный прогонъ можно уничтожить, такъ какъ горизонтальныя составляющія раскосовъ въ точкѣ пересѣченія послѣднихъ взаимно уничтожаются. Верхній и нижній пояса будутъ криволинейные симметричные съ равными по величинѣ напряженіями. Если при извѣстной нагрузкѣ въ верхней половинѣ раскосъ вытянутъ, то въ нижней половинѣ въ той же панели онъ сжатъ.

Обыкновенно фермы Гаупи устраиваются такимъ образомъ, что раскосы упираются въ верхній и нижній пояса.

Можно и для даннаго случая оставить опредѣленныя выше $k_1, k_2, \ldots$, въ виду того, что эти величины будутъ мало разниться отъ дѣйствительныхъ значеній, или же опредѣлить эти значенія непосредственно.

Разбивъ снова ферму на двѣ половины, составимъ моменты; получимъ:

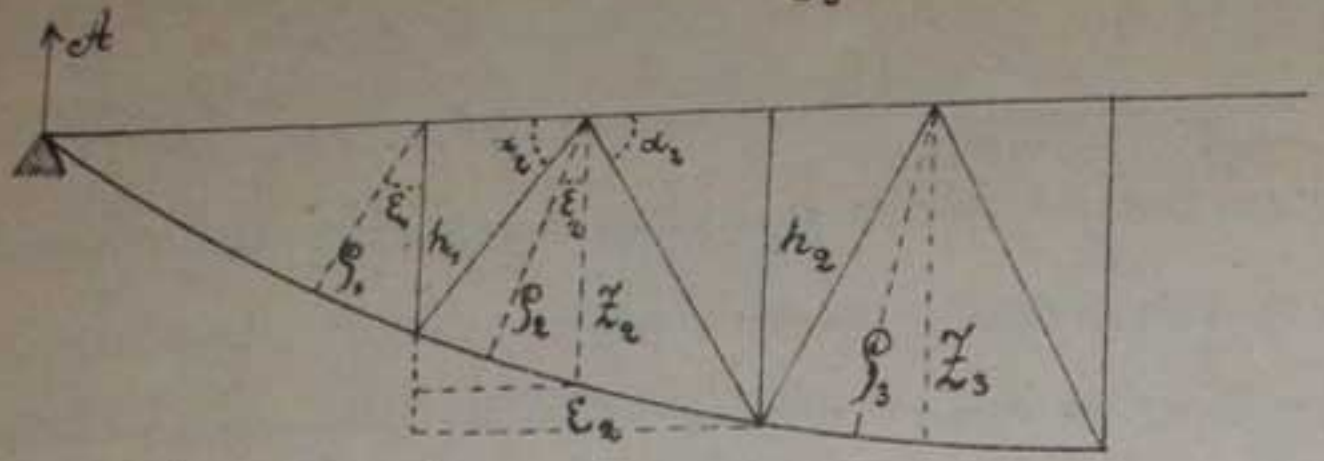
$$B = O_1 = \frac{Ad}{S_1},$$

откуда найдемъ:

$$S_1 \text{ и } \frac{k_1}{d} = \frac{S_1}{\sqrt{d^2 - S_1^2}} = \frac{A}{\sqrt{B^2 - A^2}};$$

$$\mathcal{B} = O_2 = \frac{A(d+U_2) - (p+\kappa)\cdot U_2}{S_2}$$

$$\mathcal{B} = O_3 = \frac{A(2d+U_3) - (p+\kappa)(d+U_3+U_2)}{S_3}$$



Здесь больше неизвестных: U_2, U_3; Но:

$$\frac{h_1}{U_2} = \frac{h_2}{d-U_2} = tg\,\alpha_2;$$

$$\frac{Z_2 - h_1}{U_2} = \frac{h_2 - h_1}{d} = tg\,\varepsilon_2 .$$

Следовательно: $U_2 = \frac{d h_1}{h_1 + h_2}$; $Z_2 = \frac{2 h_1 h_2}{h_1 + h_2}$;

$$S_2 = Z_2 \cos\varepsilon_2 = \frac{2 h_1 h_2}{h_1 h_2} \cdot \cos\varepsilon_2 .$$

Вставляя в выражение:

$$\mathcal{B} = O_2 = \frac{A(d+U_2) - (p+k)\,U_2}{S_2}$$

найденных здесь значения U_2 и S_2 и решая по h_2, получим:

$$\frac{h_2}{d} = \frac{[2A - (p+k)\,h_1]}{2\mathcal{B} h_1 \cos\varepsilon_2 - Ad}$$

Осталась еще одна неизвестная $\cos\varepsilon_2$, вместо которой для первого приближения вставляют величину $\cos\varepsilon_2 \leqslant \cos\varepsilon_1$ и затем, найдя h_2, берут более точное значение $\cos\varepsilon_2$ по формуле:

$$\cos\varepsilon_2 = \frac{d}{\sqrt{d^2 + (h_2 - h_1)^2}} .$$

Ферма Паули устраивается обыкновенно с жесткими стойками и с двумя системами плоских раскосов, работающих разновременно. При таких условиях, очевидно, не может уже иметь места абсолютное равенство напряжений в соответственных панелях верхнего и нижнего пояса. Напряжения поясов, раскосов и стоек определяют, пользуясь формулами: [(а)-(г), (е)-(р), помещенными на стр. 103–107].

Для того, чтобы в каждой панели напряжения

поясовъ были величины постоянныя, необходимо устроить фермы съ двумя системами раскосовъ одновременно работающихъ. Въ этомъ случаѣ ферма будетъ уже принадлежать къ разряду статически неопредѣлимыхъ, о чемъ сказано будетъ въ своемъ мѣстѣ.

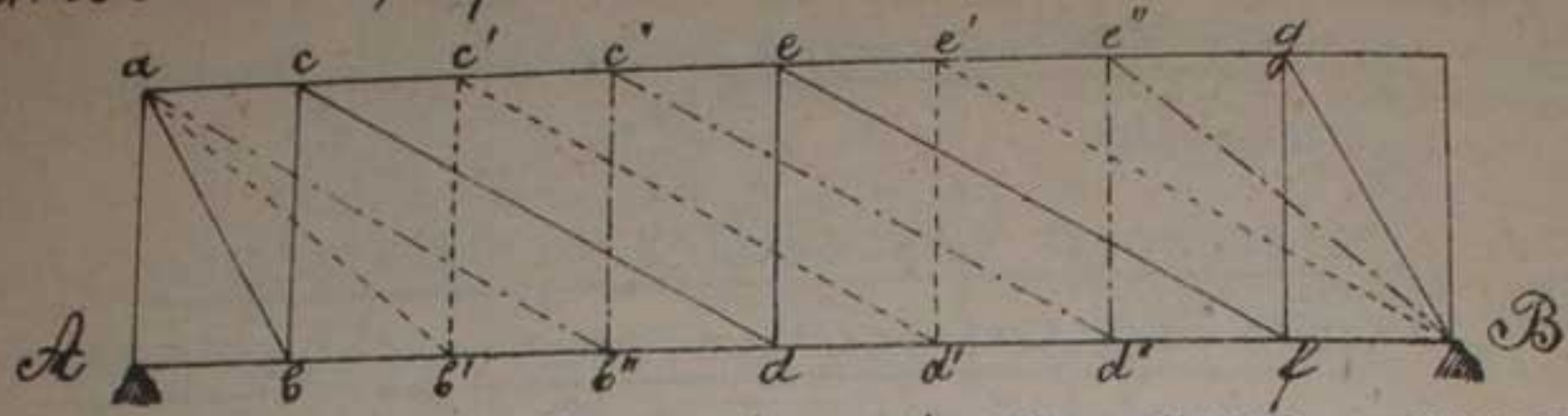
Примѣненіе способа статическихъ моментовъ къ опредѣленію усилій въ фермахъ - статически опредѣлимыхъ въ отношеніи опорныхъ сопротивленій, но статически неопредѣлимыхъ по отношенію усилій въ составныхъ частяхъ фермъ.

Въ разматриваемыхъ фермахъ число узловъ $m > 2n-3$. Крісій состоитъ въ томъ, что данную составную ферму разбиваютъ на простыя фермы статически опредѣлимыя и допускаютъ, что постоянная и подвижная нагрузка распредѣляется поровну между простыми фермами. Опредѣляя усилія въ простыхъ фермахъ, суммируютъ усилія въ тѣхъ частяхъ фермы, которыя при наложеніи взаимно накрываются. Усилія же тѣхъ частей, которыя при наложеніи взаимно не накрываются будутъ, слѣдовательно, общими какъ въ простыхъ, такъ и въ составной фермѣ.

IX.) Составная раскосная ферма безъ взаимнаго пересѣченія раскосовъ.

Въ этомъ случаѣ раздѣляютъ ферму на нѣсколько отдѣльныхъ одиночныхъ раскосныхъ ферме

т.е. на Aa bc de fg B; Aa b'c' ..... B; Aa b"c" d" ..... B; опредѣляютъ для каждой отдѣльной системы усилія въ поясахъ, раскосахъ и стойкахъ, предполагая, что въ каждомъ верхнемъ или нижнемъ узлѣ сосредоточена нагрузка, приходящаяся на одну малую панель. Какъ видно изъ чертежа, всѣ раскосы и стойки, за исключеніемъ опорныхъ стоекъ, принадлежатъ каждая отдѣльной системѣ, а потому опредѣленныя этимъ путемъ усилія будутъ имѣть мѣсто и при совокупномъ дѣйствіи всѣхъ системъ. Что касается усилія въ опорной стойкѣ, напримѣръ лѣвой, то, очевидно, усиліе ея будетъ равно суммѣ вертикальныхъ составляющихъ усилія раскосовъ, сходящихся въ верхней точкѣ этой стойки, увеличенное на непосредственную нагрузку стойки.



Такимъ образомъ, если $N'_1 \sin\alpha'$, $N''_1 \sin\alpha''$, $N'''_1 \sin\alpha'''$ вертикальныя составляющія напряженій первыхъ раскосовъ всѣхъ системъ и если постоянная и временная нагрузки сосредоточены въ верхнихъ узлахъ, то напряженіе стойки:

$$V_0 = N'_1 \sin\alpha' + N''_1 \sin\alpha'' + N'''_1 \sin\alpha''' + (p+\kappa)\frac{d'}{2},$$

гдѣ d' - малая панель.

При иномъ расположеніи нагрузокъ поправка понятна изъ предъидущаго.

Подобнымъ же суммированіемъ усилій въ поясахъ

различныхъ системъ получится напряженіе пояса данной панели при совокупномъ дѣйствіи всѣхъ системъ. Такъ напримѣръ, малая панель $c'c''$ вѣрхняго пояса во второй панели первой системы, во второй панели второй системы и въ первой панели третьей системы. Поэтому, если O_1', O_1'', O_1''', ... O_2', O_2'', O_3''', ... O_1', O_3'', O_3''', ... выражаютъ напряженія поясовъ въ различныхъ панеляхъ различныхъ системъ, то искомое: $c'c'' = O_1'' + O_2'' + O_3'$.

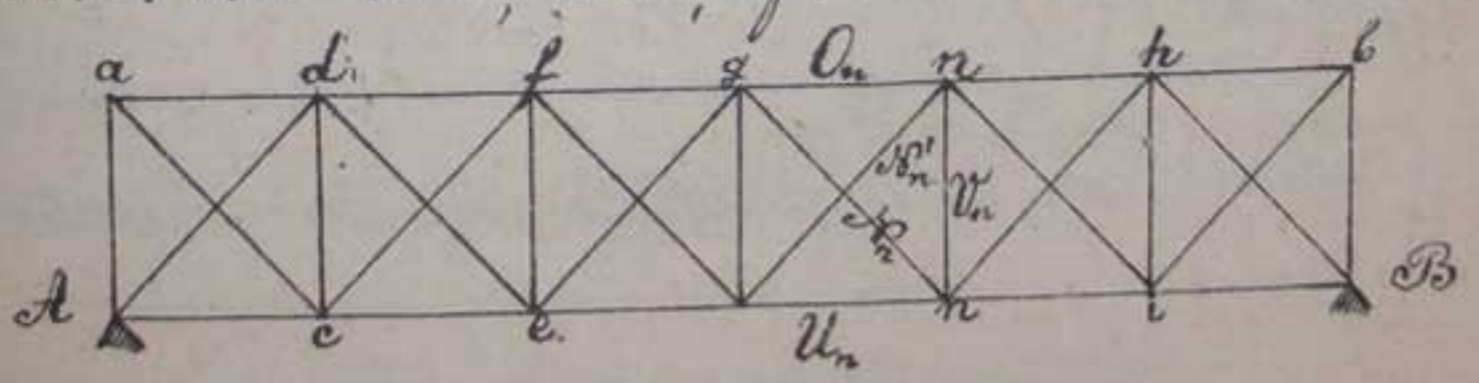
Подобнымъ образомъ: $Ab = 0$; $bb' = U_1''$; $b'b'' = U_1' + U_2'$; $b''d = U_1'' + U_2'' + U_3''$ и т. д.

Тотъ же самый пріемъ остается и въ случаѣ фермы съ восходящими раскосами.

Что касается составленія фермы съ одиночными вытянутыми или сжатыми раскосами, то слѣдуетъ руководствоваться тѣми же правилами, которыя изложены для одиночныхъ раскосныхъ фермъ.

3.) Сложная раскосная ферма съ однимъ пересѣченіемъ раскосовъ [съ двумя встрѣчными системами раскосовъ].

Разбиваемъ ферму на двѣ отдѣльныя одиночныя раскосныя фермы съ раскосами однообразнаго направленія, т. е. на Aa, cd, ef.... hB и на Ad, cfe... ibB



и предполагаемъ, что каждая ферма подвергнута дѣйствію половины нагрузки. Опредѣливъ при этомъ предположеніи напряженія частей, находимъ суммою-

нѣлъ величину усилія при совмѣстномъ дѣйствіи фермъ. При этомъ усилія въ раскосахъ, очевидно, не будутъ суммоваться, такъ какъ каждый раскосъ принадлежитъ отдѣльной системѣ. Остается только суммовать напряженія поясовъ и стоекъ. Слѣдовательно, если O_n, U_n, V_n – усилія въ поясахъ и стойкахъ при совокупномъ дѣйствіи обѣихъ системъ, то:

$$O_n = {}_{(1)}O_n + {}_{(2)}O_n$$
$$U_n = {}_{(1)}U_n + {}_{(2)}U_n$$
$$V_n = {}_{(1)}V_n + {}_{(2)}V_n .$$

Называя первою системою ферму $Aa, cd, \ldots$, а второю системою ферму $Ad, cf, \ldots$, имѣемъ на основаніи (20):

$${}_{(1)}O_n = -\frac{(p+\kappa)\cdot d^2 \cdot n(m-n)}{4h}$$

На основаніи (20'):

$${}_{(2)}O_n = -\frac{(p+\kappa)\,d^2(n-1)(m-n+1)}{4h}$$

Слѣдовательно:

$$O_n = -(p+\kappa)\frac{d^2}{4h}\left\{n(m-n)+(n-1)(m-n+1)\right\} \ldots\ldots\ldots (A)$$

Подобнымъ образомъ на основаніи (21):

$${}_{(1)}U_n = \frac{(p+\kappa)\,d^2(n-1)(m-n+1)}{4h}$$

На основаніи (21'):

$${}_{(2)}U_n = \frac{(p+\kappa)\,d^2\,n(m-n)}{4h}$$

$$U_n = (p+\kappa)\frac{d^2}{4h}\left\{n(m-n)+(n-1)(m-n+1)\right\} \ldots\ldots\ldots (B)$$

т. е.

$$O_n = -U_n ;$$

между тѣмъ какъ въ фермѣ съ одними правыми раскосами было:

$$O_n = -U_{n+1} ,$$

а въ фермѣ съ одними лѣвыми раскосами:

$$O_n = -U_{n-1} .$$

Далѣе, на основаніи (26) и (27):

$Max_{(1)} V_n = -pd\frac{(m-2n-1)}{4} - kd\frac{(m-n+1)(m-n)}{4m}$

$Min_{(1)} V_n = -pd\frac{(m-2n+1)}{4} + \frac{kd\,n(n-1)}{4m}$

На основаніи (30) и (31):

$Max_{(2)} V_n = pd\frac{(m-2n-1)}{4} + \frac{kd(m-n)(m-n-1)}{4m}$

$Min_{(2)} V_n = pd\frac{(m-2n-1)}{4} - \frac{kd\,n(n+1)}{4m}$

Слѣдовательно:

$V_n = Max_{(1)} V_n + Max_{(2)} V_n \overset{(*)}{=} -\frac{pd}{2} - \frac{kd}{4m}(m-n)2 = -(p+k)\frac{d}{2} + \frac{kdn}{2m}$ . . . . (C)

$V_n = Min_{(1)} V_n + Min_{(2)} V_n = -\frac{pd}{2} - \frac{2kdn}{4m} = -\frac{pd}{2} - \frac{kdn}{2m}$ . . . . . (D)

откуда видно, что напряженіе стоекъ не будетъ величина постоянная, но что всѣ онѣ сжаты.

Если бы предположили, что половина нагрузки сосредоточена въ нижнихъ узлахъ, а другая половина въ верхнихъ, тогда, на основаніи формулъ: (26), (27), (28), (29), (30), (31), (32) и (33) получили бы:

$Max. V_n = Max_{(1)} V_n + Max_{(2)} V_n = -(p+k)\frac{d}{4} + \frac{kdn}{4m} + (p+k)\frac{d}{4} - \frac{kdn}{4m} = 0$. (E)

подобнымъ образомъ и $Min. V_n = 0$ . . . . . (F)

Предполагая, наконецъ, что подвижная нагрузка покрываетъ весь пролетъ и что она сосредоточена вмѣстѣ съ постоянной нагрузкой, напримѣръ, въ верхнихъ узлахъ, тогда, на основаніи формулъ (25) и (25'), получимъ:

$V_n = {}_{(1)}V_n + {}_{(2)}V_n = -(p+k)\frac{(m-1)}{4}d + \frac{(p+k)d(n-1)}{2} + (p+k)\frac{(m-1)}{4}d - \frac{(p+k)dn}{2} = -(p+k)\frac{d}{2}$ . . (G),

то есть, что напряженіе всѣхъ стоекъ - величина постоянная, равная полунагрузкѣ панели.

Сравнивая эту формулу съ (C) и (D), заключаемъ,

(*) Здѣсь возможно суммированіе $Max._{(1)} V_n$ и $Max_{(2)} V_n$ такъ какъ для полученія обѣихъ этихъ величинъ необходимо <u>одинаковое</u> расположеніе подвижной нагрузки, а именно отсутствіе нагрузки на первыхъ (n-1) узлахъ.

что Max. V_n имѣетъ мѣсто не при частной, а при полной нагрузкѣ всего пролета и что это Max. величина постоянная.

Предполагая половину нагрузки въ верхнихъ узлахъ, а другую половину – въ нижнихъ, въ данномъ случаѣ получили бы, что $V_n = 0$.

При нагрузкѣ по́низу, на основаніи формулъ: (28), (29), (32) и (33), получимъ:

$$Max.V_n = Max_{(1)}V_n + Max_{(2)}V_n = -pd\frac{(m-2n-1)}{4} - \frac{kd}{4m}(m-n)(m-n-1) +$$

$$+pd\frac{(m-2n+1)}{4} + \frac{kd}{4m}(m-n)(m-n+1) = \frac{pd}{2} + \frac{kd}{2} - \frac{kdn}{2m} = \frac{(p+k)}{2}d - \frac{kdn}{2m};$$

$$Min.V_n = Min_{(1)}V_n + Min_{(2)}V_n = -pd\frac{(m-2n-1)}{4} + \frac{kd}{4m}(n+1)n +$$

$$+pd\frac{(m-2n+1)}{4} - kd\frac{(n-1).n}{4m} = \frac{pd}{2} + \frac{kdn}{2m}.$$

Что касается Max. усилія въ раскосахъ, то при обоихъ расположеніяхъ нагрузки, на основаніи (23), (24), (23') и (24'), получимъ:

$$Max.N_n Sin\alpha = pd\frac{(m-2n+1)}{4} + kd\frac{(m-n+1)(m-n)}{4m}$$

$$Min.N_n Sin\alpha = pd\frac{(m-2n+1)}{4} - kdn\frac{(n-1)}{4m}$$

$$Max.N'_n Sin\alpha = -pd\frac{(m-2n+1)}{4} - kd\frac{(m-n)(m-n+1)}{4m} \quad \ldots (A)$$

$$Min.N'_n Sin\alpha = -pd\frac{(m-2n+1)}{4} + kd\frac{(n-1)n}{4m}, \text{ т.е.}$$

$$Max.N_n = -Max.N'_n$$

$$Min.N_n = -Min.N'_n$$

Какъ общее заключеніе объ этой фермѣ, въ случаѣ справедливости сдѣланнаго предположенія о распредѣленіи нагрузки по́-ровну на обѣ системы, можно сказать:

1.) что въ каждой панели одинъ раскосъ сжатъ, а другой – вытянутъ;

2.) что наибольшія напряженія верхняго и нижняго поясовъ, а также и наибольшія напряженія раскосовъ въ одной и той же панели, соотв –

вытственно равны по величинѣ, но противоположны по знакамъ;

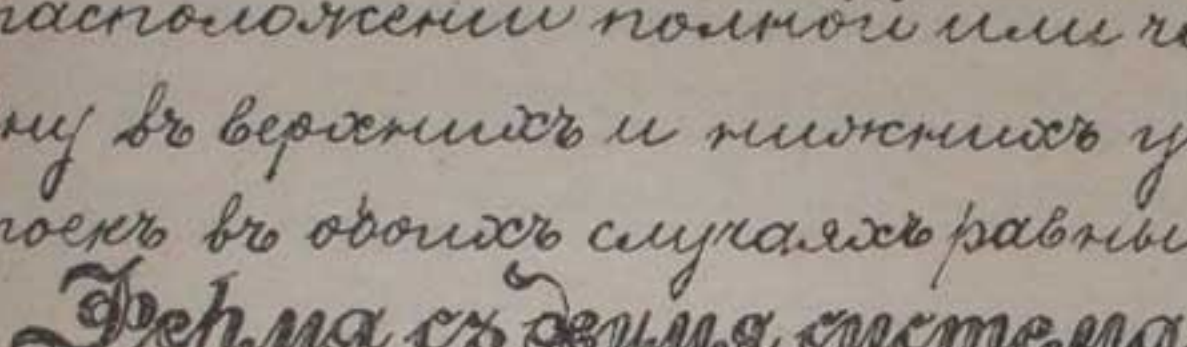
3.) что при расположеніи постоянной и подвижной нагрузокъ по верху или по низу (соотвѣтственно Max. напряженія раскосовъ) всѣ стойки въ одномъ случаѣ будутъ сжаты, а въ другомъ – вытянуты, причемъ напряженія всѣхъ стоекъ различны;

4.) при расположеніи постоянной и подвижной нагрузокъ вдоль всего пролета въ верхнихъ или нижнихъ узлахъ всѣ стойки сжаты или вытянуты постоянными усиліемъ, равнымъ полунагрузкѣ на панель (это напряженіе наибольшее для стоекъ);

5.) при расположеніи полной или частной нагрузки по́ровну въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ напряженія стоекъ въ обоихъ случаяхъ равны нулю.

И.) Ферма съ двумя системами взаимно пересѣкающихся раскосовъ.

Разбивая эту ферму на двѣ фермы съ раскосами безъ взаимнаго пересѣченія, опредѣляемъ усилія для каждой системы отдѣльно и затѣмъ суммируемъ соотвѣтственныя усилія въ поясахъ, оставляя



безъ измѣненія усилія раскосовъ, такъ какъ они работаютъ независимо въ каждой системѣ.

Положимъ, что нагрузка по́ровну распредѣлена на верхніе и нижніе узлы. Опредѣлимъ напряженіе поясовъ въ панели $(n-1)$, (n).

Такъ какъ эта панель встрѣчается въ двухъ систе-

махъ, то опредѣлимъ отдѣльно напряженія. Для первой системы (очерченной сплошной чертой), на основаніи (58°) и (51) имѣемъ:

$$(1)\quad O_{n+1} = O'^{a}_{n+1} = -U^{a}_{n+1}$$

$$(1)\quad O_{n+1} = -\frac{(p+\kappa)}{4h} d^2 n(2m-n).$$

Для второй системы (очерченной пунктиромъ) на основаніи (50), имѣемъ:

$$(2)\quad O_n = -\frac{(p+\kappa)}{4h} d^2 (n-1)(2m-n+1).$$

Слѣдовательно, искомое напряженіе панели:

$$[(n-1),n] = {}_{(1)}O_{n+1} + {}_{(2)}O_n = -\frac{(p+\kappa)}{4h} d^2 \{n(2m-n)+(n-1)(2m-n+1)\}$$

Сравнивая эту формулу съ формулой (A) въ составной раскосной фермѣ съ взаимнопересѣкающимися раскосами, мы замѣчаемъ полное тождество, замѣнивъ въ написанной здѣсь формулѣ $2m$ чрезъ m, въ виду того, что въ разсматриваемой фермѣ число m вдвое меньше, чѣмъ въ фермѣ типа (3).

Этого согласія и слѣдовало ожидать такъ какъ объ фермы, въ случаѣ нагрузки, расположенной поровну на верхнихъ и нижнихъ узлахъ, совершенно тождественны, въ виду того, что при такой нагрузкѣ въ фермѣ типа 3 всѣ $V = 0$.

То же согласіе формулъ подтверждается и для усилій раскосовъ. Напримѣръ въ фермѣ типа 1' Max. N'_n, на основаніи (52) равенъ:

$$\text{Max. } N'_n = -pd\frac{(2m-2n+1)}{4} - \frac{\kappa d}{4m}(2m-n+1)\frac{(2m-n)}{2},$$

что вполнѣ согласно съ формулой (II) для типа фермъ съ замѣной $2m$ чрезъ m

Если же нагрузка расположена въ однихъ верхнихъ или нижнихъ узлахъ, то, какъ показываютъ формулы типа (3), напряженія стоекъ уже нерав-

ны нулю и, слѣдовательно, не должно быть равенства въ напряженіяхъ поясовъ и раскосовъ объихъ фермъ.

Дѣйствительно, предполагая нагрузку сосредоточенною въ обоихъ верхнихъ узлахъ, имѣемъ:

$$(1)\ O_{n+1} = O'^{5}_{n+1};$$

но: $O'^{5}_{n+1} = -U^{5}_{n+1} = -\frac{(p+\kappa)d^2 n(2m-n)}{4h}$

Затѣмъ $(2)\ O_n$ въ данномъ случаѣ есть: O^{5}_{n}.

Слѣдовательно:

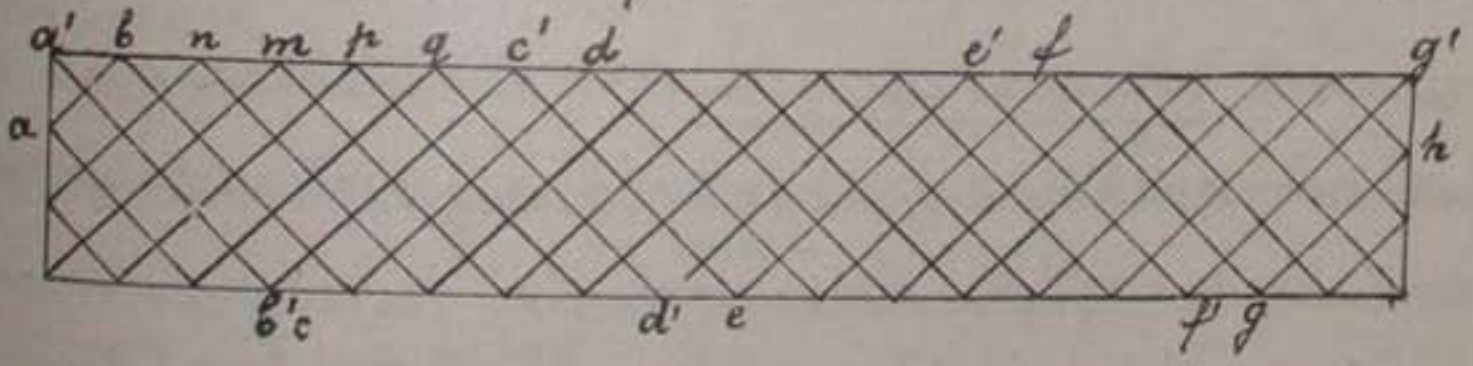
$$(2)\ O_n = -(p+\kappa)\frac{d^2}{2h}\left\{(n-1)(m-1) - \frac{(n-2)^2}{2}\right\}$$

Слѣдовательно искомое напряженіе:

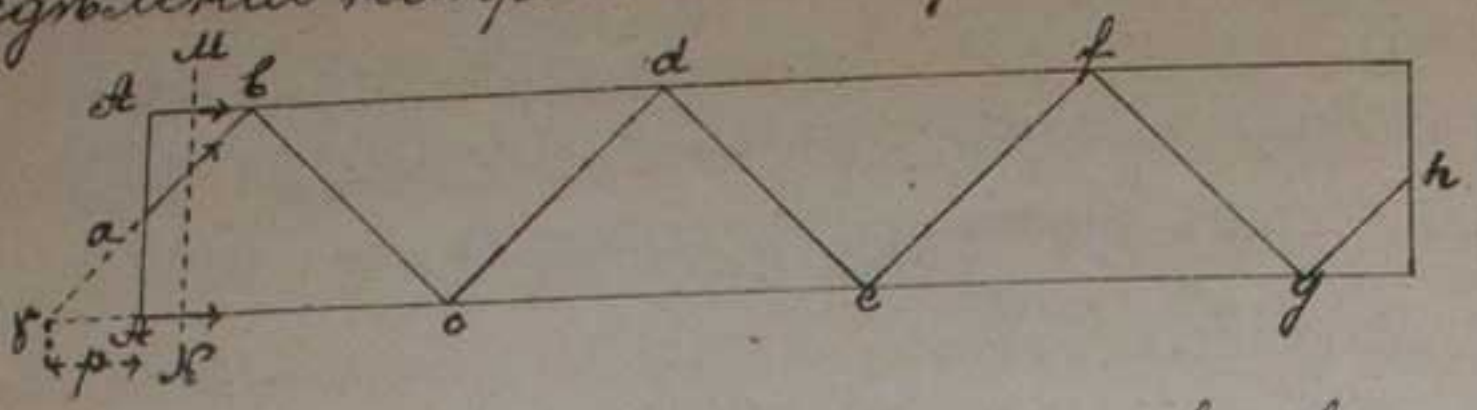
$$[(n-1),n] = (1)O_{n+1} + (2)O_n = -\frac{(p+\kappa)d^2}{4h}\left\{n(2m-n) + 2(n-1)(m-1) - (n-2)^2\right\}$$

между тѣмъ какъ въ фермѣ типа 3 выраженіе формулы (A) иное, сохраняющееся постояннымъ для всевозможныхъ расположеній нагрузокъ. Здѣсь обнаруживается вліяніе стоекъ, присутствіемъ которыхъ достигается одинаковость напряженія поясовъ при различномъ расположеніи нагрузки, что въ фермѣ [(11) безъ стоекъ] не имѣетъ мѣста.

К.) Если <u>ферма съ нѣсколькими пересѣченіями раскосовъ</u>, то пріемъ разсчета тотъ же, т.е. раздѣляютъ ферму на нѣсколько простыхъ системъ безъ взаимнаго пересѣченія раскосовъ, опредѣляютъ для каждой такой фермы напряженія и затѣмъ суммируютъ соотвѣтственныя напряженія для поясовъ, оставляя безъ измѣненія напряженія раскосовъ.



Такъ напримѣръ, въ простой фермѣ abcdefgh для опредѣленія напряженія первой панели верхняго пояса,



проводимъ сѣченіе MK и составляемъ моментъ относительно точки встрѣчи раскоса и нижняго пояса, т.е. относительно точки g. При этомъ, очевидно, слѣдуетъ знать разстояніе p отъ A до g; получимъ:

$$+O_1 . h - A \times p = 0; \quad O_1 = +A . \frac{p}{h},$$

причемъ O_1 – положительно, т.е. что первая панель въ верхнемъ поясѣ будетъ вытянута.

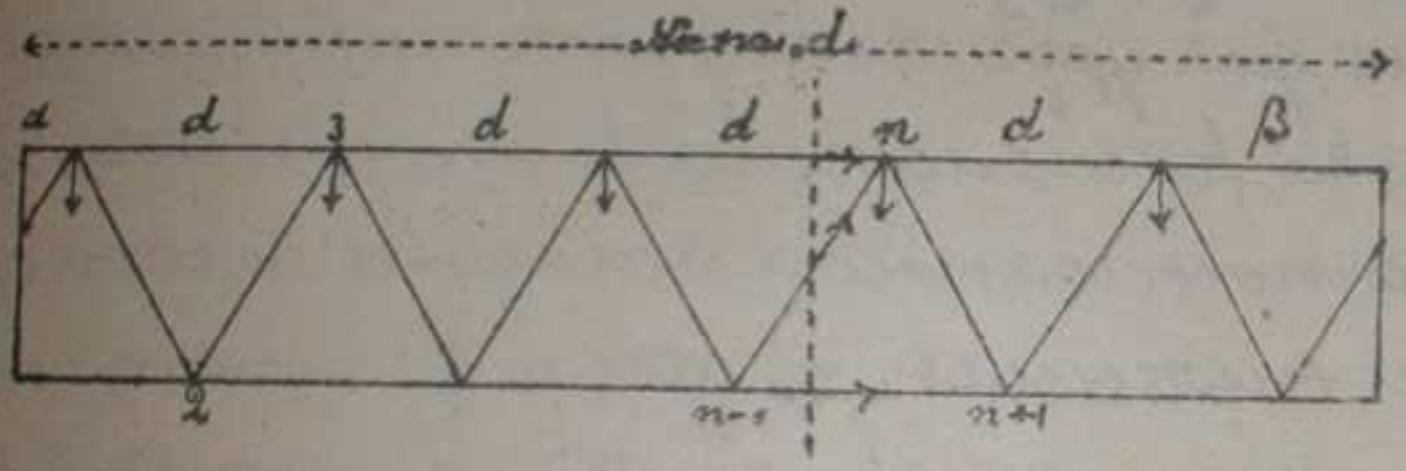
Такое, повидимому, отступленіе отъ общаго правила, что въ фермахъ, свободно-лежащихъ на опорахъ, верхній поясъ всегда сжатъ, объясняется тѣмъ, что принадлежащій этой панели раскосъ упирается въ опорную стойку. При сплошной равномѣрной нагрузкѣ, покрывающей весь пролетъ, точка раздѣла грузовъ будетъ гдѣ-нибудь около середины фермы и раскосъ ва будетъ <u>сжатымъ.</u> Отъ давленія этого раскоса на стойку образуются горизонтальныя составляющія, которыя передаются верхнему и нижнему концу опорной стойки, вслѣдствіе чего первыя панели верхняго и нижняго пояса будутъ вытянуты. Подобнымъ образомъ раскосъ dk вытянутъ, а слѣдовательно въ окончностяхъ второй опорной стойки проявляются горизонтальныя силы, дѣйствующія

справа на-лѣво, т.е. панель дВ будетъ сжата, что можно подтвердить, составивъ выраженія моментовъ

Легко видѣть, что первая панель слѣдующихъ простыхъ системъ, т.е. $a'n =$ была бы также положительно; $a'm = 0$, $a'p$, $a'q$ и $a'c$ - были бы отрицательны. Слѣдовательно, при совокупномъ дѣйствіи всѣхъ системъ

$$(a'b) = +a'b + a'n + 0 - a'p - a'q - a'c.$$

Выведемъ <u>общія формулы для опредѣленія напряженій поясовъ и раскосовъ въ случаѣ нагрузки одними верхнихъ узловъ</u>. Пусть величина крайнихъ панелей α и β, причемъ $\alpha + \beta = d$ и положимъ, что



нагрузка сосредоточена въ однихъ верхнихъ узлахъ, т.е. что къ каждому узлу приложенъ грузъ $(p+k)d$. Тогда сопротивленіе лѣвой опоры будетъ:

$$A = \frac{(p+k)d\{\beta + (\beta+d) + (\beta+2d) + \ldots + [\beta+(m-1)]d\}}{md} =$$

$$= \frac{(p+k)}{m}\left\{m\beta + d\,\frac{m(m-1)}{2}\right\} = (p+k)\left[\beta + d\,\frac{(m-1)}{2}\right].$$

Для опредѣленія O_n составляемъ моменты около $(n-1)$; получимъ:

$$A\left[\alpha + (n-2)\frac{d}{2}\right] - (p+k)d\left\{\frac{d}{2} + 3\frac{d}{2} + 5\frac{d}{2} + \ldots + (n-2)\frac{d}{2}\right\} + O_n h = 0;$$

$$O_n = \frac{(p+k)\left(\beta + d\,\frac{(m-1)}{2}\right)\left[\alpha + (n-2)\frac{d}{2}\right] - (p+k)\frac{d^2}{2}\frac{(n-1)^2}{4}}{h}$$

Для опредѣленія U_{n-1} имѣемъ:

$$A\left[\alpha + (n-1)\frac{d}{2}\right] - (p+k)d\left\{d + 2d + 3d + \ldots + \frac{(n-1)}{2}\cdot d\right\} - U_{n-1} h = 0;$$

Листъ 7. Ст III Лит. Маркова, Невскій №34.

Профессоръ

$$U_{n-1}=(p+\kappa)\left[\beta+\alpha\frac{(m-1)}{2}\right]\left[\alpha+(n-1)\frac{\alpha}{2}\right]-(p+\kappa)\alpha^2\frac{(n+1)}{2}\frac{(n-1)}{4}.$$

Для опредѣленія N_n имѣемъ:

$$-A+(p+\kappa)\alpha\frac{(n-1)}{2}-N_n\sin\alpha=0;$$

$$N_n\sin\alpha=-(p+\kappa)\left[\beta+\alpha\frac{(m-1)}{2}\right]+(p+\kappa)\alpha\frac{(n-1)}{2}=-\frac{(p+\kappa)}{2}\left\{2\beta+\alpha(m-n)\right\}.$$

или

$$N_n\sin\alpha=-p\left[\beta+\alpha\frac{(m-1)}{2}\right]-\kappa\left[\beta+\alpha\frac{(m-1)}{2}\right]+p\alpha\frac{(n-1)}{2}+\kappa\alpha\frac{(n-1)}{2}.$$

Слѣдовательно:

$$\text{Maxim}\,N_n\sin\alpha=-\frac{p}{2}\left[2\beta+\alpha(m-n)\right]-\frac{\kappa\alpha}{\alpha m}\left\{\beta+(\beta+\alpha)+(\beta+2\alpha)+\ldots+\right.$$

$$\left.+\left[\beta+\left\{m-\frac{(n+1)}{2}\right\}\alpha\right]\right\}=-\frac{p}{2}\left[2\beta+\alpha(m-n)\right]-\frac{\kappa}{m}\left\{\beta\left[m-\frac{(n-1)}{2}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{\alpha}{2}\left[m-\frac{(n-1)}{2}\right]\left[m-\frac{(n+1)}{2}\right]\right\}=-\frac{p}{2}\left[2\beta+\alpha(m-n)\right]-\frac{\kappa}{m}\left\{\beta\left(m-\frac{n}{2}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{2}\right)+\frac{\alpha}{2}\left(m-\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right)\left(m-\frac{n}{2}-\frac{1}{2}\right)\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\quad(\mathcal{I})$$

Выводъ формулъ для другихъ случаевъ, напримѣръ, когда вся нагрузка расположена въ нижнихъ узлахъ, или когда постоянная нагрузка расположена въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ, а временная или въ верхнихъ, или въ нижнихъ – понятенъ изъ предыдущаго.

Полагая, что большая панель состоитъ, напримѣръ изъ шести малыхъ панелей, т. е. что ферма съ пятью пересѣченіями раскосовъ, то для полученія напряженій въ каждой отдѣльной системѣ слѣдуетъ въ выведенныхъ формулахъ вмѣсто β брать $\frac{\alpha}{6}$, $\frac{2\alpha}{6}$, и т.д.

Замѣтимъ здѣсь, что выведенная формула $(\mathcal{I})$ вполнѣ тождественна съ выраженіемъ, получаемымъ по способу непосредственнаго разложенія. При изложеніи способа непосредственнаго разложенія, который приведенъ ниже, будетъ доказано, что напряженіе раскоса, соотвѣтствующаго на данномъ чертежѣ раскосу $[(n-1),n]$ выражается такъ:

$$[(n-1),n]=\frac{1}{2\kappa\alpha\cos\gamma}\left[p'Q+k'(Q+2S)\right],$$

гдѣ: $$C = \mathcal{N}^2 - 2\mathcal{N}n' + \mathcal{N}d \; ; \; S = n'^2 - n'd + \alpha\beta.$$

Припомнимъ, что въ послѣдней формулѣ n' выражаетъ разстояніе $n^{\text{го}}$ узла отъ лѣвой опоры, что въ нашемъ случаѣ выражается чрезъ:

$$\frac{(n-1)}{2}d + \alpha.$$

Слѣдовательно $n' = \frac{(n-1)}{2}d + \alpha$; откуда $n = \frac{2n'}{d} + 1 - \frac{2\alpha}{d}$; кромѣ того въ формулѣ, выведенной по способу непосредственнаго разложенія, p' и k' выражаютъ постоянную и подвижную нагрузку на длину панели, что въ нашемъ случаѣ означено чрезъ pd и kd. Слѣдовательно:

$$p = \frac{p'}{d} \; ; \quad k = \frac{k'}{d}.$$

Затѣмъ $\alpha = 90^\circ - \gamma$; поэтому $\sin\alpha = \cos\gamma$. Вставляя эти значенія въ формулу (B) и замѣчая, что $\mathcal{N} = md$; $\alpha + \beta = d$, получимъ:

$$\text{Maxim.}\,\mathcal{N}_n = -\frac{p'}{2d\cos\gamma}\left[2\beta + md - 2n' - d + 2\alpha\right] - \frac{k'}{md\cos\gamma}\left\{\beta\left(m - \frac{n'}{d} + \frac{\alpha}{d}\right) + \frac{d}{2}\left(m - \frac{n'}{d} + \frac{\alpha}{d}\right)\left(m - \frac{n'}{d} + \frac{\alpha}{d} - 1\right)\right\} =$$

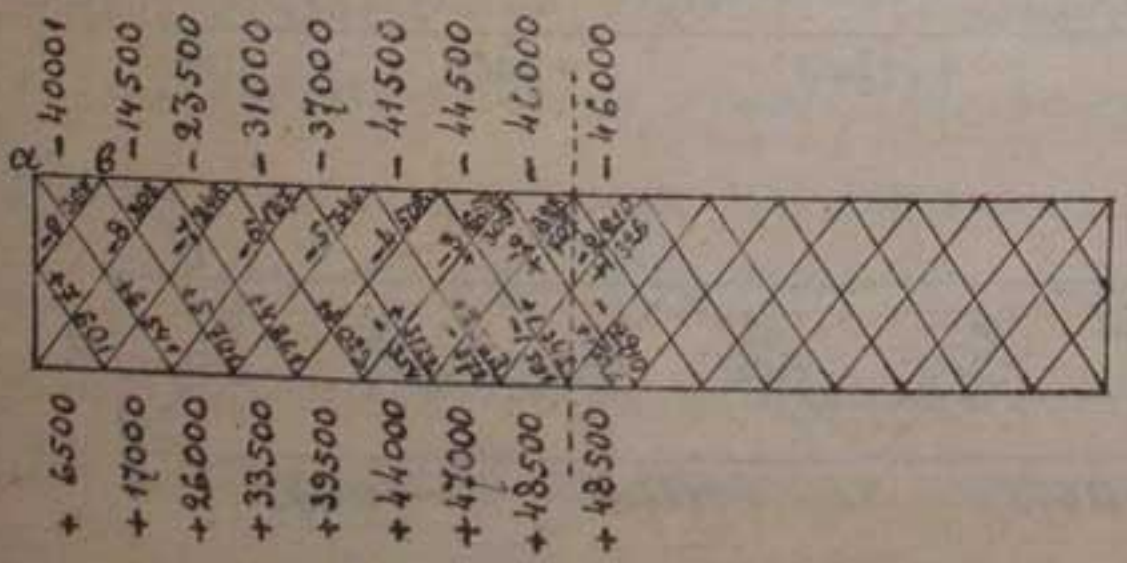
$$= -\frac{p'}{2d\cos\gamma}\left[\mathcal{N} - 2n' + d\right] - \frac{k'}{\mathcal{N}d\cos\gamma}\left\{\beta(md - n' + \alpha) + \frac{1}{2}(md - n' + \alpha)(md - n' - \beta)\right\} =$$

$$= -\frac{p'}{2d\cos\gamma}\left[\mathcal{N} - 2n' + d\right] - \frac{k'}{2\mathcal{N}d\cos\gamma}\left\{2\beta\mathcal{N} - 2\beta n' + 2\alpha\beta + \mathcal{N}^2 - 2\mathcal{N}n' + \alpha\mathcal{N} + n'^2 - \alpha n' - \mathcal{N}\beta + n'\beta - \alpha\beta\right\} =$$

$$= -\frac{p'}{2d\cos\gamma}\left[\mathcal{N} - 2n' + d\right] - \frac{k'}{2\mathcal{N}d\cos\gamma}\left\{\mathcal{N}^2 - 2\mathcal{N}n' + \mathcal{N}d + n'^2 - nd + \alpha\beta\right\} =$$

$$= -\frac{p'}{2d\mathcal{N}\cos\gamma}\left[\mathcal{N}^2 - 2\mathcal{N}n' + \mathcal{N}d\right] - \frac{k'}{2d\mathcal{N}\cos\gamma}\left\{\mathcal{N}^2 - 2\mathcal{N}n' + \mathcal{N}d + n'^2 - nd + \alpha\beta\right\}.$$

Возьмемъ <u>численный примѣръ</u>. Ферма имѣетъ 16 малыхъ панелей; большая панель состоитъ изъ четырехъ малыхъ. Длина малой панели = 1; высота фермы = 2.



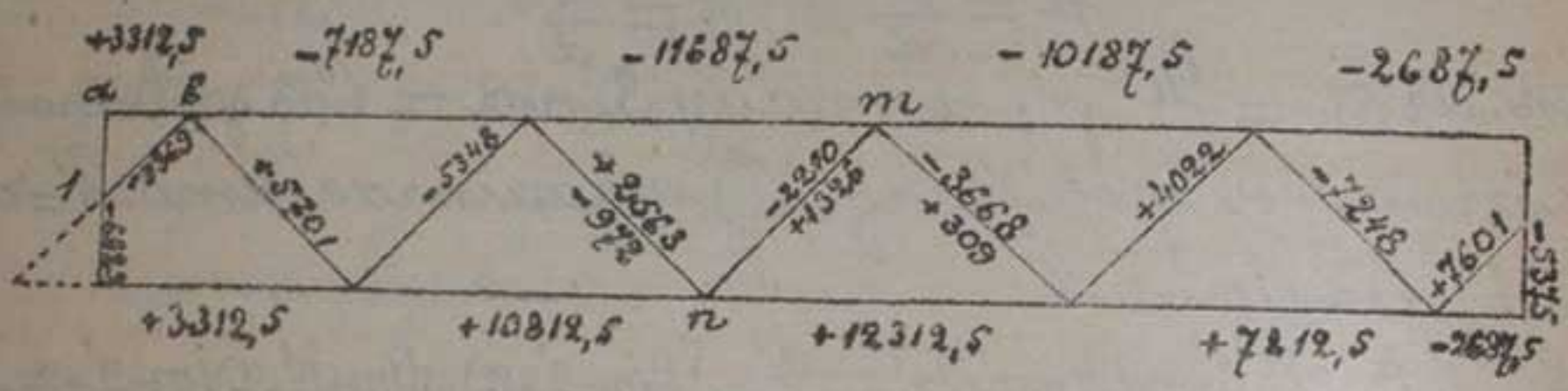
Пусть каждый верхній и нижній узелъ напряженъ

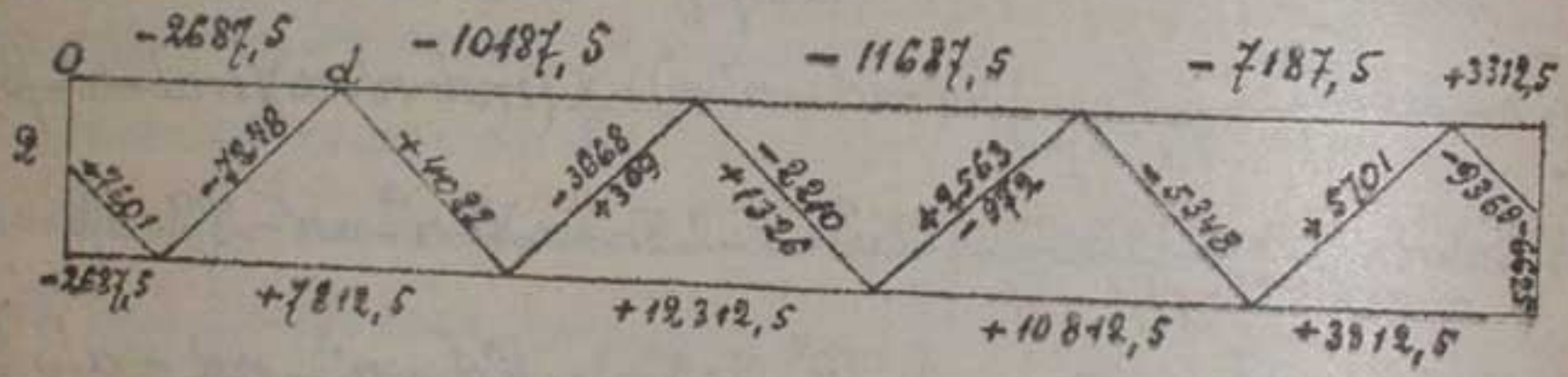
постоянным грузом въ 250 килограммовъ, а верхніе, сверхъ того, подвижнымъ грузомъ въ 2500 килограммовъ. Для опредѣленія напряженій можно бы вывести общія формулы; но мы имѣли этотъ примѣръ непосредственно. Разобьемъ фермы на четыре отдѣльныя и опредѣлимъ, напримѣръ, напряженіе первой панели верхняго пояса во всѣхъ четырехъ отдѣльныхъ системахъ.

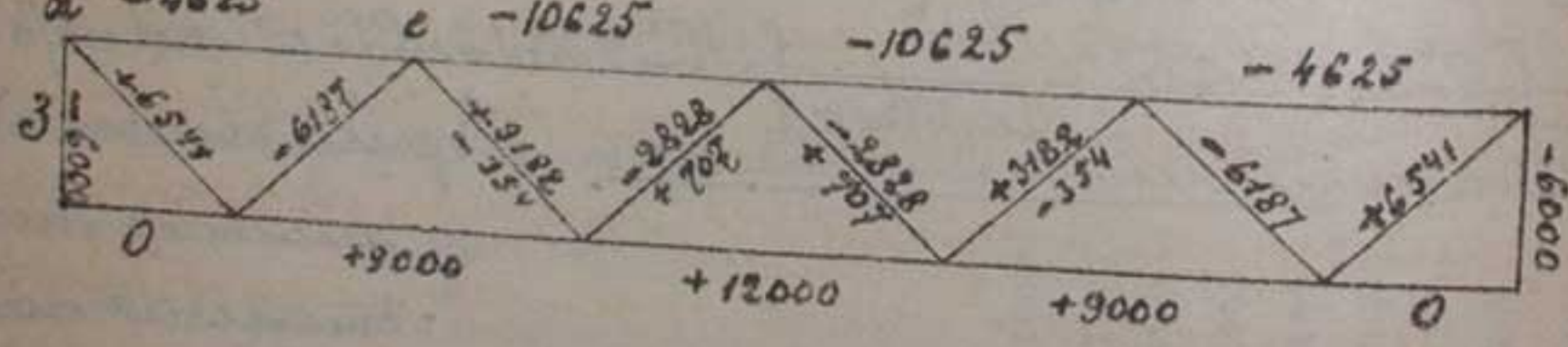
Для первой:

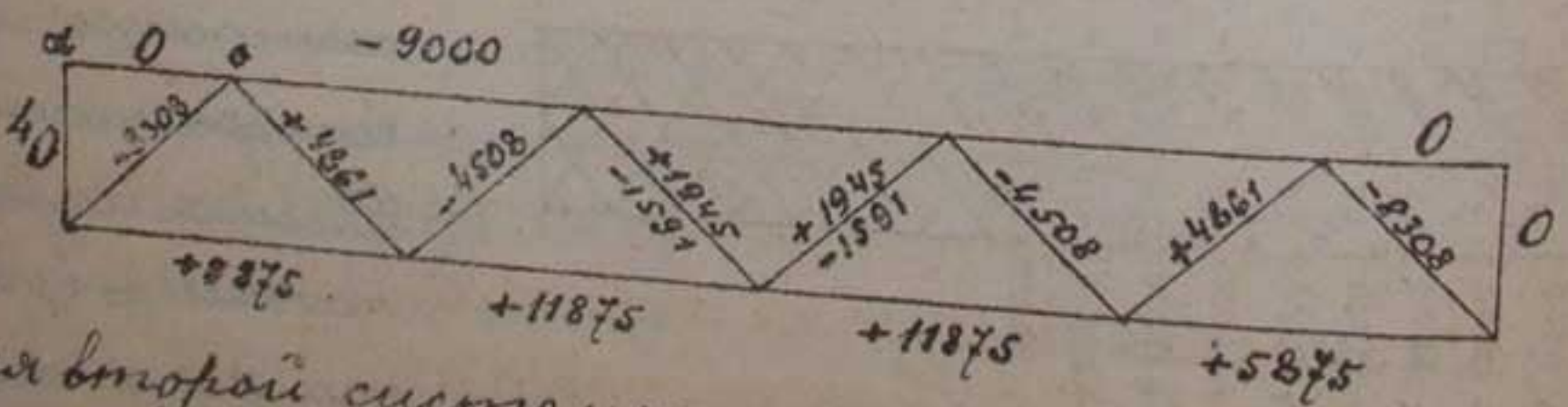
$$A = \frac{250\{1+3+5+7+9+11+13+15\}}{16} + \frac{2500\{3+7+11+15\}}{16} = 6625$$

$$-A.1 + O_6.2 = 0; \quad O_6 = \frac{A}{2} = +3312,5.$$









Для второй системы:

$$A = \frac{250\{1+3+5+7+9+11+13+15\}}{16} + \frac{2500\{1+5+9+13\}}{16} = 5375;$$

$$+A.1+O_1.2=0;\quad O_1=-2687,5.$$

Для третьей системы:

$$A=250\cdot3,5+2,500\cdot1,5=4625;$$

$$+A.2+O_c\cdot2=0;\quad O_c=-4625.$$

Для четвертой системы $O_c=0$. Следовательно, при совокупном действии всех систем:

$$ab=+3312,5-2687,5-4625=-4000 \text{ и т.д.}$$

Для получения напряжения раскоса mn в первой системе имеем:

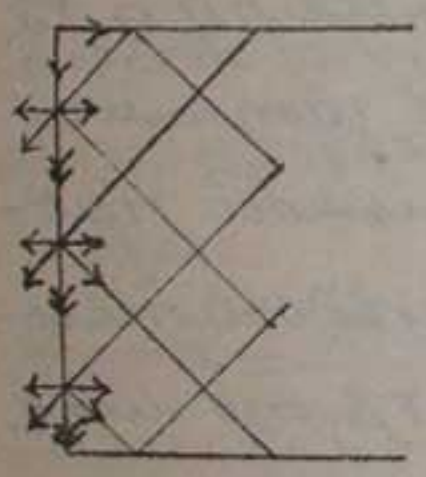
$$-250\cdot4-2500\cdot\frac{9}{4}+4\cdot250+2\cdot2500-nm\sin\alpha=0$$

$$Max.nm\sin\alpha=-250\cdot4+4250-\frac{9500}{16}\left\{\begin{matrix}3\\7\end{matrix}\right\}=-1562,5;\ Max.nm=-\frac{1562,5}{\sin45^\circ}=-2210.$$

$$Min.nm\sin\alpha=-250\cdot4+4250-2500\left\{\frac{11+15}{16}\right\}+2.2500=+937,5;\ Min.nm=+\frac{937,5}{\sin45^\circ}=+1326.$$

Подобным образом найдены и остальные напряжения, выписанные на чертеже.

Что касается <u>напряжения опорной стойки</u> то оно определится следующим образом:



Разложив напряжения раскосов, сходящихся на опорной стойке, на горизонтальные и вертикальные составляющие, мы получим стойку подвергнутую: 1.) различным сжимающим усилиям, приложенным на различных высотах и 2.) различным изгибающим силам, приложенным в тех же точках и, следовательно, поперечное сечение стойки должно быть рассчитано по формуле:

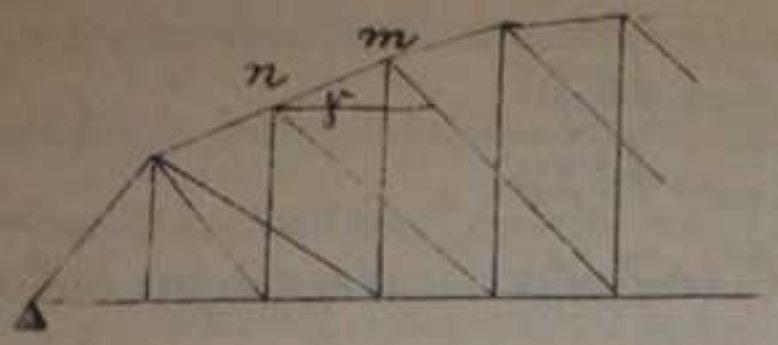
$$R=\frac{P}{\omega}+\sum P_x\cdot\frac{z}{J},$$

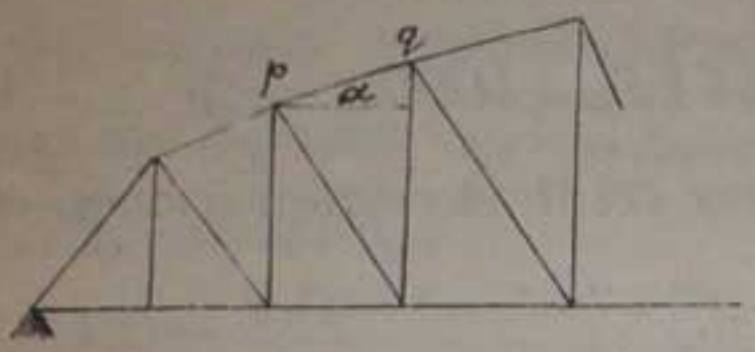
выражающей сложное напряжение от сжатия и изгиба.

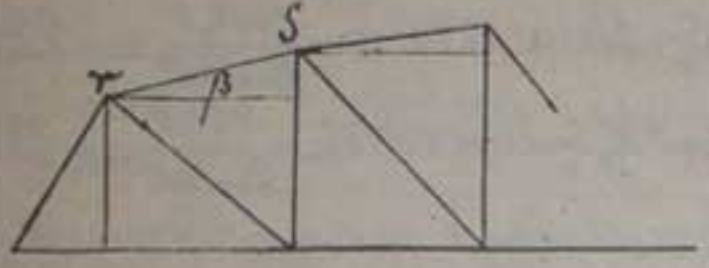
Л.) Составная раскосная ферма с криволинейными поясами.

Данная ферма разбивается на простые фермы

и далѣе поступаютъ согласно предыдущему. Здѣсь







слѣдуетъ только обратить вниманіе, что части криволинейнаго пояса просѣкъ фермъ при наложеніи взаимно не накрываются. Такъ, напримѣръ, усиліе панели верхняго пояса пт должно получиться суммированіемъ усилій въ третьей панели pq - первой простой фермы и во второй панели rs - второй простой фермы. Но очевидно, что углы, составленные пт, pq и rs съ горизонталью - различны. Поэтому нельзя прямо суммировать усилія pq и rs, а необходимо проектировать сначала усилія pq и rs напримѣръ, на горизонтальную линію, затѣмъ суммировать и потомъ отъ горизонтальной проекціи перейти на направленіе пт. Слѣдовательно, если O_1' и O_2'' усилія въ панеляхъ pq и rs, то искомое усиліе въ панели пт, т.е. O_3, будетъ:

$$O_3 = \frac{(O_1' \cos\alpha + O_2'' \cos\beta)}{\cos\gamma}.$$

Вставка къ №. 86.

Если оба пояса криволинейные и симметрично расположены относительно линіи, проходящей чрезъ опоры, то точки встрѣчи верхняго и нижняго пояса одной и той же панели будутъ расположены на этой прямой линіи.

Принявъ обыденвѣстный пріемъ, найдемъ, что для фермъ съ нисходящими раскосами:

$$O_n = -\frac{(p+\kappa)\,d^2\,n\,(m-n)}{2\,h_n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (a);$$

$$U_n = +\frac{(p+\kappa)\,d^2\,(n-1)(m-n+1)}{2\,h_{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (b),$$

Для фермъ съ восходящими раскосами:

$$O_n = -\frac{(p+\kappa)\,d^2\,(n-1)(m-n+1)}{2\,h_{n-1}} \quad \ldots\ldots \quad (c);$$

$$U_n = \frac{(p+\kappa)\,d^2\,n\,(m-n)}{2\,h_n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (z).$$

Для опредѣленія напряженія N_n замѣчаемъ, что по. чо момента относительно O будетъ:

$$\{x_n + (n-1+\alpha)\,d\}\,\mathrm{Sin}\,\alpha.$$

если αd – разстояніе точки встрѣчи раскоса и линіи, проходящей чрезъ опоры отъ смежной стойки $n-1$, причемъ значеніе αd найдется изъ:

$$\frac{\alpha d}{d-\alpha d} = \frac{h_{n-1}}{h_n}$$

Слѣдовательно:

$$-A.x_n + (p+\kappa)\,d\{(x_n+d)+(x_n+2d)+\ldots\ldots+[x_n+(n-1)d]\} + N_n\{x_n+(n-1+\alpha)\,d\}\,\mathrm{Sin}\,\alpha = 0,$$

откуда:

$$N_n\,\mathrm{Sin}\,\alpha = \frac{A.x_n - (p+\kappa)\,d\{(n-1)x_n + dn\,\frac{(n-1)}{2}\}}{x_n(n-1+\alpha)\,d} \quad \ldots\ldots \quad (d)$$

$\mathrm{Max.}\,N_n\,\mathrm{Sin}\,\alpha$ и $\mathrm{Min.}\,N_n\,\mathrm{Sin}\,\alpha$ находятся на основаніи образцовъ, изложенныхъ выше. А именно:

$$\mathrm{Max.}\,N_n\,\mathrm{Sin}\,x = \frac{\frac{pd}{2}\{(m-2n+1)x_n - dn(n-1)\} + \frac{\kappa d}{2n}(m-n+1)(m-n)\,x_n}{x_n+(n-1+\alpha)\,d}$$

$$\mathrm{Min.}\,N_n\,\mathrm{Sin}\,x = \frac{\frac{pd}{2}\{(m-2n+1)x_n - dn(n-1)\} - \frac{\kappa d}{2n}(n-1)\,n\,(x_n+nd)}{x_n+(n-1+\alpha)\,d}.$$

Эти формулы могутъ быть написаны въ болѣе простомъ видѣ въ функціи высоты стоекъ.

Замѣтимъ, что:

$$\frac{h_{n-1}}{h_n} = \frac{x_n+(n-1)d}{x_n+nd}$$

откуда:

$$\frac{h_n - h_{n-1}}{h_{n-1}} = \frac{d}{x_n + (n-1)d} ;$$

или:

$$\frac{x_n + (n-1)d}{d} = \frac{h_{n-1}}{h_n - h_{n-1}} ,$$

Затем:

$$\frac{x_n + (n-2)d}{d} = \frac{2h_{n-1} - h_n}{h_n - h_{n-1}} ,$$

$$\frac{x_n + (n-3)d}{d} = \frac{3h_{n-1} - 2h_n}{h_n - h_{n-1}} ,$$

. . . . . .

. . . . . .

$$\frac{x_n}{d} = \frac{nh_{n-1} - (n-1)h_n}{h_n - h_{n-1}} ;$$

откуда:

$$x_n = \frac{d(nh_{n-1} - (n-1)h_n)}{h_n - h_{n-1}} .$$

Кроме того: $\frac{\alpha d}{(1-\alpha)d} = \frac{h_{n-1}}{h_n}$

Следовательно:

$$\frac{h_n + h_{n-1}}{h_n} = \frac{d}{(1-\alpha)d} .$$

Затем:

$$\frac{d - (1-\alpha)d}{d} = \frac{h_{n-1}}{h_n + h_{n-1}} ,$$

$$\frac{2d - (1-\alpha)d}{d} = \frac{2h_{n-1} - h_n}{h_n + h_{n-1}} ,$$

. . . . . .

. . . . . .

$$\frac{nd - (1-\alpha)d}{d} = \frac{nh_{n-1} + (n-1)h_n}{h_n + h_{n-1}} ;$$

откуда:

$$(n-1+\alpha)d = \frac{d[nh_{n-1} + (n-1)h_n]}{h_n + h_{n-1}}$$

Следовательно:

$$x_n + (n-1+\alpha)d = d\left[\frac{nh_{n-1} - (n-1)h_n}{h_n - h_{n-1}} + \frac{(n-1)h_n + nh_{n-1}}{h_n + h_{n-1}}\right] = \frac{d\,2h_n h_{n-1}}{(h_n - h_{n-1})(h_n + h_{n-1})} .$$

Поэтому:

$$\frac{x_n}{x_n + (n-1+\alpha)d} = \frac{[nh_{n-1} - (n-1)h_n][h_n + h_{n-1}]}{2h_n h_{n-1}} = \frac{h_n + h_{n-1}}{2}\left[\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right] .$$

Следовательно: $\text{Max} \sum_n \sin\alpha = \frac{pd}{2}\left\{(m-2n+1)\left(\frac{h_n + h_{n-1}}{2}\right)\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right) - \frac{dn(n-1)(h_n - h_{n-1})(h_n + h_{n-1})}{2d\,h_n h_{n-1}}\right\} + \frac{pd}{2m}(m-n+1)(m-n)\frac{(h_n + h_{n-1})}{2}\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right) =$

$$= \frac{pd}{2}\left\{\frac{n}{h_n}(m-n) - \frac{n-1}{h_{n-1}}(m-n+1)\right\}\frac{h_n + h_{n-1}}{2} + \frac{pd}{2m}(m-n+1)(m-n)\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right)\frac{h_n + h_{n-1}}{2} .$$

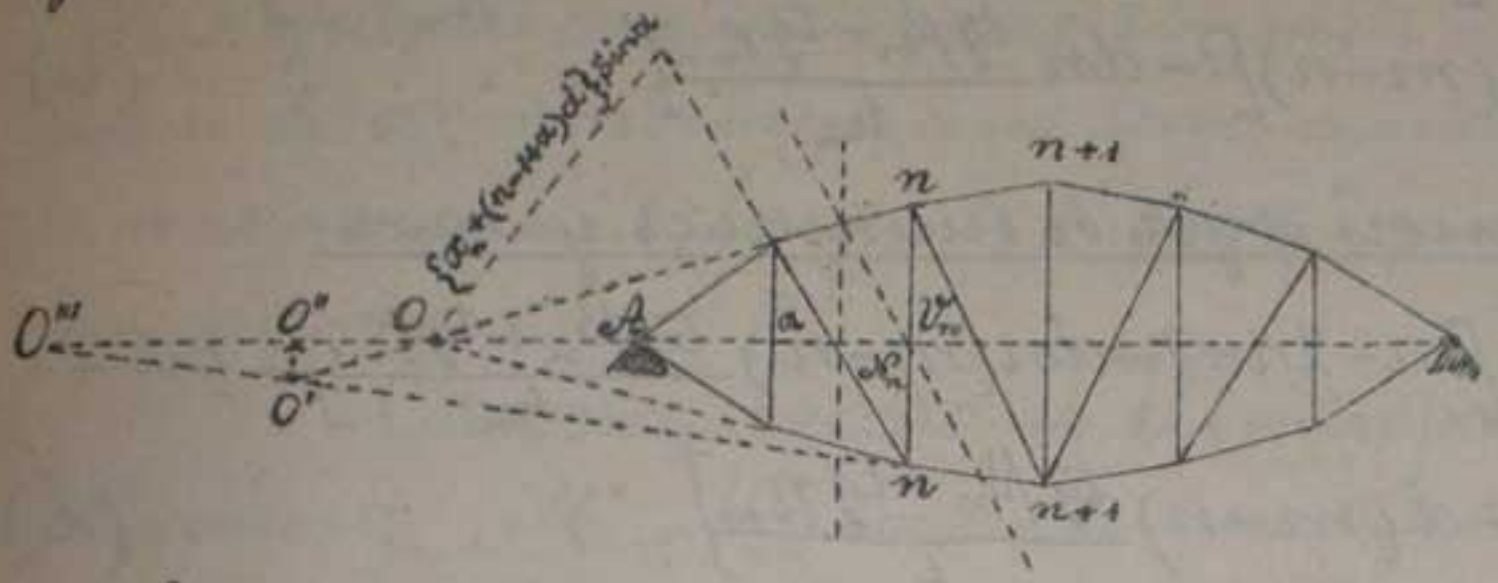
Но $\frac{h_n}{2\sin\alpha} + \frac{h_{n-1}}{2\sin\alpha} = S_n$ длина раскоса. Слѣдовательно:

$$Max\,N_n = \frac{pd}{2}\left\{\frac{n}{h_n}(m-n) - \frac{(n-1)}{h_{n-1}}(m-n+1)\right\}S_n' + \frac{\varkappa d}{2m}(m-n+1)(m-n)\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right)S_n'' \ldots (c)$$

Подобнымъ образомъ найдемъ:

$$Min\,N_n = \frac{pd}{2}\left\{\frac{n}{h_n}(m-n) - \frac{(n-1)}{h_{n-1}}(m-n+1)\right\}S_n' - \frac{\varkappa d}{2m}n(n-1)\left[\frac{m+n+1}{h_{n-1}} - \frac{m-n}{h_n}\right]S_n'' \ldots (\text{ж})$$

Для опредѣленія напряженія V_n слѣдуетъ найти точку пересѣченія панелей $n^{\text{го}}$ верхней и $n+1^{\text{го}}$ нижней, т.е. O', которая, очевидно, не совпадетъ съ точкою O — точки встрѣчи $n^{\text{ой}}$ верхней и $n^{\text{ой}}$ нижней панели, опредѣленной для разсчета величины N_n.



Что касается опредѣленія точки O' или O'', то онѣ найдутся слѣдующимъ образомъ. Величина AO найдется изъ:

$$(AO + nd)\,tang\,\beta_n = \frac{h_n}{2}.$$

Подобнымъ образомъ AO''' найдется изъ:

$$\frac{h_{n+1}}{2} = [AO''' + (n+1)d]\,tang\,\gamma_{n+1}''.$$

Слѣдовательно, OO''' будетъ извѣстно; затѣмъ, назвавъ OO'' чрезъ y, имѣемъ:

$$O'O'' = y\,tang\,\beta_n = (OO''' - y)\,tg\,\gamma_{n+1}'',$$

откуда найдется $y = OO''$ а слѣдовательно будетъ извѣстно и $AO'' = AO + OO''$. Означивъ AO'' чрезъ x_n', составимъ моменты относительно точки O'':

$$-A.x_n' + (p+k)\{(x_n'+d) + (x_n'+2d) + \ldots + [x_n' + (n-1)d]\} - V_n\{x_n' + nd\} = 0,$$

откуда опредѣлимъ извѣстнымъ образомъ V_n, $Max\,V_n$ и $Min.\,V_n$.

Подобно предыдущему найдемъ

подвижной грузъ въ верхнихъ узлахъ:

$$Max.\,V_n = -\frac{pd}{2}\left[m-2n+1-dn(m-n)\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]+pd+$$
$$\frac{kd}{2}\frac{n(n-1)}{m}(m-n)\left[1+dn\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3);$$

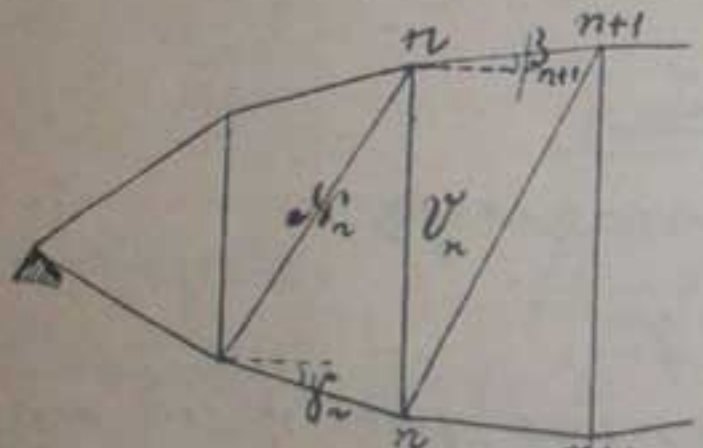
$$Min\,V_n = -\frac{pd}{2}\left[m-2n+1-dn(m-n)\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]+pd-$$
$$-\frac{kd}{2}\frac{m-n+1}{m}(m-n)\left[1-dn\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (u)$$

подвижной грузъ въ нижнихъ узлахъ:

$$Max.\,V_n = -\frac{pd}{2}\left[m-2n+1-dn(m-n)\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]+pd+$$
$$+\frac{kd}{2}\frac{n(n+1)}{m}\left[1+d(m-n)\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (i)$$

$$Min.\,V_n = -\frac{pd}{2}\left[m-2n+1-dn(m-n)\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]+pd-$$
$$-\frac{kd}{2}\frac{(m-n)}{m}(m-n-1)\left[1-dn\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (k)$$

Если бы ферма была съ восходящими раскосами,



то:

$$Max.\,S_n = -\frac{pd}{2}\left[\frac{n}{h_n}(m-n)-\frac{n-1}{h_{n-1}}(m-n+1)\right]\delta_n+$$
$$+\frac{kd}{2}\frac{n(n-1)}{m}\left(\frac{m-n+1}{h_{n-1}}-\frac{m-n}{h_n}\right)\delta_n \quad . \quad . \quad (л)$$

$$Min\,S_n = -\frac{pd}{2}\left[\frac{n}{h_n}(m-n)-\frac{n-1}{h_{n-1}}(m-n+1)\right]\delta_n-$$
$$-\frac{kd}{2}\frac{m-n+1}{m}(m-n)\left(\frac{n}{h_n}-\frac{n-1}{h_{n-1}}\right)\delta_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (м);$$

подвижная нагрузка въ верхнихъ узлахъ:

$$Max\,V_n = \frac{pd}{2}\left[m-2n-1-dn(m-n)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]+pd+\frac{kd}{2m}(m-n)(m-$$
$$-n-1)\left[1-dn\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (н);$$

$$Min.\,V_n = \frac{pd}{2}\left[m-2n-1-dn(m-n)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]+pd-$$
$$-\frac{kd}{2m}n(n+1)\left[1+d(m-n)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (о)$$

подвижная нагрузка въ нижнихъ узлахъ:

$$Max.\ V_n = \frac{pd}{2}\left[m-2n-1-dn(m-n)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]+pd+$$

$$+\frac{xd}{2m}(m-n+1)(m-n)\left[1-dn\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ (n)$$

$$Min.\ V_n = \frac{pd}{2}\left[m-2n-1-dn(m-n)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]+pd-$$

$$-\frac{xd}{2m}n(n-1)\left[1+d(m-n)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ (p)$$

Для средней стойки точка встрѣчи панелей можетъ быть въ ∞, слѣдовательно здѣсь остается примѣнимъ тотъ же пріемъ, какъ и въ случаѣ фермъ съ параллельными поясами. [*]

Способъ Лесселя и Шюблера.

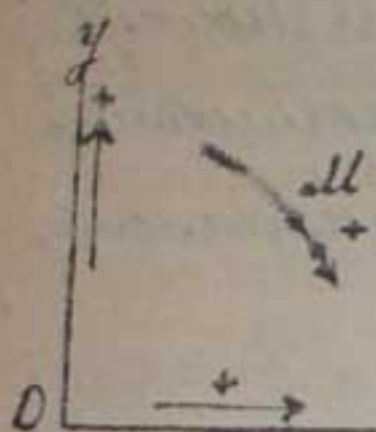
Пусть M'_{n-1}, M'_n, M'_{n+1} – величины моментовъ внѣшнихъ силъ относительно узловыхъ точекъ: $n-1$, n, $n+1$, полагая, что моменты отнесены къ одной изъ главныхъ фермъ. Далѣе X'_{n-1}, X'_n, X'_{n+1} – отнесенныя къ одной изъ главныхъ перерѣзывающія усилія въ панеляхъ непосредственно влѣво отъ узловыхъ точекъ: $n-1$, n, $n+1$... O_n, O_{n+1} – усилія верхняго пояса въ панеляхъ влѣво отъ $n^{го}$ и $(n+1)^{го}$ узла; β_n, β_{n+1} – собственные острые углы, положит. или отрицат., составляемые поясомъ съ горизонтальной линіей положит. направленія, т.е. направленной слѣва направо. U_n, U_{n+1} и γ_n, γ_{n+1} – тѣ же обозначенія, но относимыя къ нижнему поясу; $\mathfrak{B}_n$, $\mathfrak{B}_{n+1}$ Φ_n, Φ_{n+1} – то же относительно раскосовъ; H_n, H_{n+1} ... – разстояніе между центрами тяжести верхняго и нижняго поясовъ въ узловыхъ точкахъ: n, $n+1$... Условимся обозначать зна-

---

[*] О примѣненіи способа статическихъ моментовъ къ опредѣленію усилій въ фермахъ статически неопредѣлимыхъ въ отношеніи опорныхъ сопротивленій и усилій въ частяхъ фермы см. ниже послѣ изложенія способа Лесселя и Шюблера.

комъ (+) горизонтальныя усилія, направленныя слѣва на право и вертикальныя - снизу вверхъ, а знакомъ (−) обратныя направленія. Равными образомъ положительными моментами въ лѣвой отсѣченной части фермы будемъ называть моменты, вращающіе по направленію часовой стрѣлки и обратно.

При выводѣ формулъ будемъ предполагать, что неподвижная и подвижная нагрузка - силы вертикальныя и что онѣ сосредоточены въ узлахъ, и что узловыя соединенія фермы шарнирныя. При такихъ предположеніяхъ усилія въ ребрахъ фермы, т.е. поясахъ и раскосахъ будутъ, очевидно, величины постоянныя между двумя смежными узловыми точками.



Разсмотримъ слѣдующія фермы:

1.) Ферма безъ взаимнаго пересѣченія раскосовъ.

Разсѣкая мысленно данную ферму на двѣ части и прилагая къ ея разсѣченнымъ ребрамъ искомыя внутреннія усилія въ видѣ внѣшнихъ силъ направленныхъ, очевидно (благодаря шарнирнаго соединенія), по направленію соотвѣтственныхъ разсѣченныхъ реберъ и вызывающихъ вытягиваніе или сжиманіе усилія, мы получаемъ въ лѣвой или правой отсѣченной части группу точекъ (узловъ) и оконечностей (отсѣченныхъ реберъ), расположенныхъ въ одной плоскости, причемъ разстояніе между ними предполагается неизмѣняемымъ и приложенныя къ нимъ силы - расположенными въ одной плоскости.

Силы эти будутъ: а.) данныя внѣшнія силы нагрузки (сила тяжести), приложенныя къ узламъ фермы; б.) вызываемыя данными силами сопротивленія

опоръ, приложенныхъ въ видѣ внѣшнихъ силъ къ опорнымъ узламъ и в.) вызываемыя данными внѣшними усиліями и сопротивленіемъ опоръ внутреннія искомыя усилія въ отсѣченныхъ ребрахъ, приложенныя также въ видѣ внѣшнихъ силъ вдоль этихъ реберъ.

Такъ какъ значенія сопротивленій опоръ могутъ быть опредѣлены изъ разсмотрѣнія условій равновѣсія всей данной фермы, поэтому въ дальнѣйшихъ изслѣдованіяхъ будемъ считать сопротивленіе опоръ величинами извѣстными и, слѣдовательно, въ нашемъ распоряженіи для опредѣленія неизвѣстныхъ усилій въ ребрахъ имѣется три уравненія:

$$\Sigma X = \Sigma X' + \Sigma X'' = 0;$$
$$\Sigma Y = \Sigma Y' + \Sigma Y'' = 0;$$
$$\Sigma M = \Sigma M' + \Sigma M'' = 0,$$

гдѣ $\Sigma X'$, $\Sigma Y'$ и $\Sigma M'$ – относятся къ даннымъ внѣшнимъ силамъ и къ сопротивленіямъ опоръ, а $\Sigma X''$, $\Sigma Y''$ и $\Sigma M''$ – къ искомымъ усиліямъ въ ребрахъ, а такъ какъ данныя внѣшнія силы предполагаются вертикальными, то будемъ имѣть:

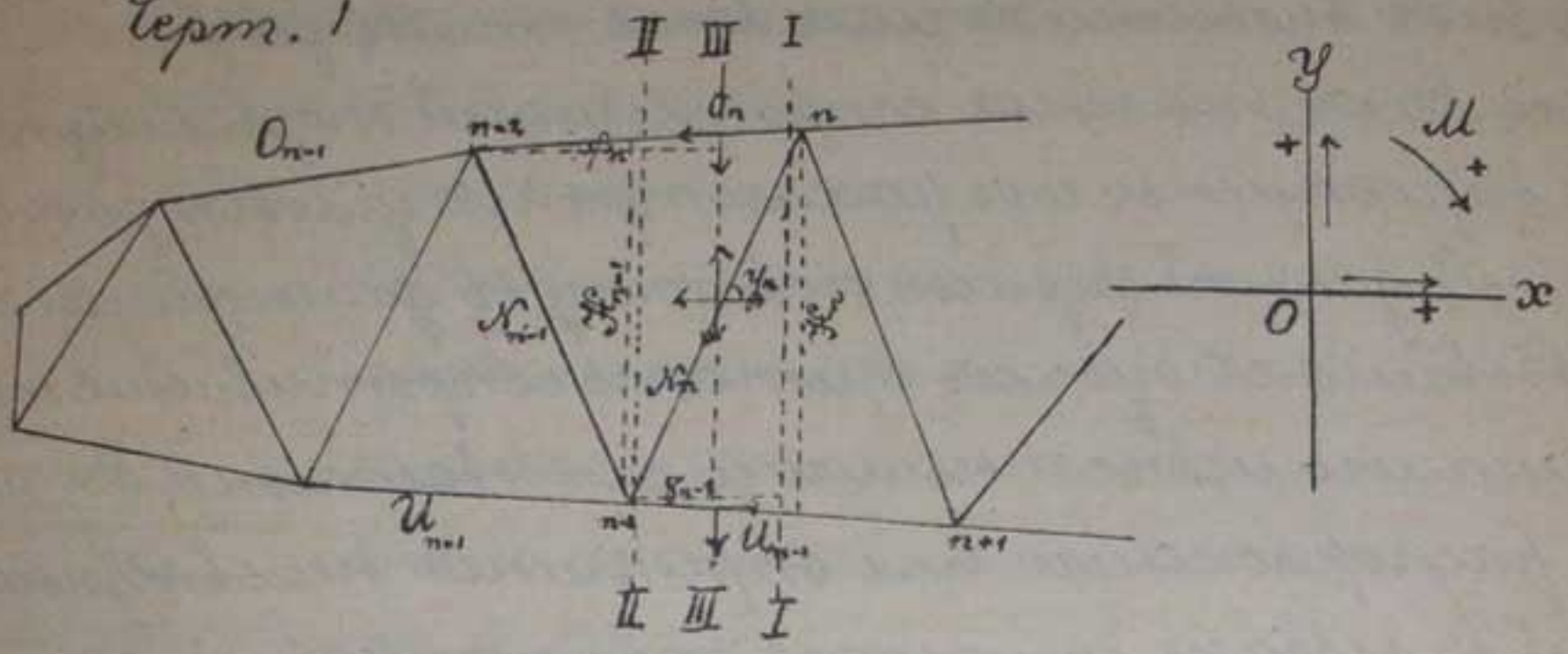
$$\left.\begin{aligned} \Sigma X'' &= 0 \\ \Sigma Y + \Sigma Y' &= 0 \\ \Sigma M' + \Sigma M'' &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (91)$$

Отсюда слѣдуетъ также, что для точнаго опредѣленія, на основаніи законовъ статики, усилій въ ребрахъ число перекрещивающихся реберъ не должно превосходить трехъ.

Сдѣлавъ произвольное вертикальное сѣченіе (чертежъ 1) напр. III, мы разсѣчемъ три ребра: верхній поясъ, раскосъ и нижній поясъ, и для опредѣленія трехъ неизвѣстныхъ усилій: O_n, N_n и U_n имѣемъ три

уравненія (31). Задача упрощается если, вмѣсто необходимости рѣшить совмѣстно три уравненія, мы ограничимся только одними уравненіемъ $\Sigma M' + \Sigma M'' = 0$. Но, оставаясь въ сѣченіи III мы этого

Черт. 1



никогда не достигнемъ, ибо если даже взять за точку, относительно которой опредѣляется моментъ, одну изъ тѣхъ точекъ сѣченія III, которыя совпадаютъ съ какимъ либо изъ реберъ, то въ остаткѣ въ выраженіи $\Sigma M''$ - останутся <u>два</u> неизвѣстныхъ усилія.

Такъ, напримѣръ, если бы эта точка взята была на нижнемъ поясѣ, выраженіе $\Sigma M''$ составилось бы изъ:

$$\Sigma M'' = \pm O_n p_x \pm N_n q_x = \pm O_n \cos\beta_n h_x \pm N_n \cos\varphi_n y_x ,$$

гдѣ p_x и q_x - длины перпендикуляровъ, опущенныхъ на направленія O_n и N_n изъ точки встрѣчи нижняго пояса съ сѣченіемъ III, а h_x и y_x - вертикальныя разстоянія въ сѣченіи III между обоими поясами и между раскосомъ и нижнимъ поясомъ.

Но въ виду сказаннаго ранѣе замѣчанія, что усиліе въ ребрѣ величина постоянная по длинѣ

всего ребра, очевидно, где бы ни сдѣлать вертикальное сѣченіе по длинѣ панели $(n-2, n)$ (черт. 1) всегда должно получаться одно и то же значеніе O_n. Наиболѣе выгоднымъ сѣченіемъ (въ смыслѣ полученія въ выраженіи $\Sigma M''$ — одного только неизвѣстнаго усилія O_n) будетъ вертикальное сѣченіе, сдѣланное чрезъ $(n-1)^{го}$ узелъ, или непосредственно влѣво или вправо отъ него. Дѣйствительно, выбравъ за точку, относительно которой составляются моменты, точку встрѣчи нижняго пояса съ сѣченіемъ II, сдѣланнымъ непосредственно вправо отъ $(n-1)^{го}$ узла (черт. 1), выраженіе $\Sigma M''$ составится изъ $\Sigma M'' = O_n \cos\beta_n H_{n-1}$, такъ какъ моменты усилій U_{n-1} и N_n будутъ равны нулю, потому, что плечи моментовъ — нули.

На этомъ основаніи, для опредѣленія усилія O_n (черт. 1) слѣдуетъ: сдѣлать сѣченіе (II), чрезъ $(n-1)^{ый}$ узелъ или непосредственно около него, а для опредѣленія усилія U_{n-1} — сѣченіе (I) должно быть сдѣлано чрезъ $(n)^{ый}$ узелъ и какъ для сѣченія (II), такъ и для (I) составить, относительно соотвѣтственныхъ узловъ $(n-1)^{го}$ и $(n)^{го}$, моменты всѣхъ усилій приложенныхъ къ разсматриваемой отсѣченной части, а именно: данныхъ внѣшнихъ силъ, сопротивленія опоры и силъ искомыхъ, приложенныхъ къ разсѣченнымъ ребрамъ. Примѣнимъ этотъ пріемъ:

а) Пояса. Сдѣлавъ поэтому два (I и II) вертикальныхъ сѣченія непосредственно влѣво отъ $(n)^{го}$ узла и непосредственно вправо отъ $(n-1)^{го}$ узла (чертежъ 1) и назвавъ чрезъ M'_n и M'_{n-1} моменты данныхъ внѣшнихъ силъ и сопротивленій относительно точекъ $(n-1)$ и (n), получимъ:

$$I.\ \pm U_{n-1}\cos\gamma_{n-1} = \frac{M'_n}{H_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (92)$$

$$II.\ \pm O_n \cos\beta_n = \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (93)$$

откуда и могутъ быть найдены числовыя значенія усилій верхняго и нижняго пояса.

Что касается знака, то таковый опредѣляется изъ слѣдующихъ соображеній:

Въ выраженіи $\Sigma M' + \Sigma M'' = 0$, $-\Sigma M'$ и $\Sigma M''$ должны быть, очевидно, противоположныхъ знаковъ. Поэтому если $\Sigma M'$ (т.е. M'_n или M'_{n-1}) величина положительная, то $\Sigma M''$ (т.е. $U_{n-1}\cos\gamma_{n-1} H_n$ и $O_n \cos\beta_n U_{n-1}$) должны быть величины отрицательныя. Но такъ какъ H_n и H_{n-1} абсолютная величина (высота фермы) $\cos\beta_n$ и $\cos\gamma_{n-1}$ — всегда положительны — будетъ ли острый уголъ положительный или отрицательный, то знакъ момента $\Sigma M'$ даетъ прямое указаніе относительно направленія усилій U_{n-1} или O_n. Такъ, напримѣръ, если M'_n и M'_{n-1} — положительные моменты, а слѣдовательно $U_{n-1}\cos\gamma_{n-1} H_n$ и $O_n \cos\beta_n H_{n-1}$ — отрицательные моменты, т.е. знакъ вращенія момента обратный знаку вращенія часовой стрѣлки, то для лѣ-

вой отсѣченной части U_{n-1} должно представить вытягивающее усиліе, а O_n – сжимающее (черт. 1) Такъ, напримѣръ, въ балкѣ, свободно лежащей на опорахъ, моментъ внѣшнихъ силъ ... M'_n – величина положительная для всѣхъ сѣченій пролета; отсюда слѣдуетъ, что въ такой балкѣ – нижній поясъ всегда вытягиваетъ а верхній сжимаетъ. Въ неразрѣзной двухпролетной или вообще многопролетной балкѣ – въ сѣченіяхъ близи промежуточныхъ опоръ, моменты внѣшнихъ силъ величины отрицательныя, а поэтому въ неразрѣзныхъ балочкахъ въ сѣченіяхъ надъ опорой и вблизи ея верхній поясъ вытягиваетъ, а нижній сжимаетъ.

в.) Раскосы. Такъ какъ усилія въ раскосахъ и поясахъ между двумя узловыми точками величины постоянныя, то каждое изъ сдѣланныхъ сѣченій и вообще всякое сѣченіе III по раскосу δ_n, на основаніи уравненія $\Sigma x'' = 0$, даетъ:

$$\pm S_n \cos\varphi_n \pm U_{n-1} \cos\gamma_{n-1} \mp O_n \cos\beta_n = 0 \quad \ldots\ldots (94)$$

что выражаетъ собою условіе, что въ отсѣченной части сумма горизонтальныхъ проекцій неизвѣстныхъ усилій въ ребрахъ должна быть равна нулю, такъ какъ горизонтальныя проекціи внѣшнихъ силъ (сила тяжести) сами по себѣ равны нулю. Знакъ передъ $S_n \cos\varphi_n$ – будетъ нахо-

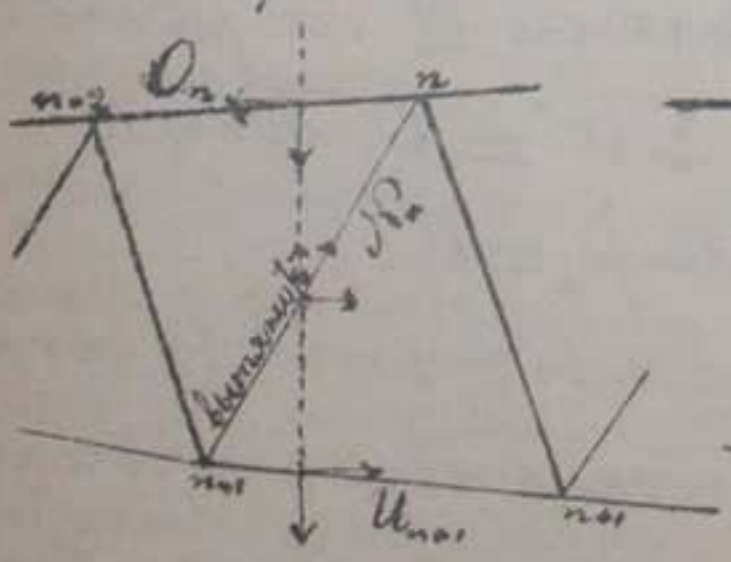
диться въ зависимости отъ знака суммы двухъ остальныхъ членовъ. Разсмотримъ отдельно раскосы восходящаго и нисходящаго направленій, какъ въ разрѣзной такъ и въ неразрѣзной фермахъ. Условимся въ дальнѣйшемъ изложеніи раскосы восходящіе слѣва направо называть просто восходящими, а нисходящіе слѣва направо - нисходящими.

Въ балкѣ свободно лежащей на опорахъ, верхній поясъ сжатъ, а нижній вытянутъ, слѣдовательно имѣемъ:

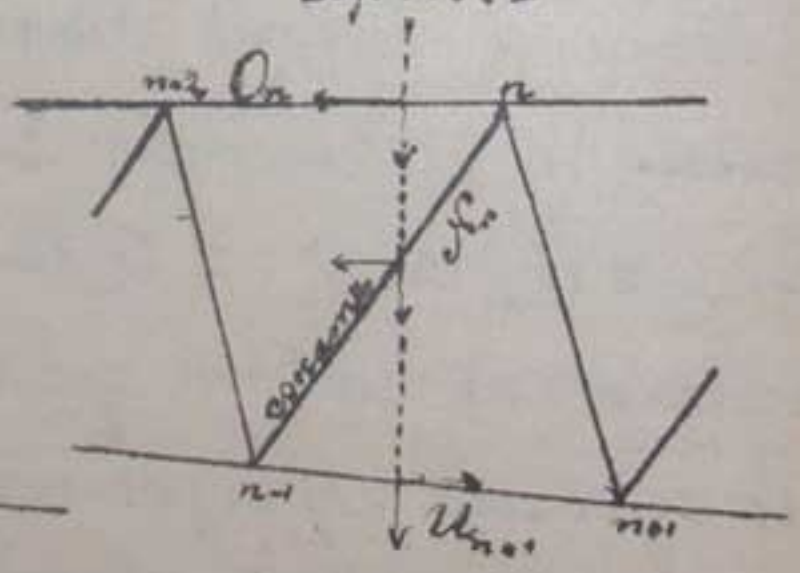
$$\pm N_n^0 \cos \varphi_n + U_{n+1} \cos \gamma_{n+1} - O_n \cos \beta_n = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (94'),$$

означивъ на чертежѣ въ отвѣчающихъ ребрахъ плюсъ направленіе сжимающихъ и вытягивающихъ силъ, мы видимъ, что ихъ горизонтальныя проэкціи противоположнаго направленія

Черт. 2



Черт. 3



а.) Восходящіе раскосы.

Знакъ передъ $N_n \cos \varphi_n$ будетъ плюсъ или минусъ, смотря по тому, будетъ-ли восходящій раскосъ вытянутъ или сжатъ (Черт. 2 и 3). Въ другой

сторонѣ знакъ $N_n \cos \varphi_n$ (см. 94') находя въ зависимости отъ относительнаго значенія величинъ: $U_{n+1} \cos \gamma_{n+1}$ и $O_n \cos \beta_n$. Дѣйствительно, выраженіе (94') можно еще переписать такъ (см. формулы 92 и 93)

$$\pm N_n \cos \varphi_n + \frac{M'_n}{H_n} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} = 0;$$

или: $$\pm N_n \cos \varphi_n = -\left(\frac{M'_n}{H_n} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}}\right) \quad \ldots\ldots (94')$$

Слѣдовательно, если:

$\frac{M'_n}{H_n} > \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}}$ (Черт. 3')(*) то $N_n \cos \varphi_n$, т.е. горизонтальная составляющая усилія раскоса, величина отрицательная, т.е раскосъ сжатъ; если же $\frac{M'_n}{H_n} < \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}}$, то $N_n \cos \varphi_n$ величина положительная, т.е. раскосъ вытянутъ.

β.) Нисходящіе раскосы.

Для нихъ мы имѣемъ (Черт. 4 и 5.)(**)

$$\pm N_n \cos \varphi_n - O_{n+1} \cos \beta_{n+1} + U_n \cos \gamma_n = 0$$

или: $$\pm N_n \cos \varphi_n = \frac{M'_n}{H_n} - \frac{M'_{n+1}}{H_{n+1}} \quad \ldots\ldots\ldots (94'')$$

Слѣдовательно, если $\frac{M'_n}{H_n} > \frac{M'_{n+1}}{H_{n+1}}$ (Черт 5'), то имѣ-

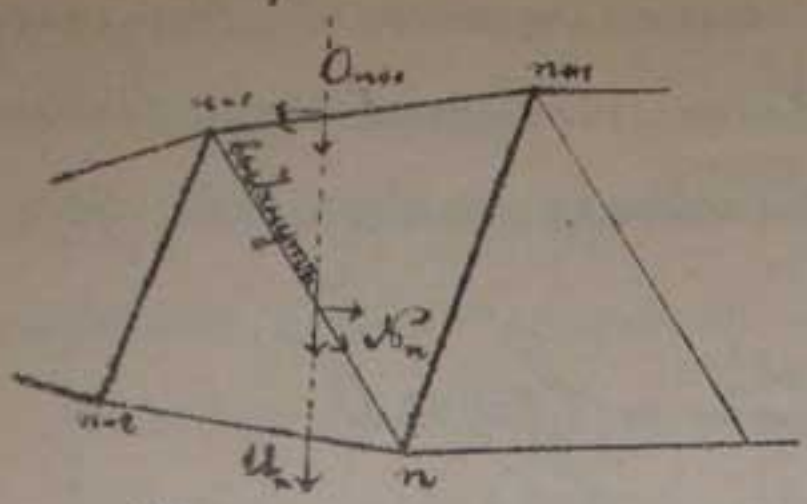
---

(*) Въ изображенной схемѣ показаны пунктиромъ системы нисходящихъ раскосовъ, а восходящихъ сплошными, причемъ сжатые раскосы удалены (см. стран. 116)

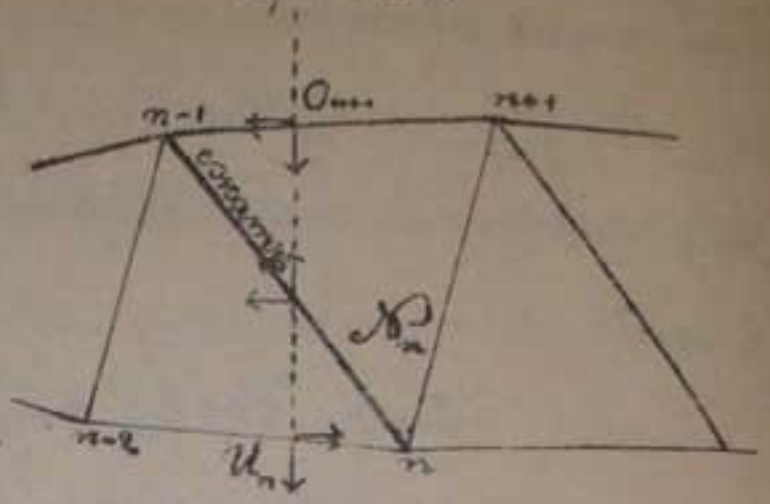
(**) Чертежи эти представляютъ тѣ же чертежи 2 и 3, но повернутые вверхъ ногами, такъ чтобы раскосъ N_n сталъ нисходящимъ (см. стран. 116)

ель: $+N'_n \cos\varphi_n$, то есть распор вытянут; если

Черт. 4

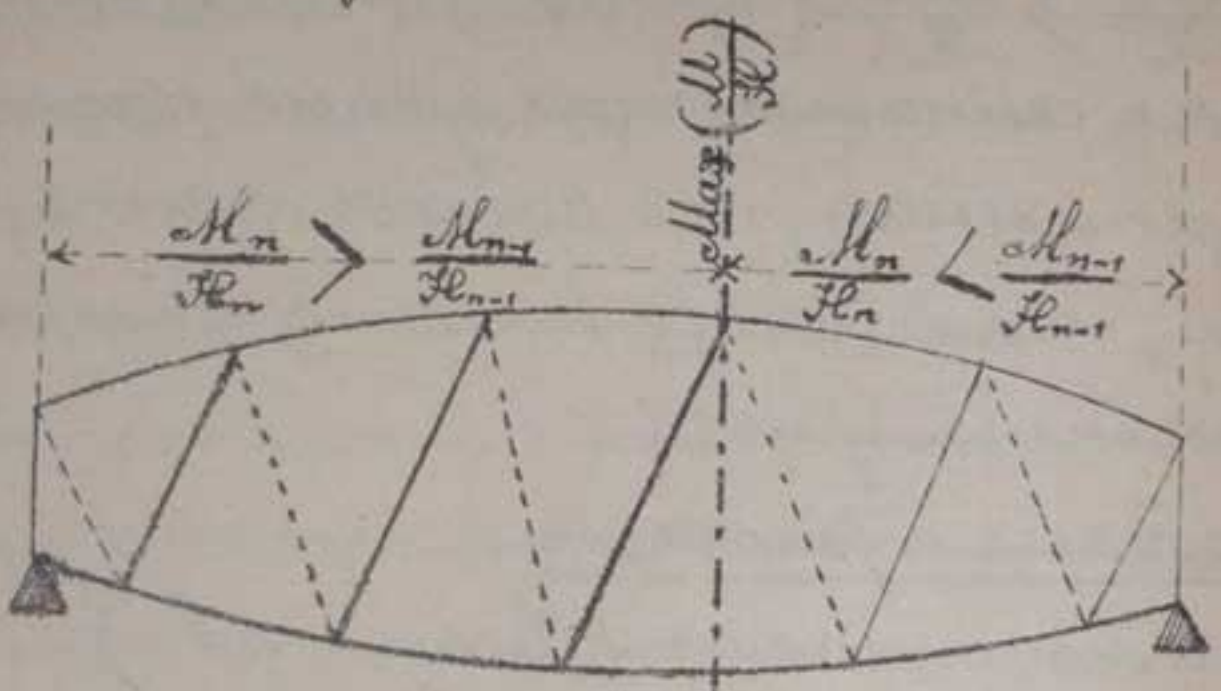


Черт. 5

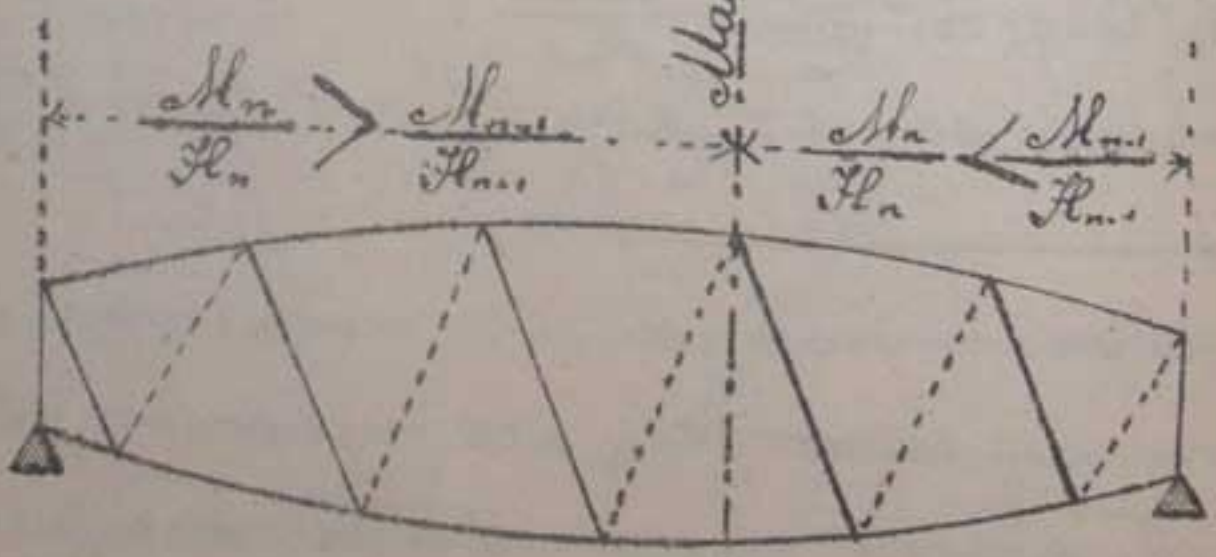


все $\frac{M'_n}{F_n} < \frac{M'_{n-1}}{F_{n-1}}$, то следует взять $-N'_n \cos\varphi_n$, то есть что распор будет сжать.

Черт. 3'



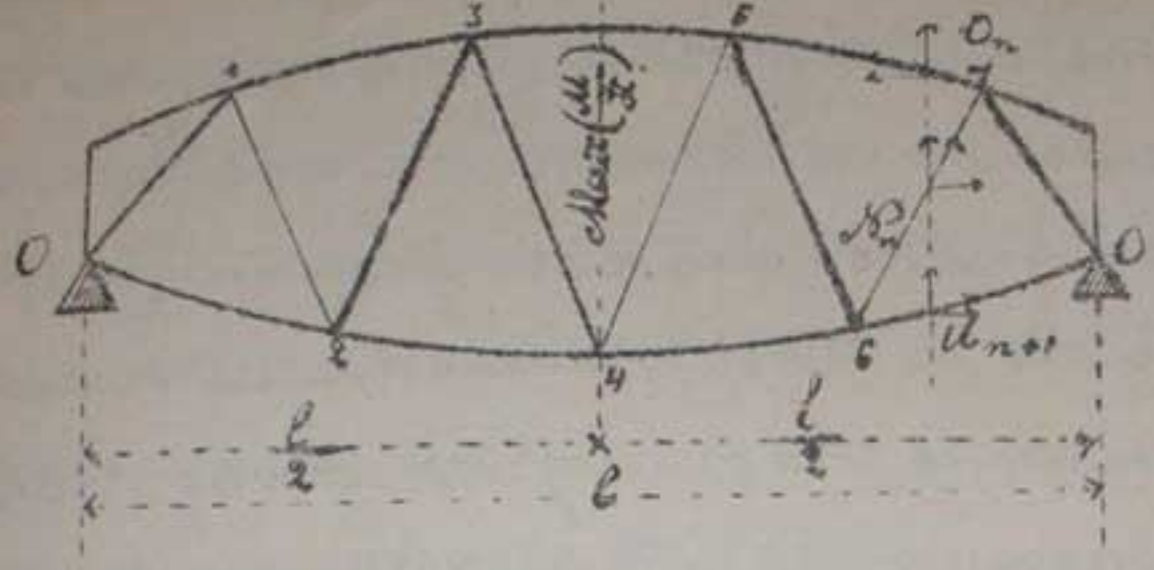
Черт. 5'



Из рассмотрения схем 3' и 5' наглядно вытекает следующее простое правило, общее как для восходящих распоров так и нисходящих.

Поэтому раскосы вытянутые, наклонный конецъ которого близокъ къ сѣченію съ $Max\left(\frac{M}{H}\right)$ нежели его верхній конецъ и обратно:

Черт. 6



При этомъ для восходящихъ раскосовъ:

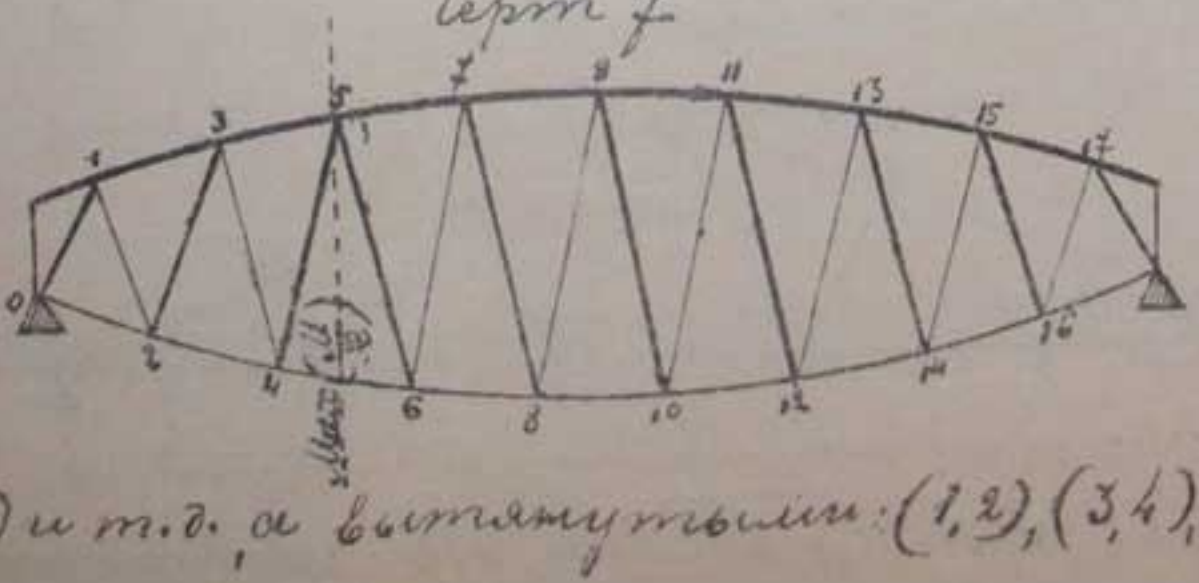
$$\pm N_n \cos\varphi_n = -\left(\frac{M'_n}{H_n} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}}\right),$$

а для нисходящихъ:

$$\pm N_n \cos\varphi_n = +\left(\frac{M'_n}{H_n} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (95)$$

Сие довольно, такъ какъ (Черт 6) при сплошной нагрузкѣ всего пролета $Max\left(\frac{M}{H}\right)$ по серединѣ, то сжатыми раскосами будутъ: (1,0), (3,2), (5,6), (7,0), а вытянутыми: (1,2), (3,4), (5,4), (7,6). Если при неравномѣрной нагрузкѣ (Черт. 7) $Max.\left(\frac{M}{H}\right)$ надъ узломъ 5, то сжатыми раскосами будутъ: (1,0), (3,2), (5,4),

Черт 7



(5,6), (7,8) и т.д., а вытянутыми: (1,2), (3,4), (7,8), (9,8) и т.д.

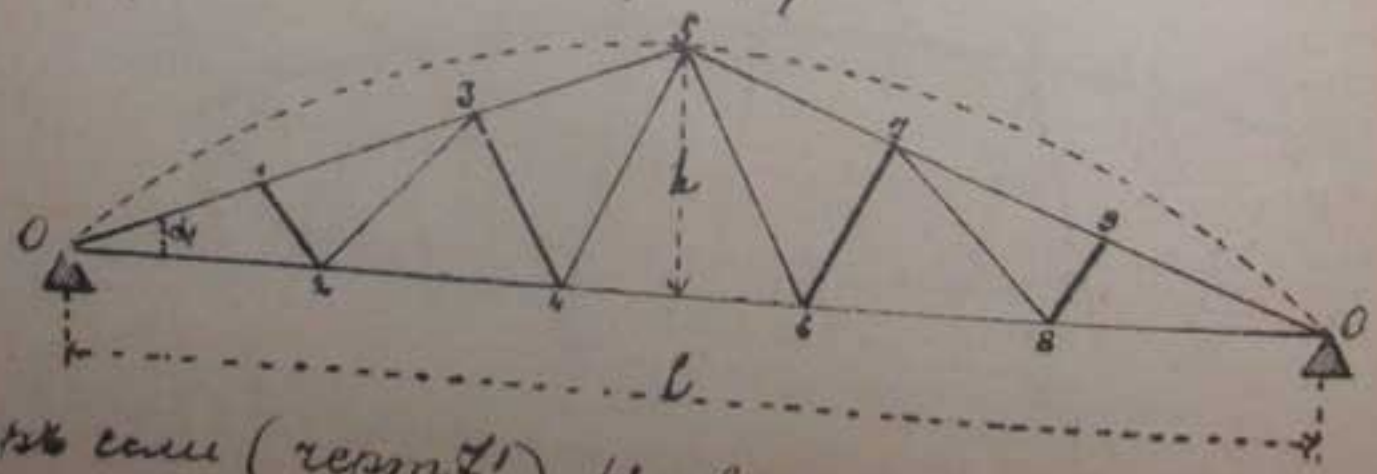
Изъ трехъ уравненій (92), (93) и (95) можно опредѣлить всѣ три искомыя величины O_n, U_{nn}, N_n.

Въ фермѣ съ параллельными поясами, при загрузкѣ всего пролета равномѣрно распредѣленными грузами, max $\left(\frac{M}{H}\right)$ будетъ, очевидно, по серединѣ пролета и потому относительное положеніе сжатыхъ и вытянутыхъ раскосовъ такое же какъ указано на (черт. 6).

Еслибъ въ фермѣ съ непараллельными поясами высоты H измѣнялись по тому же закону, какъ и моменты для даннаго положенія нагрузки, то имѣли бы: $\frac{M'_n}{H'_n} = \frac{M'_{nn}}{h'_{nn}} = \frac{M'_{nn}}{h'_{nn}}$ ..... и на основаніи (94') или (95) раскосы такой фермы не были бы вовсе напряжены.

(Въ такихъ условіяхъ находится параболическая ферма при равномѣрной загрузкѣ всего пролета) Если, наоборотъ, ферма такого вида, что высоты фермы измѣняются по закону прямой линіи или вообще въ отношеніи большемъ, чѣмъ моменты, то наибольшее отношеніе $\left(\frac{M}{H}\right)$ не будетъ совпадать съ серединой пролета, а съ сѣченіемъ вблизи опоръ: напримѣръ сами (черт. 7') кривая 050 изображаетъ за-

Черт. 7'



конец изложения моментов, а верхний пояс фермы ограничен ломаной прямой 050, то для какого-нибудь сечения x, выражение параболы:

$$y = h - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2 \cdot \frac{4h}{l^2}^{(*)} = \frac{4hx}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right) = M_x$$

Выражение же переменной высоты фермы:

$$y' = tg\alpha \cdot x = \frac{2h}{l}x = N_x.$$

Равенство $\frac{M_x}{N_x} = \frac{y}{y'} = 2\left(1 - \frac{x}{l}\right)$ указывает, что по мере приближения к средине пролета отношение $\frac{M_x}{N_x}$ уменьшается от 2 к 1.

Для второй половины фермы:

$$y = h - \left(x - \frac{l}{2}\right) tg\alpha = h - \left(x - \frac{l}{2}\right)\frac{2h}{l} = 2h\left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

Отношение: $\frac{M_x}{N_x} = \frac{y}{y'} = \frac{2x}{l}$, которое увеличивается от 1 до 2 при изменении x от $\frac{l}{2}$ до l.

Следовательно, исходя из того правила, что выгнутые восходящие и нисходящие раскосы образуются своим нижним концом ближе к сечению, где имеет место max $\left(\frac{M}{N}\right)$, в ферме изображенной на (Черт. 7') раскосы (2, 3), (4, 5), (5, 6) и (7, 8) – будут выгнуты, а остальные сжаты, т. е. обратно тому, что имело место напр. в ферме, изображенной на (черт. 6).

Если бы мы имели такую ферму, что моменты внешних сил – величины отрицательные (как напр. в некоторых сечениях многоугольника балки), то в таком случае выгнутыми будут более верхний пояс

(*) $\left(\frac{l}{2} - x\right)^2 = 2p(h - y) = \frac{l^2}{4h}(h - y)$; $y = h - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2 \frac{4h}{l^2}$.

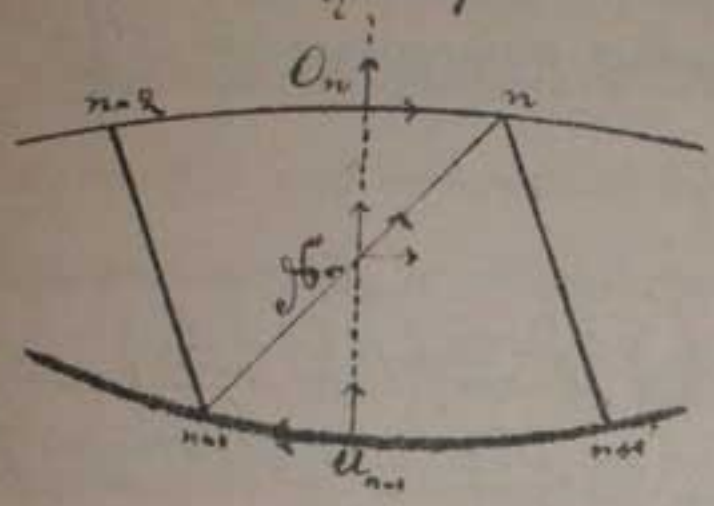
будет вытянут, а нижний сжат. В этом случае формула (94') заменяется следующей:

$$\pm N_n \cos\varphi_n - U_{n-1}\cos\gamma_{n-1} + O_n \cos\beta_n = 0 \qquad (94')$$

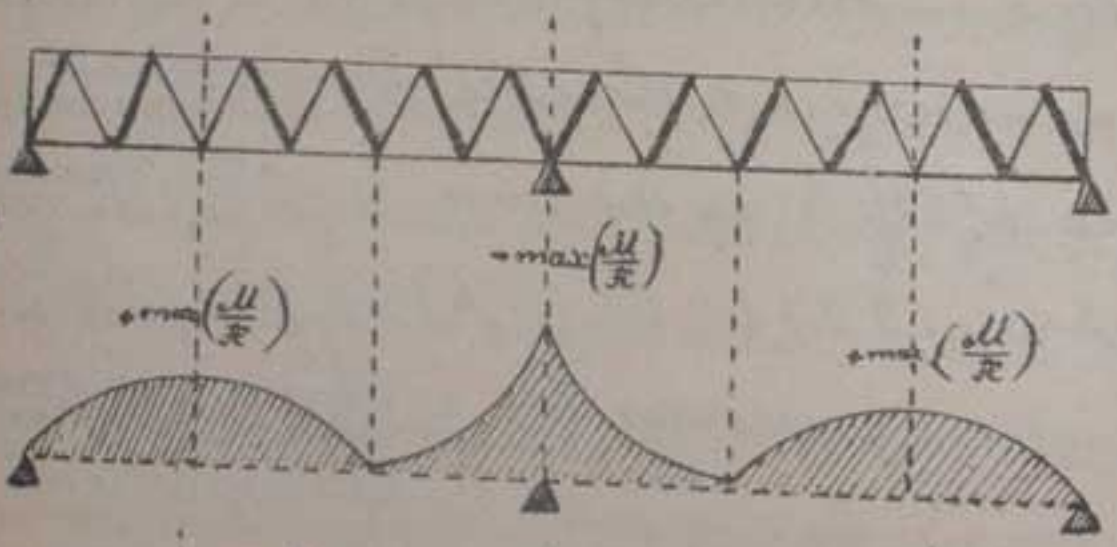
или $\pm N_n \cos\varphi_n - \frac{M'_n}{K'_n} + \frac{M'_{n-1}}{K'_{n-1}} = 0$ (Черт. 7').

Следовательно, если раскос N_n — восходящий, то для того, чтобы он был вытянут необходимо, чтобы было $N_n \cos\varphi_n$ положительное или чтобы: $-\frac{M'_n}{K'_n} > +\frac{M'_{n-1}}{K'_{n-1}}$, т.е. необходимо, чтобы восходящий раскос верхним своим концом был ближе к сечению max $\left(\frac{M_n}{K_n}\right)$, что обратно тому, что было выведено ранее для случая сжатого верхнего пояса и вытянутого нижнего пояса.

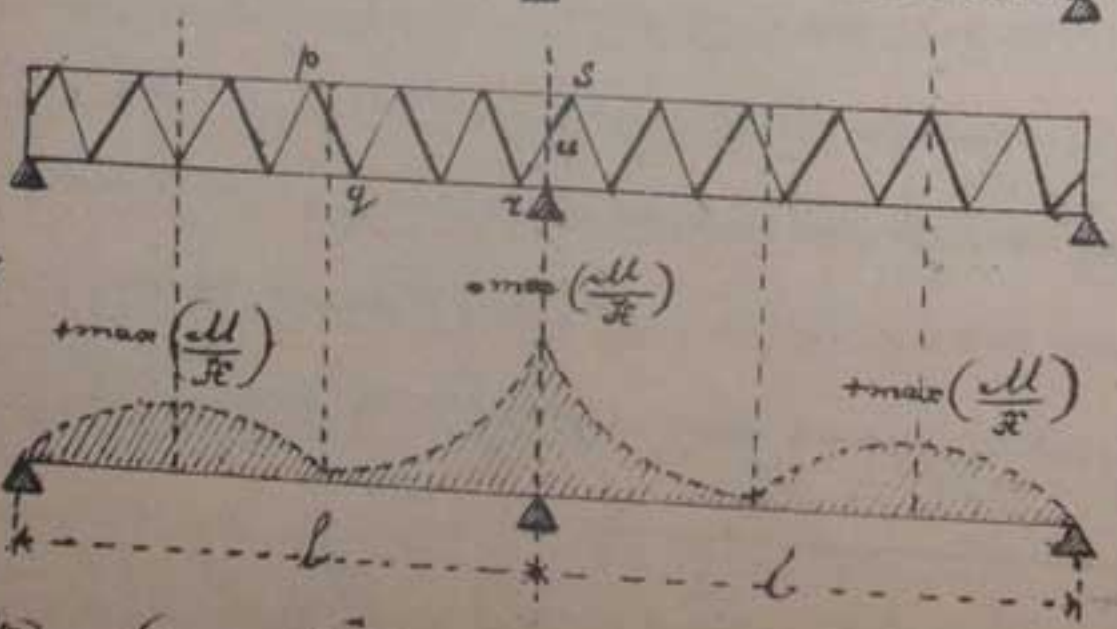
Черт. 7''



Черт. 7'''



Черт. 7''''



На (черт. 7''') и (черт. 7'''') указано составленное на основа-

ніи внѣшнихъ сложенныхъ относительное положеніе сжатыхъ и вытянутыхъ раскосовъ при полной загрузкѣ двухпролетной неразрѣзной фермы. Такъ напримѣръ, въ фермѣ, изображенной на (черт. 7ом) раскосъ pq находится верхнимъ своимъ концомъ въ участкѣ, гдѣ моменты положительные, а такъ какъ верхній его конецъ ближе къ сѣченію — $max\left(\frac{M}{H}\right)$, то поэтому верхняя часть раскоса должна быть сжата; нижній конецъ находится въ участкѣ съ отрицательными моментами, а такъ какъ нижній конецъ раскоса ближе къ сѣченію с — $max\left(\frac{M}{H}\right)$, то и нижній конецъ этого раскоса долженъ быть также сжатымъ. Въ раскосѣ rs, обѣ его части находятся въ участкѣ съ отрицательными моментами; сѣченіе, гдѣ имѣетъ мѣсто — $max\left(\frac{M}{H}\right)$ находится на средней опорѣ; слѣдовательно часть rn должна быть вытянута, такъ какъ нижъ раскоса наиболѣе удаленъ отъ сѣченія: — $max\left(\frac{M}{H}\right)$; часть же раскоса ns — должна быть сжата въ виду того верхняя раскоса наиболѣе удалена отъ того же сѣченія.

б.) Иногда опредѣляютъ численную величину N_n изъ того условія, что въ каждомъ сѣченіи сумма вертикальныхъ проэкцій внѣшнихъ и внутреннихъ силъ должна быть равна нулю, т.е. на основаніи уравненія $\Sigma Y' + \Sigma Y'' = 0$. Слѣдовательно, означивъ перерѣзывающее усиліе — или другими словами, вертикальную

проекцію внѣшнихъ (включая и сопротивленіе опоръ) силъ, независимо отъ знака, — чрезъ W'_n, получимъ для восходящихъ вытянутыхъ рясковъ при берегахъ сжатыхъ, а нисходящихъ вытянутыхъ - подсасъ: (Черт. 2) или (Черт. 6).

$$W'_n + N_n \sin\varphi_n + U_{n+1} \sin\gamma_{n+1} - O_n \sin\beta_n = 0$$

или: $$W'_n + N_n \sin\varphi_n + \frac{M'_n}{H_n} tg\,\gamma_{n+1} = \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\,\beta_n = 0.$$

Эти формулы одинаково относятся къ случаямъ, указаннымъ на (черт. 2) и (черт. 6), такъ какъ въ первомъ случаѣ $\sin\gamma_{n+1}$ и $tg\,\gamma_{n+1}$ величины отрицательныя, а во второмъ случаѣ $\sin\beta_n$ и $tg\,\beta_n$ - величины отрицательныя и два послѣднія члена въ формулѣ сдѣлаются отрицательными въ первомъ случаѣ и положительными во второмъ случаѣ.

Для восходящихъ сжатыхъ рясковъ (Черт. 3)

$$W'_n - N_n \sin\varphi_n + \frac{M'_n}{H'_n} tg\,\gamma_{n+1} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\,\beta_n = 0$$

Для нисходящихъ вытянутыхъ рясковъ (Черт. 4)

$$W'_n - N_n \sin\varphi_n - O_{n+1} \sin\beta_{n+1} + U_n \sin\gamma_n = 0$$

или: $$W'_n - N_n \sin\varphi_n - \frac{M'_n}{H'_n} tg\,\beta_{n+1} + \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\,\gamma_n = 0$$

Для нисходящихъ сжатыхъ рясковъ (Черт. 5)

$$W'_n + N_n \sin\varphi_n - \frac{M'_n}{H_n} tg\,\beta_{n+1} + \frac{M'_{n-1}}{H'_{n-1}} tg\,\gamma_n = 0$$

Соотвѣтственно, для восходящихъ рясковъ:

$$\pm N'_n \sin\varphi_n = -W'_n - \frac{M'_n}{H_n} tg\,\gamma_{n+1} + \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\,\beta_n; \quad \ldots \quad (96,a)$$

для нисходящихъ рясковъ:

$$\pm N_n \sin\varphi_n = -W'_n + \frac{M'_n}{H_n} tg\,\beta_{n+1} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\,\gamma_n; \quad \ldots \quad (96,b)$$

причемъ для восходящихъ рясковъ знакъ (−) означа-

ет сжатіе, а (+) – вытягиваніе; для нисходящихъ раскосовъ – обратно.

Для опредѣленія знака при $N_n \sin \varphi_n$ надо обратиться ко второй части равенствъ (96). Изъ нея мы видимъ, что этотъ знакъ зависитъ отъ отношенія между членами X'_n и $\left(\frac{M'_n}{H_n} tg\beta_{n+1} - \frac{M'_{n-1}}{H'_{n-1}} tg\gamma_n\right)$ или X'_n и $-\left(\frac{M'_n}{H_n} tg\beta_{n+1} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\gamma_n\right)$ какъ по величинѣ, такъ и по знаку. Но намъ изъ теоремы Шведлера извѣстно существованіе зависимости между знакомъ X' и величиной M', а именно, что X' измѣняетъ свой знакъ въ томъ сѣченіи, гдѣ M' дѣлается Maximum. Величина X'_x выражается такъ:

$$X'_x = A - \Sigma P,$$

гдѣ A въ однопролетной фермѣ – сопротивленіе лѣвой опоры (при нашемъ обозначеніи направленія силы тяжести отрицательнымъ, величина A – будетъ положительная); ΣP – сумма внѣшнихъ силъ отъ лѣвой опоры до разсматриваемаго сѣченія (здѣсь все это силы тяжести, слѣдовательно величина ΣP – отрицательная). Слѣдовательно, въ разсматриваемомъ нами случаѣ величина X'_x у лѣвой опоры имѣетъ знакъ плюсъ; она его сохраняетъ вплоть до сѣченія съ Max. M', въ которомъ $X'_x = 0$; далѣе, отъ сѣченія Max. M' до правой опоры, X'_x имѣетъ знакъ минусъ.

Разъ намъ извѣстенъ знакъ и численное значеніе величинъ X'_x, M'_x, $tg\beta$ и $tg\gamma$, то, очевидно, легко будетъ опредѣлить въ формулѣ 96 · знакъ при

$N'_n \sin \varphi_x$

Такъ, напримѣръ, для раскоса (2,3) (Черт. 6) N'_n - положительная величина, $tg\,\beta_n$ - величина положительная, $tg\,\gamma_{n+1}$ - величина отрицательная; поэтому $(-N'_n)$ величина отрицательная; $\left(-\frac{M'_n}{H_n} tg\,\gamma_{n+1}\right)$ - величина положительная; $\left(+\frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\,\beta_n\right)$ - величина положительная.

Слѣдовательно, если:

$$-N'_n > -\frac{M'_n}{H_n} tg\,\gamma_{n+1} + \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\,\beta_n \quad \ldots\ldots\ldots (A),$$

то вся вторая часть формулы (96, а) - величина отрицательная, а слѣдовательно, этотъ раскосъ сжатъ. Для симметричнаго слѣдующаго раскоса (5,6) усиліе N'_n - величина отрицательная, $tg\,\beta_{n+1}$ - величина отрицательная, а $tg\,\gamma_n$ — положительная. Далѣе, при полной загрузкѣ пролета это N'_n равно по величинѣ предъидущему N'_n; кромѣ того по симметричности фермы и нагрузки:

$$\frac{M'_6}{H_6} = \frac{M'_2}{H_2} \; ; \; \frac{M'_5}{H_5} = \frac{M'_3}{H_3} .$$

Поэтому, для разсматриваемыхъ раскосовъ (2,3) и (5,6), замѣчая, что раскосу (2,3) въ формулѣ (96, а) значкамъ (n-1) и (n) соотвѣтствуютъ (см. черт. 2 и 3) значки 2 и 3, а раскосу (5,6) въ формулѣ (96, в) значкамъ (n-1) и (n) соотвѣтствуютъ (см. черт. 4 и 5) значки 5 и 6, мы напишемъ слѣдующія соотношенія:

формула 96, а		формула 96, б
$(N'_n)_{n=3}$	=	$-(N'_n)_{n=6}$
$\left(\frac{M_{n-1}}{H_{n-1}}\right)_{n-1=2}$	=	$\left(\frac{M_n}{H_n}\right)_{n=6}$
$\left(\frac{M_n}{H_n}\right)_{n=3}$	=	$\left(\frac{M_{n-1}}{H_{n-1}}\right)_{n-1=5}$
$(\beta_{n+1})_{n=4}$	=	$-(\beta_n)_{n=6}$
$(\gamma_n)_{n=3}$	=	$-(\gamma_{n+1})_{n+1=7}$

Из этого очевидно, что для раскоса (5,6) получится усилие $N_n \sin \varphi_n$ того же численного значения, как и для раскоса (2,3), но только с противоположным знаком и следовательно в силу условия (A) оно будет положительной величиной. А так как этот раскос нисходящий, то положительная вертикальная составляющая его усилия означает сжатие.

Для раскоса (5,4) фермы (черт 7) N'_n - величина положительная; $\operatorname{tg}\beta_n$ - положительный; $\operatorname{tg}\gamma_{n+1}$ - отрицательный; для раскоса (5,6) N'_n - величина отрицательная; $\operatorname{tg}\beta_{n+1}$ и $\operatorname{tg}\gamma_n$ все еще соответственно положительны и отрицательны. Во второй половине фермы N'_n продолжает оставаться отрицательным, но $\operatorname{tg}\beta$ делается уже отрицательным, а $\operatorname{tg}\gamma$ - положительным. Следует заметить, что обыкновенно численная величина N'_n преобладает над:

$$\frac{M'_n}{H_n}\operatorname{tg}\beta_{n+1} + \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}}\operatorname{tg}\gamma_n,$$

или

$$\frac{M'_n}{H_n}\operatorname{tg}\gamma_{n+1} + \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}}\operatorname{tg}\beta_n.$$

<u>Въ однопролетныхъ балкахъ</u> вблизи опоръ $\left(\frac{M'_n}{H_n}\right)$ величина небольшая; около средины пролета, хотя $\left(\frac{M'_n}{H_n}\right)$ дѣлается значительной величиной, но β и γ весьма близки къ нулю, такъ что вообще $\frac{M'_n}{H_n} tg\beta_{n-1}$ или $\frac{M'_n}{H_n} tg\gamma_{n-1}$ – незначительная величина.

<u>Въ многопролетныхъ балкахъ</u>, около крайнихъ опоръ M'_n – величина незначительная, около среднихъ опоръ какъ H'_n, такъ и M'_n – достигаютъ одновременно наибольшихъ значеній и, смотря по тому, какова очертаніе оси, вліяніе членовъ зависящихъ отъ $\left(\frac{M'_n}{H'_n}\right)$ можетъ быть различное.

Такъ, напримѣръ, для нисходящаго раскоса $(n-1, n)$ (Черт. $\frac{VI}{1}$), находящагося въ участкѣ гдѣ моментъ внѣшнихъ силъ величина отрицательная и гдѣ слѣдовательно, верхній поясъ вытянутъ, а нижній сжатъ, – имѣемъ для <u>нисходящаго вытянутаго</u> раскоса, называя чрезъ V'_n – перерѣзывающее усиліе независимо отъ знака:

$$-N_n \sin\varphi_n + V'_n + O_{n-1} \sin\beta_{n-1} - U_n \sin\gamma_n = 0;$$

($\sin\gamma_n$ – величина отрицательная, такъ что послѣдній членъ положительный)

а для нисходящаго <u>сжатаго</u> раскоса:

$$+N_n \sin\varphi_n + V'_n + O_{n-1} \sin\beta_{n-1} - U_n \sin\gamma_n = 0$$

или <u>вообще для нисходящаго</u> раскоса:

$$\mp N_n \sin\varphi_n = -V'_n - \frac{M'_n}{H'_n} tg\beta_{n-1} + \frac{M'_{n-1}}{H'} \cdot tg\gamma_n \quad \ldots\ldots (96)$$

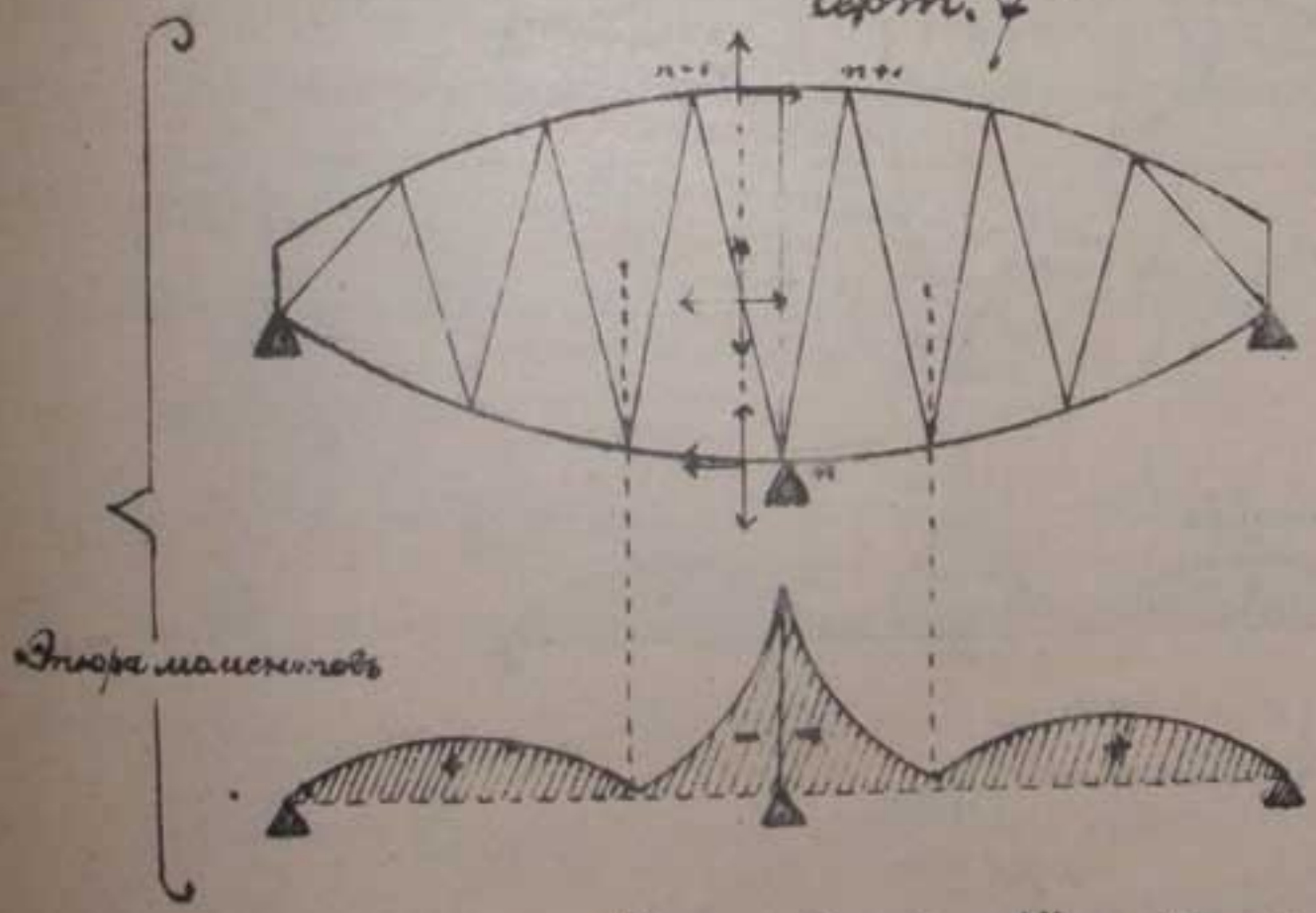
Подобнымъ образомъ <u>для восходящаго</u> раскоса найдемъ:

$$\mp N_n \sin\varphi_n = -H'_n + \frac{M'_n}{K'_n}\operatorname{tg}\gamma_{n-1} - \frac{M'_{n-1}}{K'_{n-1}}\operatorname{tg}\beta_n \quad \ldots \quad (96,в)$$

Для восходящаго раскоса знакъ (−) обозначаетъ вытягиваніе, а знакъ (+) сжатіе; для восходящаго – обратно. Вблизи средней опоры какъ перерѣзывающее усиліе, такъ и моментъ достигаютъ наибольшаго значенія, но въ фермѣ типа, указаннаго на (черт. 7 I) вліяніе членовъ, зависящихъ отъ M_n – незначительное, благодаря малой величинѣ тангенсовъ, чего нельзя сказать относительно фермы типа, указаннаго на (черт. 7 II).

Для восходящаго раскоса $(n-1,n)$ – (черт. 7 I), H'_n – величина отрицательная, далѣе $\operatorname{tg}\beta_{n+1}$ – величина положительная; $\operatorname{tg}\gamma_n$ – величина отрицательная, а потому для разсматриваемаго раскоса въ формулѣ: (96,а), членъ $(-H'_n)$ величина положительная, а два

Черт. 7 I



послѣдніе члена $\left(-\frac{M'_n}{K'_n}\operatorname{tg}\beta_{n+1}\right)$ и $\left(+\frac{M'_{n-1}}{K'_{n-1}}\operatorname{tg}\gamma_n\right)$ оба – величины отрицательныя и т. д.

Если для данного раскоса членъ зависящій отъ пе-

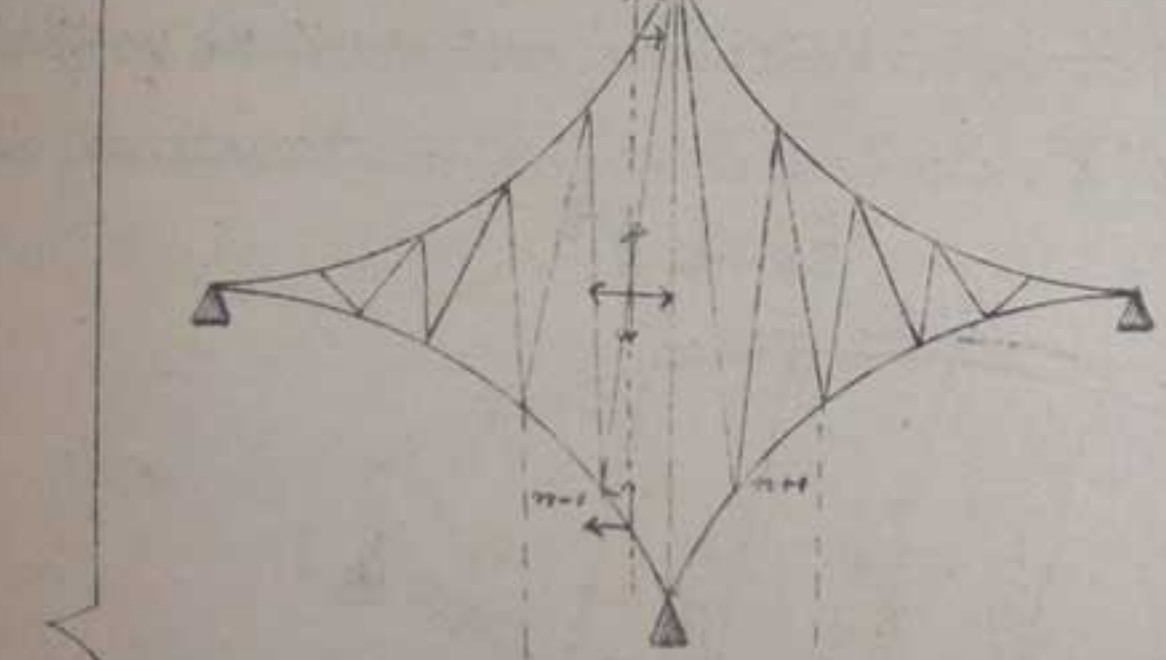
перерезывающего усилія преобладаетъ надъ двумя другими членами, что и имѣетъ мѣсто въ этомъ типѣ фермъ, то слѣдовательно $N_n \sin \varphi_n$ – величина положительная, т. е раскосъ сжатъ.

Для раскоса $(n, n+1)$ въ той же фермѣ (черт. 7[I]) симметричнаго предыдущему раскосу имѣемъ на основаніи формулы (96, б) (для восходящаго раскоса)

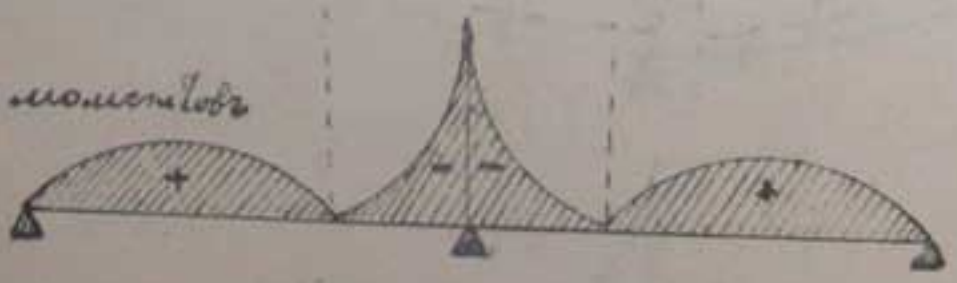
$$\mp N_{n+1} \sin \varphi_{n+1} = -Q'_{n+1} + \frac{M'_{n+1}}{H'_{n+1}} tg \varphi_{n+2} - \frac{M'_n}{H'_n} tg \beta_{n+1}.$$

Затѣмъ перерѣзывающее усиліе Q'_{n+1} (при полной загрузкѣ пролета) равно предыдущему значенію перерѣзывающаго усилія Q'_n, но съ противоположнымъ знакомъ; далѣе

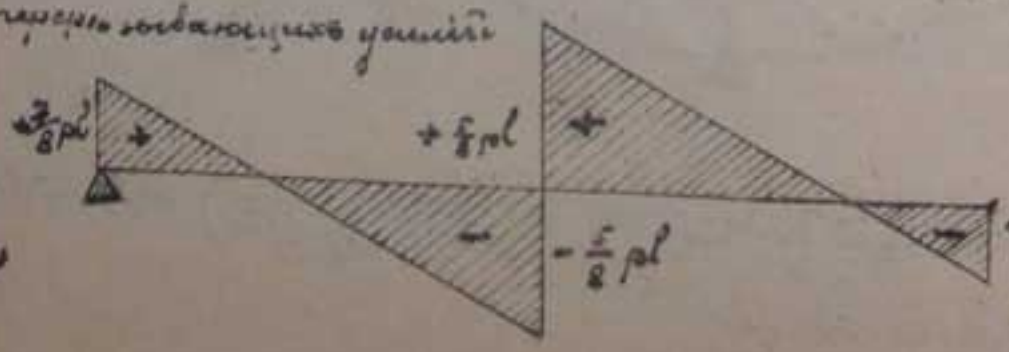
Черт. 7[II]



Эпюра моментовъ



Эпюра перерѣзывающихъ усилій



$tg\gamma_{n-1}$ – величина положительная; $tg\beta_{n-1}$ – величина дробная. Следовательно, по симметрии формулы:

$$-tg\gamma_{n-1} = -tg\gamma_{n-1};$$
$$tg\beta_{n-1} = -tg\beta_{n-1}.$$

Затем $M'_{n-1} = M'_{n-1}$ и $N'_{n-1} = -N'_n$

Следовательно, вертикальная составляющая усилія восходящаго раскоса $(n, n+1)$ будетъ та же, что и въ нисходящемъ раскосѣ $(n-1, n)$, но только съ противоположнымъ знакомъ, т.е. если тамъ она была величина положительная, то здѣсь она будетъ – отрицательная. Но знакъ $(-)$ для восходящаго раскоса означаетъ сжатіе, слѣдовательно этотъ раскосъ будетъ также <u>сжатъ</u>.

Формулы (96, а, б) часто замѣняютъ слѣдующими, приближенными, особенно если величина панели незначительна въ сравненіи съ пролетомъ, именно для восходящихъ раскосовъ:

$$\left.\begin{aligned} \pm N_n \sin\varphi_n &= -N'_n - \frac{M'_n - \frac{1}{2}}{H_n - \frac{1}{2}}\left(tg\gamma_{n+1} - tg\beta_n\right); \\ \text{для нисходящихъ:} \\ \pm N_n \sin\varphi_n &= -N'_n + \frac{M'_n - \frac{1}{2}}{H_n - \frac{1}{2}}\left(tg\beta_{n+1} - tg\gamma_n\right), \end{aligned}\right\} \quad . . (97)$$

гдѣ $M'_{n-\frac{1}{2}}$ и $H_{n-\frac{1}{2}}$ означаютъ соотвѣтственно моментъ внѣшнихъ силъ и разстояніе между центрами тяжести поясовъ <u>въ срединѣ</u> между узлами $(n-1)$ и (n). Если одинъ изъ поясовъ, напримѣръ нижній, горизонтальный, то во всѣхъ выведенныхъ формулахъ слѣдуетъ положить $\gamma = 0$. Поэтому:

$$U_{n-1}=\frac{M'_n}{K_n}\ ;\ O_n\cos\beta_n=\frac{M'_{n-1}}{K_{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (92')$$

Тогда для восходящих раскосов:

$$\left.\begin{aligned}\pm N_n\sin\varphi_n&=-H'+\frac{M'_{n-1}}{K_{n-1}}\operatorname{tg}\beta_n\\ \text{для нисходящих раскосов}\\ \pm N_n\sin\varphi_n&=-H'+\frac{M'_n}{K_n}\operatorname{tg}\beta_{n-1}\end{aligned}\right\}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (96')$$

Если оба пояса горизонтальны, то:

$$U_{n-1}=\frac{M'_n}{K_n}\ ;\ O_n=\frac{M'_{n-1}}{K_{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (92'')$$

Для восходящих и нисходящих раскосов:

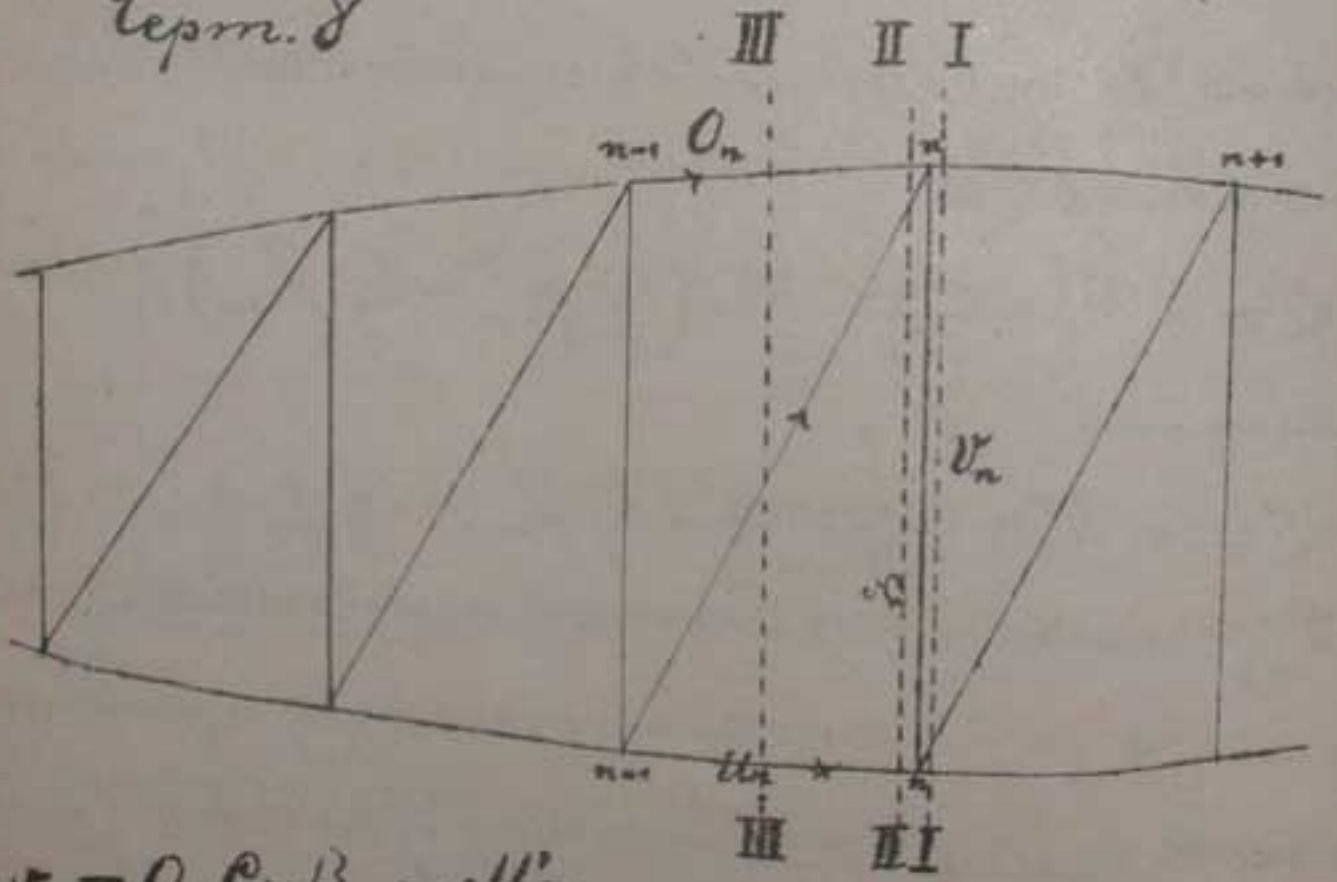
$$\pm N_n\sin\varphi_n=-H' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (96'')$$

2.) Раскосная ферма.

Сохраняя прежния обозначения, назовемъ черезъ V_n усилия въ стойкахъ.

а.) Сдѣлавъ два сѣченія I и II непосредственно вправо и влѣво отъ $n^{го}$ узла (черт. 8 и 9), имѣемъ для фермы съ восходящими раскосами: (черт. 8)

Черт. 8



$$(I)\ldots U_n\cos\gamma_n=O_{n-1}\cos\beta_{n-1}=\frac{M'_n}{K_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (98)$$

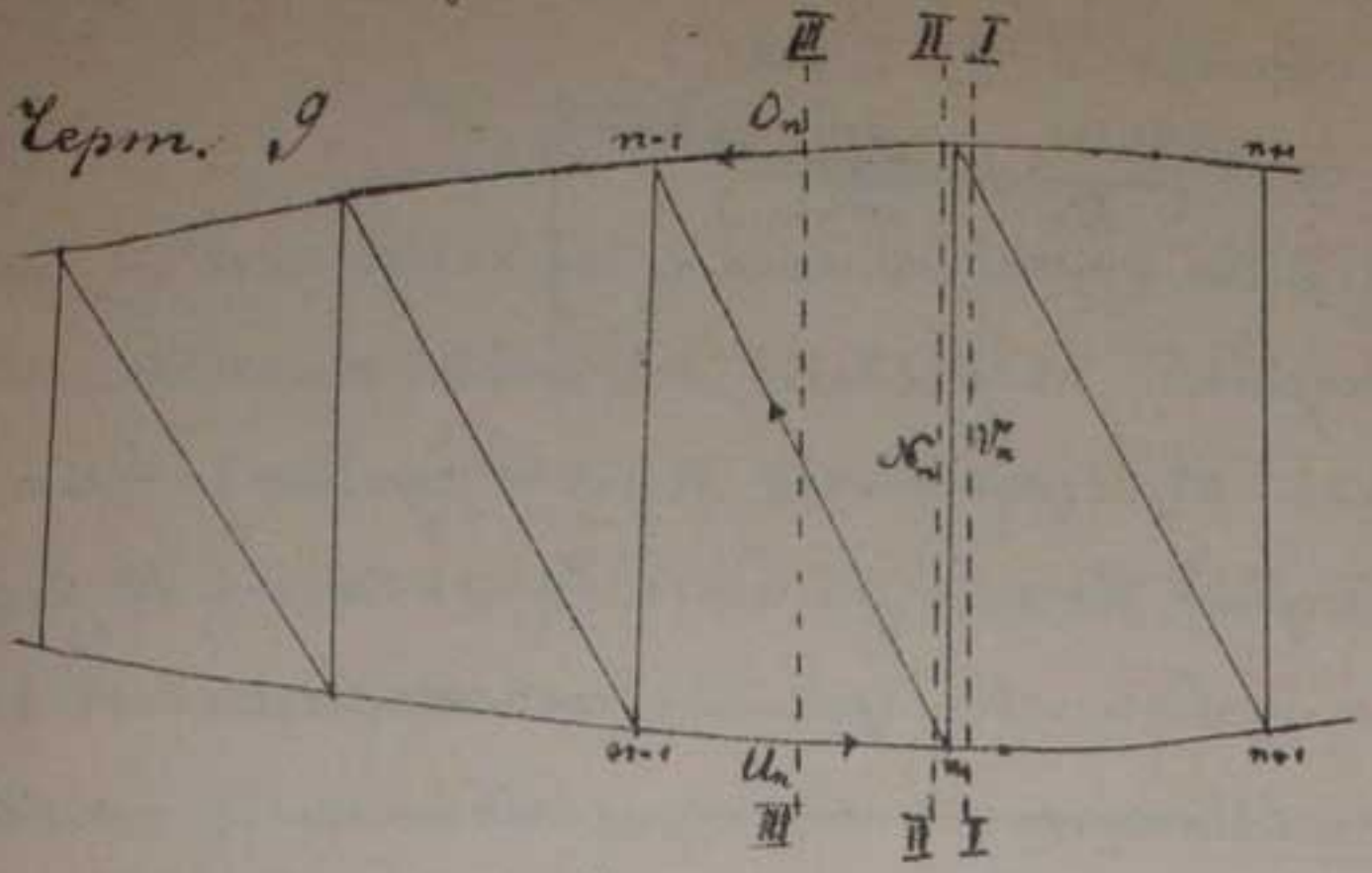
$$(II)\ldots U_{n-1}\cos\gamma_{n-1}=O_n\cos\beta_n=\frac{M'_{n-1}}{K_{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (98')$$

Для фермы съ нисходящими раскосами (Черт. 9)

$$(I)\ldots O_n \cos\beta_n = U_{n-1}\cos\gamma_{n-1} = \frac{M'_n}{H_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (99)$$

$$(II)\ldots O_{n-1}\cos\beta_{n-1} = U_n \cos\gamma_n = \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (99')$$

Черт. 9



Изъ этихъ формулъ видимъ, между прочимъ, что въ простыхъ раскосныхъ фермахъ горизонтальныя составляющія усилій въ поясахъ одинаковы въ панеляхъ, одновременно пересѣкаемыхъ линіей, проведенной параллельно раскосамъ. Слѣдовательно, въ фермѣ съ восходящими раскосами (Черт. 8) усиліе въ первой панели верхняго пояса $= 0$, а въ фермѣ съ нисходящими раскосами (Черт. 9) усиліе въ первой панели нижняго пояса равно нулю.

б.) Для всякаго сѣченія III между $(n-1)$ и (n) узлами, при верхнемъ сжатомъ, а нижнемъ - вытянутомъ поясахъ, напишемъ уравненіе $= \Sigma X'' = 0$.

Для восходящихъ раскосовъ (Черт. 8)

$$\pm N_n \cos\varphi_n = -U_n \cos\gamma_n + O_n \cos\beta_n =$$

или на основаніи (98) и (98')

$$\pm N_n \cos\varphi_n = -\left\{\frac{M'_n}{H_n} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (100)$$

Для нисходящихъ раскосовъ (Черт. 9)

$$\pm N_n \cos\varphi_n = -U_n \cos\gamma_n + O_n \cos\beta_n =$$

или на основаніи (99) и (99')

$$= +\left\{\frac{M'_n}{H_n} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (101)$$

Признакъ для опредѣленія, будетъ-ли N_n сжато или вытянуто, очевидно, тотъ же, что былъ раньше указанъ. Приравнявъ нулю сумму вертикальныхъ проэкцій всѣхъ усилій въ сѣченіи III, имѣемъ для фермы съ восходящими раскосами съ сжатымъ верхнимъ и вытянутымъ нижнимъ поясами:

$$V'_n \pm N_n \sin\varphi_n - O_n \sin\beta_n + U_n \sin\gamma_n = 0,$$

откуда, на основаніи формулъ (98) и (98'):

$$\pm N_n \sin\varphi_n = -V'_n - \frac{M'_n}{H_n} tg\,\gamma_n + \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\,\beta_n \quad \ldots (102)$$

Для фермы съ нисходящими раскосами при такихъ же условіяхъ:

$$V'_n \pm N_n \sin\varphi_n - O_n \sin\beta_n + U_n \sin\gamma_n = 0$$

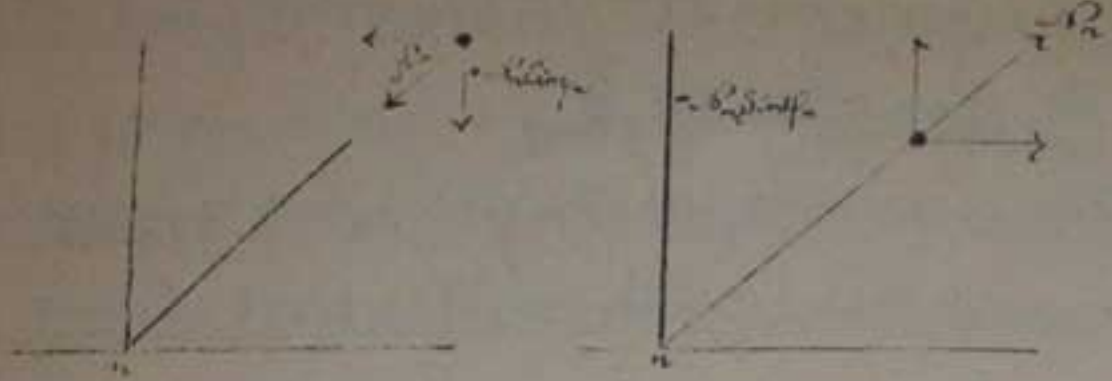
или на основаніи (99) и (99'):

$$\pm N_n \sin\varphi_n = -V'_n + \frac{M'_n}{H_n} tg\,\beta_n - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\,\gamma_n \quad \ldots (103)$$

Здѣсь опять замѣчаемъ, что V'_n, для всѣхъ сѣченій (разрѣзной фермы) отъ лѣвой опоры до сѣченія съ max. M сама по себѣ величина отрицательная, а потому для этихъ сѣченій первый членъ отрицательная. Кромѣ того, для фермы съ восходящими раскосами ($+N_n \sin\varphi_n$) выражаетъ вытягиваніе, а ($-N_n \sin\varphi_n$) — сжатіе; для фермы съ

находящимися раскосами обратно (см. схему).

Схема.



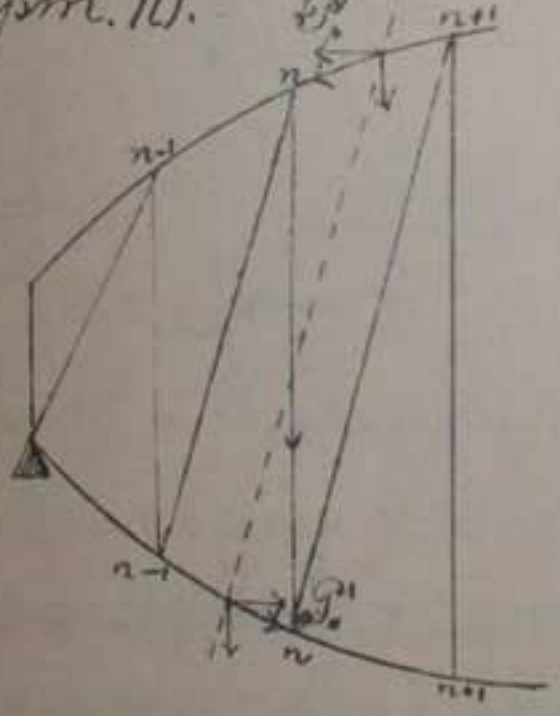
При большом числе панелей вместо формул (102) и (103) можно взять:

$$\pm K_{n-\frac{1}{2}} \sin \varphi_n = - P'_n + \frac{M_{n-\frac{1}{2}}}{x_{n-\frac{1}{2}}} (tg \beta_n - tg \gamma_n) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (104)$$

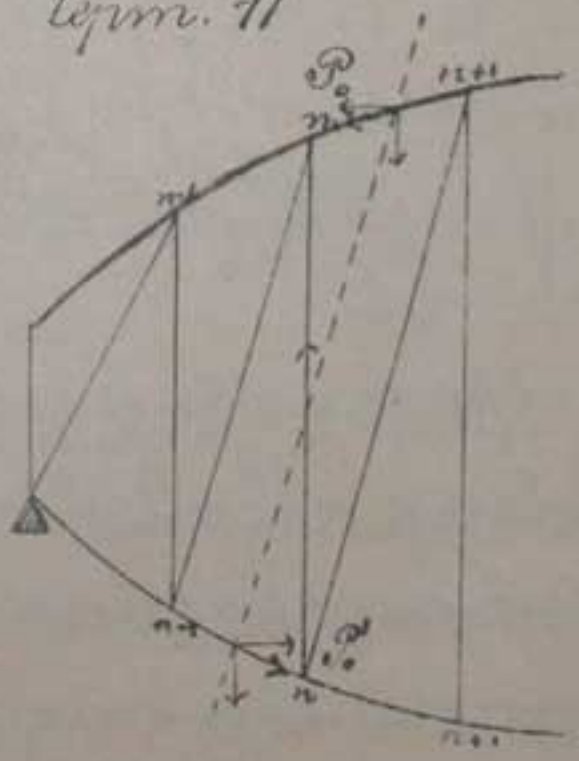
Применение формулы к неразрезным фермам -аналогично как предыдущего.

b.) Для определения усилий в <u>стойках</u> проведем плавное сечение (черт. 10 и 11) таким образом чтобы оно встретило стойку. Означим через P'_n нагрузки узловых и панельных узлов. Приравняем нулю сумму вертикальных проекций всех усилий, встречающихся в этом сечении, или к

Черт. 10.



Черт. 11



1.) Для выпуклой стойки фермы с восходящими раскосами, с сжатым верхним и вытянутым нижним поясами: (черт. 10)

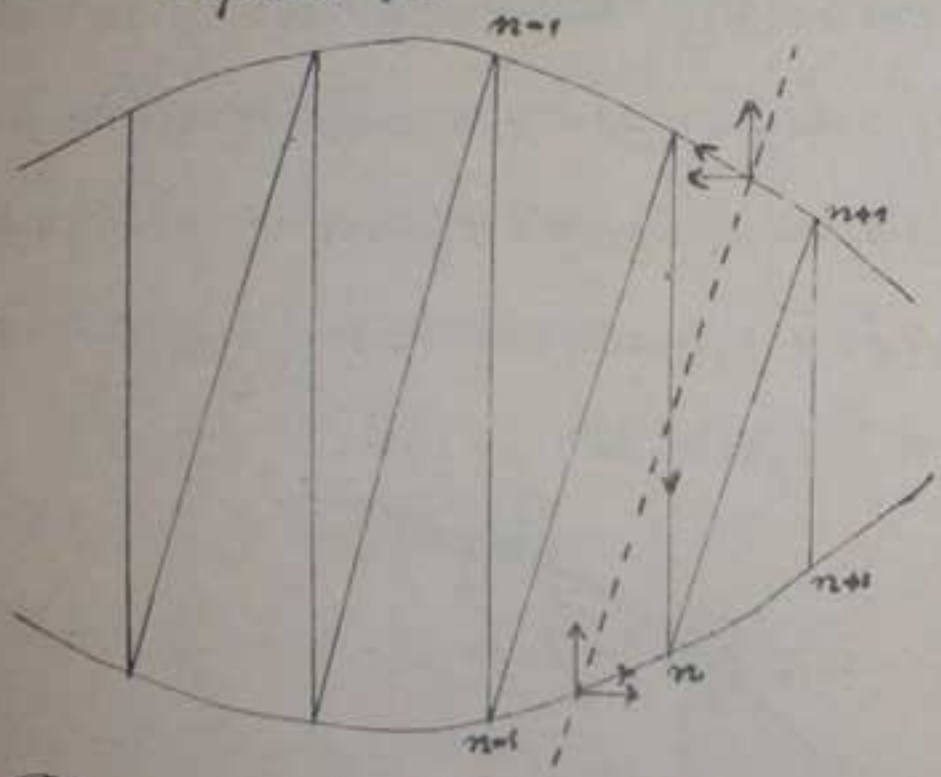
$$N'_n - P'_0 + U_n \sin\gamma_n - V_n - O_{n+1} \sin\beta_{n+1} = 0,$$

гдѣ N'_n – перерѣзывающее усиліе (безъ обозначенія знака) непосредственно влѣво отъ $n^{го}$ узла, откуда:

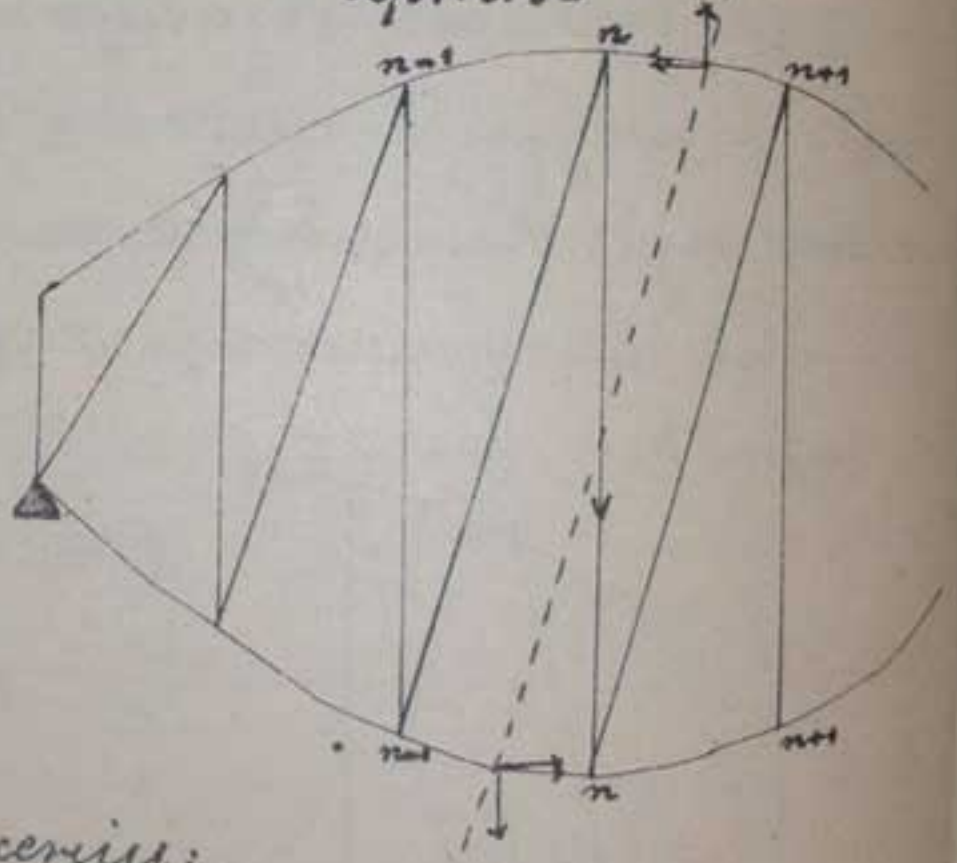
$$-V_n = -N'_n + P'_0 - \frac{M'_n}{H_n} tg\,\gamma_n + \frac{M'_n}{H_n} tg\,\beta_{n+1}$$

Эта формула обнимаетъ, очевидно, всѣ случаи: первый когда сѣкущая плоскость встрѣчаетъ панель верхняго пояса, для которой: β положит., а для панели нижняго пояса γ – отрицат. (черт. 10); второй случай когда β отрицат.; γ – положит. (черт. 10') и наконецъ третій случай когда β отрицат. и γ – отрицат. (Черт. 10").

Черт. 10'



Черт. 10"



Такимъ образомъ въ выраженіи:

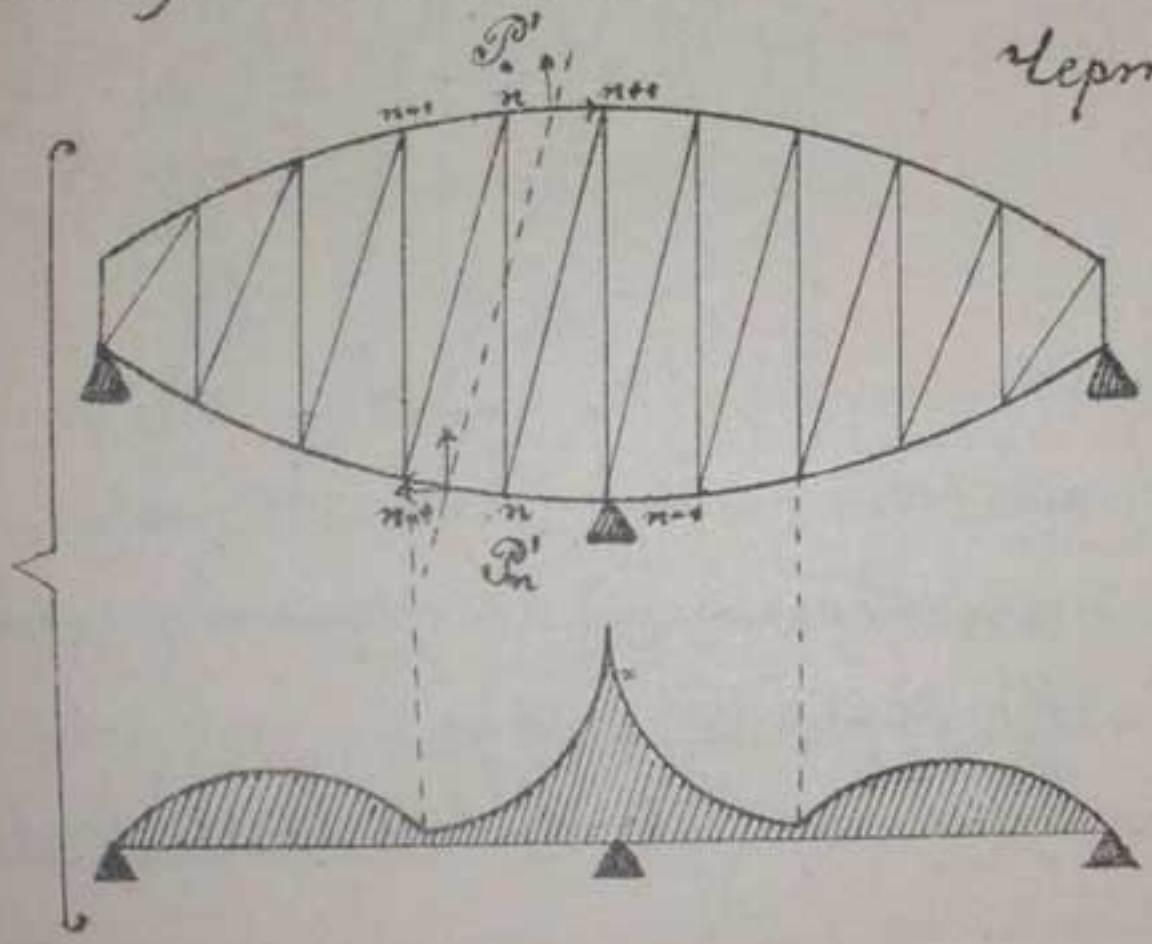
$$N'_n - P'_0 + U_n \sin\gamma_n - V_n - O_{n+1} \sin\beta_{n+1} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (104')$$

для перваго случая, члены: $+ U_n \sin\gamma_n - O_{n+1} \sin\beta_{n+1}$, оба отрицательные; для втораго случая – оба члена положительные; для третьяго случая: членъ $(+ U_n \sin\gamma_n)$ – отрицательный, а членъ $(-O_{n+1} \sin\beta_{n+1})$ – положительный. Чтобъ не было недоразумѣнія относительно пра-

вильной постановки знаков предъ членами $U_n \sin\gamma_n$ и $O_{n+1} \sin\beta_{n+1}$ въ выраженіи (104') необходимо только помнить, что предъ членомъ U_n слѣдуетъ всегда ставить знакъ (+), если нижній поясъ вытянутъ независимо отъ того, каковъ знакъ γ_n, а предъ членомъ O_n - ставить знакъ (−), если верхній поясъ сжатъ.

Обратное имѣетъ мѣсто, когда верхній поясъ вытянутъ, а нижній сжатъ, какъ напримѣръ для случая, указаннаго на (Черт. 10''), (многопролетная балка). Здѣсь имѣемъ:

Черт. 10'''



$$X - P' - U_n \sin\gamma_n - V_n + O_{n+1} \sin\beta_{n+1} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (104'')$$

причемъ $\sin\gamma_n$ – величина отрицательная, а $\sin\beta_{n+1}$ – положительная, слѣдовательно обѣ члена $(-U_n \sin\gamma_n)$ и $(+O_{n+1} \sin\beta_{n+1})$ - положительные, что и подтверждается діаграммой.

Тѣмъ же слѣдуетъ руководствоваться при составленіи выраженій, послужившихъ для вывода фор

мулы: (96), (96'), (102), (103), (105) и (106)

2.) Для сжатой стойки той же фермы – (черт. 11)

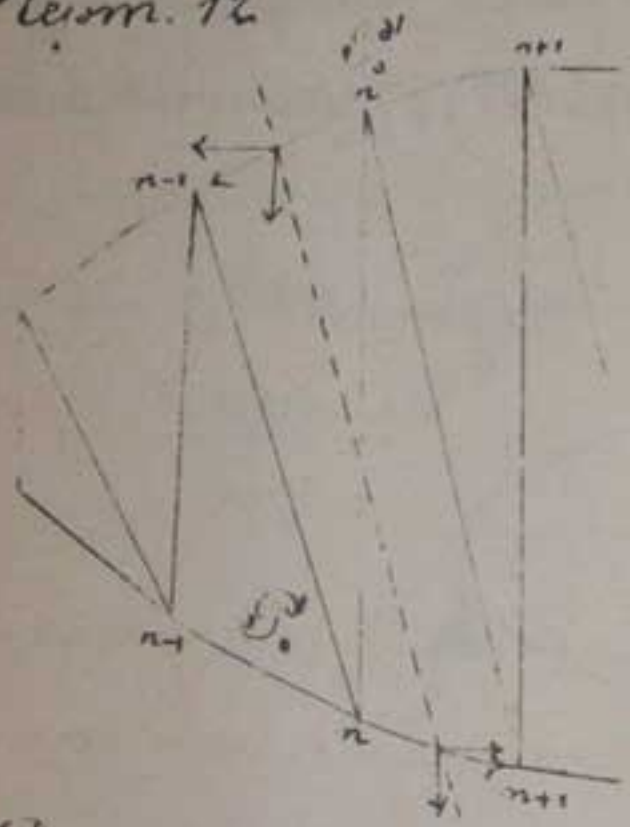
$$+V_n = -H'_n + P'_0 - \frac{M'_n}{R_n} tg\,\beta_n + \frac{M'_n}{R_n} tg\,\beta_{n+1}.$$

3.) Для вышерасположенной стойки фермы с нисходящими раскосами (черт. 12)

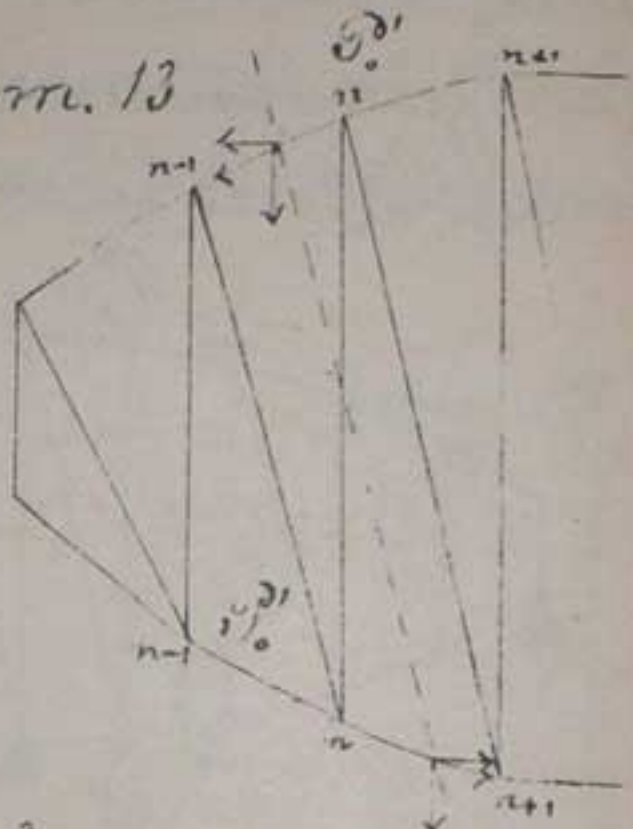
$$H'_n - P'_n - O_n \sin\beta_n + V_n + U_{n+1} \sin\gamma_{n+1} = 0, \text{ откуда:}$$

$$+V_n = -H'_n + P'_n + \frac{M'_n}{R_n} tg\,\beta_n - \frac{M'_n}{R_n} tg\,\gamma_{n+1}.$$

Черт. 12



Черт. 13



4.) Для сжатой стойки той же фермы (черт. 13):

$$-V_n = -H'_n + P'_n + \frac{M'_n}{R_n} tg\,\beta_n - \frac{M'_n}{R_n} tg\,\gamma_{n+1};$$

Следовательно, для фермы <u>с восходящими</u> раскосами:

$$\pm V_n = -H'_n + P'_0 - \frac{M'_n}{R_n}\left\{tg\,\gamma_n - tg\,\beta_{n+1}\right\} \quad \ldots\ldots (105)$$

для фермы <u>с нисходящими</u> раскосами:

$$\pm V_n = -H'_n + P'_n - \frac{M'_n}{R_n}\left\{tg\,\gamma_{n+1} - tg\,\beta_n\right\} \quad \ldots\ldots (105'),$$

причем опять следует помнить, что в однопролетных фермах для всех сечений между опорой и сечением с Max. M_n (для данного расположения нагрузки) – H'_n величина положи-

тельная, а потому $(-H'_n)$ величина отрицательная. Затылье въ первой половинѣ фермы $tg\beta$ - величина положительная, а $tg\gamma$ - отрицательная, а во второй-обратно. Для фермъ съ восходящими расходами $(+U^o_n)$ означаетъ сжатую стойку (черт. 11), а $(-U^o_n)$ бортовую (черт. 10); для фермъ съ нисходящими расходами - обратно. Изъ чертежа видно также, что, какъ для фермъ съ восходящими, такъ и съ нисходящими расходами, при одномъ и томъ же положеніи нагрузки:

$$\left.\begin{aligned} H'_{n+1} &= H'_n - (D'_o + P'_n), \\ \text{откуда:}\quad H'_{n+1} + P'_o &= H'_n - D'_n, \\ \text{и}\quad H'_{n+1} + D'_n &= H'_n - P'_o, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

гдѣ H'_n и H'_{n+1} означаютъ перерѣзывающія усилія (безъ обозначенія знака) непосредственно влѣво отъ $(n)^{го}$ и $(n+1)^{го}$ узла. Для такихъ положеній нагрузки, соотвѣтствующихъ Мах. H'_n и Мах. H'_{n+1} или Мін. значеній тѣхъ же величинъ, эта зависимость не имѣетъ мѣста. Возможна лишь такая зависимость:

$$\text{Мах. } H'_{n+1} + P'_o = H'_n - D'_n,$$

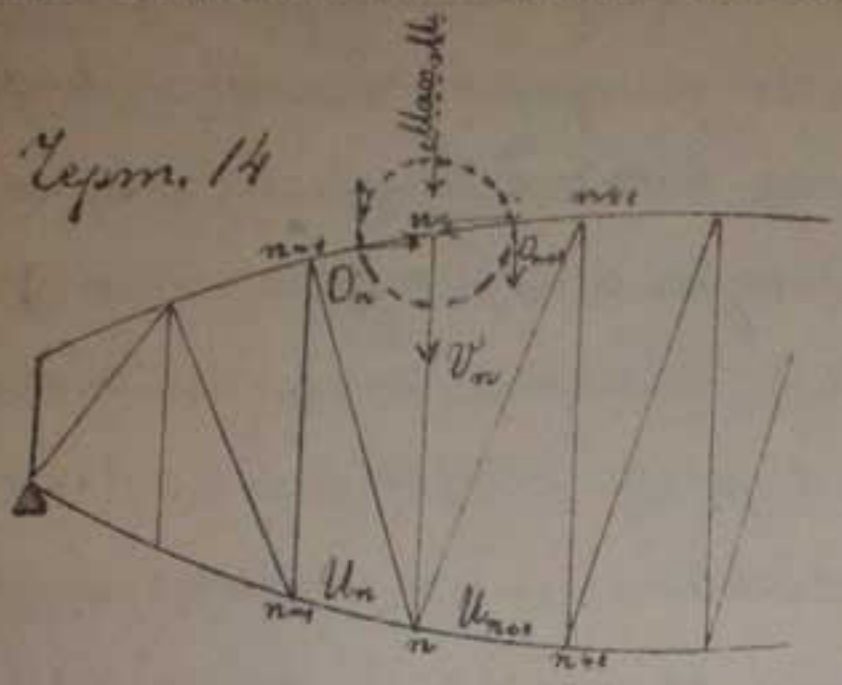
или:

$$H'_{n+1} + D'_n = \text{Мах. } H'_n - P'_o.$$

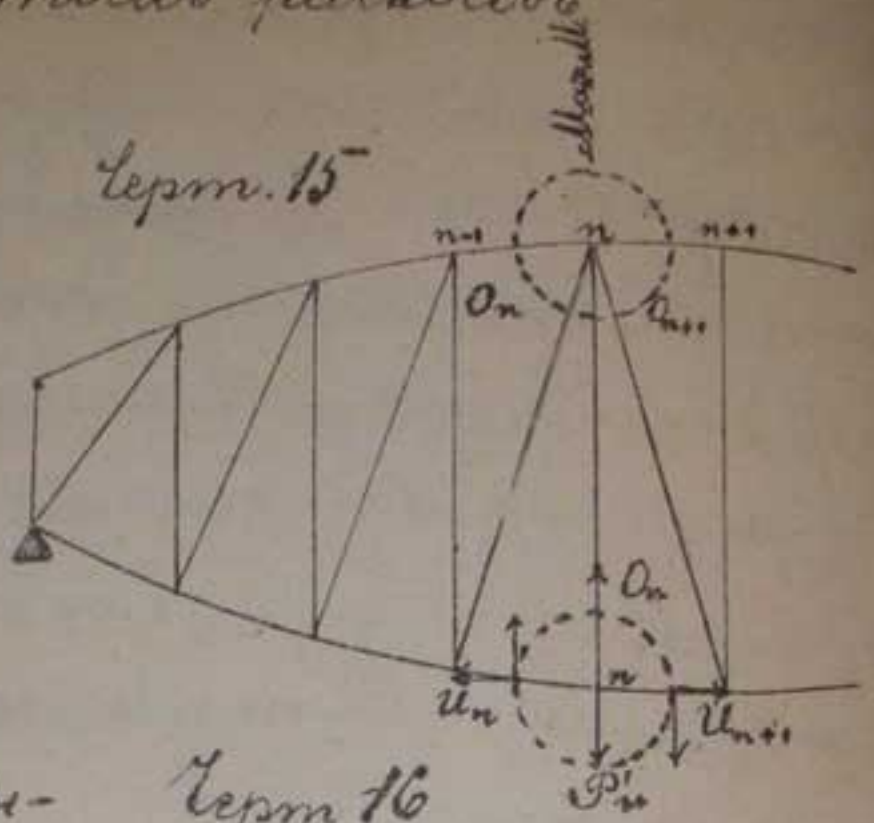
Въ тѣхъ стойкахъ, гдѣ (М) получаетъ свое наибольшее значеніе, ни одинъ изъ только-что бывшихъ разобранныхъ случаевъ не имѣетъ мѣста, такъ какъ въ этомъ сѣченіи происходитъ перемѣна направленій расходовъ съ однородными усиліями, т.е. пере-

мѣста направленія исключительно вытянутыхъ или исключительно сжатыхъ раскосовъ.

Черт. 14



Черт. 15



Для фермы съ вытянутыми раскосами (Черт. 14), написавъ условіе равновѣсія вертикальныхъ проекцій силъ, дѣйствующихъ около верхней точки n, имѣемъ:

$$\pm V_n - P'_0 + O_n \sin \beta_n - O_{n+1} \sin \beta_{n+1} = 0$$

Но $O_n = \frac{M'_n}{R_n \cos \beta_n}$; $O_{n+1} = \frac{M'_n}{R_n \cos \beta_{n+1}}$ (*)

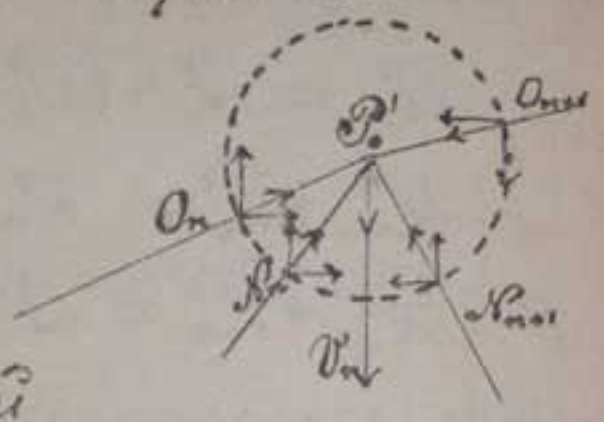
Слѣдовательно

$$\pm V_n = +P'_0 - \frac{M'_n}{R_n} \{ tg \beta_n - tg \beta_{n+1} \} \quad \ldots\ldots\ldots (108)$$

Если окончательный результатъ будетъ со знакомъ (+), то это покажетъ, что стойка сжата, а если (−), то вытянута.

Если разсматриваемая стойка находится по серединѣ фермы, то $tg \beta_{n+1} = -tg \beta_n$; слѣдовательно, вы-

Черт. 16



(*) Взявъ моменты всѣхъ усилій относительно узловой точки (n)

рой членъ формулы обращается въ: $2.\frac{M'_n}{H_n} tg\beta_n$.

Для фермы съ одними сжатыми раскосами (черт. 15 и 16), усилія въ стойкѣ, помѣщенной въ сѣченіи съ Max. M (для даннаго расположенія нагрузки), найдемъ, составивъ условіе равновѣсія вертикальныхъ усилій около нижней точки (n) (черт. 15), получимъ:

$$\pm V_n - P'_n - U_n Sin\gamma_n + U_{n+1} Sin\gamma_{n+1} = 0;$$

но $U_n = \frac{M'_n}{H_n Cos\gamma_n}$, $U_{n+1} = \frac{M'_n}{H_n Cos\gamma_{n+1}}$. Слѣдовательно:

$$\pm V_n = +P'_n + \frac{M'_n}{H_n}(tg\gamma_n - tg\gamma_{n+1}) \quad \ldots\ldots\ldots (109)$$

гдѣ $(+V_n)$ означаетъ вытягиваніе, а $(-V_n)$ - сжатіе (*)

Мы получили бы то же самое выраженіе для V_n, если бы составили условіе равновѣсія около верхней точки. Для этого слѣдуетъ только замѣтить, что тогда $(+V_n)$ будетъ уже означать сжатіе, а $(-V_n)$ - вытягиваніе. Слѣдовательно, если приложить къ формулѣ (109), что:

$$P'_n > \frac{M'_n}{H_n}(tg\gamma_n - tg\gamma_{n+1}),$$

т. е. что имѣемъ: $(+V_n)$ или что стойка вытянута, то составляя условіе равновѣсія около верхней точки, мы должны получить:

$$-V_n = P'_n + \frac{M'_n}{H_n}(tg\gamma_n - tg\gamma_{n+1})$$

Дѣйствительно, составивъ условіе равновѣсія (черт. 6) получимъ:

(*) Здѣсь оба $tg\gamma$ отрицат.; слѣдовательно $(+\frac{M_n}{H_n} tg\gamma_n)$ - величина отрицательная, а $(-\frac{M'_n}{H_n} tg\gamma_{n+1})$ - величина положительная.

$$\pm V_n - P'_n + O_n \sin\beta_n - O_{n+1} \sin\beta_{n+1} + N_n \sin\varphi_n + K_{n+1} \sin\varphi_{n+1} = 0 \quad \ldots (110)$$

Но $O_n \sin\beta_n = \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\beta_n$; $O_{n+1} \sin\beta_{n+1} = \frac{M'_{n+1}}{H_{n+1}} tg\beta_{n+1}$.

На основании формулы (102), измѣненной въ томъ смыслѣ, что въ данномъ случаѣ для вывода этой формулы пришлось бы составить условіе равновѣсія силъ, приложенныхъ не къ <u>лѣвой</u>, а къ <u>правой</u> части отсѣченной фермы (срывъ черт. 16 и 8), мы получимъ для усилія сжатаго раскоса K_n выраженіе:

$$+ K_n \sin\varphi_n = + N'_n + \frac{M'_n}{H_n} tg\gamma_n - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\beta_n \quad (*)$$

Для усилія раскоса K_{n+1}, на основаніи послѣдней формулы (103), напишемъ:

$$+ K_{n+1} \sin\varphi_{n+1} = - N'_{n+1} + \frac{M'_{n+1}}{H_{n+1}} tg\beta_{n+1} - \frac{M'_n}{H_n} tg\gamma_{n+1}.$$

Но

$$N'_{n+1} = N'_n - P'_n - P'_n.$$

Слѣдовательно, подставивъ въ формулу (110), получимъ:

$$\pm V_n + P'_n + \frac{M'_n}{H_n} tg\gamma_n - \frac{M'_n}{H_n} tg\gamma_{n+1} = 0,$$

откуда: $\pm V_n = - P'_n - \frac{M_n}{H_n}(tg\gamma_n - tg\gamma_{n+1})$;

но такъ какъ мы приняли что:

$$P'_n > \frac{M'_n}{H_n}(tg\gamma_n - tg\gamma_{n+1}),$$

и въ виду того, что $tg\gamma_n$ и $tg\gamma_{n+1}$ отрицательные, $tg\gamma_n > tg\gamma_{n+1}$, то хотя выраженіе $\left(-\frac{M_n}{H_n}(tg\gamma_n - tg\gamma_{n+1})\right)$ величина положительная, тѣмъ не менѣе благодаря этому неравенству вся вторая часть отрицательная, слѣдовательно, предъ V_n нужно оставить

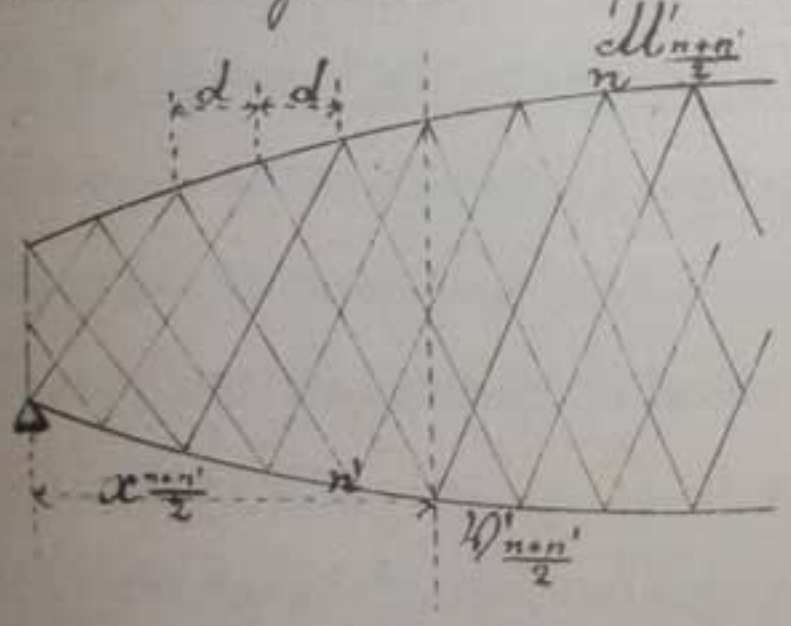
(*) Формула (102) для сжатаго раскоса была $(K_n \sin\varphi_n) = -N'_n + O_n \sin\beta_n - U'_n \sin\gamma_n$. Для случая черт. 16 мы должны измѣнить знакъ у силъ K_n, O_n, U_n и N'_n.

знакъ (−), т.е.: $-V_n = P'_n + \frac{M'_n}{H_n}(tg\,\gamma_n - tg\,\gamma_{m.n.})$, что и требовалось доказать.

Примѣненіе способа Лессля и Шюблера къ опредѣленію усилій въ фермахъ статически опредѣлимыхъ въ отношеніи опорныхъ сопротивленій, но статически неопредѣлимыхъ въ отношеніи усилій въ фермахъ.

3.) Ферма съ нѣсколькими пересѣченіями раскосовъ.

а.) Можно разбить ферму на нѣсколько простыхъ фермъ безъ взаимнаго пересѣченія раскосовъ и опредѣлить усилія въ поясахъ и раскосахъ на основаніи предъидущихъ формулъ, предполагая, что каждый узелъ нагруженъ грузомъ одной малой пачки. Затѣмъ остается только, — какъ это подробно объяснено при изложеніи способа Риттера, — суммировать усилія соотвѣтственныхъ частей поясовъ, оставляя безъ измѣненія усилія въ раскосахъ.



б.) Шюблеръ предлагаетъ болѣе простой приближенный пріемъ. Опредѣливъ, на основаніи предъидущаго правила значенія M и y для одного и того же x, но для различныхъ проэкцій фермъ — оказывается, что эти значенія весьма мало отличаются одно отъ другого и тѣмъ меньше, чѣмъ больше число отдѣльныхъ фермъ. Такимъ образомъ, если τ — число отдѣльныхъ простыхъ фермъ, то для каждой фермы приближенно $(M_x) = \frac{1}{\tau} M_x$, $(y_x) = \frac{1}{\tau} y_x$, гдѣ вы-

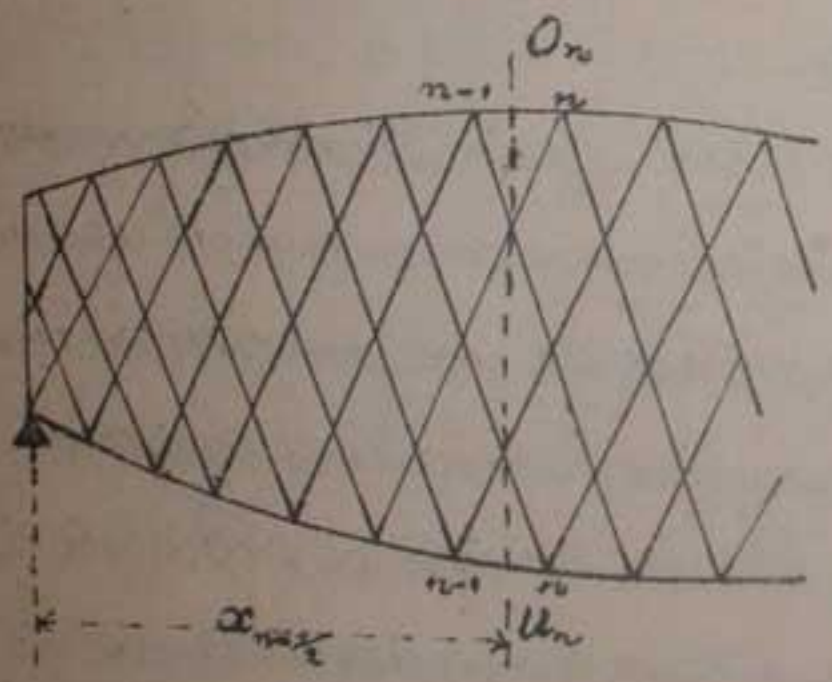
разсеніе въ скобкахъ относится къ каждой изъ прозьихъ фермъ, а выраженіе безъ скобокъ - къ данной фермѣ съ нѣсколькими пересѣченіями раскосовъ. Слѣдовательно, для какого нибудь восходящаго раскоса n'n будемъ имѣть (см. формулы 100 и 101)

$$\left.\begin{aligned} \pm N_n \cos\varphi_n &= -\frac{1}{r}\left(\frac{M'_n}{H_n} - \frac{M'_{n'}}{H_{n'}}\right) \\ \text{Для нисходящаго раскоса } n'n \\ \pm N_n \cos\varphi_n &= \frac{1}{r}\left(\frac{M'_n}{H'_n} - \frac{M'_{n'}}{H_{n'}}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (111)$$

Подобнымъ образомъ для восходящаго и нисходящаго раскоса (см. фор. 104)

$$\pm N_n \sin\varphi_n = -\frac{1}{r}\left\{H_{\left(\frac{n+n'}{2}\right)} - \frac{M'_{\left(\frac{n+n'}{2}\right)}}{H_{\left(\frac{n+n'}{2}\right)}}\left(tg\beta_{\left(\frac{n+n'}{2}\right)} - tg\varphi_{\left(\frac{n+n'}{2}\right)}\right)\right\}^{(*)} \quad \ldots (111')$$

Что касается опредѣленія усилій въ поясахъ, то слѣдуетъ различать будетъ ли число отдѣльныхъ системъ четное или нечетное.



Проводимъ въ фермѣ съ четнымъ числомъ системъ вертикальное сѣченіе такимъ образомъ, чтобы въ сѣченіи не было другихъ горизонтальныхъ усилій, кромѣ напряженій поясовъ; для этого необходимо, чтобы оно проходило чрезъ точки

(*) Это справедливо для нагрузки, расположенной по верху и по низу (собственный вѣсъ); для подвижной нагрузки, расположенной по верху или по низу слѣдуетъ доводить нагрузку до половины большой панели, т.е. до конца раскоса и затѣмъ брать $\frac{1}{r}$ долю.

встрѣчи раскосовъ. Тогда можно принять, что въ сѣченіи раскосовъ взаимно уничтожаются, такъ какъ усилія во взаимно-пересѣкающихся раскосахъ противоположны по знаку и приблизительно одинаковы по величинѣ.

Въ виду того, что въ этомъ случаѣ остаются въ сѣченіи только двѣ горизонтальныя составляющія $O_n \cos\beta_n$ и $U_n \cos\gamma_n$ при абсциссѣ $x_{n-\frac{1}{2}}$, то

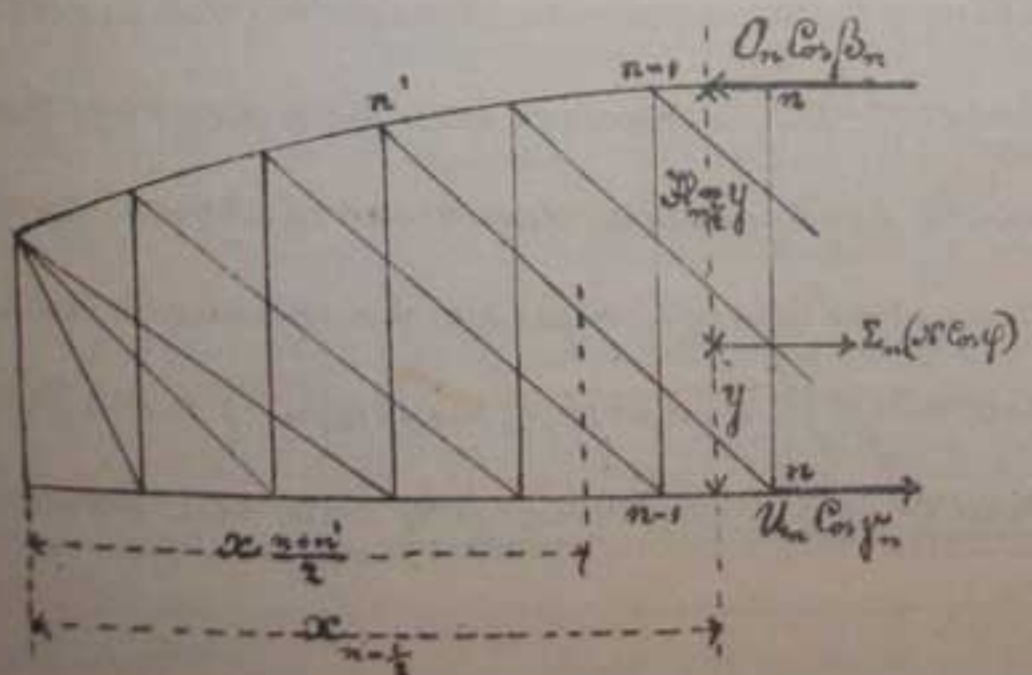
$$O_n \cos\beta_n = U_n \cos\gamma_n = \frac{M'_{n-\frac{1}{2}}}{H_{n-\frac{1}{2}}} \quad \ldots\ldots\ldots (112)$$

<u>Въ фермѣ съ нечетнымъ числомъ</u> отдѣльныхъ системъ сѣченіе, проходящее черезъ точку встрѣчи раскосовъ-пройдетъ вмѣстѣ съ тѣмъ чрезъ одинъ изъ узловъ; поэтому (см. формулы 92 и 93)

$$U_{n+1} \cos\gamma_{n+1} = \frac{M'_n}{H_n} \; ; \; O_n \cos\beta_n = \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots (112')$$

b) Раскосная ферма съ нѣсколькими пересѣченіями раскосовъ.

И въ данномъ случаѣ можно разбить ферму на нѣсколько простыхъ системъ и для каждой отдѣльно опредѣлить усилія въ поясахъ, раскосахъ и стойкахъ по вышеприведеннымъ формуламъ и затѣмъ просуммировать усилія соотвѣтственныхъ панелей поясовъ



а.) Шюблеръ предлагаетъ слѣдующій пріемъ для опредѣленія <u>усилій въ поясахъ</u> - послѣ того какъ уже опредѣлены усилія въ раскосахъ

Сдѣлавъ сѣченіе по среднимъ панели $\left[(n-1)(n)\right]^{II}$, мы получимъ въ сѣченіи усилія поясовъ и раскосовъ (примемъ, очевидно, горизонтальныя составляющія послѣднихъ въ данномъ случаѣ не уничтожаются взаимно). Пусть $\Sigma_n(N\cos\varphi)$ представляетъ равнодѣйствующую горизонтальныхъ проекцій усилій въ раскосахъ, а y - разстояніе этой равнодѣйствующей отъ центра тяжести нижняго пояса. Тогда:

$$O_n\cos\beta_n=\frac{M'_{n-\frac{1}{2}}}{H_{n-\frac{1}{2}}}\pm\frac{y\,\Sigma_n(N\cos\varphi)}{H_{n-\frac{1}{2}}} \qquad (113)$$

$$U_n\cos\gamma_n=\frac{M'_{n-\frac{1}{2}}}{H_{n-\frac{1}{2}}}\pm\frac{(H_{n-\frac{1}{2}}-y)\,\Sigma_n(N\cos\varphi)}{H_{n-\frac{1}{2}}} \qquad (113')$$

Знакъ предъ вторымъ членомъ опредѣляется, такъ какъ извѣстны направленія равнодѣйствующей горизонтальныхъ составляющихъ усилій въ раскосахъ. Такъ напримѣръ, для даннаго случая моменты вращенія усилій:

$$O_n\cos\beta_n \text{ и } \Sigma_n(N\cos\varphi)$$

относительно центра тяжести нижняго пояса противоположныхъ знаковъ, поэтому во второй части (113) предъ вторымъ членомъ нужно взять знакъ (+). На томъ же основаніи предъ вторымъ членомъ формулы (113') слѣдуетъ взять знакъ (−) и т.д.

б.) Что касается <u>усилій въ раскосахъ</u> то на основаніи формулы (111):

$$\pm S_n \sin \varphi_n = -\frac{1}{r}\left[V'_{\frac{n+n'}{2}} - \frac{M_{\frac{n+n'}{2}}}{H_{\frac{n+n'}{2}}}\left(tg\,\beta_{\frac{n+n'}{2}} - tg\,\gamma_{\frac{n+n'}{2}}\right)\right] \quad . \quad . \quad . \quad (114).$$

б) Усилія въ стойкахъ на основаніи формулъ (105) и (106) для фермы съ восходящими раскосами:

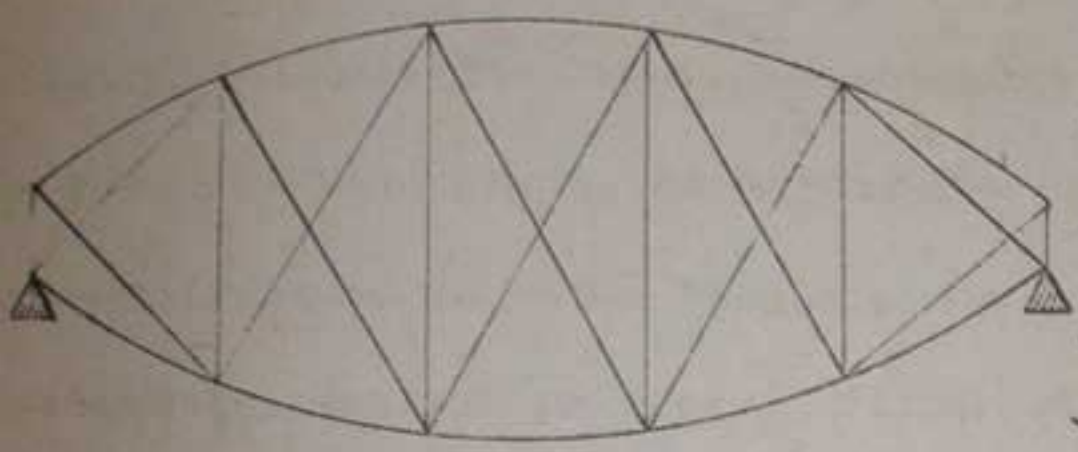
$$\pm V_n = -\frac{1}{r} V'_{\frac{n+n'}{2}} + P'_n - \frac{1}{r}\frac{M'_n}{H_n}\left\{tg\,\gamma_m - tg\,\beta_m\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (115);$$

для фермы съ нисходящими раскосами:

$$\pm V_n = -\frac{1}{r} V'_{\frac{n+n'}{2}} - P'_n - \frac{1}{r}\frac{M'_n}{H_n}\left\{tg\,\gamma_m - tg\,\beta_n\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (115').$$

5, Составныя раскосныя фермы.

Въ этихъ фермахъ имѣются стойки и въ каждой панели два взаимнопересѣкающихся раскоса, соединенные съ поясами.



При опредѣленіи усилій является неизвѣстность, какая доля общей нагрузки распредѣлится по каждой изъ системъ-такъ какъ узловыя точки принадлежатъ одновременно обѣимъ системамъ.

Для болѣе полнаго рѣшенія задачи необходимо принять во вниманіе поперечныя сѣченія различныхъ частей и прослѣдить, въ зависимости отъ этихъ размѣровъ, измѣненія вида фермы и отсюда уже опредѣлить: какая доля нагрузки распредѣлится по каждой изъ системъ, причемъ, вообще, эта задача представляетъ для разрѣшенія не мало затрудненій.

Въ нѣкоторыхъ частныхъ случаяхъ, впрочемъ можно прямо указать какая доля нагрузки распредѣлится

по каждой изъ системъ. Напримѣръ, если оба пояса имѣютъ одинаковую нагрузку и форму, если обѣ системы раскосовъ одинаковой прочности (т.е. въ состояніи дать одинаковое напряженіе матеріала при дѣйствіи равныхъ усилій, независимо отъ того, будутъ ли онѣ вытягивающія или сжимающія), тогда нѣтъ причины, чтобы раскосы въ данной панели не приняли на себя равныя усилія, причемъ очевидно, что стойки (при полной нагрузкѣ пролета) вовсе не будутъ напряжены, а слѣдовательно и ихъ сѣченія могутъ быть сравнительно незначительны. Измѣненіе поперечное сѣченіе стоекъ можетъ даже измѣнить предполагаемое равное раздѣленіе усилій по каждой изъ системъ, такъ какъ крѣпкія стойки, значительно сопротивляющіяся измѣненію вида фермы, необходимо должны принять на себя часть напряженія, проявляющагося вслѣдствіе изгиба фермы. Вліяніе стоекъ становится еще болѣе ощутительнымъ если обѣ системы раскосовъ неодинаковой прочности. Дѣйствительно, въ послѣднемъ случаѣ если бы обѣ системы раскосовъ были подвергнуты одинаковымъ усиліямъ, то произошло бы различное удлиненіе и укорачиваніе соотвѣтственныхъ раскосовъ, но такъ какъ этому сопротивляется прочная система (благодаря присутствію стоекъ), то

часть усилій будетъ принята стойками; причемъ раскосы будутъ уже подвергнуты подобнымъ усиліямъ. Подобнымъ образомъ, если раскосъ, подвергающійся сжатію, недостаточныхъ размѣровъ, то, очевидно, онъ приметъ на себя изъ даннаго усилія лишь столько, сколько онъ можетъ выдержать не сгибаясь; остальная часть усилія направится по стойкѣ, которая опять должна быть лишь такихъ размѣровъ, чтобы она представляла одинаковое напряженіе матеріала съ сжимаемымъ раскосомъ. Если сѣченіе стойки будетъ излишне, тогда, можетъ быть, что она приметъ на себя большую часть усилія и по раскосу передается уже меньшая часть. Вообще можно принять, что если раскосъ и стойка, сходящіяся въ одной точкѣ, одновременно подвергнутся сжатію, при чемъ сѣченіе ни того, ни другого - недостаточно, чтобы каждое порознь могло выдержать данное сжатіе, - тогда, очевидно, полное сжатіе распредѣлится такъ, чтобы въ обѣихъ частяхъ было одинаковое напряженіе матеріала.

Такимъ образомъ, отъ поперечнаго сѣченія стойки будетъ зависѣть какая доля усилія, предназначеннаго для сжатія сравнительно слабаго раскоса, направится по стойкѣ. Но если принять, что стойки будутъ имѣть сѣченіе лишь доста-

точное для сопротивления усилиям, передающимся на них вследствіе неодинаковой прочности раскосов, то напряженія раскосовъ, стоекъ и поясовъ могутъ быть опредѣлены задавшись извѣстными сѣченіемъ раскосовъ. Пусть N_n и T_n усилія въ раскосахъ, ω_n и ω_1 - сѣченія этихъ раскосовъ. Если N_n должно быть вытянуто, а T_n - сжато, то для равенства напряженій матеріала, между N и T должна быть зависимость

$$\frac{N_n}{\omega_n} = \frac{T_n}{\omega t}\left(1 + k\omega\frac{l^2}{J}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (116)$$

а если N сжато, то:

$$\frac{T_n}{\omega t} = \frac{N_n}{\omega_n}\left(1 + k\omega\frac{l^2}{J}\right)^{(*)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (116)$$

Рѣзавъ сѣченіе влѣво отъ $n^{го}$ узла возьмемъ моменты O_n и N_n относительно нижняго $n^{го}$ узла зат. для силъ U_n и T_n относительно верхняго $n^{го}$ узла, тогда получимъ:

$$O_n \cos\beta + N_n \cos\varphi = \frac{M'_n}{H_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (117)$$

$$U_n \cos\gamma + T_n \cos\psi = \frac{M'_n}{H_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (117')$$

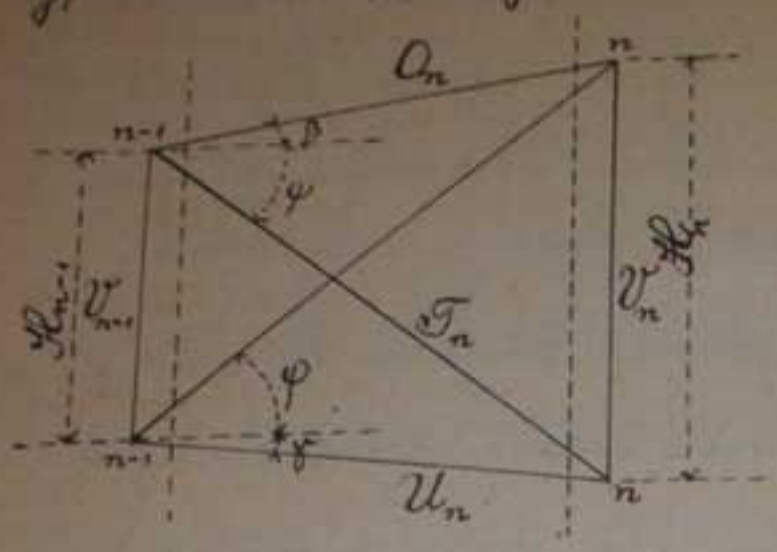
Сдѣлавъ сѣченіе вправо отъ $(n-1)^{го}$ узла и взявъ вращеніе относительно нижняго узла, получимъ:

$$O_n \cos\beta + T_n \cos\psi = \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (117'')$$

Здѣсь три уравненія съ четырьмя неизвѣстными O_n, U_n, T_n и N_n [мы не беремъ четвертаго уравненія $U_n \cos\gamma + N_n \cos\varphi = \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}}$, такъ какъ всѣ эти четыре

(*) См. курсъ Стр. Механики, глава о продольномъ изгибѣ.

уравненія приводятся къ одному съ двумя неизвѣстными].



Воспользовавшись однимъ изъ уравненій (117) или (117'), можемъ рѣшить нашу задачу. Для того же, чтобы между раскосами N_n и T_n существовала та зависимость, которая предположена, необходимо, чтобы стойки имѣли не малое и не излишнее сѣченіе, а лишь такое, которое соотвѣтствовало бы дѣйствующему на нихъ усилію. Это усиліе опредѣлится, когда напишемъ условіе равновѣсія силъ, около узловой точки, предполагая, что заранѣе опредѣлены усилія въ поясахъ и раскосахъ, (по формуламъ 98 и 102 или 99 и 103).

I.) Общія замѣчанія.

Въ формулахъ 92, 93, 98, 112 и 112' опредѣляющихъ усилія въ поясахъ, эти послѣднія зависятъ только отъ $\left(\frac{M}{H}\right)$. Въ одномъ случаѣ, впрочемъ, въ раскосныхъ фермахъ съ нѣсколькими пересѣченіями раскосовъ (формулы 113 и 113') усилія въ поясахъ зависятъ еще отъ усилій въ раскосахъ.

Усилія въ раскосахъ и стойкахъ зависятъ какъ отъ перерѣзывающихъ усилій, такъ и отъ моментовъ [форм: 96, 102, 103, 104, 111, 112, 105, 106, 108, 109, 105', 106'].

Для однопролетной балки наибольшее значеніе ея

мента сообъ тотъ же нагрузкъ всего пролета; наибольшее значеніе перерѣзывающихъ усилій соотвѣтствуетъ нагрузкѣ опредѣленной части пролета (объ этомъ – см. Курсъ Строит. Механики).

Поэтому въ тѣхъ случаяхъ, въ которыхъ усилія въ поясахъ или въ раскосахъ и стойкахъ, зависятъ исключительно отъ моментовъ, – въ первомъ случаѣ, и отъ перерѣзывающихъ усилій – во второмъ случаѣ – очевидно, слѣдуетъ опредѣлять соотвѣтственныя усилія при полной или при частной нагрузкѣ пролета.

Что же касается тѣхъ случаевъ, въ которыхъ усиліе въ поясахъ, или раскосовъ и стоекъ зависятъ одновременно отъ моментовъ и отъ перерѣзывающихъ усилій, то слѣдуетъ предположить или полную или частную нагрузку пролета, смотря по тому, преобладаетъ ли въ формулѣ числовая величина моментовъ, или величина перерѣзывающихъ усилій.

Всѣ предыдущія формулы выведены въ томъ предположеніи, что нагрузка сосредоточена въ узловыхъ точкахъ. Между тѣмъ неподвижная и подвижная нагрузка обыкновенно задаются какъ равномѣрно-распредѣленныя нагрузки (*).

Слѣдовательно, необходимо или замѣнить данную

(*) Министерскія таблицы равномѣрныхъ нагрузокъ эквивалентныхъ поѣзду, см. въ Цир. Техн. Инсп. Каи. отъ 5 Января 1886 года №60.

сплошную нагрузку сосредоточенною въ узловыхъ точкахъ, или же, что проще, опредѣлить моменты и перерѣзывающія усилія при такомъ положеніи сплошной нагрузки, чтобы значенія этихъ величинъ были тождественны съ значеніями ихъ въ предположеніи присутствія отдѣльныхъ сосредоточенныхъ грузовъ, – каковыми груза были приняты выше при выводѣ формулъ для усилій въ поясахъ, раскосахъ и стойкахъ.

Мы далѣе покажемъ, какимъ расположеніямъ сплошной нагрузки соотвѣтствуютъ значенія Max. M и Max. V, опредѣленныя для сосредоточенныхъ нагрузокъ.

II.) Положеніе подвижной нагрузки, отвѣчающее Max. M и Max. V въ однопролетной балкѣ.

Приведемъ нѣсколько формулъ и положеній, относящихся до моментовъ и перерѣзывающихъ усилій при сосредоточенныхъ грузахъ и сплошной нагрузкѣ въ однопролетныхъ балкахъ.

Въ свою мѣсть разсмотрѣнъ будетъ тотъ же вопросъ по отношенію неразрѣзныхъ балокъ и балокъ системы Гербера.

a. Сосредоточенная нагрузка:

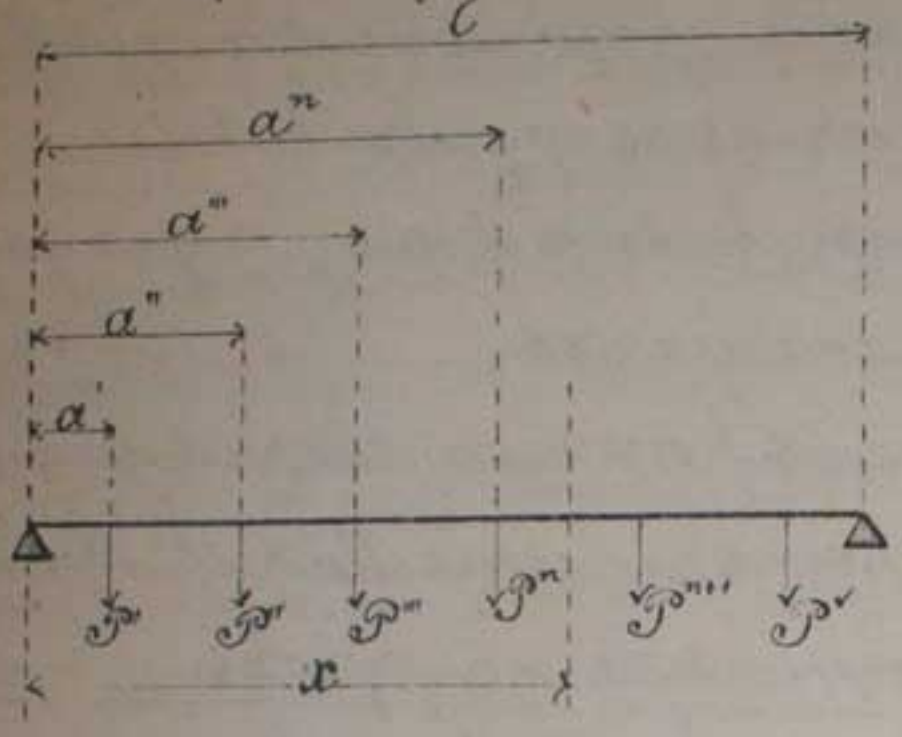
Пусть (Черт 17) на пролетѣ длиною l – помѣщается V – сосредоточенныхъ грузовъ на разстояніяхъ $a', a'', a''' \ldots a^{n}$ отъ лѣвой опоры, тогда моментъ въ какомъ-либо сѣченіи x между $n^{\text{ымъ}}$ и $n+1^{\text{ымъ}}$ грузомъ:

$$M_x = \left[P' \frac{(l-a')}{l} + P'' \frac{(l-a'')}{l} + \ldots + P^{n} \frac{(l-a^{n})}{l} + \ldots + P^{v} \frac{(l-a^{v})}{l}\right] x -$$

$$-\{P'(x-a')+P''(x-a')+\ldots+P^{n}(x-a^{n})=(Pa'+Pa''+Pa'''+Pa^{n})(1-\frac{x}{l})+$$

$$+\left[P^{n-1}\frac{(l-a^{n-1})}{l}+\ldots+P'\frac{(l-a')}{l}\right]x=\underbrace{(1-\frac{x}{l})\sum_{1}^{n}Pa}_{(A)}+\underbrace{x\sum_{1}^{n-1}P(1-\frac{a}{l})}_{(B)}.$$

Черт. 17.



Это выражение показывает во первых, что M_x – всегда положительно, каково бы ни было x, ибо как $x < l$ и $a < l$. Затем при $x = 0$ и $x = l$, $M_x = 0$, также как в первом случае группа членов (B) – обращается в нуль; равным образом не будет и группы членов (A), которые могут иметь место лишь при $x > (a)^{n}$; во втором случае группа членов (A) обращается в нуль и не могут иметь места члены группы (B), так как для них $x < (a)^{n-1}$ – между тем как $x = l$ следовательно этого неравенства быть не может.

Затем легко видеть что где бы не был помещен новый <u>добавочный</u> груз, он послужит к <u>увеличению</u> численного значения M_x. Если груз будет помещен в сечении между 0 и x он войдет в группу членов (A); занимая же положение между x и l – добавочный груз войдет в группу членов (B).

Следовательно <u>численное значение момента в</u>

<u>любомъ сѣченіи пролета увеличивается вмѣстѣ съ увеличеніемъ числа грузовъ на пролетѣ.</u>

Составляя выраженіе перерѣзывающаго усилія въ сѣченіи x (Черт. 17) получимъ:

$$R_x = P'\left(1-\frac{a'}{l}\right)+P''\left(1-\frac{a''}{l}\right)+\ldots+P^n\left(1-\frac{a^n}{l}\right)+\ldots+P^r\left(1-\frac{a^r}{l}\right)-\left\{P'+P''+\ldots P^n\right\}=$$

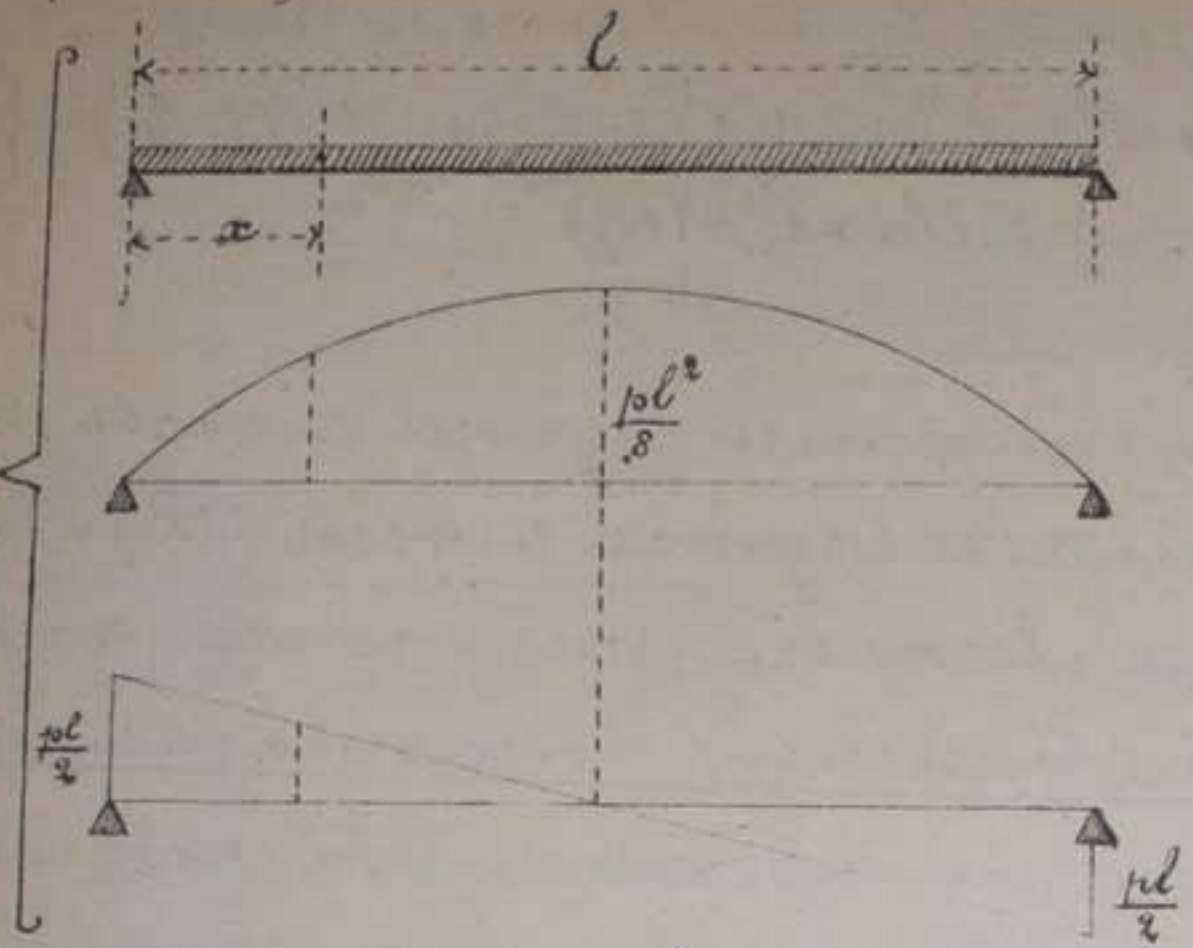
$$=-\frac{1}{l}\underbrace{\sum_1^n Pa}_{A}+\underbrace{\sum_{n+1}^{r} P\left(1-\frac{a}{l}\right)}_{B}.$$

Въ этомъ выраженіи группа членовъ (A) всегда отрицательна, а группа членовъ (B) – всегда положительна. Легко видѣть также, что для полученія <u>наибольшаго положительнаго значенія R_x</u> въ какомъ либо сѣченіи x, необходимо, чтобы между лѣвой опорой и разсматриваемымъ <u>сѣченіемъ не было грузовъ</u> и чтобъ остальные грузы, расположенные за сѣченіемъ x, были возможно ближе къ этому сѣченію. Обратно, <u>наибольшее отрицательное перерѣзывающее усиліе</u> въ данномъ сѣченіи x будетъ имѣть мѣсто, <u>когда груза расположены только между лѣвой опорой и разсматриваемымъ сѣченіемъ</u> и притомъ расположены возможно ближе къ этому сѣченію.

б.) Сплошная нагрузка.

На основаніи вышеизложеннаго въ видѣ слѣдствія легко перейти къ случаю сплошной равномѣрной нагрузки и установить слѣдующія положенія:

1.) Наибольшее значение момента въ данномъ сѣченіи будетъ имѣть мѣсто при загрузкѣ всего пролета (Черт. 18)



Черт. 18

$$+ max.M_x = \frac{p}{2}(l-x)x$$

Соотвѣтствующее значеніе перерѣзывающаго усилія:

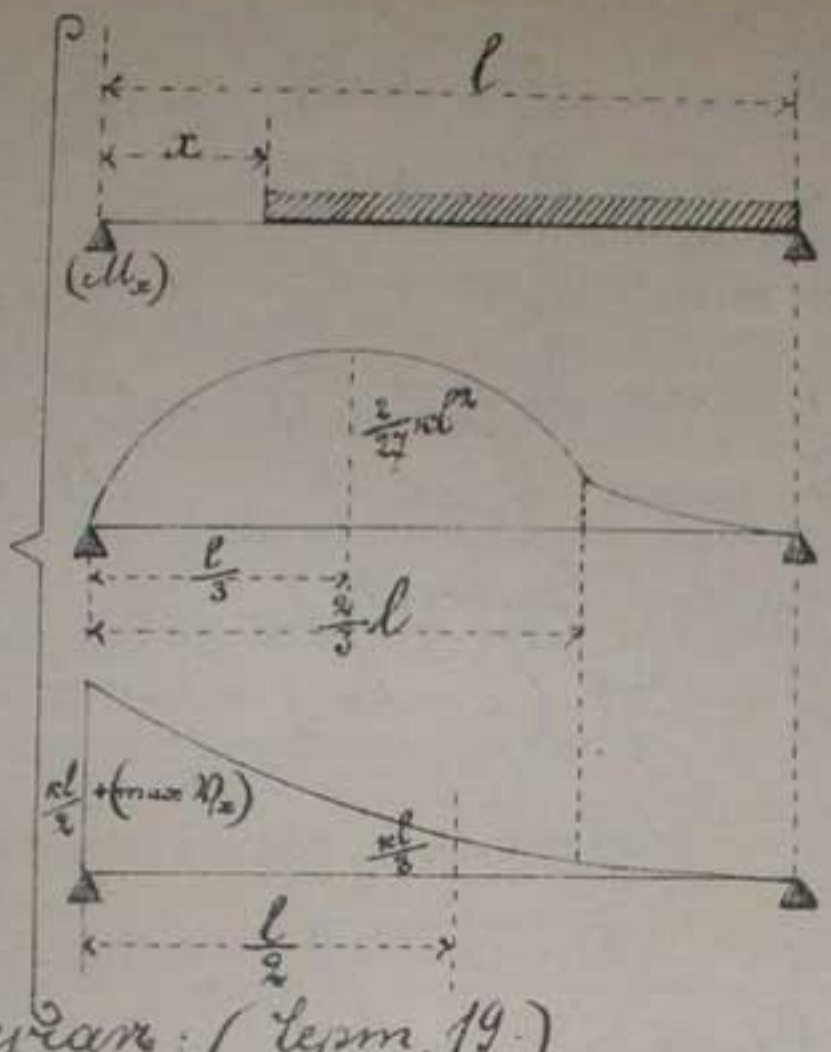
$$\pm Q_x = p\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

Законъ измѣненія моментовъ выражается параболой а законъ измѣненія перерѣзывающихъ усилій - прямой линіей.

При $x = 0$, $max.M_x = 0$, $Q_x = \frac{pl}{2}$,
При $x = \frac{l}{2}$, $max.M_x = \frac{-pl^2}{8}$, $Q_x = 0$,
При $x = l$, $max.M_x = 0$, $Q_x = \frac{-pl}{2}$.

2.) Наибольшее положительное значеніе перерѣзывающаго усилія имѣетъ мѣсто при загрузкѣ части пролета отъ разсматриваемаго сѣченія до правой опоры. (Черт. 19); загрузка части пролета отъ разсматриваемаго сѣченія до лѣвой опо-

ры – соотвѣтствуетъ наибольшему отрица тельному значенію перерѣзывающаго усилія (черт. 19).



Черт. 19

Въ первомъ случаѣ: (черт. 19)

$$+\max M_x = \frac{k(l-x)^2}{2l}.$$

Соотвѣтствующее значеніе момента:

$$M_x = \frac{k(l-x)^2 x}{2l}$$

Законъ измѣненія перерѣзывающихъ усилій и моментовъ выражается: параболой вогнутой для перерѣзывающихъ усилій и частью выпуклой и частью вогнутой для моментовъ, что явствуетъ изъ знака вторыхъ производныхъ выраженій: $\max M_x$ и M_x

$$\frac{d^2(+\max M_x)}{dx^2} = \frac{d\left(-\frac{k(l-x)}{l}\right)}{dx} = +\frac{k}{l}$$

$$\frac{d^2(M_x)}{dx^2} = \frac{d\left[\frac{k}{2l}(l^2-4lx+3x^2)\right]}{dx} = \frac{k}{l}(-2l+3x)$$

Послѣднее выраженіе показываетъ, что при $x < \frac{2}{3}l$ кривая выпукла, а при $x > \frac{2}{3}l$ – она вогнута. Наи-

большая ордината M_x будетъ очевидно, при $x = \frac{l}{3}$, что слѣдуетъ изъ условія:

$$\frac{dM_x}{dx} = \frac{k}{2l}(l^2 - 4l.x + 3x^2) = 0, \text{ откуда } x = \frac{l}{3}$$

При $x = 0$, $+ \max. Q_x = + \frac{kl}{2}$, $M_x = 0$

При $x = \frac{l}{3}$, $+ \max. Q_x = + \frac{2kl}{3}$, $M_x = \frac{2}{27} kl^2$

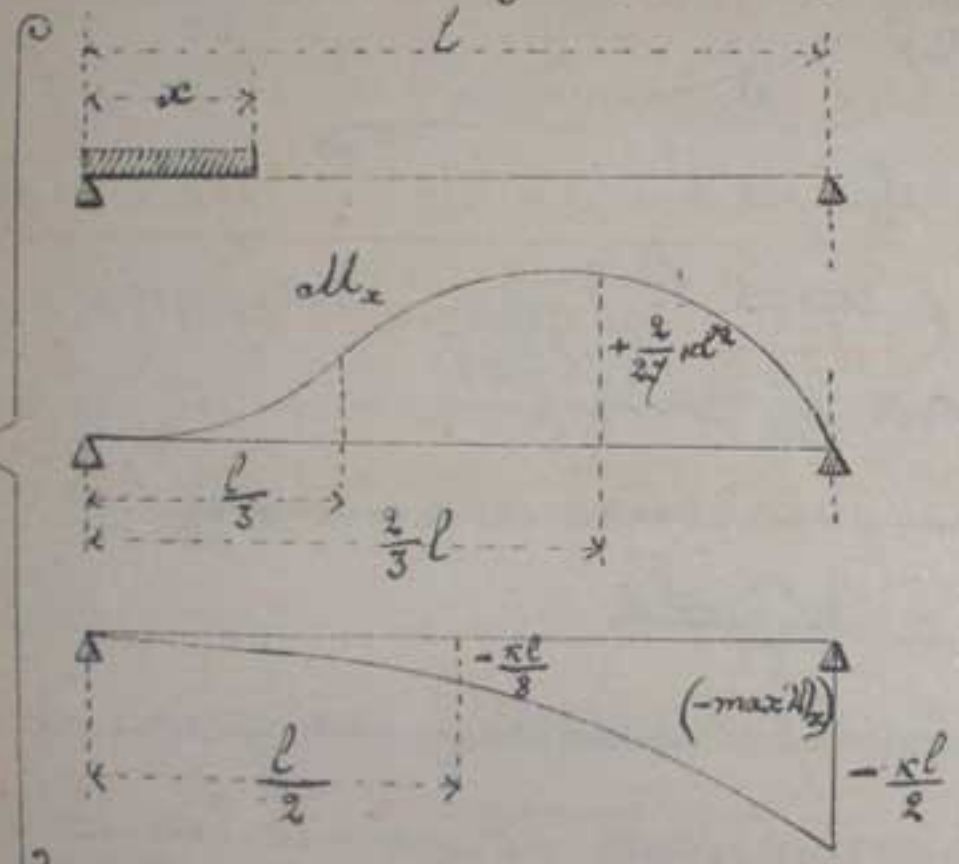
При $x = \frac{l}{2}$, $+ \max. Q_x = + \frac{kl}{8}$, $M_x = \frac{kl^2}{16}$

При $x = \frac{2}{3}l$, $+ \max. Q_x = + \frac{kl}{18}$, $M_x = \frac{1}{27} kl^2$

При $x = l$, $+ \max. Q_x = 0$, $M_x = 0$.

Во второмъ случаѣ (Черт. 19')

$$- \max Q_x = \frac{kx}{l}\left(l - \frac{x}{2}\right) - kx = - \frac{kx^2}{2l}$$



Черт. 19'

Соотвѣтствующее значеніе момента:

$$M_x = \frac{kx}{l}\left(l - \frac{x}{2}\right).x - \frac{kx^2}{2} = \frac{kx^2}{2}\left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

Изслѣдованіе знака вторыхъ производныхъ выраженій: $-\max Q_x$ и соотвѣтствующее значеніе M_x, т.е. изслѣдованіе выраженій:

$$\frac{d^2(\max Q_x)}{dx^2} = \frac{d\left(-\frac{kx}{l}\right)}{dx} = -\frac{k}{l}$$

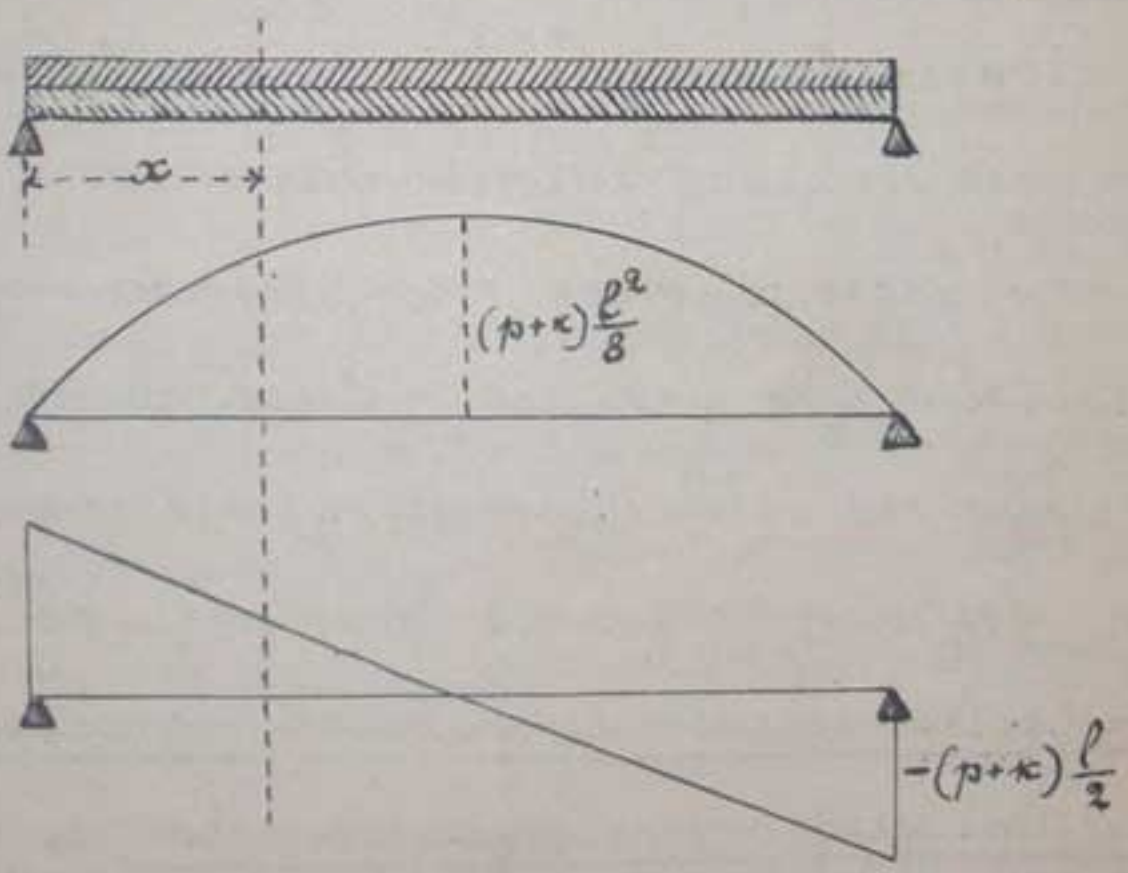
$$\frac{d^2(M_x)}{dx} = \frac{d^2\left(\frac{kx^2}{2}\left(1 - \frac{x}{l}\right)\right)}{dx^2} = \frac{d\left[k\left(x - \frac{3x^2}{2l}\right)\right]}{dx} = k\left(1 - \frac{3x}{l}\right) -$$

показываетъ, что при отрицательныхъ ординатахъ кривая max. M_x выпукла относительно оси X, а кривая M_x, имѣя повсюду положительныя ординаты, вогнута при $x < \frac{l}{3}$, и выпукла при $x > \frac{l}{3}$.

Здѣсь слѣдуетъ обратить вниманіе, что теорема Шведлера $N_x = \frac{dM_x}{dx}$ какъ бы не подтверждается. Но необходимо имѣть въ виду, что въ этой теоремѣ предполагается перемѣняя сѣченіе, но не перемѣнное положеніе нагрузки, между тѣмъ какъ въ данномъ случаѣ являются перемѣнными положеніе нагрузки и опредѣлится моментъ въ началѣ загруженнаго участка.

в.) Наконецъ при одновременномъ дѣйствіи постоянной (p) и подвижной (k) нагрузки на погонную единицу имѣемъ:

Черт. 20



$$\text{Max. } M_x = (p+k)\frac{x}{2}(l-x)$$

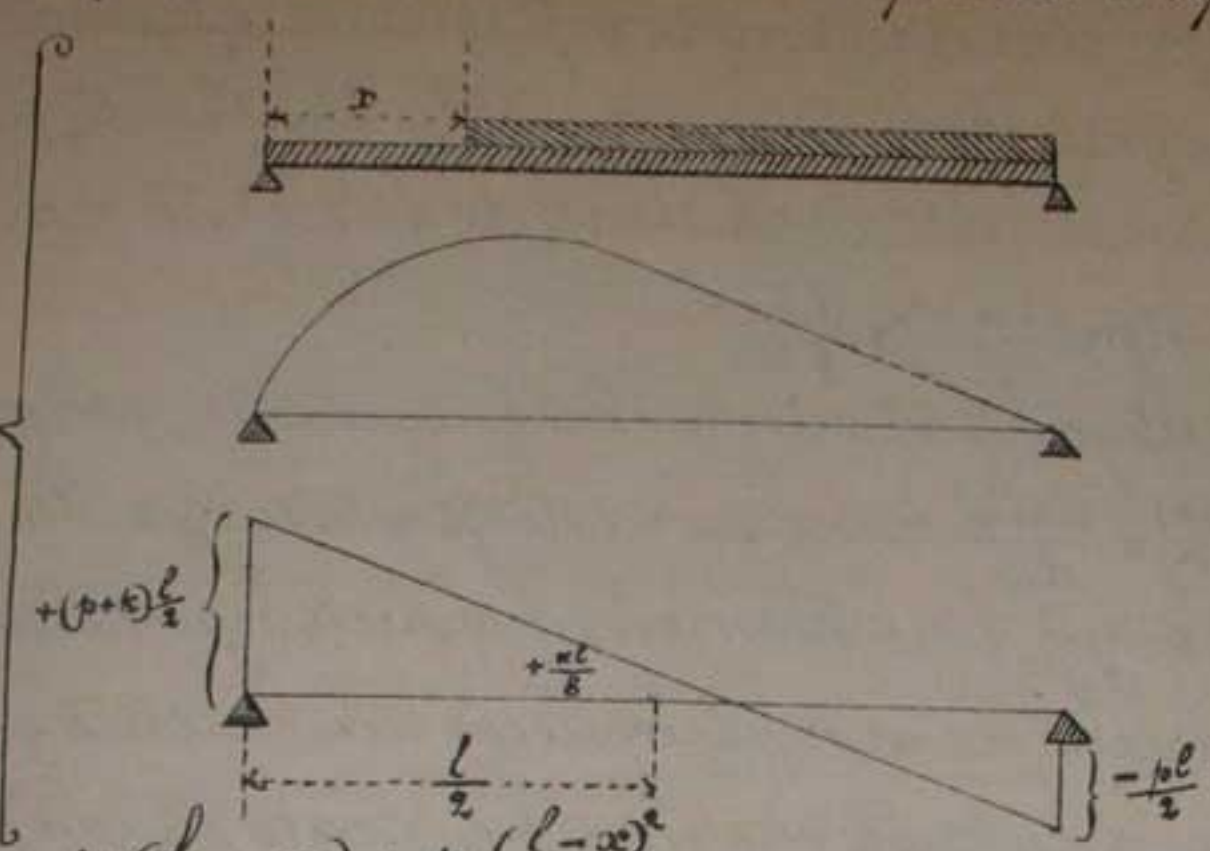
Соотвѣтствующее значеніе перерѣзывающаго усилія:

$$\pm N_x = (p+k)\left(\frac{l}{2} - x\right).$$

При загрузкѣ подвижными грузами части пролета отъ

разсматриваемаго сѣченія до правой опоры (Черт. 21)

Черт. 21



$$\max M_x = p\left(\frac{l}{2} - x\right) + k\frac{(l-x)^2}{2l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (118)$$

Соотвѣтствующее значеніе момента:

$$M_x = \frac{px}{2}(l-x) + \frac{k(l-x)^2 x}{2l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (118')$$

Разсмотрѣніе формулы (118) показываетъ, что при совмѣстномъ дѣйствіи сплошной постоянной нагрузки, покрывающей весь пролетъ и подвижной, занимающей только часть пролета и причинъ вызывающей незначительное перерѣзывающее усиліе, — общее перерѣзывающее усиліе не можетъ быть постояннаго знака по всей длинѣ пролета. Въ способѣ загрузки, выражаемомъ формулой (118) получается наибольшее положительное перерѣзывающее усиліе и наименьшее отрицательное и въ послѣдующихъ разсчетахъ будемъ условно называть чрезъ $\max M_x$ перерѣзывающее усиліе, при сплошной загрузкѣ, соотвѣтствующее случаю указанному на (Черт. 21) т.е. выражающее наибольшее положительное

<u>или наименьшее отрицательное перерѣзывающее усиліе.</u>

Выраженіе $\max Q_x$ показываетъ, что оно не для всякаго x сохраняетъ положительное значеніе. Чтобы видѣть при какомъ x, происходитъ перемѣна знаковъ, приравниваемъ нулю выраженіе $\max Q_x$. Имѣемъ.

$$0 = p\left(\frac{l}{2} - x\right) + \kappa\frac{(l-x)^2}{2l} = \frac{pl}{2} - px + \frac{\kappa l}{2} - \kappa x + \frac{\kappa x^2}{2l}$$

или: $x^2 - (p+\kappa)\frac{2l}{\kappa}x + (p+\kappa)\frac{l^2}{\kappa} = 0$, откуда:

$$x = l\left\{\left(1+\frac{p}{\kappa}\right) \pm \sqrt{\left(1+\frac{p}{\kappa}\right)^2 - \left(1+\frac{p}{\kappa}\right)}\right\} = l\left\{\left(1+\frac{p}{\kappa}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{\kappa}\right)^2 + \left(\frac{p}{\kappa}\right)}\right\}^{(*)} \quad \ldots (116^{m})$$

Затѣмъ, изслѣдовавши знаки вторыхъ производныхъ, т.е. изслѣдовавши знаки выраженій:

$$d^2\left(\frac{\max M_x}{dx^2}\right) = \frac{d\left[-p - \kappa\left(\frac{l-x}{l}\right)\right]}{dx} = +\frac{\kappa}{l}$$

и

$$\frac{d^2(M_x)}{dx^2} = \frac{d\left[p\left(\frac{l}{2}-x\right) + \frac{\kappa}{2l}\left(l^2 - 4lx + 3x^2\right)\right]}{dx} = -p - \frac{\kappa}{l}(2l - 3x)$$

показываемъ, что кривая $+Q_x$ для положительныхъ ординатъ будетъ вогнута, а для отрицательныхъ - выпукла. Что же касается кривой M_x - то таковая, имѣя постоянно положительные ординаты будетъ или на всемъ протяженіи выпуклой или частью выпуклой и частью вогнутой, что будетъ зависѣть отъ относительнаго значенія нагрузокъ p и k. Дѣйствительно, приравнявъ нулю выраженіе $\frac{d^2(M)}{dx^2}$, при возможно наибольшемъ значеніи x, т.е. при $x = l$, легко видѣть, что кривая будетъ вы-

---

(*) Слѣдуетъ брать предъ радикаломъ знакъ (−) иначе $> l$.

пукла на всемъ протяженіи, если только $p > k$; если же $p < k$, то кривая будетъ частью выпукла и вогнута.

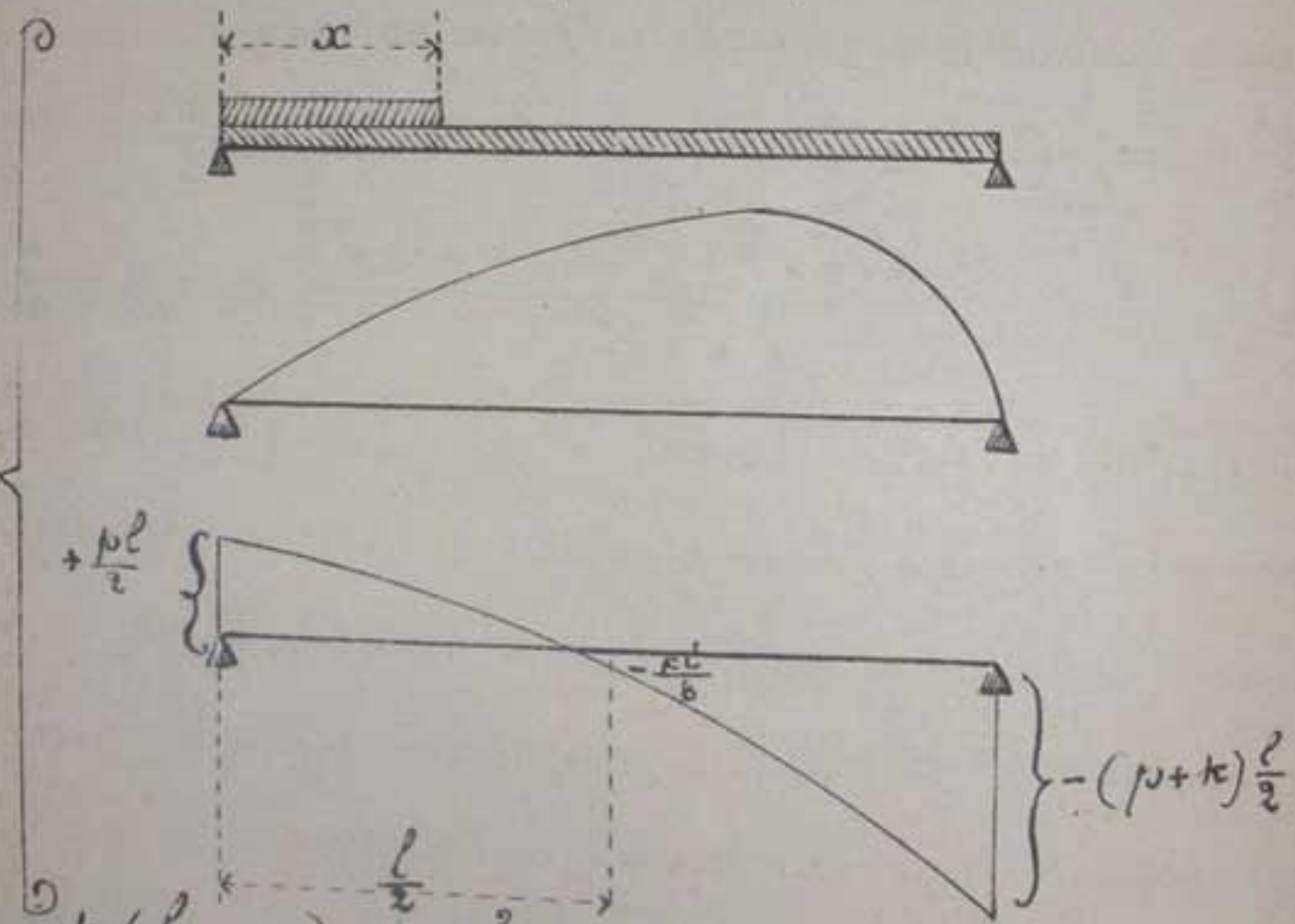
Наибольшее значеніе M_x въ началѣ загруженнаго участка получается при x, найденномъ изъ условія:

$$\frac{dM}{dx} = p\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{\kappa}{2l}\left(l^2 - 4lx + 3x^2\right) = \frac{l}{2}(p+\kappa) - x(p+2\kappa) + \frac{3x^2}{2l} = 0,$$

откуда:

$$x = l\left\{\frac{1}{3}\left(\frac{p}{\kappa}+2\right) \pm \sqrt{\frac{1}{9}\left(\frac{p}{\kappa}+2\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{p}{\kappa}+1\right)}\right\}$$

При загрузкѣ подвижнымъ грузомъ части пролета отъ лѣвой опоры до разсматриваемаго сѣченія (Черт. 22):



Черт. 22

$$\min M_x = p\left(\frac{l}{2} - x\right) - \frac{\kappa x^2}{2l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \rightarrow (119).$$

Соотвѣтствующее значеніе M_x:

$$M_x = px\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{\kappa x^2}{2}\left(1 - \frac{x}{l}\right). \quad \ldots\ldots\ldots (119').$$

Здѣсь также перерѣзывающее усиліе соотвѣтствующее способу загрузки, указанному на (черт. 22) назовемъ условно $\min Q_x$, понимая подъ этимъ наибольшее отрицательное или наименьшее положительное.

ное значеніе перерѣзывающаго усилія.

Перерѣзывающее усиліе дѣлается нулемъ въ сѣченіи, опредѣляемомъ изъ условія.

min $Q_x = p\left(\frac{l}{2} - x\right) - \frac{\kappa x^2}{2l} = 0$; откуда: $x^2 + \frac{2pl}{\kappa} x = \frac{pl^2}{\kappa}$;

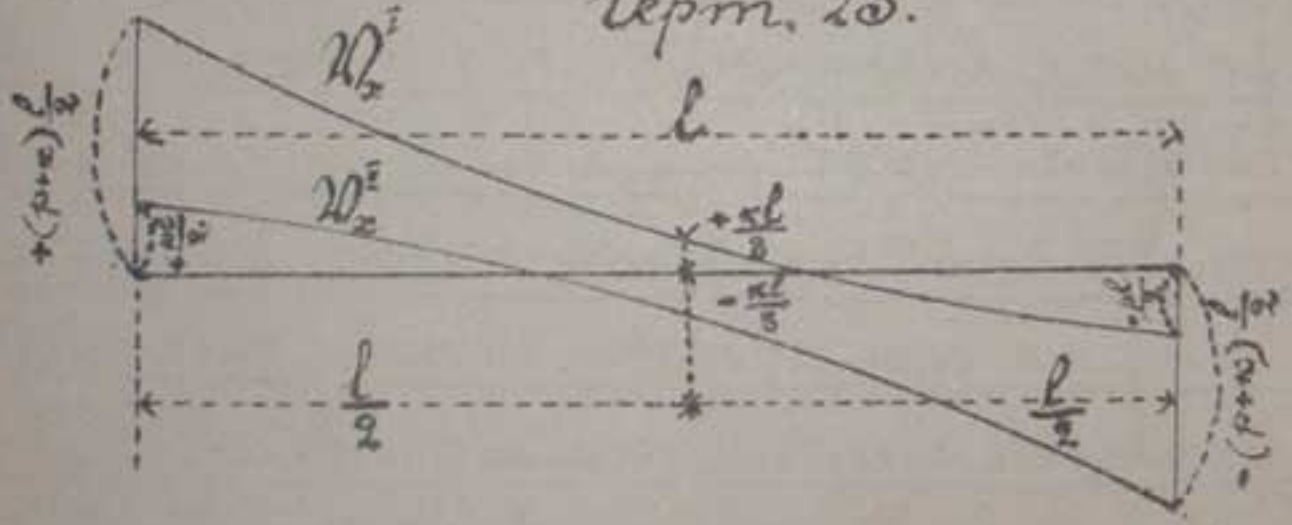
$$x = l\left\{-\left(\frac{p}{\kappa}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{\kappa}\right)^2 + \left(\frac{p}{\kappa}\right)}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (119'');$$

[слѣдуетъ брать предъ радикаломъ знакъ (+): иначе x - величина отрицательная].

Такимъ образомъ, (118) выражаетъ кривую наибольшихъ положительныхъ и наименьшихъ отрицательныхъ значеній Q_x при надвиганіи поѣзда отъ правой опоры къ лѣвой (см. стрѣлку), а (119) - кривую наименьшихъ положительныхъ и наибольшихъ отрицательныхъ значеній Q_x при надвиганіи поѣзда отъ лѣвой опоры къ правой.

Теперь посмотримъ, которое изъ двухъ: (118) или (119), слѣдуетъ употреблять для даннаго x.

Черт. 23.



Во первыхъ, замѣчаемъ, что при $x = \frac{l}{2}$ (черт. 23):

$$\max Q_1 \frac{l}{2} = +\frac{\kappa l}{8}; \qquad \min Q_1 \frac{l}{2} = -\frac{\kappa l}{8}.$$

Затѣмъ: (118) $>$ (119) до тѣхъ поръ пока $x < \frac{l}{2}$;

(118) $<$ (119) до тѣхъ поръ, пока $x > \frac{l}{2}$.

Дѣйствительно, взявъ произвольныя отъ выраженій (118) и (119), имѣемъ:

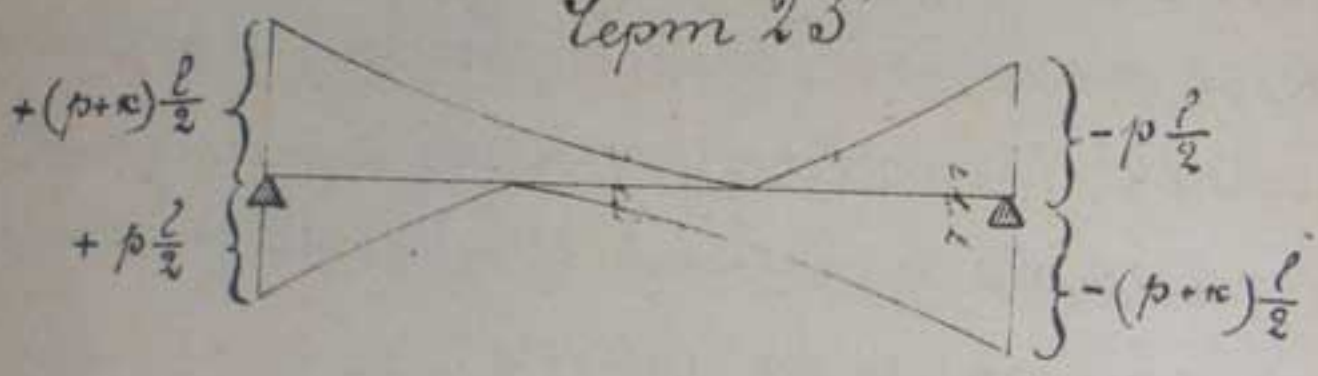
$$\left(M_x^1\right)' = -p - \frac{2x(l-x)}{2l} = -p - k\left(1 - \frac{x}{l}\right) = -\left[p + k\left(l - \frac{x}{l}\right)\right]$$

$$\left(M_x^2\right)' = -p - \frac{2kx}{2l} = -p - \frac{kx}{l} = -\left[p + k\frac{x}{l}\right].$$

Выражения производныхъ показываютъ намъ, что съ возрастаніемъ x ту касательной къ кривой M_x^I численно непрерывно убываетъ, т.е. кривая M_x^I вогнутая, для кривой M_x^{II} зависимость обратная, и она выпуклая. Поэтому, опредѣливъ M_x^I и M_x^{II} для опоръ и для средины пролета, получимъ кривыя вида (черт. 23).

Для удобства чертежа иногда объ вѣтви кривыхъ располагаютъ по одну сторону балки (см. черт. 23').

Черт 23'



Слѣдовательно, если сѣченіе взятое въ первой половинѣ пролета, то расположеніе нагрузки отъ правой опоры до разсматриваемаго сѣченія будетъ соотвѣтствовать наибольшему положительному значенію перерѣзывающаго усилія, расположеніе нагрузки отъ лѣвой опоры до разсматриваемаго сѣченія вызоветъ наименьшее положительное значеніе перерѣзывающаго усилія.

Для второй половины пролета — обратно.

Слѣдовательно, если усилія въ частяхъ фермы зависятъ исключительно или главнымъ образомъ отъ момента, а перерѣзывающее усиліе имѣетъ меньшее значеніе (какъ напримѣръ во всѣхъ формулахъ, выражающихъ усилія въ поясахъ: (92), (93), (99), (100), (112), (112'), (113), (113') и т.д.), то слѣдуетъ предположить

способъ загрузки, указанный на (чертежѣ 20) и наибольшія значенія моментовъ опредѣлимъ по формулѣ:

$$\max. M_x = (p+\kappa)\frac{x}{2}(l-x),$$

а соотвѣтствующія значенія перерѣзывающихъ усилій по формулѣ: $\pm N_x = (p+\kappa)(\frac{l}{2}-x)$.

Если же усилія въ частяхъ фермы зависятъ исключительно или преимущественно отъ перерѣзывающаго усилія, а моменты имѣютъ второстепенное значеніе [какъ напримѣръ въ формулахъ (96), (97), (102), (103), (104), (105), (106), (111'), (114), (115), (115')], то необходимо предположить одинъ изъ способовъ загрузки, указанныхъ на (черт. 21) и (черт. 22) и значенія перерѣзывающихъ усилій опредѣлить по формуламъ (118) и (119), а соотвѣтствующія значенія моментовъ по формуламъ: (118') и (119').

Этотъ же способъ нагрузки слѣдуетъ предположить, пользуясь формулами (95), (100), (101) и (111), - гдѣ входитъ разность моментовъ.

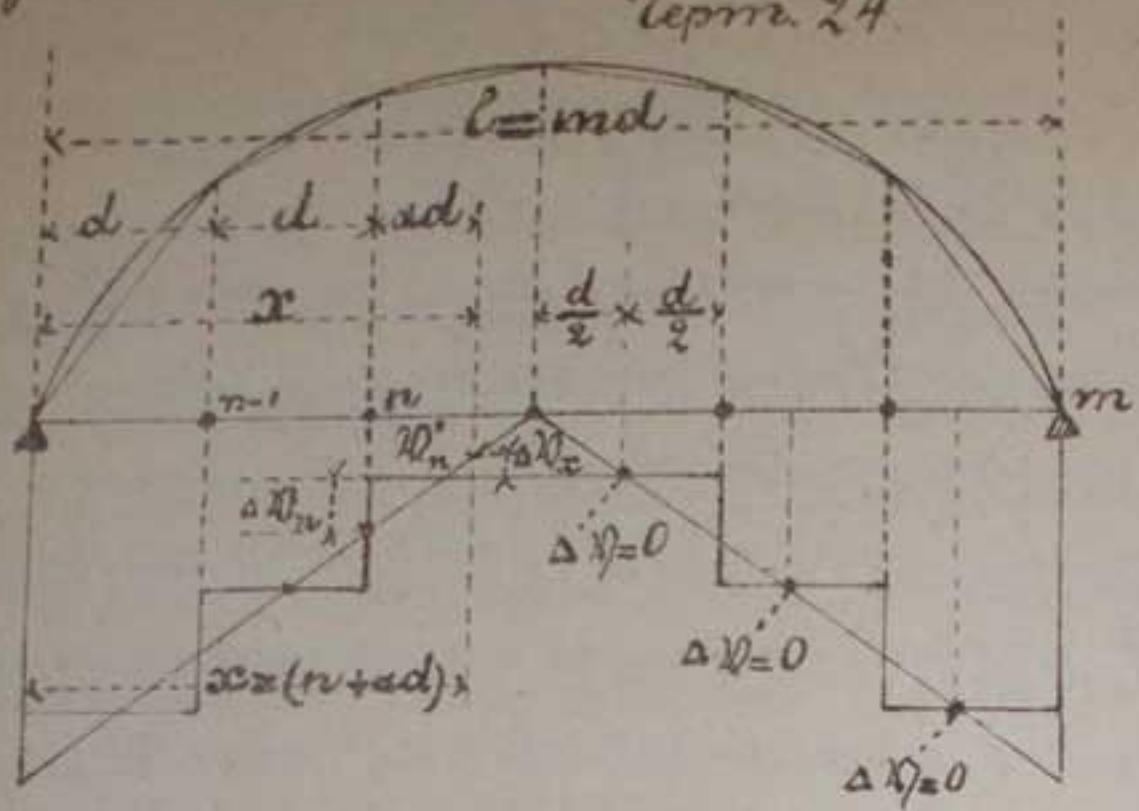
III. Зависимость между моментами и перерѣзывающими усиліями для сплошной равномѣрной и сосредоточенной нагрузокъ.

Покажемъ теперь, какъ при расположеніи нагрузки сплошной нагрузки, находить значенія $Max. M_x$ и $Max. N_x$, имѣющія мѣсто при нагрузкѣ узловой сосредоточенными грузами. Буквы безъ значковъ будутъ относиться къ случаю сплошной нагрузки, а со значками - къ случаю нагрузки узловъ; причемъ во второмъ случаѣ N будетъ выражать перерѣзывающее усиліе не доходя разсматриваемаго узла, N перерѣзывающее усиліе переходя разсматриваемый узелъ.

1.) Опредѣлимъ сначала $Max. M_x$ и соотвѣтствующее

ще еще значение V_x.

Черт. 24



Пусть пролет разбит на n-панелей-длиною d, тогда нагрузка каждого узла $=(p+\kappa)d$. (Черт. 24).

При сплошной равномерной нагрузке сопротивление опоры:

$$A=(p+\kappa)\frac{l}{2}=(p+\kappa)\frac{nd}{2};$$

$$\text{Max. } M_x=(p+\kappa)\frac{x}{2}(l-x)=(p+\kappa)\frac{x}{2}(nd-x) \quad \ldots\ldots (120)$$

$$N_x=(p+\kappa)\left(\frac{l}{2}-x\right)=(p+\kappa)\left(\frac{nd}{2}-x\right) \quad \ldots\ldots\ldots (121).$$

При нагрузке, сосредоточенной в узлах x:

$$A'=(p+\kappa)\left(\frac{n-1}{2}\right)d;$$

$$\text{Max. } M'_x=(p+\kappa)\left(\frac{n-1}{2}\right).d.x-\Sigma(p+\kappa).d.x;$$

$$N'_x=(p+\kappa)\left(\frac{n-1}{2}\right).d-(p+\kappa)d(n-1);$$

$$N''_x=(p+\kappa)\left(\frac{n-1}{2}\right).d-(p+\kappa).d.n.$$

Разсмотрим сечения, взятые в узлах, (т.е. $x=nd$) и сечения промежуточныя (т.е. $x=(n+a)d$).

а.) Сечение в узле, следовательно, $x=nd$.

Для него имеем:

$$\text{Max. } M_x=(p+\kappa)\frac{nd^2}{2}(n-n); \quad N_x=(p+\kappa)d\frac{(n-2n)}{2};$$

$$\text{Max. } M'_x=(p+\kappa)\frac{(n-1)}{2}.d^2.n-(p+\kappa)d\{d+2d+\ldots+(n-1)d\}=$$

$$=(p+\kappa)\frac{(n-1)}{2}.d^2.n-(p+\kappa)d^2.n\frac{(n-1)}{2}=(p+\kappa)\frac{nd^2}{2}(n-n);$$

$$N'_x=(p+\kappa)\frac{(n-1)}{2}.d-(p+\kappa)d(n-1)=(p+\kappa)d\frac{(n-2n+1)}{2}$$

$$N''_x=(p+\kappa)\frac{(n-1)}{2}.d-(p+\kappa)d.n=(p+\kappa)d\frac{(n-2n+1)}{2};$$

т.е. въ узловыхъ точкахъ величины M_x и M'_x моментовъ въ обоихъ случаяхъ одинаковы; перерѣзывающія усилія неодинаковы, а именно во второмъ случаѣ усиліе N'_x непосредственно отъ узловой точки и <u>болѣе</u> перерѣзывающаго усилія N_x въ первомъ случаѣ на величину нагрузки помѣщаемой $=(p+\kappa)\frac{d}{2}$, а усиліе N''_x взятое непосредственно вправо отъ $n^{го}$ узла <u>менѣе</u> на ту же величину). Такъ какъ M'_x зависитъ отъ первой степени: $x = nd + \alpha d$, (см. дальше формулу 122), т.е. отъ первой степени αd, а N_x и N''_x - отъ этой послѣдней величины не зависятъ, то слѣдовательно, въ предѣлахъ между двумя узлами законъ измѣненія M'_x изобразится прямой линіей, наклонной къ оси x-въ, а соотвѣтственныя измѣненія N_x и N''_x - прямою линіею параллельною оси x-въ.

Такимъ образомъ, величины моментовъ при сосредоточенныхъ грузахъ изобразятся многоугольникомъ, вписаннымъ въ параболу, выражающую моменты при сплошной равномѣрной нагрузкѣ; перерѣзывающія усилія при сосредоточенныхъ грузахъ будутъ изображены ступенчатымъ многоугольникомъ, пересѣкающимъ въ срединѣ каждой панели прямую линію, ординаты которой изображаютъ перерѣзывающія усилія при сплошной равномѣрной нагрузкѣ (см. ниже).

<u>в.) Сѣченіе промежуточное</u> между узлами, слѣдовательно $x = (n+\alpha)d$. Для него:

$$Max.M_x = (p+\kappa)\frac{(n+\alpha)}{2}d\left[nd-(n+\alpha)d\right]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (120)$$

$$N_x = (p+\kappa)\left[\frac{nd}{2}-(n+\alpha)d\right]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (121)$$

$$Max.M_x = (p+\kappa)\frac{(n-1)}{2}.d(n+\alpha)d-(p+\kappa)d\left\{\alpha d+(1+\alpha)d+(2+\alpha)d+\right.$$
$$\left.+\ldots+(n-1+\alpha)d\right\}=(p+\kappa)\frac{(n-1)}{2}.d(n+\alpha)d-(p+\kappa)d^2\left\{n\alpha+n\frac{(n-1)}{2}\right\} \ldots \quad (122)$$

$$M''_x=(p+\kappa)\frac{(m-1)}{2}d-(p+\kappa)d.n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (123)$$

$$\Delta M_x=Max.M_x-Max.M'_x=(p+\kappa)\frac{d^2}{2}(n+\alpha)-(p+\kappa)\frac{d^2}{2}(n+\alpha)^2+$$

$$+(p+\kappa)d^2\left\{n\alpha+n\frac{(n-1)}{2}\right\}=(p+\kappa)\frac{d^2}{2}\left\{(n+\alpha)-(n+\alpha)^2+2n\alpha+n(n-1)\right\}=(p+\kappa)\frac{d^2}{2}.\alpha(1-\alpha).$$

При $\alpha=0$ и $\alpha=1$, $\Delta M_x=0$, т.е. моменты въ узловыхъ точкахъ равны, что мы уже и раньше нашли; при всѣхъ же промежуточныхъ значеніяхъ x величина ΔM_x – положительная, т.е. $Max.M_x$ больше $Max.M'_x$ (см. чер. 24). При $\alpha=\frac{1}{2}$, $\Delta M_x=(p+\kappa)\frac{d^2}{8}$.

Подобнымъ образомъ:

$$\Delta N_x=N_x-N''_x=(p+\kappa)\left\{\frac{d}{2}-\alpha d\right\}=(p+\kappa)d\left\{\frac{1}{2}-\alpha\right\};$$

при $\alpha=0$, $\Delta N_x=(p+\kappa)\frac{d}{2}$; при $\alpha=1$, $\Delta N_x=(p+\kappa)\frac{d}{2}$;

при $x=\frac{1}{2}$, $\Delta N_x=0$, то есть $N_x=N''_x$ (См. черт. 24)

Разсматривая выраженія:

$$\Delta M_x=(p+k)\frac{d^2}{2}\alpha(1-\alpha) \text{ и } \Delta N_x=(p+\kappa)d\left\{\frac{1}{2}-\alpha\right\},$$

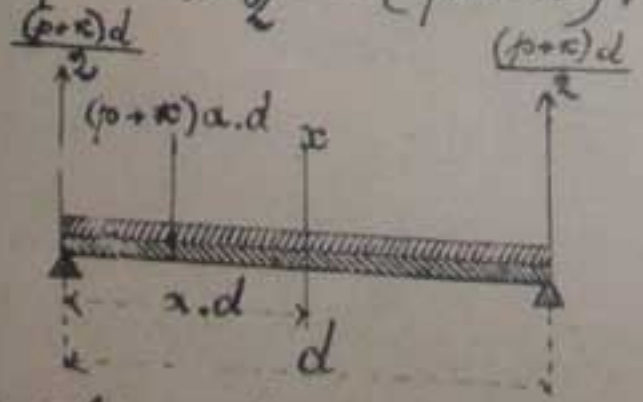
мы замѣчаемъ, что они представляютъ собою величину моментовъ и перерѣзывающихъ усилій на пролетѣ длиною d, взятыхъ въ сѣченіи удаленномъ отъ опоры на разстояніи xd, т.е. величину моментовъ и перерѣзывающихъ усилій продольной балочки, подверженной дѣйствію сплошного равномѣрнаго груза $=(p+\kappa)d$.

Дѣйствительно, моментъ для этого сѣченія будетъ равенъ:

$$\frac{(p+\kappa)d}{2}\times\alpha d-(p+\kappa)\alpha d\times\frac{\alpha d}{2}=(p+\kappa)\frac{\alpha.d^2}{2}(1-\alpha);$$

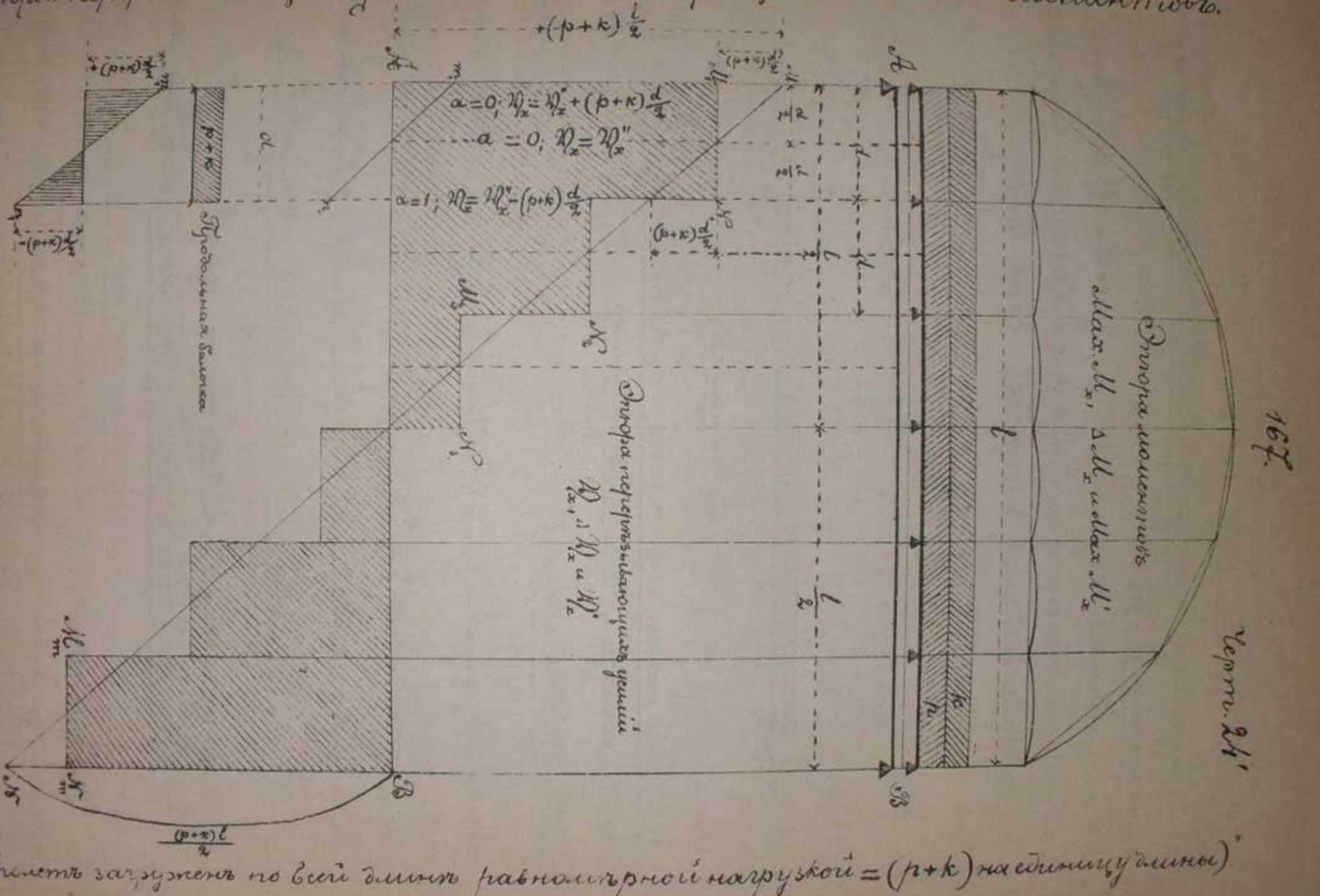
а перерѣзывающее усиліе:

$$(p+\kappa)\frac{d}{2}-(p+\kappa).\alpha.d=(p+\kappa).d\left(\frac{1}{2}-\alpha\right).$$



Итакъ, разности моментовъ и перерѣзывающихъ усилій въ какомъ либо сѣченіи фермы при сплошной нагрузкѣ и при сосредоточенной равняются отвѣтственно моменту и перерѣзывающему усилію въ томъ же сѣченіи продольной балочки.

Эпюра перерезывающих усилий соответствующих Max. моментов.



Черт. 24'

167.

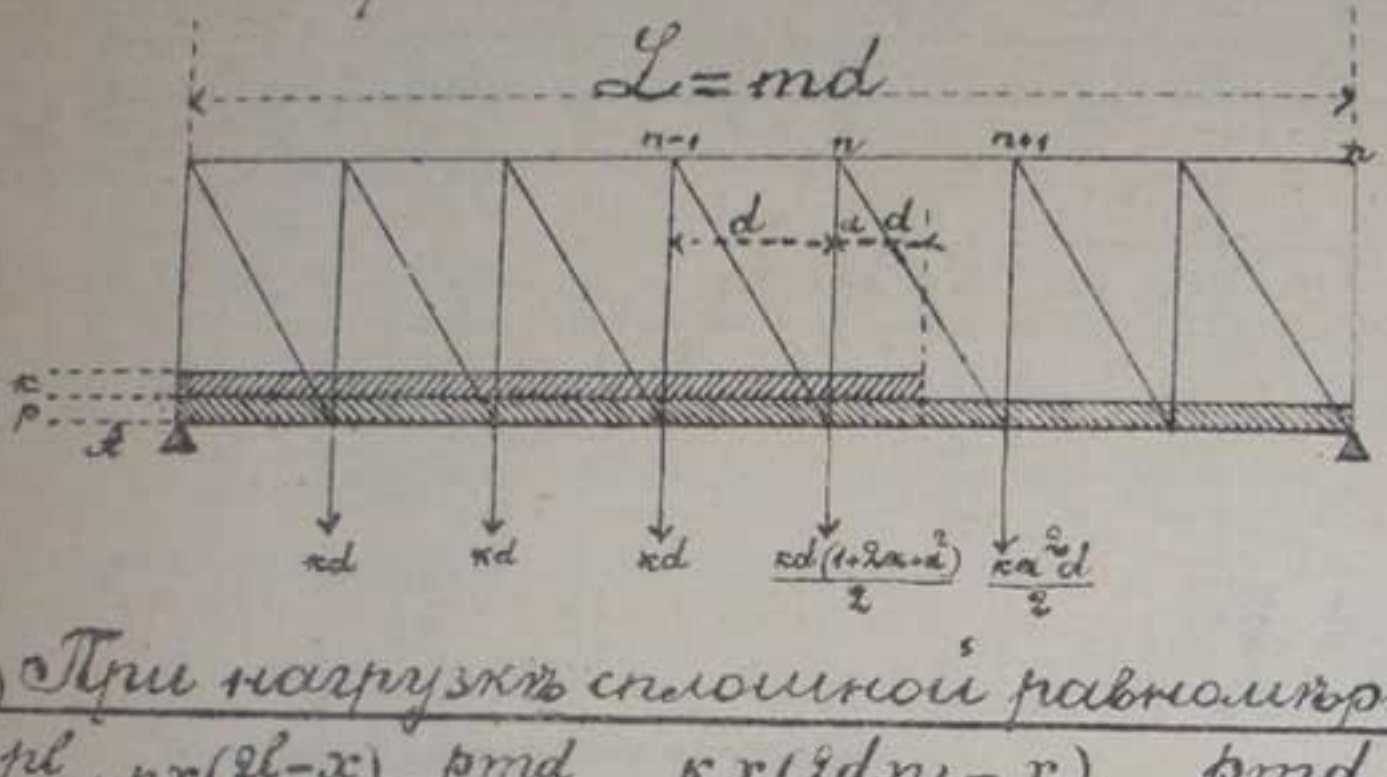
(Балкъ загруженъ по всей длинѣ равномѣрной нагрузкой = (p+k) на единицу длины)

$$\left.\begin{aligned} Max.M_x - Max.M'_x &= \Delta M_x \\ N_x - N'_x &= \Delta N_x \end{aligned}\right\} \text{См. эпюру (Черт. 24').}$$

2.) Определимъ теперь $Max\,N_x$ и соотвѣтствующее ему значеніе M_x.

Разсмотримъ одну только кривую $Max.N_x$ или $Min.N_x$. Пусть сплошная подвижная нагрузка перешла за $n^{ый}$ узелъ на величину xd (Черт. 25).

Черт. 25.



а.) При нагрузкѣ сплошной равномѣрной:

$$A = \frac{pl}{2} + \kappa x\left(\frac{2l-x}{2l}\right) = \frac{pnd}{2} + \frac{\kappa x(2dn-x)}{2dn} = \frac{pnd}{2} +$$

$$+\kappa\frac{(n+\alpha)d[2dn-(n+\alpha)d]}{2dn} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (124')$$

$$Min\,N_x = p\left(\frac{l}{2}-x\right) - \frac{\kappa x^2}{2l} = p\left(\frac{nd}{2}-x\right) - \frac{\kappa x}{2dn} =$$

$$= p\left\{\frac{nd}{2} - (n+\alpha)d\right\} - \frac{\kappa(n+\alpha)^2d^2}{2dn} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (124)$$

$$M_x = \frac{pl}{2}x + \kappa x^2\frac{(2l-x)}{2l} - (p+\kappa)\frac{x^2}{2} = \frac{pl}{2}x + \frac{\kappa x^2}{2} - \frac{\kappa x^3}{2l} - \frac{px^2}{2} =$$

$$= \frac{pnd}{2}(n+\alpha)d + \kappa\frac{(n+\alpha)^2d^2}{2}\cdot\left\{1 - \frac{(n+\alpha)d}{nd}\right\} - \frac{p(n+\alpha)^2d^2}{2} =$$

$$= \frac{pd^2}{2}(n+\alpha)(n-n-\alpha) + \kappa\frac{(n+\alpha)^2d^2}{2n}(n-n-\alpha)^2 \quad \ldots\ldots\ldots (125).$$

б.) При нагрузкѣ сосредоточенно отдѣльныхъ узловъ.

На всѣ узлы, до $(n-1)^{го}$ включительно, отъ подвижной нагрузки приходится по половинѣ отъ нагрузки каждой изъ двухъ смежныхъ панелей, т.е. $\frac{xd}{2} + \frac{xd}{2} = xd$;

на узелъ $n^{\text{ый}}$, - кромѣ половины нагрузки на панель $[(n-1), n]^{\text{ую}}$ равной $\frac{\varkappa d}{2}$, еще приходится часть отъ нагрузки $\varkappa d$, размагающуюся по закону рычага на части: $\frac{\varkappa.\alpha.d\left(d-\frac{\alpha d}{2}\right)}{d}$ приложенную въ узелъ $n^{\text{ый}}$ и $\frac{\varkappa\alpha d.\alpha d}{d}$ въ узелъ $(n+1)^{\text{ый}}$.

Итакъ, нагрузка $n^{\text{го}}$ узла:

$$\frac{\varkappa d}{2}+\frac{\varkappa\alpha.d\left(d-\frac{\alpha d}{2}\right)}{d}=\frac{\varkappa d}{2}+\frac{\varkappa\alpha d(2-\alpha)}{2}=\frac{\varkappa d}{2}(1+2\alpha-\alpha^2)$$

и нагрузка $(n+1)^{\text{го}}$ узла:

$$\frac{\varkappa\alpha^2 d^2}{2d}=\frac{\varkappa\alpha^2 d}{2}$$

$$A'=p\frac{(m-1)}{2}.d+\frac{\varkappa\alpha^2 d}{2}.\frac{\{m-(n+1)\}d}{md}+\frac{\varkappa d}{2}.\frac{(1+2\alpha-\alpha^2)(m-n)d}{md}+$$

$$+\frac{\varkappa d\{[m-(n-1)]d+\ldots\ldots+(m-1)d\}}{md}=p\frac{(m-1)d}{2}+\frac{\varkappa\alpha^2.d(m-n-1)}{2m}+$$

$$+\frac{\varkappa d(1+2\alpha-\alpha^2)(m-n)}{2m}+\frac{\varkappa d}{m}\left\{(n-1)m-n\frac{(n-1)}{2}\right\}=p\frac{(m-1)d}{2}+$$

$$+\frac{\varkappa d}{2m}\left\{\alpha^2(m-n-1)+(1+2\alpha-\alpha^2)(m-n)+2mn(n-1)-n(n-1)\right\}=$$

$$=p\frac{(m-1)}{2}.d+\frac{\varkappa d}{2m}\left\{2mn-m-n^2+2\alpha(m-n)-\alpha^2\right\}. \quad\ldots\ldots\ldots (126').$$

$$M'_x=p\frac{(m-1)}{2}d(n+\alpha)d+\frac{\varkappa d}{2m}\left\{2mn-m-n^2+2\alpha(m-n)-\alpha^2\right\}\times$$

$$\times(n+\alpha)d-\frac{\varkappa d}{2}(1+2\alpha-\alpha^2)\alpha d-\varkappa d\left\{(1+\alpha)d+(2+\alpha)d+\ldots\right.$$

$$\left.+[(n-1)+\alpha]d\right\}-pd\left\{\alpha d+(1+\alpha)d+\ldots\ldots+(n-1+\alpha)d\right\}=$$

$$=p\frac{(m-1)}{2}(n+\alpha)d^2+\frac{\varkappa d}{2m}\left\{2mn-m-n^2+2\alpha(m-n)-\alpha^2\right\}(n+\alpha)d-$$

$$-\frac{\varkappa d^2}{2}(1+2\alpha-\alpha^2)\alpha-\varkappa d^2\left\{\frac{n(n-1)}{2}+(n-1)\alpha\right\}-pd^2\left\{n\alpha+n\frac{(n-1)}{2}\right\}\ldots\ldots(126).$$

При $\alpha=0$:

$$M'_x=\frac{pd^2}{2}.n(m-n)+\frac{\varkappa d^2}{2m}\left\{\left[2mn-m-n^2\right]n-mn(n-1)\right\}=$$

$$=\frac{pd^2}{2}n(m-n)+\frac{\varkappa d^2}{2m}n^2(m-n).$$

При $\alpha=1$:

$$M'_x=\frac{pd^2}{2}\left\{(m-1)(n+1)-n-n^2\right\}+\frac{\varkappa d^2}{2m}\left\{\left[2mn-m-n^2+2(m-n)-1\right]\right\}x(n+1)-$$

$$(n+1)-2m-mn(n-1)-2m(n-1)\Big\}=\frac{pd^2}{2}\Big\{mn-2n+m-n^2-1\Big\}+$$
$$+\frac{\kappa d^2}{2m}(mn^2-n^3-3n^2+2mn+m-3n-1).$$

Взявъ при этихъ же значеніяхъ x выраженіе M_{x_1}, мы получимъ:

При $\alpha=0$:

$$M_x=\frac{pd^2}{2}n(m-n)+\frac{\kappa d^2}{2m}\cdot n^2(m-n)$$

При $\alpha=1$:

$$M_x=\frac{pd^2}{2}(n+1)(m-n-1)+\frac{\kappa d^2}{2m}(n+1)^2(m-n-1)=\frac{pd^2}{2}(mn+m-n^2-2n-1)+$$
$$+\frac{\kappa d^2}{2m}\Big\{mn^2-n^3-3n^2+2mn+m-3n-1\Big\}.$$

Слѣдовательно, при $\alpha=0$, $\alpha=1$, $M_x=M'_x$. Для всякаго же другого значенія α:

$$\Delta M_x=M_x-M'_x=\frac{pd^2}{2}\alpha(1-\alpha)+\frac{\kappa d^2}{2m}\Big\{(n+\alpha)^2(m-n-\alpha)-(2mn-m-n^2)+$$
$$+2\alpha(m-n)-\alpha^2\Big\}(n+\alpha)+\alpha m(1+2\alpha-\alpha^2)+mn(n-1)+2m(n-1)\alpha=$$
$$=\frac{pd^2}{2}\alpha(1-\alpha)+\frac{\kappa d^2}{2}\alpha^2(1-\alpha)=\frac{pad(d-ad)}{2}+\frac{\kappa a^2d^2}{2}\Big(1-\frac{ad}{d}\Big).$$

Сравнивая эту формулу съ вышеприведенной формулой (11^a') (См. черт. 22), выведенной для случая подвижной нагрузки отъ любой опоры до разсматриваемаго сѣченія:

$$M_1=\frac{px}{2}(l-x)+\frac{\kappa x^2}{2}\Big(1-\frac{x}{l}\Big),$$

мы замѣчаемъ, что онѣ совершенно аналогичны.

Найдемъ теперь значенія M''_x:

$$\text{Min } M''_x=p\frac{(m-1)}{2}d+\frac{\kappa d}{2m}\Big\{2mn-m-n^2+2\alpha(m-n)-\alpha^2\Big\}-$$
$$-\frac{\kappa d}{2}(1+2\alpha-\alpha^2)-(n-1)\kappa d-pdn=p\frac{(m-1-2n)}{2}d+\frac{\kappa d}{2m}\Big\{2mn-$$
$$-m-n^2+2\alpha(m-n)-\alpha^2-m-2\alpha m+\alpha^2m-2mn+2m\Big\}=$$
$$=p\frac{(m-1-2n)}{2}d+\frac{\kappa d}{2m}\Big\{\alpha^2m-2\alpha n-\alpha^2-n^2\Big\}\quad\ldots\quad(127)$$

Слѣдовательно:

$$\Delta M_x=\text{Min } M_x-\text{Min } M''_x=\frac{pd}{2}(1-2\alpha)-\frac{\kappa d}{2m}\Big\{\alpha^2m\Big\}=p\Big(\frac{d}{2}-\alpha d\Big)-\frac{\kappa\alpha^2d^2}{2d}.$$

Сравнивая эту формулу съ выведенной выше:

$$+\mathit{Min}\,M_x = p\left(\frac{l}{2}-x\right)-\frac{\kappa x^2}{2l},$$

мы замѣчаемъ, что они также аналогичны:

при $\alpha = 0$, $\Delta M_x = +\frac{pd}{2}$, т.е. $\mathit{Min}.\,M_x > \mathit{Min}\,M_x''$,

при $\alpha = 1$, $\Delta M_x = -\frac{(p+\kappa)d}{2}$, т.е. $\mathit{Min}.\,M_x < \mathit{Min}\,M_x''$.

Между предѣлами $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$, ΔM_x мѣняетъ знакъ и величина α при которой $\Delta M_x = 0$ опредѣлится изъ условія:

$$p\left(\frac{d}{2}-\alpha d\right)-\frac{\kappa\alpha^2 d^2}{2d} = 0;\quad \alpha^2+\frac{2p}{\kappa}\alpha-\frac{p}{\kappa}=0,\ \text{откуда:}$$

$$\alpha = -\left\{\frac{p}{\kappa}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{\kappa}\right)^2+\left(\frac{p}{\kappa}\right)}\right\};\quad \alpha d = -d\left\{\frac{p}{\kappa}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{\kappa}\right)^2+\left(\frac{p}{\kappa}\right)}\right\},$$

т.е. что абсцисса, при которой $\Delta M_x = 0$, предполагая, что подвижная нагрузка передвигается по пролету d, опредѣляется по такой же формулѣ, которая была уже раньше выведена.

Совпаденіе моментовъ въ узловыхъ точкахъ имѣетъ мѣсто не только при $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$, но и при какомъ угодно α, если только во второмъ случаѣ, т. е. при дѣйствіи сосредоточенной нагрузки на опредѣленные узлы главной фермы, <u>мы будемъ разсматривать моменты лишь относительно узловъ, нагруженныхъ какъ постояннымъ, такъ и подвижнымъ грузомъ.</u> Въ самомъ дѣлѣ, если подвижная нагрузка побѣгнута на величину nd, перейдя $n^{\text{ый}}$ узелъ, то при сплошной равномѣрной нагрузкѣ, сопротивленіе лѣвой опоры, какъ выше доказано (форм. 124'):

$$A = \frac{pmd}{2}+\frac{\kappa(n+\alpha)d\,[2dm-(n+\alpha)d]}{2dm}$$

Значеніе момента для какого-нибудь x (форм. 125):

$$M_x = \frac{pmdx}{2}+\frac{\kappa(n+\alpha)d\,[2dm-(n+\alpha)d]}{2dm}\,x-(p+\kappa)\frac{x^2}{2}$$

При сосредоточенной нагрузкѣ сопротивленіе любой опоры, какъ показано раньше (форм. 126'):

$$A' = p\frac{(m-1)}{2}d + \frac{\varkappa d}{2m}\left\{2mn - m - n^2 + 2x(m-n) - x^2\right\}x$$

Значеніе момента для какого-нибудь сѣченія x (измѣненная форм. 126):

$$M'_x = p\frac{(m-1)}{2}dx + \frac{\varkappa d}{2m}\left\{2mn - m - n^2 + 2x(m-n) - x^2\right\}x - (p+\varkappa)d\sum x;$$

гдѣ $\sum x$ - сумма разстояній различныхъ узловыхъ точекъ отъ сѣченія x.

Во второмъ случаѣ <u>послѣдній нагруженный узелъ будетъ $n+1^{\text{ый}}$</u>, такъ какъ подвижная нагрузка надвинута на величину ad дальше $n^{\text{го}}$ узла и часть нагрузки $\varkappa ad$, а именно равная $\frac{\varkappa a^2 d}{2}$, будетъ передана $(n+1)^{\text{му}}$ узлу.

Опредѣлимъ значеніе моментовъ при $x = nd$ и $x = (n+1)d$, т. е. относительно узловъ нагруженныхъ подвижнымъ грузомъ. Если будетъ доказано равенство моментовъ для этихъ значеній x, то тѣмъ болѣе оно будетъ справедливо для значеній x, соотвѣтствующихъ остальнымъ нагруженнымъ узламъ.

<u>При $x = nd$:</u>

$$M_x = \frac{p\,nd.\,nd}{2} + \varkappa(n+x)d\,\frac{[2dm - (n+x)d]\,nd}{2dm} - (p+\varkappa)\frac{n^2d^2}{2} =$$

$$= \frac{p\,nd.\,nd}{2} + \frac{\varkappa nd^2}{2m}\left\{2mn + 2mx - n^2 - 2xn - x^2\right\} - \frac{pn^2d^2}{2} - \frac{\varkappa d^2n^2}{2}.$$

Для того же значенія x:

$$M'_x = p\frac{(m-1)}{2}dnd + \frac{\varkappa d}{2m}\left[2mn - m - n^2 + 2x(m-n) - x^2\right]nd -$$

$$-(p+\varkappa)d\left\{d + 2d + \ldots\ldots + (n-1)d\right\} = p\frac{(m-1)}{2}dnd + \frac{\varkappa d}{2m}\left[2mn -\right.$$

$$\left. - m - n^2 + 2x(m-n) - x^2\right]nd - (p+\varkappa)\frac{d^2n(n-1)}{2} = p\,\frac{m}{2}\,dnd -$$

$$- \frac{pd^2n^2}{2} + \frac{\varkappa nd^2}{2m}\left\{2mn + 2xm - n^2 - 2xn - x^2\right\} - \frac{\varkappa d^2n^2}{2}$$

Слѣдовательно, для $x = nd$, $M_x = M'_x$. Беремъ теперь <u>$x = (n+1)d$:</u>

$$M_x = p\frac{m}{2}(n+1)d^2 + \kappa(n+\alpha)\frac{d\{2dm-(n+\alpha)d\}(n+1)d}{2dm} -$$

$$-\frac{p(n+1)^2d^2}{2} - (p+\kappa)(n+\alpha)d\left[(n+1)d - \frac{(n+\alpha)}{2}d\right]p\frac{m}{2}(n+1)d^2 +$$

$$+\frac{\kappa d^2(n+1)}{2m}\left\{2mn+2m\alpha-n^2-2\alpha n-\alpha^2\right\} - p\frac{(n+1)^2d^2}{2} - \kappa\frac{(n+\alpha)d^2(n+2-\alpha)}{2} =$$

$$= p\frac{d^2(n+1)}{2}(m-n-1) + \frac{\kappa d^2(n+1)}{2m}\left\{2mn+2m\alpha-n^2-2\alpha n-\alpha^2\right\} -$$

$$-\frac{\kappa d^2}{2}(n^2+2n+2\alpha-\alpha^2);$$

$$M'_x = p\frac{(m-1)}{2}d^2(n+1) + \frac{\kappa d}{2m}(2mn-m-n^2+2\alpha m-2\alpha n-\alpha^2)\cdot$$

$$\cdot(n+1)d - (p+\kappa)d(2d+3d+\ldots+nd)^{(*)} - \frac{\kappa d}{2}(1-2\alpha-\alpha^2)d^{(**)} - pd^{2(***)} =$$

$$= p\frac{d^2(n+1)(m-1)}{2} + \frac{\kappa d^2(n+1)}{2m}(2mn+2m\alpha-n^2-2n\alpha-\alpha^2-m) -$$

$$-\frac{(p+\kappa)d^2(2+n)(n-1)}{2} - \frac{\kappa d^2}{2}(1+2\alpha-\alpha^2) - pd^2 = p\frac{d^2(n+1)}{2}(m-n-1) +$$

$$+\frac{\kappa d^2(n+1)}{2m}(2mn+2m\alpha-n^2+2\alpha m-2\alpha n-x^2-m) - \frac{\kappa d^2}{2}(n^2+2n-$$

$$-n-2+1+2\alpha-\alpha^2) = p\frac{d^2(n+1)}{2}(m-n-1) + \frac{\kappa d^2(n+1)}{2m}(2mn+2m\alpha-$$

$$-n^2+2\alpha m-2\alpha n-x^2) - \frac{\kappa d^2}{2}(n^2+2n+2\alpha-\alpha^2).$$

Слѣдовательно и здѣсь $M_x = M'_x$.

Очевидно, что для $x > (n+1)d$ совпаденіе быть не можетъ, такъ какъ, напримѣръ, при $p=0$ въ первомъ случаѣ моменты для всѣхъ $x > (n+1)d$ изображаются параболой, а во второмъ случаѣ – одной прямой линіей и поэтому равенства ординатъ уже быть не можетъ.

(*) Моментъ нагрузки $(n-1)$ узловъ относительно $(n+1)^{го}$ узла.

(**) Моментъ нагрузки $n^{го}$ узла подвижнымъ грузомъ относительно $(n+1)^{го}$ узла.

(***) Моментъ нагрузки $n^{го}$ узла постояннымъ грузомъ относительно $(n+1)^{го}$ узла.

Такимъ образомъ, если предположимъ, что при частной нагрузкѣ фермы сплошнымъ подвижнымъ грузомъ, послѣдній нагруженный узелъ имѣетъ непостоянную нагрузку = kd, но переменную зависящую отъ величины x, на которую подвижная нагрузка перешла (надвинулась) послѣдній узелъ, – то для каждаго сѣченія, взятаго въ концѣ подвижной нагрузки $\Delta Q_x = Min\ Q_x - Min.\ Q''_x$ и соотвѣтствующее ему ΔM_x представляютъ собою величину перерѣзывающихъ усилій и моментовъ на протяженіи длины d, т.е. перерѣзывающія усилія и моменты въ сѣченіи xd продольной балочки, при такомъ расположеніи на ней подвижного груза при которомъ въ сѣченіи xd бываетъ перерѣзывающее усиліе $(-Max.\ Q_x)$ или $(+Max.\ Q_x)$.

Напомнимъ, что мы уже нашли, что моментъ и перерѣзывающее усиліе въ продольной балочкѣ равны:

$$\Delta M_x = M_x - M'_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (t)$$
$$\Delta Q_x = Q_x - Q''_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (S),$$

гдѣ M_x и Q_x моментъ и перерѣзывающее усиліе въ сѣченіи x, при сплошной нагрузкѣ; M'_x и Q''_x тоже при сосредоточенной нагрузкѣ.

Изъ равенствъ (t) и (S) видимъ, что зная моменты и перерѣзывающія усилія для фермы и для продольной балочки при сплошной нагрузкѣ легко найти таковые и для сосредоточенной нагрузки, вычитая изъ первыхъ вторыя:

$$M'_x = M_x - \Delta M_x$$
$$Q''_x = Q_x - \Delta Q_x$$

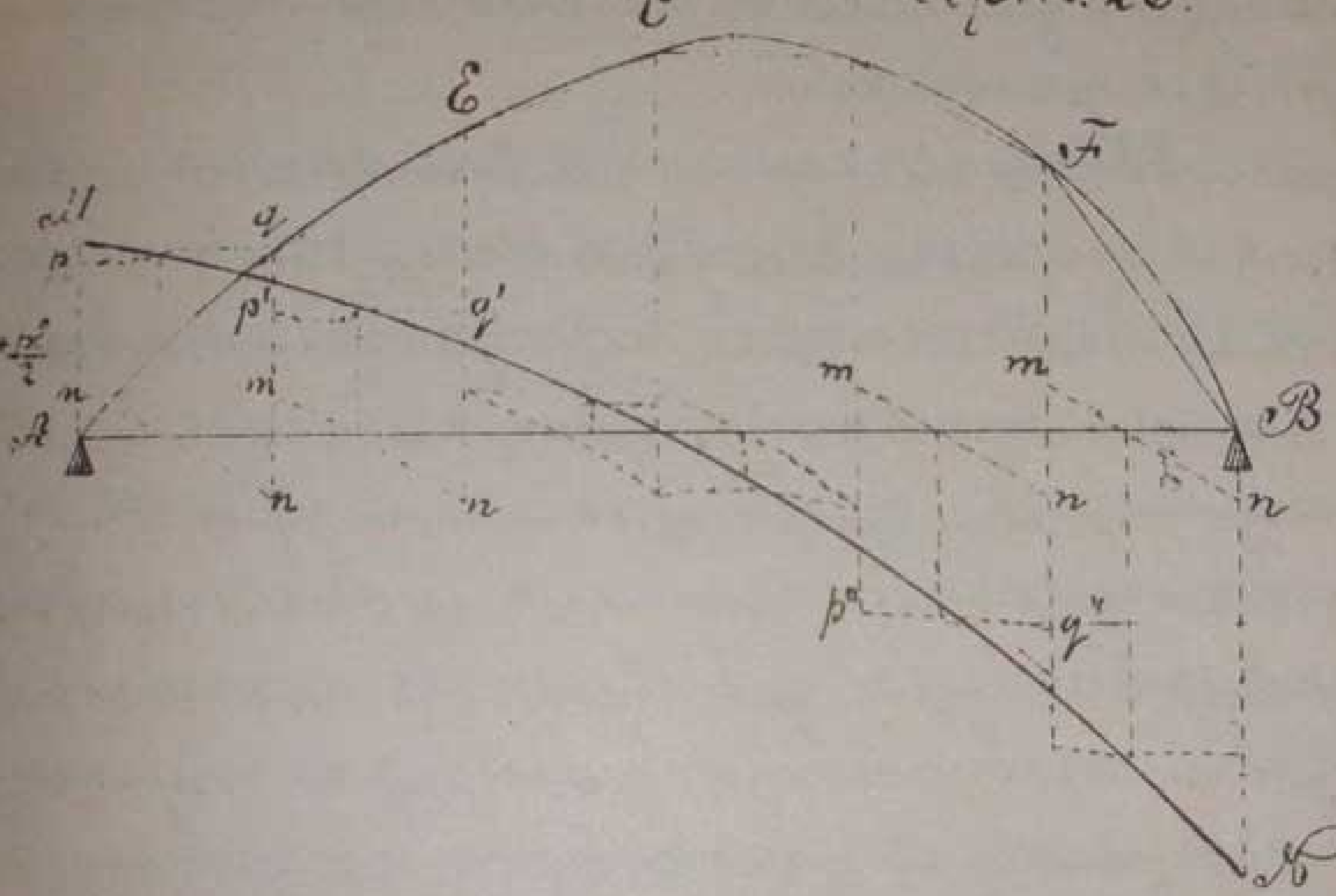
Затѣмъ мы доказали, что въ узловыхъ точкахъ, подверженныхъ еще дѣйствію подвижнаго груза, оба рода моментовъ равны по величинѣ, и наконецъ, что при:

$$x\alpha = -\alpha \left\{ \left(\frac{p}{k}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{p}{k}\right)^2 + \left(\frac{p}{k}\right)} \right\}$$

оба рода перерѣзывающихъ усилій одинаковы.

Слѣдовательно, если кривая MN (Черт. 26) выражаетъ величину Min перерѣзывающихъ усилій,

Черт. 26.



при данной равномѣрной постоянной и подвижной нагрузкѣ, mn — величину Min перерѣзывающихъ усилій продольныхъ балочекъ, то вычитая изъ ординатъ MN (Черт. 26) ординаты mn, мы получимъ ступенчатую кривую pq, p'q'..., представляющую собою величину перерѣзывающихъ усилій фермы, для того случая, когда равномѣрная нагрузка замѣнена сосредоточенной въ узловыхъ точкахъ и когда нагрузка послѣдняго нагруженнаго узла опредѣлена въ зависи-

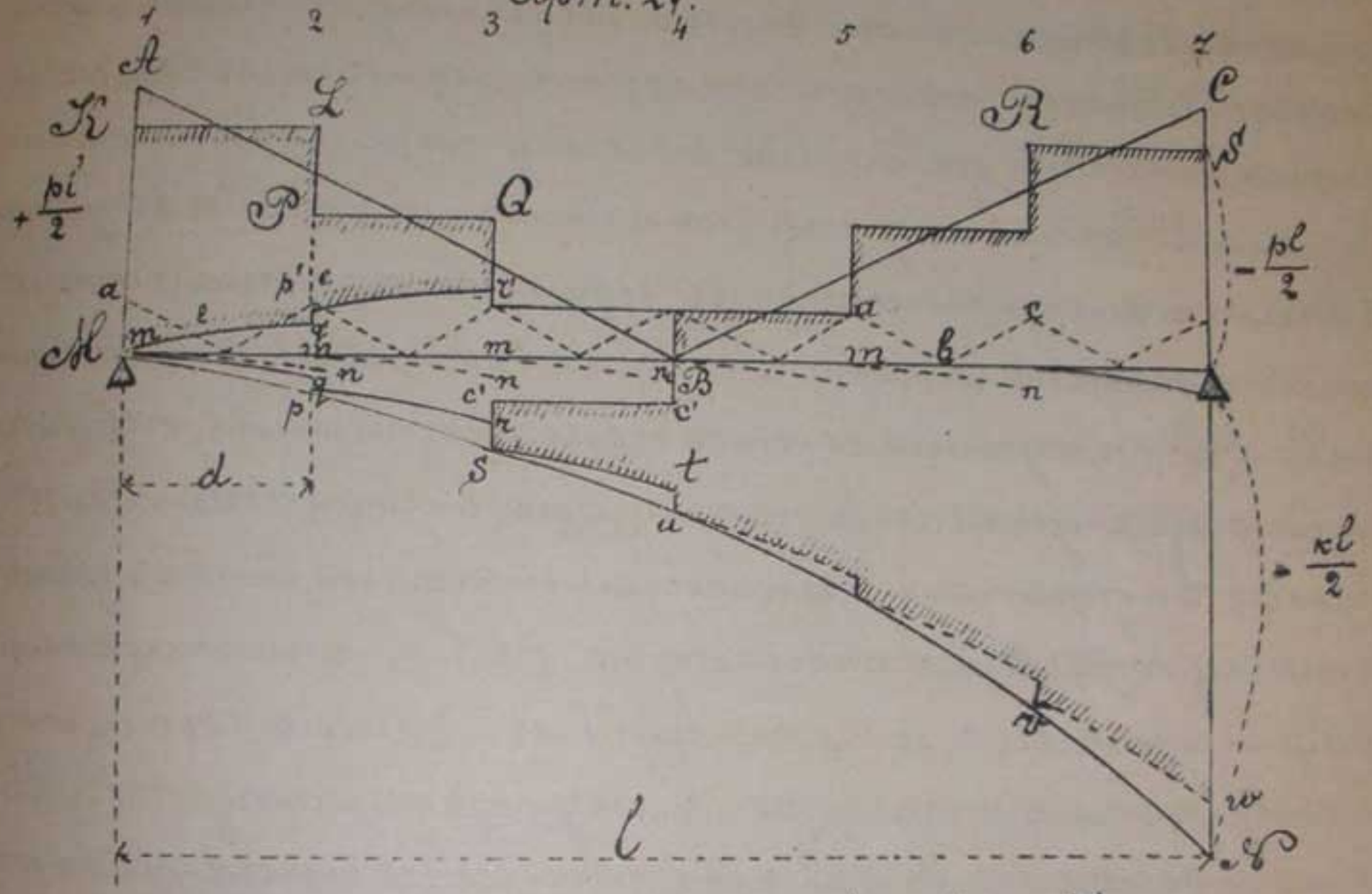
мости отъ величины x, на которую равномѣрная подвижная нагрузка перешла послѣдній узелъ. Подобнымъ образомъ, если ACB (Черт. 96) – парабола моментовъ, соотвѣтствующая нагрузкѣ, при которой получается $Max\ M_x$, то вписанный многоугольникъ $ACFB$ представляетъ величину моментовъ при нагрузкѣ, сосредоточенной въ узлахъ съ соблюденіемъ вышеупомянутаго условія.

Фиг. (Черт. 27) вычерчена та же эпюра, но только для ясности кривая перерѣзывающаго усилія отъ постоянной нагрузки и отъ подвижного груза соотвѣтствующаго $Min.\ M_x$ – показаны отдѣльно (Ср. съ эпюрами черт. 19 и 18). Кромѣ того положительныя и отрицательныя перерѣзывающія усилія отъ постоянной нагрузки изображены по одну и ту же сторону оси абсциссъ, а такъ какъ перерѣзывающія усилія отъ подвижного груза только отрицательныя, то на чертежѣ непосредственно можно изображать разность и сумму ординатъ.

Прямая ABC и кривая MN представляютъ соотвѣтственно прямую перерѣзывающихъ усилій отъ постоянной нагрузки и кривую перерѣзывающихъ усилій отъ подвижной нагрузки въ сѣрединѣ пролета l, въ предположеніи <u>отсутствія</u> продольныхъ балокъ. Затѣмъ прямая abc, abc, ... и кривыя mn, mn, ... представляютъ перерѣзывающія усилія отъ посто-

янной и подвижной нагрузокъ — по отношенію продольныхъ балокъ — длиною d. Вычитая ординаты прямыхъ abc, abc, ... и кривыхъ mn, mn, ... изъ соотвѣтствующихъ ординатъ прямой ABC и кривой MN, получимъ перерѣзывающія усилія отъ постоянной и подвижной нагрузки для данной фермы

Черт. 27.



при наличности продольныхъ балокъ. Перерѣзывающія усилія отъ постоянной нагрузки выразятся ступенчатой прямой KL, PQ, ... RS, причемъ перерѣзывающія усилія въ узлахъ 4, 5, 6 и 7 — отрицательныя. Перерѣзывающія усилія отъ подвижной нагрузки — выразятся ступенчатой кривой Mp, rt, su, vw. Въ первой половинѣ пролета — перерѣзывающія усилія отъ постоянной нагрузки положительныя, а отъ подвижной — отрицательныя. Слѣдовательно

Листъ 12. Т. III. Лит. Маркова, Невскій, №34.

Профессоръ

необходимо взять разность ординат для получения общаго перерѣзывающаго усилія отъ совмѣстнаго дѣйствія постоянной и подвижной нагрузокъ. Вычитая изъ бо́льшей величины – мéньшую, мы вычтемъ въ первой панели изъ ординатъ MK .... mL ординаты O .... tq и получимъ такимъ образомъ рядъ точекъ изображенной кривой Mq'. Слѣдовательно въ первой панели положительныя ординаты измѣняются отъ KM до Lq'. Во второй панели вычитаемъ въ узлѣ 2$^{\text{мъ}}$ ординату tp изъ ординаты tP, а въ узлѣ 3 вычитаемъ ординату tч изъ tQ, получаемъ такимъ образомъ кривую p'ч' и слѣдовательно ординаты pP ... ч'Q – представляютъ положительныя перерѣзывающія усилія въ предѣлахъ второй панели. Переходя къ третьей панели, замѣчаемъ, что въ узлѣ 3 отрицательная ордината tS > положительной ординаты tc, а потому вычитаемъ tc изъ ts и получаемъ отрицательную ординату sc'. Равнымъ образомъ въ узлѣ 4 положительная ордината Bc < отрицательной ординаты Bt и по вычитаніи получаемъ отрицательную ординату c't. Слѣдовательно, въ предѣлахъ третьей панели отрицательныя перерѣзывающія усилія будутъ измѣняться отъ c'S до c't. Въ четвертой панели въ узлѣ 4 – имѣемъ отрицательное перерѣзывающее усиліе отъ постоянной нагрузки Bc и отрицательное усиліе отъ подвижной нагрузки – Bu; слѣдовательно, здѣсь необходимо взять сумму и получимъ ординату cu и т.д. Такимъ образомъ въ узлѣ 3 – непосредственно влѣво отъ узла имѣемъ положительное пере-

ръзывающее усилие Qx', а непосредственно вправо — отрицательное усилие cS. На чертежѣ заштрихованы тѣ линіи, которыми ограничены ординаты, прежставляющія значенія перерѣзывающихъ усилій.

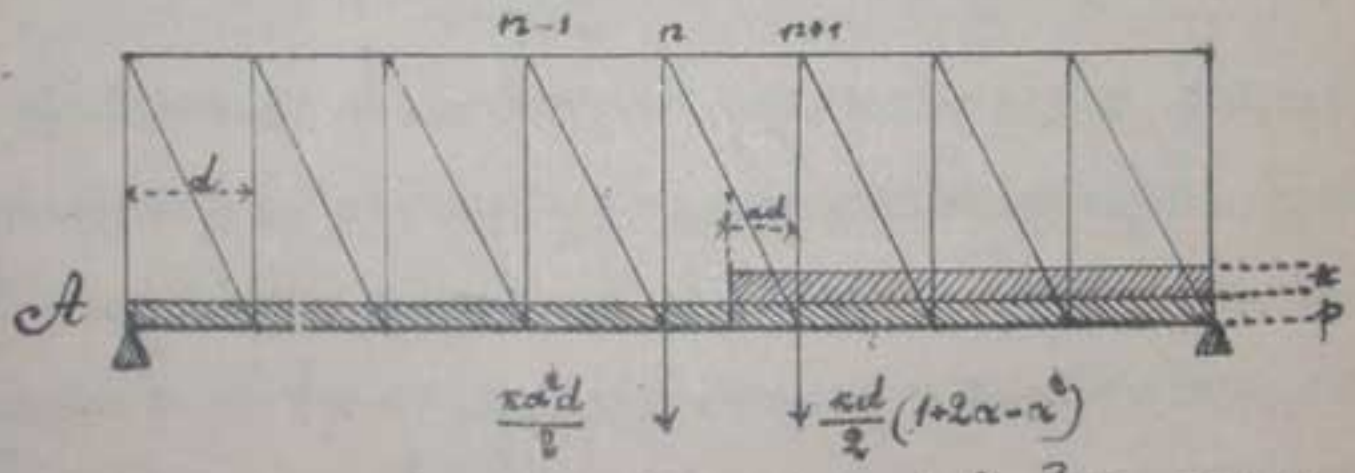
Такъ какъ ординаты ступенчатой кривой pq, $p'q'$ .... (Черт. 26) измѣняются въ предѣлахъ одной панели d, то необходимо знать ихъ наибольшее значеніе. Приравнивая нулю первую производную отъ (127), получимъ: $am - n - \alpha = 0$, откуда: $\alpha = \frac{n}{m-1}$. Слѣдовательно:

$$Min(M''_x)_{\alpha=\frac{n}{m-1}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2} - \frac{\kappa d n^2}{2(m-1)} \quad \ldots\ldots (127')$$

Легко видѣть, что получаются аналогичныя значенія α и изъ выраженія $+ Max\, M''_x$. Подобно предыдущему: нагрузка $n^{го}$ узла отъ подвижного груза: $\frac{\kappa\alpha^2 d}{2}$, а нагрузка $n+1^{го}$ узла (Черт. 28):

$$\frac{\kappa d}{2} + \frac{\kappa\alpha d(2-\alpha)}{2} = \frac{\kappa d}{2}(1+2\alpha-\alpha^2).$$

Черт. 28.



Слѣдовательно, сопротивленіе лѣвой опоры:

$$A = p\frac{(m-1)d}{2} + \frac{\kappa d\{d+2d+3d+\ldots+(m-n-2)d\}}{md} + \frac{\kappa d}{2}(1+2\alpha-\alpha^2)\frac{(m-n-1)d}{md} +$$

$$+ \frac{\kappa\alpha^2 d}{2}\cdot\frac{(m-n)d}{dm} = p\frac{(m-1)d}{2} + \frac{\kappa d}{2m}(m-n-1)(m-n-2) + \frac{\kappa d}{2m}(1+2\alpha-\alpha^2)(m-$$

$$-n-1) + \frac{\kappa\alpha^2 d}{2m}(m-n) = p\frac{(m-1)d}{2} + \frac{\kappa d}{2m}\{(m-n-1)(m-n-2+1+2\alpha-\alpha^2) +$$

$$+\alpha^2(m-n)\} = p\frac{(m-1)d}{2} + \frac{\kappa d}{2m}\{(m-n-1)^2 + 2\alpha(m-n-1) + \alpha^2\}.$$

Поэтому:

$$+Max\,N_x'' = p\frac{(m-1)d}{2} - npd + \frac{kd}{2m}\left\{(m-n-1)^2 + 2\alpha(m-n-1) + \alpha^2\right\} - \frac{k\alpha^2 d}{2} \quad \ldots \quad (127_0)$$

Взявъ производную по α и приравнявъ нулю

$$2(m-n-1) + 2\alpha - 2\alpha m = 0,$$

откуда: $\alpha = \frac{m-n-1}{m-1}$, а слѣдовательно

$$\alpha' = 1 - \alpha = \frac{n}{m-1};$$

то есть, для полученія какъ $Min\,N_x''$, такъ и $Max\,N_x''$ для $n^{го}$ узла подвижная нагрузка должна на одну и ту же величину $\frac{n}{m-1}$ въ одномъ случаѣ перейти $n^{ый}$ узелъ, а въ другомъ случаѣ не дойти до него.

Вставляя полученное значеніе α въ (127_0) имѣемъ:

$$Max(N_x'')_{\alpha=\frac{m-n-1}{m-1}} = p\frac{(m-1-2n)}{2}d + \frac{kd}{2m}\left\{(m-n-1)^2 + \frac{2(m-n-1)^2}{m-1} + \frac{(m-n-1)^2}{(m-1)^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{m(m-n-1)^2}{(m-1)^2}\right\} = p\frac{(m-1-2n)}{2}d + \frac{kd}{2m(n-1)}(m-n-1)^2\left[(m-1)^2 + 2(m-1) + 1 - m\right] =$$

$$= p\frac{(m-1-2n)}{2}d + \frac{kd}{2m(m-1)}(m-n-1)^2\left[m-1+2-1\right] = p\frac{(m-1-2n)}{2}d + \frac{kd}{2(m-1)}(m-n-1)^2 \ldots (127_0')$$

Но полагая въ (124): $\alpha = \frac{1}{2}$, получимъ:

$$+Min(N_x)_{\alpha=\frac{1}{2}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2} - \frac{kd\,(n+\frac{1}{2})^2}{2m} \quad \ldots \ldots \quad (124')$$

мы видимъ, что между этой величиной и $(127_0')$ небольшая разница, особенно при n и m - значительныхъ, причемъ отрицательное значеніе второго всегда больше перваго, а слѣдовательно положительное значеніе перваго менѣе положительнаго значенія втораго. Дѣйствительно:

$$\frac{n^2}{m-1} - \frac{(n+\frac{1}{2})^2}{m} = \frac{n^2 m - (m-1)(n+\frac{1}{2})^2}{m-(m-1)} = \frac{n^2 m(m-1)\left[n^2 + n + \frac{1}{4}\right]}{m(m-1)} =$$

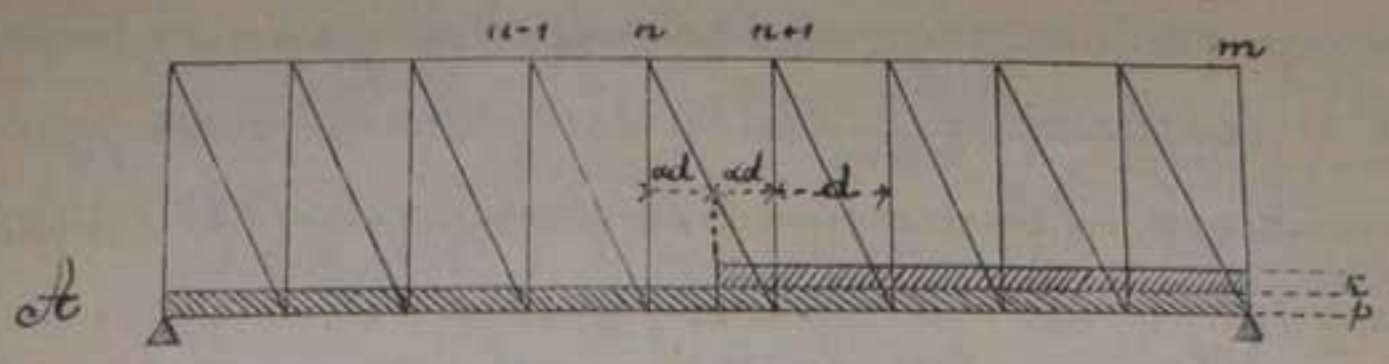
$$= \frac{n^2 + n + \frac{1}{4} - mn - \frac{m}{4}}{m(m-1)}$$ всегда < 0, отъ $n=1$ до $n=m-1$, замѣчая, что наименьшее значеніе для $m=2$. Слѣдовательно:

$$+Min(N_x'')_{\alpha=\frac{n}{m-1}} < +Min(N_x)_{\alpha=\frac{1}{2}}$$

Вращая, положимъ (Черт. 29) $\alpha = \alpha' = \frac{1}{2}$ въ значеніи

перерѣзывающаго усилія соотвѣтствующаго $Max\, N_x$ при сплошной нагрузкѣ, т. е. въ выраженіи:

Черт. 29.



$$+Max\, N_x = p\left(\frac{l}{2}-x\right)+\kappa\frac{(l-x)^2}{2l}=p\left[\frac{md}{2}-(n+x')d\right]+\frac{\kappa\left[md-(n-x')d\right]}{2md} \quad \ldots\ldots (124_0)$$

получимъ:

$$+Max\,(N_x)_{x=\frac{1}{2}}=p\frac{(m-1-2n)}{2}d+\frac{\kappa d\left(m-n-\frac{1}{2}\right)^2}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots (124_0')$$

Сравнивая это выраженіе съ $(127_0')$, мы замѣчаемъ, что выраженіе $(124_0')$ всегда больше выраженія $(127_0')$, такъ какъ:

$$\frac{\left(m-n-\frac{1}{2}\right)^2}{m}-\frac{(m-n-1)}{m-1}=\frac{(m-1)\left(m-n-\frac{1}{2}\right)^2-m(m-n-1)^2}{m(m-1)}$$

всегда >0 отъ $n=1$ до $n=m-1$, замѣчая, что наименьшее значеніе для $m=2$. Слѣдовательно:

$$Max.(N''_x)_{x=\frac{m-n-1}{m-1}} < +Max\,(N_x)_{x=\frac{1}{2}}.$$

Такимъ образомъ можно принять, что наибольшія положительное и отрицательное значенія перерѣзывающаго усилія въ предѣлахъ одной панели, при дѣйствіи сплошной нагрузки сосредоточенной на отдѣльные узлы главной фермы при посредствѣ продольныхъ балочекъ, весьма близко равняются, но все таки всегда менѣе величины соотвѣтственнаго перерѣзывающаго усилія, опредѣляемаго для середины панели при дѣйствіи сплошной равномѣрной нагрузки – непосредственно на главную ферму. Такъ что, если мы замѣнимъ первыя вторыми, то дѣйствуемъ въ пользу прочности.

Такъ какъ мы приняли предполагать, что подвижная нагрузка надвинута до половины панели, то, собственно говоря, перерѣзывающее усиліе при сплошной нагрузкѣ, сосредоточенной въ узлахъ, то есть $Min(H''_x)_{\alpha=\frac{1}{2}}$ и $Max.(H''_x)_{\alpha=\frac{1}{2}}$ были бы равны слѣдующимъ выраженіямъ, — (вставляя въ формулу (127) и (127$_0$) значеніе $\alpha=\frac{1}{2}$):

$$+Min(H''_x)_{\alpha=\frac{1}{2}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2}+\frac{kd}{2m}\left(\frac{m}{4}-n-\frac{1}{4}-n^2\right);$$

$$+Max(H''_x)_{\alpha=\frac{1}{2}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2}+\frac{kd}{2m}\left[(m-n)^2-\frac{5m}{4}+n+\frac{1}{4}\right];$$

между тѣмъ мы беремъ $Min.H_x$ и $Max.H_x$ при значеніи $\alpha=\frac{1}{2}$, что часть по формуламъ (124') и (124'$_0$):

$$+Min(H_x)_{\alpha=\frac{1}{2}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2}-\frac{kd}{2m}\left(n^2+n+\frac{1}{4}\right)=p\frac{(m-1-2n)d}{2}+\frac{kd}{2m}\left(-n-\frac{1}{4}-n^2\right).$$

$$+Max(H_x)_{\alpha=\frac{1}{2}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2}+\frac{kd}{2m}\left[(m-n)^2-m+n+\frac{1}{4}\right],$$ т.е. оказывается, что:

$+Min(H_x)_{\alpha=\frac{1}{2}}$ $<$ $+Min(H''_x)_{\alpha=\frac{1}{2}}$ на величину $\frac{kd}{8}$ и

$Max(H_x)_{\alpha=\frac{1}{2}}$ $>$ $Max(H''_x)_{\alpha=\frac{1}{2}}$ на ту же величину. Обратно:

$$-Max(H_x)_{\alpha=\frac{1}{2}} > -Max(H''_x)_{\alpha=\frac{1}{2}}$$

$$-Min(H_x)_{\alpha=\frac{1}{2}} < -Min(H''_x)_{\alpha=\frac{1}{2}}.$$

А такъ какъ при разсчетѣ всегда опредѣляются положительные и отрицательные Max. перерѣзывающихъ усилій, то ошибка, которую мы допустимъ, будетъ въ пользу прочности, такъ какъ перерѣзывающія усилія, опредѣляемыя при сплошной нагрузкѣ, надвинутой на средину панели, будутъ на $\frac{kd}{8}$ больше перерѣзывающихъ усилій, при томъ же расположеніи нагрузки, предполагая, только, что она дѣйствуетъ какъ сосредоточен-

мая въ узлахъ. Истинное же положительное наименьшее и наибольшее перерѣзывающее усиліе, или, что то же, отрицательное наибольшее и наименьшее перерѣзывающее усиліе въ предѣлахъ панели:

$$+(Min.N_x'')_{a=\frac{n}{m-1}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2} - \frac{kdn^2}{2(m-1)} \quad \text{и}$$

$$+(Max\ N_x'')_{a=\frac{m-n-1}{m-1}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2} - \frac{kd(m-n-1)^2}{2(m-1)}$$

меньше перерѣзывающаго усилія при нагрузкѣ, надвинутой до половины панели и дѣйствующей на всѣ точки главной фермы:

$$+Min(N_x)_{a=\frac{1}{2}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2} - \frac{kd(n+\frac{1}{2})^2}{2m} \quad \text{и}$$

$$+Max.(N_x)_{a=\frac{1}{2}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2} + \frac{kd(m-n-\frac{1}{2})^2}{2m},$$

и болѣе перерѣзывающаго усилія при нагрузкѣ, надвинутой до половины панели, но дѣйствующей только въ узлахъ главной фермы:

$$Max.N_x'' = p\frac{(m-1-2n)d}{2} - \frac{kd}{2m}\left\{(n+\tfrac{1}{2})^2 - \frac{m}{4}\right\}$$

$$+Min(N_x'')_{x=\frac{1}{2}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2} - \frac{kd}{2m}\left[(n+\tfrac{1}{2})^2 - \frac{m}{4}\right] \quad \text{и}$$

$$Max(N_x'')_{x=\frac{1}{2}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2} + \frac{kd}{2m}\left[(m-n)^2 - \frac{5}{4}m + n + \frac{1}{4}\right].$$

Дѣйствительно:

$\frac{(n+\frac{1}{2})^2-\frac{m}{4}}{m} < \frac{n^2}{m-1} < \frac{(n+\frac{1}{2})^2}{m}$ для всѣхъ значеній n отъ $n=$

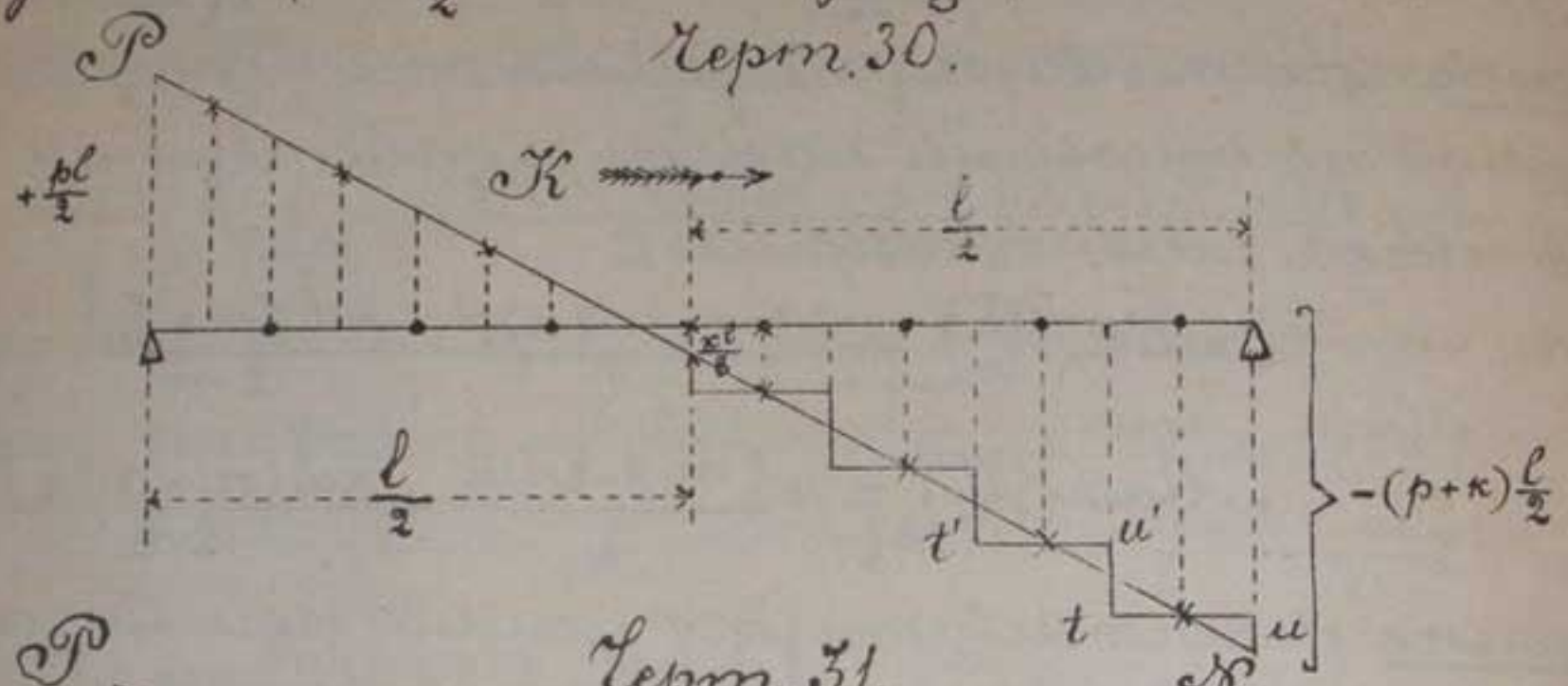
до $n = m-1$.

$\frac{(m-n-1)^2+\frac{3}{4}m-n-\frac{3}{4}}{m} < \frac{(m-n-1)^2}{m-1} < \frac{(m-n-\frac{1}{2})^2}{m}$, замѣчая что для разсматриваемыхъ случаевъ наименьшее возможное значеніе для $m=2$. А такъ какъ разность между двумя крайними значеніями перерѣзывающихъ усилій, какъ доказано, $\frac{kd}{8}$, то, слѣдовательно, разность между истинными положа-

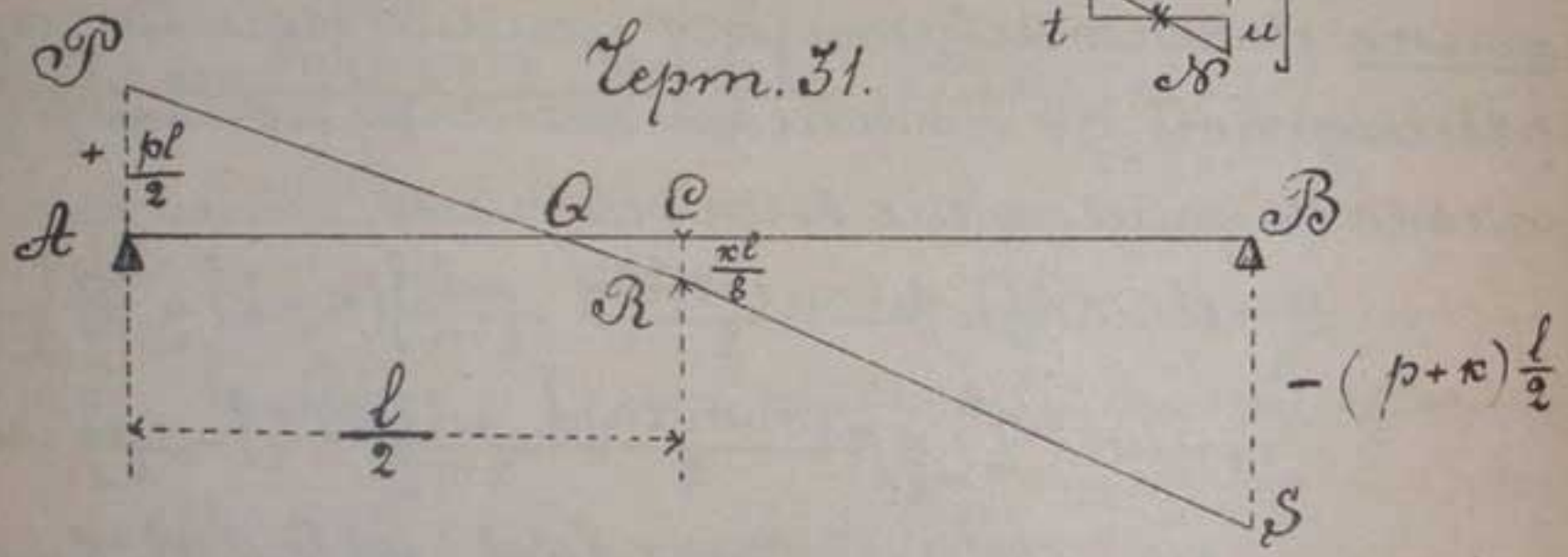
тельным наименьшим и наибольшим значениемъ перерѣзывающаго усилія и тѣмъ, которое мы принимаемъ при расчетѣ менѣе, чѣмъ $\frac{kd}{8}$, причемъ ошибку дѣлаемъ въ пользу прочности.

Иногда расчетъ упрощаютъ тѣмъ, что вмѣсто кривой MN строятъ прямую PN (Черт. 30), откладывая при $\frac{l}{2}$ величину $\frac{kl}{3}$, а при $l:(p+k)\frac{l}{2}$,

Черт. 30.



Черт. 31.



причемъ опредѣлится и прямая PK. Опредѣливъ уголъ наклоненія этой прямой, вычисляютъ ординаты для средины каждой панели, которыя и будутъ вмѣстѣ съ тѣмъ ординатами ступенчатой прямой tu, t'u', ... Или кривую MN замѣняютъ ломаной прямой PQRS (Черт. 31), опредѣливъ точки P, Q, R и S, причемъ при:

$$x=0,\quad AP=p\frac{l}{2};$$
$$x=\frac{l}{2},\quad CR=\frac{kl}{8};$$
$$x=l,\quad RS=(p+k)\frac{l}{2}.$$

абсцисса AQ, при которой перерѣзывающее усиліе равно нулю, найдется изъ:

$$AQ = -l\left\{\frac{p}{\kappa} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{\kappa}\right)^2 + \left(\frac{p}{\kappa}\right)}\right\}.$$

Изъ всего вышеизложеннаго слѣдуетъ:

а.) Благодаря присутствію поперечныхъ балокъ и пол., сплошная нагрузка на ферму обращается какъ сосредоточенная въ узловыхъ точкахъ. Max. M'_x и сообразующія линіи V'_x выражаются: первыя - многоугольникомъ, а вторыя - прямой ступенчатой линіей (см. черт. 24'); затѣмъ Max. V'_x и сообразующія M'_x выражаются: первыя - кривой ступенчатой линіей, а вторыя - многоугольникомъ.

б.) Для полученія Max. M'_x необходимо предположить весь пролетъ покрытымъ неподвижнымъ и подвижнымъ грузомъ; при этомъ въ каждомъ изъ узловъ сосредоточена нагрузка $= (p+\kappa)d$ [формулы (122) и (123)]. Для полученія наибольшаго значенія Max. V''_x въ предѣлахъ одной панели, необходимо предположить, что весь пролетъ покрытъ неподвижнымъ грузомъ, а подвижнымъ лишь отъ правой или лѣвой опоры до разсматриваемаго сѣченія, смотря по тому, находится-ли сѣченіе въ лѣвой или въ правой половинѣ пролета. При этомъ въ каждомъ изъ узловъ нагруженной половины будетъ нагрузка $(p+\kappa)d$, въ послѣднемъ нагруженномъ: $pd + \frac{\kappa d}{2}(1+2\alpha-\alpha^2)$; въ слѣдующемъ ненагруженномъ: $pd + \frac{\kappa\alpha^2 d}{2}$; въ остальныхъ ненагруженныхъ подвижнымъ грузомъ: pd, причемъ α - обозначаетъ часть нагруженной панели за предѣлами послѣдняго нагруженнаго узла [формулы (126), (127) и (127')]. Для опредѣленія же наименьшаго положительнаго (или наибольша-

го отрицательнаго) изъ переменныхъ значеній N'_x въ предѣлахъ одной панели, необходимо надвинуть подвижную нагрузку на x $\alpha = \frac{n}{m-1}$ и опредѣлить „Min N'_x" по формулѣ (127'). Для опредѣленія же наибольшаго положительнаго (или наименьшаго отрицательнаго) значенія N''_x необходимо надвинуть подвижную нагрузку на величину $\alpha = \frac{m-n-1}{m-1}$ и опредѣлить „Max N''_x" по формулѣ (127'). Но такъ какъ полученное такимъ образомъ значеніе близко подходитъ и всегда менѣе значенія перерѣзывающаго усилія, опредѣляемаго при подвижной равномѣрной нагрузкѣ, дѣйствующей непосредственно на всѣ точки фермы и надвинутой до средины разсматриваемой панели, то первое значеніе замѣняютъ для простоты расчета вторымъ. При этомъ слѣдуетъ замѣтить, что второе значеніе перерѣзывающаго усилія будетъ болѣе перваго значенія (т. е. опредѣленнаго при той же расположеніи подвижной нагрузки, но при предположеніи, что она дѣйствуетъ не на всѣ точки фермы, а только на одни узлы) на величину $= \frac{\kappa d}{8}$ (см. стран. 183).

в.) Такъ какъ въ выведенныхъ прежде формулахъ для опредѣленія усилій O_n, U_n, N_n и V_n необходимо знать: Max. M'_n [формула (92)], $M'_n - M'_{n-1}$ [формула (95)], $M'_{n-\frac{1}{2}}$ [формула (97)], а также N'_x [формула (97)], то Max M'_n опредѣляютъ по формулѣ (120°)

$$\text{Max. } M_x = (p+\kappa)\frac{x}{2}(l-x),$$

такъ какъ въ узловыхъ точкахъ $\Delta M_x = 0$. Величина момента M_n, какъ взятаго относительно

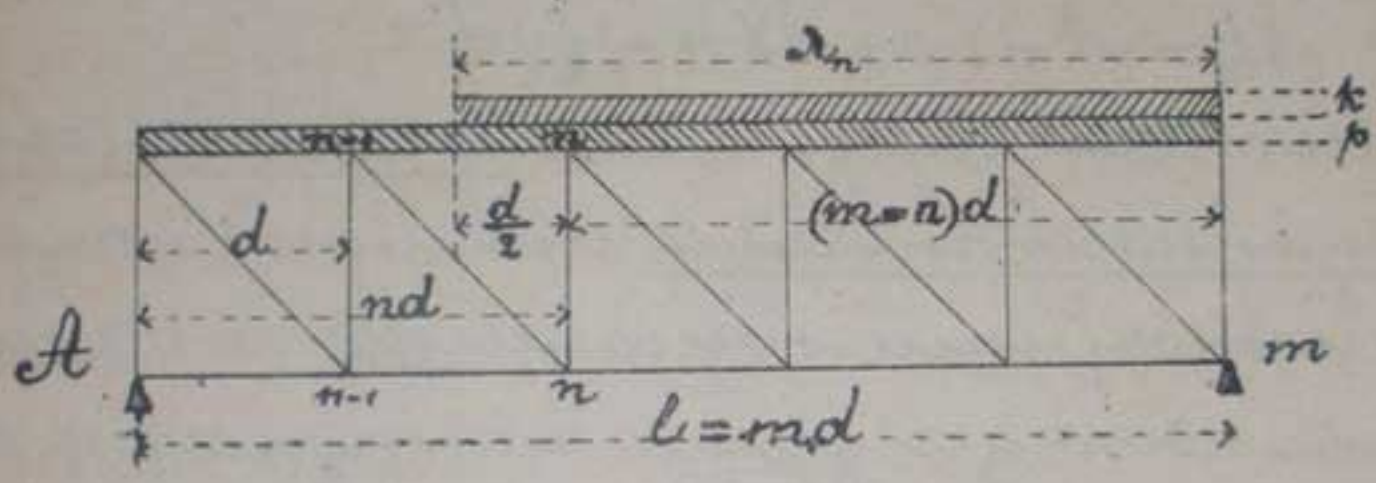
узловыхъ точекъ, также можетъ быть опредѣлена, какъ ордината параболы, но въ виду того, что оно встрѣчается въ выраженіяхъ для Max. M и Max V, необходимо опредѣлить его при такой нагрузкѣ, которая соотвѣтствуетъ ± Max. M'_n или какъ мы условились называть при max M_n и min M_n.

Мы приняли, что для этого подвижная нагрузка должна надвинуться до половины разсматриваемой панели. Слѣдовательно, при Max. M'_n (Черт. 32)

$$A = \frac{pl}{2} + \kappa\frac{(m-n+\frac{1}{2})^2 d^2}{2md}, \qquad M_n = A \cdot nd - \frac{pn^2d^2}{2} - \frac{\kappa d^2}{8},$$

$$M_{n-1} = A(n-1)d - \frac{p(n-1)^2d^2}{2}.$$

Черт. 32.



При min M'_n составляются соотвѣтственныя значенія: A, M_n и M_{n-1}. Но въ этомъ случаѣ $M'_{n-\frac{1}{2}}$, уже не можетъ быть опредѣлено какъ ордината параболы, такъ какъ для этихъ абсциссъ, лежащихъ между узлами, ΔM_x не нуль. Очевидно:

$$\text{Max. } M'_{n-\frac{1}{2}} = \frac{\text{Max. } M'_n + \text{Max. } M'_{n-1}}{2},$$

гдѣ послѣднія опредѣляются по формулѣ (120°).

Тоже слѣдуетъ сказать и относительно:

$$M'_{n-\frac{1}{2}} = \frac{M_n + M'_{n-1}}{2} \quad \text{и} \quad M'_{\frac{n+n}{2}} = \frac{M'_n + M'_n}{2},$$

хотя нерѣдко и ихъ опредѣляютъ для запаса какъ ординаты параболы, предполагая, что подвижная нагрузка надвинута до половины панели

$(n, n-1)$ или (n, n').

Что касается $Max.\,N_n$ то, какъ выше принято, оно равно перерѣзывающему усилію въ срединѣ панели, предполагая, что подвижная равномѣрная нагрузка надвинута до средины панели. Слѣдовательно, и здѣсь при $+Max.\,N_n''$:

$$A = \frac{pl}{2} + \frac{K(m-n+\frac{1}{2})^2 d}{2m}; \qquad Max.\,N_n' = A - (n-\tfrac{1}{2})pd;$$

$$Max.\,N'_{\frac{n+n'}{2}} = \frac{N_n' + N_{n'}'}{2}.$$

Для подвижной равномѣрной нагрузки покрывающей весь пролетъ, т. е. для обыкновеннаго значенія перерѣзывающаго усилія: $A = (p+\kappa)\frac{l}{2}$. Слѣдовательно:

$$N_n' = A - (p+\kappa)(n-\tfrac{1}{2})d.$$

4.) а, Выше было выведено, что <u>въ раскосныхъ фермахъ съ параллельными поясами истинное наименьшее положительное (или наибольшее отрицательное) перерѣзывающее усиліе наступаетъ тогда, когда подвижная равномѣрная нагрузка перешла послѣдній нагруженный узелъ на величину:</u> $\alpha d = \frac{n}{m-1} d$, причемъ:

$$Min\,(N_x'')_{\alpha=\frac{n}{m-1}} = p\frac{(m-1-2n)d}{2} - \frac{\kappa d n^2}{2(m-1)}.$$

Для полученія же наибольшаго положительнаго (или наименьшаго отрицательнаго) значенія перерѣзывающаго усилія, подвижная нагрузка должна перейти послѣдній нагруженный узелъ на величину:

$$\alpha d = \frac{(m-n-1)d}{n-1}, \text{ причемъ}$$

$$+Max\,(N_x'')_{\alpha=\frac{m-n-1}{m-1}} p\frac{(m-1-2n)d}{2} + \frac{\kappa d(m-n-1)^2}{2(n-1)},$$

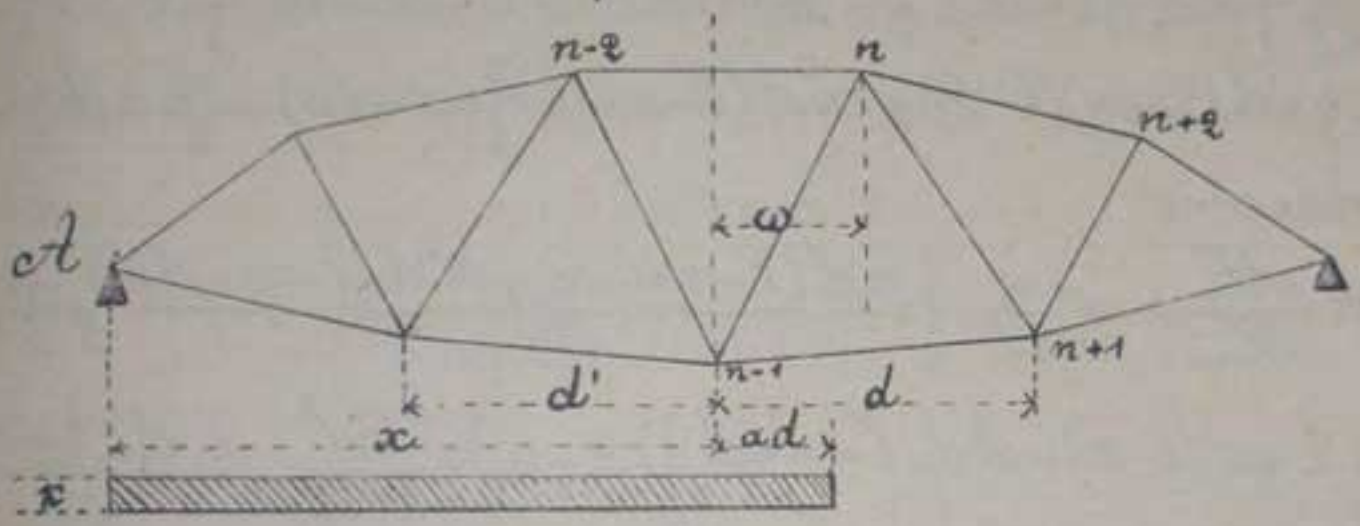
а такъ какъ въ такихъ фермахъ <u>усилія въ раскосахъ и стойкахъ зависятъ только отъ перерѣзывающаго усилія,</u>

то выведенныя условія будутъ относиться и къ опредѣленію Max. усилія въ раскосахъ и стойкахъ.

б.) <u>Въ фермахъ, ограниченныхъ криволинейными поясами, усилія въ раскосахъ и стойкахъ зависятъ не только отъ перерѣзывающаго усилія, но также и отъ моментовъ.</u> Найдемъ какъ велика должна быть въ этихъ случаяхъ величина xd, на которую слѣдуетъ надвинуть подвижную нагрузку.

Пусть подвижная нагрузка, надвинутая со стороны лѣвой опоры, передается посредствомъ поперечинъ на нижніе узлы фермы (Черт. 33)

Черт. 33.



Назовемъ длину панели нижняго пояса $(n-1, n+1)^{ую}$ черезъ d, а предыдущую черезъ d'. Разстояніе узла $11^{го}$ отъ $(n-1)^{го}$ назовемъ черезъ ω. Для простоты разсчета положимъ, что постоянная нагрузка $p=0$, такъ какъ она, очевидно не можетъ вліять на значеніе величины α.

Нагрузка $(n-1)^{го}$ узла будетъ:

$$\frac{\kappa d'}{2}+\frac{\kappa\alpha d}{d}\left(d-\frac{\alpha d}{2}\right)=\frac{\kappa}{2}\left[d'+\alpha d\,(2-\alpha)\right].$$

Нагрузка $(n+1)^{го}$ узла:

$$\frac{\kappa\alpha^2 d^2}{2d}=\frac{\kappa\alpha^2 d}{2}.$$

Назовемъ черезъ A_0 сопротивленіе лѣвой опоры отъ нагрузки всѣхъ узловъ за исключеніемъ $(n-1)^{го}$ и $(n+1)^{го}$; тогда полное сопротивленіе опоры:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_0 + \frac{x}{2}\left[d' + \alpha d(2-\alpha)\right]\frac{(l-x)}{l} + \frac{x\alpha^2 d}{2}\frac{(l-x-d)}{l} =$$

$$= \mathcal{M}_0 + \frac{x}{2l}\left\{\left[d' + \alpha d'(2-\alpha)\right](l-x) + \alpha^2 d(l-x-d)\right\}.$$

Вообще:

$$\pm \mathcal{N}_n \cos\varphi_n = \frac{\partial M_{n-1}}{\partial x_{n-1}} - \frac{\partial M_n}{\partial x_n}. \quad [\text{См. форм. 95}].$$

Пусть M°_{n-1} и M°_n – моменты, относительно $(n-1)^{го}$ и $(n)^{го}$ узла, всех внешних сил, независящих отъ α, т.е. слѣдовательно и со включеніемъ части нагрузки $(n-1)^{го}$ узла равной $\frac{xd'}{2}$, независящей отъ α; часть зависящая отъ d будетъ $\frac{x}{2}.\alpha.d(2-\alpha)$.

Имѣемъ:

$$M_{n-1} = M'_{n-1} + \frac{x}{2l}\left\{\alpha d(2-\alpha)(l-x) + \alpha^2 d(l-x-d)\right\}x;$$

$$M_n = M^\circ_n + \frac{x}{2l}\left\{\alpha d(2-\alpha)(l-x) + \alpha^2 d(l-x-d)\right\}(x+\omega) - \frac{x}{2}\alpha d(2-\alpha)\omega.$$

Слѣдовательно:

$$\pm \mathcal{N}_n \cos\varphi_n = \frac{M^\circ_{n-1}}{\mathcal{H}_{n-1}} + \frac{x}{2l}\left\{\frac{\alpha d(2-\alpha)(l-x) + \alpha^2 d(l-x-d)}{\mathcal{H}_{n-1}}\right\}x - \frac{M^\circ_n}{\mathcal{H}_n} -$$

$$- \frac{x}{2l\mathcal{H}_n l}\left\{\alpha d(2-\alpha)(l-x) + \alpha^2 d(l-x-d)\right\}(x-\omega) + \frac{xl}{2l\mathcal{H}_n}.\frac{\alpha.d(2-\alpha)\omega}{\mathcal{H}_n};$$

$$\frac{2l}{\mathcal{H}}\left[\frac{d\mathcal{N}_n\cos\varphi_n}{d\alpha}\right] = \frac{1}{\mathcal{H}_{n-1}}\left\{d(2-\alpha)(l-x) - \alpha d(l-x) + 2\alpha d(l-x-d)\right\}x -$$

$$- \frac{1}{\mathcal{H}_n}\left\{d(2-\alpha)(l-x) - \alpha d(l-x) + 2\alpha d(l-x-d)\right\}(x+\omega) + \frac{l}{\mathcal{H}_n}\left[d(2-\alpha) -\right.$$

$$\left. - \alpha d\right]\omega = \frac{1}{\mathcal{H}_{n-1}}\left\{d2(l-x)x\right\} - \frac{1}{\mathcal{H}_n}\left\{d2(l-x)(x+\omega)\right\} + \frac{l}{\mathcal{H}_n}2d\omega -$$

$$- \alpha\left[\left\{d(l-x) + d(l-x) - 2d(l-x-d)\right\}\frac{x}{\mathcal{H}_{n-1}} - \left\{d(l-x) + d(l-x) - 2d(l-\right.\right.$$

$$\left.\left. - x - d)\right\}\frac{(x+\omega)}{\mathcal{H}_n} + \frac{2ld\omega}{\mathcal{H}_n}\right] = 2d(l-x)\left\{\frac{x}{\mathcal{H}_{n-1}} - \frac{x+\omega}{\mathcal{H}_n}\right\} + \frac{2ld\omega}{\mathcal{H}_n} - \alpha\left[\left\{2d(l-x) -\right.\right.$$

$$\left.\left. - 2d(l-x-d)\right\}\times\left\{\frac{x}{\mathcal{H}_{n-1}} - \frac{x+\omega}{\mathcal{H}_n}\right\} + \frac{2ld\omega}{\mathcal{H}_n}\right] = 0;$$

$$\alpha = \frac{2d\left[(l-x)\left(\frac{x}{\mathcal{H}_{n-1}} - \frac{x+\omega}{\mathcal{H}_n}\right) + \frac{l\omega}{\mathcal{H}_n}\right]}{2d^2\left(\frac{x}{\mathcal{H}_{n-1}} - \frac{x+\omega}{\mathcal{H}_n}\right) + \frac{2ld\omega}{\mathcal{H}_n}} = \frac{\left[(l-x)\left(\frac{x}{\mathcal{H}_{n-1}} - \frac{x+\omega}{\mathcal{H}_n}\right) + \frac{l\omega}{\mathcal{H}_n}\right.}{d\left[\frac{x}{\mathcal{H}_{n-1}} - \frac{x+\omega}{\mathcal{H}_n}\right] + \frac{l\omega}{\mathcal{H}_n}} \quad . \quad . \quad . \quad (128)$$

Это <u>общее</u> выраженіе для α, соотвѣтствующее M_{in}

положительнаго значенія (или Max. отрицательнаго значенія) усилія въ раскосѣ.

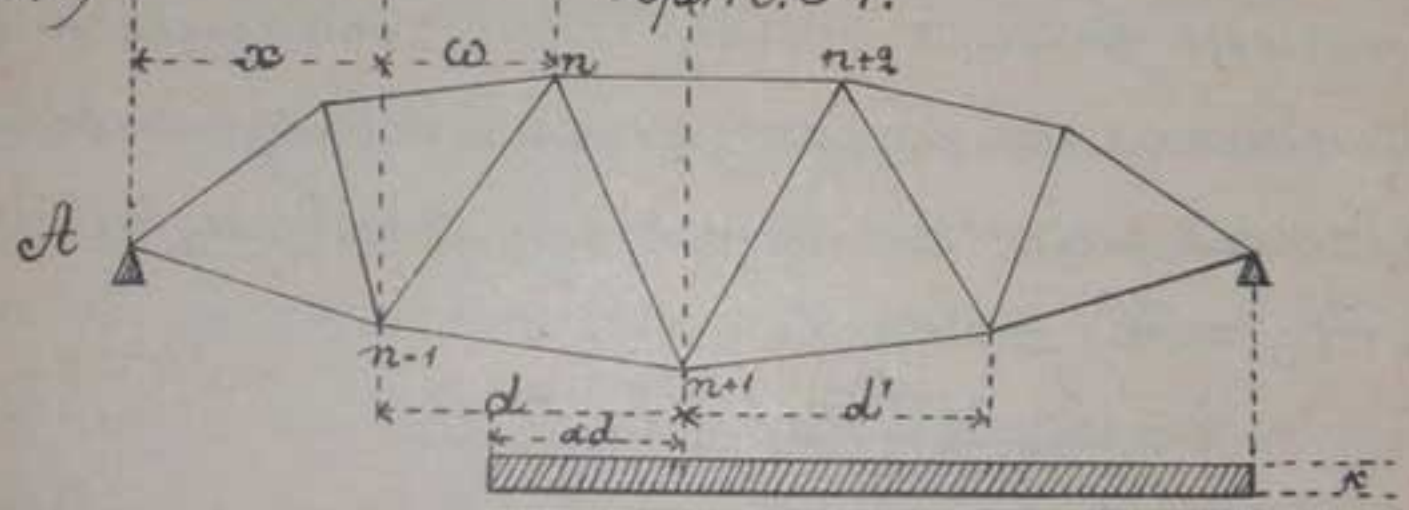
Если ферма съ параллельными поясами, тогда $H_{n-1} = H_n = Const$, и слѣдовательно:

$$\alpha = \frac{-(l-x)\omega + l\omega}{-d\omega + l\omega} = \frac{x}{l-d},$$

а такъ какъ тогда $\alpha = (n-1)d$; $l = md$, то $\alpha = \frac{n-1}{m-1}$, т.е. тоже значеніе, что было ранѣе найдено изъ производной отъ ур. 127 [стран. 180]: именно, тогда было найдено $\alpha = \frac{n}{m-1}$, причемъ тамъ послѣдній грузженный узелъ $n^{\text{й}}$, а въ нашемъ примѣрѣ послѣдній грузженный узелъ $(n-1)^{\text{й}}$.

Найдемъ теперь значеніе α, соотвѣтствующее Max. положительнаго значенія усилія въ раскосѣ (Черт. 34.)

Черт. 34.



Нагрузка $(n-1)^{\text{го}}$ узла $\frac{\kappa\alpha d}{2}$.

Нагрузка $(n+1)^{\text{го}}$ узла $\frac{\kappa d}{2}\left[d' + \alpha d(2-\alpha)\right]$.

$$A = A_0 + \frac{\kappa}{2}\left[d' + \alpha d(2-\alpha)\right]\frac{(l-x-d)}{l} + \frac{\kappa\alpha^2 d}{2l}(l-x);$$

$$\pm N_n \cos\varphi_n = \frac{M^\circ_{n-1}}{H_{n-1}} + \frac{K}{2lH_{n-1}}\left\{\alpha d(2-\alpha)(l-x-d) + \alpha^2 d(l-x)\right\}x -$$

$$- \frac{M^\circ_n}{H_n} - \frac{K}{2lH_n}\left\{\alpha d(2-\alpha)(l-x-d) + \alpha^2 d(l-x)\right\}(x+\omega) + \frac{\kappa\alpha^2 d}{2H_n}\cdot\omega;$$

$$\frac{2l}{K}\left[\frac{d N\cos\varphi_n}{d\alpha}\right] = \frac{1}{H_{n-1}}\left\{d(2-\alpha)(l-x-d) - \alpha d(l-x-d) + 2\alpha d(l-x)\right\}x -$$

$$- \frac{1}{H_n}\left\{d(2-\alpha)(l-x-d) - \alpha d(l-x-d) + 2\alpha d(l-x)\right\}(x+\omega) + \frac{2\alpha d\omega l}{H_n} =$$

$$= \frac{1}{H_{n-1}}\left\{2d(l-x-d)x\right\} - \frac{1}{H_n}\left\{2d(l-x-d)\right\}(x+\omega) - \alpha\left\{\left[d(l-x-d) + \right.\right.$$

$$+\alpha(l-x-d)-2d(l-x)\Big]\frac{x}{H_{n-1}}-\Big[\alpha(l-x-d)+\alpha(l-x-d)-2d(l-x)\Big]\cdot$$

$$\cdot\frac{(x+\omega)}{H_n}-\frac{2\alpha\omega l}{H_n}\Big\}=0;$$

$$2d(l-x-d)\Big\{\frac{x}{H_{n-1}}-\frac{x+\omega}{H_n}\Big\}=\alpha\Big[\Big\{2d(l-x-d)-2d(l-x)\Big\}\cdot\Big\{\frac{x}{H_{n-1}}-\frac{x+\omega}{H_n}\Big\}-$$

$$-\frac{2\alpha\omega l}{H_n}\Big];$$

$$\alpha=\frac{(l-x-d)\Big\{\frac{x}{H_{n-1}}-\frac{x+\omega}{H_n}\Big\}}{-d\Big\{\frac{x}{H_{n-1}}-\frac{x+\omega}{H_n}\Big\}-\frac{\omega l}{H_n}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(129).$$

Примѣчаніе: [Отъ этой формулы нельзя прямо перейти къ выраженію Max. усилія въ $(n-1)$, n, сдѣлавъ $\omega=0$, на томъ основаніи, что формула выведена изъ выраженія $N_n\cos\varphi_n$, приравненнаго нулю. Въ это выраженіе не вошли проекціи внѣшнихъ вертикальныхъ силъ; для стойки же, очевидно, $N_n\cos\varphi_n=0$. Слѣдовательно, желая получить значеніе α для стойки, пользуясь выраженіемъ, выведеннымъ для раскоса, слѣдовало бы составить формулу для $N_n\sin\varphi_n$].

При $H_{n-1}=H_n=Const.$

$$\alpha=\frac{(l-x-d)\omega}{\omega d-\omega l}=\frac{l-x-d}{l-d},$$

а такъ какъ:

$l=md$; $x=(n-1)d$, то $\alpha=\frac{m-(n-1)-1}{m-1}$,

т. е. та же формула, которая и нѣсколько была выведена изъ производной отъ уравн. (127.) [стр. 180], причемъ здѣсь $(n-1)$ замѣнило собою и выпущенную формулы.

Возьмемъ <u>частный случай</u>. Пусть ферма параболическая раскосная съ равными панелями (черт. 35). Слѣдовательно $\omega=d$. Поэтому:

$$\alpha=\frac{(l-x-d)\Big(\frac{x}{H_{n-1}}-\frac{x+d}{H_n}\Big)}{-d\Big\{\frac{x}{H_{n-1}}-\frac{x+d}{H_n}\Big\}-\frac{M}{H_n}}.$$

Но въ параболической фермѣ:

$$\frac{x(l-x)}{H_{n-1}} = \frac{(x+d)[l-(x+d)]}{H_n} = \ldots\ldots\ldots = \frac{l^2}{4f}$$

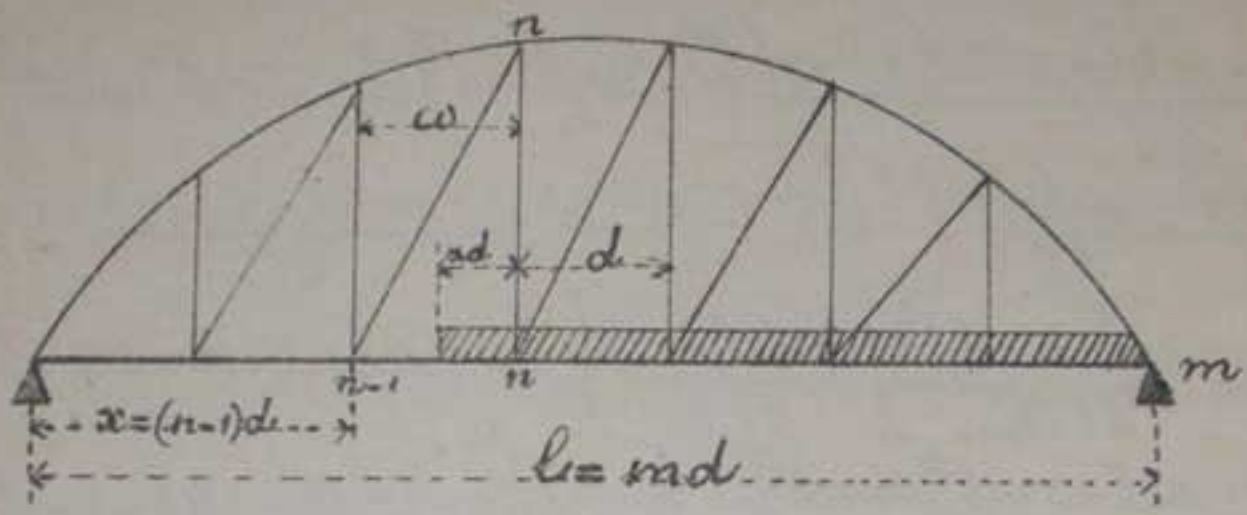
Слѣдовательно:

$$x = \frac{(l-x-d)\frac{x}{H_{n-1}} - \frac{x(l-x)}{H_{n-1}}}{\frac{-dx}{H_{n-1}} + \frac{dx(l-x)}{H_{n-1}(l-x-d)} - \frac{dlx(l-x)}{H_{n-1}(x+d)(l-x-d)}} =$$

$$= \frac{-x(x+d)(l-x-d)}{-x(x+d)(l-x-d)+x(l-x)(x+d)-lx(l-x)} = \frac{-(x+d)(l-x-d)}{d(x+d)-l(l-x)} =$$

$$= \frac{(x+d)(l-x-d)}{l^2-lx-dx-d^2} = \frac{(x+d)(l-x-d)}{(l+d)(l-x-d)} = \frac{x+d}{l+d}$$

Черт. 35



Это значеніе x выведено другимъ путемъ профессоромъ Löwe, о чемъ будетъ сказано своевременно въ статьѣ о параболическихъ фермахъ.

Вставляя значеніе x (129) въ выраженіе $N_n \operatorname{Cos}\varphi_n$, мы получимъ бы значеніе Max. $N_n \operatorname{Cos}\varphi_n$ въ самомъ общемъ видѣ. Но мы этой формулы выводить не будемъ въ виду ея сложности и примѣнимъ значеніе x къ фермамъ наиболѣе употребительнымъ. Возьмемъ, напримѣръ, параболическую раскосную ферму [Черт. 35]. Опредѣлимъ значеніе членовъ, входящихъ въ составъ выраженія:

$$\pm N_n \operatorname{Cos}\varphi_n = \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} + \frac{\kappa}{2lH_{n-1}}\left\{\alpha d(2-\alpha)(l-x-d)+\alpha^2 d(l-x)\right\}x - \frac{M'_n}{H_n} -$$

Профессоръ Мелинг

$$-\frac{x}{2l\mathcal{H}_n}\{\alpha d(2-\alpha)(l-x-d)+\alpha^2 d(l-x)\}(x+d)+\frac{x\alpha^2 d^2}{2\mathcal{H}_n}=\frac{M_{n-1}}{\mathcal{H}_{n-1}}-\frac{M_n}{\mathcal{H}_n}.$$

Нагрузка $n^{го}$ узла $=\frac{xd}{2}[1+\alpha(2-\alpha)]$;

Нагрузка $(n-1)^{го}$ узла $=\frac{x\alpha^2 d}{2}$.

$$A=\frac{xd[d+2d+\ldots.+\{m-(n+1)\}d]}{md}+\frac{xd[1+\alpha(2-\alpha)](m-n)d}{2l}+$$

$$+\frac{x\alpha^2 d[m-(n-1)d]}{2l}=\frac{xd^2(m-n)(m-n-1)}{2md}+\frac{xd[1+\alpha(2-\alpha)](m-n)d}{2l}+$$

$$+\frac{x\alpha^2 d[m-(n-1)d]}{2l}.$$

Но $l=md$; $x=(n-1)d$, слѣдовательно:

$$A=\frac{x(l-x-d)(l-x-2d)}{2l}+\frac{xd}{2l}[1+\alpha(2-\alpha)](l-x-d)+\frac{x\alpha^2 d(l-x)}{2l}=$$

$$=\frac{x(l-x-d)^2}{2l}+\frac{xd\alpha}{2l}(2-\alpha)(l-x-d)+\frac{x\alpha^2 d(l-x)}{2l};$$

$$\frac{M_{n-1}}{\mathcal{H}_{n-1}}=\left[\frac{M^0_{n-1}}{\mathcal{H}_{n-1}}+\frac{x(l-x-d)^2 x}{2l\mathcal{H}_{n-1}}\right]+\frac{xd\alpha x}{2l\mathcal{H}_{n-1}}\{(2-\alpha)(l-x-d)+\alpha(l-x)\};$$

$$\frac{M_n}{\mathcal{H}_n}=\left[\frac{M^0_n}{\mathcal{H}_n}+\frac{x(l-x-d)^2(x+d)}{2l\mathcal{H}_n}\right]+\frac{xd\alpha(x+d)}{2l\mathcal{H}_n}\{(2-\alpha)(l-x-d)+\alpha(l-x)\}-$$

$$-\frac{x\alpha^2 d^2}{2\mathcal{H}_n}.$$

$$\frac{M_{n-1}}{\mathcal{H}_{n-1}}-\frac{M_n}{\mathcal{H}_n}=\frac{x(l-x-d)^2}{2l}\left\{\frac{x}{\mathcal{H}_{n-1}}-\frac{x+d}{\mathcal{H}_n}\right\}+\frac{xd\alpha}{2l}\{(2-\alpha)(l-x-d)+\alpha(l-x)\}\cdot$$

$$\cdot\left\{\frac{x}{\mathcal{H}_{n-1}}-\frac{x+d}{\mathcal{H}_n}\right\}+\frac{x\alpha^2 d^2}{2\mathcal{H}_n}.$$

Но въ параболической фермѣ:

$$\frac{x(l-x)}{\mathcal{H}_{n-1}}=\frac{(x+d)(l-x-d)}{\mathcal{H}_n}=\ldots\ldots\ldots=\frac{l^2}{4f}$$

Слѣдовательно:

$$\frac{M_{n-1}}{\mathcal{H}_{n-1}}-\frac{M_n}{\mathcal{H}_n}=-\frac{x(l-x-d)^2 l^2 d}{8fl(l-x)(l-x-d)}-\frac{xdx\{(2-\alpha)(l-x-d)+\alpha(l-x)\}l^2 d}{8fl(l-x)(l-x-d)}+$$

$$+\frac{x\alpha^2 d^2 l^2}{8f(x-d)(l-x-d)}=-\frac{x(l-x-d)^2 l\cdot d}{8f(l-x)(l-x-d)}-\frac{xd^2\alpha l\{2(l-x-d)+\alpha d\}}{8f(l-x)(l-x-d)}+$$

$$+\frac{xd^2\alpha l^2}{8f(x+d)(l-x-d)}=-\frac{xdl(l-x-d)^2}{8f(l-x)(l-x-d)}-\frac{xd^2 xl\{[2(l-x-d)+\alpha d](x+d)-l(l-x)\}}{8f(l-x)(l-x-d)(x+d)}.$$

Но для $Max\,\mathcal{N}_n\cos\varphi_n$, какъ доказано раньше $\alpha=\frac{x+d}{l+d}$, слѣдовательно:

$$\pm N_n \cos\varphi_n = -\frac{x d l (l-x-d)}{8 f (l-x)} -$$

$$-\frac{x d^2 l [2(l-x-d)(l+x)+(x+d)d](x+d) - l(l-x)(x+d)}{8f(l+d)^2(l-x)(l-x-d)} = -\frac{x d l (l-x-d)}{8 f (l-x)} -$$

$$-\frac{x d^2 l [l^2 - lx - dx - d^2](x+d)}{8f(l+d)^2(l-x)(l-x-d)} = \frac{-x d l (l-x-d)}{8 f (l-x)} - \frac{x d^2 l (l+d)(l-x-d)(x+d)}{8f(l+d)^2(l-x)(l-x-d)} =$$

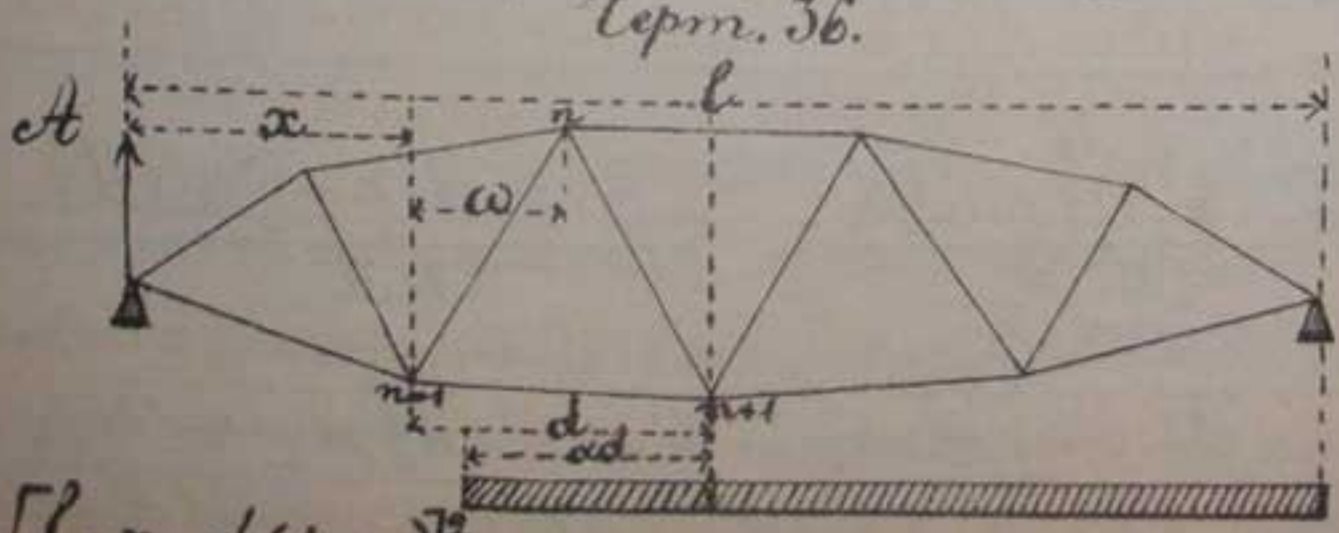
$$= -\frac{x d l (l-x-d)}{8 f (l-x)} - \frac{x d^2 l (x+d)}{8 f (l+d)(l-x)} = -\frac{x d l \{(l-x-d)(l+d)+d(x+d)\}}{8 f (l+d)(l-x)} =$$

$$= -\frac{x d l^2 (l-x)}{8 f (l+d)(l-x)} = -\frac{x d l^2}{8 f (l+d)} .$$

Эту же формулу можно получить другим путем, замѣчая, что если ферма раскосная, то $n^{\text{ый}}$ узелъ совпадаетъ съ $n+1^{\text{ый}}$ (ср. черт. 34 и 35) и, слѣдовательно въ обоихъ узлахъ въ $n-1^{\text{ый}}$ и $n^{\text{ый}}$ будетъ нагрузка; а раньше было доказано, что въ такомъ случаѣ значеніе моментовъ въ узловыхъ точкахъ одинаковы, будемъ ли мы разсматривать, что равномѣрно распредѣленная нагрузка дѣйствуетъ на всѣ точки главной фермы или только въ опредѣленныхъ узлахъ. Опредѣленіе же моментовъ въ узловыхъ точкахъ, при первомъ распредѣленіи нагрузки, значительно проще. Но прежде нужно только убѣдиться, получится-ли тоже самое значеніе α и для этого положенія нагрузки.

Беремъ общій случай (Черт. 36).

Черт. 36.



$$A = \frac{x[l-x-d(1-\alpha)]^2}{2l}$$

БИБЛИОТЕКА

$$\frac{dM_n}{H_n} = \frac{x[l-x-d(1-\alpha)]^2}{2lH_n}(x+\omega) - \frac{x(\alpha d - d + \omega)^2}{2H_n}$$

$$\frac{dM_{n-1}}{H_{n-1}} = \frac{x[l-x-d(1-\alpha)]^2 x}{2lH_{n-1}}$$

Следовательно:

$$\pm N_n \cos\varphi_n = k\frac{[l-x-d(1-\alpha)]^2 x}{2lH_{n-1}} - k\frac{[l-x-d(1-\alpha)]}{2lH_n}(x+\omega) + \frac{x[d(\alpha-1)+\omega]^2}{2H_n};$$

$$\frac{d N_n \cos\varphi_n}{d\alpha} = \frac{1}{H_{n-1}}[l-x-d(1-\alpha)]dx - \frac{1}{H_n}[l-x-d(1-\alpha)]d(x+\omega) +$$

$$+\frac{l}{H_n}[d(\alpha-1)+\omega]d = 0;$$

$$[l-x-d]d\left\{\frac{x}{H_{n-1}} - \frac{x+\omega}{H_n}\right\} + \frac{ld}{H_n}(\omega-d) = \alpha d^2\left[\frac{x+\omega}{H_n} - \frac{x}{H_{n-1}} - \frac{l}{H_n}\right];$$

$$\alpha = \frac{(l-x-d)\left(\frac{x}{H_{n-1}} - \frac{x+\omega}{H_n}\right) + \frac{l}{H_n}(\omega-d)}{d\left[\frac{x+\omega}{H_n} - \frac{x}{H_{n-1}} - \frac{l}{H_n}\right]} \quad \ldots\ldots\ldots (130)$$

Сравнивая эту формулу с формулой (129), мы замечаем, что они неодинаковы и что, следовательно, не для всякой фермы одинаковое значение α будет и то же значение α, будем ли предполагать, что равномерная нагрузка действует на все точки главной фермы или только на определенные узлы. Для раскосной фермы оба значения (129) и (130) тождественны, так как тогда $\omega = d$. Следовательно и для рассматриваемого случая, т.е. для раскосной параболической фермы, мы можем безразлично рассматривать либо тот, либо другой род нагрузки.

Так как $\omega = d$, то:

$$\pm N_n \cos\varphi_n = k\frac{[l-x-d(1-\alpha)]^2 x}{2lH_{n-1}} - k\frac{[l-x-d(1-\alpha)]^2(x+d)}{2lH_n} + k\frac{[\alpha d]^2}{2H_n}.$$

Но $\alpha = \frac{x+d}{l+d}$, поэтому:

$$\frac{k[l-x-d(1-\alpha)]^2 x}{2lH_{n-1}} = \frac{k[(l-x)(l+d)-d(l-x)]^2 x}{(l+d)^2 2lH_{n-1}} = \frac{xl^2(l-x)^2 x}{2lH_{n-1}(l+d)^2} =$$

$$= \frac{kl}{2}\frac{(l-x)^2 x}{(l+d)^2 H_{n-1}}.$$

Слѣдовательно:

$$Max\,N_n \cos\varphi_n = \frac{xl}{2}\frac{(l-x)^2\cdot x}{(l+d)^2 H_{n-1}} - \frac{xl}{2}\frac{(l-x)^2}{(l+d)^2}\frac{(x+d)}{H_n} + \frac{xd}{2}\frac{(x+d)^2}{(l+d)^2}\cdot\frac{d}{H_n} =$$

$$= \frac{xl}{2}\frac{(l-x)^2}{(l+d)^2}\left\{\frac{x}{H_{n-1}} - \frac{x+d}{H_n}\right\} + \frac{xd}{2}\frac{(x+d)^2}{(l+d)^2}\cdot\frac{d}{H_n}.$$

По двух параболической фермы:

$$\frac{x(l-x)}{H_{n-1}} = \frac{(x+d)(l-x-d)}{H_n} = \ldots\ldots\ldots = \frac{l^2}{4f}$$

Слѣдовательно:

$$Max.N_n \cos\varphi_n = \frac{xl}{2}\frac{(l-x)^2}{(l+d)^2}\left\{\frac{l^2}{4f(l-x)} - \frac{l^2}{4f(l-x-d)}\right\} + \frac{xd}{2}\frac{(x+d)}{(l+d^2}\times$$

$$\times\frac{dl^2}{4f(l-x-d)} = -\frac{xl}{2}\frac{(l-x)^2}{(l+d)}\frac{l^2 d}{4f(l-x)-(l-x-d)} + \frac{xd}{2}\frac{(x+d)}{(l+d)^2}\frac{dl^2}{4f(l-x-d)} =$$

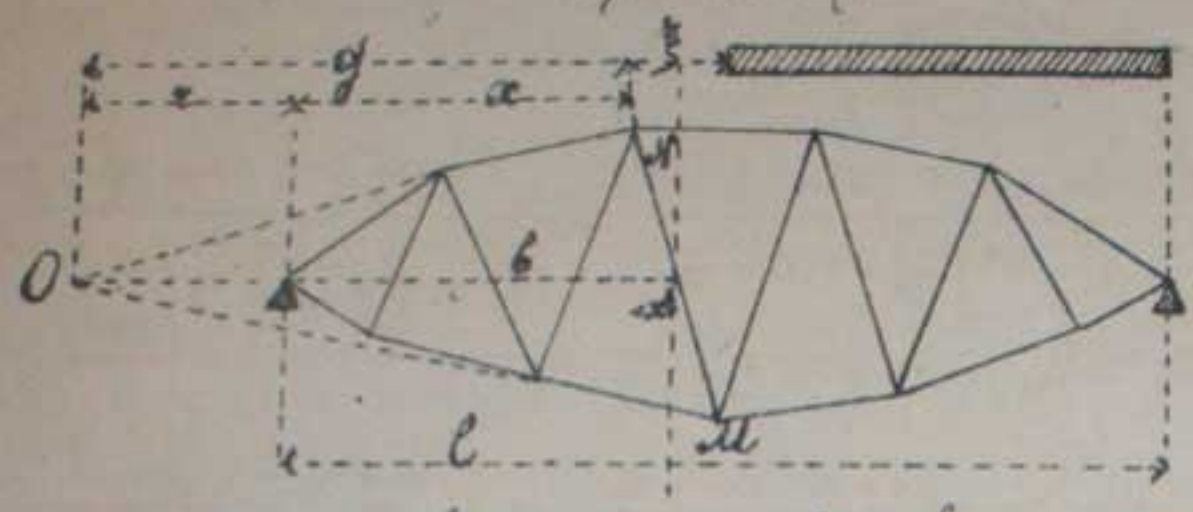
$$= \frac{xl}{8f}\frac{[-l^2 d + lxd + dx^2 + d^3]}{(l+d)^2(l-x-d)} = -\frac{xl^2 d[l-x-d](l+d)}{8f(l+d)^2(l-x-d)} = -\frac{xl^2 d}{8f(l+d)},$$

т.е. что горизонтальная проекція Max. усилія въ раскосахъ въ параболической фермѣ – величина постоянная. Это свойство параболической фермы было уже ранѣе доказано, примѣняя способъ Риттера для опредѣленія очертанія фермъ удовлетворяющихъ различнымъ условіямъ, но только тамъ было выведено, что $Max\,N_n \cos\varphi_n = \frac{xld}{8f}$, т.е. болѣе въ $\frac{l}{l+d}$ раза. Это произошло отъ того, что тамъ предполагали грузы сосредоточенными въ узлахъ и равными грузу панели, т.е. что при частной нагрузкѣ, подвижная нагрузка надвинута всегда только на половину панели, причемъ отъ этой нагрузки на слѣдующій узелъ ничего не передается, что, очевидно, неправильно, но ошибка, которую при этомъ дѣлали, служитъ, во всякомъ случаѣ, въ пользу прочности. Выводъ предъидущей формулы по Лёше будетъ приведенъ въ своемъ мѣстѣ.

Винклеръ выводитъ эту формулу инымъ путемъ, пользуясь другимъ выраженіемъ напряженія раскоса.

Пусть подвижная нагрузка передается на верхніе узлы (Черт. 37)

Черт. 37.



тогда для полученія Max. напряженія раскоса KM она должна найти узла K на нѣкоторую величину $\frac{x}{\xi}$; въ такомъ случаѣ на узелъ K передается полоцью поперечинъ: $\frac{x(d-\frac{x}{\xi})^2}{2d}$. Сопротивленіе лѣвой опоры:

$$A = \frac{x(l-x-\frac{x}{\xi})^2}{2l}.$$

Слѣдовательно, опредѣляя вертикальную составляющую напряженія раскоса по способу Риттера, получимъ:

$$\pm N_n \sin\varphi = \left[\frac{x(l-x-\frac{x}{\xi})^2}{2l}z - \frac{x(d-\frac{x}{\xi})^2}{2d}g\right]\cdot\frac{1}{b} = \frac{x}{2b}\left[\frac{(l-x-\frac{x}{\xi})^2}{l}z - \frac{(d-\frac{x}{\xi})^2 g}{d}\right]$$

Взявъ производную по $\frac{x}{\xi}$ и приравнявъ нулю, получимъ:

$$\frac{x}{\xi} = \frac{(l+z)xd}{lg-dz}.$$

Вставляя въ выраженіе $N_n \sin\varphi$, получимъ:

$$+\text{Max.}N_n \sin\varphi = +\frac{(l-d-x)^2 z' \cdot gx}{(lg-dz)2b}.$$

Примѣняя эти формулы къ фермамъ съ параллельными поясами, должно положить $z = \infty$, $g = \infty$ и $b = \infty$. Замѣчая, что $g = z + x$, $b = z + x + x'$, получимъ:

$$\frac{x}{\xi} = \frac{(l+z)xd}{l(z+x)-dz} \pm \frac{(\frac{l}{z}+1)xd}{l(1+\frac{x}{z})-d},$$

дѣлая $z = \infty$, получимъ:

$$\frac{x}{\xi} = \frac{dx}{l-d}, \text{ или } \frac{\xi}{d} = \frac{x}{l-d}.$$

Но $\frac{x}{\xi}$ есть то, что мы прежде называли $d - \alpha d$,

$x = n\alpha$, $l = m\alpha$. Следовательно:

$$1 - \alpha = \frac{n}{m-1} \quad ; \quad \alpha = \frac{m-n-1}{m-1},$$

т. е. формула, которая была раньше выведена другим путем ($12\frac{7}{7}$).

Подобным образом:

$$Max N_n \sin\varphi = \frac{+(l-\alpha-x)^2 . r(r+x).x}{[l(r+x)-\alpha r]2(r+x+x')} = \frac{(l-\alpha-x)^2.(1+\frac{x}{r}).x}{[l(1+\frac{x}{r})-\alpha]2(1+\frac{x+x'}{r})}$$

Полагая $r = \infty$, имеем:

$$Max. N_n \sin\varphi = \frac{(l-\alpha-x)^2.x}{2(l-\alpha)} = \frac{(m-n-1)^2.x\alpha}{2(m-1)}$$

значение, также выведенное раньше.

Для параболических раскосных ферм:

$$r = \frac{x(x+\alpha)}{l-2x-\alpha}$$

[смотри формулу (62) в главе „Параболические фермы"];

$$q = r + x = \frac{x(l-x)}{l-2x-\alpha} \quad ;$$

$$l + r = \frac{l^2 - 2xl - \alpha l + x^2 + \alpha x}{l-2x-\alpha}$$

Следовательно:

$$\xi = \frac{(l^2 - 2xl - \alpha l + x^2 + \alpha x).x.\alpha}{xl(l-x) - \alpha x(x+\alpha)} = \frac{\alpha(l-x)(l-\alpha-x)}{(l+\alpha)(l-\alpha-x)} =$$

$$= \frac{\alpha(l-x)}{l+\alpha}$$

Но ξ по прежнему обозначению $= \alpha - \alpha\alpha$. Следовательно:

$$1 - \alpha = \frac{l-x}{l+\alpha},$$

откуда:

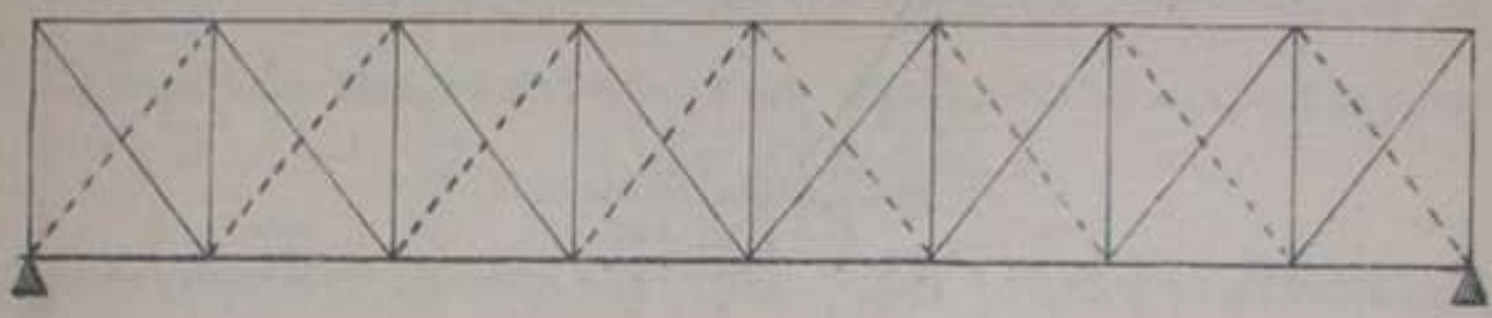
$$\alpha = \frac{\alpha + x}{\alpha + l},$$

то есть прежняя формула.

V. Опредѣленіе протяженія занимаемаго встрѣчными раскосами въ раскосной фермѣ.

Желая устроить раскосную ферму съ однимъ вытянутыми или сжатыми раскосами (*) и въ виду доказаннаго, что вытянутые раскосы обращены къ сѣченію съ $Max.\left(\frac{M}{H}\right)$ нижними концами и сжатые – верхними, и такъ какъ въ балкѣ, свободно лежащей на опорѣ, $Max.M$ при сплошной нагрузкѣ, равномѣрно распредѣленной по всему пролету,

Черт. 38.

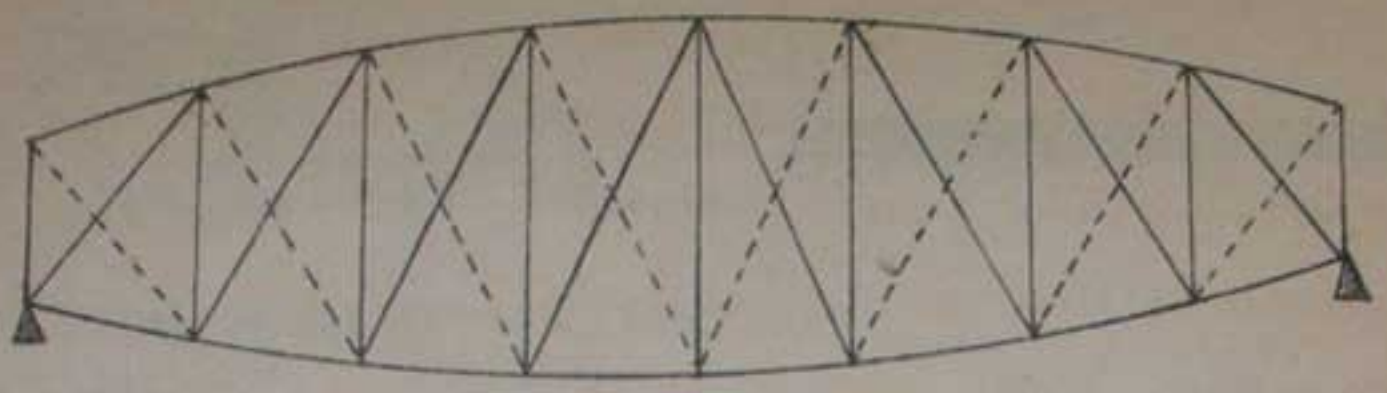


бываетъ по срединѣ фермы и если притомъ ферма съ параллельными поясами и съ криволинейными, но такими, чтобы перемѣнныя высоты h уменьшались къ опорѣ менѣе быстро чѣмъ моменты, т. е. менѣе быстро чѣмъ ординаты параболы, то и $Max\left(\frac{M}{H}\right)$ будетъ по срединѣ пролета, слѣдовательно, для перваго случая необходимо устроить ферму вида (38), а для второго вида (39). Но такъ какъ наибольшія усилія въ раскосахъ имѣютъ мѣсто при нагрузкѣ, покрывающей не весь пролетъ, а

(*) Если ферма желѣзная, то, очевидно, выгоднѣе устроить ферму съ вытянутыми раскосами, такъ какъ желѣзо лучше сопротивляется вытягиванію, чѣмъ сжатію и наиболѣе длинныя части рѣшетки будутъ подвергнуты вытягиванію.

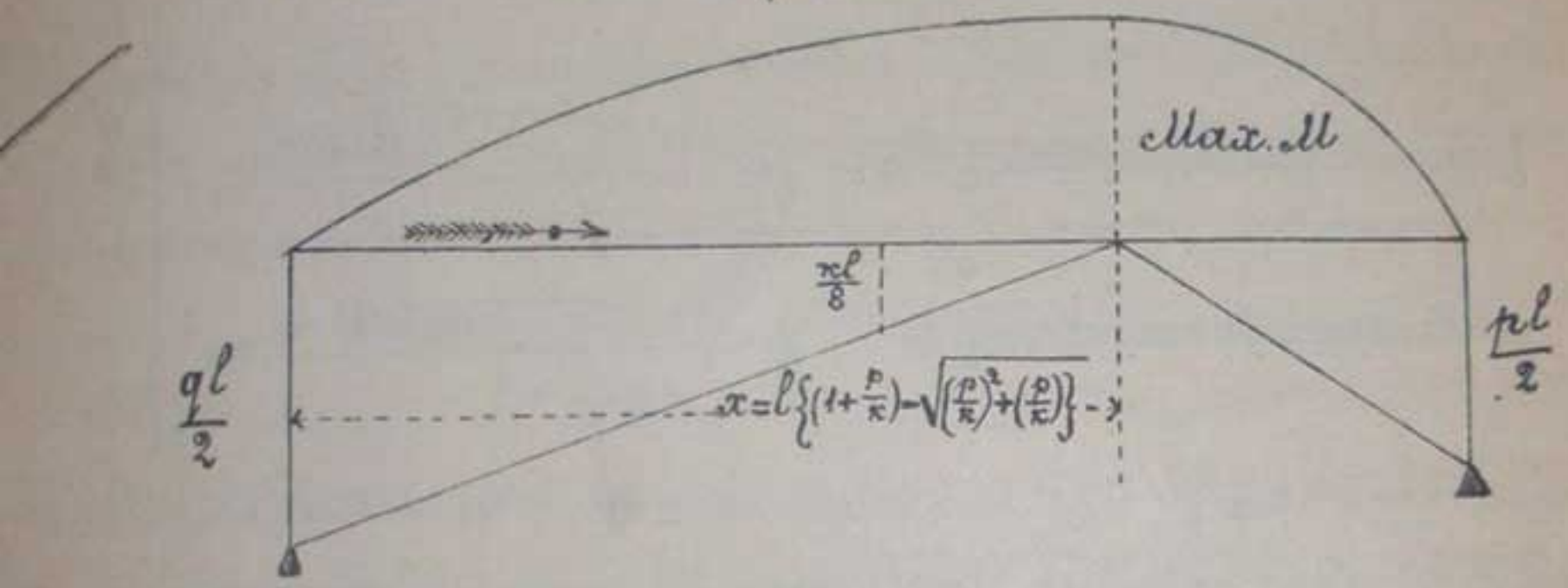
только часть пролета, а именно между разсм.

Черт. 39.



тривиальным сѣченіемъ и одной изъ опоръ, то при движеніи, напримѣръ, поѣзда отъ правой опоры къ лѣвой (Черт. 40), то крайнее положеніе, гдѣ можетъ

Черт. 40.

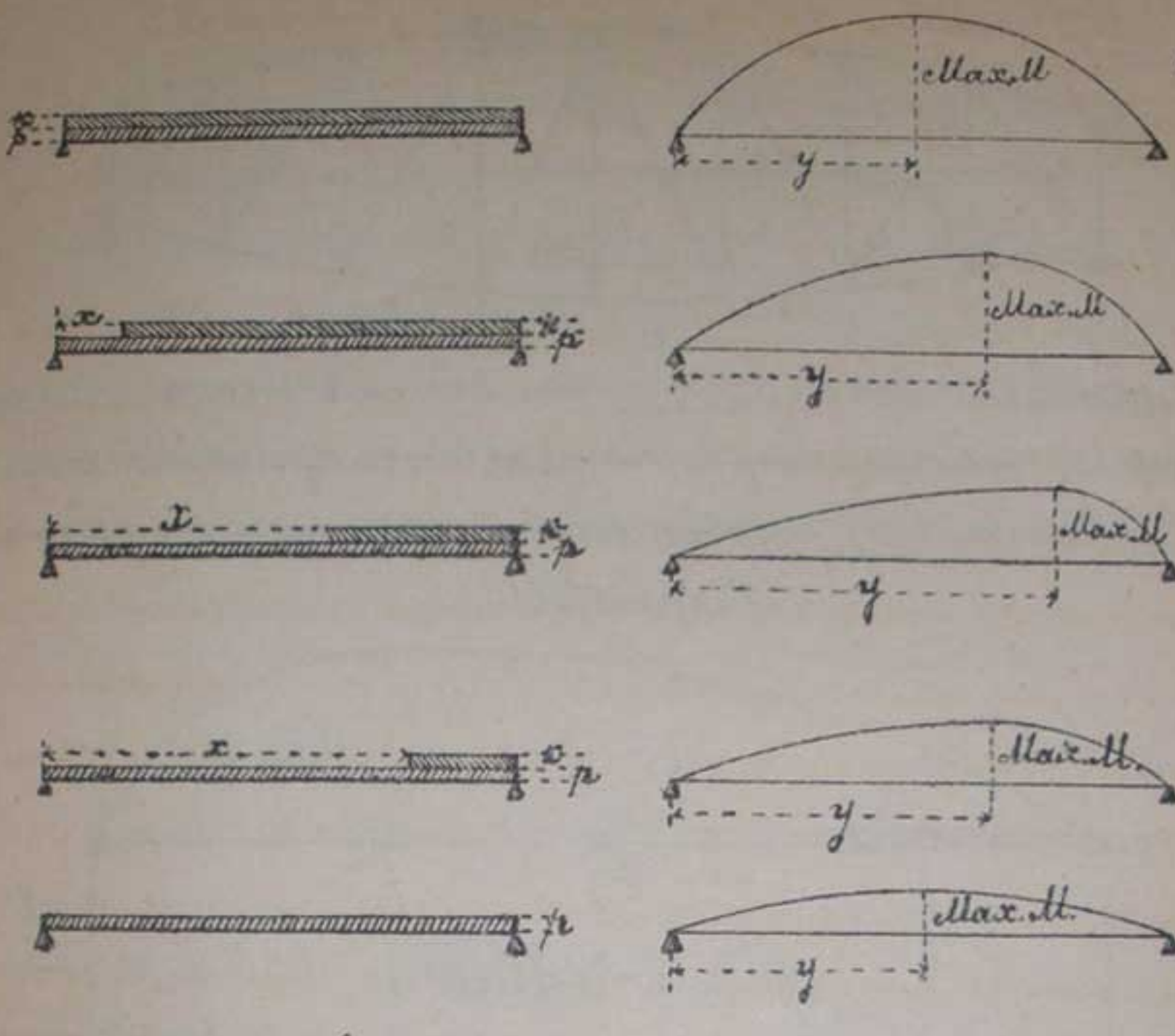


имѣть мѣсто Max. M при указанномъ расположеніи нагрузки, опредѣляется абсцисса:

$$x=l\left\{\left(1+\frac{p}{q}\right)-\sqrt{\left(1+\frac{p}{q}\right)^2-\left(1+\frac{p}{q}\right)}\right\}=l\left\{\left(1+\frac{p}{q}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{q}\right)^2+\left(\frac{p}{q}\right)}\right\},$$

что будетъ уже по ту сторону середины пролета. Дѣйствительно, при положеніи подвижной нагрузки, покрывающей весь пролетъ, max. M - по середи-нѣ пролета, т. е. $y=\frac{l}{2}$. Затѣмъ, по мѣрѣ того, какъ подвижная нагрузка занимаетъ мѣньшую часть пролета, т. е. по мѣрѣ увеличенія x отъ 0 до нѣкоторой величины, сѣченіе гдѣ имѣетъ max. M отодвигается къ правой опорѣ, т. е. $y>\frac{l}{2}$,

но никогда однако не достигает $y = l$, потому



черт. 41.

что при $x = l$, т.е. когда $k = 0$, то наибольший моментъ, хотя и меньшаго численнаго значенія, но опять имѣетъ мѣсто при $y = \frac{l}{2}$. Слѣдовательно, по мѣрѣ того, какъ x увеличивается отъ 0 до l, y отодвигается отъ $y = \frac{l}{2}$ до нѣкоторой величины $\frac{l}{2} < y < l$ и снова возвращается къ: $y = \frac{l}{2}$. Чтобы найти значеніе y, при которомъ происходитъ поворотъ, т.е. найти то крайнее положеніе y при которомъ можетъ еще быть Max. M, опредѣлимъ то значеніе x, при которомъ $y = x$, такъ какъ при дальнѣйшемъ увеличеніи x y начнетъ уменьшаться.

Значеніе M въ участкѣ, занятомъ подвижной нагрузкой:

$$M = \frac{py}{2}(l-y) + \kappa\frac{(l-x)^2}{2l}\cdot y - \kappa\frac{(y-x)^2}{2};$$

$$\frac{dM}{dy} = \frac{pl}{2} - py + \kappa\frac{(l-x)^2}{2l} - \kappa(y-x) = 0;$$

откуда: $$y = \frac{\frac{pl}{2} + \kappa\frac{(l-x)^2}{2l} + \kappa x}{p+\kappa}$$

Положивъ $y = x$ найдемъ:

$$x(p+\kappa) = \frac{pl}{2} + \kappa\frac{(l-x)^2}{2l} + \kappa x, \text{ или: } p\left(\frac{l}{2}-x\right) + \kappa\frac{(l-x)^2}{2l} = 0,$$

откуда:

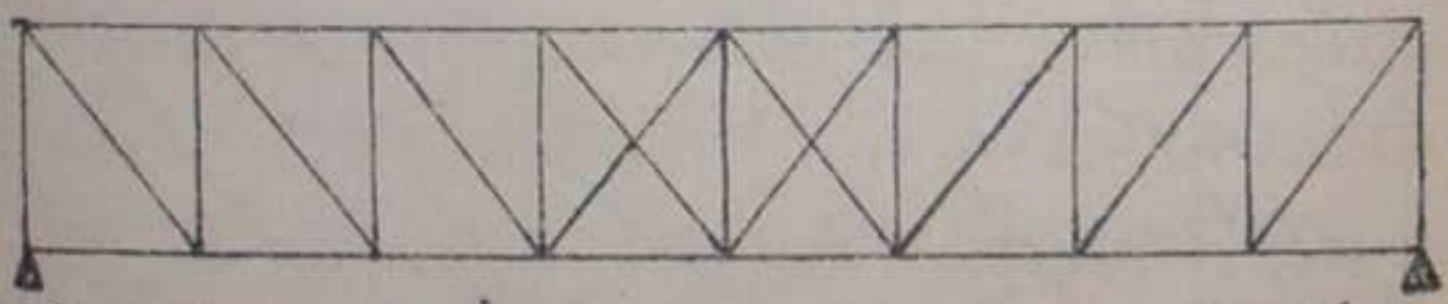
$$x = l\left\{\left(1+\frac{p}{\kappa}\right) - \sqrt{\left(1+\frac{p}{\kappa}\right)^2 - \left(1+\frac{p}{\kappa}\right)}\right\} = l\left\{\left(1+\frac{p}{\kappa}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{\kappa}\right)^2 + \frac{p}{\kappa}}\right\},$$

т.е. поворотъ будетъ въ томъ сѣченіи, которое ближе къ тѣмъ отвѣчаетъ значенію перерѣзывающаго усилія, равнаго нулю. Слѣдовательно, вытянутые или сжатые раскосы должны быть продолжены за середину пролета до вышеупомянутой абсциссы. При движеніи поѣзда въ противоположную сторону крайнее положеніе, гдѣ можетъ быть max. M, будетъ при $x = -l\left\{\frac{p}{\kappa} - \sqrt{\left(\frac{p}{\kappa}\right)^2 + \left(\frac{p}{\kappa}\right)}\right.$ и слѣдовательно формулы (37) и (38) необходимо придать составъ (41) и (42), то есть въ нѣкоторыхъ среднихъ панеляхъ, а именно между:

$x = -l\left\{\frac{p}{\kappa} - \sqrt{\left(\frac{p}{\kappa}\right)^2 + \left(\frac{p}{\kappa}\right)}\right\}$ и $x = l\left\{\left(1+\frac{p}{\kappa}\right) - \sqrt{\left(\frac{p}{\kappa}\right)^2 + \left(\frac{p}{\kappa}\right)}\right\}$;

необходимо помѣстить раскосы обоихъ направленій.

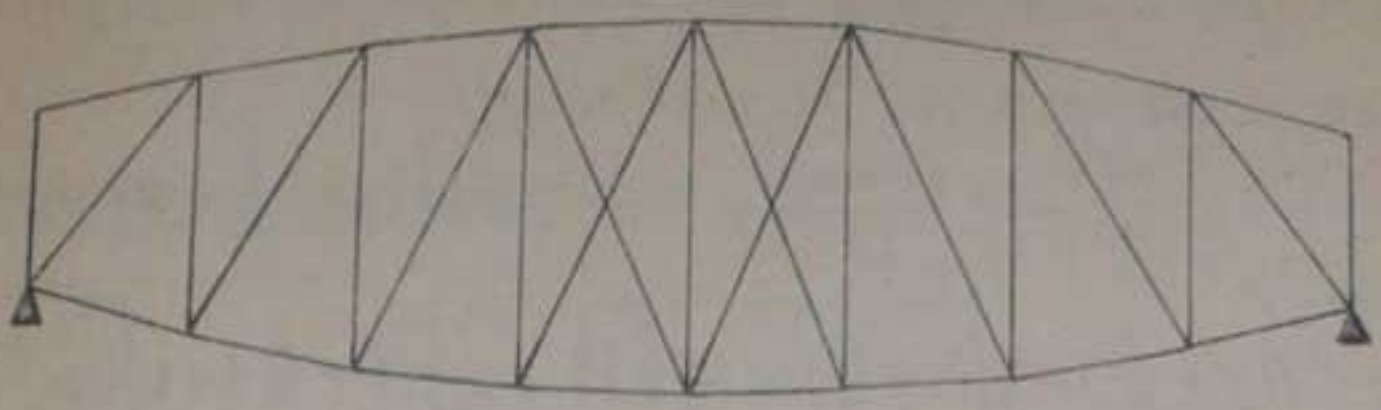
Черт. 42.



Если бы ферма была ограничена криволинейными поясами, причемъ переменная высота измѣнялась по закону параболы, тогда, очевидно, гдѣ бы ни взять сѣченіе, вездѣ получили бы одно

и тоже $\left(\frac{M}{H}\right)$, т. е. въ такой фермѣ не можетъ быть ни сжатыхъ, ни вытянутыхъ раскосовъ (при сплошной равномѣрной нагрузкѣ, покрывающей весь про-

Черт. 43.

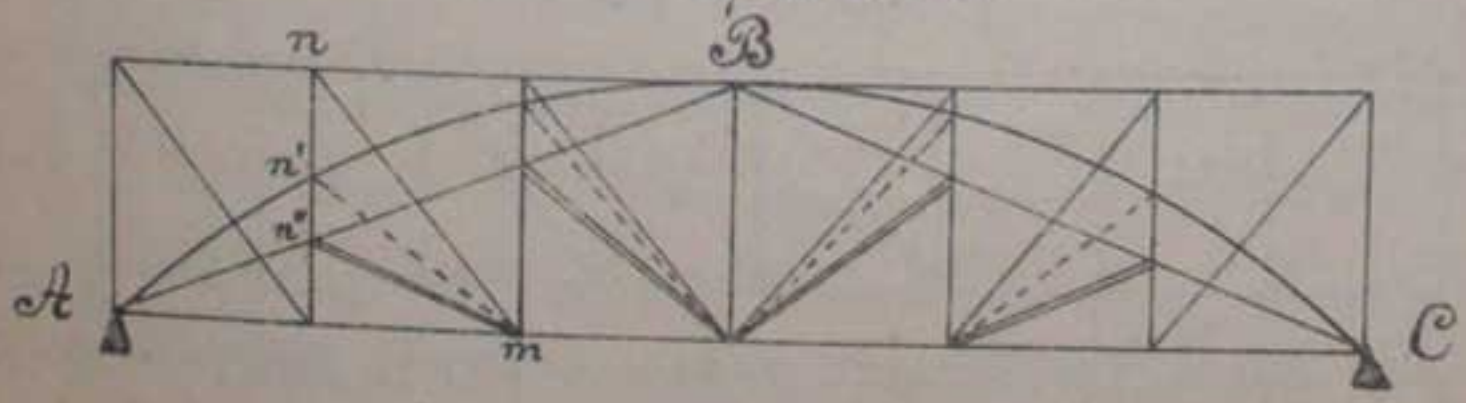


летъ), что и имѣетъ мѣсто въ параболической фермѣ.

Если же ферма ограничена прямой линіей и двумя прямыми, сходящимися въ одной точкѣ (стропильная ферма), въ которой, слѣдовательно, высоты уменьшаются къ опорѣ быстрѣе чѣмъ моменты, тогда наибольшее значеніе отношенія $\left(\frac{M}{H}\right)$ будетъ уже не около середины фермы, а у опоръ и, слѣдовательно, вытянутые раскосы должны быть ограничены нижними концами къ опорамъ, а не къ срединѣ пролета.

Такимъ образомъ, параболическая ферма (Черт. 44) служитъ какъ бы предѣломъ: съ одной стороны для всѣхъ фермъ, въ которыхъ высота постоянна, или

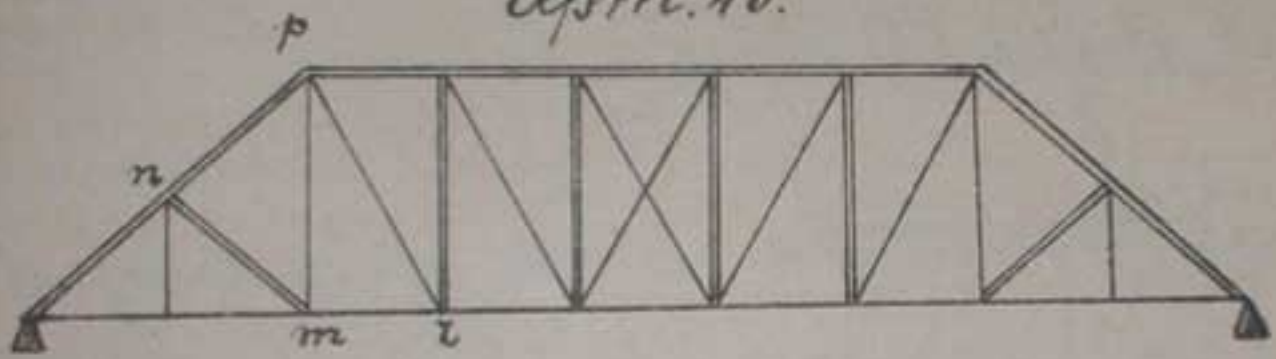
Черт. 44.



уменьшается къ опорамъ менѣе быстро чѣмъ ординаты параболы; съ нисходящіе раскосы и т. обра-

щенные къ серединѣ пролета, вытянуты, восходящіе же - обратно - сжаты. Для параболической фермы нисходящіе раскосы n'm и восходящіе напряжены усиліемъ = 0. Съ другой стороны для фермъ стропильныхъ, или, хотя и криволинейныхъ, но такихъ, чтобы высоты уменьшались отъ середины быстрѣе, чѣмъ ординаты параболы, всѣ нисходящіе раскосы, обращенные къ серединѣ пролета n''m - сжаты, а восходящіе - вытянуты. Два тѣмъ же основаніи (Черт. 45) нисходящіе раскосы въ скошенной части сжаты, а стойки вытянуты; стойка pm (стяжка) также не вытянута, такъ какъ вытягивающее усиліе

Черт. 45.



въ раскосѣ pn разлагается по скошенной и горизонтальной части верхняго пояса. Двойной чертой очерчены всѣ сжатыя части.

V.) Примѣненіе формулъ къ фермамъ съ параллельными поясами.

Въ формулахъ съ параллельными поясами во всѣхъ выше выведенныхъ уравненіяхъ слѣдуетъ положить β и γ равными нулю. Слѣдовательно, для раскосной фермы съ восходящими раскосами:

$$O_{n+1} = U_n = \frac{M'_n}{H_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (98'),$$

$$\pm N_n \cos\varphi = \left\{ \frac{M'_n}{H_n} - \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (100'),$$

$$\pm N_n \sin\varphi = -Q'_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (102'),$$

$$\pm V_n = -W'_n - P'_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (103').$$

Для фермы съ нисходящими раскосами:

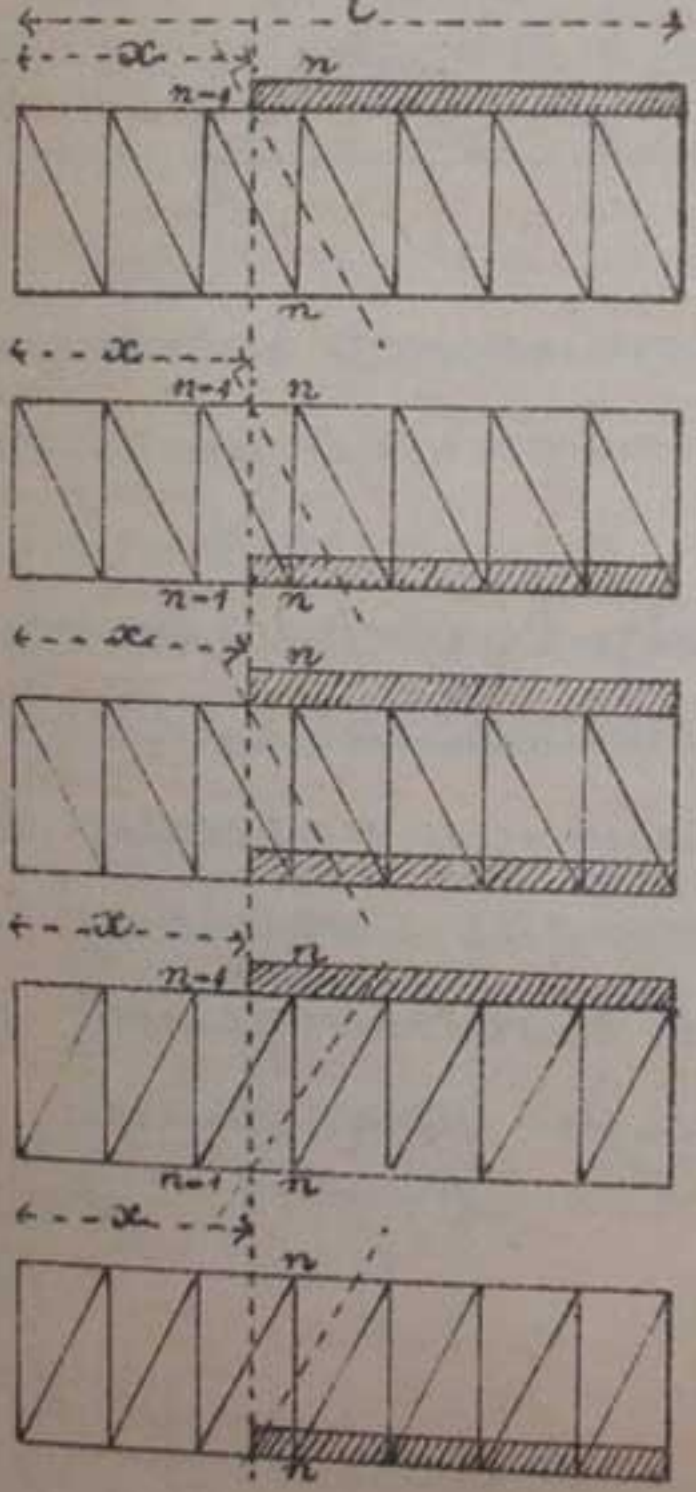
$$O_n = U_{n+1} = \frac{M'_n}{H_n},$$

$$\pm N_n \cos\varphi \left\{ \frac{M'_n}{H_n} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (101'),$$

$$\pm N_n \sin\varphi = -Q'_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (103'),$$

$$\pm V_n = -Q'_n - P'_n. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (106').$$

Для опредѣленія Max. $N_n \sin\varphi_n$ по формуламъ (102') и (103') необходимо взять такое положеніе подвижной нагрузки, которое соотвѣтствовало бы Max Q'_n. Такъ какъ Max $N_n \sin\varphi$ зависитъ только отъ Max Q'_n, то будетъ-ли ферма съ низомъ по-низу или по-верху, съ восходящими или нисходящими раскосами численное значеніе Max $N_n \sin\varphi$ будетъ для всѣхъ шести случаевъ [черт. 46, 47, 48, 49, 50 и 51] одно и то же.



Черт. 46. α

Черт. 47. β.

Черт. 48 γ

Черт. 49 δ

Черт. 50 ε

Что же касается V_n, то, какъ показываютъ формулы (105') и (106'), наибольшее его значеніе не зависитъ исключительно отъ Q'_n, но и отъ величины нагрузки на верхній или нижній узелъ. Поэтому необходимо изслѣдовать случаи, при которыхъ наибольшее значеніе V_n можетъ быть при Max Q'_{n+1}, а не при Max. Q'_n.

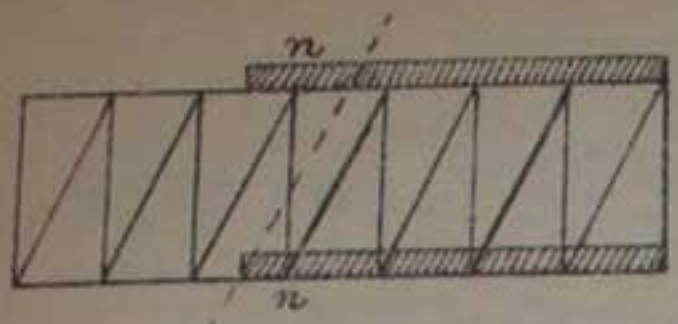
Разсмотримъ сначала вліяніе одной подвижной нагрузки. При нисходящихъ раскосахъ съ низу по-верху:

$$\text{Max. } N_n' = \frac{\kappa(l-x)^2}{2l}, \text{ где } x = (n-\tfrac{1}{2})d \text{ [черт. 46]};$$

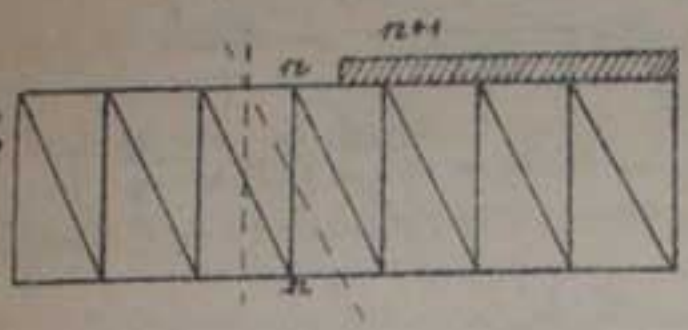
$$\text{Max. } N_{n+1}' = \frac{\kappa(l-x-d)^2}{2l} = \frac{\kappa(l-x)^2}{2l} - \frac{\kappa(l-x)d}{l} + \frac{\kappa d^2}{2l},$$

где $x = (n-\tfrac{1}{2})d$ [черт. 52].

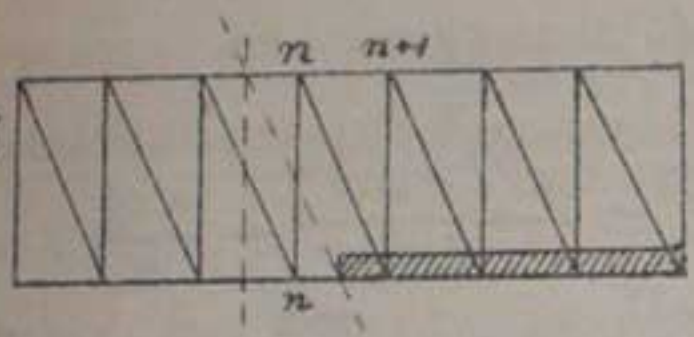
Черт. 51. к



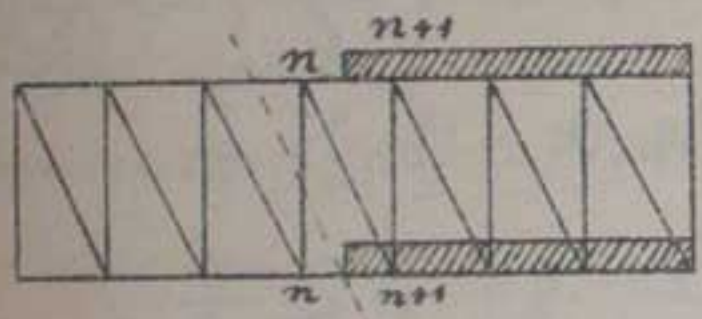
Черт. 52 л



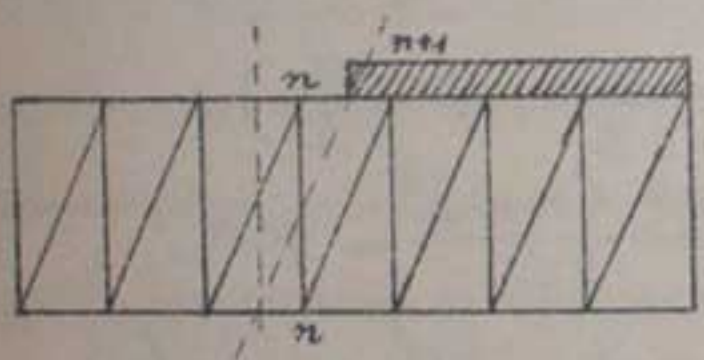
Черт. 53 м



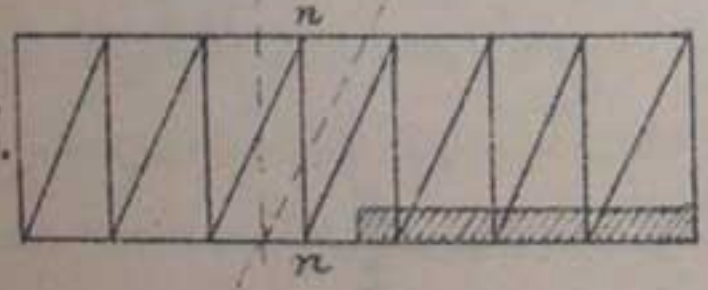
Черт. 54 н



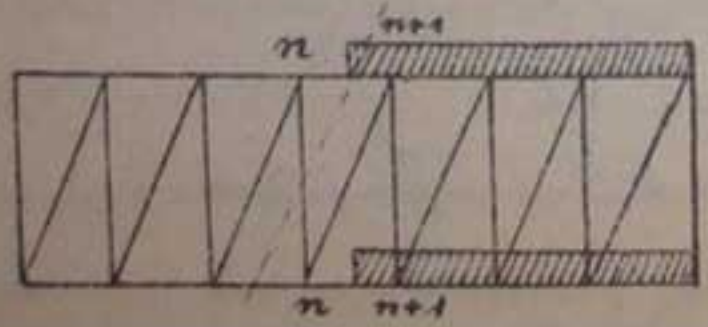
Черт. 55 о



Черт. 56. р



Черт. 57 q



Так как согласно принятому нами обозначению $\text{Max } N_n'$ и $\text{Max } N_{n+1}'$ сами по себе отрицательные величины, то формулы (105') и (106') следует заменить следующими:

$\pm V_n = + N_n' - P_0$ [для ферм с восходящими раскосами];

$\pm V_n = + N_n' - P_0'$ [для ферм с нисходящими раскосами],

причем для первой группы ферм $+V_n$ обозначает вытягивание, а $-V_n$ — сжатие; для ферм с нисходящими раскосами — обратно.

Для чертежа 46:

$$\pm \max V_n = + \max N_n' = \frac{\kappa(l-x)^2}{2l} - 0 = \frac{\kappa(l-x)^2}{2l}.$$

Для чертежа [52]:

$\pm \max V_n = + \max N_{n+1}' =$

$$= \frac{x(l-x)^2}{2l} - \frac{x(l-x)d}{l} + \frac{xd^2}{2l} = \frac{x(l-x)^2}{2l} - xd + \frac{xxd}{l} + \frac{xd^2}{2l}$$

Так как: $\frac{xd}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right) < \frac{xd}{l} \cdot l,$

слъдовательно: $\mathcal{H}'_{n+1} < \mathcal{H}'_n$.

Потому: $+ \mathcal{V}_n^{(\alpha)} > + \mathcal{V}_n^{(\alpha)}$ и $\mathcal{V}_n^{(\alpha)} - \mathcal{V}_n^{(\alpha)} = xd - \frac{xd}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right)$.

Затъмъ:

$$\mathcal{V}_n^{(\beta)} = \frac{x(l-x)^2}{2l} - \mathcal{P}_u = \frac{x(l-x)^2}{2l} - xd;$$

$$\mathcal{V}_n^{(\mu)} = \mathcal{H}'_{n+1} = \frac{x(l-x)^2}{2l} - xd + \frac{xd}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right).$$

Слъдовательно: $+ \mathcal{V}_n^{(\beta)} < + \mathcal{V}_n^{(\mu)}$

$$\text{и } \mathcal{V}_n^{(\beta)} - \mathcal{V}_n^{(\mu)} = -\frac{xd}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right);$$

$$\mathcal{V}_n^{(\gamma)} = \frac{x(l-x)^2}{2l} - \mathcal{P}_u = \frac{x(l-x)^2}{2l} - \frac{xd}{2};$$

$$\mathcal{V}_n^{(\nu)} = \mathcal{H}'_{n+1} = \frac{x(l-x)^2}{2l} - xd + \frac{xd}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right).$$

$+ \mathcal{V}_n^{(\gamma)} < + \mathcal{V}_n^{(\nu)}$ для $x + \frac{d}{2} > \frac{l}{2}$

$$\text{и } \mathcal{V}_n^{(\gamma)} > + \mathcal{V}_n^{(\nu)} \text{ для } x + \frac{d}{2} < \frac{l}{2}.$$

$$\mathcal{V}_n^{(\gamma)} - \mathcal{V}_n^{(\nu)} = \frac{xd}{2} - \frac{xd}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right);$$

$$\mathcal{V}_n^{(\sigma)} = \mathcal{H}'_n - \mathcal{P}'_\circ = \frac{x(l-x)^2}{2l} - xd;$$

$$\mathcal{V}_n^{(\circ)} = \frac{x(l-x)^2}{2l} - xd + \frac{xd}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right).$$

$$+ \mathcal{V}_n^{(\sigma)} < \mathcal{V}_n^{(\circ)}$$

$$\mathcal{V}_n^{(\sigma)} - \mathcal{V}_n^{(\circ)} = -\frac{xd}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right);$$

$$\mathcal{V}_n^{(\varepsilon)} = \mathcal{H}'_n - \mathcal{P}'_\circ = \frac{x(l-x)^2}{2l}$$

$$\mathcal{V}_n^{(\rho)} = \frac{x(l-x)^2}{2l} - xd + \frac{xd}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right).$$

$$+ \mathcal{V}_n^{(\varepsilon)} > \mathcal{V}_n^{(\rho)}$$

$$V_n^{(\varepsilon)} - V_n^{(\rho)} = \kappa d - \frac{\kappa d}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right);$$

$$V_n^{(\varkappa)} = M_n' - T_o' = \frac{\varkappa(l-x)^2}{2l} - \frac{\kappa d}{2};$$

$$V_n^{(\gamma)} = \frac{\varkappa(l-x)^2}{2l} - \kappa d + \frac{\kappa d}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right)$$

$$+V_n^{(\varkappa)} < +V_n^{(\gamma)} \text{ для } x + \frac{d}{2} > \frac{l}{2}$$

$$+V_n^{(\varkappa)} > +V_n^{(\gamma)} \text{ для } x + \frac{d}{2} < \frac{l}{2}$$

$$V_n^{(\varkappa)} - V_n^{(\gamma)} = \frac{\kappa d}{2} - \frac{\kappa d}{l}\left(x + \frac{d}{2}\right)$$

Отсюда слѣдуетъ, что <u>въ фермахъ съ нисходящими раскосами наибольшее положительное значеніе $+V_n$, зависящее отъ подвижной нагрузки и соотвѣтствующее сжатымъ стойкамъ имѣетъ мѣсто:</u>

а.) при расположеніи нагрузки по верху, когда подвижная нагрузка, расположенная объ наибольшее удаленной опоры, <u>перешла</u> за $n^{\text{ый}}$ узелъ на половину панели;

б.) при расположеніи нагрузки по низу, когда подвижная нагрузка <u>не дошла</u> до $n^{\text{го}}$ узла на половину панели;

в.) при расположеніи нагрузки по ровну на обоихъ поясахъ, когда подвижная нагрузка <u>перешла</u> $n^{\text{ый}}$ узелъ.

Для фермъ съ восходящими раскосами наибольшее положительное значеніе $+V_n$ соотвѣтствующее вытянутымъ стойкамъ (стяжкамъ), имѣетъ мѣсто:

Профессоръ

а.) при расположеніи нагрузки по верху, когда подвижная нагрузка не дошла до $n^{го}$ узла;

б.) при расположеніи нагрузки по низу, когда подвижная нагрузка перешла $n^{го}$ узелъ;

в.) при расположеніи нагрузки по ровну на обоихъ поясахъ, когда подвижная нагрузка перешла $n^{го}$ узелъ.

Въ чувствительности подвижная нагрузка должна не доходить или переходить $n^{го}$ узелъ не на половину панели, а на величину α, различную для каждой панели и опредѣляемую по ранѣе выведеннымъ формуламъ.

Чтобы получить общее выраженіе $Max.V_n$, зависящее отъ постояннаго и подвижнаго груза, найдемъ выраженія для V въ предположеніи что въ одномъ случаѣ постоянная нагрузка расположена по верху или по низу, а во второмъ случаѣ по ровну на обоихъ поясахъ.

Въ фермахъ съ нисходящими раскосами:

а.) при расположеніи постоянной нагрузки p'' по верху:

$$+V_n = N_n' - p''x = p''\left(\frac{l}{2} - x\right) \text{[соотвѣтственно черт. 46]};$$

б.) при расположеніи постоянной нагрузки p'' по низу:

$$+V_n = N_n' - p(x+d) = p''\left(\frac{l}{2} - x - d\right) \text{[соотвѣтственно чертежу 47]};$$

в.) при расположеніи постоянной нагрузки p' по ровну на обоихъ поясахъ:

$$+V_n = N_n' - \frac{p'x}{2} - \frac{p'}{2}(x+d) = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) \text{[соотвѣтственно черт. 48]}.$$

Въ фермахъ съ восходящими раскосами:

а.) при расположеніи постоянной нагрузки p'' по верху:

$$+V_n = N_n'' - p''(x+d) = p''\left(\frac{l}{2} - x - d\right) \text{[соотвѣтственно чертежу 49]};$$

б.) при расположеніи постоянной нагрузки p'' по низу:
$+V_n = N_n' - p''x = p''\left(\frac{l}{2} - x\right)$ [соотвѣтственно черт. 50];
в.) при расположеніи постоянной нагрузки p' по верху и по низу:
$+V_n = N_n'' - \frac{p'}{2}x - \frac{p'}{2}(x+d) = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right)$ [соотвѣтственно черт. 51].

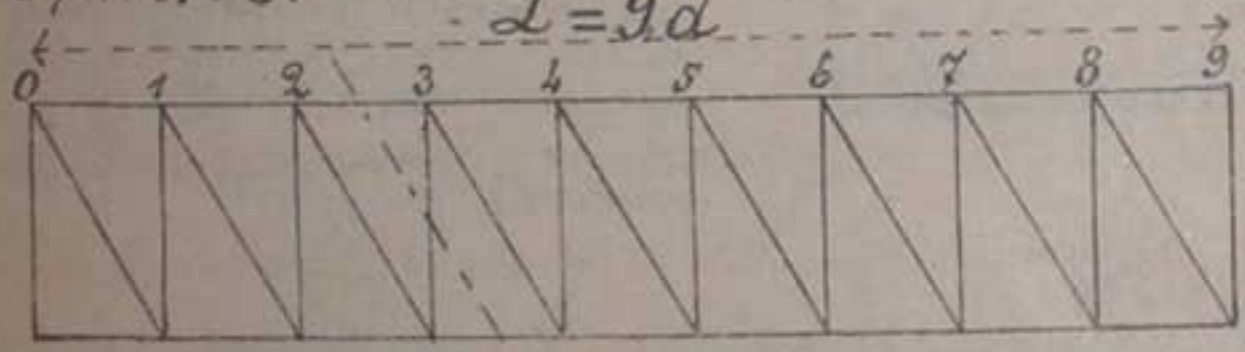
Слѣдовательно, если p' – собственный вѣсъ главныхъ фермъ, p'' – вѣсъ проѣзжей части, k – подвижная нагрузка, то въ фермахъ съ нисходящими раскосами наибольшее сжимающее напряженіе стойки:

а.) при ѣздѣ по верху:
$$Max + V_n = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) + p''\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{k(l-x)^2}{2l} \quad \ldots (131)$$
б.) при ѣздѣ по низу:
$$Max + V_n = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) + p''\left(\frac{l}{2} - x - d\right) + \frac{k(l-x-d)^2}{2l} \quad \ldots (132)$$
гдѣ $x = \left(n - \frac{1}{2}\right)d$.

Въ фермахъ съ восходящими раскосами наибольшее вытягивающее напряженіе стойки (стяжки):

а.) при ѣздѣ по верху:
$$Max + V_n = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) + p''\left(\frac{l}{2} - x - d\right) + k\frac{(l-x-d)^2}{2l} \quad \ldots (133)$$
б.) при ѣздѣ по низу:
$$Max + V_n = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) + p''\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{k(l-x)^2}{2l} \quad \ldots (134)$$
гдѣ $x = \left(n - \frac{1}{2}\right)d$.

Черт. 58.



Такъ, напримѣръ, для фермы [черт. 58] при ѣздѣ по низу, Max. напряженія третьей стойки, при $x = \left(3 - \frac{1}{2}\right)d = 2{,}5\,d$.

$$Max + V_n = p'(4{,}5 - 2{,}5 - 0{,}5)d + p''(4{,}5 - 2{,}5 - 1)d + \frac{k(9-2{,}5-1)^2 d^2}{2 \cdot 9d} =$$
$$= 1{,}5\,p'd + p''d + \frac{15{,}125}{9}\,kd.$$

По Риттеру:
$$Max + V_n\left(4p'd - \frac{5p'd}{2}\right) + \left(4p''d - 3p''d\right) + \frac{kd(1+2+3+4+5)d}{9d} = 1{,}5\,p'd + p''d + \frac{15}{9}kd$$

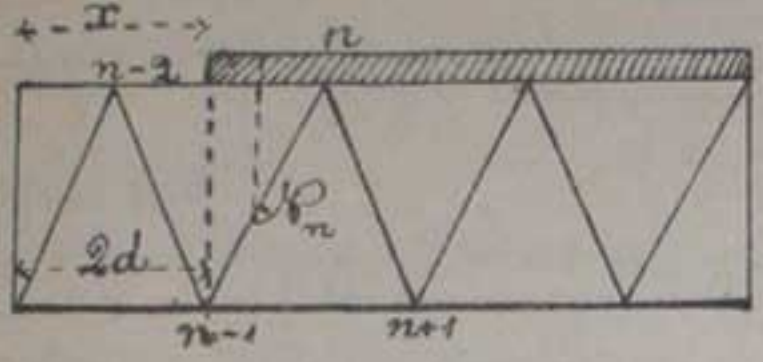
Разница $\frac{0,125\,kd}{9} = \frac{kd}{8.9}$. Вообще, если $L = md$, то разница $\frac{kd}{8.m}$.

Въ предыдущемъ разсмотрѣнъ случай вліянія расположенія нагрузки по верху или по низу на напряженія стоекъ раскосной фермы. Примѣняя подобныя же разсужденія къ рѣшетчатымъ фермамъ, нашли бы, что:

Для <u>восходящаго</u> сжатаго раскоса N_n:

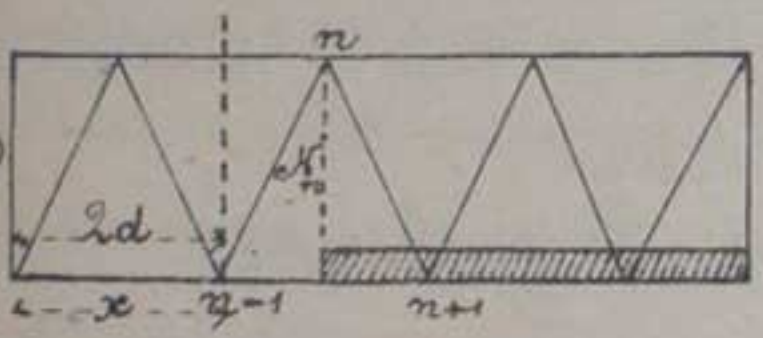
При нагрузкѣ по верху - подвижная нагрузка должна перейти $n^{\text{ый}}$ узелъ до <u>половины</u> панели (черт. 59), т.е. до $n-1^{\text{го}}$ узла.

Черт. 59.



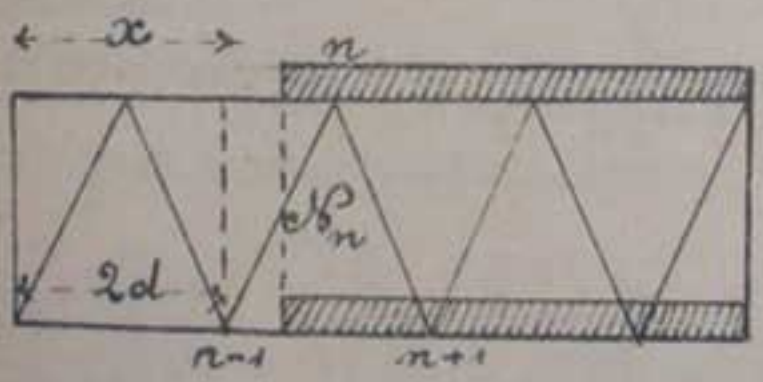
При нагрузкѣ по низу - она должна <u>перейти</u> $n+1^{\text{ый}}$ узелъ до половины панели, т.е. до $n^{\text{го}}$ узла (чертежъ 60)

Черт. 60



При нагрузкѣ, расположенной по ровну на обоихъ поясахъ, она должна <u>перейти</u> $n^{\text{ый}}$ узелъ на четверть панели, т.е. до $n-\frac{1}{2}$ (чертежъ 61).

Черт. 61.



Въ первомъ случаѣ:

$$\text{Max.} + N_n \sin\psi = N'_n = \frac{x(l-x)^2}{2l} \quad \ldots\ldots \text{(черт. 59)}.$$

Во второмъ случаѣ:

$$\text{Maximo } N_n \sin\psi = N'_{(n+1)} = \frac{x(l-x-d)^2}{2l} \quad \ldots\ldots \text{(черт. 60)}.$$

Въ третьемъ случаѣ:

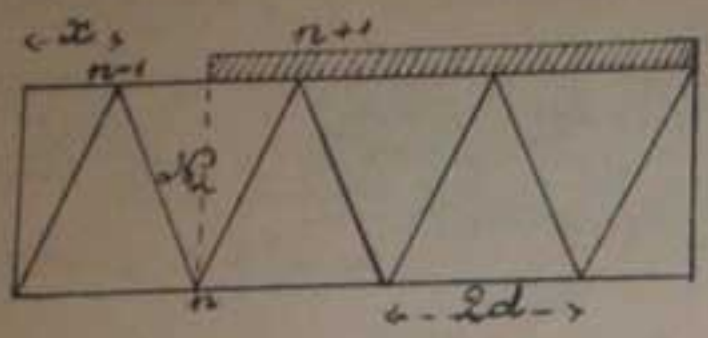
$$\text{Max } N_n \sin\psi = N'_{n-\frac{1}{2}} = \frac{x(l-x-\frac{d}{2})^2}{2l} \quad \ldots\ldots \text{(черт. 61)}.$$

Во всѣхъ формулахъ $x = (n-1)\,d$ и разстояніе между двумя смежными узловыми точками каждаго

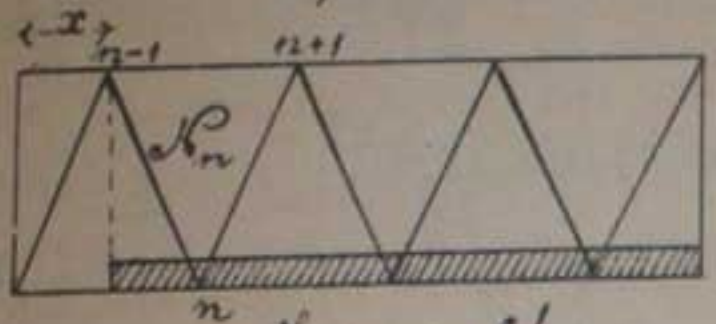
пояса - 2d.

Для нисходящего вытянутого раскоса:

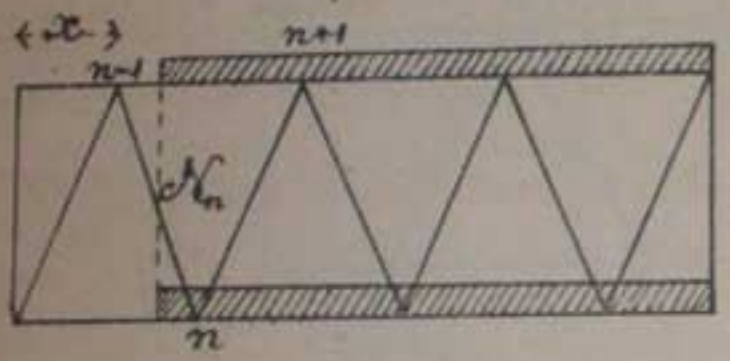
Черт 62.



Черт. 63.



Черт. 64.



При нагрузке по-верху:

$$Max + N_n \sin\varphi = \frac{x(l-x-d)^2}{2l} \quad \text{(черт 62)}$$

При нагрузке по низу:

$$Max + N_n \sin\varphi = \frac{x(l-x)^2}{2l} \quad \text{(черт 63)}$$

При нагрузке, расположенной по-ровну на обоих поясах:

$$Max + N_n \sin\varphi = \frac{x(l-x-\frac{d}{2})^2}{2l} \quad \text{(черт 64)}.$$

Затем для восходящего раскоса:

При постоянной нагрузке, расположенной по верху:

$$N_n \sin\varphi = p''\left(\frac{l}{2} - x\right).$$

При постоянной нагрузке, расположенной по низу:

$$N_n \sin\varphi = p''\left(\frac{l}{2} - x - d\right).$$

При постоянной нагрузке, расположенной по-низу:

$$N_n \sin\varphi = p''\left(\frac{l}{2} - x - d\right).$$

При постоянной нагрузке, расположенной на обоих поясах:

$$N_n \sin\varphi = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right).$$

Для нисходящего раскоса:

При нагрузке по-верху:

$$N_n \sin\varphi = p''\left(\frac{l}{2} - x - d\right).$$

При нагрузке по-низу:

$$N_n \sin\varphi = p'\left(\frac{l}{2} - x\right).$$

При нагрузке, расположенной поровну на обоих поясах:

$$N_n \sin\varphi = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right).$$

Во всех формулах $x = (n-1)d$. Следовательно, если p' - собственный вес главных ферм; p'' - вес проезжей части; k - подвижная нагрузка, то

для <u>восходящаго сжатаго</u> раскоса:

а.) при ѣздѣ по̀ верху:

$$Max\, N_n \sin\varphi = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) + p''\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{x(l-x)^2}{2l} \quad \ldots (135);$$

б.) при ѣздѣ по̀ низу:

$$Max.\, N_n \sin\varphi = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) + p''\left(\frac{l}{2} - x - d\right) + \frac{x(l-x-d)^2}{2l} \quad \ldots (136).$$

Для <u>восходящаго вытянутаго</u> раскоса:

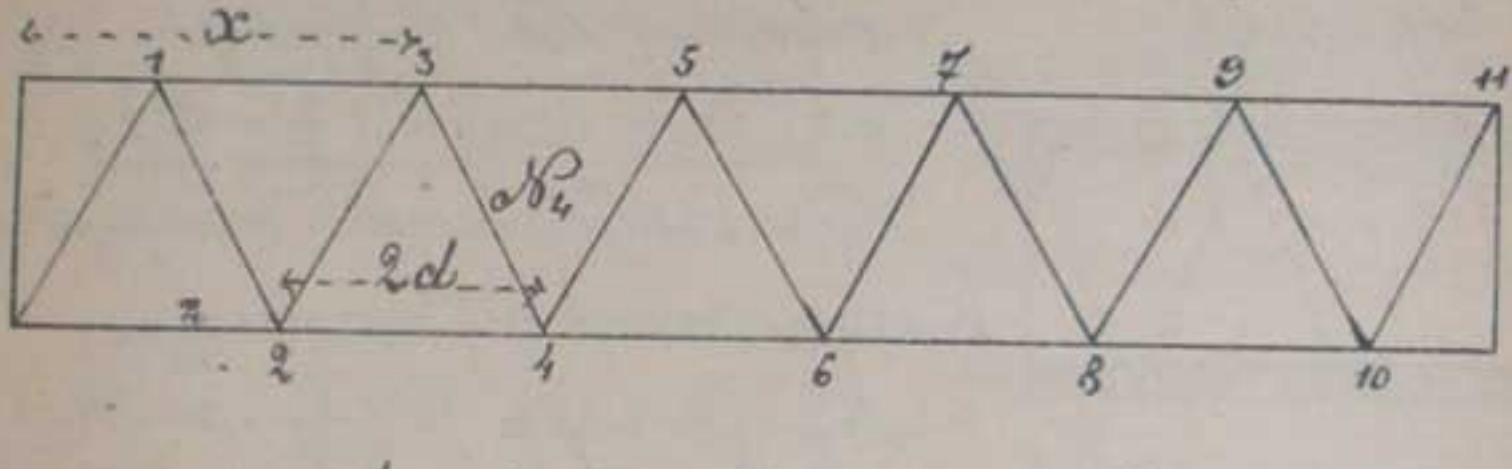
а.) при ѣздѣ по̀ верху:

$$Max.\, N_n \sin\varphi = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) + p''\left(\frac{l}{2} - x - d\right) + \frac{x(l-x-d)^2}{2l} \quad \ldots (137);$$

б.) при ѣздѣ по̀ низу:

$$Max\, N_n \sin\varphi = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) + p''\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{x(l-x)^2}{2l} \quad \ldots (138).$$

<u>Примѣръ</u>. Ферма съ ѣздою по̀ низу:



$x = (n-1)d = (4-1)d = 3d$; $\quad l = 11d.$

На основаніи формулы (138).

$$Max.\, N_4 \sin\varphi = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) + p''\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{x(l-x)^2}{2l} =$$

$$= p'\left(\frac{11}{2} - 3 - 0{,}5\right)d + p''\left(\frac{11}{2} - 3\right)d + \frac{x(11-3)d^2}{2 \times 11} =$$

$$= 2p'd + 2{,}5p''d + \frac{32}{11}xd.$$

По Риттеру:

$$Max\, N_n \sin\varphi = (5p'd - 3p'd) + \left(\frac{25}{11}2p''d - 2p''d\right) +$$

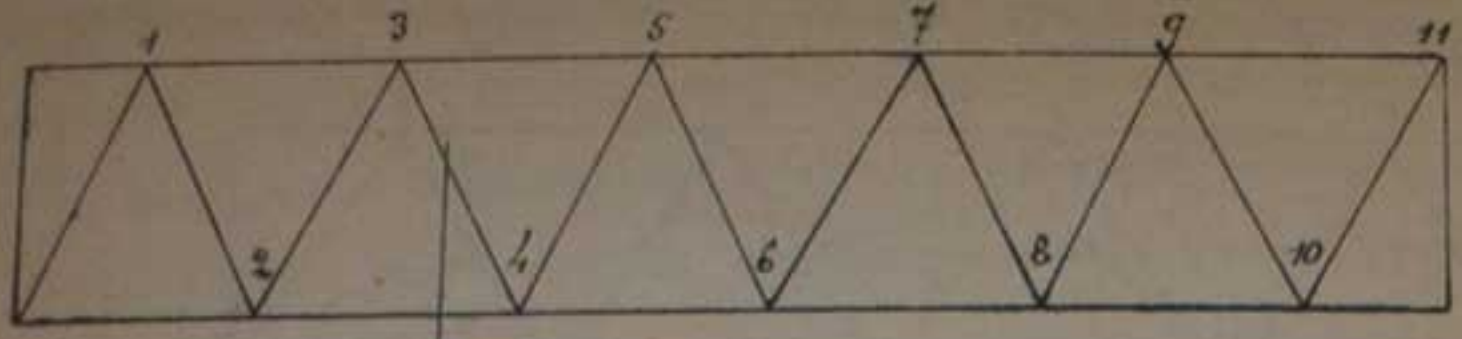
$$+ \frac{2xd(1+3+5+7)}{11} = 2p'd + \frac{28}{11}p''d + \frac{32}{11} = 2p'd + 2{,}545p''d + \frac{32}{11}xd,$$

разница: $0{,}045p''d$.

По способу непосредственнаго разложенія.

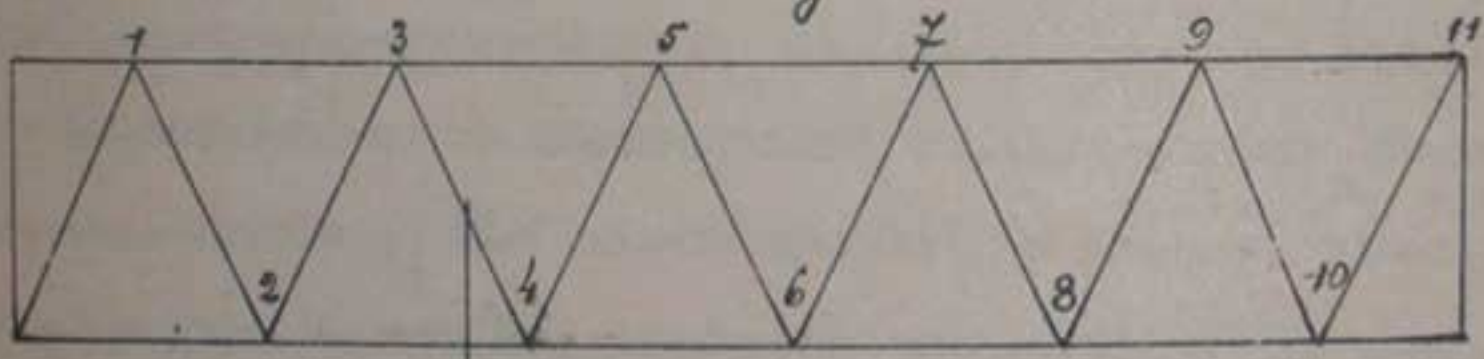
Коэффиціентъ напряженія отъ нагрузки, помѣщенной въ верхнихъ и нижнихъ узлахъ [Знакъ (−) означа-

есть вытягивающія напряженія].



$-$	$\frac{1}{11}$
$-$	$\frac{2}{11}$
$-$	$\frac{3}{11}$
$-$	$\frac{4}{11}$
$-$	$\frac{5}{11}$
$-$	$\frac{6}{11}$
$-$	$\frac{7}{11}$
$+$	$\frac{3}{11}$
$+$	$\frac{2}{11}$
$+$	$\frac{1}{11}$
$\pm\Sigma -$	$\frac{22}{11} = -2$

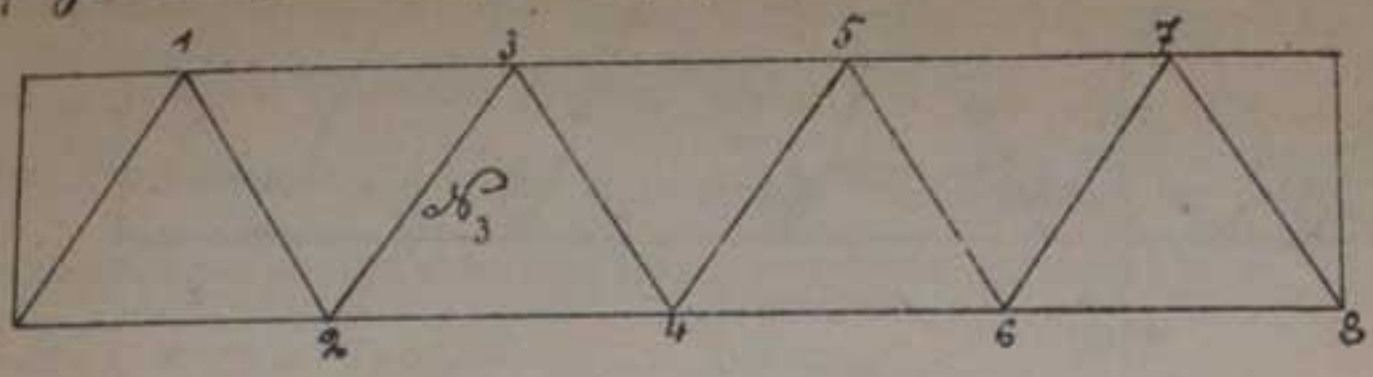
Коэффиціентъ напряженія отъ нагрузки, помѣщенной въ одномъ нижнемъ узлахъ.



$-$	$\frac{1}{11}$
$-$	$\frac{3}{11}$
$-$	$\frac{5}{11}$
$-$	$\frac{7}{11}$
$+$	$\frac{2}{11}$
$\pm\Sigma -$	$\frac{14}{11}$
$-\Sigma -$	$\frac{16}{11}$

$\pm N_4 \sin\varphi = 2p'd + \frac{14}{11} \cdot 2p''d + \frac{16}{11} \cdot 2\kappa d = 2p'd + 2{,}545p''d + \frac{32}{11}\kappa d.$

Другой примѣръ. Ферма съ пояс-
омъ по низу.



$$\text{Max. } N_3 \sin\varphi = p'\left(\frac{l}{2} - x - \frac{d}{2}\right) + p''\frac{(l-x-d)^2}{2l} + k\frac{(l-x-d)^2}{2l}.$$

На основаніи формулы (136).

$$x = (n-1)d = (3-1)d = 2d; \quad l = 8d.$$

$$\text{Max. } N_3 \sin\varphi = p'(4-2-0{,}5)d + p''(4-2-1) + \frac{\kappa(8-2-1)^2 d^2}{2.8d} =$$

$$= 1{,}5p'd + 1{,}0p''d + \frac{25}{16}\kappa d.$$

По Риттеру:

$$\text{Max. } N_3 \sin\varphi = (3{,}5p'd - 2p'd) + (1{,}5 \times 2p''d - 2p''d) +$$

$$+ \frac{2\kappa d(2+4)}{8} = 1{,}5p'd + 1p''d + \frac{24}{16}\kappa d;$$

разница: $\frac{1}{16}\kappa d.$

VI. Оцѣнка вліянія продольнаго изгиба и перемѣннаго напряженія.

Размѣры частей фермы, подвергающихся сжатію, т.е. стоекъ, сжатыхъ раскосовъ и сжатыхъ поя-
совъ, должны быть опредѣлены по уменьшенному коэффиціенту прочнаго сопротивленія, пользуясь формулами, приведенными въ Ч. I (Листъ 13). Примѣняя эти формулы слѣдуетъ брать наибольшее значеніе: $\frac{l''}{J}$. Замѣтимъ, что, при-
мѣняя формулу Эйлера и Тетмайера, мы опредѣлимъ временное сопротивленіе призмы, „ломящее напряженіе". Очевидно, что при подборѣ сѣченія слѣдуетъ брать нѣкоторую до-

но $\frac{1}{n}$ отъ этого напряженія, т.е. допускаемое напряженіе при прочибъ $R_m = \frac{R}{n}$, гдѣ R - ломающее напряженіе, опредѣленное по формулѣ Эйлера Тетмайера. За величину n можно взять то же отношеніе, которое вообще допускается въ мостовыхъ сооруженіяхъ между временнымъ и прочнымъ сопротивленіемъ при разрывѣ и сжатіи, т.е. около 4, 5 — 5. Въ каждомъ данномъ случаѣ это отношеніе можетъ быть опредѣлено довольно точно. Такъ напримѣръ, если для даннаго пролета l допускаемое напряженіе при разрывѣ: $R = (6,75 + 0,02\,l)\frac{кил}{м.м^2}$, а $R' = 36\frac{кил}{м.м.}$ — временное сопротивленіе, то искомое $n = \frac{R'}{R}$.

Что же касается значенія величины l, то должно замѣтить слѣдующее:

а.) <u>Стойки и раскосы.</u> Если ферма однораскосная или треугольной системы, т.е. раскосы не пересѣкаются ни стойками, ни между собою, тогда за свободную длину слѣдуетъ считать <u>всю</u> разсчетную высоту стойки или раскоса между центрами прикрѣпленій и, что безусловно справедливо, если соединеніе стоекъ или раскосовъ съ поясами сдѣлано помощью шарнирнаго болта. Если же стойка прикленана къ поясу цѣльнымъ заклепокъ, то въ дѣйствительности концы ея какъ бы закрѣплены, и это тѣмъ вѣроятнѣе, чѣмъ шире поясъ. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ свободная длина, <u>при изгибѣ въ плоскости фермы</u>, можетъ быть взята равной $\frac{l}{2}$, или для запаса при небольшой ширинѣ пояса

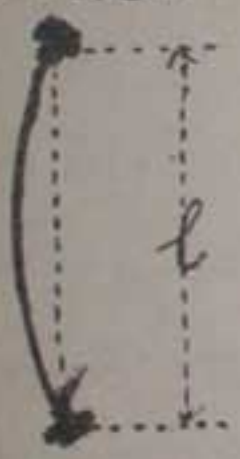
равной $\frac{2}{3}\,l$ или $\frac{3}{4}\,l$. При изгибѣ же <u>въ плоскости перпендикулярной</u> къ плоскости рѣшетки, слѣдуетъ всегда брать $\frac{3}{4}\,l$ или даже l, такъ какъ трудно опредѣлить какъ изогнется стойка или раскосъ [черт. 65] Поясъ фермы, при малой высотѣ вертикальнаго листа, а особенно при отсутствіи связей, можетъ принять наклонное (къ вертикали) положеніе и, слѣдовательно, закрѣпленія концевъ не будетъ.

Если ферма двухраскосная и т.д. или рѣшетчатая, т.е. стойка или раскосъ пересѣкается нѣсколько разъ съ встрѣчными раскосами, соединяясь съ ними заклепками на-глухо [что не слѣдовало бы допускать], тогда за свободную длину при изгибѣ <u>въ плоскости рѣшетки</u> слѣдуетъ брать $\frac{l}{2}$, $\frac{l}{3}$, $\frac{l}{4}$, . . ., смотря потому на сколько частей стойка или раскосъ подраздѣлены раскосами. Правильнѣе скрѣплять раскосъ со стойкой или съ встрѣчнымъ раскосомъ такимъ образомъ, чтобы раскосъ, подвергающійся вытягиванію, не выгибалъ бы стойку или сжатый раскосъ, что достигается тѣмъ, что заклепочныя дыры въ раскосѣ будутъ овальными или бо́льшаго діаме́тра. Въ этомъ случаѣ уже нельзя принять за свободную длину стойки или сжатаго раскоса $\frac{l}{2}$, $\frac{l}{3}$, $\frac{l}{4}$, а слѣдуетъ брать около $\frac{3}{4}\,l$ или въ крайнемъ случаѣ $\frac{2}{3}\,l$, особенно если стойка или раскосъ прикрѣплены къ широкому поясу цѣлымъ рядомъ заклепокъ. Повторяя же сопротивленіе изгибу <u>въ плоскости перпендикулярной</u> къ рѣшеткѣ, вліяніе встрѣчныхъ раскосовъ должно быть принято во вниманіе

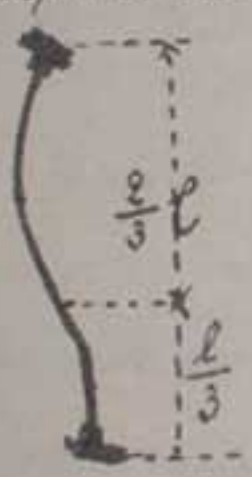
или въ видѣ уменьшенія длины даннаго раскоса или въ видѣ увеличенія его момента инерціи. Уменьшенные длины при примѣненіи упомянутыхъ формулъ [Grashof'a, Шюблера, Шварца, Эйлера и Тетмайера] опредѣлялось въ прежнее время примѣрно (напримѣръ въ $\frac{3}{4}l - \frac{2}{3}l$) исходя изъ того соображенія, что выпучиванію сжатыхъ стоекъ и раскосовъ отчасти сопротивляются встрѣчные вытянутые раскосы и тѣмъ болѣе, чѣмъ жесткіе встрѣчные раскосы и чѣмъ большее число послѣднихъ.(*)

Во всякомъ случаѣ, принимая коэффиціенты $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{3}$, не слѣдуетъ отсюда заключать, что стойка изогнется именно такъ, что, напримѣръ, одинъ конецъ будетъ какъ бы закрѣпленнымъ, а другой свободнымъ (черт. 66); она, вѣроятно, изогнется также какъ на чертежѣ (65), но только стрѣла выпучиванія будетъ меньше и что можетъ быть оцѣнено уменьшеніемъ свободной длины.

Черт. 65



Черт. 66.



Инженеръ Ясинскій предложилъ въ настоящее время оцѣнивать уменьшеніе длины не примѣрно, а на основаніи нижеприведенной формулы.

Если J и l – моментъ инерціи и вычисляемый

(*) По вслѣдованіямъ Инженера Ясинскаго число встрѣчныхъ раскосовъ не вліяетъ на сопротивленіе продольному изгибу.

тельная длина разсматриваемаго сжатаго раскоса или стойки, J, и Q — моментъ инерціи и усиліе того изъ встрѣчныхъ раскосовъ, который представляетъ наименьшую „отпорность" (по выраженію Т. Ясинскаго) $m = \frac{l_1}{l}$ — отношеніе длины отпирающаго раскоса къ длинѣ разсматриваемой стойки или раскоса, то коэффиціентъ μ, на который слѣдуетъ умножить дѣйствительную длину сжатаго раскоса или стойки.

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{J_1}{J \cdot m^3} \pm \frac{Q l^2}{m E J \pi^2}}} \quad (*)$$

Взамѣнъ уменьшенія длины можно увеличить моментъ инерціи J, до $J' = J\left(1 + \frac{J_1}{m^3 J} \pm \frac{Q l^2}{m E J \pi^2}\right)$

Знакъ (+) или (−) слѣдуетъ брать смотря по тому будетъ-ли отпирающій раскосъ вытянутъ или сжатъ усиліемъ Q. [Вмѣсто того, чтобы брать раскосъ съ наименьшимъ Q — при вытянутомъ состояніи и съ наибольшимъ Q — при сжатомъ состояніи встрѣчныхъ раскосовъ — можно взять среднее значеніе Q изъ всѣхъ встрѣчныхъ раскосовъ.]

. Въ примѣненіи къ мостовымъ фермамъ, очевидно, преимущественно придется брать знакъ (+). Если въ рѣшетчатыхъ фермахъ обѣ системы раскосовъ одинаковой длины, то $m = 1$; въ раскосныхъ мостахъ всегда $m > 1$. Эта формула весьма замѣчательна тѣмъ, что показываетъ, что значеніе μ, т. е. вліяніе встрѣчныхъ раскосовъ на сопротивленіе продольному изгибу сжатаго

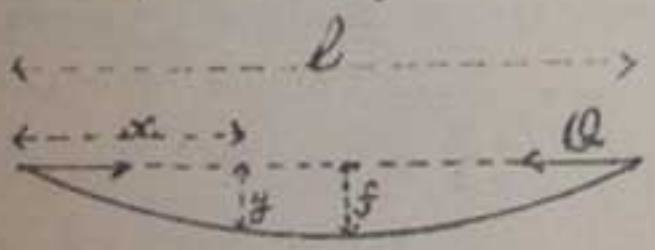
(*) Ясинскій. Опытъ развитія теоріи продольнаго изгиба.

раскоса или стойки зависитъ не только отъ момента инерціи встрѣчнаго раскоса, но и отъ усилія, которому онъ подвергнутъ.

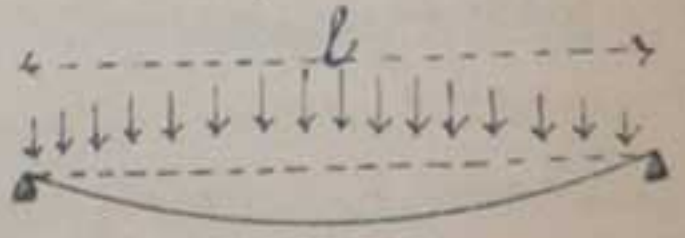
Выводъ формулы приведенъ въ вышеупомянутомъ трудѣ Инженера Ясинскаго, причемъ предположено, что вліяніе встрѣчныхъ вытянутыхъ или сжатыхъ раскосовъ [съ одинаковымъ моментомъ инерціи J, и подвергнутыхъ одинаковымъ усиліямъ Q] замѣняется вліяніемъ одного раскоса, того же сѣченія, но какъ бы приложеннаго по всей длинѣ къ сжатому раскосу или стойкѣ, причемъ въ послѣднемъ случаѣ входитъ вліяніе коэффиціента $m=\frac{l_1}{l}$.

Выводъ этой формулы можетъ быть еще полученъ другимъ путемъ (*), сохраняя вышеупомянутое предположеніе Г. Ясинскаго, причемъ попутно получаются интересныя заключенія относительно вліянія вытянутаго или сжатаго состоянія бруса на сопротивленіе продольному изгибу. Дѣйствительно, если брусъ длиною l, съ свободно вращающимися концами сжимается усиліемъ Q, то приобрѣтаетъ

Черт. 67.



Черт 68.



ночной волнѣ, уравненіе упругой линіи:

$$y=-f\sin\pi\frac{x}{l},$$

гдѣ f неопредѣленная стрѣла прогиба по серединѣ. Того же вида упругая линія получится, если по

(*) Извѣстія Собранія Инженеровъ Путей Сообщенія 1896г №9.

длинѣ бруса l расположена сплошная нагрузка

$$q' = q \sin \frac{\pi x}{l},$$

гдѣ q - нагрузка на единицу длины по серединѣ бруса, а именно получится:

$$y = -\frac{ql''}{\pi^4 EJ_1} \sin \pi \frac{x}{l},$$

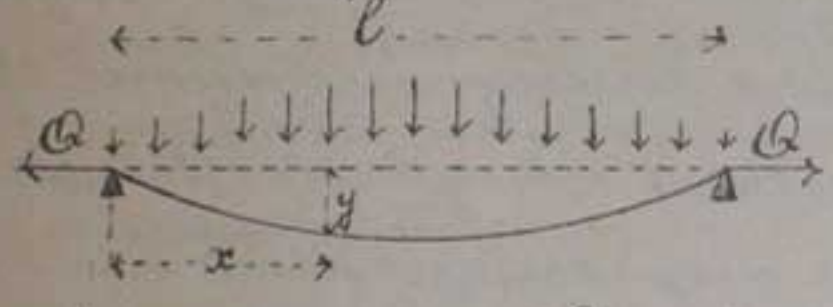
причемъ $x = \frac{l}{2}$, $y = -\frac{ql''}{\pi^4 EJ_1} = -f'$.

Такимъ образомъ дѣйствіе продольнаго изгиба можетъ быть замѣнено сплошной нормальной къ оси бруса нагрузкой, измѣняющейся по закону:

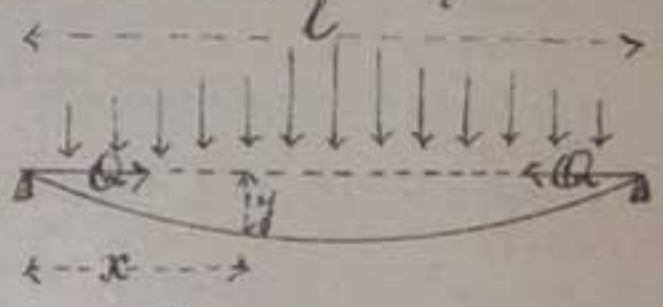
$$q' = q \sin \pi \frac{x}{l}.$$

Если опредѣлить уравненіе упругой линіи бруса,

Черт 69



Черт. 70.



подвергнутаго дѣйствію нормальной къ оси его нагрузки $q' = q \sin \pi \frac{x}{l}$ и еще вытягивающей силы Q, то получимъ:

$$y = \frac{-ql^4}{\pi^2 EJ_1 (\pi^2 + \frac{Ql^2}{EJ_1})} \sin \pi \frac{x}{l}.$$

Если Q-сжимающая сила, то при тѣхъ же условіяхъ

$$y = \frac{-ql^4}{\pi^2 EJ_1 (\pi - \frac{Ql^2}{EJ_1})} \sin \pi \frac{x}{l}$$

По сравненіи этихъ двухъ формулъ съ предыдущей заключаемъ, что брусъ съ моментомъ инерціи J, подверженный дѣйствію нормальной къ оси его нагрузкѣ $q' = q \sin \pi \frac{x}{l}$ и нѣкоторой вытягивающей или сжимающей силѣ Q - равноценъ по жесткости относительно этой нор-

мальной нагрузки — брусу съ фиктивнымъ момен
томъ инерціи.

Въ первомъ случаѣ:

$$\mathcal{I}_0 = \mathcal{I}_1\left(1+\frac{Ql^2}{EJ_1\pi^2}\right)^{(*)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha),$$

а во второмъ случаѣ:

$$\mathcal{I}_0 = \mathcal{I}_1\left(1-\frac{Ql^2}{EJ_1\pi^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta),$$

Если встрѣчный вытянутый раскосъ имѣ
етъ: ml, то:

въ первомъ случаѣ:

$$\mathcal{I}_0 = \mathcal{I}_1\left(\frac{1}{m^3}+\frac{Ql^2}{EJ_1m\pi^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\gamma),$$

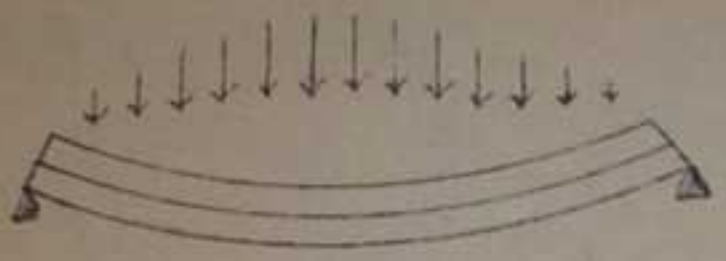
во второмъ случаѣ:

$$\mathcal{I}_0 = \mathcal{I}_1\left(\frac{1}{m^3}-\frac{Ql^2}{EJ_1m\pi^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\delta).$$

Замѣтимъ, согласно предположенію Г. Ясинскаго, встрѣчные вытянутые раскосы однимъ раскосомъ, приложеннымъ къ данному сжатому раскосу съ моментомъ инерціи $\mathcal{I}_1$ но той же длины при условіи, что они остаются во взаимномъ сопри
косновеніи, работа этого послѣдняго относитель
но выпучиванія облегчится, такъ какъ въ сопро
тивленіи выпучиванію будетъ участвовать не
одинъ разсматриваемый сжатый раскосъ, но и
приложенный къ нему встрѣчный вытянутый
или сжатый раскосъ. Распредѣляя между дан
нымъ сжатымъ раскосомъ и приложеннымъ
къ нему раскосомъ моментъ, вызванный продоль
нымъ сжатіемъ силой S даннаго раскоса, т.е.
что то же — моментъ отъ нѣкоторой норма

(*) что подтверждается извѣстнымъ явленіемъ, что на
тянутая струна жестче ненатянутой.

ной къ оси раскоса нагрузки $S' = S \sin \pi \frac{x}{l}$, най-
демъ, что, если прежде для даннаго раскоса уси-
лiе S было предѣльнымъ,
т. е. $S = \frac{EJ\pi^2}{l^2}$, то теперь
предѣльное сжимающее
усилiе [ломящiй грузъ]



будетъ:

$$P = \frac{EJ\pi^2}{l^2}\left(1 + \frac{J_1}{J} + \frac{Ql^2}{EJ\pi^2}\right),$$

[формула данная Инженеромъ Ясинскимъ]. Слѣ-
довательно, вліяніе вытянутыхъ встрѣчныхъ
(прилежащихъ) раскосовъ на данный сжатый
раскосъ выразится какъ бы замѣной момента
инерцiи J фиктивнымъ моментомъ инерцiи:

$$J' = J\left(1 + \frac{J_1}{J} + \frac{Ql^2}{EJ\pi^2}\right).$$

Если встрѣчные раскосы иной длины $l_1 = ml$,
по сравненiи съ данными раскосами длины l,
то: $$J' = J\left(1 + \frac{J_1}{m^3 J} + \frac{Ql^2}{mEJ\pi^2}\right).$$

Если встрѣчные раскосы сжаты, то Q-слѣ-
дуетъ взять со знакомъ $(-)$.

Такимъ образомъ въ частой рѣшеткѣ мосто-
вой фермы всякiй данный сжатый раскосъ съ пло-
щадью сѣченiя Ω и моментомъ инерцiи J, при
встрѣчныхъ раскосахъ той же длины съ момен-
томъ инерцiи J_1 и вытянутыхъ или сжатыхъ
какимъ усилiемъ Q - равнозначущъ по жест-
кости относительно продольнаго изгиба - раскосу
того же сѣченiя Ω, но съ фиктивнымъ момен-
томъ инерцiи въ первомъ случаѣ:

$$J' = J\left(1 + \frac{J_1}{J} + \frac{Ql^2}{EJ\pi^2}\right) \quad \ldots\ldots \quad (\varepsilon)$$

и во второмъ случаѣ:

$$\mathcal{J}' = \mathcal{J}\left(1 + \frac{\mathcal{J}_1}{\mathcal{J}} - \frac{Ql^2}{E\mathcal{J}\pi^2}\right)$$

Если встрѣчные вытянутые или сжатые раскосы иной длины ml, чѣмъ разсматриваемый сжатый раскосъ l, то фиктивное значеніе момента инерціи — въ первомъ случаѣ:

$$\mathcal{J}' = \mathcal{J}\left(1 + \frac{\mathcal{J}_1}{m^3\mathcal{J}} + \frac{Ql^2}{mE\mathcal{J}\pi^2}\right),$$

и во второмъ случаѣ:

$$\mathcal{J}' = \mathcal{J}\left(1 + \frac{\mathcal{J}_1}{m^3\mathcal{J}} - \frac{Ql^2}{mE\mathcal{J}\pi^2}\right).$$

При оцѣнкѣ вліянія встрѣчныхъ раскосовъ очевидно безразлично считать-ли, что при сохраненіи прежней длины l - моментъ инерціи замѣняется фиктивнымъ бо́льшимъ моментомъ инерціи вида:

$$\mathcal{J}' = \mathcal{J}\left(1 + \frac{\mathcal{J}_1}{m^3\mathcal{J}} \pm \frac{Ql^2}{mE\mathcal{J}\pi^2}\right)$$

или, что дѣйствительная длина замѣняется фиктивной меньшей длиной:

$$l' = \frac{l}{\sqrt{1 + \frac{\mathcal{J}_1}{m^3\mathcal{J}} \pm \frac{Ql^2}{mE\mathcal{J}\pi^2}}}$$

и слѣдовательно коэффиціентъ уменьшенія:

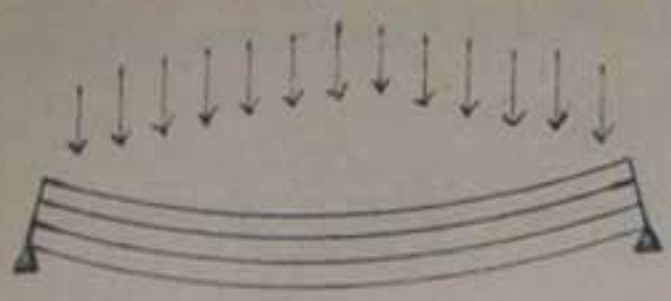
$$\mu = \frac{l'}{l} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\mathcal{J}_1}{m^3\mathcal{J}} \pm \frac{Ql^2}{mE\mathcal{J}\pi^2}}}$$

Переходимъ теперь къ оцѣнкѣ вліянія <u>уголковъ или стоекъ жесткости</u>, помѣщаемыхъ въ ромашечатыхъ фермахъ съ <u>плоскими</u> или вообще <u>недостаточно жесткими</u> сжатыми раскосами.

Примѣняя предыдущій пріемъ, разсчитаемъ моментъ изгиба M_x, вызванный продольнымъ сжатіемъ даннаго раскоса, - между тремя

Профессоръ

брусьями: между данными сжатыми раскосомъ M', между раскосомъ, замыкающимъ группу встрѣчныхъ вытянутыхъ раскосовъ (M'') и между раскосомъ, замыкающимъ группу встрѣчныхъ угольковъ жесткости (M'''). Слѣдовательно:



$$M_x = M' + M'' + M'''.$$

Если длина даннаго сжатаго раскоса l и моментъ инерціи $\mathcal{I}$, длина вытянутаго раскоса l, моментъ инерціи $\mathcal{I}_1$, вытягивающее усиліе Q или фиктивный моментъ инерціи на основаніи (α) $\mathcal{I}_1^\circ = \mathcal{I}_1\left(1 + \frac{Ql^2}{E\mathcal{I}_1\pi^2}\right)$; если далѣе длина сжатаго уголка жесткости — tl, моментъ инерціи $\mathcal{I}_{11}$, сжимающее усиліе T или фиктивный моментъ инерціи на основаніи (δ):

$$\mathcal{I}_{11}^\circ = \mathcal{I}_{11}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{Tl^2}{mE\mathcal{I}_{11}\pi^2}\right), \text{ то:}$$

$$\frac{E\mathcal{I}}{9} = M'; \frac{E\mathcal{I}_1^\circ}{9} = M''; \frac{E\mathcal{I}_{11}^\circ}{9} = M''', \text{ или}$$

$$\frac{M'}{\mathcal{I}} = \frac{M''}{\mathcal{I}_1^\circ} = \frac{M'''}{\mathcal{I}_{11}^\circ}.$$

Слѣдовательно: $$M = M' + M'\frac{\mathcal{I}_1^\circ}{\mathcal{I}} + M'\frac{\mathcal{I}_{11}^\circ}{\mathcal{I}}$$

$$M' = \frac{M}{1 + \frac{\mathcal{I}_1^\circ}{\mathcal{I}} + \frac{\mathcal{I}_{11}^\circ}{\mathcal{I}}}.$$

Если при отсутствіи встрѣчныхъ вытянутыхъ раскосовъ и сжатыхъ угольковъ жесткости — данный сжатый раскосъ выдерживалъ продольное сжимающее усиліе: $S = \frac{E\mathcal{I}\pi^2}{l^2}$ съ моментомъ M_x, то настоящій случай продольное сжимающее усиліе P будетъ во столько разъ больше S, во сколько

M_x больше M', т. е.:

$$P = S.\frac{M_x}{M'} = \frac{\varepsilon J \pi^2}{l^2}\left(1+\frac{J_1}{J}+\frac{J_n}{J}\right) = \frac{\varepsilon J \pi^2}{l^2}\left(1+\frac{J_1}{J}+\frac{Ql^2}{\varepsilon J \pi^2}+\frac{J_n}{Jm^2}-\frac{Tl^2}{m\varepsilon J\pi^2}\right)$$

Съизоваземый фиктивный моментъ инерціи даннаго сжатаго раскоса.

$$J' = J\left(1+\frac{J_1}{J}+\frac{Ql^2}{\varepsilon J\pi^2}+\frac{J_n}{Jm^2}-\frac{Tl^2}{m\varepsilon J\pi^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (i)$$

Съизоваземо, пользуясь таблицами Г. Ясинскаго при опредѣленіи $\frac{l}{x} = l\sqrt{\frac{\omega}{J}}$, вмѣсто J — слѣдуетъ взять фиктивное его значеніе, указанное въ формулѣ (i).

Оставляя моментъ инерціи безъ измѣненій коэффиціентъ фиктивнаго уменьшенія длины:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{J_1}{J}+\frac{Ql^2}{\varepsilon J\pi^2}+\frac{J_n}{Jm^2}-\frac{Tl^2}{m\varepsilon J\pi^2}}},$$

который можно примѣнить къ любой формулѣ, выражающей коэффиціентъ допускаемаго напряженія при продольномъ изгибѣ.

Формула (i) показываетъ, что вліяніе угловыхъ жесткостей наибольшее — когда они не подвергаются сжимающимъ усиліямъ; такимъ образомъ выгоднѣе, повидимому, помѣщать ихъ такъ, чтобы они приходились не противъ узловъ, а между ними, гдѣ измѣненіе вторыхъ, чѣмъ они подверглись значительнымъ сжимающимъ усиліямъ.

<u>Возьмемъ частный примѣръ.</u> Старый Дирмаускій мостъ состоитъ изъ шести пролетовъ по 55 саж. каждый, перекрытыхъ двухпролетными неразрѣзными фермами рѣшетчатой системы съ плоскими сжатыми и вытянутыми раскосами. Высота фермы 37'8"; величина малой панели 2', такъ что каждый раскосъ имѣетъ 25 встрѣчныхъ пересѣченій; длина обоихъ раскосовъ:

$$l = 37'8"\sqrt{2} = 452" \times 1{,}4 = 633".$$

Сѣченіе раскосовъ, одинаковое для сжатыхъ и вытянутыхъ, измѣняется отъ $5" \times 1"$ до $4" \times \frac{1}{2}"$. Вблизи средней опоры сѣченіе $5" \times 1"$ примѣнено до

36 первыхъ раскосовъ обоихъ направленій. Рѣшетка фермы обжата съ обѣихъ сторонъ уголками жесткости: $4'' \times 5\frac{1}{2}'' \times \frac{1}{2}''$, разставленными чрезъ каждые 6 футъ; вблизи опоръ уголки разставлены чрезъ каждые 3 фута такъ, что каждый сжатый раскосъ имѣетъ 10 пересѣченій съ уголками жесткости. Кромѣ того вблизи средней опоры 9 наружныхъ уголковъ жесткости, а вблизи крайнихъ опоръ — 4 наружныхъ уголка усилены приклепкой вертикальнаго листа $24'' \times \frac{1}{2}''$. Вблизи средней опоры наибольшее сжимающее усиліе въ длинныхъ раскосахъ: $P = 36194$ фунта (Zeitschrift für Bauwesen. 1855) или приблизительно $P = 905$ п. Встрѣчающіеся съ этими вытянутые раскосы, всего 26 раскосовъ, подвергаются вытягивающимъ усиліямъ отъ 36762 фун. до 34558 фун., въ среднемъ 35660 фун. или приблизительно 892 пуда.

Пренебрегаемъ на первое время вліяніемъ уголковъ жесткости. Тогда фиктивный моментъ инерціи сжатаго раскоса долженъ быть опредѣленъ по формулѣ: (Ɛ):

$$\mathcal{J}' = \mathcal{J}\left(1 + \frac{\mathcal{J}_1}{\mathcal{J}} + \frac{Ql^2}{E\mathcal{J}\pi^2}\right),$$

гдѣ $\mathcal{J}$ — моментъ инерціи сжатаго раскоса; $\mathcal{J}_1$ — моментъ инерціи вытянутаго раскоса; Q — усиліе, которому подвергается встрѣчный вытянутый раскосъ; l — длина раскоса; E — коэффиціентъ упругости. Въ данномъ случаѣ при одинаковомъ сѣченіи обѣихъ системъ раскосовъ:

$$\omega = 5'' \times 1 = 5 \text{ кв. дюймовъ},$$

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_1 = \frac{1}{12} \times 5 \times 1^3 = \frac{5}{12}; \quad Q = 892 \text{ пуд.}; \quad l = 633'';$$

$E = 750000$ пуд. Слѣдовательно:

$$J' = \frac{5}{12}(1 + 1 + 116) = 49,17 \text{ или } 49,$$

такъ какъ:

$$\frac{Ql^2}{EJ\pi^2} = \frac{892 \times 633 \times 633 \times 12}{750000 \times 5 \times 3,14 \times 3,14} = 116$$

Такимъ образомъ, благодаря присутствію вспомогательныхъ вытянутыхъ раскосовъ, - моментъ инерціи сжатаго раскоса увеличился съ $\frac{5}{12}$ го фиктивнаго значенія 49.

Слѣдовательно отношеніе:

$$\frac{l}{\kappa} = l\sqrt{\frac{\omega}{J'}} = 633\sqrt{\frac{5}{49}} = 202.$$

По таблицѣ Г. Ясинскаго для такого отношенія ломающее напряженіе для сварочнаго желѣза: 190,53 пуд. на кв. дюймъ. Дѣйствительное напряженіе: $\frac{P}{\omega} = \frac{905}{5} = 181$ пуд., т. е. весьма близкое къ предѣльному безъ всякаго почти запаса, что конечно, не оправдывало бы еще долговѣчнаго существованія моста. Уголки жесткости приносятъ здѣсь очевидно немаловажную пользу. Для оцѣнки совмѣстнаго вліянія вытянутыхъ раскосовъ и уголковъ жесткости слѣдуетъ примѣнить формулу (i), выражающую фиктивное значеніе момента инерціи сжатаго раскоса при наличіи этихъ двухъ условій. Пользуясь формулой, необходимо знать сжимающее усиліе J', которому подвергаются уголки жесткости, что можно было бы приблизительно опредѣлить разбивъ данную ферму на рѣшетчатую ферму (безъ стоекъ), и на раскосную ферму. Но такъ какъ эти уголки разставлены чрезъ 3 фута, величина же малой панели 2 фута, то нѣкоторые изъ уголковъ

приходятся въ промежуткѣ между узлами, и не должны бы поэтому подвергаться сжимающимъ усиліямъ. Какъ было упомянуто выше, вблизи опоры уголки жесткости усилены прикленкой вертикальнаго листа: $24'' \times \frac{1}{2}''$. Мы поступимъ въ пользу прочности, если пренебрежемъ вліяніемъ этихъ листовъ на значеніе момента инерціи уголка жесткости, что съ другой стороны даетъ намъ право, пользуясь формулой (i), не принимать во вниманіе сжимающаго усилія, которому подвергаются эти уголки. Слѣдовательно, фиктивный моментъ инерціи долженъ быть опредѣленъ по формулѣ (i), отбросивъ послѣдній членъ, т.е. по формулѣ:

$$\mathcal{J}' = \mathcal{J}\left(1 + \frac{\mathcal{J}_1}{\mathcal{J}} + \frac{Ql^2}{E\mathcal{J}\pi^2} + \frac{\mathcal{J}_{11}}{m^3\mathcal{J}}\right).$$

Значеніе $\mathcal{J}_{11}$ — момента инерціи двухъ взаимно склепанныхъ уголковъ: $4'' \times 5'' \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}''$:

$$\mathcal{J}_{11} = 2 \times \frac{1}{3}\left\{3{,}5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2}(5{,}25)^3\right\} = 2 \times \frac{1}{3}\left\{3{,}5 \times \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \times 144{,}7\right\} = 48{,}5.$$

Затѣмъ:

$$m = \frac{ml}{l} = \frac{452''}{633} = 0{,}71; \quad \mathcal{J} = \frac{5}{12}; \quad \frac{\mathcal{J}_{11}}{m^3\mathcal{J}} = \frac{48{,}5 \times 12}{(0{,}71)^3 \times 5} = 325.$$

Слѣдовательно:

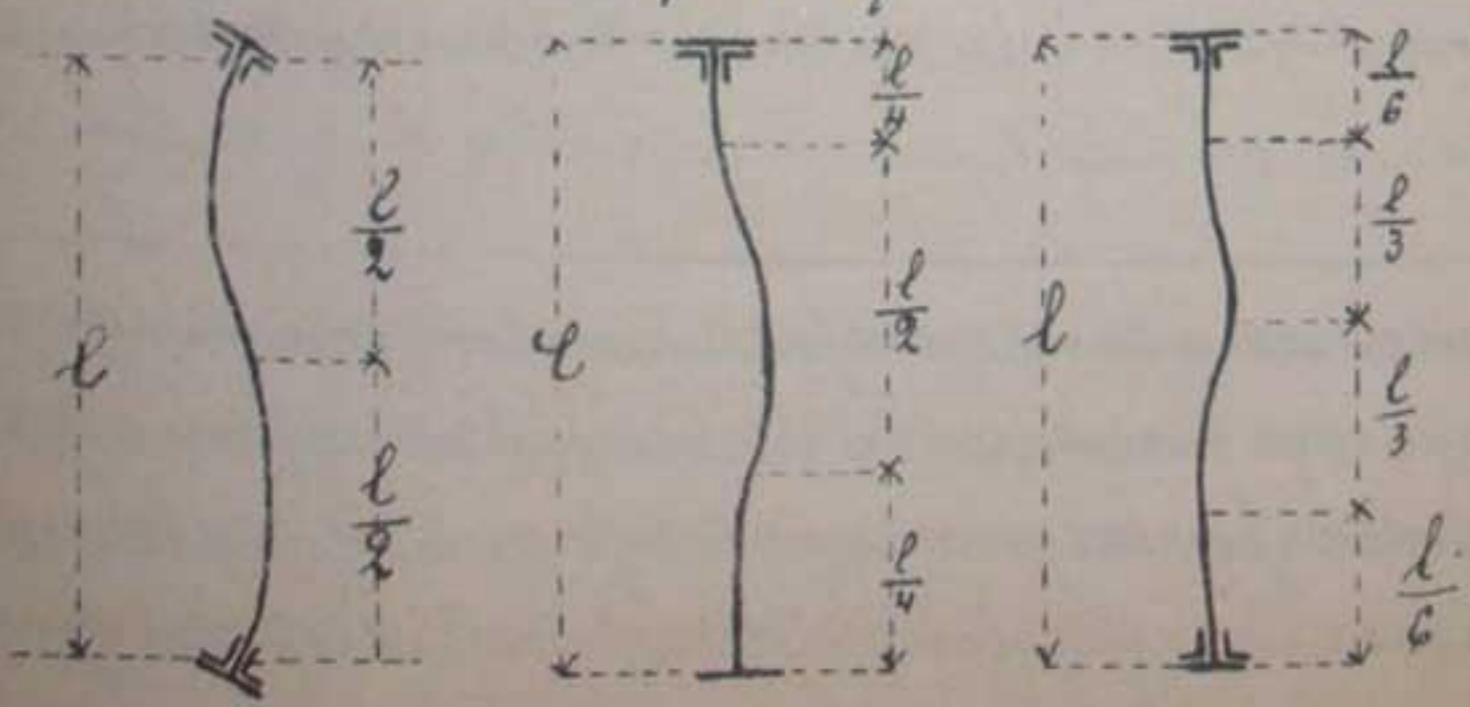
$$\mathcal{J}' = \mathcal{J}\left(1 + \frac{\mathcal{J}_1}{\mathcal{J}} + \frac{Ql^2}{E\mathcal{J}\pi^2} + \frac{\mathcal{J}_{11}}{m^3\mathcal{J}}\right) = (1 + 1 + 116 + 325) = 184.$$

$$\frac{l}{\kappa_1} = l\sqrt{\frac{\omega}{\mathcal{J}'}} = 633\sqrt{\frac{5}{184}} = 104{,}31.$$

По таблицѣ Г. Ясинскаго для этого отношенія ломящее напряженіе: 658,20 пуд. на кв. дюймъ. Дѣйствительное напряженіе: $\frac{905}{5} = 181$ пуд. на кв. дюймъ; слѣдовательно коэффиціентъ запаса прочности: $\frac{658{,}2}{181} = 3{,}63.$

б) Сжатые пояса. Въ виду того, что въ узловыхъ точкахъ могутъ быть точки перегиба кривой, по которой изогнется верхній поясъ въ горизонтальной плоскости, то за свободную длину слѣдуетъ считать разстояніе между двумя смежными узлами. Здѣсь можетъ встрѣтиться вопросъ, слѣдуетъ-ли считать всѣ узлы вертикальной рѣшетки вмѣстѣ съ тѣмъ и узловыми точками въ отношеніи изгиба пояса въ горизонтальной плоскости. Если ферма не имѣетъ по верху связей и стойки или рѣшетка не достаточно жесткіи, то за свободную длину слѣдуетъ считать всю длину пояса. Но обыкновенно въ фермахъ безъ верхнихъ связей, стойки устраиваются всегда настолько жесткими (на что слѣдуетъ обращать особенное вниманіе), что высказанное предположеніе довольно вѣроятно. Если же имѣются связи по верху, причемъ распорки помѣщены не въ каждомъ узлѣ, то, собственно говоря, за свободную длину слѣдуетъ считать разстояніе между тѣми узловыми точками, въ которыхъ помѣщены поперечныя распорки.

Черт. 67.



Но такъ какъ промежуточныя узловыя точки [вертикальной рѣшетки] все таки будутъ способствовать уменьшенію бокового выпучиванію, то за свободную длину можно брать $\frac{3}{4}l - \frac{2}{3}l$ (*)

Опредѣляя сѣченія среднихъ стоекъ или раскосовъ по наибольшему перерѣзывающему усилію отъ равномѣрно распредѣленной нагрузки окажется, что это напряженіе $\frac{kd}{8}$ или немного болѣе. Въ виду этого эти стойки или стяжки слѣдуетъ разсчитывать относительно усилія: $(p+k)\,d$, если d - малая панель.

Сѣченія составныхъ частей фермы, подвергающихся перемѣнному дѣйствію сжатія и вытяниванія, должны быть опредѣлены пользуясь соотвѣтственными формулами, какъ напримѣръ, Вейрауха и проч., о которой упомянуто въ части I.

Примѣненіе способа Лекселя и Шюблера къ фермамъ параболическимъ, гиперболическимъ, Паули и Пети.

Послѣ общихъ замѣчаній къ способу Шюблера покажемъ примѣненіе этого способа къ опредѣленію напряженій въ частяхъ вышеуказанныхъ фермъ.

(*) Сѣченіе пояса должно быть одинаково по всему протяженію панели, такъ какъ наибольшій сгибающій моментъ можетъ быть иногда и въ узловыхъ точкахъ, что легко видѣть, разсматривая каждую панель, какъ брусъ, защемленный обоими концами наклонно въ стѣнки и подверженный дѣйствію поперечныхъ усилій, предполагая призмы,

Формулы эти предложены частью Шведлером, Винклером и другими, но здесь они сгруппированы в одно целое, так как во всех формулах усилия определены в функции сплошной равномерно-распределенной нагрузки.

Параболическія фермы. (*)

Определимъ такое очертаніе фермы, при которомъ горизонтальная проекція усилій во всѣхъ панеляхъ верхняго и нижняго пояса при равномѣрно распредѣленной нагрузкѣ, покрывающей весь пролетъ была бы величина постоянная.

Для этого необходимо выполнить условіе:

$$O_n \cos\beta_n = O_{n+1}\cos\beta_{n+1} = U_n \cos\gamma_n = U_{n+1}\cos\gamma_{n+1} = \ldots = A,$$

или:

$$\frac{M_{n-1}}{H_{n-1}} = \frac{M_n}{H_n} = \frac{M_{n+1}}{H_{n+1}} = \ldots = \frac{M_x}{H_x} = A \quad \ldots \quad (132),$$

но:

$$M_x = \frac{qx}{2}(l-x), \text{ для } x = \frac{l}{2},\ M_{\frac{l}{2}} = \frac{ql^2}{8}.$$

Означая значеніе H_x для $x = \frac{l}{2}$ чрезъ f, на основаніи (139) будемъ имѣть:

$$\frac{M_x}{H_x} = \frac{M_{\frac{l}{2}}}{f}, \text{ или } \frac{\frac{qx}{2}(l-x)}{H_x} = \frac{ql^2}{8f},$$

откуда:

$$H_x = \frac{4f}{l^2}x(l-x) \quad \ldots \quad (140),$$

что есть ордината параболы.

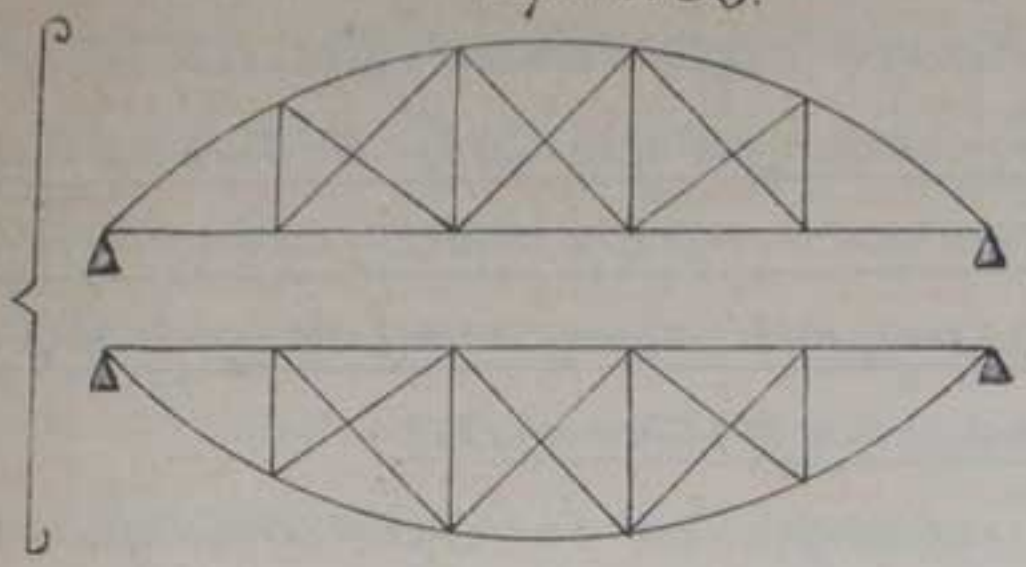
Итакъ для удовлетворенія вышеупомянутому усло-

что углы наклоненія въ обоихъ концахъ бруса неодинаковы.

(*) При изложеніи способа Риттера было уже указано объ опредѣленіи наружнаго очертанія и свойствахъ фермъ параболическихъ, Шведлера и Паули, — здѣсь приводятся другіе пріемы.

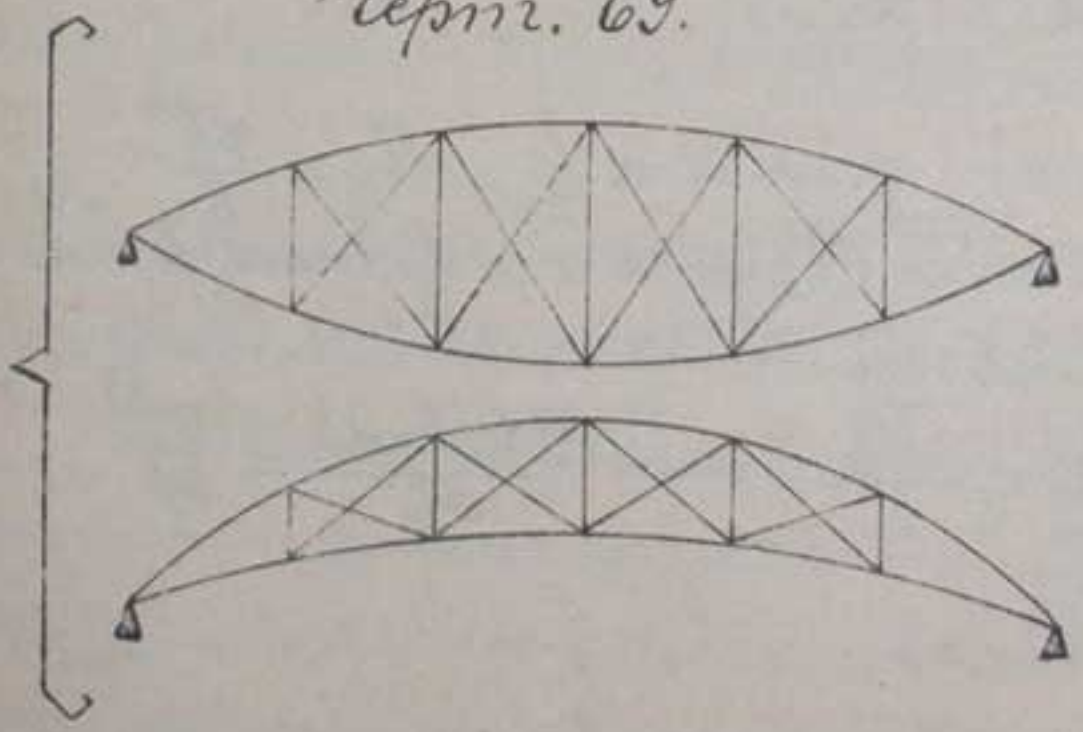
вію относительно равенства горизонтальныхъ проекцій усилій необходимо, чтобы разстояніе между центромъ тяжести (или вершины между центромъ сжатія и вытягиванія) поясовъ измѣнялось по закону параболы. При этомъ одинъ изъ поясовъ можетъ быть горизонтальный [Черт. 68], или оба криволинейные симметрично или несимметрично расположенные относительно горизонтальной линіи [Черт. 69] и т.

Черт. 68.



п.; необходимо только соблюсти условіе, чтобы N_x измѣнялось по закону параболы.

Черт. 69.



Изъ (139) имѣемъ при слѣдствія:

1.) Такъ какъ $Cos\,\beta_n$ уменьшаются по мѣрѣ приближенія къ опорамъ, то полныя усилія въ поясахъ:

$$O_n = \frac{A}{Cos\,\beta_n}\;; \qquad O_{n+1} = \frac{A}{Cos\,\beta_{n+1}}$$

увеличиваются отъ середины пролета къ опорамъ, т.е. обратно тому, что имѣетъ мѣсто при другихъ фермахъ (за исключеніемъ фермы Паули).

2.) Въ виду условій (139) имѣемъ для равномѣрно распредѣленной нагрузки по всему пролету:

$$\pm N_n \cos\varphi_n = -\left(\frac{M_n}{H_n} - \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}}\right) = 0 \quad \pm N_n \cos\varphi_n = \frac{M_n}{H_n} - \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}} = 0,$$

т.е. усилія въ восходящихъ и нисходящихъ раскосахъ при нагрузкѣ равномѣрно распредѣленной (нагрузкѣ собственный вѣсъ) по всему пролету равны нулю. Поэтому если бы ферма не подвергалась дѣйствію частной нагрузки пролета (подвижной грузъ), то въ ней было бы ограничиться одними стойками.

3.) Наибольшее усиліе въ раскосѣ опредѣляется по формулѣ:

$$\pm N_n \cos\varphi_n = -\left(\frac{M_n}{H_n} - \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}}\right), \text{ или:}$$

$$\pm N_n \cos\varphi_n = \frac{M_n}{H_n} - \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}},$$

гдѣ M_n и M_{n-1} означаютъ суммы моментовъ отъ полной нагрузки собственнымъ вѣсомъ, и отъ частной нагрузки – подвижнымъ грузомъ. Поэтому, означая указателями p и k соотвѣтственные моменты, мы можемъ написать, что:

$$M_n = {}_pM_n + {}_kM_n \; ; \quad M_{n-1} = {}_pM_{n-1} + {}_kM_{n-1}.$$

Кромѣ того имѣемъ по (139) $\frac{{}_pM_n}{H_n} = \frac{{}_pM_{n-1}}{H_{n-1}}$.

Тогда для восходящихъ раскосовъ:

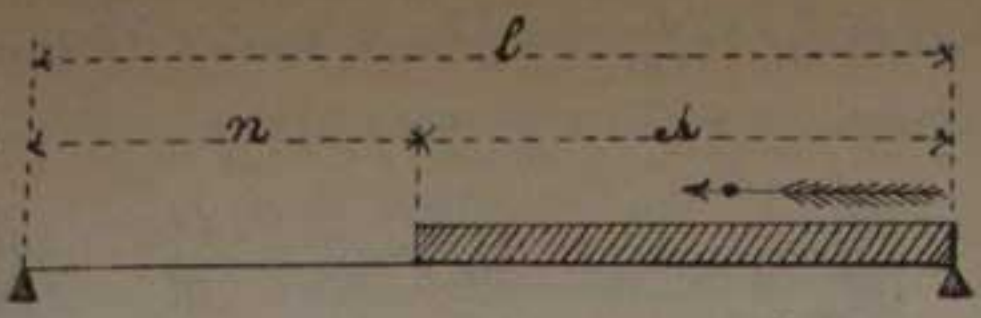
$$\pm N_n \cos\varphi_n = -\left(\frac{{}_pM_n}{H_n} + \frac{{}_kM_n}{H_n} - \frac{{}_pM_{n-1}}{H_{n-1}} - \frac{{}_kM_{n-1}}{H_{n-1}}\right) = -\left(\frac{{}_kM_n}{H_n} - \frac{{}_kM_{n-1}}{H_{n-1}}\right);$$

и для нисходящихъ раскосовъ:

$$\pm N_n \cos\varphi_n = \frac{{}_kM_n}{H_n} - \frac{{}_kM_{n-1}}{H_{n-1}}.$$

При движеніи поѣзда отъ правой опоры къ лѣвой [Черт. 70]: $x = \frac{k\lambda^2}{2l}$ и слѣдовательно:

Черт. 70.



$$\varkappa M_n = \frac{\varkappa \lambda^2}{2l} n \; ; \qquad \varkappa M_{n-1} = \frac{\varkappa \lambda^2}{2l}(n-1).$$

Но:

$$H_n = \frac{4fn(l-n)}{l^2} \; ; \quad H_{n-1} = \frac{4f(n-1)(l-n+1)}{l^2},$$

следовательно:

$$\frac{\varkappa M_n}{H_n} = \frac{\varkappa \lambda^2 . l^2}{2l\,4f(l-n)} = \frac{\varkappa \lambda^2 l}{8f(l-n)} \; ; \quad \frac{\varkappa M_{n-1}}{H_{n-1}} = \frac{\varkappa \lambda^2 l}{8f(l-n+1)}.$$

Следовательно, для <u>всего пролета</u>:

$$\frac{\varkappa M_n}{H_n} > \frac{\varkappa M_{n-1}}{H_{n-1}},$$

то есть для восходящих раскосов имеем [См. 94']

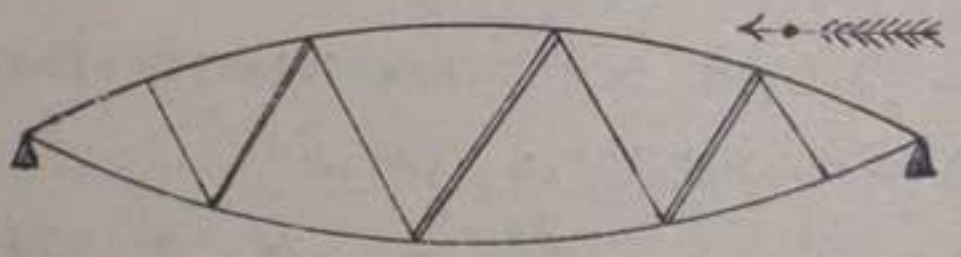
$$-N_n \cos \varphi_n,$$

а для нисходящих [См. 94''']:

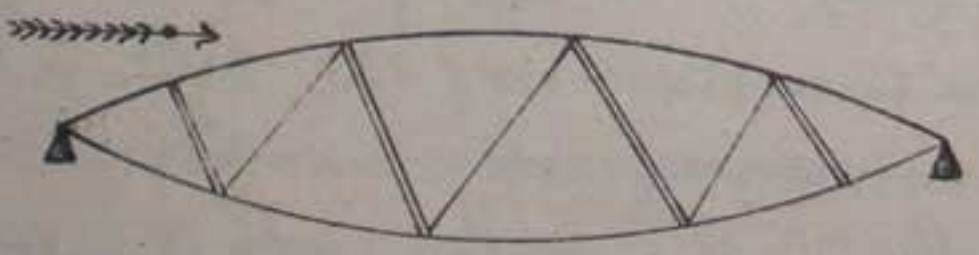
$$+N_n \cos \varphi_n,$$

что означает, что при движении поезда от правой опоры к левой [Черт. 72 а] все восходящие раскосы будут сжаты, а нисходящие - вытянуты.(*) При проти-

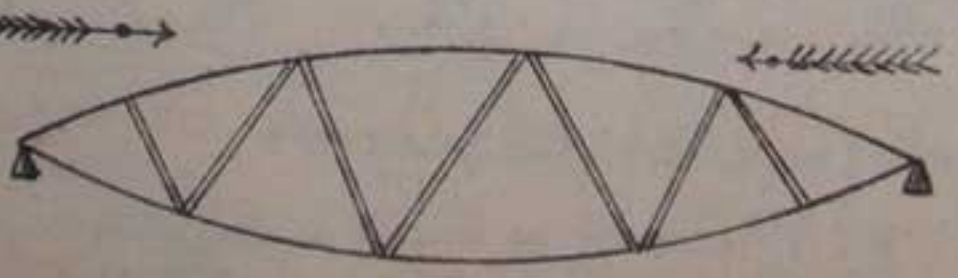
Черт. 72, а



Черт. 72, б.



Черт. 72.



(*) Собственно говоря, в сквозных фермах для отречения

вполнѣ законно движеніе поѣзда [Черт. 72, в], будутъ обратно, т.е. восходящіе раскосы будутъ вытянуты, а нисходящіе – сжаты.

Слѣдовательно, устраивая ферму безъ стоекъ съ одними раскосами [Черт. 72] необходимо, чтобы всѣ системы раскосовъ были жесткаго съченія, чтобы они могли сопротивляться какъ сжимающимъ,

---

M_n нужно предположить, что сплошная нагрузка переѣзда $n^{го}$ узла на нѣкоторую величину α [Черт. 71], такъ что:

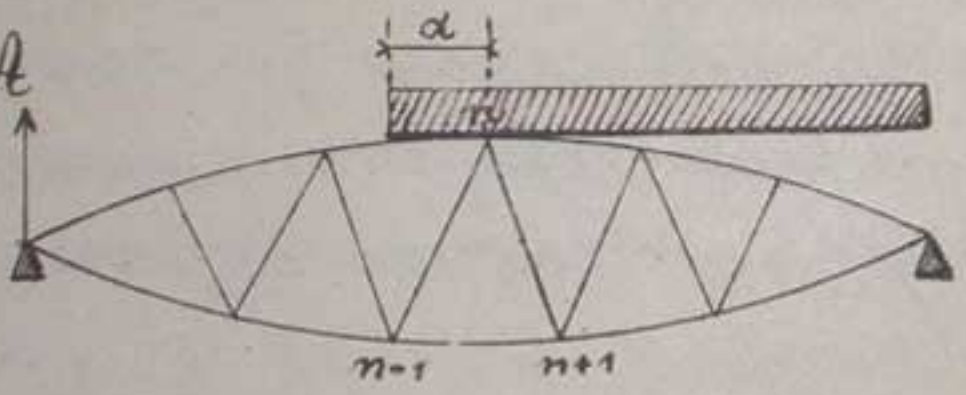
$$A = \frac{x(m-n+\alpha)^2 d^2}{2md} = \frac{x(m-n+\alpha)^2 d}{2m}$$

Слѣдовательно:

$$\frac{M_n}{H_n} = \frac{A \cdot nd - \frac{x\alpha^2 d^2}{2}}{H_n} \quad ; \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}} = A(n-1)d$$

Слѣдовательно:

$$\frac{M_n}{H_n} - \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}} = \frac{xm^2 d^2}{8mf}\left\{\frac{n(m-n+\alpha)^2 - \alpha^2 m(m-n+1)}{n(m+n)(m-n+1)}\right\}$$



Черт. 71.

α можетъ измѣняться отъ 0 до 1.

При $\alpha = 0$:

$$\frac{M_n}{H_n} - \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}} = q \cdot n(m-n) \ldots\ldots > 0.$$

При $\alpha = 1$:

$$\frac{M_n}{H_n} - \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}} = q\left\{n(m-n+1)^2 - m(m-n+1)\right\} = q(m-n+1) \times$$

$$\times \left\{(n-1)(m-1)\right\} \ldots\ldots > 0.$$

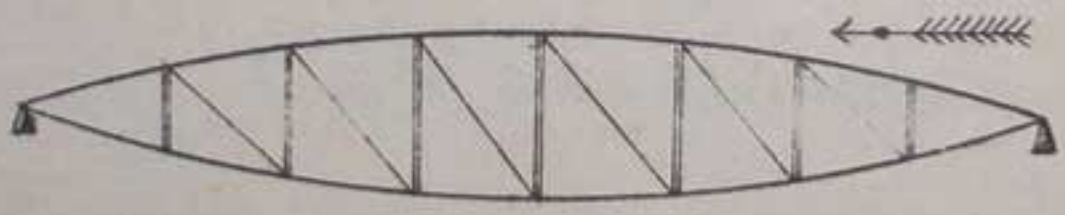
Слѣдовательно:

$$\frac{M_n}{H_n} > \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}}$$

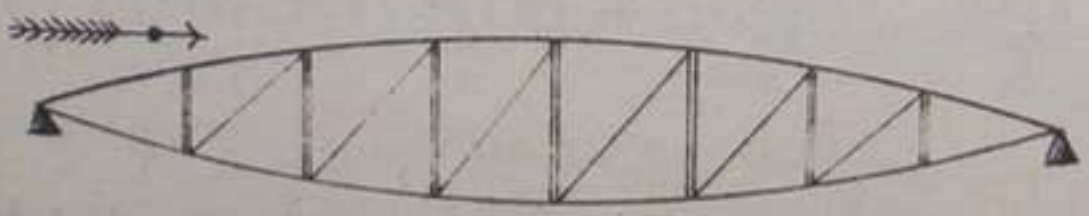
такъ и вытягивающимъ усиліямъ. При сплошной нагрузкѣ раскосы будутъ, вѣроятно, также напряжены, но только не вслѣдствіе разности напряженій $\frac{M_n}{R_n}$ и $\frac{M_{n-1}}{R_{n-1}}$, а вслѣдствіе сопротивленія раскосовъ измѣненію вида фермы.

Желая устроить ферму съ одними вытянутыми раскосами и сжатыми стойками, вспомнимъ, что, на основаніи вышеизложеннаго, при движеніи поѣзда отъ правой опоры къ лѣвой всѣ нисходящіе раскосы будутъ вытянуты [См. чер. 73, а ср. съ 72, а]. При обратномъ движеніи - всѣ восходящіе раскосы будутъ вытянуты [См. черт. 73, в ср. съ 72, в]. Слѣдовательно, ферма должна имѣть во всѣхъ панеляхъ обѣ системы плоскихъ раскосовъ [Черт. 74]. На томъ же самомъ основаніи при устройствѣ фермы съ одними сжатыми раскосами и вытянутыми стойками въ каждой панели должны быть обѣ системы жесткихъ раскосовъ, что также составляетъ отличительную способность параболическихъ фермъ.

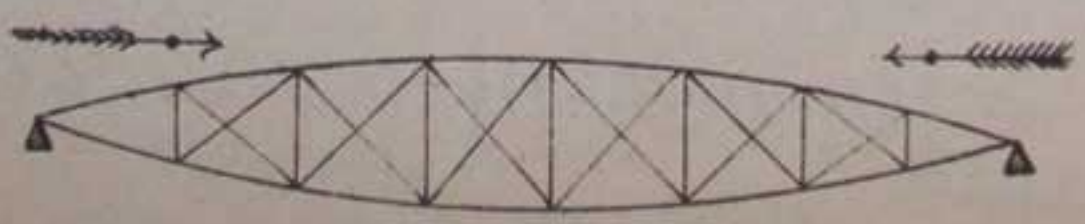
Черт. 73, а.



Черт. 73, в.



Черт. 74



Въ послѣднемъ случаѣ для дѣйствительнаго выиг-

нения того условія, что раскосы должны быть только сжаты, необходимо сдѣлать такое соединеніе ихъ съ поясами, чтобы они не могли быть вытянуваемы [какъ напримѣръ, въ фермѣ Гау]; въ противномъ случаѣ явится неопредѣленность передачи вытягивающаго усилія по стойкѣ и по раскосу.

Въ большинствѣ случаевъ параболическія фермы устраиваются съ жесткими стойками и плоскими, взаимно пересѣкающимися раскосами. Для опредѣленія усилій въ поясахъ, раскосахъ и стойкахъ служатъ выведенныя ранѣе общія формулы къ примѣненію къ данному случаю, т.е.

$$O_n = \frac{A}{\cos\beta_n} = \frac{ql^2}{8f\cos\beta_n}\ ; \qquad U_n = \frac{ql^2}{8f\cos\gamma_n}\ ; \qquad U_m = \frac{ql^2}{8f\cos\gamma_{n-1}}\ \text{и т.д.}$$

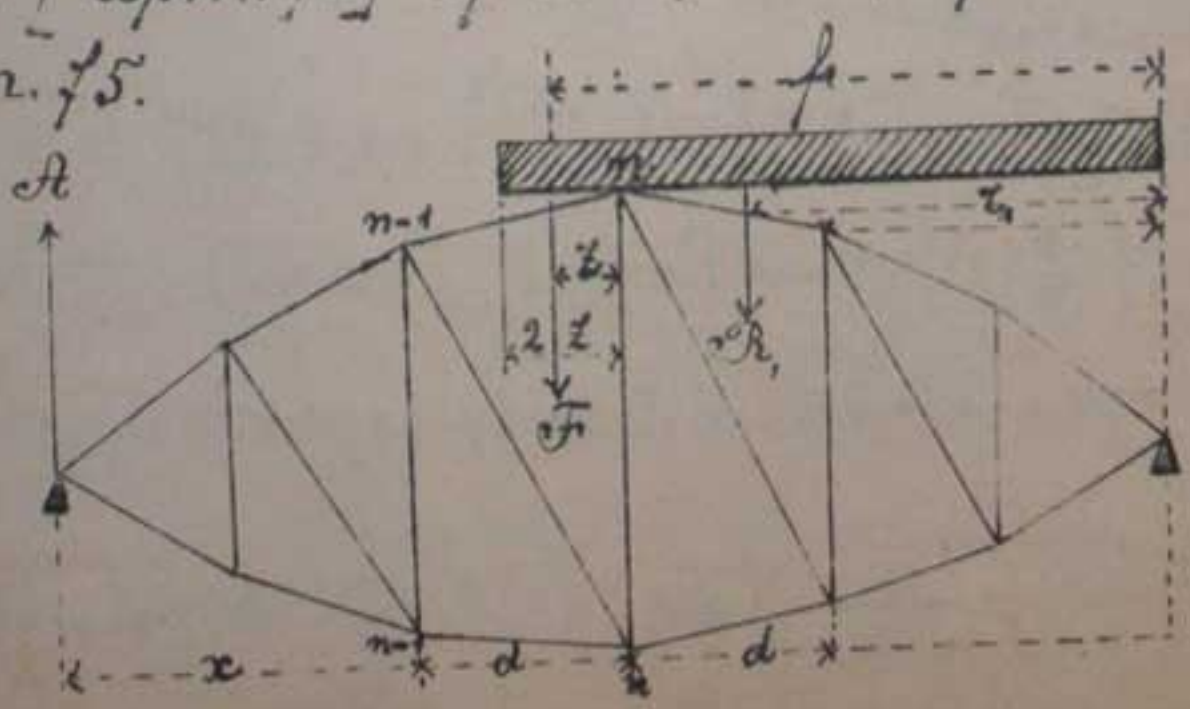
Докажемъ, что Max. $N_n \cos\varphi_n$ въ параболическихъ фермахъ - величина постоянная. Имѣемъ:

$$N_n\cos\varphi_n = \frac{M_n}{H_n} - \frac{M_{n-1}}{H_{n-1}}\ ;$$

примемъ, какъ извѣстно, предполагается, что полезная нагрузка покрываетъ пролетъ отъ одной изопору до нѣкоторой части разсматриваемой панели.(*)

Назовемъ [Черт. 75] черезъ z_1 и R_1 - разстоянія отъ

Черт. 75.



(*) Какъ велика должна быть занятая часть панели, покажетъ разсчетъ.

правой опоры и величину равнодѣйствующей равномѣрной нагрузки на всѣхъ панеляхъ за исключеніемъ разсматриваемой; подобнымъ образомъ F и f — пусть означаютъ величину равнодѣйствующей нагрузки на разсматриваемой панели и разстояніе равнодѣйствующей этой отъ правой опоры. Означимъ далѣе чрезъ $2z$ - часть разсматриваемой панели, занятой нагрузкой, а чрезъ z - разстояніе равнодѣйствующей F отъ перваго наружнаго узла; а также пусть x - разстояніе $(n-1)^{го}$ узла отъ лѣвой опоры, d - величина панели. Тогда:

$$A = \frac{R_1 r_1 + Ff}{l}\,;\quad M_{n-1} = Ax\,;\quad M_n = A(x+d) - F.z.$$

Означая $\frac{h_n}{h_{n-1}} = k$, получимъ:

$$N_n \cos\varphi_n = \frac{1}{h_n}\left\{A(x+d) - \frac{Axh_n}{h_{n-1}} - Fz\right\} =$$

$$= \frac{1}{h_n}\left\{A\left[d + x(1-k)\right] - Fz\right\} = \frac{1}{h_n}\left\{A\left[d - x(k-1)\right] - Fz\right\} =$$

$$= \frac{1}{h_n}\left\{\frac{R_1 r_1 + Ff}{l}\left[d - x(k-1)\right] - Fz\right\}$$

Означая $d - x(k-1) = c$, получимъ:

$$N_n \cos\varphi_n = \frac{1}{l.h_n}\left\{R_1 r_1 c + F(fc - zl)\right\}.$$

Но:

$$R_1 = \kappa(l - x - d)\,;\quad F = 2\kappa z\,;\quad r_1 = \frac{l-x-d}{2}\,;\quad f = l - x - d + z,$$

Слѣдовательно:

$$N_n \cos\varphi_n = \frac{1}{l.h_n}\left\{\kappa\frac{(l-x-d)^2}{2}.c + 2\kappa z\left[(l-x-d+z)c - zl\right]\right\} =$$

$$= \frac{\kappa}{l.h_n}\left\{\frac{c}{2}(l-x-d)^2 + 2cz(l-x-d) - 2z^2(l-c)\right\}.$$

Найдемъ, при какомъ z это выраженіе достигаетъ Max:

$$\frac{d N_n \cos\varphi_n}{dz} = \frac{\kappa}{l.h_n}\left[2c(l-x-d) - 4z(l-c)\right] = 0,$$

отсюда:

$$z_0 = \frac{c(l-x-d)}{2(l-c)}$$

Следовательно:

$$Max\,M_n \cos\varphi_n = \frac{x}{l.h_n}\left\{\frac{c}{2}(l-x-d)^2 + \frac{2c^2(l-x-d)^2}{2(l-c)} - \frac{2c^2(l-x-d)^2}{4(l-c)^2}(l-c)\right\} =$$

$$= \frac{x}{l.h_n}\left\{\frac{c}{2}(l-x-d)^2 + c^2\frac{(l-x-d)^2}{(l-c)} - \frac{c^2}{2}\frac{(l-x-d)^2}{(l-c)}\right\} = \frac{x}{l.h_n}\left\{\frac{(\frac{cl}{2}-\frac{c^2}{2})(l-x-d)^2}{(l-c)} + \right.$$

$$\left. + \frac{c^2}{2}\frac{(l-x-d)^2}{(l-c)}\right\} = \frac{x}{2h_n}(l-x-d)^2.\frac{c}{(l-c)}.$$

Подобным образом для односторонней нагрузки со левой стороны нашли бы:

$$Z_o' = \frac{c+l(\lambda-1)x}{2(l-c)} \text{ и } Max\,M_n \cos\varphi_n = -\frac{x x^2 c}{2h_{n-1}} + \frac{l(\lambda-1)}{l-c}.$$

Но для параболической фермы.

$$h_x = \frac{4fx}{l^2}(l-x),$$

следовательно:

$$\lambda = \frac{h_n}{h_{n-1}} = \frac{(x+d)(l-x-d)}{x(l-x)}\ ;\ c = d - x(\lambda-1) = d - x\left\{\frac{(x+d)(l-x-d)-x(l-x)}{x(l-x)}\right\} =$$

$$= d - x\frac{d(l-2x-d)}{x(l-x)} = d\left(1-\frac{l-2x-d}{l-x}\right) = d\frac{(x+d)}{l-x};\ l-c = \frac{l(l-x)-d(x+d)}{l-x} =$$

$$= \frac{(l+d)(l-x-d)}{l-x}$$

$$2Z_o = \frac{c(l-x-d)}{l-x} = \frac{d(x+d)}{(l-x)}\frac{(l-x-d)(l-x)}{(l+d)(l-x-d)} = \frac{d(x+d)}{l+d}.$$

Подобным образом нашли бы:

$$2Z_o' = \frac{d(l-x)}{l+d}\ ;$$

Следовательно:

$$Max.\,M_n \cos\varphi_n = +\frac{x}{2h_n}(l-x-d)^2\frac{c}{l-c} = \frac{x(l-x-d)^2}{2.4h(x+d)(l-x-d)}.l^2 \times$$

$$\times\frac{d(x+d)(l-x)}{l-x(l+d)(l-x-d)} = +\frac{xdl^2}{8h(l+d)}.$$

Подобным образом:

$$Min\,M_n \cos\varphi_n = -\frac{xdl^2}{8h(l+d)}$$

Из выражений:

$$2Z_o = \frac{d(x+d)}{l+d} \text{ и } 2Z_o' = \frac{d(l-x)}{l+d}$$

имеем:

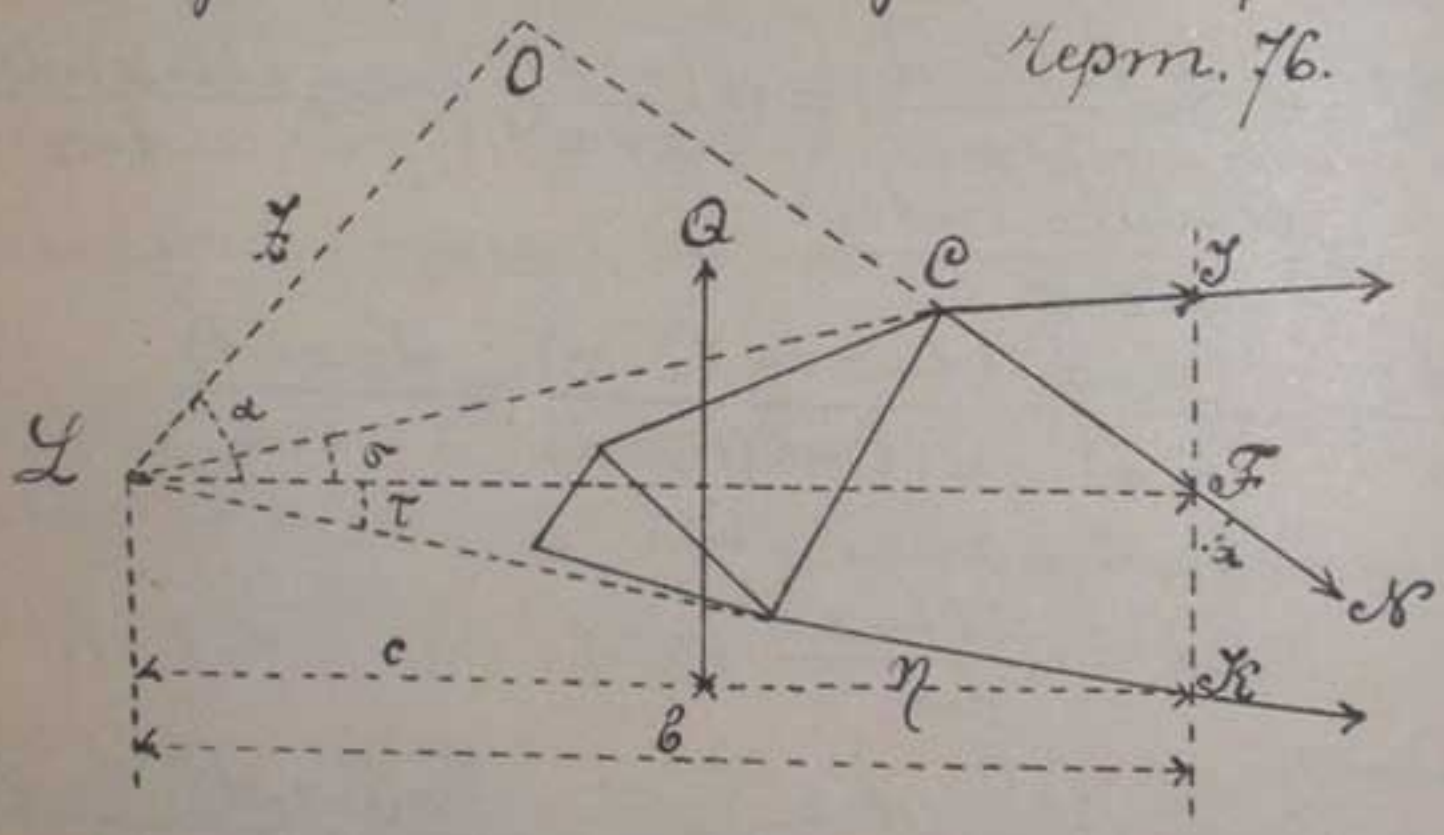
$\frac{2z_0}{d} = \frac{x+d}{l+d}$; $\frac{2z'_0}{d} = \frac{l-x}{l+d}$, или: $\frac{2z_0}{d-2z_0} = \frac{x+d}{l-x}$; $\frac{2z'_0}{d-2z'_0} = \frac{l-x}{x+d}$.

Изъ этихъ выраженій найдемъ, какъ велика должна быть въ каждой панели часть $2z_0$, занятая подвижною нагрузкою.

Такимъ образомъ доказано, что Max. $N_n \cos\varphi_n$ - величина постоянная, но такъ какъ $\cos\varphi_n$, по мѣрѣ приближенія къ опорамъ, увеличивается, то, слѣдовательно, Max. $N_n = \frac{B}{\cos\varphi_n}$ уменьшается отъ средины пролета къ опорамъ, что опять противоположно тому, что обыкновенно имѣется въ фермахъ другихъ системъ.

Иногда опредѣляютъ усиліе въ раскосахъ, найдя

Черт. 76.



предварительно вертикальную проекцію этого усилія. Для полученія усилія N раскоса CF [черт. 76] проведемъ произвольное сѣченіе JK. Пусть пересѣченныя части поясовъ встрѣчаются въ точкѣ L. Тогда, если Q - равнодѣйствующая всѣхъ внѣшнихъ силъ по лѣвую сторону сѣченія JK, т.е. перерѣзывающее усиліе; c - разстояніе отъ равнодѣйствующей отъ точки L; z - перпендикуляръ, опущенный изъ точки L на направленіе раскоса, то:

$$N = Q\frac{c}{z}.$$

Пусть, напр., въ этой формулѣ. Проведемъ горизонталь

мую линію чрезъ точку L до встрѣчи съ раскосомъ въ точкѣ F и назовемъ эту длину чрезъ b, тогда:

$$N = \frac{Qc}{b} \operatorname{Sec} \alpha.$$

Если η - разстояніе равнодѣйствующей внѣшнихъ силъ отъ точки F; M_1 - моментъ внѣшнихъ силъ относительно точки F, то:

$$M_1 = Q\eta.$$

Слѣдовательно:

$$\eta = \frac{M_1}{Q} \; ; \; c = b - \eta = b - \frac{M_1}{Q}.$$

Поэтому:

$$N = \frac{Qc}{b} \operatorname{Sec} \alpha = \frac{Q}{b}\left(b - \frac{M_1}{Q}\right) \operatorname{Sec} \alpha = \left(Q - \frac{M_1}{b}\right) \operatorname{Sec} \alpha.$$

Если JK назовемъ чрезъ h, то:

$$h = b(\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \tau),$$

если δ и τ - углы, составленные пересѣкающими поясовъ съ горизонталью. Слѣдовательно:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{h}(\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \tau);$$

$$N = \left[Q - \frac{M_1}{h}(\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \tau)\right] \operatorname{Sec} \alpha.$$

Называя для сокращенія:

$$Q - \frac{M_1}{h}(\operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg} \tau) = Y = Q\frac{c}{b} = Q - \frac{M_1}{b} \quad \ldots\ldots (141)$$

что есть, очевидно, вертикальная проекція усилія раскоса, то:

$$N = Y \operatorname{Sec} \alpha \quad \ldots\ldots (142)$$

При выводѣ выраженія Max. N разсмотримъ только параболическія фермы съ однимъ прямымъ поясомъ, какъ наиболѣе употребительныя.

а.) <u>Однораскосная система.</u> Въ общихъ замѣчаніяхъ было выведено, что для полученія Max. Y даннаго раскоса всякой фермы подвижная нагрузка не должна доходить до ненагруженнаго конца раскоса на величину:

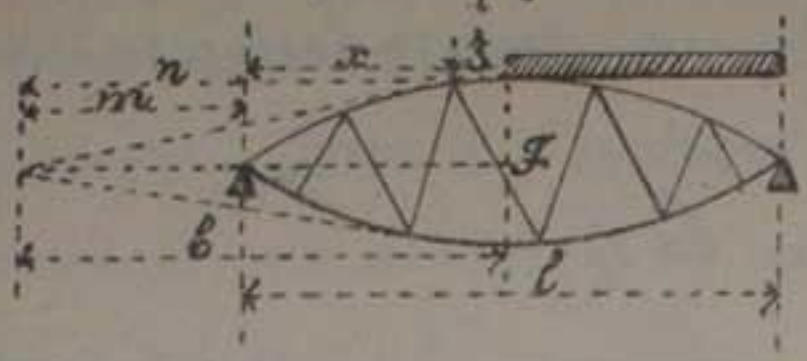
ЛЕНИНГРАДСКОГО ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРОВ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I
БИБЛИОТЕКА

$$\frac{x}{3} = \frac{(l+m)x}{ln-am} \cdot a \quad [\text{черт. 77}],$$

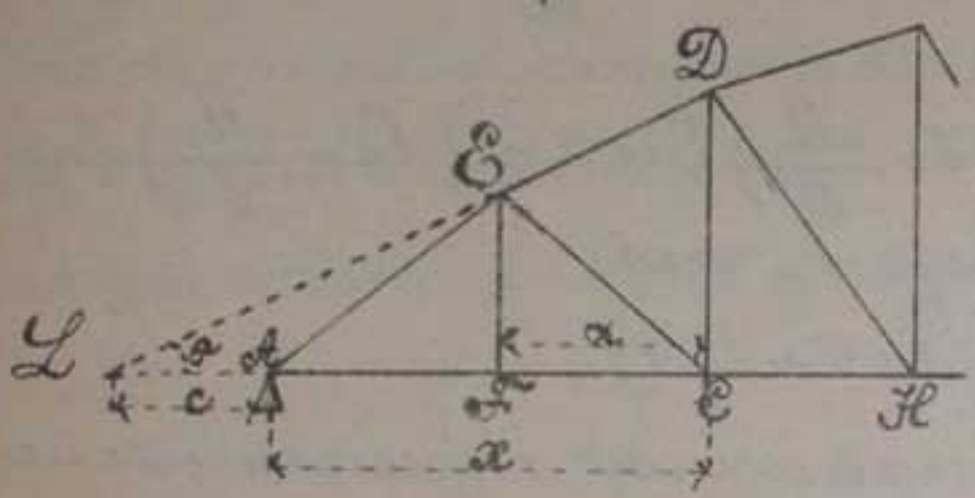
причемъ:

$$Max(+y) = +\frac{(l-a-x)^2 mn\,k}{(ln-am)2b}.$$

Черт. 77.



Черт. 78.



Применяя эти формулы къ нашему случаю [черт. 78] (къ раскосу EC), слѣдуетъ замѣнить $x-a$; $m-$ замѣнится $AL=c$, такъ какъ по лѣвую сторону раскоса EC имѣется одна только вновь появляющаяся сила – сопротивленіе опоры; затѣмъ n замѣнится длиною $LF = c+x-a = b-a$, такъ какъ въ данномъ случаѣ точка F [предъидущаго чертежа] совпадаетъ съ точкой C [послѣдняго чертежа]. На этомъ основаніи:

$$\frac{x}{3} = \frac{(l+c)(x-a).a}{l(b-a)-ac},$$

$$Max(+y) = \frac{(l-x)^2 c(b-a)\,k}{[l(b-a)-ac]2b}.$$

Но въ параболической фермѣ:

$$DC = h = \frac{4fx(l-x)}{l^2};$$

$$EF = h' = \frac{4f(x-a)(l-x+a)}{l^2};$$

$$tg\,\sigma = \frac{h-h'}{a} = \frac{4(l-2x+a)f}{l^2}.$$

Слѣдовательно:

$$b = LC = h\,Cotg\,\sigma = \frac{x(l-x)}{l-2x+a};$$

$$b-a = \frac{(x-a)(l-x+a)}{l-2x+a};$$

$$c = AL = b - x = \frac{x(x-a)}{l-2x+a}\,; \quad l+c = \frac{(l-x)(l-x+a)}{l-2x+a}$$

Поэтому:

$$\xi = \left(\frac{l-x+a}{l+a}\right)a\,;$$

$$Max.(+y) = \frac{x(x-a)(l-x+a)}{2(l+a)} = \frac{x(n-1)(m-n+1)\,xa}{2(m+1)} \quad . \quad . \quad . \quad (143)$$

если $x = na$; $l = ma$.

Но въ параболической фермѣ:

$$\frac{(x-a)(l-x+a)}{h} = \frac{l^2}{4f},$$

Слѣдовательно:

$$Max(+y) = \frac{x l^2 h}{8f(l+a)}\,.$$

Горизонтальная проекція:

$$Max.(+y)\,tg\alpha = \frac{x l^2 h\, tg\alpha}{8f(l+a)} = \frac{xld}{8f}\cdot\frac{l}{(l+a)} \quad -$$

прежде выведенная формула.

Перейдемъ теперь къ опредѣленія усилій въ стойкахъ.

<u>Однораскосная система</u>. Для полученія Max напряженій стойки DC, подвижная нагрузка, занимая часть пролета отъ правой опоры до сѣченія между C и H, не должна доходить до точки C на разстояніе:

$$\xi = \frac{(l+m)x.a}{ln-am} \quad [черт.\ 77]$$

Въ нашемъ случаѣ (черт. 78): $n = LF = b-a$; $m = AL = c$. Слѣдовательно:

$$\xi = \frac{(l+c)\,xa}{l(b-a)-ac}\,.$$

Вставляя же вмѣсто $l+c$, $b-a$ значенія, принадлежащія къ параболической фермѣ [найденныя выше]:

$$\xi = \frac{(l-x+a)\,x}{(l+a)(x-a)} = \frac{(m-n+1).n.a}{(m+1)(n-1)}\,,$$

если $l = ma$, $x = na$. А слѣдовательно:

$$Max.\,y = \frac{(l-a-x)^2 c\,(b-a)}{l(b-a)-ac}\cdot\frac{x}{2b}$$

[см. общія замѣчанія и предыдущее изслѣдованіе о напряженіи раскосовъ]; по вставкѣ вмѣсто c

в-а ихъ значеній, выразится:

$$Max.\,y = \frac{x(x-\alpha)(l-x+\alpha)(l-x-\alpha)^2}{2(l+\alpha)(l-x)^2} = \frac{(n-1)(m-n+1)(m-n-1)^2 k\alpha}{2(m+1)(m-n)^2} \quad \ldots (144),$$

что и есть выраженіе напряженія стойки. Сравнивая это y съ выраженіемъ Y, найденнымъ изъ раскоса (143), мы замѣчаемъ, что:

$$\frac{y}{ст.} = \frac{Y}{раск} \left(\frac{l-x-\alpha}{l-x}\right)^2,$$

т. е. въ параболической фермѣ Max. усилія стойки менѣе вертикальной составляющей Max усилія въ раскосѣ; кромѣ того величина ξ для раскоса и стойки неодинакова.

Докажемъ еще, что въ параболической фермѣ Maximum напряженія раскоса пропорціональны моменту его. Было раньше показано, что если Y - вертикальная проекція напряженія раскоса, Q - перерѣзывающее усиліе, σ и τ - углы, составляемые въ данномъ случаѣ верхнимъ и нижнимъ поясомъ съ горизонталью, то:

$$Y = Q - \frac{M}{h}(tg\,\sigma + tg\,\tau).$$

Но въ параболической фермѣ, если h_1 - высота фермы по серединѣ:

$$h = 4h_1 \frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

Слѣдовательно:

$$tg\,\sigma + tg\,\tau = \frac{dh}{dx} = \frac{4h_1}{l}\left(1 - \frac{2x}{l}\right),$$

$$\frac{tg\,\sigma + tg\,\tau}{h} = \frac{l-2x}{x(l-x)};$$

$$Y = Q - \frac{M}{h}(tg\,\sigma + tg\,\tau) = Q - \frac{M(l-2x)}{x(l-x)}.$$

При Max. Y значеніе $Q = \frac{x(l-x)^2}{2l}$; значеніе же момента, зависящаго только отъ подвижнаго груза, покрывающаго ту же часть пролета:

$$M = \frac{x(l-x)^2 \cdot x}{2l}.$$

Следовательно:

$$Max.\,Y = \frac{x(l-x)^2x(l-x) - x(l-x)^2x(l-2x)}{2lx(l-x)} = \frac{x(l-x)^2x^2}{2lx(l-x)} = \frac{xx(l-x)}{2l}.$$

С другой стороны, если M – момент въ сѣченіи x отъ подвижнаго груза, покрывающаго весь пролетъ, то: $M' = \frac{xx}{2}(l-x)$. Следовательно: $Max.\,Y = +\frac{M'}{l}$, но въ параболической фермѣ: $M : \frac{xl^2}{8} = h : h_1$; $M' = \frac{xl^2h}{8h_1}$, следовательно:

$$Max.\,Y = +\frac{xlh}{8h_1};$$

напряженіе въ раскосѣ:

$$Max.\,N = +\frac{xlh}{8h_1}\,Sec.\,\alpha,$$

а горизонтальной проекціи:

$$Max.\,N\,Sin\,\alpha = \frac{xlh}{8h_1}\,tg\,\alpha = \frac{xld}{8h_1}.$$

Кромѣ того: $Max\,N = \frac{xld}{8h_1 Sin\alpha} = \frac{xl}{8h_1}\cdot S_n$.

Следовательно:

$$Max\,N = \frac{xld}{8h_1}\,S_n.$$

Кромѣ того разсчетъ напряженій въ составныхъ частяхъ параболической фермы можетъ быть сдѣланъ по одному изъ изложенныхъ ранѣе способовъ.

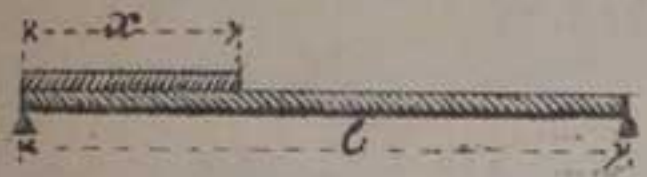
Ферма Шведлера.

Въ фермахъ съ параллельными поясами Max. и Min. напряженія частей рѣшетки постояннаго знака за исключеніемъ средней части фермы. Въ параболическихъ фермахъ Max. и Min. напряженія частей рѣшетки во всѣхъ панеляхъ противоположнаго знака. Поэтому должна существовать ферма, занимающая промежуточное положеніе между параболической фермой и фермой съ параллельными поясами, въ которой одно изъ предѣльныхъ напряженій равно нулю.

Такая ферма не будетъ имѣть недостатка параболической фермы относительно противоположнаго знака предѣльныхъ напряженій раскосовъ и стоекъ, но съ другой стороны имѣетъ всѣ ея преимущества, т.е. постоянное, по возможности, напряженіе пояса и незначительное напряженіе рѣшетки.

Для опредѣленія очертанія кривой можно задаться условіемъ - или чтобы Max M = 0 или Min. M = 0. Если ферма Шведлера обусловливается вторымъ предположеніемъ, тогда [черт 79]:

Черт. 79.



$$Min\ M = \frac{pl}{2} \cdot px + \frac{\kappa x(2l-x)}{2l} - \kappa x = \frac{p}{2}(l-2x) - \frac{\kappa x^2}{2l}.$$

Соотвѣтствующее значеніе момента:

$$M = \left(\frac{pl}{2} + \kappa x - \frac{\kappa x^2}{2l}\right)x - (p+\kappa)\frac{x^2}{2} = \frac{x}{2l}\left\{pl^2 + \kappa x 2l - \kappa x^2 - (p+\kappa)xl\right\} =$$

$$= \frac{x}{2l}\left\{pl^2 + \kappa xl - \kappa x^2 - pxl\right\} = \frac{x}{2l}\left\{l(pl+\kappa x) - x(pl+\kappa x)\right\} =$$

$$= \frac{1}{2l}\left\{pl+\kappa x\right\} x(l-x).$$

Слѣдовательно:

$$\frac{dM}{dx} = \frac{1}{2l}(pl+\kappa x)(l-2x) + \frac{1}{2l}x(l-x)\kappa = \frac{1}{2}p(l-2x) + \frac{\kappa x}{2l}(2l-3x).$$

Слѣдовательно:

$$Min.\ H = \frac{dM}{dx} - \frac{\kappa x(l-x)}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (146)$$

Раньше доказано было на стр. 246, что:

$$y = H - \frac{M}{h}(tg\,\sigma + tg\,\tau) = H - \frac{M}{h}\cdot\frac{dh}{dx} = H - \frac{dM}{dx}\cdot\frac{dh}{h}.$$

Слѣдовательно, $y = 0$, когда:

$$\frac{dh}{h} = \frac{H dx}{dM},$$

или на основаніи (146) когда: $\frac{dh}{h} = \frac{dM}{M} - \frac{\kappa x(l-x)dx}{Ml}$.

Взявъ сумму во второй степени второй части вмѣсто его значеніе, получимъ:

$$\frac{dh}{h} = \frac{dM}{M} - \frac{2\kappa H x}{pl+\kappa x}.$$

Интегрируя, получимъ:

$$\text{log. nat. } h = \text{log nat. } M - 2 \text{ lg nat}(pl+\kappa x) + \text{Const} = \text{lg nat } A' \frac{M}{(pl+\kappa x)^2},$$

если A' – постоянное при интегрированіи.

Слѣдовательно: $h = A' \frac{M}{(pl+\kappa x)^2}$.

Вставляя вмѣсто M его значеніе и называя $\frac{A'}{2l}$ чрезъ A, получимъ:

$$h = \frac{A' x(l-x)}{2l(pl+\kappa x)} = \frac{Ax(l-x)}{pl+\kappa x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (147),$$

что есть уравненіе гиперболы при плоскомъ горизонтальномъ поясѣ.

Для средины пролета:

$$h_1 = \frac{Al^2}{4(pl+\frac{\kappa l^2}{2})} = \frac{Al}{2(2p+\kappa)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (148)$$

Постоянное A легко опредѣлить изъ этой формулы, задавшись высотой по серединѣ пролета, затѣмъ найдется и h по формулѣ (147), причемъ:

$$h = \frac{2h_1(2p+\kappa)x(l-x)}{l(pl+\kappa x)} = \frac{2h_1(2p+\kappa)x(l-x)}{l(pl+\kappa x)}.$$

Эта формула совершенно тождественна съ сокращенной, выведенной по способу Риттера [стран. 75 т. III]

$$h_{n-1} = \frac{2H(2p+\kappa)(n-1)(m-n+1)}{m[pm+\kappa(n-1)]},$$

гдѣ $H = h_1$; $d(n-1) = x$; $md = l$.

Но такъ какъ иногда задаются наибольшей высотой, которая, какъ увидимъ ниже, не соотвѣтствуетъ серединѣ пролета, то найдемъ эту наибольшую ординату. Чтобы опредѣлить, въ какомъ сѣченіи x получается наибольшая ордината, имѣемъ изъ (147):

$$\frac{dh}{dx} = \frac{A\{(pl+\kappa x)(l-2x) - x(l-x)\kappa\}}{(pl+\kappa x)^2} = \frac{Apl(l-2x) - \kappa x^2}{(pl+\kappa x)^2} = 0$$

откуда $pl(l-2x) = \kappa x^2$. Называя соотвѣтственное значеніе x чрезъ x_1, получимъ:

$kx_1^2 + 2plx_1 = pl^2$; $x_1 = -\frac{pl}{k} + \sqrt{\frac{p^2l^2}{k^2} + \frac{pl^2}{k}}$,

$$\frac{x_1}{l} = \frac{p}{k}\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}} - 1\right) \quad \ldots \ldots \quad (149)$$

Вставляя это значеніе въ формулу (147) и называя наибольшую ординату чрезъ h', получимъ:

$$h' = \frac{A\left[\frac{pl}{k}\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1\right)\right]\left[\frac{kl - pl\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1\right)}{k}\right]}{pl + pl\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1\right)} = \frac{A\left\{\frac{pl^2}{k}\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1\right) - \frac{p^2l^2}{k^2}\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1\right)^2\right\}}{pl\sqrt{1+\frac{k}{p}}} =$$

$$= A\frac{pl}{k^2}\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1\right)^2\left\{\frac{k}{\frac{p\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1}{\sqrt{1+\frac{k}{p}}}} - 1\right\} = A\frac{pl}{k^2}\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1\right)^2 \frac{\left(k - p\sqrt{1+\frac{k}{p}} + p\right)}{p\left(1+\frac{k}{p}\right) - p\sqrt{1+\frac{k}{p}}} =$$

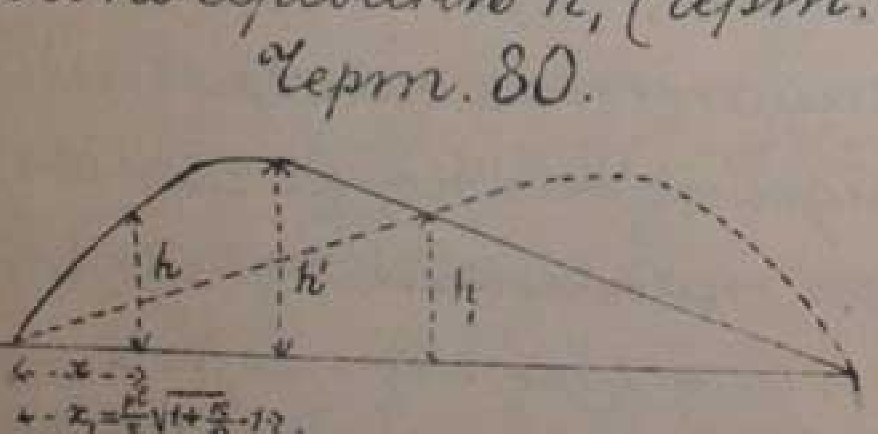
$$= A\frac{pl}{k^2}\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1\right)^2 \quad \ldots \ldots \quad (150).$$

Обыкновенно задается h', тогда изъ предъидущей формулы:

$$A = \frac{h'k^2}{pl\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1\right)^2} = \frac{h'k^2\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}+1\right)^2}{pl\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}-1\right)^2\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}+1\right)^2} = \frac{h'k^2\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}+1\right)^2}{pl\left(1+\frac{k}{p}-1\right)^2} = \frac{h'p}{l}\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}+1\right)^2 \ldots (151).$$

Вставляя это значеніе A въ (147), найдемъ зависимость между какой либо ординатой h и наибольшей ординатой h'. Вставляя же это значеніе A въ (148), найдемъ зависимость между наибольшей ординатой h' и ординатой по серединѣ h_1 (черт. 80). А именно:

Черт. 80.



$$h_1 = \frac{h'p\left(\sqrt{1+\frac{k}{p}}+1\right)^2}{2(2p+k)} \ldots (152).$$

При $k = 0$, $x_1 = lp\frac{0}{0}$. Взявъ производную по k отъ числителя и знаменателя $x_1 = \frac{pl\frac{1}{p}}{2\sqrt{1+\frac{k}{p}}}$; дѣлая $k = 0$, получимъ: $x_1 = \frac{l}{2}$. Далѣе, $h_1 = h'$ и слѣдовательно, ферма обращается въ обыкновенную параболическую.

При $p = 0$, на основаніи (147): $h = \frac{A}{k}(l - x)$,

т.е. при $x = 0$ ордината имѣетъ, повидимому, наибольшее значеніе и верхній поясъ фермы представляетъ собою двѣ прямыя линіи, сходящіяся въ серединѣ.

Приведемъ теперь формулы для опредѣленія усилія въ поясахъ и въ рѣшеткѣ.

а.) Пояса. При нижнемъ прямолинейномъ поясѣ.

$$U = + \frac{M}{h}; \quad O = - \frac{M}{h} \operatorname{Sec} \sigma = - U \operatorname{Sec} \sigma.$$

Для полной нагрузки: $M = \left(\frac{p+\kappa}{2}\right) x (l-x)$, гдѣ p и κ — постоянныя:

$$h = \frac{Ax(l-x)}{pl + \kappa x}.$$

Слѣдовательно:

$$U = \frac{(p+\kappa)x(l-x)}{2Ax(l-x)}(pl+\kappa x) = \frac{(p+\kappa)(pl+\kappa x)}{2A} = \frac{(p+\kappa)(pl+\kappa x)}{4(2p+\kappa)h}, \quad \ldots \quad (153);$$

$$O = - U \operatorname{Sec} \sigma. \quad \ldots \quad (154).$$

Слѣдовательно, напряженіе U возрастаетъ по закону прямой линіи.

Для средней же части фермы:

$$U = - O \frac{(p+\kappa)x(l-x)}{2h}. \quad \ldots \quad (155).$$

б.) Рѣшетка. При полной нагрузкѣ всего пролета $M = \frac{qx}{2}(l-x)$, гдѣ $q = p + \kappa$. Слѣдовательно:

$$\frac{M}{h} = \frac{\frac{qx}{2}(l-x)}{\frac{Ax(l-x)}{pl+\kappa x}} = \frac{q(pl+\kappa x)}{2A}; \quad d\frac{M}{h} = \frac{q\kappa}{2A} \cdot dx.$$

Но $Y = \mathfrak{N} - \frac{M}{h}(\operatorname{tg}\sigma + \operatorname{tg}\tau)$. При полной нагрузкѣ $\mathfrak{N} = \frac{dM}{dx}$

Слѣдовательно:

$$Y = \frac{dM}{dx} - \frac{M}{h} \cdot \frac{dh}{dx} = \frac{h\,dM - M\,dh}{h\,dx} = \frac{d\left(\frac{M}{h}\right) \cdot h}{dx}.$$

Слѣдовательно:

$$Y_q = \frac{d\left(\frac{q\kappa dx}{2A}\right) \cdot h}{dx} = \frac{q\kappa}{2A} \cdot h = \frac{q\kappa x(l-x)}{2(pl+\kappa x)}. \quad \ldots \quad (156).$$

Изъ этой общей формулы можемъ получить значенія Y при различныхъ нагрузкахъ, покрывающихъ

пролетъ. Такъ, напримѣръ, если желаемъ опредѣлить напряженіе отъ собственнаго вѣса, то, замѣняя въ числителѣ q на p, получимъ:

$$y_p = \frac{p\,x\,x\,(l-x)}{2\,(pl+\kappa x)}\,.$$

Если весь мостъ нагруженъ собственнымъ вѣсомъ и лѣвая часть подвижнымъ грузомъ, то $y = 0$. Слѣдовательно, при нагрузкѣ лѣвой части фермы подвижнымъ грузомъ $(y)_{лѣв} = -y_p$. А такъ какъ нагрузка лѣвой и правой частей взаимно дополняетъ до полной нагрузки, то напряженіе отъ нагрузки подвижнымъ грузомъ одной правой части:

$$(y)_{пр} = y_к - (y)_{лѣв} = y_к + y_p\,.$$

Слѣдовательно, вертикальная проекція напряженія отъ нагрузки правой части подвижнымъ грузомъ и всего пролета собственнымъ вѣсомъ:

$$Max\,y = y_к + y_p + y_p = y_к + 2\,y_p = \frac{\kappa^2 x(l-x)}{2(pl+\kappa x)} + \frac{p\kappa x(l-x)}{pl+\kappa x} =$$

$$= \frac{\kappa(2p+\kappa)x(l-x)}{2(pl+\kappa x)} = \frac{\kappa(2p+\kappa).h}{2A} = \frac{1}{4}\,\frac{h}{h_1}\,\kappa l\,(*) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (157)$$

Такъ какъ напряженіе раскоса $Max.S = Max\,y_{бок}$ то, слѣдовательно, <u>и въ фермѣ Шведлера Maxi-тит напряженій раскоса пропорціоналенъ сосѣдинѣ.</u>

Это, очевидно, относится только къ крайнимъ частямъ фермъ, для средней части, какъ и для фермы съ параллельными поясами:

(*) Горизонтальная проекція $Max.y$:

$$Max\,y\,tg\,\alpha = \frac{1}{4}\,\frac{h}{h_1}\,\kappa l\,tg\,\alpha = \frac{d\kappa l}{4h_1}\,,$$

если d – величина панели, α – уголъ, составляемый раскосомъ съ вертикалью. Эта формула тождественна съ выведенной на страницѣ 76 ч. III.

$$y = \frac{1}{2} p (l - 2x) + \frac{x(l-x)^2}{2l} .$$

Кромѣ изложеннаго способа можно примѣнить и другіе приведенные ранѣе способы, какъ, напримѣръ, Риттера, Лессля и проч.

Ферма Паули.

Эта ферма должна удовлетворять тому условію, чтобы наибольшее напряженіе въ верхнемъ и въ нижнемъ поясѣ во всѣхъ панеляхъ была величина постоянная. Если σ и τ углы, которые составляетъ верхній и нижній поясъ съ горизонталью въ какомъ-нибудь вертикальномъ сѣченіи, то напряженія того и другого пояса пропорціональны въ данномъ сѣченіи величинамъ $\operatorname{Sec}\sigma$ и $\operatorname{Sec}\tau$. Слѣдовательно, равенство напряженій верхняго и нижняго пояса возможно лишь, когда $\sigma = \tau$, и поэтому оба пояса фермы быть симметрично расположены относительно горизонтальной оси.

Опредѣлимъ приблизительное очертаніе пояса. Выраженіе напряженія пояса въ какой-либо панели:

$$S = \frac{M}{h} \operatorname{Sec}\sigma = \frac{qx(l-x)}{2h} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\sigma} = \frac{qx(l-x)}{2h} \sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{dh}{dx}\right)^2} \quad \ldots (158),$$

такъ какъ $\operatorname{tg}\sigma = \frac{1}{2}\frac{dh}{dx}$, если $h = f(x)$ представляетъ собою значеніе полной высоты фермы. Съ другой стороны въ серединѣ пролета $S = \frac{ql^2}{8h_1}$, если h_1 – полная высота по серединѣ пролета. Слѣдовательно, получимъ такое дифференціальное уравненіе:

$$\frac{x(l-x)}{h} \sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{dh}{dx}\right)^2} = \frac{l^2}{4h_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (159).$$

Точное рѣшеніе этого уравненія довольно затруднительно.

Приблизительное рѣшеніе будетъ состоять въ томъ, что вмѣсто $\frac{dh}{dx}$ поставить значеніе его для параболической фермы. Такъ, согласно формулѣ (140) [для параболическія фермы]:

$h = \frac{4h_1}{l^2} x(l-x)$. Слѣдовательно: $\frac{dh}{dx} = \frac{4h_1(l-2x)}{l^2}$

Кромѣ того приблизительно:

$$\sqrt{1+\frac{1}{4}\left(\frac{dh}{dx}\right)^2} = 1+\frac{1}{8}\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 = 1+\frac{2h_1^2(l-2x)^2}{l^4}.$$

Слѣдовательно, вставляя это значеніе въ (159), получимъ:

$$\frac{x(l-x)}{h}\left[1+\frac{2h_1^2(l-2x)^2}{l^4}\right] = \frac{l^2}{4h_1},$$

или:

$$4h_1 x(l-x)\left[l^4+2h_1^2(l-2x)^2\right] = hl^6$$

откуда:

$$h = 4h_1\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1+\frac{2h_1^2}{l^2}\left(1-\frac{2x}{l}\right)^2\right] \text{ (*)} \quad \ldots\ldots (160)$$

Сравнивая эту формулу съ значеніемъ h въ параболической фермѣ, т.е. съ $h = 4h_1\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)$, мы видимъ, что ординаты фермы Паули немногимъ больше ординатъ параболическихъ фермъ, а именно:

$$\text{въ } 1+\frac{2h_1}{l^2}\left(1-\frac{2x}{l}\right) \text{ разъ}.$$

Наибольшее значеніе этого коэффиціента вблизи опоръ. Такъ, напримѣръ, если $\frac{h_1}{l} = \frac{1}{10}$, то для $x = \frac{l}{100}$ этотъ множитель:

$$1+\frac{1}{50}\times\frac{49}{50} = 1{,}0199\ldots$$

Ферма Паули по очертанію мало отличается

(*) Профессоръ Prelle (Zeitschrift des Architecten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover, 1872 г. стран. 396) даетъ другой приближенный выводъ:

$$h = 4h_1\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1+\frac{8h_1^2}{l^2}\left(1-\frac{2x}{l}\right)^2\right].$$

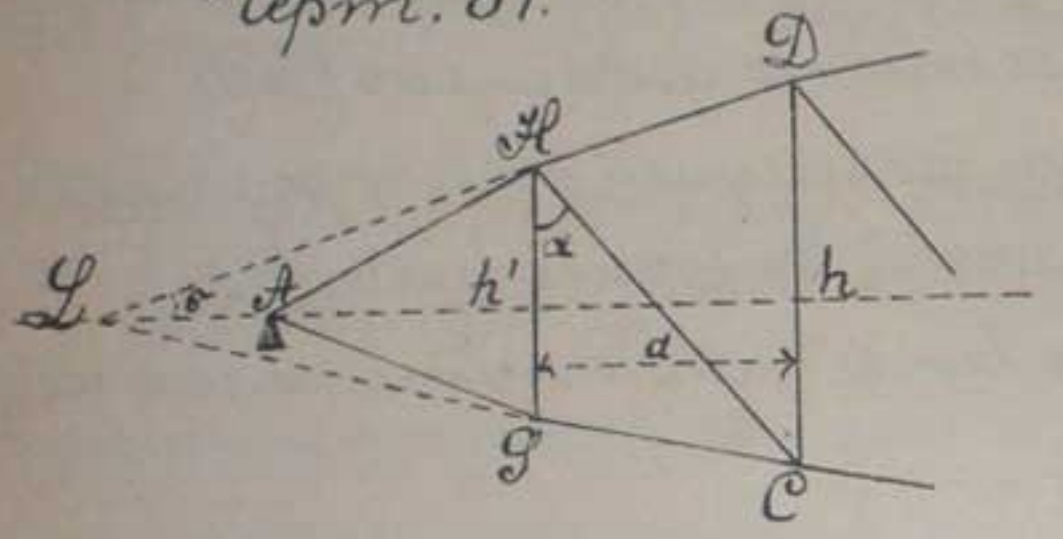
Если же принять начало координатъ не въ лѣвой опорѣ, а по серединѣ горизонтальной линіи, соединяющей обѣ опоры, то:

$$h = \left(\frac{l^2}{4}-x^2\right)\left(\frac{4h_1}{l^2}+128\frac{h_1^2}{l^4}x^2\right).$$

отъ параболической фермы, поэтому, подобно послѣдней, при раскосной системѣ, она устраивается съ сжатыми стойками и съ двумя системами плоскихъ раскосовъ.

Но такъ какъ при раскосной системѣ работаетъ всегда только <u>одна</u> изъ системъ раскосовъ, то легко видѣть, что въ такомъ случаѣ невозможно выполнить условіе, чтобы Махітит напряженія поясовъ была величина постоянная. Дѣйствительно,

Черт. 81.



если M' и M - моменты внѣшнихъ силъ относительно сѣченій, совпадающихъ со стойками HG = h' и DC = h [черт. 81], то, какъ раньше было доказано, раскосъ HC будетъ растянутъ, если $\frac{M}{h} > \frac{M'}{h'}$. Въ этомъ случаѣ напряженіе верхняго пояса въ панели $DH = \frac{M}{h} \operatorname{Sec} \delta$, а напряженіе нижняго пояса въ панели $GC = \frac{M'}{h'} \operatorname{Sec} \delta$. Если обратно $\frac{M'}{h'} > \frac{M}{h}$ (какъ напримѣръ, во второй половинѣ фермы), то $DH = \frac{M'}{h'} \operatorname{Sec} \delta$ и $GC = \frac{M}{h} \operatorname{Sec} \delta$. Слѣдовательно, Max. напряженія обоихъ поясовъ не могутъ быть одинаковы. Слѣдовало бы найти очертаніе фермъ въ зависимости отъ средняго значенія Max. напряженія въ данномъ сѣченіи, т.е. отъ $\frac{1}{2}\left(\frac{M}{h} + \frac{M'}{h'}\right) \operatorname{Sec} \delta$, принятаго за постоянную величину. Но такъ какъ на самомъ дѣлѣ $\frac{M}{h}$ мало отличается отъ $\frac{M'}{h'}$, то достаточно принять постоянной $\frac{M}{h} \operatorname{Sec} \delta$. Если $\frac{M'}{h'}$ относятся къ серединѣ фермы, то, слѣдовательно $\frac{M}{h} \operatorname{Sec} \delta = \frac{M'}{h'}$, а такъ какъ:

$$\sec\delta = \sqrt{1+tg^2\delta} = \sqrt{1+\left(\frac{h-h'}{2a}\right)^2} = \frac{\sqrt{4a^2+(h-h')^2}}{2a},$$

то:

$$\frac{M\sqrt{4a^2+(h-h')}}{2ah} = \frac{M'}{h_1},$$

откуда:

$$h_1 = h - 2a\sqrt{\left(\frac{M_1 h}{M h_1}\right)^2 - 1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (161);$$

другая приближенная формула, по которой можно определять последовательно высоты фермы, если только кромѣ высоты фермы по серединѣ h_1 извѣстна еще высота фермы h въ другомъ какомъ-либо мѣстѣ. Обыкновенно же ограничиваются опредѣленіемъ высоты по формулѣ (160).

Приведемъ теперь формулы для опредѣленія напряженій въ поясахъ и въ рѣшеткѣ.

а.) <u>Пояса</u>. Такъ какъ, напряженіе пояса послѣдняя величина, то:

$$u = -0 = (p+k)\frac{l^2}{8h_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (162),$$

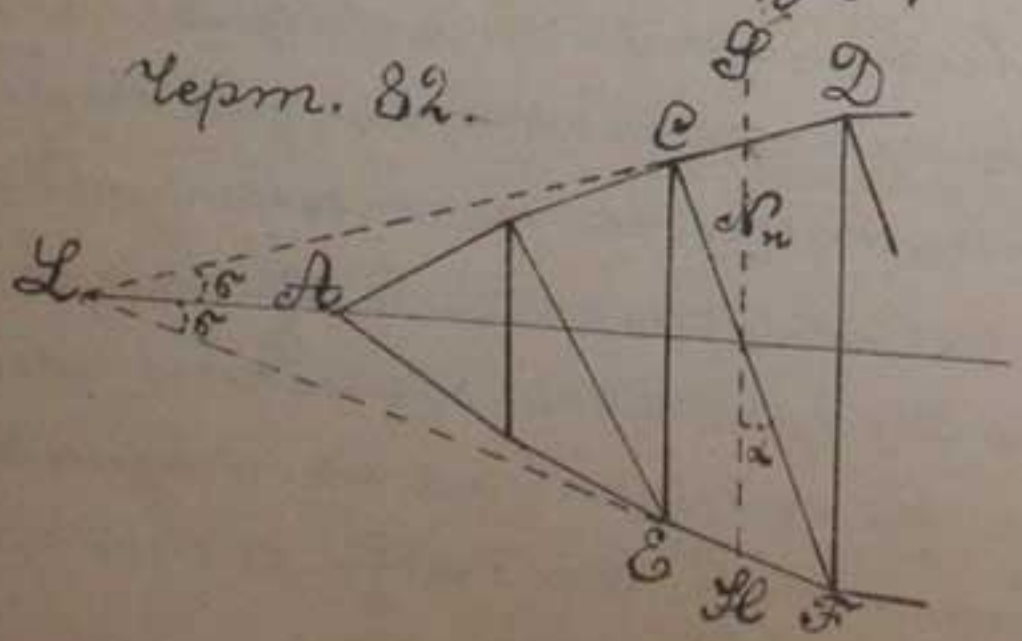
гдѣ h_1 – высота по серединѣ фермы.

б.) <u>Рѣшетка</u>. Опредѣлимъ сначала отдѣльно напряженіе раскосовъ и стоекъ отъ собственнаго вѣса фермы, а затѣмъ и отъ подвижной нагрузки.

α.) <u>Раскосы</u>. Вертикальная составляющая напряженія раскоса:

$$N_n \cos\alpha = N' - \frac{M}{h}(tg\,\delta + tg\,\sigma) \text{ [стран. 244]},$$

Черт. 82.



если α – уголъ наклоненія, составляемый раскосомъ съ вертикалью, N' – перерѣзывающее усиліе для произвольнаго сѣченія FK [черт. 82], проведеннаго

по расходу и M - моменту внешних сил относительно того же сечения, h – высота фермы в этом сечении. Или: $S_n \cos\alpha = N' - \frac{M}{h} tg\,\delta$. Въ фермѣ Паули: $tg\,\delta = \frac{d(\frac{h}{2})}{dx} = \frac{1}{2}\frac{dh}{dx}$.

Слѣдовательно:

$$S_n \cos\alpha = N' - \frac{M}{h}\cdot\frac{dh}{dx} \qquad (163).$$

На основаніи формулы (160):

$h = \frac{4h_1 x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left[1+\frac{2h_1^2}{l^2}\left(1-\frac{2x}{l}\right)\right]$. Слѣдовательно:

$$\frac{dh}{dx} = 4h_1\left(\frac{l-2x}{l^2}\right)\left[1+\frac{2h_1^2}{l^2}\left\{1-8\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right\}\right]. \quad (*)$$

Поэтому:

$$\frac{1}{h}\frac{dh}{dx} = \frac{(l-2x)\left[1+\frac{2h_1^2}{l^2}\left\{1-8\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right\}\right]}{x(l-x)\left[1+\frac{2h_1^2}{l^2}\left(1-\frac{2x}{l}\right)^2\right]} = \frac{l-2x}{x(l-x)}\left\{1-\frac{8h_1^2}{l^2}\cdot\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right\},$$

по разложеніи на самомъ дѣлѣ и ограничившись лишь двумя первыми членами.

Разсмотримъ отдѣльно вліяніе нагрузки p на погонную единицу, покрывающей весь пролетъ и нагрузки k, покрывающей только часть пролета, соотвѣтственно Max. значенія $S_n \cos\alpha$.

Для сплошной нагрузки, покрывающей весь пролетъ:

$$N' = p\frac{l}{2} - px = p\left(\frac{l}{2} - x\right),$$

$$(*)\ \frac{dh}{dx} = 4h_1\left[\frac{1}{l}-\frac{2x}{l^2}\right]\left[1+\frac{2h_1^2}{l^2}\left(1-\frac{4x}{l}+\frac{4x^2}{l^2}\right)\right]+4h_1\left(\frac{x}{l}-\frac{x^2}{l^2}\right)\left(-\frac{4}{l}+\frac{8x}{l^2}\right)\frac{2h_1^2}{l^2} =$$

$$= 4h_1\left(\frac{l-2x}{l^2}\right)\left[1+\frac{2h_1^2}{l^2}\left(1-\frac{4x}{l}+\frac{4x^2}{l^2}-\frac{4x}{l}+\frac{8x^2}{l^2}\right)\right]+4h_1\frac{2h_1^2}{l^2}\cdot x^2\left(-\frac{4}{l}+\frac{8x}{l^2}\right) =$$

$$= 4h_1\left(\frac{l-2x}{l^2}\right)\left[1+\frac{2h_1^2}{l^2}\left(1-\frac{4x}{l}+\frac{4x^2}{l^2}-\frac{4x}{l}+\frac{8x^2}{l^2}\right)\right]-\frac{4h_1(l-2x)}{l^2}\cdot\frac{2h_1^2}{l^2}\cdot\frac{4x^2}{l^2} =$$

$$= 4h_1\left(\frac{l-2x}{l^2}\right)\left[1+\frac{2h_1^2}{l^2}\left\{1-\frac{8x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right\}\right].$$

Листъ 17. VIII. Лит. Маркова, Невскій, №34.

Профессоръ

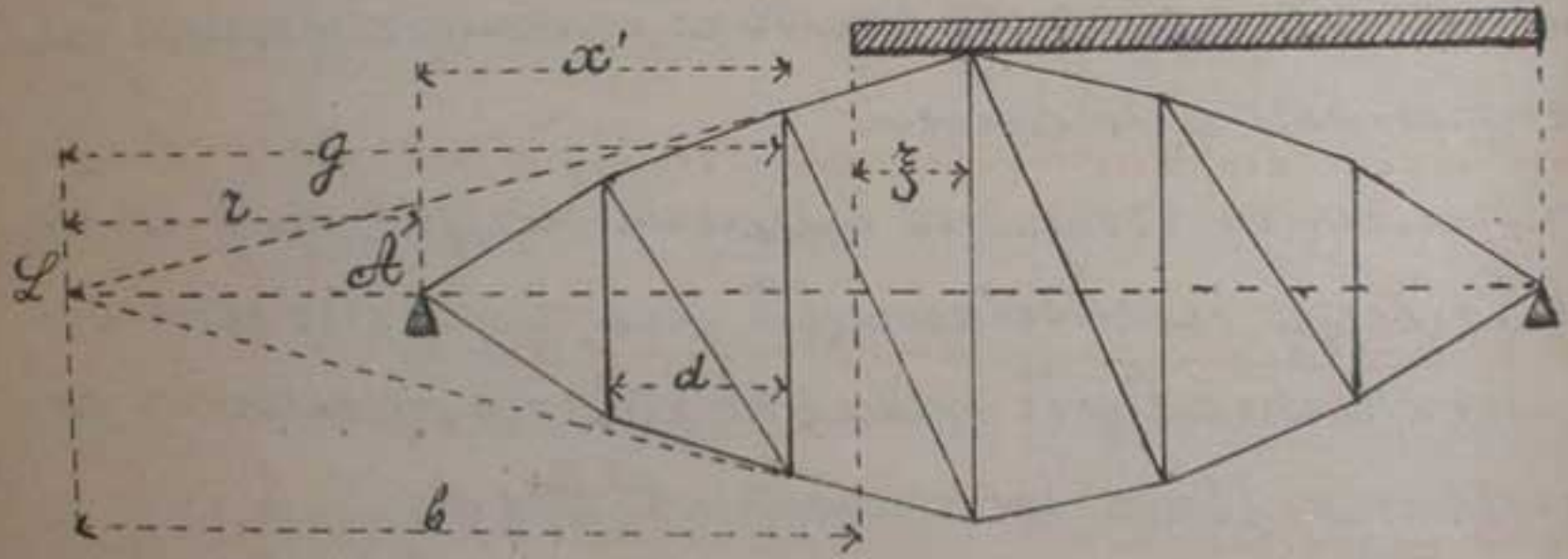
если x - разстояніе сѣченія Gh отъ лѣвой опоры.
Затѣмъ $M = \frac{px}{2}(l-x)$. Слѣдовательно, формула
(163) перепишется:

$$N_n \cos\alpha = p\left(\frac{l}{2}-x\right) - \frac{px}{2}(l-x)\frac{(l-2x)}{x(l-x)}\left\{1 - \frac{8h_1^2}{l^2}\cdot\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right\} =$$

$$= p\left(\frac{l}{2}-x\right)\frac{8h_1^2}{l^2}\,\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (164)$$

Для полученія $Max.\, N_n \cos\alpha$ отъ одной подвижной нагрузки необходимо предварительно опредѣлить, на какую величину должна быть надвинута подвижная нагрузка на данную панель. На стран. 198 и 199 была выведена для этого случая формула, причемъ найдено слѣдующее

Черт. 83.



выраженіе для: $Max\, N_n \cos\alpha = Max.N_n \sin\varphi_1 \,(\varphi = 90°-\alpha)$

$$+Max\, N_n \cos\alpha = + \frac{(l-d-x')^2 . r . g . x}{(lg-dr)2b} \quad [\text{черт. } 83].$$

Подобнымъ образомъ найдемъ, что:

$$Min.\, N_n \cos\alpha = Max(-N_n \cos\alpha) = -\frac{x'^2 (l+r)(d+g)}{lg-dr}\cdot\frac{x}{2b}\,.$$

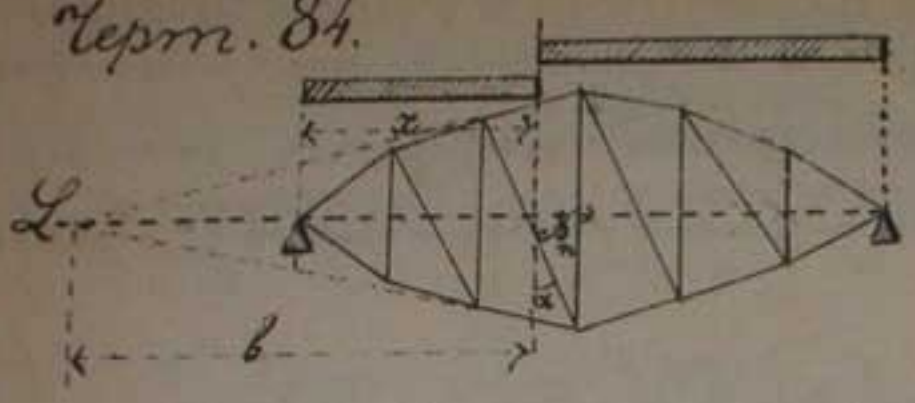
Въ обѣихъ формулахъ $b = h\frac{dx}{dh}$, такъ какъ:

$$h = b(tg\,\sigma + tg\,\sigma) = 2b\frac{1}{2}\frac{dh}{dx} = b\frac{dh}{dx}$$

Обыкновенно пользуются въ этомъ случаѣ приближенными формулами, допуская, что $Max.N_n Cos x$ соотвѣтствуетъ положенію подвижной нагрузки,

навьинутой до половины пачами. Тогда для Max $N_n \cos\alpha$ сопротивлений левой опоры:

Черт. 84.



$A = \frac{x(l-x)^2}{2l}$ [черт. 84].

Слѣдовательно, составивъ моментъ относительно точки L, получимъ:

$$Max.N_n . b\cos\alpha = A(b-x),$$
$$Max\, N_n \cos\alpha = \frac{x(l-x)^2}{2l}\left(1-\frac{x}{b}\right).$$

Подобнымъ образомъ, располагая нагрузку отъ лѣвой [ближайшей] опоры до разсматриваемаго сѣченія, проведеннаго чрезъ середину данной раскоса, найдемъ сопротивленіе опоры:

$$A = \frac{kx}{l}\left(l-\frac{x}{2}\right) = \frac{xx(2l-x)}{2l}$$

Составляя моментъ относительно точки L, получимъ:

$$Min.N_n \cos\alpha\, b = \frac{xx(2l-x)}{2l}.(b-x) - xx\left(b-\frac{x}{2}\right);$$

откуда:

$$Min\, N_n \cos\alpha = Max\left(-N_n \cos\alpha\right) = -\frac{xx^2}{2l}\left(1+\frac{l-x}{b}\right).$$

Но такъ какъ:

$$b = h\frac{dx}{dh} = \frac{x(l-x)}{l-2x\left[1-\frac{8h_1^2}{l^2}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right]} = \frac{x(l-x)}{l-2x}\left[1+\frac{8h_1^2}{l^2}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right]$$

приблизительно и какъ раньше выведемъ:

$$\frac{1}{b} = \frac{l-2x}{x(l-x)}\left\{1-\frac{8h_1^2}{l^2}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right\}.$$

Слѣдовательно:

$$Max.N_n \cos\alpha = \frac{x(l-x)^2}{2l}\left(1-\frac{x}{b}\right) = \frac{x(l-x)^2}{2l}\left[1-\frac{l-2x}{l-x}\left\{1-\frac{8h_1^2}{l^2}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right\}\right] =$$

$$= \frac{x(l-x)}{2l}\left[l-x-(l-2x)\left\{1-\frac{8h_1^2}{l}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)\right\}\right] = \frac{xx(l-x)}{2l}\left[1+\frac{8h_1^2}{l^2}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left(1-\frac{2x}{l}\right)\right] \ldots (163$$

Подобнымъ образомъ:

$$Max(-N_n \cos\alpha) = -\frac{x x(l-x)}{2l}\left[1+\frac{8h_1^2}{l^2}\frac{x}{l}\left(1-\frac{2x}{l}\right)\right]. \quad . \quad . \quad (166).$$

Слѣдовательно, отъ совокупнаго дѣйствія сплошной нагрузки, покрывающей весь пролетъ [напримѣръ, собственнаго вѣса] и подвижной нагрузки, соотвѣтствующей Maximum'у или Minimum'у значенія, получимъ:

$$Max(+N_n \cos\alpha) = \frac{1}{2}p(l-2x)\cdot\frac{8h_1^2}{l^2}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right) +$$

$$+\frac{x x(l-x)}{2l}\left[1+\frac{8h_1^2}{l^2}\left(1-\frac{x}{l}\right)\left(1-\frac{2x}{l}\right)\right]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (167),$$

$$Min.N_n \cos x = Max(-N_n \cos\alpha) = \frac{1}{2}p(l-2x)\frac{8h_1^2}{l^2}\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right) -$$

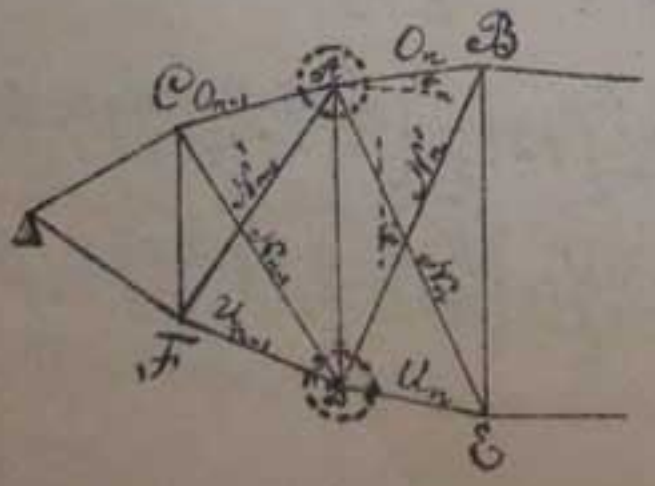
$$-\frac{x x(l-x)}{2l}\left[1+\frac{8h_1^2}{l^2}\frac{x}{l}\left(1-\frac{2x}{l}\right)\right]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (168)$$

По этимъ двумъ формуламъ и слѣдуетъ разсчитывать сѣченія того и другого направленія, вставляя вмѣсто x - величину абсциссы до половины разсматриваемой панели.

β.) <u>Стойки</u>. Напряженіе стоекъ опредѣлимъ, составивъ выраженіе равновѣсія вертикальныхъ проекцій силъ, приложенныхъ къ верхней или къ нижней узловой точкѣ данной стойки, причемъ, очевидно, въ каждомъ данномъ случаѣ слѣдуетъ разсматривать только <u>одинъ</u> изъ сходящихся въ узлѣ раскосовъ.

Такъ, напримѣръ, для опредѣленія напряженія Стойки AD составимъ выраженіе равновѣсія вертикальной проекціи напряженій AB, AE, AC, нагрузки узла A и искомаго напряженія V. Если силы, дѣйствующія внизъ, назовемъ положи-

Черт. 85.



тельными и нагрузку верхнего узла A назовемъ P_o, то:

$$P_o - V + N_n \cos\alpha + O_n \sin\sigma_n - O_{n-1} \sin\sigma_{n-1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (169)$$

[черт. 85]. Потомъ необходимо сдѣлать вторую поверку относительно раскоса AF, составивъ уравненіе:

$$P_o - V + N_{n-1} \cos\alpha + O_n \sin\sigma_n - O_{n-1} \sigma_{n-1} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (170).$$

Составивши же условіе равновѣсія напряженій частей фермы, сходящихся около нижней точки стойки, получимъ въ первомъ случаѣ:

$$P_u + V_n - N_{n-1} \cos\alpha + U_n \sin\tau_n - U_{n-1} \sin\tau_{n-1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (171),$$

во второмъ случаѣ:

$$P_u + V_n - N_n \cos\alpha + U_n \sin\tau_n - U_{n-1} \sin\tau_{n-1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (172).$$

Формулы (169) и (170) примѣняются къ фермамъ съ низомъ по-линіи, а (171) и (172) къ фермамъ съ низомъ по-ферму.

Что касается N_n, O_n и O_{n-1}, то они должны быть всѣ опредѣлены для одного и того же положенія нагрузки.

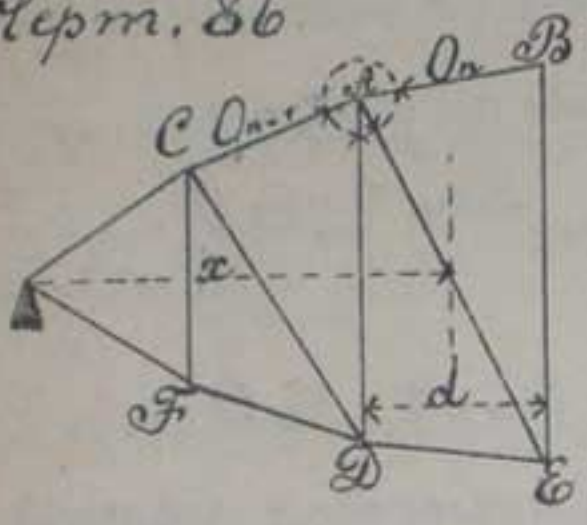
Такъ какъ напряженія стоекъ зависятъ главнымъ образомъ отъ напряженія раскоса и отъ непосредственной нагрузки на стойку, то слѣдуетъ брать положеніе нагрузки, соотвѣтствующее Maximum'у и Minimum'у напряженія раскоса. Если, напримѣръ, стойка AD находится въ первой половинѣ фермы, то, опредѣляя ея напряженія по напряженію раскоса AE, слѣдуетъ надвинуть подвижную нагрузку до половины панели AB [считая отъ правой опоры], т.е. опредѣлить напряженіе раскоса по формулѣ (167) или

(168), затѣмъ взять соотвѣтственныя значенія для O_n и O_{n-1}, т.е. напряженія, соотвѣтствующія полной нагрузкѣ фермы отъ собственнаго вѣса и частной нагрузкѣ отъ подвижнаго груза. Слѣдовательно:

$$O_n = \frac{pl^2}{8h_1} + \frac{M'}{h'} \operatorname{Sec} \sigma_n,$$

гдѣ $M' = A\left(x + \frac{d}{2}\right) - \frac{xd^2}{8}$ [составляя моментъ относительно точки E] (чертежъ 86).

Черт. 86



h' – высота предыдущей стойки BE,

A – сопротивленіе лѣвой опоры:

$$A = \frac{x(l-x)^2}{2l},$$

h_1 – высота фермы по срединѣ,

p – нагрузка на погонную единицу отъ собственнаго вѣса:

$$O_{n-1} = \frac{pl^2}{8h} + \frac{M''}{h''} \operatorname{Sec} \sigma_n;$$

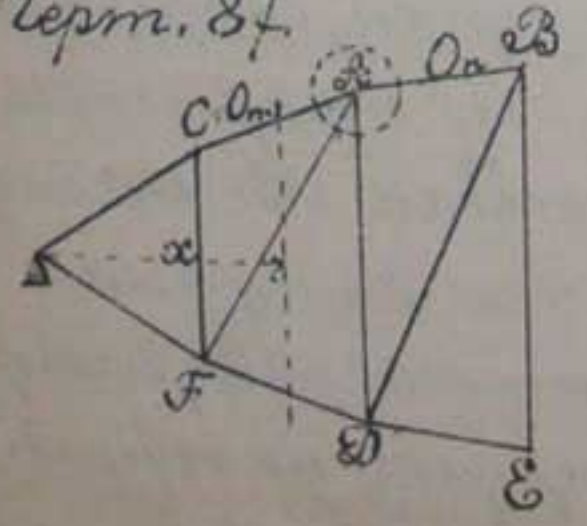
M'' – моментъ относительно точки D, причемъ

$$M'' = A\left(x - \frac{d}{2}\right) = \frac{x(l-x)^2}{2l}\left(x - \frac{d}{2}\right),$$

h'' – высота стойки AD.

Повторяя все напряженіе стойки AD по раскосу AF, получимъ [черт. 87]:

Черт. 87.



$$O_n = \frac{pl^2}{8h_1} + \frac{M'}{h'} \operatorname{Sec} \sigma_n,$$

гдѣ h' – высота стойки AD;

$$M' = A\left(x + \frac{d}{2}\right) - kx\left(\frac{x}{2} + \frac{d}{2}\right),$$

$$A = \frac{xx}{l}\left(l - \frac{x}{2}\right) = \frac{xx(2l-x)}{2l}$$

$$O_{n-1} = \frac{pl^2}{8h_1} + \frac{M''}{h''} \operatorname{Sec} \sigma_{n-1}, \text{ гдѣ}$$

M'' – моментъ относительно точки F;

h'' – высота стойки CF,

$$M'' = x\left(x - \frac{d}{2}\right) - \frac{xx^2}{2} = xx\frac{(2l-x)}{2l}\left(x - \frac{d}{2}\right) - \frac{xx^2}{2}.$$

В этомъ случаѣ P_o при ѣздѣ по низу:

$$P_o = pd = \frac{Cl}{2} \cdot d,$$

$$P_u = pd = \frac{Cl}{2} d + Fd,$$

гдѣ $p = Cl + F$ – эмпирическая формула, выражающая собою собственный вѣсъ фермы съ проѣзжей частью.

Если ферма съ ѣздою по верху, то напряженія стойки повторяются по формуламъ (171) и (172), взявъ соотвѣтственныя значенія для U_n, U_{n-1}, S_n и S_{n-1}.

Въ этомъ случаѣ:

$$P_u = \frac{Cl}{2} d;$$

$$P_o = \frac{Cl}{2} d + Fd.$$

Такъ, напримѣръ, опредѣляя напряженіе S_{n-1} раскоса AD по раскосу CD, слѣдуетъ опредѣлять напряженіе S_{n-1} по формулѣ (167), вставляя вмѣсто x – разстояніе средины раскоса CD отъ лѣвой опоры. При этомъ U_n, составляя моментъ относительно точки A, будетъ:

$$U_n = \frac{pl^2}{8h_1} + \frac{M'}{h'} \operatorname{Sec} \tau_n,$$

гдѣ h' – высота стойки AD, а M' – моментъ внѣшнихъ силъ относительно точки A, т.е.

$$M' = \frac{x(l-x)^2}{2l}\left(x + \frac{d}{2}\right) - \frac{xd^2}{8},$$

$$U_{n-1} = \frac{pl^2}{8h_1} + \frac{M''}{h''} \operatorname{Sec} \tau_{n-1},$$

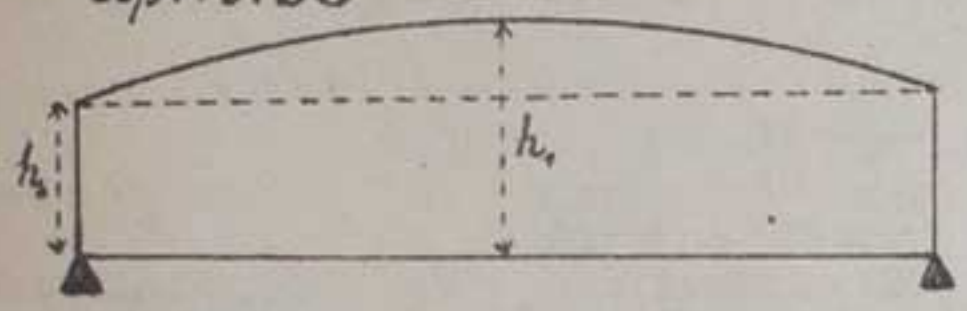
гдѣ h'' – высота стойки CF, а M'' – моментъ внѣшнихъ силъ относительно точки C, т.е.

$$M'' = \frac{x(l-x)^2}{2l}\left(x - \frac{d}{2}\right), \quad P_u = \frac{Cl}{2}d\,; \quad P_o = \frac{Cl}{2}d + Fd \text{ и т.д.}$$

Полупараболическія фермы.

Нижній поясъ горизонтальный; верхній поясъ ограниченъ параболою, или обратно, причемъ опорная стойка имѣетъ нѣкоторую величину. Выгоды этой фермы состоятъ въ томъ, что она даетъ сбереженіе матеріала хотя не въ такой степени какъ параболическая, но при этомъ дозволяетъ помѣстить горизонтальныя связи надъ стойками, находящимися вблизи опоры. Если высота фермы

Черт. 88



по серединѣ h_1, а надъ опорами - h_0 [черт. 88], то на основаніи формулы для параболической фермы:

$$h = 4h_1\frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right),$$

имѣемъ:
$$h = h_0 + 4(h_1 - h_0)\frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right),$$

или означая: $\frac{h_0}{h_1} = \varepsilon$:

$$h = h_1\left[1 + 4(1-\varepsilon)\frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right)\right] \ldots\ldots$$

Отсюда:

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{dh}{dx} = 4(1-\varepsilon)\frac{h}{l}\left(1 - \frac{2x}{l}\right).$$

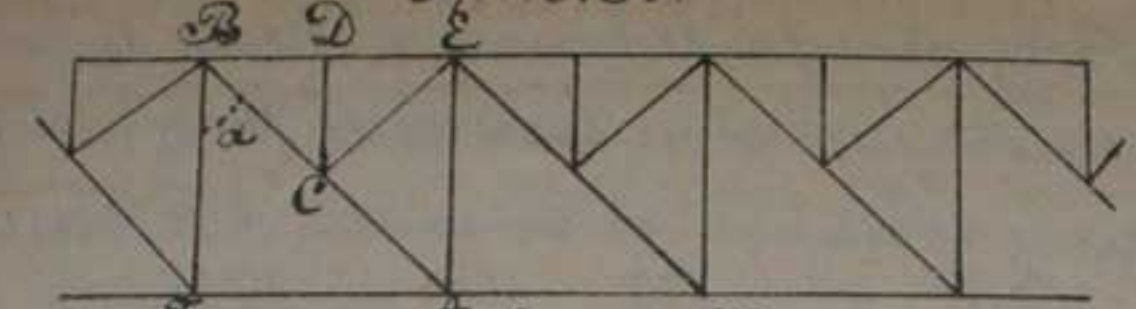
Расчетъ напряженій различныхъ частей фермы можетъ быть сдѣланъ по одному изъ изложенныхъ ранѣе способовъ.

Фермы Петіи.

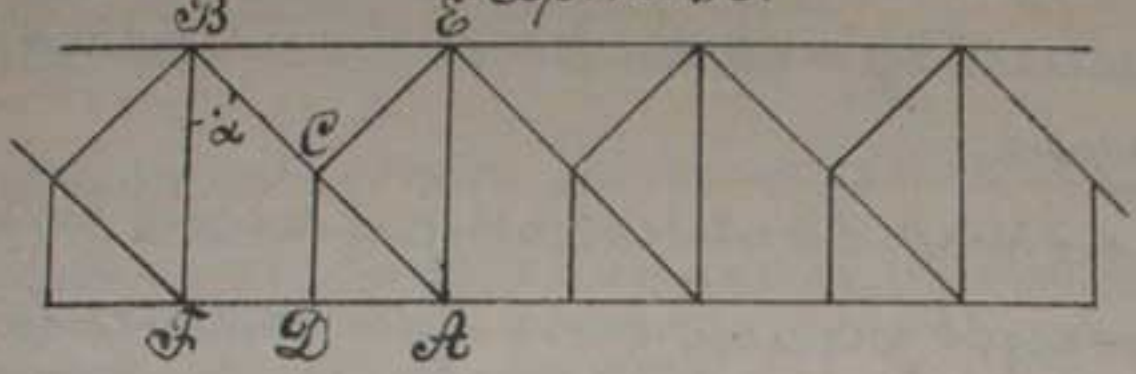
Эти фермы принадлежатъ къ группѣ раскосныхъ фермъ. Изслѣдуемъ, насколько измѣняется напряженіе составныхъ частей фермы, благодаря

присутствію вспомогательныхъ стоекъ или стя-
жекъ и раскосовъ. Чертежи (89) и (90) предъявля-

Черт. 89.



Черт. 90.



ютъ общій видъ такой фермы съ ъзды по́-верху и по́-низу. Пусть D - напряженіе вспомогательной стойки или стяжки DC; N - напряженіе вспомогательнаго раскоса CE; P - напряженіе верхней части главнаго раскоса BA, а P - напряженіе нижней части того же раскоса, т.е. части CA; V - напряженіе стойки; U и U - напряженія верхняго и нижняго пояса. Предполагаемъ равномѣрно-распредѣленную нагрузку, какъ постоянную, такъ и подвижную.

Изъ чертежа видно, что напряженіе стойки или стяжки DC составляется изъ вѣса прогонной части, приходящейся на узелъ D, сложеннаго съ вѣсомъ пояса и вѣсомъ подвижной нагрузки на длинѣ помѣщенія. Назовемъ сумму этихъ вѣсовъ чрезъ G, тогда:

при ѣздѣ по́-верху: $D = -G$; $N = +\frac{G}{2}\sec\alpha$;

" " по́-низу: $D = +G$; $N = +\frac{G}{2}\sec\alpha$.

Нагрузки остальныхъ узловъ болѣе G лишь на

величину веса рукоятки.

Раскосы. Для получения напряжения верхней части главного раскоса, т.е. BC, думаем сѣченіе по BD, BC и FA, тогда вертикальная проекція напряженія этого раскоса должна равняться перерѣзывающему усилію въ этомъ мѣстѣ, т.е.

$$P_1 \cos\alpha = N\,; \quad P_1 = N \sec\alpha\,.$$

Разсмотримъ здѣсь вліяніе постояннаго и подвижнаго груза.

Если бы не было вспомогательныхъ стоекъ, то перерѣзывающее усиліе отъ постояннаго груза было бы меньше, чѣмъ въ настоящемъ случаѣ на величину $\frac{p_1 d}{4}$, если p_1 – постоянная нагрузка на единицу длины верхняго пояса. Это ясно изъ того, что въ обоихъ случаяхъ сопротивленіе лѣвой опоры одинаково, затѣмъ въ первомъ случаѣ [сдѣлавъ сѣченіе по серединѣ BD, BC и FA для того, чтобы получить тѣ же значенія какъ и въ случаѣ сосредоточенія нагрузки въ узлахъ] послѣднее вычитаемое въ выраженіи перерѣзывающаго усилія [нагрузка узла B и F] $= p_1 d + p_2 d$, а во второмъ случаѣ нагрузка тѣхъ же узловъ $p_1 \frac{d}{2} + p_1 \frac{d}{4} + p_2 d = \frac{3 p_1 d}{4} + p_2 d$, разница $\frac{p_1 d}{4}$. Для фермы съ поздо по низу получили бы разницу напряженій въ $p_2 \frac{d}{4}$, если p_2 – нагрузка на единицу длины нижняго пояса.

Для полученія Max. напряженія раскоса отъ подвижнаго груза при отсутствіи вспомогательныхъ стоекъ подвижная нагрузка не должна выходить до ненагруженнаго узла на величину $\frac{dx}{l-d}$, если x – разстояніе узла B отъ лѣвой опоры; при этомъ

перерѣзывающее усиліе:

$$M = x\frac{(l-d-x)^2}{2(l-d)} \quad ;$$

такъ какъ:

$$M = \frac{x(l-x-\xi)^2}{2l} - \frac{x(d-\xi)^2}{2d} = \frac{x(l-x-\frac{dx}{l-d})^2}{2l} - \frac{x(d-\frac{dx}{l-d})^2}{2d} =$$

$$= \frac{x[(l-x)(l-d)-dx]^2}{2l(l-d)^2} - \frac{x[d(l-d)-dx]^2}{2d(l-d)^2} = \frac{xl^2(l-d-x)^2}{2l(l-d)^2} - \frac{xd^2(l-d-x)^2}{2d(l-d)^2} =$$

$$= \frac{x(l-d-x)^2(l-d)}{2(l-d)^2} = \frac{x(l-d-x)^2}{2(l-d)} .$$

Если существуютъ вспомогательныя стойки, то подвижная нагрузка должна перейти узелъ D не доходить узла B на величину:

$$\xi = \frac{\frac{d}{2}x}{l-\frac{d}{2}} = \frac{dx}{2l-d} .$$

При этомъ:

$$M = \frac{x(l-x-\xi)^2}{2l} - \frac{x(\frac{d}{2}-\xi)^2}{2\frac{d}{2}} = \frac{x(l-\frac{d}{2}-x)^2}{2(l-\frac{d}{2})}$$

Между обоими значеніями M получается разницею $\frac{xd^2}{4}$, причемъ второе значеніе больше перваго.

Разсмотримъ теперь напряженіе нижней части раскоса. Составивъ выраженіе условія равновѣсія горизонтальной проекціи силъ, приложенныхъ къ точкѣ C, найдемъ, что: $(P_1 - P)\sin\alpha - N\sin\alpha = 0$; откуда $P = P_1 - N$.

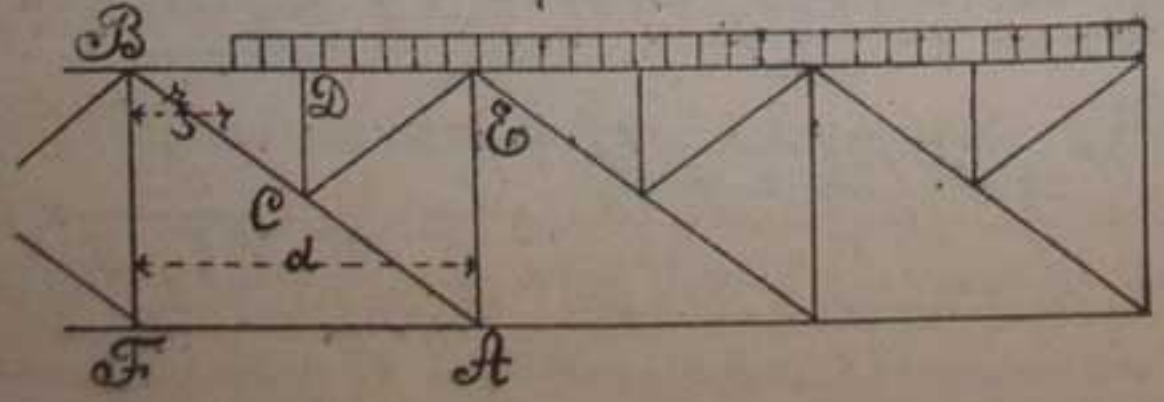
Относительно постояннаго груза:

$N = \frac{p_1 d \operatorname{Sec}\alpha}{4}$ при ѣздѣ по верху, и

$N = \frac{p_2 d \operatorname{Sec}\alpha}{4}$ при ѣздѣ по низу

Затѣмъ доказано, было, что для этой же нагрузки P_1 въ фермѣ съ вспомогательными стойками болѣе напряженія раскоса въ простой фермѣ на

Черт. 91



величину $\frac{p_1 d \operatorname{Sec}\alpha}{4}$ и $\frac{p_2 d \operatorname{Sec}\alpha}{4}$. Следовательно P, т.е. напряжение нижней части раскоса такое же, как и в простой ферме.

При подвижном грузе [Черт. 91]:

$$D = \frac{xd}{4} + \frac{x\left(\frac{d}{2}-\xi\right)\left(\frac{\xi}{2}+\frac{d}{4}\right)}{\frac{d}{2}} = \frac{xd}{4} + \frac{x\left(\frac{d}{2}-\xi\right)\left(\frac{d}{2}+\xi\right)}{2\frac{d}{2}} = \frac{xd}{4} + \frac{x\left(\frac{d}{4}-\xi^2\right)}{d} = \frac{xd}{2} - \frac{x\xi^2}{d}.$$

Следовательно:

$$N = \left[\frac{xd}{4} - \frac{x\xi^2}{2d}\right]\operatorname{Sec}\alpha.$$

Затем:

$$P_1 = \left[\frac{x(l-x-\xi)^2}{2l} - \frac{x\left(\frac{d}{2}-\xi\right)^2}{2\frac{d}{2}}\right]\operatorname{Sec}\alpha.$$

Следовательно:

$$P = \left[x\frac{(l-x-\xi)^2}{2l} - \frac{x\left(\frac{d}{2}-\xi\right)^2}{d} - \frac{xd}{4} + \frac{x\xi^2}{2d}\right]\operatorname{Sec}\alpha = \left[x\frac{(l-x-\xi)^2}{2l} - \frac{xd}{2} + x\xi - \frac{x\xi^2}{2d}\right]\operatorname{Sec}\alpha =$$

$$= \left[x\frac{(l-x-\xi)^2}{2l} - \frac{x(d-\xi)^2}{2d}\right]\operatorname{Sec}\alpha.$$

Выражение же в скобках есть не что иное как перерезывающее усилие [как выше доказано] при отсутствии вспомогательных стоек. Следовательно и при подвижной нагрузке нижняя часть раскоса также напряжена, как и раскос простой фермы.

<u>Стойки</u>. Составив выражение условия равновесия относительно точки A, для фермы с ездою по верху получим:

$$V = P\cos\alpha - p_2 a;$$

но так как p_2 и P одинаковы, имеются вспомогательные стойки или нет, то поэтому и V, т.е. напряжение стойки, одинаково в обоих случаях.

При езде по низу:

$$V = P\cos\alpha - P_1$$

если P_1 – груз, приходящийся на узел A. Но при отсутствии вспомогательных стоек P_1 увеличится

на величину S, т. е. на нагрузку, принимаемую вспомогательной стойкой или стяжкой и поэтому, слѣдовательно, въ фермахъ съ поздою по́низу напряженія стоекъ <u>больше</u> на величину S сравнительно съ напряженіями стоекъ простыхъ фермъ.

<u>Пояса</u>. Сдѣлавъ сѣченіе чрезъ точку B и ребро AF и называя моментъ относительно B чрезъ M, получимъ:

$$U = \frac{M}{h}.$$

Но такъ какъ на значеніе M не имѣютъ вліянія вспомогательныя ребра, то, слѣдовательно, напряженіе нижняго пояса тоже самое, какъ и въ простой фер. мѣ. Проводя сѣченіе чрезъ A, CE и DE и называя моментъ относительно A чрезъ M, найдемъ:

$$Oh - NhSin\alpha = M; \quad O = \frac{M}{h} + NSin\alpha = \frac{M}{h}\frac{S}{2}tg\alpha,$$

т. е. что напряженіе верхняго пояса увеличивается.

Какъ общее заключеніе можно привести слѣдующее:

1.) Если S – вѣсъ проѣзжей части, вѣсъ пояса фермы и подвижной нагрузки, принимаемые вспомогательной стойкой или стяжкой, то вѣсъ вспомогательныя стойки или стяжки сокаты или выражены усиліемъ S, а вспомогательные раскосы выражены усиліемъ $\frac{S}{2}Sec\alpha$, если α – уголъ, составленный раскосомъ съ вертикалью.

2.) Верхняя часть главныхъ раскосовъ напряжена <u>больше</u>, чѣмъ въ простой фермѣ на величину $(p_1\frac{d}{4} + k\frac{d}{4})Sec\alpha$ для фермы съ поздою по́верху и на величину $(p_2\frac{d}{4} + k\frac{d}{4})Sec\alpha$ для фермы съ поздою по́низу, если p_1 и p_2 постоянныя нагрузки на единицу длины верхняго и нижняго поясовъ; k – подвижная нагрузка; d – панель простой фермы ($\frac{xd}{4}$ – величина приближенная; въ дѣйствительности

тельности разница иная, неодинаковая для различныхъ x). Нижняя часть раскоса, какъ въ случаѣ постоянной, такъ и подвижной нагрузки, напряжена одинаково какъ въ простой фермѣ, такъ и въ фермѣ съ вспомогательными ребрами.

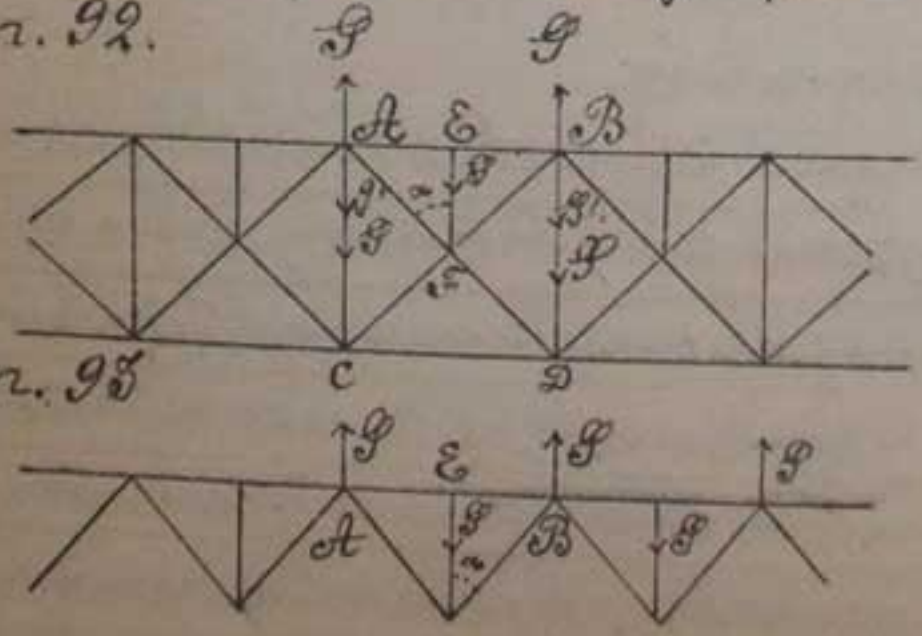
3.) Напряженія стоекъ при ѣздѣ по верху одинаковы и при ѣздѣ по низу больше на величину g сравнительно съ напряженіемъ стойки простой фермы.

4.) Панели нижняго пояса напряжены одинаково, а панели верхняго пояса напряжены больше на величину $\frac{g}{2} tg\alpha$ сравнительно съ напряженіемъ поясовъ простой фермы.

Замѣчательно, что вспомогательные стойки и раскосы оставляютъ безъ измѣненія или увеличиваютъ напряженія нѣкоторыхъ составныхъ частей простой фермы, но никогда не уменьшаютъ напряженія.

Разсмотримъ теперь сложную раскосную ферму съ вспомогательными стойками [Черт. 92]. Разбиваемъ эту ферму на двѣ отдѣльныя фермы: на обыкновенную сложную раскосную ферму и на интегральную.

Черт. 92.



Черт. 93

Пусть g представляетъ нагрузку на вспомогательныя стойки и имѣетъ прежнее значеніе. Нагрузки узловъ

главной фермы S' будутъ отличаться отъ S лишь на соотвѣтственную долю вѣса рѣшетки. Прибавляемъ къ узламъ главной фермы еще по двѣ взаимнопротивоположныя нагрузки S и S и затѣмъ полагаемъ, что груза $S + S'$ дѣйствуютъ на узлы обыкновенной сложной раскосной фермы, а усилія S, направленныя вверхъ, дѣйствуютъ на узлы A и B импренгельной фермы [черт. 93]. Это необходимо для того, чтобы въ этой послѣдней фермѣ составилось равновѣсіе между внѣшними силами (т.е. опять представляющъ собою сопротивленія опоръ).

Такимъ образомъ въ отдѣленной сложной раскосной фермѣ получаются тѣ же напряженія, какъ если бы не было вспомогательныхъ стоекъ.

Въ импренгельной фермѣ горизонтальныя части не напряжены, слѣдовательно, напряженіе пояса не измѣнится отъ присутствія вспомогательныхъ стоекъ.

Напряженіе каждой вспомогательной стойки – S; онѣ сжаты при ѣздѣ по верху и вытянуты при ѣздѣ по низу. Напряженіе раскосовъ въ импренгельной фермѣ $\frac{S}{2} \operatorname{Sec} \alpha$; они вытянуты при ѣздѣ по верху и сжаты при ѣздѣ по низу. Слѣдовательно, отъ присутствія вспомогательныхъ стоекъ при ѣздѣ по верху напряженіе вытянутыхъ главныхъ раскосовъ увеличено, а напряженіе сжатыхъ раскосовъ уменьшено на величину $\frac{S}{2} \operatorname{Sec} \alpha$. При ѣздѣ по низу нижнія части вытянутыхъ раскосовъ уменьшены, а сжатыхъ увеличены на ту же величину.

Способъ непосредственнаго разложенія.

а.) Фермы съ раскосами, допускающими вытягиваніе и сжатіе.

Предположимъ, что ферма состоитъ изъ двухъ горизонтальныхъ поясовъ и изъ одиночной системы раскосовъ, а затѣмъ перейдемъ къ раскосной фермѣ.

По этому способу слѣдуетъ опредѣлить сначала напряженія раскосовъ, а затѣмъ уже и напряженія поясовъ. Сущность способа состоитъ въ томъ, что въ каждомъ изъ узловъ предполагаютъ помѣщеннымъ погрѣшимочный грузъ, равный нагрузкѣ на панель, или иной величинѣ и для каждаго такого положенія опредѣляютъ коэффиціенты напряженія раскосовъ (*). Сложивъ всѣ эти коэффиціенты, что будетъ составлять помѣщеніе нагрузки на всѣхъ узлахъ, мы получимъ коэффиціентъ <u>напряженія раскосовъ отъ сплошнаго равномѣрнаго неподвижнаго груза</u>, сосредоточеннаго въ узловыхъ точкахъ, если нагрузка на узелъ равна нагрузкѣ на панель или коэффиціенту напряженія раскосовъ отъ нагрузки всѣхъ узловъ какимъ-либо инымъ одинаковымъ грузомъ.

Если въ ряду коэффиціентовъ напряженій, претерпѣваемыхъ какимъ-либо раскосомъ отъ на-

---

(*) Напряженіе каждаго раскоса будетъ вида $D.\frac{p}{\cos\gamma}$, гдѣ $\frac{p}{\cos\gamma}$ (p – нагрузка на панель, γ – уголъ, составленный раскосомъ съ вертикалью) – величина постоянная, коэффиціентъ D – нѣкоторая переменная величина.

следовательного положенія нагрузки на различ. ныхъ узлахъ, нѣкоторые изъ нихъ будутъ проти. воположнаго знака; то, выбравъ наибольшую сум. му однозначныхъ коэффиціентовъ, мы получимъ ко- эффиціентъ наибольшаго напряженія отъ подвижна. го груза, занимающаго не всѣ узлы, а только нѣкото- рые изъ нихъ. При этомъ также предполагается, что подвижная нагрузка, выраженная другою какою-ли- бо величиною равномѣрной нагрузки на панель, со. средоточена въ узловыхъ точкахъ. Такимъ образомъ, если неподвижная сплошная нагрузка на каждый узелъ $= p$, а подвижная $= k$ и притомъ $+\Sigma A$ и $-\Sigma B$ выражаютъ суммы положительныхъ и отрица. тельныхъ коэффиціентовъ напряженій одного ка. кого-либо раскоса, то при $+\Sigma A > -\Sigma B$ наибольшее напряженіе раскоса:

$$\text{Max. } N = p(\Sigma A - \Sigma B) + k\Sigma A;$$

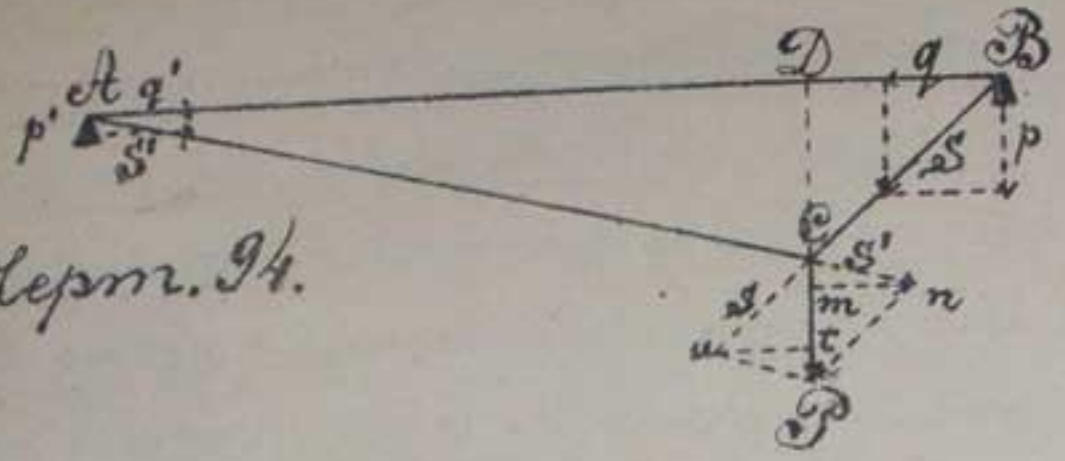
при $\Sigma + A < \Sigma - B$.

$$\text{Max. } N = p(\Sigma A - \Sigma B) - k\Sigma B.$$

Пусть въ пролетѣ длиною l нѣсколько панелей длиною d и пусть крайнія узловыя точки находят. ся на разстояніи α и β отъ соотвѣтственныхъ опоръ, причемъ $\alpha + \beta = d$.

Докажемъ предварительно, что не только въ сплош ной балкѣ, но и въ рѣшетчатой или раскосной, грузъ, помѣщенный гдѣ-нибудь на пролетѣ, пере. дается на опоры по закону рычага. Разсмотримъ простѣйшую ферму ABC [черт. 94] съ грузомъ

въ узлъ C. Разлагая грузъ P по закону параллелограмма на составляющія S и S' и перенеся эти послѣднія въ точки B и A, гдѣ ихъ снова разлагаемъ на составляющія q, p и q', p' изъ подобія треугольниковъ



Черт. 94.

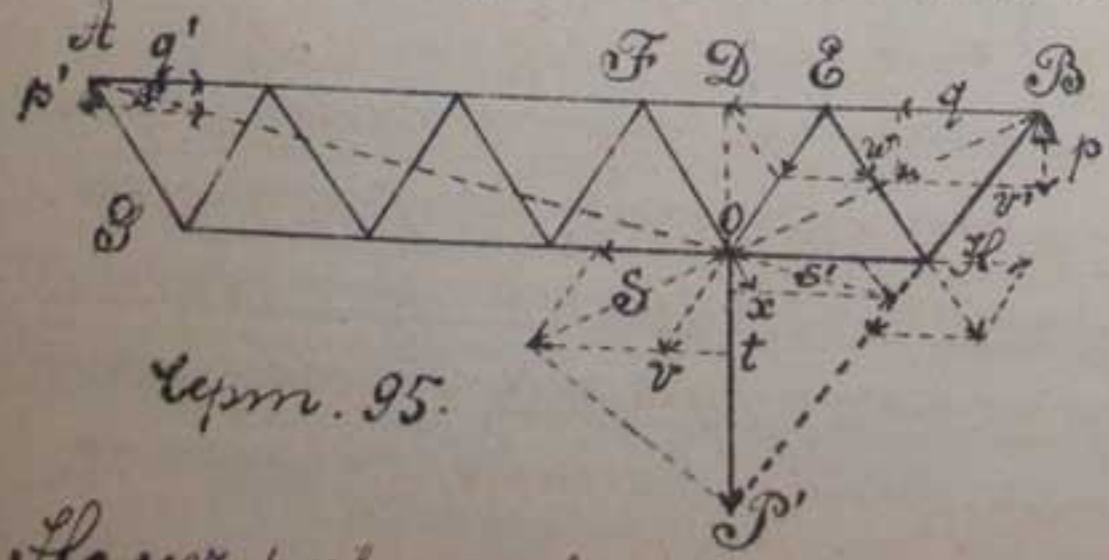
получимъ, что:

$$\frac{p}{CD} = \frac{q}{DB} \; ; \; \frac{p'}{CD} = \frac{q'}{AD} .$$

Но изъ равенства треугольниковъ Cnm и mtP слѣдуетъ, что $mt = mn$, или что $q = q'$. Слѣдовательно:

$$\frac{p}{p'} = \frac{AD}{DB} .$$

Возьмемъ далѣе, болѣе сложную ферму [черт 95] Составляющія S и S' не могутъ уже быть непосредственно переданы на опоры A и B, а онѣ необходимо разложатся по OF, OE, OG и OH. Составляющая по OE, т.е. Ov, передается въ точку E и затѣмъ чрезъ узелъ H перейдетъ въ B, причемъ изъ равенства треугольниковъ видно, что $Bv' = Ov$. А такъ какъ Ou и Ov имѣютъ одну и ту же вертикальную составляющую Ot, то слѣдовательно, и Bv и Bv' также имѣютъ общую вертикальную составляющую Bp.



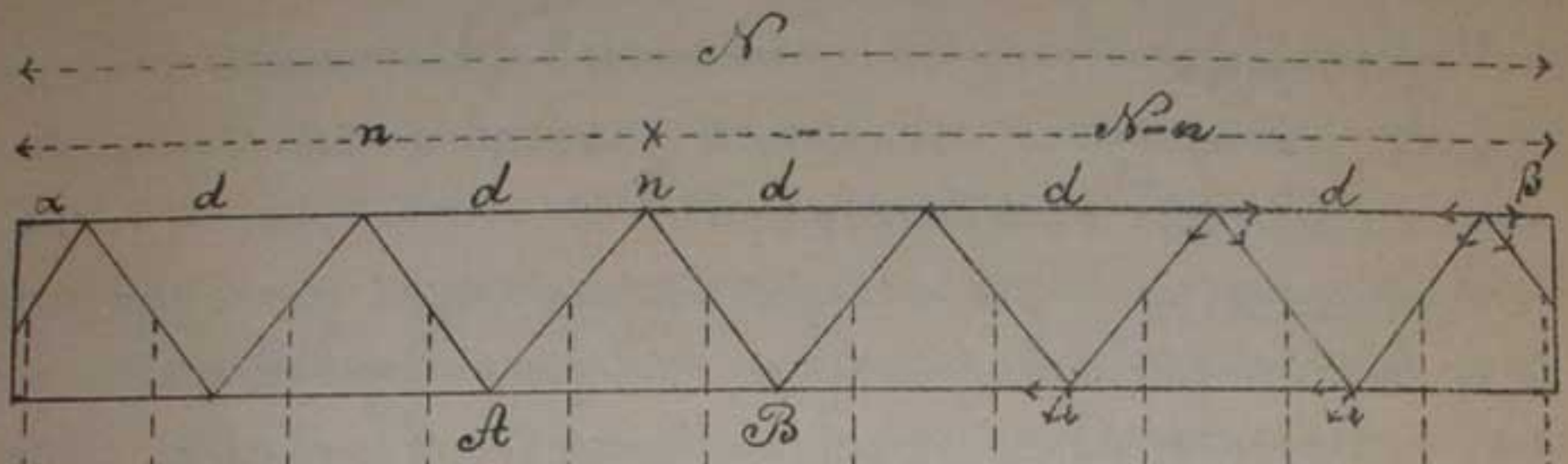
Черт. 95.

Но изъ равенства треугольниковъ Bpw и Out,

$Bp = Ot$. Подобнымъ образомъ можно доказать, что вертикальная составляющая Ox будетъ также p', а потому и въ данномъ случаѣ.

$$\frac{p}{p'} = \frac{AD}{DB}$$

Таблица α



$+\beta$	$-\beta$	$+\beta$	$-\beta$	$+\beta$	$-\beta$	$+\beta$	$-\beta$	$+\beta$	$-\beta$	$+\beta$	$+(N-\beta)$
$+(d+\beta)$	$-(d+\beta)$			$+(d+\beta)$	$-(d+\beta)$	$+(d+\beta)$	$-(d+\beta)$	$+(d+\beta)$	$+(N-d-\beta)$	$-(N-d-\beta)$	$+(N-d-\beta)$
$+(2d+\beta)$				$+(2d+\beta)$	$-(2d+\beta)$	$+(2d+\beta)$	$+(N-2d-\beta)$	$-(N-2d-\beta)$	+	−	$+(N-2d-\beta)$
				$+(N-n-d)$	$-(N-n-d)$	$+(N-n-d)$	$+(d+n)$	$-(d+n)$			
$+N-n$	$-(N-n)$			$+N-n$	$+n$	$-n$	$+n$	$-n$	+		$+n$
$+(N-n+d)$	−	$+(N-n+d)$	$+(n-d)$	$-(n-d)$	$+(n-d)$						$+(n-d)$
$+N-d-\alpha$		$+N-\alpha-d$	$+(\alpha+d)$	$-(\alpha+d)$	$+(\alpha+d)$						$+(\alpha+d)$
$+N+\alpha$	$+\alpha$	$-\alpha$	$+\alpha$	$-\alpha$	$+\alpha$						$+\alpha$

Предполагая нагрузку сосредоточенною въ первомъ узлѣ отъ правой опоры, она по закону рычага передается на обѣ опоры и, слѣдовательно, на правую опору перейдетъ часть, пропорціональная $N-\beta$, а на лѣвую опору часть, пропорціональная $-\beta$. Предполагая нагрузку помѣщенною по верху, обѣ первыя раскоса будутъ, очевидно, сжаты. Сжимающее усиліе, пропорціональное $-\beta$, переданное первому нижнему узлу

разложится тамъ по поясу и по раскосу; слѣдовательно, третій раскосъ будетъ вытянутъ усиліемъ, пропорціональнымъ $-\beta$; четвертый – сжатъ и т.д.

Коэффиціенты напряженій при положеніи нагрузки поочередно на всѣхъ узлахъ выписаны въ прилагаемой таблицѣ α.

Найдемъ теперь общее выраженіе для сжатаго и вытянутаго раскоса, взятаго изъ обѣихъ серій раскосовъ. Возьмемъ раскосы $(n\mathfrak{A})$ и $(n\mathfrak{B})$, сходящіеся въ узлѣ на разстояніи n отъ лѣвой опоры.

Сжатыя напряженія будемъ выражать знакомъ $(+)$, а вытянутыя – знакомъ $(-)$.

Очевидно, раскосъ $n\mathfrak{A}$ сжатъ грузами, занимающими всѣ узлы отъ $n^{го}$ до правой опоры включительно. Слѣдовательно:

$$+n\mathfrak{A} = \beta + (\alpha+\beta) + (2\alpha+\beta) + \ldots + (\mathcal{N}-n-\alpha) + (\mathcal{N}-n) = \left(\frac{\beta+\mathcal{N}-n}{2}\right)\left(\frac{\mathcal{N}-n-\beta}{\alpha}+1\right).$$

Изъ чертежа видно, что число членовъ строки (или, иначе, число узловыхъ точекъ) равняется цѣлому числу панелей, увеличенному единицей, что и выражается чрезъ $\frac{\mathcal{N}-n-\beta}{\alpha}+1$. Подобнымъ образомъ раскосъ $n\mathfrak{B}$ сжатъ грузами, занимающими всѣ узловыя точки отъ лѣвой опоры до $n^{го}$ узла включительно. Слѣдовательно:

$$+n\mathfrak{B} = \alpha + (\alpha+\alpha) + (\alpha+2\alpha) + \ldots + (n-\alpha) + n = \left(\frac{\alpha+n}{2}\right)\left(\frac{n-\alpha}{\alpha}+1\right).$$

Затѣмъ раскосы $n\mathfrak{A}$ вытянуты всѣми грузами, переходящими $n^{ый}$ узелъ, а $n\mathfrak{B}$ вытянутъ грузами, находящимися до $n^{го}$ узла. Слѣдовательно:

$$-n\mathfrak{A} = -\{\alpha + (\alpha+\alpha) + \ldots + (n-\alpha)\}_{1}^{\frac{n-\alpha}{\alpha}} = -\left(\frac{\alpha-n-\alpha}{2}\right)\left(\frac{n-\alpha}{\alpha}\right);$$

$$\dots\dots\dots\dots\frac{N-n-\beta}{\alpha}\dots\dots\dots\dots$$

$$-nB=-\left\{\beta+(\beta+\alpha)+\dots+(N-n-\alpha)\right\}=-\left(\frac{N-n-\alpha+\beta}{2}\right)\left(\frac{N-n-\beta}{\alpha}\right)$$

Здѣсь число членовъ строки, или число нагруженныхъ узловъ, равняется цѣлому числу панелей отъ опоры до разсматриваемаго узла.

Называя чрезъ k величину подвижной нагрузки на узелъ, наибольшія сжимающія и вытягивающія усилія отъ подвижнаго груза будутъ:

$$+nA=\frac{k}{2N\cos\gamma}(\beta+N-n)\left[\frac{N-n-\beta+\alpha}{\alpha}\right]=\frac{k}{2N\cos\gamma}\left[\beta+N-n\right]\left[\frac{N-n+\alpha}{\alpha}\right]=$$

$$=\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}\left[N^2-2Nn+n^2+\beta N-n\beta+\alpha\beta+\alpha N-\alpha n\right]=$$

$$=\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}\left[N^2-2Nn+n^2+N\alpha-n\alpha+\alpha\beta\right].$$

$$+nB=\frac{k}{2N\cos\gamma}\left[\alpha-n\right]\left[\frac{n+\beta}{\alpha}\right]=\frac{k}{2N\cos\gamma}\left[\frac{\alpha n+n^2+\alpha\beta+n\beta}{\alpha}\right]=$$

$$=\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}\left[n^2+n\alpha+\alpha\beta\right].$$

$$-nA=-\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}\left[n-\beta\right]\left[n-\alpha\right]=-\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}\left[n^2-\beta n-\alpha n+\alpha\beta\right]=$$

$$=-\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}\left[n^2-n\alpha+\alpha\beta\right].$$

$$-nB=-\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}\left[N-n-\alpha\right]\left[N-n-\beta\right]=-\left[N^2-2Nn-N\alpha+n^2+\right.$$

$$\left.+\alpha n-N\beta+\beta n+\alpha\beta\right]\times\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}=-\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}\left[N^2-2Nn+n^2-N\alpha+n\alpha+\alpha\beta\right].$$

Означивъ:
$$N^2-2Nn+N\alpha=Q,$$
$$N^2-2Nn-N\alpha=R,$$
$$n^2-n\alpha+\alpha\beta=S,$$
$$n^2+n\alpha+\alpha\beta=T,$$

получимъ:
$$(+nA)=+\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}(Q+S);$$
$$(+nB)=+\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}(T);$$
$$(-nA)=-\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}(S);$$
$$(-nB)=-\frac{k}{2N\alpha\cos\gamma}(R+T)$$

Для постоянной нагрузки - p на всѣхъ узлахъ имѣ-

емъ:

$$\Sigma \pm n\mathfrak{A} = \frac{p}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}[Q+S-S] = \frac{p}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}Q = \frac{p}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}[\mathfrak{N}^2-2\mathfrak{N}n+\mathfrak{N}d] =$$

$$= \frac{p}{2d\cos\gamma}[\mathfrak{N}-2n+d]$$

$$\Sigma \mp n\mathfrak{B} = -\frac{p}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}[R+T-T] = -\frac{p}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}R = -\frac{p}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}[\mathfrak{N}^2-2\mathfrak{N}n-\mathfrak{N}d] =$$

$$= -\frac{p}{2d\cos\gamma}[\mathfrak{N}-2n-d].$$

Отсюда легко вывести условіе, при которомъ пол. $n\mathfrak{B}$ сжаты или вытянуты при неподвижной на-
грузкѣ, расположенной на всѣхъ узлахъ:

$$\left.\begin{array}{ll} +\Sigma \pm n\mathfrak{A}, & \text{при } \mathfrak{N}+d > 2n \\ -\Sigma \pm n\mathfrak{A}, & \text{при } \mathfrak{N}+d < 2n \\ +\Sigma \mp n\mathfrak{B}, & \text{при } \mathfrak{N}-d < 2n \\ -\Sigma \mp n\mathfrak{B}, & \text{при } \mathfrak{N}-d > 2n \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (173)$$

Если допустить, что ферма сплошь нагружена по-
стоянными грузомъ - p и частью подвижнымъ - k, но
такимъ, что онъ производитъ въ данныхъ раскосѣ
наибольшее сжатіе или вытягиваніе, тогда:

$$[+n\mathfrak{A}] = +\Sigma \pm n\mathfrak{A} + n\mathfrak{A} = \frac{1}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}[pQ+\kappa(Q+S)] = \frac{1}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}[(p+\kappa)Q+\kappa S].$$

Означая $p+\kappa = q$, $k = iq$, получимъ:

$$[+n\mathfrak{A}] = \frac{q}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}[Q+iS]$$

Для того, чтобы раскосъ $n\mathfrak{A}$ былъ сжатъ отъ по-
стояннаго груза, необходимо какъ выше сказано, что-
бы $\mathfrak{N}+d > 2n$, или $n < \frac{\mathfrak{N}+d}{2}$; поэтому предъидущее
равенство имѣетъ мѣсто для всѣхъ n отъ a до $\frac{\mathfrak{N}+d}{2}$.
Подобнымъ образомъ:

$$(-n\mathfrak{A}) = -\Sigma \pm n\mathfrak{A} - n\mathfrak{A} = \frac{1}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}[pQ-\kappa S] = +\frac{1}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}[pQ+\kappa Q-$$

$$-\kappa Q-\kappa S] = +\frac{q}{2\mathfrak{N}d\cos\gamma}[Q-i(Q+S)].$$

Это равенство имѣетъ мѣсто для всѣхъ n отъ $n > \frac{N+d}{2}$ до $n = N-\beta$. Затѣмъ:

$$(+n\mathfrak{B}) = +\Sigma\mp n\mathfrak{B} + n\mathfrak{B} = -\frac{1}{2Nd\cos\gamma}\left[p\mathfrak{R} - k\mathfrak{T}\right] = -\frac{1}{2Nd\cos\gamma};$$

$$\left[p\mathfrak{R} + k\mathfrak{R} - k\mathfrak{R} - k\mathfrak{T}\right] = -\frac{q}{2Nd\cos\gamma}\left[\mathfrak{R} - i(\mathfrak{R}+\mathfrak{T})\right].$$

Это равенство, на основаніи (173) имѣетъ мѣсто при $n > \frac{N-d}{2}$ до $n = N-\beta$. Подобнымъ образомъ:

$$(-n\mathfrak{B}) = -\Sigma\mp n\mathfrak{B} - n\mathfrak{B} = -\frac{1}{2Nd\cos\gamma}\left[p\mathfrak{R} + k(\mathfrak{R}+\mathfrak{T})\right] = -\frac{q}{2Nd\cos\gamma}\left[\mathfrak{R} + i\mathfrak{T}\right],$$

что имѣетъ мѣсто при $n=\alpha$ и $n < \frac{N-d}{2}$. Такъ, напримѣръ,

$$(+n\mathfrak{B}) = -\frac{q}{2Nd\cos\gamma}\left[\mathfrak{R} - i(\mathfrak{R}+\mathfrak{T})\right]$$

будетъ величина положительная для всѣхъ n отъ $n > \frac{N-q}{2}$ до $n = N-\beta$; напримѣръ, для $n = \frac{N}{2}$:

$$\mathfrak{R} = N^2 - \frac{2N^2}{2} - Nd = -Nd;$$

$$\mathfrak{T} = n^2 + nd + \alpha\beta = \frac{N^2}{4} + \frac{N}{2}d + \alpha\beta;$$

$$i(\mathfrak{R}+\mathfrak{T}) = i\left(\frac{N^2}{4} - \frac{N}{2}d + \alpha\beta\right);$$

$$\mathfrak{R} - i(\mathfrak{R}+\mathfrak{T}) = -Nd - i\left(\frac{N^2}{4} - \frac{N}{2}d + \alpha\beta\right) = -\frac{Nd}{2} - i\frac{N^2}{4} - i\alpha\beta < 0.$$

Слѣдовательно:

$$(+n\mathfrak{B}) = -\frac{q}{2Nd\cos\gamma}\left[\mathfrak{R} - i(\mathfrak{R}+\mathfrak{T})\right] > 0.$$

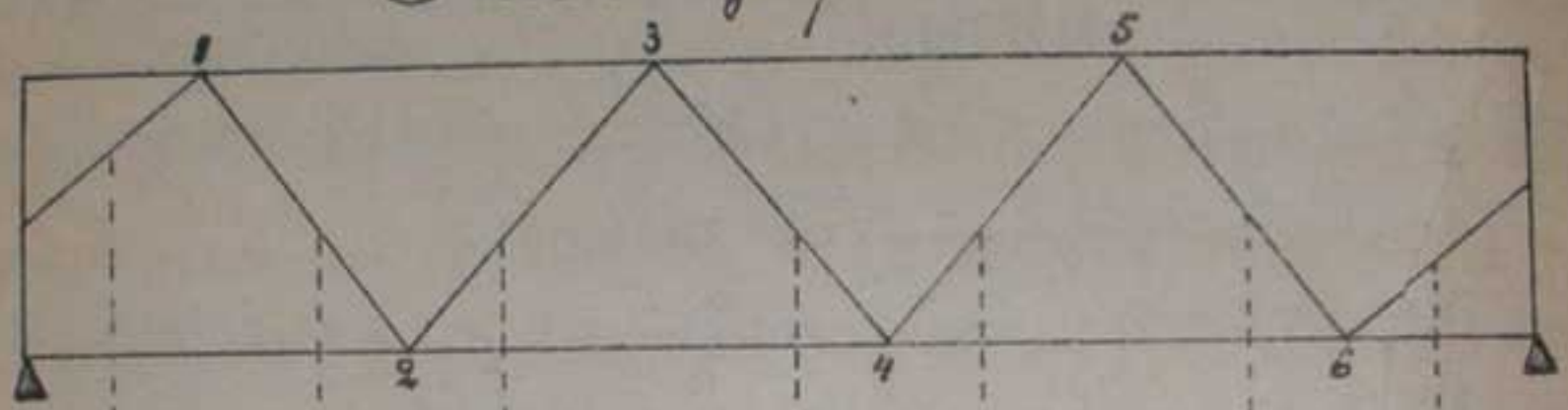
Такимъ образомъ вышеприведенныя формулы послужатъ для опредѣленія наиболѣе сжатаго и выгоднаго раскосовъ для всякаго значенія n между $n=\alpha$ и $n = N-\beta$.

Выводы остаются безъ измѣненія, сами одна изъ системъ раскосовъ вертикальная, т.е. когда имѣютъ раскосную ферму, въ этомъ случаѣ для одной изъ системъ $\gamma = 0$, $\cos\gamma = 1$.

Возьмемъ <u>численный примѣръ</u>: Пусть ферма съ вѣзомъ по низу. По верхнему и нижнему поясу сосредоточена постоянная равномѣрная нагрузка $\frac{p}{2}$

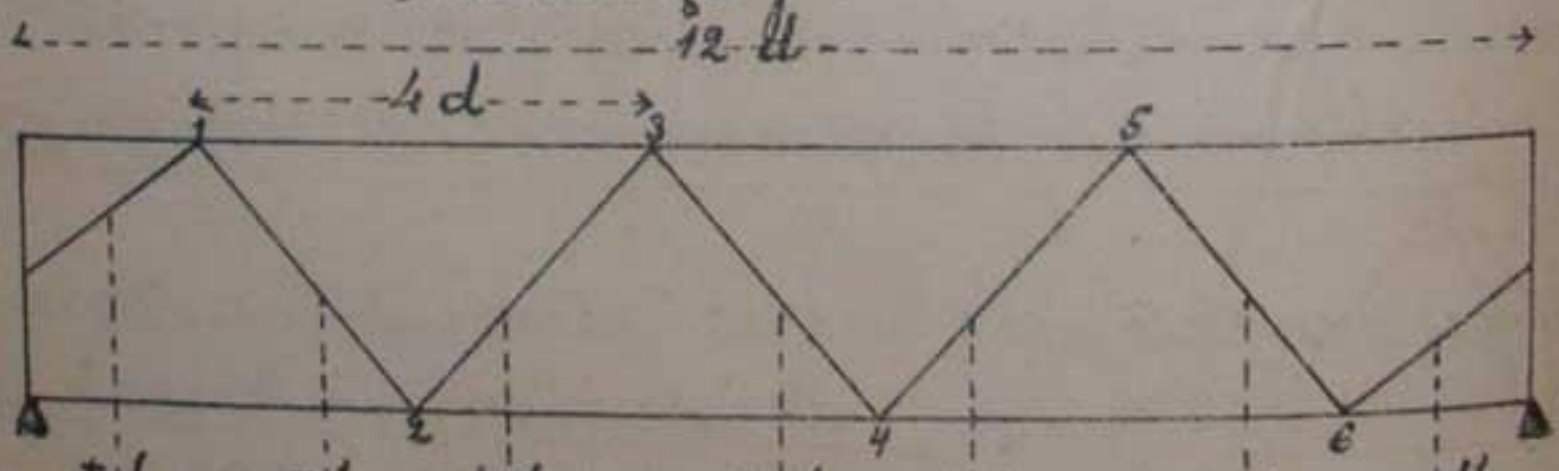
на погонную единицу; и сверхъ того по нижнему поясу постоянная нагрузка p'' и подвижная нагрузка k. Пусть $p' = 10$ пуд. на погонную единицу; $p'' = 6$ пуд; $k = 8$ п. Составляемъ двѣ таблицы коэффиціентовъ напряженія раскосовъ; одну въ предположеніи, что нагрузка сосредоточена въ узлахъ нижняго и верхняго пояса (для $\frac{p'}{2}$)[табл. В] и другую - для нагрузки, сосредоточенной только въ нижнихъ узлахъ (для p'' и k)[табл. Г]:

Таблица В.



	+1	−1	+1	−1	+1	−1	−11
	+3	−3	+3	−3	+3	+9	−9
	+5	−5	+5	−5	−7	+7	−7
	+7	−7	+7	+5	−5	+5	−5
	+9	−9	−3	+3	−3	+3	−3
	+11	+1	−1	+1	−1	+1	−1
+Σ	+36	+1	+16	+9	+4	+25	0
−Σ	0	−25	−4	−9	−16	−1	−36
±Σ	+36	−24	+12	0	−12	+24	−36

Таблица Г.



	+1	−1	+1	−1	+1	−1	−11
	+5	−5	+5	−5	−7	+7	−7
	+9	−9	−3	+3	−3	+3	−3
+Σ	+15	0	+6	+3	+1	+10	0
−Σ	0	−15	−3	−6	−10	−1	−21
±Σ	+15	−15	+3	−3	−9	+9	−21

Слѣдовательно, вертикальная составляющая напряженія раскоса (2,3):

одно значеніе:

$$(N_{2,3}) = +\frac{12}{12}\cdot\frac{p'}{2}\cdot 4d + \frac{3}{12}p''\cdot 4d + \frac{6}{12}\kappa\cdot 4d = 2p'd + p''d + 2\kappa d = +42d;$$

другое значеніе:

$$(N_{2,3}) = +\frac{12}{12}\cdot\frac{p'}{2}\cdot 4d + \frac{3}{12}p''\cdot 4d - \frac{3}{12}\kappa\cdot 4d = 2p'd + p''d - \kappa d = +18\cdot d;$$

Слѣдовательно, этотъ раскосъ <u>всегда</u> сжатъ и наибольшее сжимающее напряженіе $+42d$.

Далѣе одно значеніе раскоса $(N_{3,4})$:

$$(N_{3,4}) = -0\frac{p'}{2}4d - \frac{3}{12}p''4d - \frac{6}{12}\kappa\cdot 4d = -p''d - 2\kappa d = -6d - 16d = -22d.$$

Другое значеніе раскоса:

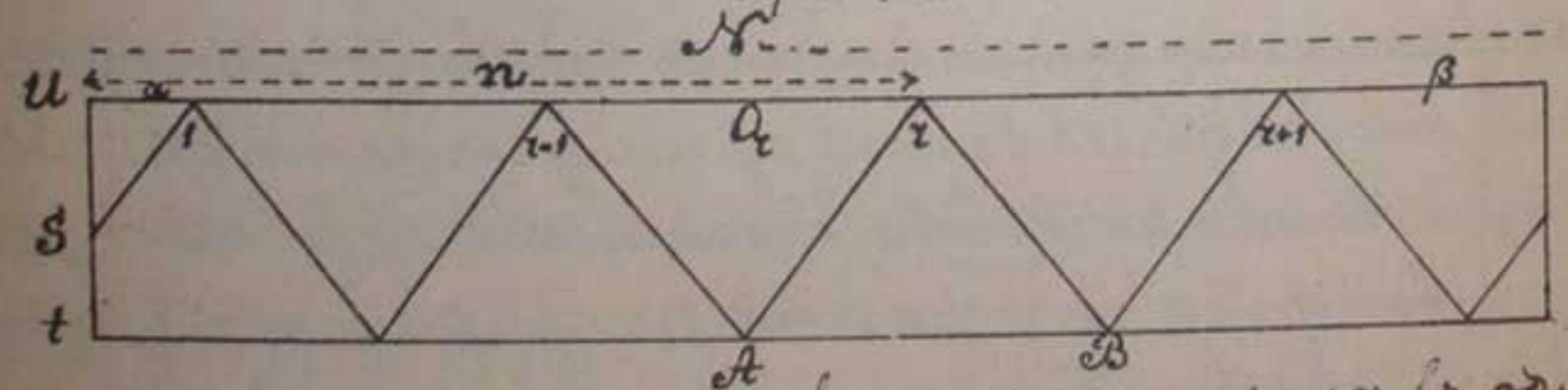
$$(N_{3,4}) = 0 - \frac{3}{12}p''4d + \frac{3}{12}\kappa\cdot 4d = -p''d + \kappa d = -6d + 8d = +2d,$$

т.е. раскосъ $(N_{3,4})$ иногда вытянутъ усиліемъ $(-22d)$, а иногда сжатъ усиліемъ $(+2d)$. Слѣдовательно, онъ принадлежитъ къ разряду <u>сжато-вытянутыхъ.</u>

<u>Напряженія поясовъ</u> опредѣляются, составивъ выраженія суммы составляющихъ (по поясу) напряженій въ узловыхъ точкахъ, предполагая, что весь пролетъ покрытъ грузомъ.

Пусть число панелей m, такъ что $N = md$. Найдемъ напряженіе верхняго пояса въ панели O_r [черт. 96],

Черт. 96

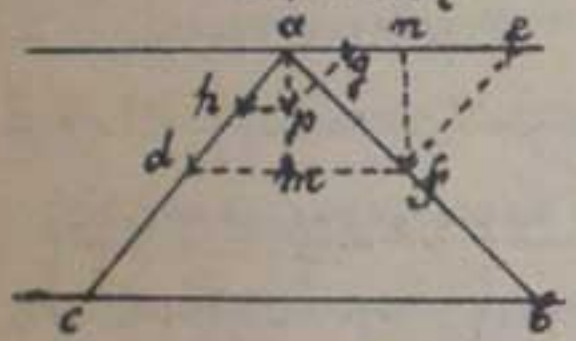


предполагая, что нагрузка сосредоточена въ однихъ верхнихъ узлахъ. Если раскосъ rA <u>сжатъ</u> то панель O_r верхняго пояса <u>сжата</u> всѣми горизонтальными силами, приложенными въ узлахъ $r-1$, $r-2$, ... 3, 2, 1 и въ

верхней точкѣ лѣвой опорной стойки. Если же раскосъ ч А выгнутъ, то панель O_z сжата горизонтальными силами, приложенными въ узлахъ ч, ч+1 и т. д. до послѣдняго узла верхняго пояса около правой опоры, а также и въ верхней точкѣ правой опорной стойки.

Чтобы получить величину этихъ горизонтальныхъ силъ, приложенныхъ въ верхнихъ узлахъ [и въ данномъ случаѣ нагруженныхъ], замѣчаемъ, что въ каждомъ такомъ узлѣ эта сила составится изъ разложенія напряженія раскоса ab по поясу [чер. 97] и по раскосу ad и затѣмъ изъ разложенія нагрузки узла p также по поясу и по раскосу ad. Слѣдовательно, эта горизонтальная сила будетъ: $ae + ag$.

Чертъ. 97



Съ другой стороны, если взять горизонтальныя проекціи напряженій раскосовъ ab и ac, т.е. горизонтальную проекцію отъ af и отъ $ad + ah$, то они будутъ: an и $dm + hp$. Но $ne = dm$, $ag = hp$, поэтому:

$$an + dm + hp = ae + ag.$$

Слѣдовательно, для полученія горизонтальной силы въ узлѣ необходимо взять сумму горизонтальныхъ проекцій обоихъ раскосовъ, сходящихся у даннаго узла.

Было выведено, что раскосъ напряженія (ч А) сжатъ, пока $ч < \frac{K+d}{2}$. Положимъ, что для данной узловой точки ч это условіе выполнено. Слѣдовательно, напряженіе O_z будетъ равно суммѣ горизонтальныхъ составляющихъ раскосовъ обоихъ напряженій, верхнія узловыя точки которыхъ заключаются меж-

ду левой опорой и узлом r <u>съ присоединеніемъ сюда горизонтальной составляющей, приложенной въ верхней точкѣ лѣвой опорной стойки.</u>

Общее выраженіе сжатаго раскоса направленія (r A):

$$r\,A = \frac{p}{2d\,\mathrm{Cos}\,\gamma}(N - 2n + d).$$

Здѣсь n слѣдуетъ измѣнять отъ α до $\alpha + (r-2)\,d$, если d - величина панели и такъ какъ послѣдній узелъ, который даетъ горизонтальныя составляющія, будетъ $r-1^{\text{го}}$, находящійся на разстояніи $\alpha + (r-2)d$ отъ лѣвой опоры. Слѣдовательно, всѣ горизонтальныя проекціи раскосовъ направленія (r A) будутъ:

$$\frac{p}{2d}\,tg\,\gamma\{(N+d)(r-1) - 2[\alpha + (\alpha+d) + (\alpha+2d) + \ldots + [\alpha + (r-2)\,d]]\} =$$

$$= \frac{p}{2d}\,tg\,\gamma\left\{d(m+1)(r-1) - 2\left[\alpha(r-1) + d(r-1)\left(\frac{r-2}{2}\right)\right]\right\} =$$

$$= \frac{p}{2d}\,tg\,\gamma(r-1)\{(m+1)\,d - 2\alpha - (r-2)\,d\} =$$

$$= \frac{p}{2d}\,tg\,\gamma(r-1)\{d(m-r+3) - 2\alpha\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (174)$$

Общее выраженіе вытянутаго раскоса направленія r B

$$-r\,B = -\frac{p}{2\,d\,\mathrm{Cos}\,\gamma}(N - 2n - d).$$

Слѣдовательно, всѣ горизонтальныя проекціи этихъ раскосовъ:

$$\frac{p}{2d}\,tg\,\gamma\left\{(N-d)(r-1) - 2\left[\alpha(r-1) + d(r-1)\left(\frac{r-2}{2}\right)\right]\right\} = \frac{p}{2d}\,tg\,\gamma(r-1)\{(m-1)d - 2\alpha - (r-2)d\} =$$

$$= \frac{p}{2d}\,tg\,\gamma(r-1)\{(m-r+1)d - 2\alpha\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (175)$$

Затѣмъ остается еще взять въ разсчетъ горизонтальную силу въ верхней точкѣ лѣвой опорной стойки. Въ нашемъ случаѣ въ эту точку не упирается ни одинъ изъ раскосовъ; послѣдній сжатый

раскосъ упирается въ опорную стойку въ точкѣ S; напряженіе этого раскоса получится изъ общаго выраженія напряженія сжатыхъ раскосовъ, вставляя вмѣсто $n-\alpha$. Слѣдовательно, напряженіе раскоса (1,5):

$$\frac{p}{2d\cos\gamma}(N-2\alpha+d).$$

Горизонтальная составляющая этого раскоса передается на верхнего и нижнюю точки опорной стойки обратно пропорціонально разстояніямъ Su и St, причемъ объ эти силы будутъ вытягивающія. Если бы обратно, послѣдній раскосъ упирающійся въ стойку, былъ вытянутый:

$$\frac{p}{2d\cos\gamma}(N-2\alpha-d),$$

то объ горизонтальныя силы, приложенныя въ крайнихъ точкахъ опорныхъ стоекъ, были бы сжимающія. Слѣдовательно, въ нашемъ случаѣ раскосъ (1,5) будетъ уменьшать напряженіе верхняго пояса. Полное значеніе горизонтальной составляющей напряженія этого раскоса:

$$\frac{p}{2d}\operatorname{tg}\gamma(N-2\alpha+d).$$

Въ точку u будетъ передано:

$$\frac{p\operatorname{tg}\gamma}{2d}(N-2\alpha+d)\frac{ts}{tu},$$

но $\frac{ts}{tu}=\frac{\frac{d}{2}-\alpha}{\frac{d}{2}}=\frac{d-2\alpha}{d}$, слѣдовательно, искомая горизонтальная сила:

$$\frac{p\operatorname{tg}\gamma}{2d}(N-2\alpha+d)\frac{(d-2\alpha)}{d}=\frac{p\operatorname{tg}\gamma}{2d}\{d(m+1)-2\alpha\}\frac{(d-2\alpha)}{d}\quad\ldots(176)$$

Такимъ образомъ общее выраженіе напряженія O_r получится, сложивъ выраженія (174) и (175) и вычтя изъ этой суммы (176). Слѣдовательно:

$$O_r=\frac{p\operatorname{tg}\gamma}{2d}(r-1)\{d(m-r+3)-2\alpha\}+\frac{p\operatorname{tg}\gamma}{2d}(r-1)\{d(m-r+1)-2\alpha\}-\frac{p\operatorname{tg}\gamma}{2d}\{d(m+1)-2\alpha\}\frac{(d-2\alpha)}{d}=$$

$$=\frac{p\operatorname{tg}\gamma}{2d}\left[(r-1)\left\{d(2m-2r+4)-4\alpha\right\}-\left\{d(m+1)-2\alpha\right\}\frac{(d-2\alpha)}{d}\right]=$$

$$=\frac{p\operatorname{tg}\gamma}{d}\left[(r-1)\left\{d(m-r+2)-2\alpha\right\}-\frac{1}{2}\left\{d(m+1)-2\alpha\right\}\frac{(d-2\alpha)}{d}\right].$$

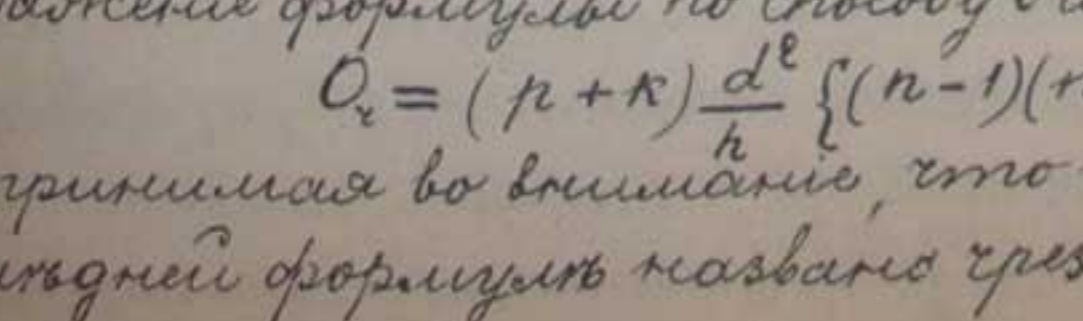
Но $\operatorname{tg}\gamma=\frac{N}{2mh}$, слѣдовательно:

$$O_r=\frac{pN}{2mhd}\left[(r-1)\left\{d(m-r+2)-2\alpha\right\}-\frac{1}{2}\left\{d(m+1)-2\alpha\right\}\frac{(d-2\alpha)}{d}\right]=$$

$$=\frac{p}{2h}\left[(r-1)\left\{d(m-r+2)-2\alpha\right\}-\frac{1}{2}\left\{d(m+1)-2\alpha\right\}\frac{(d-2\alpha)}{d}\right]\ldots(177).$$

Если ферма будетъ такого вида, что первый вытянутый раскосъ упирается въ верхнюю точку

черт. 38



[черт. 38] лѣвой опорной стойки, то напряженіе O_r получится изъ предъидущей формулы, положивъ $\alpha=0$, тогда:

$$O_r=\frac{p}{2h}\left[\left\{(r-1)d(m-r+2)\right\}-\frac{1}{2}d(m+1)\right]\ldots(178).$$

Эта формула совершенно тождественна съ формулой, выведенной по способу Риттера. Въ самомъ дѣлѣ, преобразуемъ формулу (178) въ слѣдующую:

$$O_r=\frac{pd}{4h}\left[2(r-1)(m-r+2)-(m+1)\right]=\frac{pd}{4h}\left[(r-1)(m-r+1)+(r-1)+\right.$$

$$\left.+(r-1)(m-r+2)-(m+1)\right]=\frac{pd}{4h}\left[(r-1)(m-r+1)+r-1+mr-m-r^2+r-2r-2-m-1\right]=$$

$$=\frac{pd}{4h}\left[(r-1)(m-r+1)+mr-2m-r^2+4r-4\right]=\frac{pd}{4h}\left[(r-1)(m-r+1)+(r-2)(m-r+2)\right]=$$

$$=\frac{pd}{4h}\left[(r-2)(m-r+2)+(r-1)(m-r+1)\right]\ldots(178')$$

Выраженіе формулы по способу Риттера было:

$$O_r=(p+\kappa)\frac{d^2}{h}\left\{(n-1)(m-1)-\frac{(n-2)^2}{2}\right\}.$$

Но принимая во вниманіе, что то что въ этой послѣдней формулѣ названо грузъ $(p+\kappa)d$, въ нашемъ случаѣ обозначено $\cdot-\cdot p$

—.—.— 2d.—.—.—.—.d

—.—.— $\frac{n}{2}+1$—.—.—.—.—.r, такъ какъ при выводѣ формулы Риттера узелъ, совпадающій съ опорной стойкой обозначали Оп т.д. такъ что, напримѣръ, четвертый узелъ (сформ. Риттера) соотвѣтствуетъ трехъ-му узлу ($1_r^{78'}$) и т.д. Слѣдовательно, замѣняя въ формулѣ ($1_r^{78'}$) количества p, d, r вышепоказанными, получимъ:

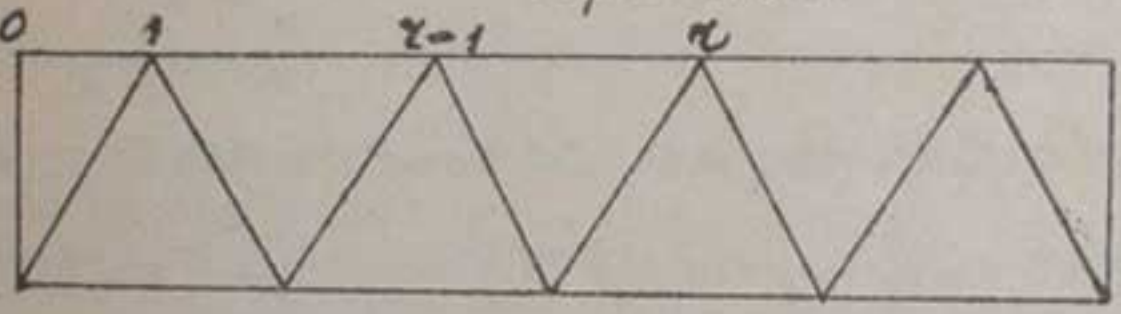
$$Q_r=\frac{(p+\kappa)d^2\cdot 4}{4h}\left[\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(m-\frac{n}{2}+1\right)+\frac{n}{2}\left(m-\frac{n}{2}\right)\right]=\frac{(p+\kappa)d^2}{4h}\left[4mn-4m-2n^2+4n-4\right]=$$

$$=\frac{(p+\kappa)d^2}{2h}\left[2mn-2m-n^2+2n-2\right]=\frac{(p+\kappa)d^2}{2h}\left[2(n-1)(m-1)-(n-2)^2\right]=$$

$$=\frac{(p+\kappa)d^2}{h}\left[(n-1)(m-1)-\frac{(n-2)^2}{2}\right].$$

Для фермы, у которой первый сжатый раскосъ

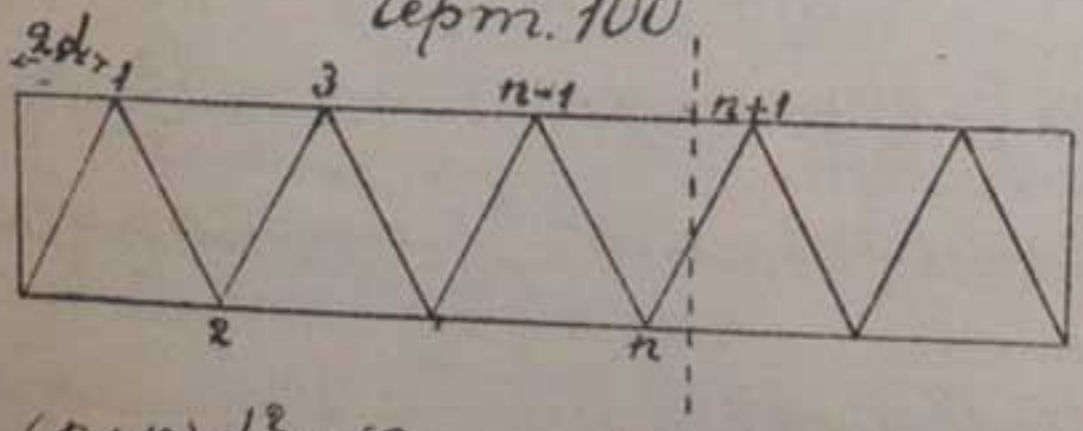
Черт. 99.



упирается въ нижнюю точку лѣвой стойки [черт 99], значеніе O_r получая изъ формулы (1_r^{77}), положивъ $\alpha=\frac{d}{2}$. Тогда:

$$O_r=\frac{h}{2h}\left[(r-1)\left\{d(m-r+2)-d\right\}\right]=\frac{pd}{2h}(r-1)\left[(m-r+2)-1\right]=\frac{pd}{2h}(r-1)\left[m-r+1\right] \quad . \quad . \quad . \quad (1_r^{79})$$

Черт. 100



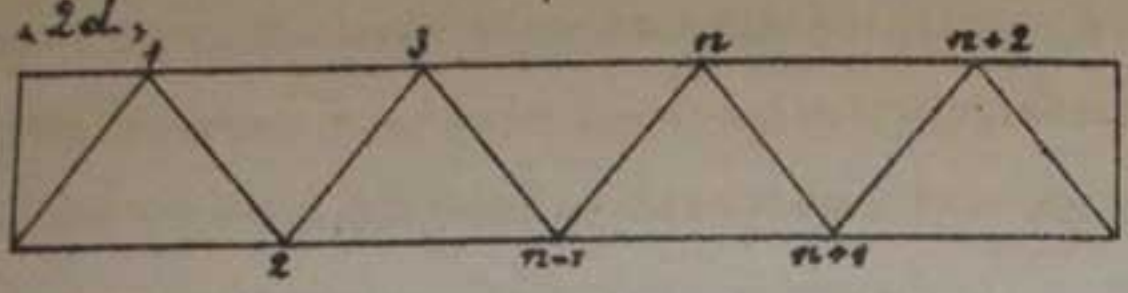
Этой формулѣ соотвѣтствуетъ по Риттеру формула ($3_4'$). Слѣдовательно:

$$O_{n+1}=\frac{(p+\kappa)d^2n(2m-n)}{2h}\ [\text{черт. 100}],$$

или, если мы назовемъ какой-нибудь узелъ верхняго пояса чрезъ n, а не n+1 [черт. 101], то:

$$O_n=\frac{(p+\kappa)d^2(n-1)(2m-n+1)}{2h}.$$

Черт. 101.



Замѣчая, что и здѣсь (p+κ) d соотвѣтствуетъ въ нашемъ случаѣ p

2d соотвѣтствуетъ въ нашемъ случаѣ d

$\frac{n+1}{2}$ " " " " r

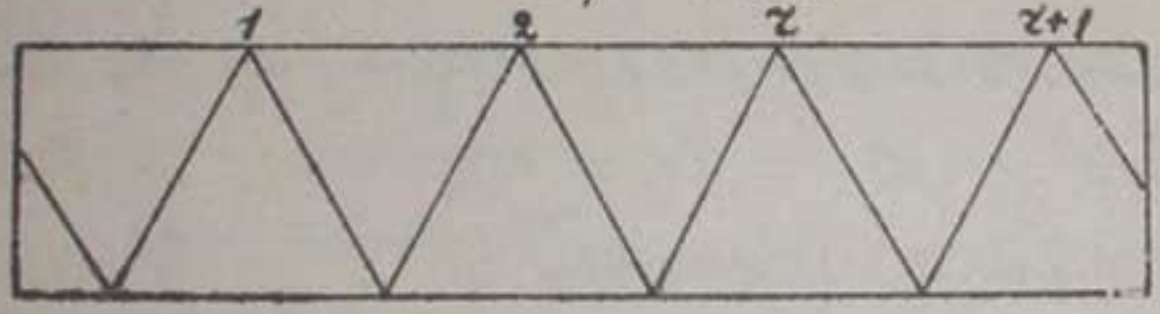
и вставляя эти значенія въ формулу (179), получимъ:

$$Q_1=\frac{(p+\kappa)d^2\cdot 4}{2h}\,\frac{(n-1)}{2}\,\frac{(2m-n+1)}{2}=\frac{(p+\kappa)d^2(n-1)(2m-n+1)}{2h}$$

Слѣдовательно, по способу непосредственнаго разложенія получаются тѣ же самыя значенія напряженія поясовъ, какъ и по способу Риттера.

Для фермы вида, показаннаго на чертежѣ 102-мъ,

Черт. 102



имѣемъ подобно предъидущему:

$$\frac{p\,tg\,\gamma}{d}\left[(r-1)\left\{d(m-r+2)-2\alpha\right\}+\frac{1}{2}\left\{d(m+1)-2\alpha\right\}\left\{\frac{\alpha-\frac{d}{2}}{\frac{d}{2}}\right\}\right]=$$

$$=\frac{p\,tg\,\gamma}{d}\left[(r-1)\left\{d(m-r+2)-2\alpha\right\}+\frac{1}{2}\left\{d(m+1)-2\alpha\right\}\frac{2\alpha-d}{d}\right]=$$

$$=\frac{p}{2h}\left[(r-1)\left\{d(m-r+2)-2\alpha\right\}+\frac{1}{2}\left\{d(m+1)-2\alpha\right\}\frac{2\alpha-d}{d}\right]\ldots(180)$$

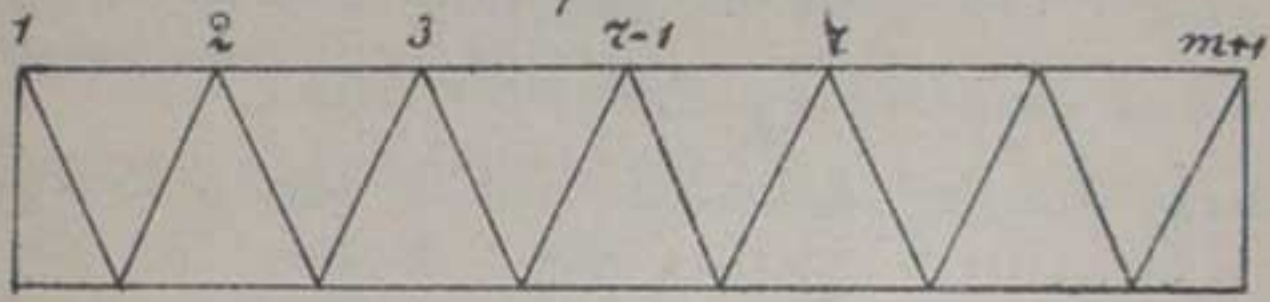
Во всѣхъ разсмотрѣнныхъ нами четырехъ случаяхъ мы предполагали, что нагрузка сосредоточена въ однихъ верхнихъ узлахъ. Случай нагрузки однихъ нижнихъ узловъ будетъ обратный разсмотрѣнному, а слѣдовательно, легко найти соотвѣтствующія выраженія напряженія поясовъ. Для случая нагрузки верхнихъ и нижнихъ узловъ нужно составить отдѣль-

ныя формулы, выводъ которыхъ понятенъ изъ предъ-
идущаго.

[Въ приложеніяхъ этихъ формулъ къ частнымъ случаямъ слѣдуетъ обратить вниманіе на поря-докъ обозначенія N узловъ; такъ мы видѣли, что они различны въ случаяхъ, соотвѣтствующихъ фор-муламъ (179) и (180)].

Напримѣръ, для полученія наибольшаго напря-женія верхняго пояса, т. е. по серединѣ фермы имѣ-

Черт. 103.



емъ для фермы показаннаго вида [черт. 103].

$$L = md; \quad Q = m/r;$$

для четнаго числа панелей:

$$r = \frac{(m+1)+1}{2} = \frac{m}{2} + 1.$$

Поэтому, на основаніи формулы (179):

$$O_{\frac{m}{2}+1} = \frac{pd}{2h}\left\{\frac{m}{2}\left(\frac{m}{2}+1\right) - \frac{1}{2}(m+1)\right\} = \frac{pd}{8h}(m^2-2) = \frac{pdm^2}{8m^2h}(m^2-2) = \frac{QL}{8h}\frac{(m^2-2)}{m^2};$$

для нижняго пояса, какъ видно изъ чертежа, слѣду-етъ еще прибавить:

$$\frac{p\,tg\,\gamma}{2} = \frac{p}{2}\,\frac{L}{2mh} = \frac{pLm}{4m^2h} = \frac{QL.2}{8hm^2}.$$

Слѣдовательно, наибольшее напряженіе нижняго пояса:

$$\frac{QL}{8h}\,\frac{m^2}{m^2} = \frac{QL}{8h}.$$

Для нечетнаго числа панелей, числомъ m, наибо-лѣе напряженная панель верхняго пояса $O_{\frac{m+1}{2}+1}$, такъ какъ, согласно обозначенію, число узловъ единицей болѣе

числа панелей. Слѣдовательно:

$$O_{\frac{m+1}{2}} = \frac{pd}{2h}\left[\frac{(m+1)}{2}\frac{(m+1)}{2} - \frac{1}{2}(m+1)\right] = \frac{pdm^2}{8h} = \frac{QL}{8h}.$$

Напряженіе нижняго пояса, очевидно, будетъ тоже самое.

При рѣшеніи частныхъ примѣровъ удобнѣе пользоваться таблицей напряженій раскосовъ и затѣмъ опредѣлять сумму горизонтальныхъ силъ, приложенныхъ ко всѣмъ узламъ, находящимся между панелью и ближайшей опорой. Такъ, напримѣръ, для полученія напряженія пояса въ панели $(4,5)$ [Таблица σ] слѣдуетъ опредѣлить горизонтальныя силы въ узлахъ: $4, 3, 2$ $1^{\text{ми}}$ и въ верхней точкѣ лѣвой опорной стойки, вслѣдствіе передачи въ эту точку части напряженій раскосовъ $(1,5)$ и $(5,1')$. Горизонтальная сила въ узлѣ $4^{\text{мъ}}$ будетъ сумма горизонтальныхъ составляющихъ раскосовъ, сходящихся въ этомъ узлѣ, т. е. раскосовъ $(A,4)$ и $(4,2')$. Слѣдовательно, искомая горизонтальная сила:

$$+p\left(\frac{8+32}{24\cos\gamma}\right)\sin\gamma = +p\left(\frac{8+32}{24}\right)\operatorname{tg}\gamma;$$

въ узлѣ $3^{\text{мъ}}$:

$$+p\left(\frac{16+40}{24}\right)\operatorname{tg}\gamma;$$

въ узлѣ $2^{\text{мъ}}$:

$$+p\left(\frac{24+48}{24}\right)\operatorname{tg}\gamma;$$

въ узлѣ $1^{\text{мъ}}$:

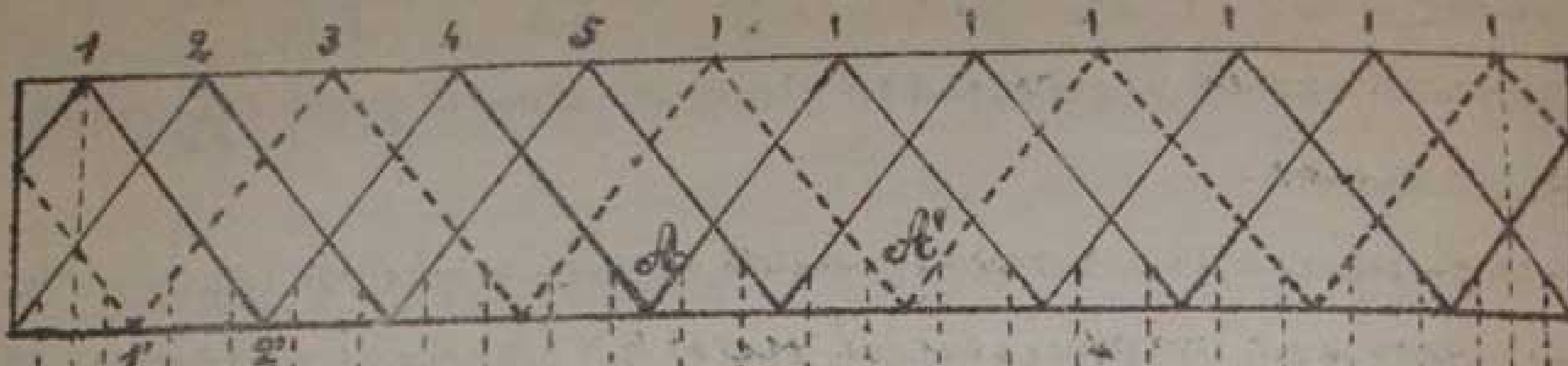
$$+p\left(\frac{32+56}{24}\right)\operatorname{tg}\gamma;$$

въ верхней точкѣ лѣвой опорной стойки отъ раско-

Литъ 19. Т III. Лит. Маркова, Невскій, №34

Профессоръ

Таблица б.



1	−1 +1 · −1 +1 · −1 +1 · −1 +1 · +23
2	+3 · −3 +3 · −3 +3 · −3 +3 · +21
3	+5 · −5 +5 · −5 +5 · −5 +5 · +19 −19
4	−7 +7 · −7 +7 · −7 +7 · +17 −17 · +17
5	+9 · −9 +9 · −9 +9 · +15 −15 · +15
6	+11 · −11 +11 · −11 +11 · +13 −13 · +13 −13
7	+13 +13 · −13 +13 · +11 −11 · +11 −11 · +11
8	+15 · −15 +15 · +9 −9 · +9 −9 · +9
9	+17 · −17 +17 · +7 −7 · +7 −7 · +7 −7
10	−19 +19 · +5 −5 · +5 −5 · +5 −5 · +5
11	+21 · +3 −3 · +3 −3 · +3 −3 · +3
12	+23 · +1 −1 · +1 −1 · +1 −1 · +1 −1
Σ+	+48 +56 0 +40 +1 +33 +3 +27 −5 +21 +8 +16 +12 +12 +15 +8 +21 +5 +27 +3 +33 +1 +40 0 +56 +48
Σ−	0 0 −40 0 −33 −1 −27 −3 −21 −5 −16 −8 −12 −12 −8 −16 −5 −21 −3 −27 −1 −33 0 −40 0
Σ±	+48 56 · +40 · +32 · +24 · +16 · +8 · +8 · +16 · +24 · +32 · +40 · 56 +48
	−40 · −32 · −24 · −16 · −8 · 0 0 · −8 · −16 · −24 · −32 · −40

са (1,5): $-\frac{2 . p\, 56}{3 \cdot 24}$ tg γ; отъ раскоса (5,1'): $+\frac{2 . p\, 40}{3 \cdot 24}$ tg γ, такъ какъ точка (5) находится на разстояніи

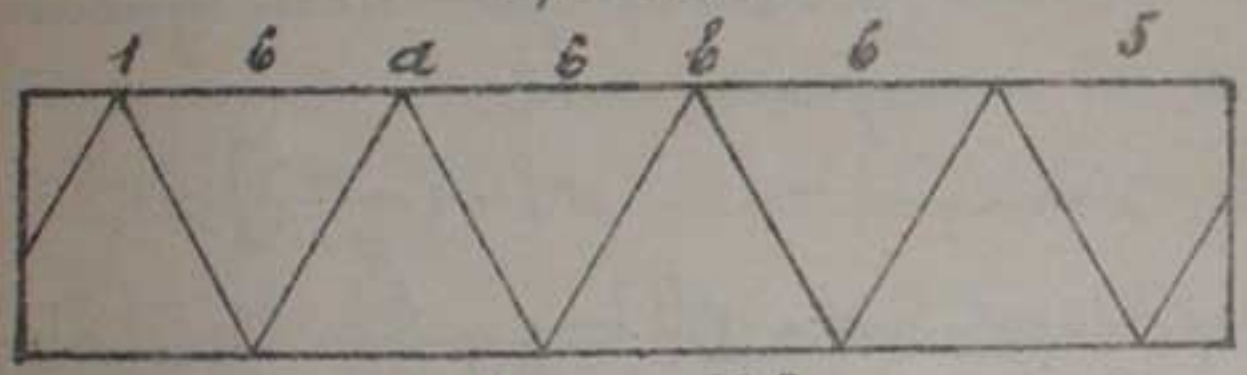
$\frac{1}{3}$ отъ верхней точки стойки. Слѣдовательно, напряженіе пояса въ панели (4,5):

$$p\left\{8+32+16+40+24+48+32+56-\frac{2\times 56}{3}+\frac{2\times 40}{3}\right\}\frac{tg\,r}{24}=$$
$$=p\frac{24533}{24}tg\,\beta=10,2222\,tg\,\beta=\frac{10,2222\,d^3}{2h}p=5,1111\frac{d}{h}p\,,\left[\text{гдѣ } d-\text{большая панель}\right].$$

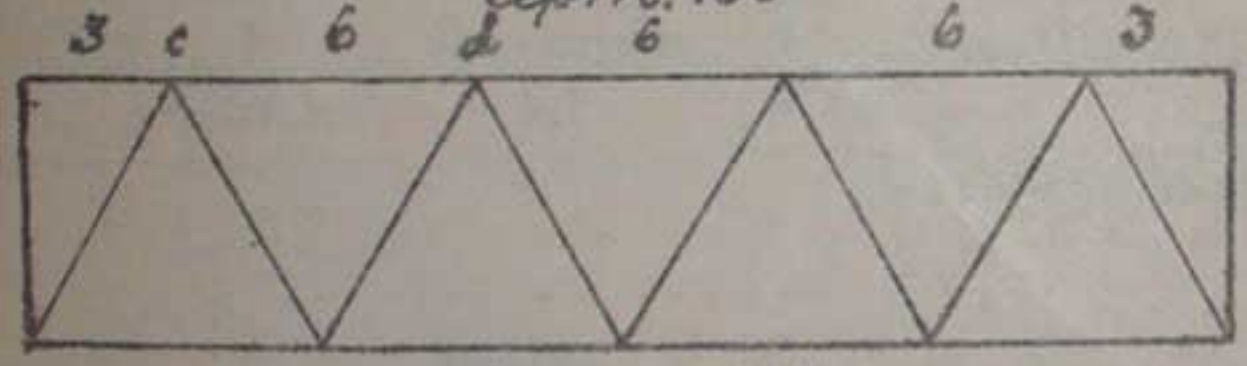
Рѣшая тотъ же примѣръ по способу Риттера, получимъ тотъ же результатъ.

Такъ, разбивая данную ферму на три простыхъ, получимъ слѣдующія три фермы:

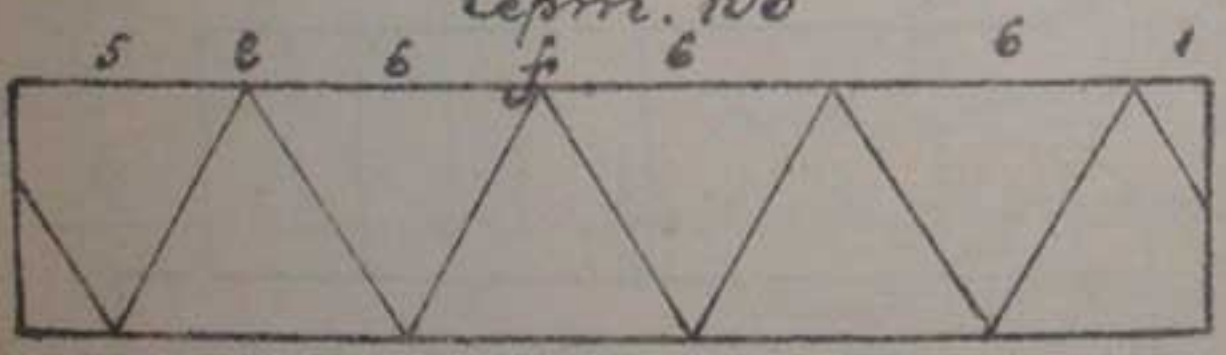
Черт. 104



Черт. 105



Черт. 106



Разсматриваемая панель (4,5) заключается въ панели (ab) I-ой фермы [черт. 104] въ панели (cd) II-ой фермы [черт. 105] и въ панели (ef) II-ой фермы [черт. 106].

Для I сопротивленіе опоры: $A=\left(\frac{5+11+17+23}{24}\right)p=\frac{7}{3}p$;

Для II сопротивленіе опоры: $A=\left(\frac{3+9+15+21}{24}\right)p=2p$;

Для III . . . : $A=\left(\frac{1+7+13+19}{24}\right)p=\frac{5}{3}p$.

Напряженіе $ab=\frac{7p}{3}\times 10d'-p(3+9)d'=\frac{11,333\ldots pd'}{h}$, гдѣ $d'=\frac{d}{6}$

Напряженіе $cd=2p\times 6d'-p\times 3d'=\frac{9p.d'}{h}$.

Напряженіе $ef=\frac{5}{3}p\times 8d'-p\times 3d'=\frac{10,333p.d'}{h}$.

Искомое напряжение $(4,5) = d'\{11,333\ldots p + 9p + 10,333\ldots p\} = \frac{30,666\ldots pd'}{h}$.

Выражая же все въ долях большой панели, т.е. заменяя d' чрезъ $\frac{d}{6}$, получимъ что:

напряжение $(4,5) = \frac{30,666\ldots pd}{6h} = 5,111\ldots\frac{pd}{h}$

Примѣчаніе способа непосредственнаго разложенія къ фермамъ системы Гау.

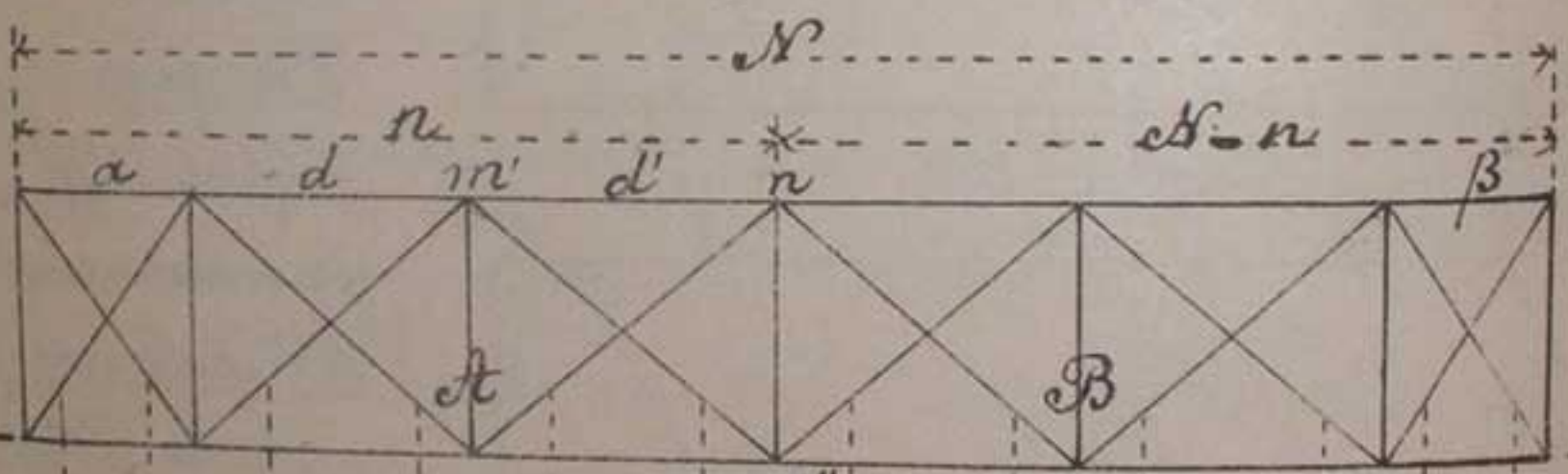
По конструкціи фермы, раскосы могутъ быть только сжатыми. Употребивъ тотъ же пріемъ, который былъ изложенъ ранѣе, составимъ приведенную ниже таблицу Е. Какъ и прежде найдемъ, что:

$$+nA = \frac{\kappa}{N\cos\gamma}\left[\beta + (d+\beta) + \ldots + (N-n)\right] =$$

$$= \frac{\kappa}{N\cos\gamma}\left[\frac{N^2 - 2Nn + Nd + n^2 - nd + \alpha\beta}{2d}\right] = \frac{\kappa}{2dN\cos\gamma}\left[-Q+S\right];$$

$$+nB = \frac{\kappa}{N\cos\gamma}\left[\alpha + (\alpha+d) + \ldots + (n-d) + n\right] = \frac{\kappa}{N\cos\gamma}\,\frac{n^2+nd+\alpha\beta}{2d} = \frac{\kappa}{2dN\cos\gamma}\left[T\right].$$

Таблица Е.



$+\beta$		$+\beta$		$+\beta$		$+\beta$		$+\beta$	0	0	$+N-\beta$
$(d+\beta)$	0	$(d+\beta)$	0	$(d+\beta)$	0	$(d+\beta)$	0	0	$N-d-\beta$	0	$N-d-\beta$
$+N-n$	0	$+N-n$	0	$+N-n$	0	0	$+n$	0	$+n$	0	$+n$
$N-n+d$	0	$N-n+d$	0	0	$n+d$	0	$n-d$	0	$n+d$	0	$n-d$
$N-d-\alpha$	0	$N-d-\alpha$	0	0	$d+\alpha$	0	$d+\alpha$	0	$d+\alpha$	0	$d+\alpha$
$N-\alpha$	0	0	α	0	α	0	α	0	α	0	α

Эти выражения и послужатъ для опредѣленія наибольшаго сжатія раскоса отъ дѣйствія одной подвижной нагрузки, которая для $+nt$ занимаетъ всѣ узлы отъ правой стороны до $n^{го}$ узла. Для полученія выраженія напряженія раскоса nt отъ дѣйствія сплошной неподвижной нагрузки, замѣчаемъ, что въ этомъ случаѣ будутъ нагружены и остальные узлы отъ лѣвой опоры до m'; но эти послѣдніе грузы производятъ наибольшее сжимающее усиліе въ раскосѣ $m'm''$ (обратномъ раскосу nt).

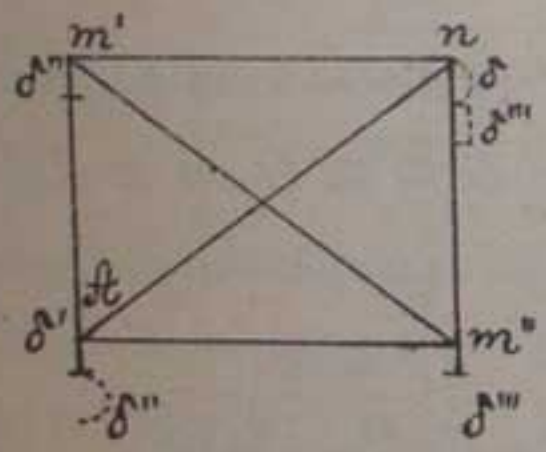
Сжимающее напряженіе $m'm''$ будетъ:

$$+m'm''=\frac{\kappa}{\mathcal{N}\cos\gamma}\left[\alpha+(d+\alpha)+\ldots\ldots+(n-d)\right]=\frac{\kappa}{\mathcal{N}\cos\gamma}\frac{(n-d+\alpha)}{2}\frac{(n-\alpha)}{d}=$$

$$=\frac{\kappa}{2d\mathcal{N}\cos\gamma}\left[n-\beta\right](n-\alpha)=\frac{\kappa}{2d\mathcal{N}\cos\gamma}\left[n^2-nd+\alpha\beta\right]=\frac{\kappa}{2d\mathcal{N}\cos\gamma}S.$$

Но если одновременно сжаты nt и $m'm''$ то, какъ изъ прилагаемаго чертежа видно [черт. 107]:

Черт. 107.



$\delta>\delta'$ и $\delta''>\delta'''$. Слѣдовательно: $\delta+\delta'''-(\delta'+\delta'')<\delta-\delta''$ на величину $\delta''-\delta'''$, т.е. что при дѣйствіи сплошной неподвижной нагрузки напряженіе прямого раскоса, соотвѣтствующее наибольшему напряженію отъ подвижной нагрузки уменьшается на величину напряженія обратнаго раскоса въ той же панели, соотвѣтствующаго также наибольшему напряженію отъ подвижной нагрузки. Слѣдовательно, напряженіе $+nt$ при сплошной нагрузкѣ: $\sum\pm nt=\frac{\kappa}{2d\mathcal{N}\cos\gamma}Q$, или, на-

зывая для отличія сплошную неподвижную нагрузку чрезъ p:

$$\Sigma \pm n\mathfrak{d} = \frac{p}{2\,\mathfrak{N}\,d\,\mathrm{Cos}\,\delta}\,Q\,.$$

Такимъ образомъ, какъ и прежде, пока $n < \frac{\mathfrak{N}+d}{2}$ наибольшее сжимающее усиліе $(n\mathfrak{d})$ при дѣйствіи неподвижной и подвижной нагрузокъ будетъ:

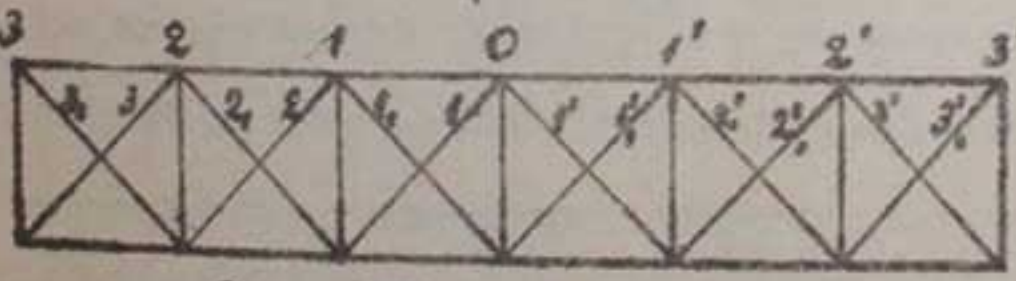
$$(+n\mathfrak{d}) = \frac{q}{2\,d\,\mathfrak{N}\,\mathrm{Cos}\,\delta}\,[Q + iS]\,.$$

Одновременно съ этимъ, при $n < \frac{\mathfrak{N}-d}{2}$, а слѣдовательно и при $n < \frac{\mathfrak{N}+d}{2}$, раскосы $n\mathfrak{B}$, при дѣйствіи неподвижной нагрузки, вытянуты, но такъ какъ въ фермахъ системы Гау раскосы не могутъ быть вытянутыми, то при $n < \frac{\mathfrak{N}+d}{2}$ для $n\mathfrak{B}$ возможно сжимающее усиліе лишь отъ дѣйствія подвижной нагрузки, причемъ:

$$(+n\mathfrak{B}) = \frac{p}{2\,d\,\mathfrak{N}\,\mathrm{Cos}\,\delta}\,T\,.$$

Применимъ эти формулы къ фермѣ съ шестью панелями (черт. 108):

Черт. 108.



Въ данномъ случаѣ $\alpha = 0, \beta = 0, \mathfrak{N} = 6d$.

Для прямого раскоса $\mathfrak{N}3$ $n = d$,

$$Q = \mathfrak{N}^2 - 2\mathfrak{N}n + \mathfrak{N}d = 36d^2 - 12d^2 + 6d^2 = 30d^2;$$

$$S = n^2 - nd + \alpha\beta = d^2 - d^2 = 0.$$

Слѣдовательно:

$$\mathfrak{N}3 = \frac{q}{2d\,\mathfrak{N}\,\mathrm{Cos}\,\delta}\,Q = \frac{q\cdot 30d^2}{2d\,6d\,\mathrm{Cos}\,\delta} = \frac{5q}{2\,\mathrm{Cos}\,\delta} = \frac{15}{6\,\mathrm{Cos}\,\delta}\,p + \frac{15\,k}{6\,\mathrm{Cos}\,\delta}\,.$$

Для прямого раскоса $\mathfrak{N}2$, $n = 2d$, $Q = 18d^2$, $S = 2d^2$.

$$\mathfrak{N}2 = \frac{1}{2d\,\mathfrak{N}\,\mathrm{Cos}\,\delta}\,(q\cdot Q + \kappa S) = \frac{1}{2d\,\mathfrak{N}\,\mathrm{Cos}\,\delta}\,[q\cdot 18d^2 + \kappa 2d^2] = \frac{3q}{6\,\mathrm{Cos}\,\delta} + \frac{1}{6}\,\frac{\kappa}{\mathrm{Cos}\,\delta} =$$

$$= \frac{9}{6}\,\frac{p}{\mathrm{Cos}\,\delta} + \frac{10}{6}\,\frac{\kappa}{\mathrm{Cos}\,\delta}\,.$$

Для прямого раскоса №1, $n=3d$, $Q=36d^2-36d^2+6d^2=6d^2$; $S=3d^2-3d^2=6d^2$.

$$N1=\frac{1}{2d6d\cos\gamma}\left[q\cdot 6d^2+\kappa 6d^2\right]=\frac{q}{2\cos\gamma}+\frac{\kappa}{2\cos\gamma}=\frac{3p}{6\cos\gamma}+\frac{6}{6}\,\frac{\kappa}{\cos\gamma}.$$

Для обратного раскоса №3,, $n=0$, следовательно: $T=0$, поэтому $N3_1=0$.

Для обратного раскоса №2,, $n=d$, следовательно: $T=d^2+d^2=2d^2$; поэтому:

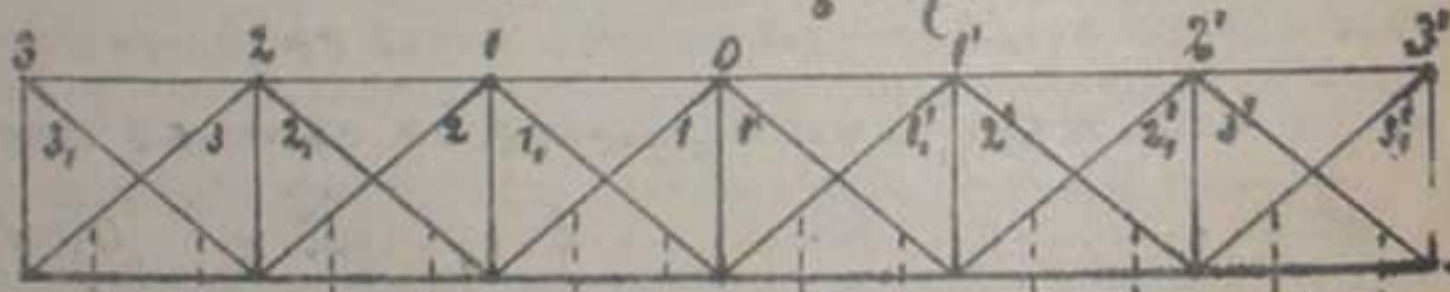
$$N2_1=\frac{\kappa}{2d6d\cos\gamma}\cdot 2d^2=\frac{\kappa}{6\cos\gamma}.$$

Для обратного раскоса №1,, $n=2d$, следовательно: $T=4d^2+2d^2=6d^2$, поэтому:

$$N1_1=\frac{\kappa}{2d6d\cos\gamma}\cdot 6d^2=\frac{3}{6}\,\frac{\kappa}{\cos\gamma}.$$

Ниже приведена таблица коэффициентов напряжений при различном положении нагрузки для этого же примера:

Таблица 7.



	+1	0	+1	0	+1	0	+1	0	+1	0	0	+5
	+2	0	+2	0	+2	0	+2	0	0	+4	0	+4
	+3	0	+3	0	+3	0	0	+3	0	+3	0	+3
	+4	0	+4	0	0	+2	0	+2	0	+2	0	+2
	+5	0	0	+1	0	+1	0	+1	0	+1	0	+1
Наибольшее напряжение прямого раскоса.	+15		+10		+6			+6		+10		+15
Наибольшее напряжение обратного раскоса.		0		+1		+3	+3		+1		0	
Напряжение прямого раскоса при подвижной неподвижной равномерно распределенной нагрузке.	+15		+9		+3			+3		+9		+15

Напряжение $N3=\frac{15p}{6\cos\gamma}+\frac{15\kappa}{6\cos\gamma}$; $N3_1=\frac{0\cdot p+0\cdot\kappa}{6\cos\gamma}$;

Напряжение $N2 = \frac{9p}{6\cos\gamma} + \frac{10k}{6\cos\gamma}$; $N2_1 = \frac{0.p + 1k}{6\cos\gamma}$;

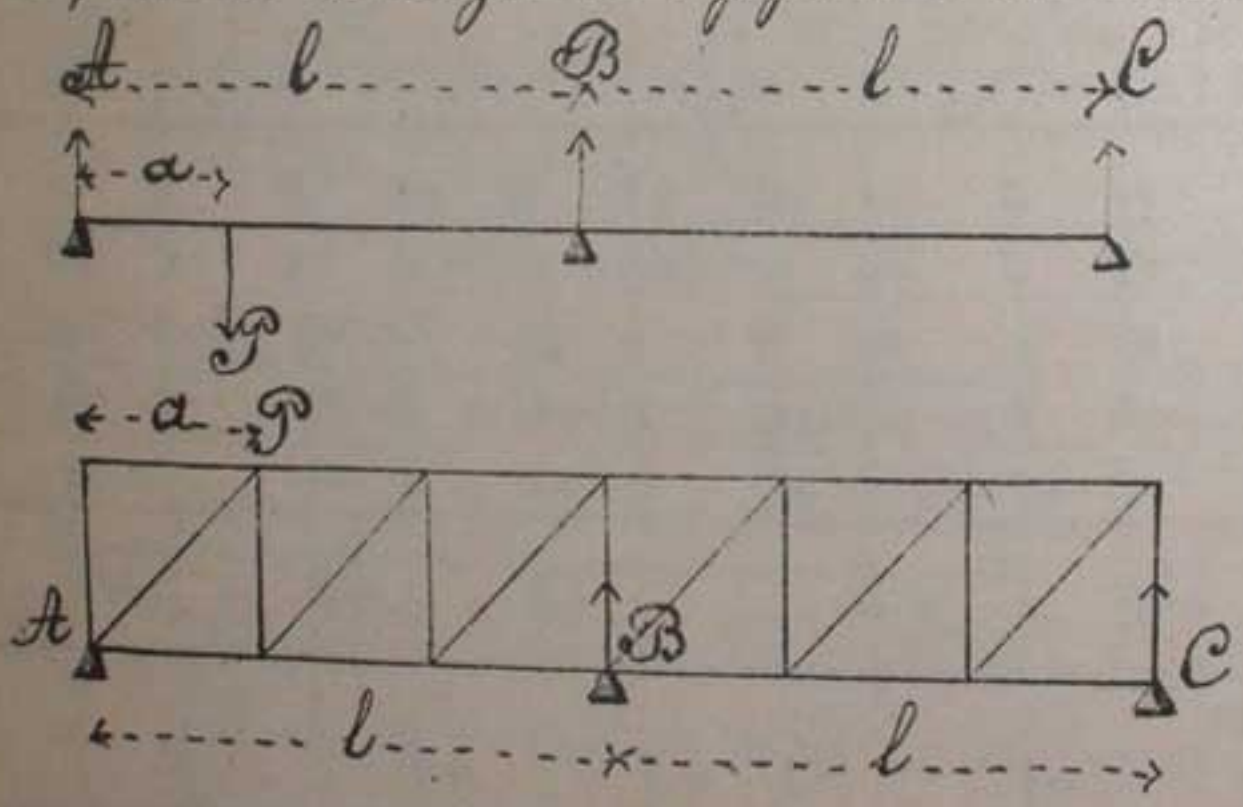
$N1 = \frac{3p}{6\cos\gamma} + \frac{3k}{6\cos\gamma}$; $N1_1 = \frac{0.p + 3k}{6\cos\gamma}$;

Для применения способа непосредственнаго разложенія къ фермамъ статически неопредѣлимымъ относительно усилій въ частяхъ фермъ, но статически опредѣлимыхъ въ отношеніи опорныхъ сопротивленій необходимо ферму разбить на нѣсколько статически опредѣлимыхъ составныхъ и поступить согласно предъидущему. Если же ферма статически неопредѣлима въ отношеніи опорныхъ сопротивленій, то необходимо для сего знать выраженія опорныхъ сопротивленій отъ сосредоточеннаго груза. Такъ, напримѣръ, въ случаѣ неразрѣзной двухпролетной балки съ равными пролетами, выраженія сопротивленія опоръ отъ сосредоточеннаго груза, какъ доказано будетъ въ своемъ мѣстѣ, слѣдующія:

$$A = P\left(1 - \frac{5}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right);$$

$$B = P\left(\frac{3}{2}\frac{a}{l} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{l^3}\right);$$

$$C = P\left(-\frac{1}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right).$$



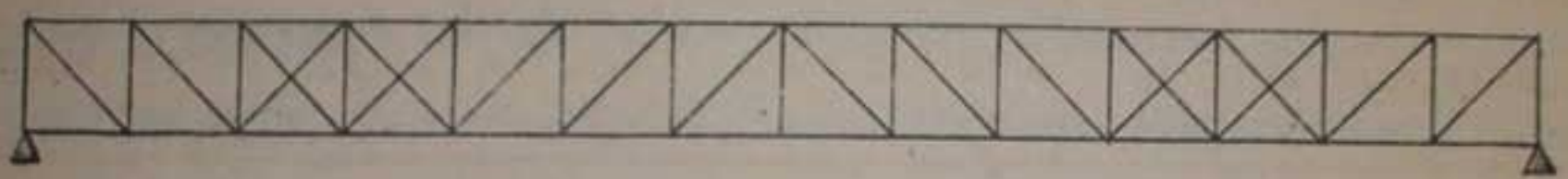
Такимъ образомъ всѣ раскосы и стойки, заключающіяся между лѣвой опорой A и точкой приложенія груза P напряжены усиліемъ, передающимся на опору A, т.е. вертикальная составляющая усилія: $A = P\left(1 - \frac{5}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right)$. Всѣ раскосы и стойки, заключающіяся между точкой приложенія груза и опорой B, напряжены долей усилія

лія, передающагося на опоры B и C, т. е. вертикальная составляющая усилій въ разсматриваемой группѣ раскосовъ и стоекъ:

$$B+C=P\left(\frac{5}{4}\frac{a}{l}-\frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right).$$

Наконецъ всѣ раскосы и стойки - между опорою B и C - имѣютъ вертикальную составляющую усилій: $C=P\left(-\frac{1}{4}\frac{a}{l}+\frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right)$ и т. д.

Если бы желали устроить раскосную ферму съ одними вытянутыми раскосами, то, предположивъ предварительно всѣ раскосы <u>одного</u> какого-либо на-



правленія, опредѣлять при этомъ предположеніи ихъ усилія. Если окажется, что нѣкоторые раскосы сжаты, то необходимо перемѣнить направленіе этихъ раскосовъ; при этомъ въ нѣкоторыхъ панеляхъ окажется необходимымъ помѣстить кресты.

Въ рѣшетчатыхъ фермахъ эти раскосы будутъ принадлежать къ группѣ - <u>сжато-вытянутыхъ</u> и, слѣдовательно, они должны быть преимущественно жесткаго сѣченія.

Способъ Журавскаго.

Изложимъ этотъ способъ въ примѣненіи къ однопролетнымъ фермамъ Гау [сложная раскосная система съ сжатыми раскосами] и затѣмъ покажемъ примѣненіе этого способа къ опредѣленію напряженія составныхъ частей другихъ фермъ.

Сложная раскосная ферма принадлежитъ собственно къ фермамъ статически-неопредѣлимымъ, но такъ какъ въ фермахъ системы Гау, благодаря особенности конструкціи, раскосы не въ состояніи принять вытягивающее напряженіе, то въ дѣйствительности всегда работаетъ одна только система раскосовъ и поэтому система Гау должна быть причислена къ статически-опредѣлимымъ.

Однопролетная ферма.

Напряженія различныхъ частей фермы опредѣляются по этому способу послѣ того, какъ будетъ найдена начальная точка передачи силъ или точка раздѣла грузовъ въ пролетѣ, т.е. сѣченіе пояса, обладающее тѣмъ особенностью, что грузы, расположенные по обѣ стороны его, передаются лишь на соотвѣтственныя опоры.

Благодаря особенности устройства фермъ системы Гау, нагрузки, помѣщенныя надъ узловыми точками, будутъ раскладываться по подкосу и по поясу, такъ что вдоль верхняго и нижняго поясовъ получится рядъ внѣшнихъ силъ, приложенныхъ къ различнымъ узловымъ точкамъ и дѣйствующихъ вдоль поясовъ.

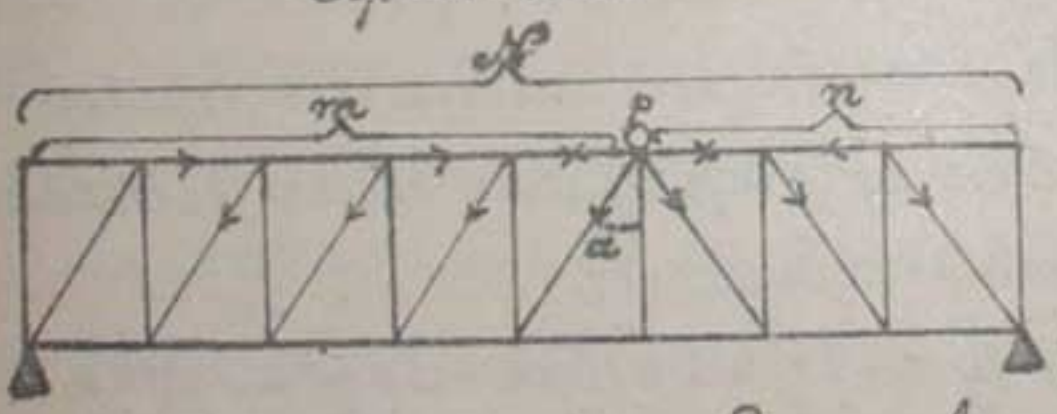
Въ фермѣ, свободно лежащей на опорахъ, внѣшнія вертикальныя силы могутъ производить только прогибъ фермы, не сообщая ей поступательнаго движенія въ сторону, а потому проявившіяся отъ присутствія подкосовъ и болтовъ горизонтальныя внѣшнія силы въ узлахъ фермы должны быть таковы, чтобы отъ дѣйствія ихъ ферма не могла перемѣщаться. Для этого необходимо только, чтобы алгебраическая сумма ихъ была равна нулю. Отсюда

между прочимъ и изъ условія $\Sigma X = 0$. Ясно также, что части нагрузки, находящейся въ точкѣ раздѣла грузовъ и передаваемыя лѣвой и правой опорѣ должны быть каждая или менѣе полной нагрузки, или одна изъ нихъ можетъ быть нулемъ, причемъ другая часть будетъ уже равна полной нагрузкѣ. Эти свойства и послужатъ для опредѣленія положенія точки раздѣла грузовъ.

Докажемъ сначала, что <u>въ раскосной фермѣ законъ передачи давленія на опоры тотъ же, что и въ сплошной балкѣ.</u>

Пусть ферма имѣетъ K панелей (черт. 109). Въ узловой точкѣ на разстояніи n панелей отъ лѣвой опоры имѣется грузъ p. Пусть y и y' – части груза p, передающіяся на лѣвую и правую опору, такъ что $y+y'=p$. Горизонтальныя составляющія въ одной сторонѣ: $my\operatorname{tg}\alpha$, а съ другой $ny'\operatorname{tg}\alpha$. Слѣдовательно: $my\operatorname{tg}\alpha = ny'\operatorname{tg}\alpha$; присоединивъ сюда $y+y'=p$, получимъ:

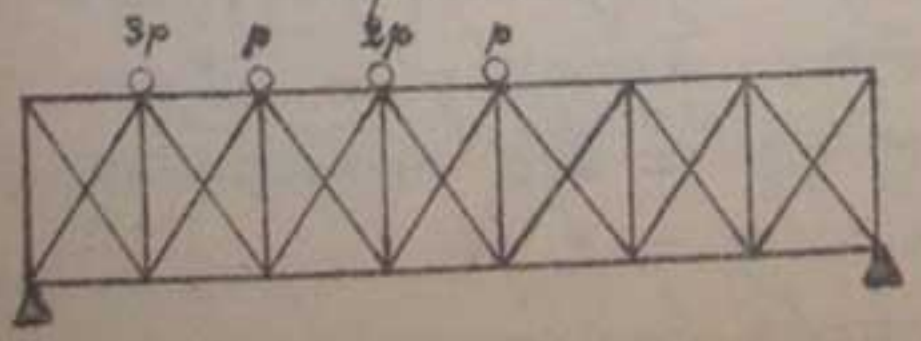
Черт. 109.



$$y' = \frac{m.p}{m+n}, \quad y = \frac{n.p}{m+n}.$$

Перейдемъ теперь <u>къ отысканію точки раздѣла грузовъ.</u> Способъ состоитъ въ томъ, что предполагаютъ начало передачи усилія въ какой-либо узелъ. Означимъ чрезъ p нагрузку этого узла,

Черт. 110.



и чрезъ y и y' - части ея, передающіяся на опоры, составляемъ выраженія:

$$\Sigma(y+\beta p)\,tg\,\alpha \quad \text{и} \quad \Sigma(y'+\gamma p)\,tg\,\alpha.$$

Рѣшивъ уравненія:

$$\Sigma(y+\beta p)\,tg\,\alpha = \Sigma(y'+\gamma p)\,tg\,\alpha,$$
$$y+y' = p,$$

находятъ y и y'. Если оба значенія y и y' получатся положительными, или одно-положительнымъ, а другое - нулемъ, то, слѣдовательно, сдѣланное предположеніе относительно начала передачи силы справедливо. Если же одно изъ y будетъ $> p$, что невозможно, то это будетъ признакомъ, что сдѣланное предположеніе невѣрно и нужно будетъ предположить начало передачи въ другомъ узлѣ.

Предположивъ и въ прилагаемомъ примѣрѣ (черт. 110), что начало передачи силъ находится во второмъ узлѣ найдемъ:

$$y\,tg\alpha+(y+3p)\,tg\alpha = y'\,tg\alpha+(y'+2p)\,tg\alpha+3(y'+3p)\,tg\,\alpha;$$
$$2y+3p = 5y'+11p;\quad 2y-5y' = 8p.$$

Присоединивъ сюда $y+y'=p$, получимъ:

$$y' = -\frac{6}{7}p;\quad y = \frac{13}{7}p.$$

что невозможно.

Предположивъ начало передачи силъ въ третьемъ узлѣ, найдемъ:

$$y\,tg\alpha+(y+p)\,tg\alpha+(y+4p)\,tg\alpha = y'\,tg\alpha+3(y'+p)\,tg\,\alpha;$$
$$3y+5p = 4y'+3p;\quad 3y-4y' = -2p.$$

Присоединивъ сюда $y+y'=2p$, найдемъ:

$$y' = \frac{8}{7}p,\quad y = \frac{6}{7}p,$$

что возможно, такъ какъ каждая изъ нихъ менѣе

полной нагрузки 2p.

Точку раздѣла грузовъ можно найти еще другимъ путемъ, не прибѣгая къ способу отысканія опущую. Въ самомъ дѣлѣ, составивъ общее выраженіе сопротивленія одной изъ опоръ, напримѣръ лѣвой, легко видѣть, въ какомъ именно узлѣ мѣняетъ знакъ перерѣзывающее усиліе.

Такъ напримѣръ, для предыдущаго примѣра:

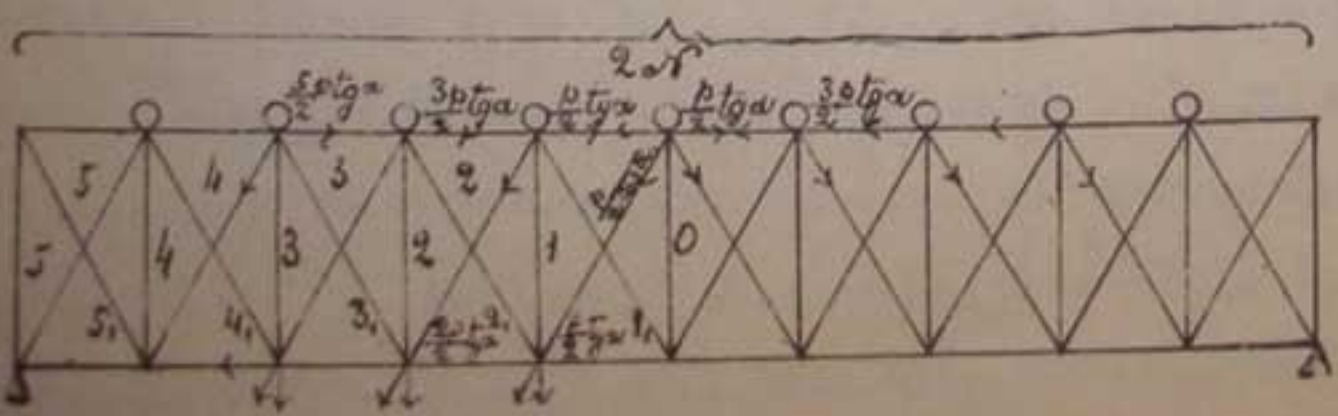
$$A = \frac{p.3d + 2p.4d + p.5d + 3p.6d}{7d} = 4\frac{6}{7}p$$

Перерѣзывающее усиліе во второмъ узлѣ или непосредственно предъ третьимъ узломъ: $\frac{6}{7}p$, а въ третьемъ, т. е. непосредственно за узломъ $-1\frac{1}{7}p$. Слѣдовательно, точка раздѣла грузовъ въ третьемъ узлѣ, причемъ на лѣвую опору передается $\frac{6}{7}p$, а на правую $\frac{8}{7}p$.

Какъ слѣдствіе отсюда, если всѣ узлы нагружены равной нагрузкой, то при четномъ числѣ панелей начало передачи силъ въ среднемъ узлѣ, причемъ грузъ этого узла передается поровну на обѣ опоры. Если же число панелей нечетное, то получаются два начала передачи силъ въ двухъ среднихъ узлахъ, причемъ каждый узелъ передастъ свой полный грузъ сообѣственной опорѣ.

Четное число панелей сложная равномѣрно распредѣленная нагрузка, расположенная поверху [Черт. 111]. Пусть число панелей $2n$ и одиночное пересѣченіе раскосовъ.

Черт. 111.

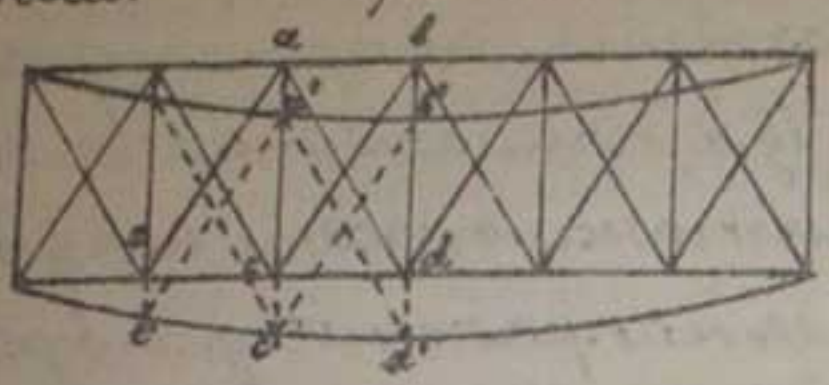


Узловыя болты по порядку отъ

середины чрезъ 0, 1, 2, ... N; прямые раскосы означимъ чрезъ 1, 2, 3, ... N, а обратные - чрезъ $1_1, 2_1, 3_1, \ldots N_1$. При сплошной нагрузкѣ точка раздѣла грузовъ будетъ по серединѣ надъ среднимъ болтомъ 0 и нагрузка верхняго узла p раздѣлится на двѣ равныя части $\frac{p}{2}$ и $\frac{p}{2}$, причемъ каждая изъ нихъ, по невозможности болту (по конструкціи фермы) сопротивляться сжимающему усилію, разложится на двѣ составляющія по подкосу $\frac{p}{2\cos\alpha}$ и по поясу $\frac{p}{2}\operatorname{tg}\alpha$. Сжимающее усиліе $\frac{p}{2\cos\alpha}$, переданное подкосамъ до нижней подушки болта 1, разлагается здѣсь на двѣ силы - на вертикальную $\frac{p}{2}$, вытягивающую болтъ, и на $\frac{p}{2}\operatorname{tg}\alpha$, вытягивающую нижній поясъ. Ясно, что сила $\frac{p}{2\cos\alpha}$ не могла разложиться по поясу и по обратному раскосу 2_1, такъ какъ (по конструкціи фермы) раскосы не могутъ быть вытягиваемы. Усиліе $\frac{p}{2}$, вытягивая болтъ 1, передается до верхней подушки болта и здѣсь снова разлагаясь по прямому подкосу 2 и по поясу, причемъ къ напряженію $\frac{p}{2}$ прибавляется p, расположенное надъ узломъ, такъ что по подкосу передается $\frac{3p}{2\cos\alpha}$, а по поясу $\frac{3p}{2}\operatorname{tg}\alpha$. Усиліе $\frac{3p}{2}$ не можетъ разложиться по обратному раскосу 1, и по верхнему поясу, такъ какъ при равномѣрной сплошной нагрузкѣ, наибольшій прогибъ фермы будетъ по серединѣ и изъ прилагаемаго чертежа [черт. 112] видно, что $ee' \angle cc' \angle dd'$, $aa' = cc'$, слѣдовательно, раскосъ $a'd'$ - въ виду того, что $aa' \angle dd'$ - долженъ быть вытянутъ, что опять (по конструкціи фермы) невозможно и поэтому усиліе $\frac{3p}{2}$ только можетъ быть разложеннымъ, сжимая какъ подкосъ

a' или 2, такъ и соотвѣтственную часть верхняго пояса.

Черт. 112



Въ нижеслѣдующей таблицѣ выписаны значенія напряженій балковъ, раскосовъ и соотвѣтственныхъ частей верхняго и нижняго поясовъ.

Четное число панелей.

Нагрузка по верху.

№№	Напряженіе балковъ	Напряженіе раскосовъ.	Усилія, приложенныя къ узламъ верхняго пояса.	Усилія, приложенныя къ узламъ нижняго пояса.	Наибольшее напряженіе верхняго пояса.	Наибольшее напряженіе нижняго пояса.
0	0	———	$\frac{p}{2}tg\alpha$	0	$\frac{ptg\alpha}{2}(N-1)=$	$\frac{ptg\alpha}{2}N=$
1	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2Cos\alpha}$	$\frac{3p}{2}tg\alpha$	$\frac{p}{2}tg\alpha$	$=\frac{Ql}{8h}\left(\frac{N^2-1}{N^2}\right)$	$=\frac{Ql}{8h}$
2	$3\frac{p}{2}$	$\frac{3p}{2Cos\alpha}$	$\frac{5p}{2}tg\alpha$	$\frac{3p}{2}tg\alpha$	———	———
3	$5\frac{p}{2}$	$\frac{5p}{2Cos\alpha}$	———	———	———	———
4	$7\frac{p}{2}$	———	———	———	———	———
m-1	$\frac{2m-3}{2}p$	$\frac{2m-3}{2}\cdot\frac{p}{Cos\alpha}$	$\frac{2m-1}{2}ptg\alpha$	———	———	———
m	$\frac{2m-1}{2}\cdot p$	$\frac{2m-1}{2}\cdot\frac{p}{Cos\alpha}$	———	$\frac{2m-1}{2}ptg\alpha$	———	———
N-1	$\frac{2N-3}{2}\cdot p$	$\frac{2N-3}{2}\cdot\frac{p}{Cos\alpha}$	$\frac{2N-1}{2}ptg\alpha$	———	———	———
N	$\frac{2N-1}{2}\cdot p$	$\frac{2N-1}{2}\frac{p}{Cos\alpha}$	0	$\frac{2N-1}{2}ptg\alpha$	———	———

Для полученія наибольшаго напряженія въ верхнемъ поясѣ (въ двухъ среднихъ панеляхъ) слѣдуетъ сложить всѣ частныя напряженія; но при этомъ замѣтимъ, что усилія $\frac{p}{2}\operatorname{tg}\alpha$, приложенныя къ одной точкѣ O, взаимно уничтожаются и слѣдовательно искомое наибольшее напряженіе для верхняго пояса будетъ:

$N-1$ членовъ.

$$\frac{3p}{2}\operatorname{tg}\alpha+\frac{5p}{2}\operatorname{tg}\alpha+\ldots+\frac{2N-1}{2}p\operatorname{tg}\alpha=\frac{p\operatorname{tg}\alpha}{2}\left[3+5+7+\ldots+(2N-1)\right]=$$

$$=\frac{p\operatorname{tg}\alpha}{2}\left(\frac{2N-1+3}{2}\right)(N-1)=\frac{p\operatorname{tg}\alpha}{2}(N+1)(N-1)=\frac{p\operatorname{tg}\alpha}{2}(N^2-1).$$

Но если весь пролетъ L содержитъ въ себѣ $2N$ панелей и высота фермы h, то $\operatorname{tg}\alpha=\frac{L}{2Nh}$; кромѣ того $p.2N=Q$; слѣдовательно:

$$\frac{p\operatorname{tg}\alpha}{2}(N^2-1)=\frac{QL(N^2-1)}{8hN^2}.$$

Для полученія наибольшаго напряженія въ нижнемъ поясѣ складываемъ всѣ напряженія, выписанныя въ таблицѣ, такъ какъ въ данномъ случаѣ къ средней точкѣ пояса не приложены двѣ равныя и противоположныя силы. Слѣдовательно:

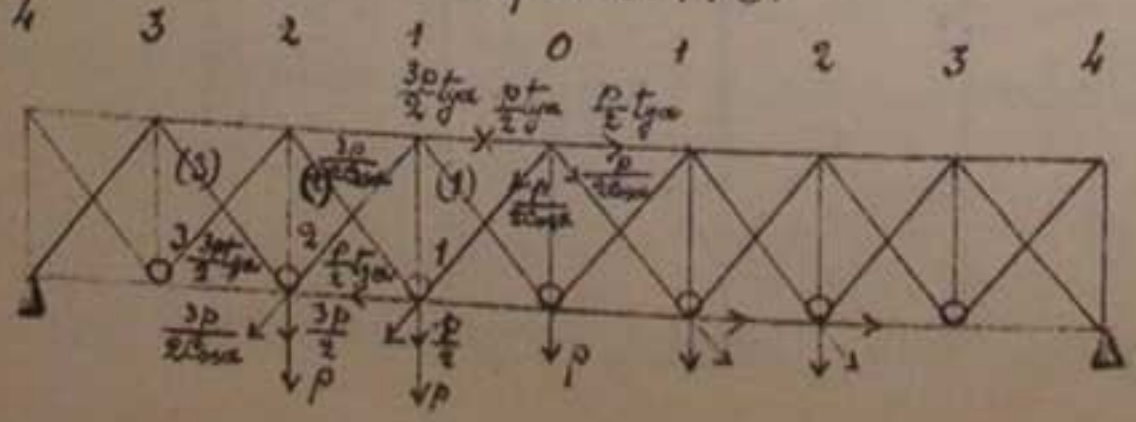
N

$$\frac{p\operatorname{tg}\alpha}{2}+\frac{3p}{2}\operatorname{tg}\alpha+\ldots+\frac{2N-1}{2}p\operatorname{tg}\alpha=\frac{p}{2}\operatorname{tg}\alpha\left(1+3+\ldots+\frac{2N-1}{2}\right)=$$

$$=\frac{p}{2}\operatorname{tg}\alpha\left(\frac{1+2N-1}{2}\right).N=\frac{p}{2}\operatorname{tg}\alpha.N^2=\frac{QL}{8h}\cdot\frac{N^2}{N^2}=\frac{Q.L}{8.h}.$$

Четное число панелей; равномѣрная сплошная нагрузка, расположенная по низу (черт. 113). Точка

Черт. 113.



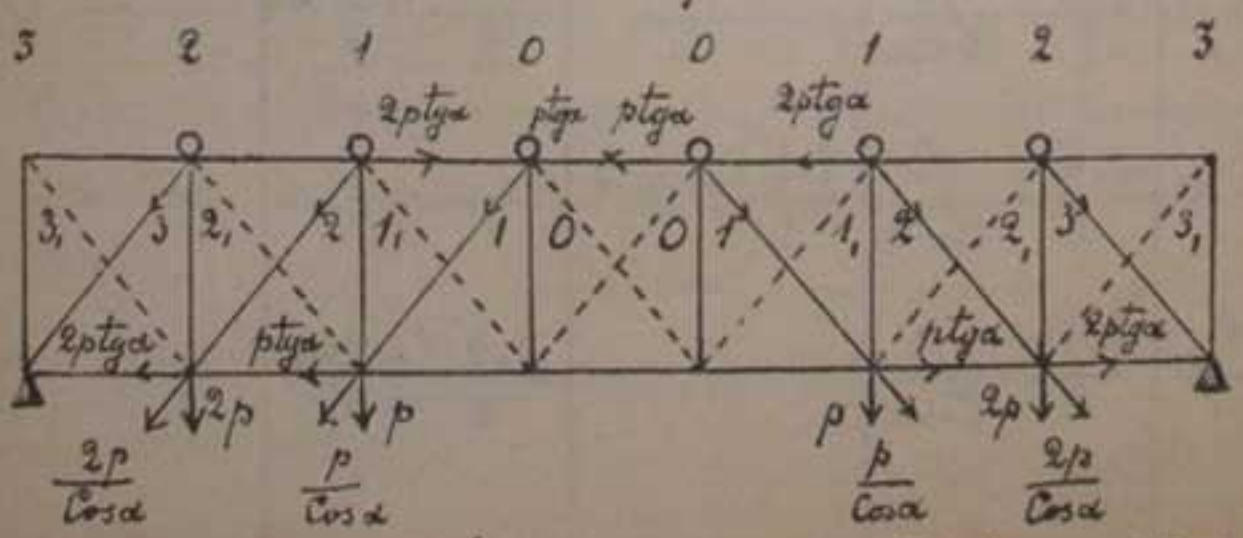
разъема грузовъ по серединѣ; напряженіе болта $N^2=0$ будетъ p, такъ какъ онъ

подвергается вытягивающему усилію отъ нагрузки цѣлой панели, сосредоточенной въ узлѣ. Это усиліе, переданное въ верхнюю подушку – 0, разложится по́ровну по двумъ раскосамъ и по двумъ направленіямъ вдоль пояса съ составляющими $\frac{P}{2\cos\alpha}$ и $\frac{P}{2}\operatorname{tg}\alpha$; сжимающее усиліе $\frac{P}{2\cos\alpha}$, переданное нижней подушкѣ болта 1, разложится въ свою очередь на усиліе $\frac{P}{2}\operatorname{tg}\alpha$, вытягивающее нижній поясъ и на $\frac{P}{2}$, вытягивающее болтъ 1. Къ этому послѣднему усилію присоединится напряженіе p отъ нагрузки, расположенной въ нижнемъ узлѣ, такъ что болтъ №1 будетъ вытянутъ усиліемъ $\frac{3P}{2}$. Это напряженіе въ верхней подушкѣ болта №1 снова разложится на два усилія и т. д.

Въ нижеслѣдующей таблицѣ выписаны дробныя напряженія болтовъ, раскосовъ, частей поясовъ и наибольшаго напряженія поясовъ [см. стран. 306].

Нечетное число панелей; нагрузка по́-верху [черт. 114]. Число панелей $= 2N-1$. Средній болтовъ будетъ одинъ, – означимъ его чрезъ 0. Остальные болты по порядку чрезъ $1, 2, 3, \ldots N-1, N-1$ прямыхъ

Черт. 114.



Профессоръ

Четное число панелей.

Нагрузка по низу.

№№ узловъ	Напряженіе болтовъ	Напряженіе раскосовъ.	Усилія, приложенныя къ узламъ верхняго пояса	Усилія, приложенныя къ узламъ нижняго пояса	Наибольшее напряженіе верхняго пояса.	Наибольшее напряженіе нижняго пояса
0	p	———	$\frac{p}{2}tg\alpha$	———	$\frac{p.tg\alpha}{2}\left(\frac{N^2-1}{N^2}\right)=$	$ptg\alpha\,N^2=$
1	$\frac{3p}{2}$	$\frac{p}{2\cos\alpha}$	$\frac{3p}{2}tg\alpha$	$\frac{p}{2}tg\alpha$	$=\frac{Ql}{8h}.\frac{N^2-1}{N^2}$	$=\frac{Ql}{8h}$
2	$\frac{5p}{2}$	$\frac{3p}{2\cos\alpha}$	$\frac{5p}{2}tg\alpha$	$\frac{3p}{2}tg\alpha$	———	———
3	$\frac{7p}{2}$	$\frac{5p}{2\cos\alpha}$	———	———	———	———
4	$\frac{9p}{2}$	———	———	———	———	———
$m-1$	$\frac{2m-1}{2}.p$	$\frac{2m-3}{2}.\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{2m-1}{2}ptg\alpha$	———	———	———
m	$\frac{2m+1}{2}.p$	$\frac{2m-1}{2}.\frac{p}{\cos\alpha}$	———	$\frac{2m-1}{2}ptg\alpha$	———	———
$N-1$	$\frac{2N-1}{2}p$	$\frac{2N-3}{2}.\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{2N-1}{2}ptg\alpha$	———	———	———
N	$\frac{2N+1}{2}p$	$\frac{2N-1}{2}.\frac{p}{\cos\alpha}$	0	$\frac{2N-1}{2}ptg\alpha$	———	———

и обратныхъ раскосовъ будутъ по прежнему 1 и 1,

$2_1 2_2, \ldots N-1$ и $N_1 - 1_1$. Раскосы, помѣщенные между двумя средними болтами, назовемъ чрезъ $O_1 O$. Нагрузка p, находящаяся надъ верхнимъ узломъ O, разложится по прямому раскосу 1 и по поясу. Она не можетъ разложиться по раскосу O_1 и по поясу, на основаніи тѣхъ же соображеній, которыя были приведены выше, а именно что при прогибѣ фермы отъ симметрической равномѣрной нагрузки раскосы O_1 и O, какъ помѣщенные между точками верхняго и нижняго поясовъ съ одинаковымъ прогибомъ, вовсе не будутъ напряжены. Слѣдовательно, прямой раскосъ 1 будетъ сжатъ усиліемъ $\frac{p}{\cos\alpha}$, къ верхнему же поясу въ точкѣ O будетъ приложено усиліе $p\,tg\,\alpha$. Дальнѣйшее разложеніе понятно изъ предыдущаго. Напряженія различныхъ частей выписаны въ нижеслѣдующей таблицѣ (Таблицу см. на оборотѣ).

Наибольшее напряженіе верхняго пояса получится отъ сложенія всѣхъ усилій, приложенныхъ къ различнымъ узловымъ точкамъ. Въ данномъ случаѣ изъ узловой точки верхняго пояса, къ которому одновременно заложены приложено по два равныхъ и взаимно противоположныхъ усилій. Слѣдовательно, искомое наибольшее напряженіе будетъ:

$$p\,tg\,\alpha\,[(1+2+3+\ldots\ldots+(N-1)] = p\,tg\,\alpha\,\frac{N}{2}(N-1).$$

Но

$$tg\,\alpha = \frac{2}{(2N-1)\,h}\,;\quad p = \frac{Q}{2N-1}$$

слѣдовательно:

$$p\,tg\,\alpha\,\frac{N}{2}(N-1)=\frac{QL\,N(N-1)}{2(2N-1)^2h}=\frac{QL}{8h}\,\frac{[(2N-1)^2-1]}{(2N-1)}.$$

Для нижняго пояса получается тоже выражение.

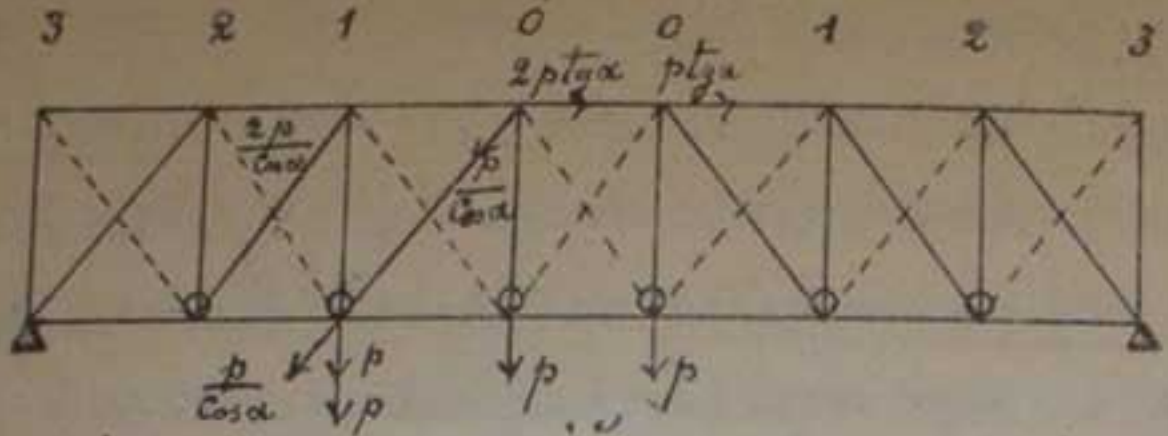
Нечетное число панелей.

Нагрузка по верху.

№№ узлов	Напряжение бав.	Напряжение раскосов.	Усилія, приложенныя къ узламъ верхняго пояса.	Усилія, приложенныя къ узламъ нижняго пояса	Наибольшее напряжение верхняго пояса	Наибольшее напряжение нижняго пояса
0	0	0	$p\,tg\,\alpha$	———	$\frac{QL}{8h}\,\frac{[(2N-1)^2-1]}{(2N-1)^2}$	
1	p	$\frac{p}{\cos\alpha}$	$2p\,tg\,\alpha$	$p\,tg\,\alpha$	———	———
2	$2p$	$\frac{2p}{\cos\alpha}$	$3p\,tg\,\alpha$	$2p\,tg\,\alpha$	———	———
3. 4	$3p$	———	$4p\,tg\,\alpha$	$3p\,tg\,\alpha$	———	———
$m-1$	$(m-1)p$	$(m-1)\frac{p}{\cos\alpha}$	$m\,p\,tg\,\alpha$	$(m-1)p\,tg\,\alpha$	———	———
m	mp	$\frac{mp}{\cos\alpha}$	$(m+1)p\,tg\,\alpha$	$mp\,tg\,\alpha$	———	———
$N-2$	$(N-2)p$	———	$(N-1)p\,tg\,\alpha$	$(N-2)p\,tg\,\alpha$	———	———
$N-1$	$(N-1)p$	$(N-1)\frac{p}{\cos\alpha}$	0	$(N-1)p\,tg\,\alpha$	———	———

Нечетное число панелей; нагрузка по низу (черт 115)

Черт. 115



Разложеніе напряженій ясно изъ предъидущаго; значенія ихъ выписаны въ нижеслѣдующей таблицѣ:

Нечетное число панелей. Нагрузка по низу.						
№ № узловъ	Напряженіе раскосовъ.	Напряженіе раскосовъ.	Усилія, приложенныя въ узламъ верхняго пояса.	Усилія, приложенныя къ узламъ нижняго пояса.	Наибольшее напряженіе верхняго пояса.	Наибольшее напряженіе нижняго пояса.
0	p	0	$p\,tg\,\alpha$	———	$\frac{Q\lambda}{8h}\left[\frac{(2N-1)^2-1}{(2N-1)^2}\right]$	$\frac{Q\lambda}{8h}\left[\frac{(2N-1)^2-1}{(2N-1)^2}\right]$
1	$2p$	$\frac{p}{Cos\,\alpha}$	$2p\,tg\,\alpha$	$p\,tg\,\alpha$	———	———
2	$3p$	$\frac{2p}{Cos\,\alpha}$	$3p\,tg\,\alpha$	$2p\,tg\,\alpha$	———	———
3	$4p$	———	———	———	———	———
4	$5p$	———	———	———	———	———
$m-1$	mp	$(m-1)\frac{p}{Cos\,\alpha}$	$mp\,tg\,\alpha$	———	———	———
m	$(m+1)p$	$\frac{mp}{Cos\,\alpha}$	$(m+1)p\,tg\,\alpha$	———	———	———
$N-2$	$(N-1)p$	$(N-2)\frac{p}{Cos\,\alpha}$	$(N-1)p\,tg\,\alpha$	$(N-2)p\,tg\,\alpha$	———	———
$N-1$	Np	$(N-1)\frac{p}{Cos\,\alpha}$	0	$(N-1)p\,tg\,\alpha$	———	———

Изъ разсмотрѣнія четырехъ таблицъ приходимъ къ

слѣдующему заключенію:

1.) Какъ при четномъ, такъ и при нечетномъ числѣ панелей расположеніе нагрузки по́верху или по́низу не имѣетъ вліянія на напряженіе раскосовъ и на наибольшія значенія напряженій верхняго и нижняго поясовъ; напряженіе же болтовъ во второмъ случаѣ болѣе на нагрузку цѣлой панели.

2.) При четномъ числѣ панелей наибольшее напряженіе верхняго пояса менѣе наибольшаго напряженія нижняго пояса. Коэффиціентъ уменьшенія $\frac{N^2-1}{N^2}$, гдѣ N выражаетъ половину числа панелей. Напряженіе нижняго пояса не зависитъ отъ числа панелей; напряженіе же верхняго пояса находится въ вышеприведенной зависимости.

3.) При нечетномъ числѣ панелей наибольшія напряженія верхняго и нижняго поясовъ одинаковы, причемъ зависятъ отъ числа панелей и кромѣ того они менѣе напряженія, соотвѣтствующаго нижнему поясу при четномъ числѣ панелей. Коэффиціентъ уменьшенія $\frac{(2N-1)^2-1}{(2N-1)^2}$, гдѣ $2N-1$ выражаетъ полное число панелей.

На практикѣ обыкновенно во всѣхъ четырехъ случаяхъ наибольшее напряженіе пояса принимаютъ въ $\frac{QL}{8h}$, такъ какъ подобное допущеніе въ пользу прочности и вышеприведенные коэффиціенты при большомъ числѣ панелей отличаются весьма мало отъ единицы.

Такимъ образомъ расположеніе нагрузки по-вер-

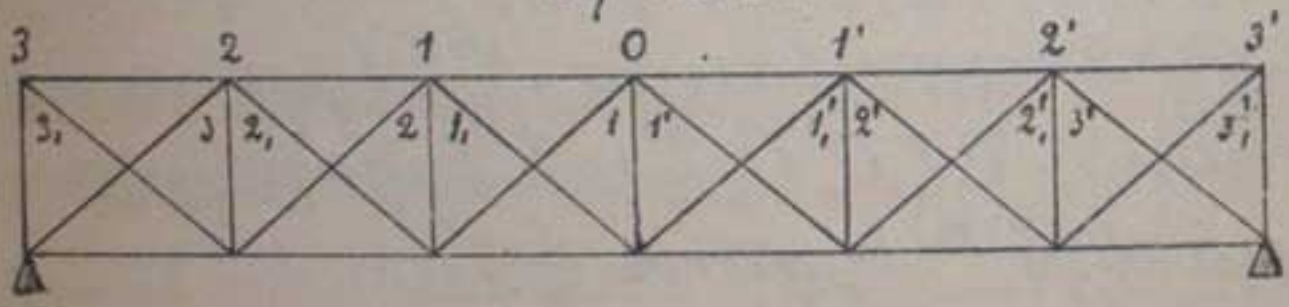
ху выгодные, вследствіе меньшаго напряженія болтовъ.

Что же касается выбора четнаго или нечетнаго числа панелей, то это не имѣетъ вліянія на напряженіе поясовъ (которое, какъ сказано, вездѣ принимается равнымъ $\frac{Ql}{8h}$).

Опредѣленіе напряженій въ различныхъ частяхъ фермы при дѣйствіи подвижной нагрузки.

Раньше былъ показанъ общій пріемъ опредѣленія положенія точки раздѣла грузовъ при неравномѣрной нагрузкѣ, что вмѣстѣ съ тѣмъ позволяетъ опредѣлить значенія напряженій въ различныхъ частяхъ фермы. Покажемъ примѣненіе этого пріема на частномъ примѣрѣ. Пусть имѣемъ ферму о шести пролетахъ (черт. 116) съ равномѣрной сплошной нагрузкой, выражающейся на протяженіи панели величиной p и съ подвижной нагрузкой величиной k на протяженіи панели. Помогаемъ нагрузку сосредоточенною въ верхнихъ узлахъ. Составимъ таблицы напряженій болтовъ и поясовъ для сплошной и подвижной нагрузки. Зная напряженія болтовъ, легко уже опредѣлить напряженіе соотвѣтственнаго раскоса.

Черт. 116.



Для сплошной нагрузки точка раздѣла грузовъ

будетъ по серединѣ и коэффиціенты напряженія болтовъ и пояса выразятся чрезъ.

[3]	2	1	0	1′	2′	[3′]	Пояса
$[\frac{5}{2}]$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$[\frac{5}{2}]$	$\frac{9}{2}tg\alpha$

Такъ какъ заранѣе неизвѣстно, при какомъ положеніи подвижной нагрузки получается наибольшее напряженіе той или другой части фермы, то предположимъ, что нагрузка занимаетъ послѣдовательно: первый узелъ, два узла, три узла и т. д. и для каждаго случая опредѣлимъ точку раздѣла грузовъ, а затѣмъ и соотвѣтственныя напряженія болтовъ.

Полагая нагруженнымъ только первый узелъ, т. е. №2, точка раздѣла грузовъ, очевидно, будетъ въ этомъ же узлѣ и на лѣвую опору по закону рычага передается $3-\frac{5}{6}$ груза, а на правую опору передается $\frac{1}{6}$ груза по обратнымъ раскосамъ 2, и 1, и по прямымъ 1′, 2′ и 3′. Слѣдовательно напряженіе болта №2 будетъ 0, напряженіе болта №№ 1, 0, 1′, 2′ и 3′ будетъ $\frac{1}{6}$, а напряженіе болта №3 (*) будетъ $\frac{5}{6}$.

Въ слѣдующей таблицѣ показаны: положеніе

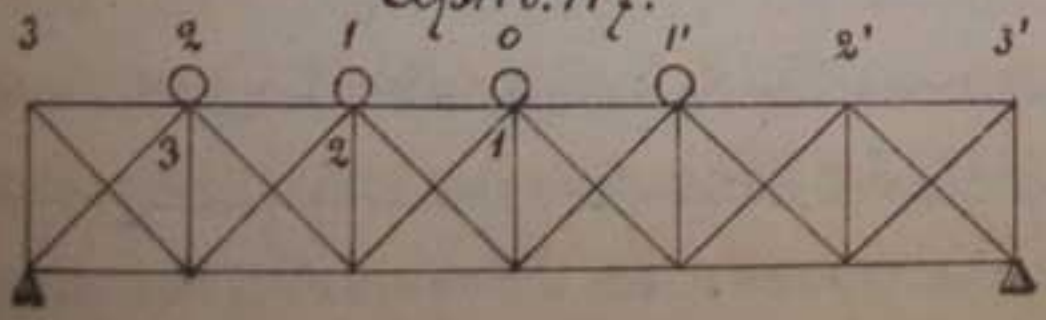
(*) Въ дѣйствительности напряженіе болтовъ №№ 3 и 3′, какъ находящихся надъ опорой, будетъ нуль; но, помня, что эти напряженія будутъ равны нулю, мы сохранимъ для симметріи числовые коэффиціенты и для отличія отъ другихъ будемъ включать ихъ въ скобки.

точки раздѣла грузовъ, напряженія различныхъ бал-товъ и соотвѣтственныя напряженія пояса, пола-гая, что подвижная нагрузка занимаетъ первый узелъ, два первыхъ узла, три первыхъ узла и т.д.

	№ узла, до котораго надвинута нагрузка	Точка раздѣла грузовъ	3	2	1	0	1'	2'	3'	Пояса
к	2'	2	$\left(\frac{5}{6}\right)$	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\left(\frac{1}{6}\right)$	$\frac{5}{6}tg\alpha$
	1	1	$\left(\frac{9}{6}\right)$	$\frac{3}{6}$	0	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\left(\frac{3}{6}\right)$	$\frac{12}{6}tg\alpha$
	0	1 и 0	$\left(\frac{12}{6}\right)$	$\frac{6}{6}$	0	0	$\frac{6}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\left(\frac{6}{6}\right)$	$\frac{18}{6}tg\alpha$
	1'	0	$\left(\frac{14}{6}\right)$	$\frac{8}{6}$	$\frac{2}{6}$	0	$\frac{4}{6}$	$\frac{10}{6}$	$\left(\frac{10}{6}\right)$	$\frac{24}{6}tg\alpha$
	2'	0	$\left(\frac{15}{6}\right)$	$\frac{9}{6}$	$\frac{3}{6}$	0	$\frac{3}{6}$	$\frac{9}{6}$	$\left(\frac{15}{6}\right)$	$\frac{27}{6}tg\alpha$
Наибольшій коэффи-ціентъ	"	"	$\left(\frac{15}{6}\right)$	$\frac{9}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{10}{6}$	$\left(\frac{15}{6}\right)$	"
Общій наибольшій ко-эффиціентъ при движе-ніи въ обѣ стороны . .	"	"	$\left(\frac{15}{6}\right)$	$\frac{10}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{10}{6}$	$\left(\frac{15}{6}\right)$	"

Таблица составлена слѣдующимъ образомъ:
Пусть подвижная нагрузка надвинута до узла 1' (черт. 117)
Полагая, что точка раздѣла грузовъ находится въ

Черт. 117.



0 и если 1 и 1' части груза к, передающаго-ся на лѣвую и пра-вую опоры, то должны

имѣть равенство:

$$[y+(y+\kappa)+(y+2\kappa)]\,tg\alpha = [y'+(y'+\kappa)+(y'+\kappa)]\,tg\alpha,$$

или: $3y = 3y' - \kappa$. Присоединивъ сюда: $y + y' = \kappa$, найдемъ, что:

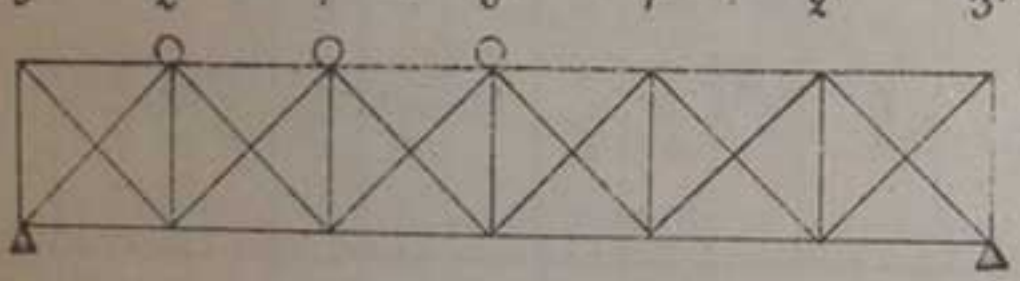
$$3y = 3\kappa - 3y - \kappa;\quad y = \frac{2}{6}\kappa;\quad y' = \frac{4}{6}\kappa.$$

Слѣдовательно, дѣйствительно, точка раздѣла грузовъ въ 0 и напряженіе болтовъ въ 0–0; №1' – $\frac{4}{6}$; №2' – $\frac{4}{6} + \frac{6}{6} = \frac{10}{6}$; [№3'] = $\frac{10}{6}$. Напряженіе пояса:

$$(3y'+2\kappa)\,tg\alpha = \frac{24}{6}\,tg\,\alpha.$$

Если нагрузка надвинута только до узла №0 (черт. 118), то, предположивъ, что точка раздѣла грузовъ въ 1, нашли бы: $y = 0$, что указываетъ, что точка раздѣла грузовъ можетъ быть и

Черт. 118.



въ слѣдующемъ узлѣ. Дѣйствительно, для №0 нашли бы $y = 0$ и $y' = \kappa$. Значенія напряженія болтовъ и поясовъ получаются подобными же образомъ. Тамъ же выписаны наибольшія значенія коэффиціентовъ и обозначены наибольшія значенія коэффиціентовъ при движеніи нагрузки въ обѣ стороны.

Изъ разсмотрѣнія таблицы оказывается:

1.) Что наибольшее напряженіе пояса наступаетъ, когда подвижная нагрузка покрываетъ весь пролетъ.

2.) Наибольшее напряженіе болта въ 1ой половинѣ соотвѣтствуетъ нагрузкѣ всѣхъ послѣдующихъ затѣмъ узловъ, а для болтовъ во 2ой половинѣ наи-

большее напряженіе соотвѣтствуетъ нагрузкѣ всѣхъ предъидущихъ узловъ. Такъ, напримѣръ, для болта №2' – наибольшее напряженіе $\frac{10}{6}$; изъ таблицы видно, что это соотвѣтствуетъ положенію подвижной нагрузки до узла №1'. Для болта №2 получится подобнымъ же образомъ наибольшее напряженіе $\frac{10}{6}$, если нагружены узлы 2', 1', 0 и 1.

Если бы мы сдѣлали подобное изслѣдованіе относительно фермы съ нижними нагруженными узлами, то нашли бы, что наибольшее напряженіе болтовъ 1-й половины соотвѣтствуетъ нагрузкѣ всѣхъ послѣдующихъ узловъ <u>со включеніемъ</u> узла разсматриваемаго болта. Такъ напримѣръ, для полученія наибольшаго напряженія болта №1 – нужно нагрузить узлы: 1, 0, 1', 2' и т.д.

Теперь легко написать напряженіе пояса, болтовъ, прямыхъ и обратныхъ раскосовъ. Напряженіе пояса будетъ:

$$\frac{9}{2}p.\tan\alpha + \frac{27}{6}k\tan\alpha = \frac{27}{6}\tan\alpha(p+k).$$

Напряженіе болтовъ:

№3	№2	№1	0	1'	2'	3'
$\left[\frac{5}{2}p+\frac{15}{6}k\right]$	$\frac{3}{2}p+\frac{10}{6}k$	$\frac{p}{2}+\frac{6}{6}k$	$\frac{3}{6}k$	$\frac{p}{2}+\frac{6}{6}k$	$\frac{3}{2}p+\frac{10}{6}k$	$\left(\frac{5}{2}p+\frac{15}{6}k\right)$

Для опредѣленія напряженія <u>прямыхъ</u> раскосовъ замѣтимъ изъ чертежа, что, въ случаѣ нагрузки верхнихъ узловъ, наибольшее напряженіе прямого раскоса соотвѣтствуетъ наибольшему напряженію послѣдующаго болта, считая отъ середины къ опо-

рамъ. Слѣдовательно, напряженіе прямыхъ раскосовъ:

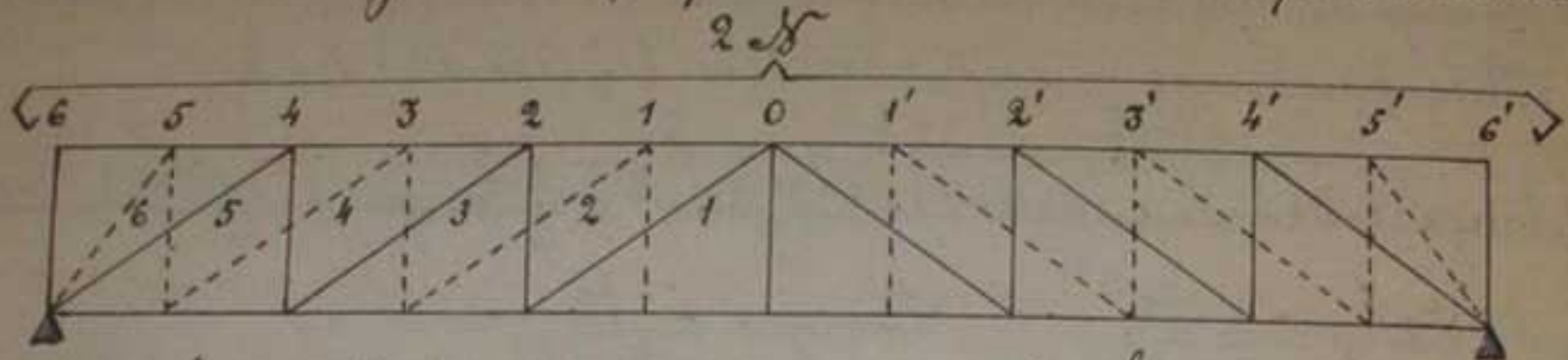
№3	2	1	1	2'	3'
$\left[\frac{5}{2}p+\frac{15}{6}k\right]\frac{1}{\cos\alpha}$	$\left[\frac{3}{2}p+\frac{10}{6}k\right]\frac{1}{\cos\alpha}$	$\left[\frac{p}{2}+\frac{6}{6}k\right]\frac{1}{\cos\alpha}$	$\left[\frac{p}{2}+\frac{6}{6}k\right]\frac{1}{\cos\alpha}$	$\left[\frac{3}{2}p+\frac{10}{6}k\right]\frac{1}{\cos\alpha}$	$\left[\frac{5}{2}+\frac{15}{6}k\right]\frac{1}{\cos\alpha}$

Что касается напряженій обратныхъ раскосовъ, то они, очевидно, въ 1ой половинѣ будутъ напряжены лишь тогда, когда точка раздѣла грузовъ находится за ними. То же самое будетъ имѣть мѣсто и для обратныхъ раскосовъ второй половины. Кромѣ того, наибольшее напряженіе обратнаго раскоса будетъ соотвѣтствовать наибольшему напряженію слѣдующаго за нимъ болта. Такимъ образомъ для обратнаго раскоса №2, - напряженіе возможно, когда точка раздѣла грузовъ въ 2. Наибольшее напряженіе слѣдующаго болта №1 есть $\frac{1}{6}$. Слѣдовательно наибольшее напряженіе обратнаго раскоса №2 $=\frac{1}{6}\cdot\frac{k}{\cos\alpha}$. Напряженіе №1, возможно, когда точка раздѣла грузовъ въ 2 или 1; наибольшее напряженіе болта №0 - для этихъ точекъ раздѣла грузовъ есть $\frac{3}{6}$. Слѣдовательно, наибольшее напряженіе №1, $=\frac{3}{6}\cdot\frac{k}{\cos\alpha}$. Подобныя значенія будутъ для №2, и №1,. Напряженіе №3, и №3, - очевидно $= 0$.

Перейдемъ теперь къ однопролетной фермѣ съ тройнымъ пересѣченіемъ раскосовъ.

Четное число панелей, нагрузка по верху. Обратные раскосы не разсматриваемъ, такъ какъ они не участвуютъ въ передачѣ усилій при симметричной равномѣрной нагрузкѣ. Значенія напряженій болтовъ

раскосовъ и усилій, приложенныхъ къ различнымъ



узламъ верхняго и нижняго поясовъ, выписаны въ при-лагаемой таблицѣ:

Четное число панелей.						
Нагрузка по-верху.						
№№ узловъ	Напряженія въ балкахъ	Напряженія раскосовъ	Усилія, приложенныя къ узламъ верхняго пояса.	Усилія, приложенныя къ узламъ нижняго пояса	Наибольшее напряженіе верхняго пояса	Наибольшее напряженіе нижняго пояса.
0	0	———	0	0	$\frac{Ql}{8h}\left(\frac{N^2-2}{N^2}\right)$	$\frac{Ql}{8h}$
1	0	$\frac{p}{2\cos\alpha}$	$\frac{2p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	0	———	———
2	$\frac{p}{2}$	$\frac{2p}{2\cos\alpha}$	$\frac{3p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	$\frac{p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	———	———
3	$\frac{2p}{2}$	$\frac{3p}{2\cos\alpha}$	$\frac{4p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	$\frac{2p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	———	———
4	$\frac{3p}{2}$	———	$\frac{5p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	$\frac{3p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	———	———
5	$\frac{4p}{2}$	———	———	———	———	———
6	$\frac{5p}{2}$	———	———	———	———	———
m-1	$\frac{m-2}{2}p$	$\frac{m-1}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{mp}{2}\operatorname{tang}\alpha$	$\frac{m-2}{2}p\operatorname{tang}\alpha$	———	———
m	$\frac{m-1}{2}p$	$\frac{m}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{m+1p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	$\frac{m-1}{2}p\operatorname{tang}\alpha$	———	———
m+1	$\frac{m}{2}p$	$\frac{m+1}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{m+2p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	$\frac{m-1}{2}p\operatorname{tang}\alpha$	———	———
N-1	$\frac{N-2}{2}p$	$\frac{N-1}{2}\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{Np}{2}\operatorname{tang}\alpha$	$\frac{N-2}{2}p\operatorname{tang}\alpha$	———	———
N	$\left(\frac{N-1}{2}\right)p$	$\frac{N}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	0	$\frac{N-1}{2}p\operatorname{tang}\alpha$ и $\frac{N}{2}p\operatorname{tang}\alpha$	———	———

Выражения напряжений составлены такъ же какъ и въ случаѣ фермы съ одиночнымъ пересѣченіемъ раскосовъ.

Наибольшее напряженіе верхняго пояса:

$$\frac{1}{2}\operatorname{tang}\alpha\overbrace{(2+3+4+5+\ldots+N-1)}^{N-2}+\frac{p\operatorname{tang}\alpha'}{2}N=\frac{p}{2}\operatorname{tang}\alpha(N+1)\left(\frac{N-2}{2}\right)+\frac{p}{2}\operatorname{tang}\alpha'.N;$$

но $\operatorname{tang}\alpha=\frac{L}{Nh}$; $\operatorname{tang}\alpha'=\frac{L}{2Nh}$.

Слѣдовательно:

$$\frac{p}{2}\operatorname{tang}\alpha(N+1).\left(\frac{N-2}{2}\right)+p\,\frac{\operatorname{tang}\alpha'}{2}.N=\frac{pL}{2Nh}\left(\frac{N+1}{2}\right).(N-2)+$$

$$+\frac{pLN}{4hN}=\frac{pL}{4Nh}(N^2-2)=\frac{pLN}{4h}\left(\frac{N^2-2}{N^2}\right)=\frac{QL}{8h}\left(\frac{N^2-2}{N^2}\right).$$

Наибольшее напряженіе нижняго пояса:

$$\frac{1}{2}\operatorname{tang}\alpha\overbrace{(1+2+3+\ldots+N-1)}^{N-1}+\frac{N}{2}p\operatorname{tang}\alpha'=\frac{p\operatorname{tang}\alpha}{2}N.\frac{N-1}{2}+$$

$$+\frac{N}{2}p\operatorname{tang}\alpha'=\frac{pL}{2h}.\frac{N-1}{2}+\frac{Lp}{4h}=\frac{pLN}{4h}=\frac{QL}{8h}.$$

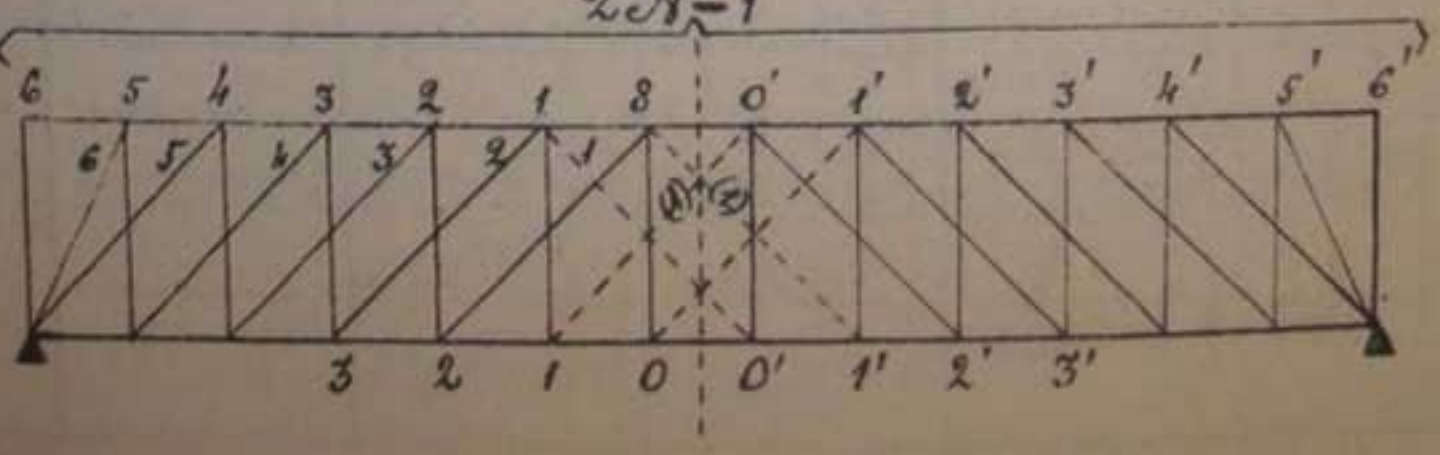
Четное число панелей, нагрузка по низу.

Четное число панелей.						
Нагрузка по низу.						
№№ узловъ	Напряженіе болтовъ	Напряженіе раскосовъ	Усилія, приложенныя къ узламъ верхняго пояса	Усилія, приложенныя къ узламъ нижняго пояса	Наибольшее напряженіе верхняго пояса	Наибольшее напряженіе нижняго пояса.
0	p	———	0	0	$\frac{QL}{8h}\left(\frac{N^2-2}{N^2}\right)$	$\frac{QL}{8h}$
1	p	$\frac{p}{2\cos\alpha}$	$\frac{2p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	0	———	———
2	$\frac{3p}{2}$	$\frac{2p}{2\cos\alpha}$	$\frac{3p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	$\frac{p}{2}\operatorname{tang}\alpha$	———	———

3	$\frac{4p}{2}$	$\frac{3p}{2\cos\alpha}$	$\frac{4p}{2}\tan\alpha$	$\frac{2p}{2}\tan\alpha$	———	———
4	$\frac{5p}{2}$	———	$\frac{5p}{2}\tan\alpha$	$\frac{3p}{2}\tan\alpha$	———	———
5	$\frac{6p}{2}$	———	———	———	———	———
$m-1$	$\frac{mp}{2}$	$\frac{m-1}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{mp}{2}\tan\alpha$	$\frac{m-2}{2}p.\tan\alpha$	———	———
m	$\frac{m+1}{2}p$	$\frac{m}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{m+1}{2}p\tan\alpha$	$\frac{m-1}{2}p\tan\alpha$	———	———
$m+1$	$\left(\frac{m+2}{2}\right)p$	$\frac{m+1}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{m+2}{2}p\tan\alpha$	$\frac{m-1}{2}p\tan\alpha$	———	———
$N-1$	$\frac{Np}{2}$	$\frac{N-1}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{N}{2}p\tan\alpha$	$\frac{N-2}{2}p\tan\alpha$	———	———
N	$\frac{N+1}{2}\cdot p$	$\frac{N}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	0	$\frac{N-1}{2}p\tan\alpha$; $\frac{N}{2}p\tan\alpha'$	———	———

Напряженія болтовъ увеличатся сравнительно съ предыдущимъ случаемъ на нагрузку одной панели; напряженія же раскосовъ и поясовъ останутся безъ измѣненія.

Нечетное число панелей, нагрузка по верху. Если бы въ этой фермѣ не было обратныхъ раскосовъ, тогда бы 0 и 1 были бы напряжены каждый усиліемъ $\frac{2N-1}{2}$, а



прямые раскосы 1 и 2-усилиями: $\frac{p}{\cos\alpha}$ и $\frac{p}{\cos\alpha}$; напряжения болтов 3 и 4 были бы p и p и т. д. Напряжения различных частей фермы – выписаны в прилагаемой таблице:

Нечетное число панелей.

Нагрузка по́-верху.

№№ узлов	Напряжение болтов	Напряжение раскосов.	Усилия, приложенные к узлам верхнего пояса.	Усилия, приложенные к узлам нижнего пояса	Наибольшее напряжение верхнего пояса.	Наибольшее напряжение нижнего пояса.
0	0	———	$p\tan\alpha$	0	$\frac{Ql}{8h}\left[\frac{(2N-1)^2-1}{(2N-1)^2}\right]$	$\frac{Ql}{8h}\left[\frac{(2N-1)^2-1}{(2N-1)}\right]$
1	0	$\frac{p}{\cos\alpha}$	$p\tan\alpha$	0		
2	p	$\frac{p}{\cos\alpha}$	$2p\tan\alpha$	$p\tan\alpha$	———	———
3	p	$\frac{2p}{\cos\alpha}$	$2p\tan\alpha$	$p\tan\alpha$	———	———
4	$2p$	$\frac{2p}{\cos\alpha}$	$3p\tan\alpha$	$2p\tan\alpha$	———	———
5	$2p$	$\frac{3p}{\cos\alpha}$	———	———	———	———
6	———	$\frac{3p}{\cos\alpha}$	———	———	———	———
$m-1$	$\frac{m-2}{2}p$	$\frac{m}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	———	———	———	———
m	$\frac{m}{2}p$	$\frac{m}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{m+2}{2}p\tan\alpha$	$\frac{m}{2}p\tan\alpha$	———	———
$m+1$	$\frac{m}{2}p$	$\frac{m+2}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{m+2}{2}p\tan\alpha$	$\frac{m}{2}p\tan\alpha$	———	———
$N-3$	$\frac{N-3}{2}p$	$\frac{N-3}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{N-1}{2}p\tan\alpha$	$\frac{N-3}{2}p\tan\alpha$	———	———
$N-2$	$\frac{N-3}{2}p$	$\frac{N-1}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	$\frac{N-1}{2}p\tan\alpha$	$\frac{N-3}{2}p\tan\alpha$	———	———
$N-1$	$\frac{N-2}{2}p$	$\frac{N-1}{2}\cdot\frac{p}{\cos\alpha}$	0	$\frac{N-1}{2}p\tan\alpha$ $\frac{N-1}{2}p\tan\alpha'$	———	———

Наибольшее напряжение верхнего пояса:

$$S = 2\,tang\alpha\,p\left(1+2+3+\dots+\frac{N-3}{2}\right)+\frac{N-1}{2}p\,tang\alpha+\frac{N-1}{2}p\,tang\alpha' =$$

$$= 2\,tang\alpha\,p\left(\frac{N-1}{2}\right)\cdot\left(\frac{N-3}{4}\right)+\frac{N-1}{2}p\,tang\alpha+\frac{N-1}{2}p\,tang\alpha'.$$ Но:

$$tang\alpha = \frac{L}{(2N-1)h}\;;\quad tang\alpha = \frac{2L}{(2N-1)h}.$$ Слѣдовательно:

$$S = \frac{2p\,2L}{(2N-1)h}\left(\frac{N-1}{2}\right)\cdot\left(\frac{N-3}{4}\right)+\left(\frac{N-1}{2}\right)p\cdot\frac{2L}{(2N-1)h}+\frac{N-1}{2}p\,\frac{L}{(2N-1)h} =$$

$$= \frac{2L(N-1)}{(2N-1)h}\left[\frac{N-3}{2}+\frac{3}{2}\right] = \frac{pLN(N-1)}{2(2N-1)h} = \frac{p(2N-1)L}{2h} = \frac{(N^2-N)}{(2N-1)^2} =$$

$$= \frac{QL}{8h}\cdot\left[\frac{(2N-1)^2-1}{(2N-1)^2}\right].$$

Для нижняго пояса, очевидно, получается тожевыражение. При-устствіе же обратныхъ раскосовъ - нисколько измѣняетъ распредѣленіе напряженій. Дѣйствительно, обратный раскосъ $(0,1')$ - будетъ напряженъ одновременно съ раскосомъ $(0,2)$, т.е. съ $1\frac{1}{2}$ (вслѣдствіе того, что точки 2 и 1' - нижняго пояса прогнутся менѣе точки 0 - верхняго пояса). Слѣдовательно, отъ первой узловой точки 0 — по раскосу 1 - передается: $\frac{N}{2N-1}\cdot p = \alpha\cdot p$, а по раскосу $(0,1')$, то есть по раскосу (1) передается: $\frac{N-1}{2N-1}\cdot p = \alpha'\cdot p$. Подобнымъ образомъ отъ узла $0'$ - по раскосу $(0'-1)$ или по $(1')$ - передается тоже $\alpha'\cdot p$. Слѣдующіе же обратные раскосы уже не могутъ принять участія въ передачѣ усилій отъ сплошной равномѣрной нагрузки (такъ какъ по виду прогиба фермы, они могли бы быть только вытянутыми).

Въ слѣдующей таблицѣ выписаны напряженія болтовъ, раскосовъ и усилія, приложенныя къ раз-

---

Профессоръ Инженеръ

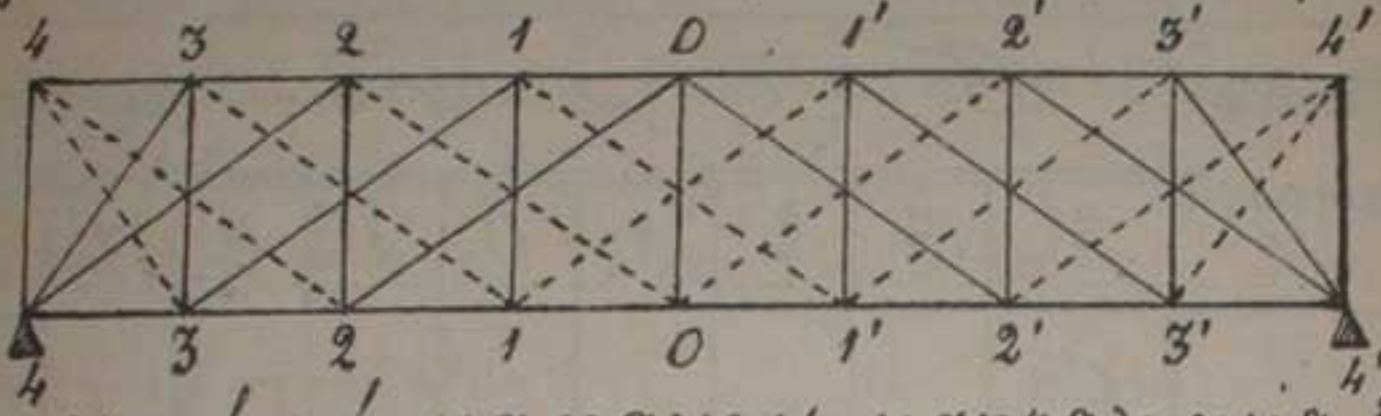
.ичными точками верхняго и нижняго поясовъ:

№№ узловъ	Напряженіе болтовъ	Напряженіе раскосовъ.	Усилія, приложенныя къ узлам верхняго пояса	Усилія, приложенныя къ узлам нижняго пояса
0	0	———	$(\alpha-\alpha')p\,tang\alpha$	0
1	$\alpha' p$	$\alpha \frac{p}{Cos\alpha}$	$(\alpha'+1)p\,tang\alpha$	$\alpha' p\,tang\alpha$
2	αp	$(\alpha'+1)\frac{p}{Cos\alpha}$	$(\alpha+1)p\,tang\alpha$	$\alpha p\,tang\alpha$
3	$(\alpha'+1)p.$	$(\alpha+1)\frac{p}{Cos\alpha}$	$(\alpha'+2)p\,tang\alpha$	$(\alpha'+1)p\,tang\alpha$
4	$(\alpha+1)p.$	$(\alpha'+2)\frac{p}{Cos\alpha}$	$(\alpha+2)p\,tang\alpha$	$(\alpha+1)p\,tang\alpha$
5	$(\alpha'+2)p$	$(\alpha+2)\frac{p}{Cos\alpha}$	———	———
6	$(\alpha+2)p$	$(\alpha'+3)\frac{p}{Cos\alpha}$	———	———
7	$(\alpha'+3)p$	$(\alpha+3)\frac{p}{Cos\alpha}$		
8	$(\alpha+3)p$	———	———	———
четн. $N-3$	$(\alpha+\frac{N-5}{2})p$	$(\alpha'+\frac{N-3}{2})\frac{p}{Cos\alpha}$	$(\alpha'+\frac{N-3}{2})p\,tang\alpha$	$(\alpha'+\frac{N-5}{2})p\,tang\alpha$
нечет $N-1$	$(\alpha'+\frac{N-3}{2})p$	$(\alpha+\frac{N-3}{2})\frac{p}{Cos\alpha}$	$(\alpha+\frac{N-3}{2})p\,tang\alpha'$	$(\alpha+\frac{N-5}{2})p\,tang\alpha$
четн. $N-1$	$(\alpha+\frac{N-3}{2})p$	$(\alpha'+\frac{N-1}{2})\frac{p}{Cos\alpha}$	———	$(\alpha'+\frac{N-3}{2})p\,tang\alpha$ и $(\alpha+\frac{N-3}{2})p\,tang\alpha'$

Общій видъ наибо́льшаго напряженія верхняго и нижняго поясовъ получается вида: $S=\frac{QL}{8h}A$, гдѣ A довольно сложный коэффиціентъ, но всегда менѣе единицы, такъ что и въ данномъ случаѣ напряженіе поясовъ можетъ быть разсчитано по простой фор

мулъ — $\frac{QL}{8h}$.

Въ виду сложности разсчета, всегда стараются избѣгать употребленія фермъ съ тремя и болѣе пересѣченіями раскосовъ при нечетномъ числѣ панелей. Какъ примѣръ, возьмемъ ферму въ 8 панелей съ нагрузкой по верху. Отъ равномѣрнаго распредѣленія нагрузки p на панель, напряженія болтовъ раскосовъ будутъ:



Болтъ — 0–0, раскосъ — $(0,2) - \frac{p}{2\cos\alpha}$,

" — 1 и 1'–0 " — $(1,3) - \frac{p}{\cos\alpha}$,

" — 2 и 2' — $\frac{p}{2}$ " — $(2,4) - \frac{3p}{2\cos\alpha}$,

" — 3 и 3' — p " — $(3,4) - \left(\frac{2p}{\cos\alpha'}\right)$,

" — (4) и (4') — $\left(\frac{3}{2}p+2p\right)$.

Напряженіе верхняго пояса:

$$\left(p+\frac{3p}{2}\right)\operatorname{tang}\alpha + 2p\operatorname{tang}\alpha' = \frac{5}{2}p.\frac{2l}{h} + 2p.\frac{l}{h} = \frac{14}{2}p.\frac{l}{h},$$

если l – длина малой панели.

Напряженіе нижняго пояса:

$$\left(\frac{p}{2}+p+\frac{3p}{2}\right)\operatorname{tang}\alpha + 2p\operatorname{tang}\alpha' = \frac{2.6}{2}.\frac{pl}{h} + 2p.\frac{l}{h} = 8p\frac{l}{h} = \frac{QL}{8h},$$

означивъ: $8.l = L$ и $8.p = Q$.

Напряженіе верхняго пояса менѣе напряженія нижняго на $\frac{14}{28} = \frac{14}{16}$. Прежде былъ выведенъ коэффиціентъ уменьшенія: $\frac{N^2-2}{N^2}$, гдѣ N – половина числа панелей: $\frac{16-2}{16} = \frac{14}{16}$.

Для опредѣленія напряженій отъ подвижной

нагрузки – k, надвигаемой послѣдовательно на одну, двѣ и т. д. панели, составляемъ нижеслѣдующую таблицу напряженій и опредѣляемъ точку раздѣла грузовъ для каждаго даннаго положенія:

Положеніе нагрузки	Точка раздѣла грузовъ	Болты:								
		4	3	2	1	0	1'	2'	3'	4'
		$a'a$								aa'
3	3	$\frac{7}{8}$	0	–	$\frac{1}{8}$	–	$\frac{1}{8}$	–	$\frac{1}{8}$	– $\frac{1}{8}$
2	2	$\frac{8}{8} + \frac{1}{8}$	0	0	0	$\frac{3}{8}$	0	$\frac{3}{8}$	0	$\frac{3}{8}$ –
1	1	$\frac{5}{4} + \frac{4}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{3}{4}$	– $\frac{3}{4}$
0	1	$\frac{7}{4} + \frac{4}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
1'	0	$\frac{16}{8} + \frac{9}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0	0	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{1}{8} + \frac{8}{8}$
2'	0	$\frac{16}{8} + \frac{11}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{3}{8}$	0	0	0	$\frac{5}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{13}{8} + \frac{8}{8}$
3	0	$\frac{16}{8} + \frac{12}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{4}{8}$	0	0	0	$\frac{4}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{12}{8} + \frac{16}{8}$
Наибольшее напряженіе при движеніи въ обѣ стороны		$\frac{16}{8} + \frac{12}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{12}{8} + \frac{16}{8}$
Напряженіе при сломной нагрузкѣ		$\frac{16}{8} + \frac{12}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{4}{8}$	0	0	0	$\frac{4}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{12}{8} + \frac{16}{8}$

Таблица составлена слѣдующимъ образомъ: напримѣръ, для положенія нагрузки, надвинутой до узла 0, полагаемъ точку раздѣла въ 0; тогда, означая чрезъ y и y' – части k, передаваемыя къ

вой и правой опорамъ, получимъ:
$y\tan\alpha + (y+p)\tan\alpha + p\tan\alpha + 2p\tan\alpha' = y'\tan\alpha + y'\tan\alpha$. Но $\tan\alpha = 2\tan\alpha'$; слѣдовательно:
$4y + 6p = 4y'$; $y + y' = p$; $4p - 4y' + 6p = 4y'$; $y' = \frac{10}{8}p$, что невозможно.

Полагая точку раздѣла грузовъ въ 1, получимъ:
$y\tan\alpha + (y+p)\tan\alpha' + p\tan\alpha = y'\tan\alpha + y'\tan\alpha + y'\tan\alpha + p\tan\alpha + p\tan\alpha$;
$3y + 3p = 5y' + 4p$; $3p - 3y' + 3p = 5y' + 4p$; $y + y' = p$;
$y = \frac{1}{4}p$; $y = \frac{3}{4}p$.

Слѣдовательно, точка раздѣла грузовъ въ 1, напряженіе болта №—1—равно 0; подобнымъ образомъ напряженія №№2 и 0—равны 0; напряженіе №3—$\frac{1}{4}$; напряженіе №4 состоитъ изъ напряженія, передаваемаго подкосомъ подъ узломъ a, то есть: $\frac{4}{4}p$ и изъ напряженія отъ подкоса подъ узломъ a', то есть: $\frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$.

Такимъ образомъ наибольшія напряженія болтовъ и раскосовъ будутъ:

Болты: 0 ..... $\frac{3}{9}k$;
1 и 1' ..... $\frac{3}{4}k$;
2 и 2' ..... $\frac{4}{4}k$;
3 и 3' ..... $\frac{8}{8}k$;
(4) и (4') ... $\left(\frac{16+12}{8}\right)k$.

Раскосы прямые: (0,2) .... $\frac{4}{4}\cdot\frac{k}{\cos\alpha}$;
(1,3) .... $\frac{8}{8}\cdot\frac{k}{\cos\alpha}$;
(2,4) .... $\frac{13}{8}\cdot\frac{k}{\cos\alpha}$; (*)
(3,4) .... $\frac{16}{8}\cdot\frac{k}{\cos\alpha}$;
Раскосы обратные: (3,1) .... $\frac{1}{8}\cdot\frac{k}{\cos\alpha}$;
(2,0) .... $\frac{3}{9}\cdot\frac{k}{\cos\alpha}$;
(1,1') .... $\frac{3}{4}\cdot\frac{k}{\cos\alpha}$.

Наибольшее напряженіе верхняго и нижняго

(*) См. послѣдній столбецъ (4') таблицы, помѣщенной на стран. 324.

поясовъ, какъ видно изъ таблицы, будетъ при нагрузкѣ, покрывающей весь пролетъ. Слѣдовательно, они выразятся чрезъ:

$$14\,k\frac{l}{h} \quad \text{и} \quad 8\,k\frac{l}{h}.$$

Взявъ сумму напряженій различныхъ частей фермы отъ дѣйствія нагрузки p и k, получимъ напряженія, по которымъ опредѣляются поперечные размѣры.

Опредѣленіе напряженій при подвижной нагрузкѣ.

Пріемъ тотъ же, какъ и въ случаѣ фермы съ однимъ пересѣченіемъ раскосовъ, т.е. надвигаютъ нагрузку послѣдовательно на всѣ узлы, опредѣляютъ указаннымъ способомъ для каждаго положенія нагрузки – точку разрыва грузовъ, а затѣмъ составляютъ соотвѣтственныя напряженія болтовъ и раскосовъ и выбираютъ для каждой изъ этихъ частей фермы наибольшее напряженіе.

Сравнивая въ одинаковой длины фермы съ четнымъ числомъ панелей при одномъ и при трехъ пересѣченіяхъ раскосовъ и съ нагрузкой, напримѣръ, по-верху, замѣчаемъ, что наибольшія напряженія нижнихъ поясовъ одинаковы, тѣ же напряженія для верхнихъ поясовъ почти что тождественны, причемъ во второмъ случаѣ они нѣсколько менѣе.

Объемъ желѣза для болтовъ въ первомъ случаѣ:

$$\frac{l}{R}\cdot\frac{p}{2}\Big(\overbrace{1+3+5+\ldots+\frac{2N-3}{2}+\frac{2N-1}{2}}^{\frac{2N+1}{4}}\Big)=\frac{l}{R}\cdot\frac{p}{2}\cdot\frac{(2N-1)}{2}\cdot\frac{(2N+1)}{8}=$$

$$=\frac{l}{R}\cdot\frac{p}{2}(2N+1).(2N+1).$$

Объемъ желѣза для болтовъ во второмъ случаѣ:

$$\frac{l}{R}\cdot\frac{p'}{2}\Big(\overbrace{1+2+3+\ldots+\frac{N'}{2}}^{\frac{N'}{2}}\Big)=\frac{l}{R}\cdot\frac{p'}{2}\cdot\frac{N'+2}{2}\cdot\frac{N'}{4};$$

но $p'=\frac{1}{2}p$; $N'=2N$; слѣдовательно:

$$\frac{l}{R}\cdot\frac{p}{4}\cdot\frac{2N+2}{2}=\frac{l}{R}\cdot\frac{p}{32}(2N+2).2N$$

Но, очевидно, $(2N+1).(2N+1)>(2N+2).2N$ на-единицу; слѣдовательно, выгода въ объемѣ матеріала ничтожная; тоже имѣетъ мѣсто и для раскосовъ. Ферма съ тремя пересѣченіями раскосовъ представляетъ въ извѣстныхъ случаяхъ преимущество лишь потому, что болты и раскосы могутъ быть приготовлены болѣе тонкими, что имѣетъ значеніе въ отношеніи цѣнности сооруженія, такъ какъ стоимость дерева увеличивается вмѣстѣ съ поперечными размѣрами балки (*). Кромѣ этого и другія еще соображенія заставляютъ иногда выбирать фермы съ тремя и болѣе пересѣченіями раскосовъ, а именно возможное уменьшеніе свободной длины панели,

---

(*) Такъ, напримѣръ, двѣ сажженныя $\frac{1}{4}$ вершковыя балки при одинаковомъ объемѣ съ 6" вершковой сажженной балкой — стоятъ однако-же болѣе

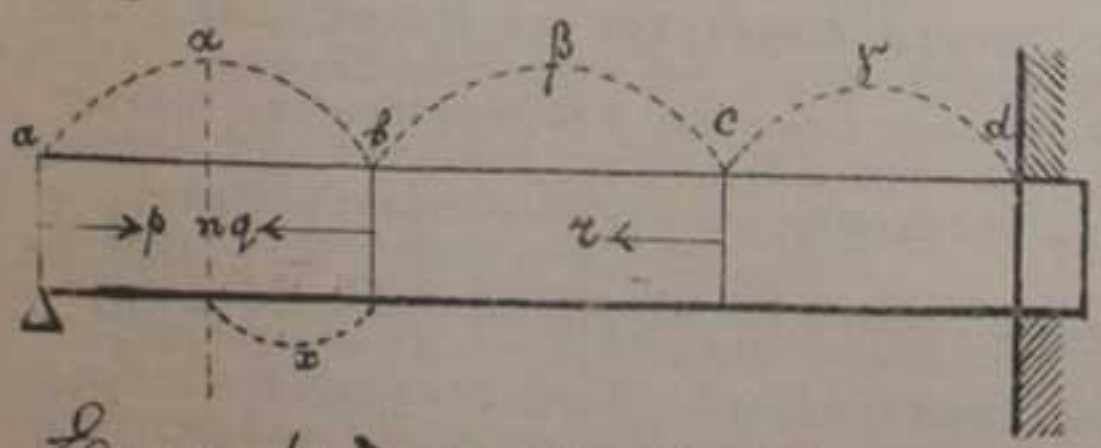
такъ какъ во всѣхъ предъидущихъ разсчетахъ напряженія поясовъ – не принято во вниманіе дополнительное напряженіе пояса отъ прогиба фермы между двумя узлами.

Неразрѣзныя фермы.

Приведемъ способъ разсчета лишь для двухпролетной неразрѣзной фермы.

Разсмотримъ предварительно дѣйствіе продольныхъ напряженій на балку съ однимъ постояннымъ сѣченіемъ, не имѣющимъ возможности перемѣщаться. Такой случай можетъ представить балка, задѣланная однимъ концомъ въ стѣну и свободно лежащая на другомъ концѣ.

Пусть къ сѣченіямъ b и c приложены силы q и r, дѣйствующія вдоль бруса по одному направленію, а къ сѣченію a – сила p, дѣйствующая по противоположному направленію



Если $p > q+r$, то часть ab – сжата усиліемъ p; часть bc – усиліемъ $p-q$; часть cd – усиліемъ $p-(q+r)$. Но если $p < q+r$, то изъ общей суммы $q+r$ выдѣлится часть, равная p и, слѣдовательно, извѣстная часть бруса будетъ сжата усиліемъ p, а другая вытянута усиліемъ $(q+r)-p$. Но коль скоро часть бруса сжата по направленію отъ a къ d, а другая часть вытянута по направленію отъ d къ

а, то есть какое-то сѣченіе, не перемѣщающее своего положенія. Г. Журавскій называетъ это сѣченіе – постояннымъ сѣченіемъ сжатія, такъ какъ оно, очевидно, находится въ районѣ сжатой части бруса. Пусть оно будетъ п – и находится на разстояніи х отъ в. Тогда, разсматривая d и п за два постоянныя сѣченія, силы q и ч, на основаніи извѣстныхъ формулъ строительной механики, раздѣлятся на двѣ части, изъ которыхъ одна будетъ сжимать извѣстную часть бруса, а другая – вытягивать. А именно: часть силы ч – вытягивающей cd – будетъ: $\frac{ч.(\beta+x)}{\gamma+\beta+x}$; остальная часть, сжимающая cn будетъ: $\frac{ч.\gamma}{\gamma+\beta+x}$; подобнымъ образомъ сила q – раздѣляется на вытягивающую: $\frac{q.x}{\gamma+\beta+x}$ и на сжимающую – $\frac{q(\beta+\gamma)}{\gamma+\beta+x}$.

Сжимающія усилія на сѣченія п должны быть равны; слѣдовательно:

$$p=\frac{\gamma.ч}{\gamma+\beta+x}+\frac{q(\beta+p)}{\gamma+\beta+x}, \text{ откуда: } x=\frac{\gamma.ч+(\beta+\gamma).(q-\gamma)}{p}$$

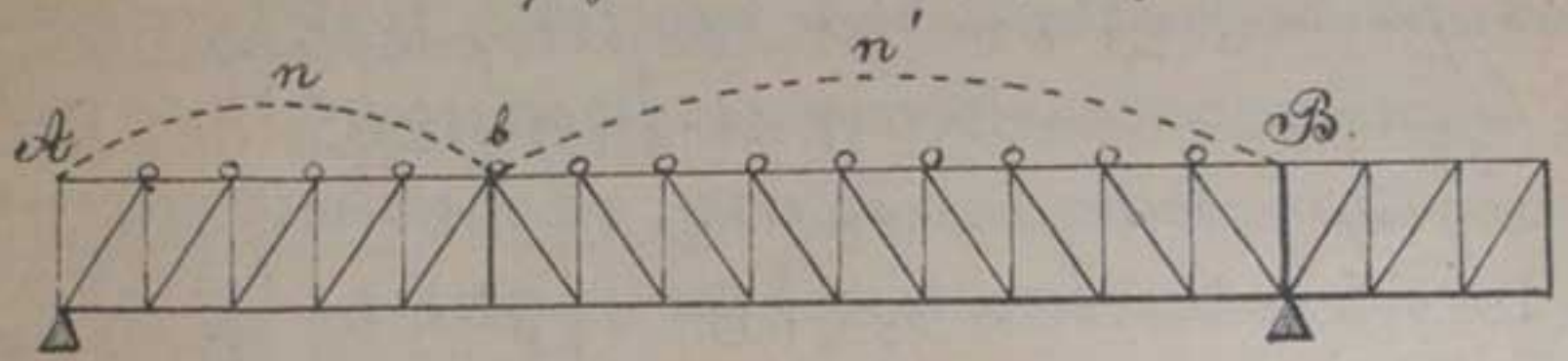
Зная х, легко найти напряженіе каждой части бруса.

При выводѣ предыдущей формулы полагали, что сѣченіе постояннаго сжатія находится между а и в. Если бы при этомъ для какого-нибудь частнаго случая нашли, что $x < 0$, т. е., что постоянное сѣченіе находится между в и с, то предыдущей формулой нельзя пользоваться, а слѣдуетъ вывести другую въ предпо-

ложеній этого сѣченія между b и c.

Опредѣлимъ теперь напряженіе различныхъ частей неразрѣзной двухпролетной фермы при сплошной нагрузкѣ, покрывающей оба пролета. И въ данномъ случаѣ достаточно только найти точку раздѣла грузовъ – зная это, легко уже составить выраженія для напряженій всѣхъ частей фермы.

Возьмемъ ферму съ однимъ пересѣченіемъ раскосовъ съ нагрузкой по верху.



Конецъ A – свободный; сѣченіе фермы надъ средней опорой B – неподвижно, такъ какъ оба пролета нагружены и, слѣдовательно, нѣтъ причины перемѣщенію. Второе постоянное сѣченіе сжатія есть вмѣстѣ съ тѣмъ и точка раздѣла грузовъ. Для доказательства предположимъ, что b – есть точка раздѣла грузовъ. Если бы мы сѣчемъ $bB = bA$, то при однопролетной балкѣ – b – была бы неподвижною, оставаясь вмѣстѣ съ тѣмъ и точкою раздѣла грузовъ; но и въ настоящемъ случаѣ она также неподвижна – слѣдовательно, она вмѣстѣ съ тѣмъ будетъ точкою раздѣла грузовъ.

Найдемъ аналитическое выраженіе для этого условія.

Пусть число панелей m и разстояніе постояннаго сѣченія сжатія отъ лѣвой и правой опоры: n и n', такъ что $m = n + n'$, причемъ $n < n'$. Очевидно, что n не можетъ быть равно n', такъ какъ тогда не было бы равновѣсія между сжимающими силами въ точкѣ раздѣла грузовъ. Подобнымъ образомъ невозможно и $n > n'$.

Силы, сжимающія ферму со стороны A, будутъ:

$$S = \overbrace{\left(\frac{3}{2}p + \frac{5}{2}p + \frac{7}{2}p + \ldots\ldots + \frac{2n-1}{2}p\right)}^{n-1} \operatorname{tang}\alpha =$$

$$= \frac{p}{2}\operatorname{tang}\alpha\left[\frac{2n+2}{2}(n-1) = \frac{pl}{2h}(n^2-1)\right],$$ такъ какъ:

$\operatorname{tang}\alpha = \frac{l}{h}$, если l — длина панели.

Силы, сжимающія фермы со стороны B, будутъ:

$$S' = \left(\frac{3}{2}p.\frac{n'-1}{n'} + \frac{5}{2}p.\frac{n'-2}{n'} + \frac{7}{2}p.\frac{n'-3}{n'} + \ldots\ldots + \frac{2n'-1}{2}p.\frac{1}{n'}\right)\operatorname{tang}\alpha =$$

$$= \frac{p}{2n'}.\frac{l}{h}\left[3(n'-1) + 5(n'-2) + 7(n'-3) + \ldots\ldots + (2n'-3).2 + (2n'-1).1\right] =$$

$$= \frac{pl}{2n'h}\left[3(n'-1) + 5(n'-2) + \ldots\ldots + (2n'-3).\left\{n' - (n'-2)\right\} + (2n'-1)\left\{n' - (n'-1)\right\}\right] =$$

$$= \frac{pl}{2n'h}\left[n'\left\{3 + 5 + 7 + \ldots\ldots + (2n'-1)\right\} - \left\{3\times 1 + 5\times 2 + \ldots\ldots + (2n'-3).(n'-2) + (2n'-1)\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times(n'-1)\right\}\right] = \frac{pl}{2n'h}\left[n'(n'^2-1) - \left\{3\times 1 + 5\times 2 + 7\times 3 + \ldots\ldots + (2n'-1).(n'-1)\right\}\right].$$

Для полученія суммы членовъ этой строки, замѣтимъ, что общій членъ ея выражается черезъ $2n'^2 - 3n' + 1$.

Вставляя вмѣсто n' — послѣдовательно: $1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots$, мы получимъ члены искомой строки.

Дѣйствительно:

$$2.1^2 - 3.1 + 1 = 0\ ,$$
$$2.2^2 - 3.2 + 1 = 3\ ,$$
$$2.3^2 - 3.3 + 1 = 10\ ,$$
$$2.4^2 - 3.4 + 1 = 21\ ,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$2n'^2 - 3n' + 1 = S_1$$

$$2S_2 - 3S_1 + n' = S\Delta$$

Но S_2 – сумма квадратовъ натуральныхъ чиселъ $= \frac{2n'^3+3n'^2+n'}{6}$; S_1 – сумма первыхъ степеней тѣхъ же чиселъ $= \frac{n'^2+n'}{2}$. Слѣдовательно:

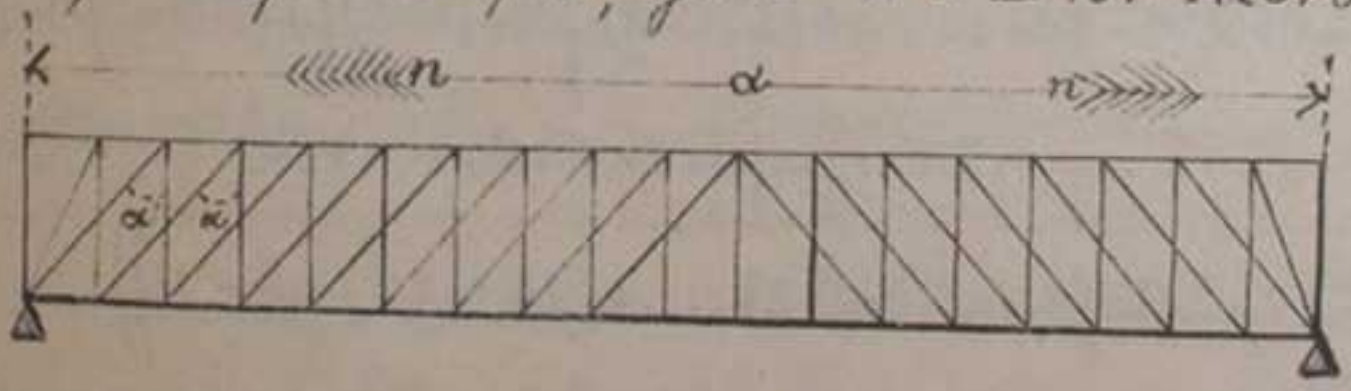
$$S\Delta = \frac{2n'^3+3n'^2+n'}{3} - \frac{3(n'^2+n')}{2} + n' = \frac{2n'^3}{3} - \frac{n'^2}{2} - \frac{5n'}{6}\ .$$

Слѣдовательно:

$$S' = \frac{pl}{2n'h}\left[n'(n'^2-1) - \frac{2n'^3}{3} + \frac{n'^3}{2} + \frac{5n'}{6}\right] = \frac{pl}{2h}\left(\frac{2n'^2+3n'-1}{6}\right)$$

Но $S = S'$; слѣдовательно: $n^2 - 1 = \frac{2n'^2+3n'-1}{6}$

Присоединивъ сюда: $n + n' = m$, найдемъ n и n'. Такъ, напримѣръ, для $m = 24$ панелей:



$n' = 14{,}93$
и $n = 9{,}07$(*)
Если бы мы имѣли неразрѣзную ферму съ тремя пересѣченіями раскосовъ, то получили бы для S и S' слѣдующія

(*) Извѣстно же, что въ двухпролетной неразрѣзной фермѣ, наибольшій положительный изгибающій моментъ – соотвѣтствующій, какъ увидимъ дальше, точкѣ раздѣла грузовъ – находится на разстояніи $x = \frac{3}{8}l$. Слѣдовательно, въ нашемъ случаѣ $x = \frac{3}{8}.24 = 9$, – что весьма близко.

выражения:

$$S = \frac{p}{2}\operatorname{tang}\alpha\,[2+3+4+\ldots\ldots+(n-1)] + \frac{n}{2}\,p\operatorname{tang}\alpha' =$$

$$= \frac{p}{2}\cdot\frac{l}{h}(1+n)\cdot\left(\frac{n-2}{2}\right) + \frac{n}{2}\,p\cdot\frac{l}{2h} = \frac{pl}{2h}\left(\frac{n^2-2}{2}\right).$$

$$S' = \frac{pl}{2hn'}\left[2(n'-3)+3(n'-2)+\ldots\ldots+(n'-1)\cdot\left\{n'-(n'-2)\right\}\right] + \frac{pl}{4hn'}\,n'\left\{n'-(n'-1)\right\} =$$

$$= \frac{pl}{2hn'}\left[n'(2+3+\ldots\ldots+n'-1) - \left\{2+6+12+\ldots\ldots+(n'-1)\cdot(n'-2)\right\}\right] + \frac{pl}{4h} =$$

$$= \frac{pl}{2hn'}\left[n'(1+n')\cdot\left(\frac{n'-2}{2}\right) - \left(\frac{n'^3-3n'+2}{3}\right)\right] + \frac{pl}{4h} = \frac{pl}{2h}\left(\frac{n'^2+3n'-7}{6}\right).$$

Следовательно: $n^2-2 = \frac{n'^2+3n'-7}{3}$; $n^2 = \frac{n'^2+3n'-1}{3}$.

Суммы: $2+6+12+\ldots\ldots+(n'-1)\cdot(n'-2)$ находятся так:

$$\begin{aligned}
1^2 - 3\cdot 1 + 2 &= 0,\\
2^2 - 3\cdot 2 + 2 &= 0,\\
3^2 - 3\cdot 3 + 2 &= 2,\\
4^2 - 3\cdot 4 + 2 &= 6,\\
5^2 - 3\cdot 5 + 2 &= 12,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
n'^2 - 3n' + 2 &= S_1,
\end{aligned}$$

$$S_2 - 3S_1 + 2n' = S.$$

$$S\Delta = \frac{2n'^3+3n'^2+n'}{6} - 3\left(\frac{n'^2+n'}{6}\right) + 2n' = \frac{n'^3-3n'^2+2n'}{3}.$$

Присоединивъ сюда: $n + n' = m$, найдемъ значенія n и n'; при $m = 24$ — для n и n' получатся также весьма близкія значенія къ $n = 9$ и $n' = 15$, именно $n = 9{,}297$; $n' = 14{,}703$.

Зная положеніе точки раздѣла грузовъ, легко уже составить выраженія для напряженій болтовъ и поясовъ.

Величина наибольшаго сжимающаго усилія верхняго пояса выразится чрезъ $S = S = \frac{pl}{2h}(n^2-1)$ [для перваго случая].

Величина наибольшаго вытягивающаго усилія верхняго пояса будетъ:

$$S_n = \left[\frac{3}{2}p.\frac{1}{n'} + \frac{5}{2}p.\frac{2}{n'} + \frac{2n'-1}{2}.p.\frac{n-1}{n'}\right] = \frac{pl}{2hn'}\left[3.1+5.2+\cdots+(2n'-1)(n'-1)\right] =$$

$$= \frac{pl}{2hn'}\left[\frac{2n'^3}{3} - \frac{n'^2}{2} - \frac{5}{6}n'\right] = \frac{pl}{2h}\left[\frac{2n'^2}{3} - \frac{n'}{2} - \frac{5}{6}\right].$$

Для $n = 9$ и $n' = 15$:

$$\frac{S_n}{S} = \frac{\frac{2n15^2}{3} - \frac{15}{2} - \frac{5}{6}}{9^2-1} = 1.77 \text{ раза}(*)$$

Слѣдовательно, наибольшее усиліе для верхняго пояса, по роду дѣйствія – вытягивающее, будетъ надъ средней опорой. Длина пояса одинаковаго сѣченія въ зависимости лишь отъ наибольшаго сжимающаго усилія, имѣющаго мѣсто ближе къ крайней опорѣ, – необходимо помѣстить надъ средней опорой подвайку для принятія излишка напряженія. Наибольшее значеніе сжимающаго усилія верхняго пояса будетъ соотвѣтствовать нагрузкѣ одного лишь перваго пролета.

Вышеприведенныя формулы для опредѣленія n и n' выведены въ предположеніи, что

(*) Извѣстно же, что наибольшій отрицательный моментъ $\frac{ql^2}{8}$; наибольшій положительный моментъ $\frac{9}{128}ql^2$; отношеніе: $\frac{1}{8} : \frac{9}{128} = 1,77$.

точка раздъла грузовъ находится въ каколь-нибудь узлъ, но такъ какъ эта точка можетъ находиться и между узлами, то тъ формулы можно считать лишь приближенными. Во всякомъ случаъ разница получится такая ничтожная, что на практикъ обыкновенно пользуются вышеприведенными формулами.

Неравномърная нагрузка двухпролетной неразръзной фермы.

Цъль разсчета – опредълить наибольшія напряженія пояса надъ средней опорой, надъ точкою раздъла грузовъ, а также наибольшія напряженія болтовъ и раскосовъ.

Г. Журавскій предлагаетъ слъдующій пріемъ:

Онъ состоитъ въ томъ, что предполагаютъ оба пролета нагруженными подвижными грузомъ, надвигаемымъ постепенно на одинъ, два и т. д. узла. Вмъстъ съ тъмъ допускаютъ, что съченіе надъ средней опорой есть постоянное съченіе и въ этомъ предположеніи опредъляютъ опытно для каждаго положенія подвижной нагрузки – точку раздъла грузовъ и соотвътственныя напряженія болтовъ, раскосовъ и напряженія пояса. Ясно, что при полной нагрузкъ всего пролета подвижнымъ грузомъ – напряженіе пояса надъ средней опорой – будетъ соотвътствовать полной нагрузкъ обоихъ пролетовъ (въ виду того, что съ-

ченіе надъ средней опорой принимается постояннымъ).

Такъ какъ въ дѣйствительности сѣченіе надъ средней опорой при неравномѣрной нагрузкѣ не есть постоянное (*), то опредѣленныя напряженія для болтовъ и раскосовъ между точкою раздѣла грузовъ и средней опорой будутъ болѣе дѣйствительныхъ, а такія же напряженія между крайней опорой и сѣченіемъ раздѣла грузовъ будутъ менѣе дѣйствительныхъ.

Показаніемъ пріемъ находить въ этомъ случаѣ точку раздѣла грузовъ.

Если мы назовемъ чрезъ n и n' разстоянія искомой точки раздѣла грузовъ отъ правой и лѣвой опоры чрезъ $A\frac{pl}{h}$ и $B\frac{pl}{h}$ – сумму сжимающихъ напряженій отъ подвижнаго груза, расположеннаго по обѣ стороны сѣченія раздѣла грузовъ, то должно быть – для балки съ однимъ пересѣченіемъ раскосовъ:

$$\frac{pl}{h}\left[\frac{(n^2-1)}{2}+A=\frac{pl}{h}\left\{\frac{(2n'^2+3n'-1)}{12}\right\}+B\right]^{(**)} \quad \ldots (181)$$

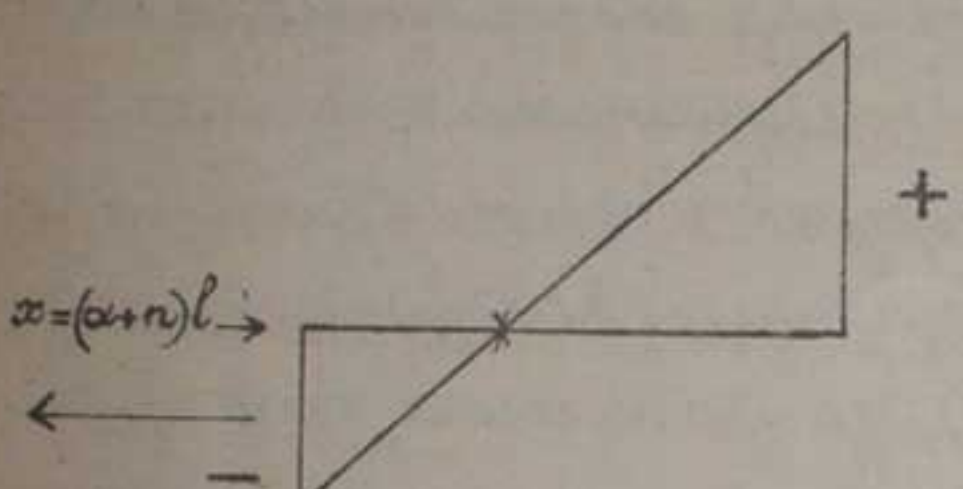
Составляемъ таблицу выраженій:

$$\frac{n^2-1}{2} \text{ и } \frac{2n'^2+3n'-1}{12},$$

(*) Въ сочиненіи Г. Журавскаго подробно разсматриваются условія перемѣщенія постояннаго сѣченія надъ промежуточной опорой.

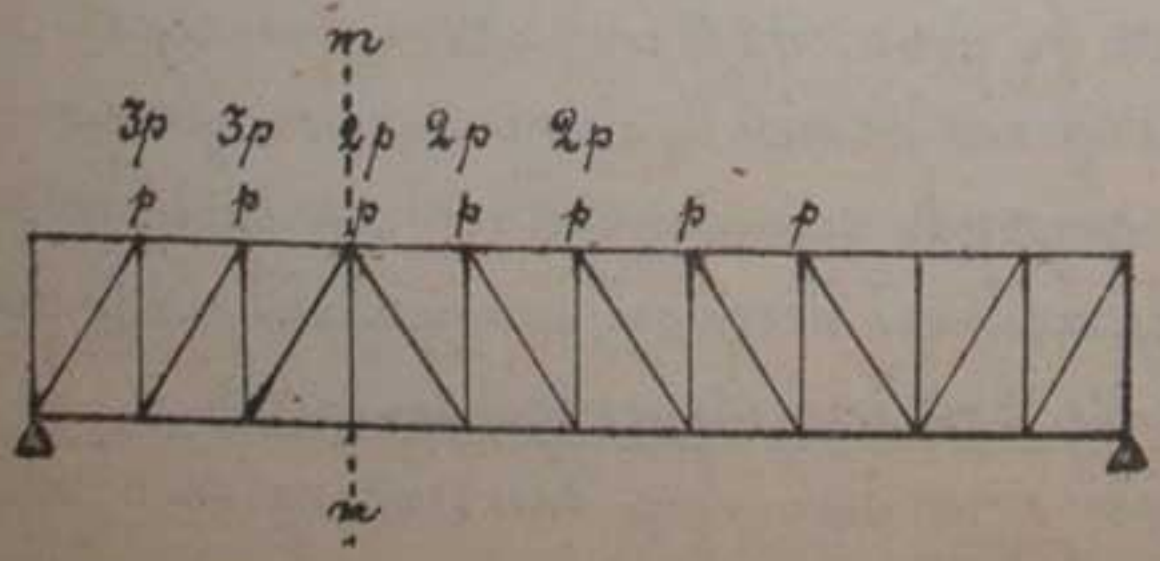
(**) Предполагая же, что точка раздѣла грузовъ будетъ внѣ подвижныхъ грузовъ, тогда, очевидно, $B=C$.

предполагая точку раздѣла грузовъ при $x = \alpha d$, $(\alpha+1)d$, $(\alpha+2)d$ и т.д. и для тѣхъ же значеній x опредѣлимъ значенія A и B. Вставивъ эти значенія въ предъидущую формулу, останавливаемся на томъ значеніи x, при которомъ равенство (181) удовлетворено. Если бы оказалось, что при $x = (\alpha+n)l$ первая часть $<$ второй, а при $x = (\alpha+n+1)l$ – первая часть $>$ второй, то искомое значеніе x опредѣляемъ приблизительно такъ: при $x = (\alpha+n)l$ – проводятъ отрицательную ординату, представляющую отрицательную разность, а при $x = (\alpha+n+1)l$ – проводятъ ординату положительной разности.



Изъ подобія Δ^{bs} находятъ искомое x, при которомъ разность $= 0$.

Предполагая, что для показаннаго на чертежѣ положенія подвижной нагрузки, точка раздѣла грузовъ находится въ сѣченіи mn, величины A и B будутъ:



$$A = \left[(1+3)\,p + (1+3+3)\,p\right]\frac{l}{h} = 11p\,\frac{l}{h};$$

$$B = \left[(1+2)p.\,\frac{4}{5} + (1+2+2)\,p.\,\frac{3}{5} + (1+2+2)p.\,\frac{2}{5} + \right.$$

$$\left. + (1+2+2)p.\,\frac{2}{5}\right] = \frac{l}{h} = \frac{pl}{h}\left(3.\,\frac{4}{5} + 5 + \frac{3}{5} + 5 + \frac{2}{5} + 5 + \frac{2}{5}\right) = \frac{pl}{h}\cdot\frac{47}{5}$$

Для опредѣленія же наибольшаго напряженія 1.) болтовъ и раскосовъ между точкою раздѣла грузовъ и крайней опорой и 2.) наибольшаго напряженія пояса надъ точкою раздѣла грузовъ — опредѣляютъ сначала напряженія этихъ частей фермы, въ предположеніи одной равномѣрной нагрузки обоихъ пролетовъ отъ собственнаго вѣса. Затѣмъ опредѣляютъ — напряженія этихъ же частей фермы при нагрузкѣ одного крайняго пролета подвижнымъ грузомъ (надвигаемымъ постепенно на всѣ узлы), предполагая, что крайній пролетъ представляетъ въ данномъ случаѣ балку, свободно-лежащую на опорахъ и, выбирая при второй нагрузкѣ — наибольшія напряженія, суммируютъ ихъ съ предъидущими. Очевидно, что въ этомъ предположеніи — точка раздѣла грузовъ для втораго рода нагрузки — будетъ всегда ближе къ в, чѣмъ въ дѣйствительности, а слѣдовательно и опредѣленной, сжимающее усиліе въ точкѣ раздѣла грузовъ и напряженія болтовъ и раскосовъ между крайней опорой и точкой раздѣла грузовъ будутъ больше дѣйствительныхъ.

Въ слѣдующей таблицѣ выписаны — значенія напряженій болтовъ, сжимающихъ усилій въ сѣченіи раздѣла грузовъ и вытягиваю —

Таблица

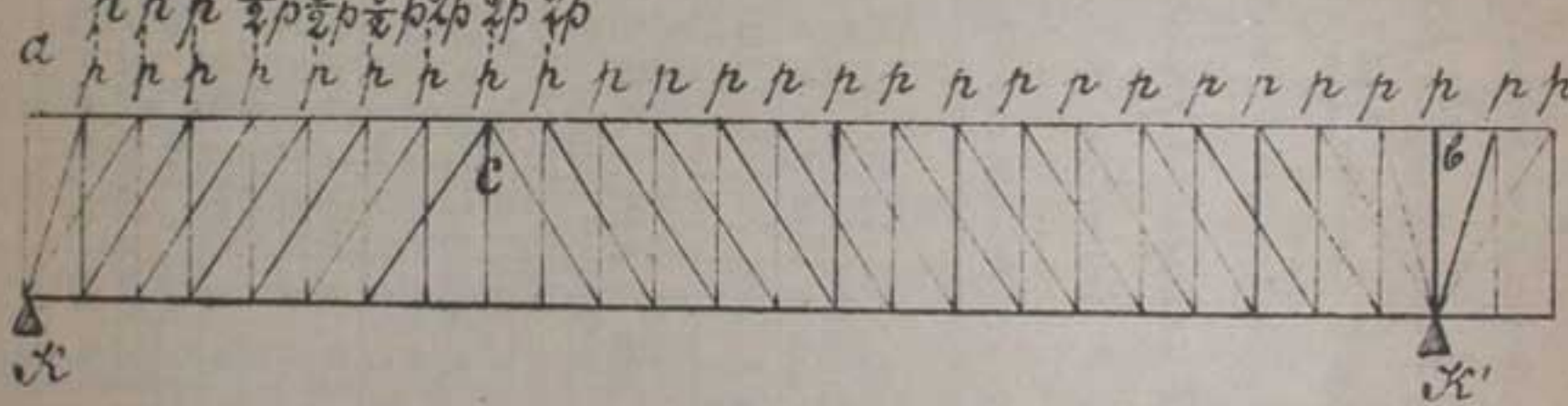
показывающая для крайняго пролета коэффиціентъ α напряженій αp различныхъ болтовъ; коэффиціентъ b силъ $\frac{bpl}{h}$ сжимающихъ поясъ въ сѣченіи разъѣзда грузовъ; коэффиціентъ c силъ $\frac{cpl}{h}$, растягивающихъ поясъ въ сѣченіи, соотвѣтствующемъ средней опорѣ фермы и коэффиціентъ d разстоянія dl отъ крайней опоры того сѣченія разъѣзда грузовъ, при различныхъ положеніяхъ поѣзда, приближеніи отъ крайней опоры къ промежуточной.

Когда поѣздъ производитъ давленія на	Величина α для различныхъ болтовъ.																							d	b	c
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23			
Пять болтовъ	6,76	4.	3,76	1	0,76	0	0	0	0,24	1	1,24	2	2,24	3	3,24	4	4,24	5	5,24	6	6,24	7	7,24	7,26	51,9	85,21
Шесть	5,5	5,97	3	2,97	0	0	0	0,03	1	1,03	2	2,03	3	3,03	4	4,03	5	5,03	6	6,03	7	7,03	8	6,49	53,2	93,8
Семь	6,98	5,5	4,13	3	1,48	0	0	0	1,52	1	2,52	2	3,52	3	4,52	4	5,52	5	6,52	6	7,52	7	8,52	6,99	67,9	93,9
Восемь	7,70	5,5	5,20	3	2,70	0	0	0	0,30	2	1,30	4	2,30	5	3,30	6	4,30	7	5,30	8	6,30	9	7,30	7,4	72,9	100,24
Девять	7,5	6,03	5,5	3,53	3	1,03	0	0	0	1,97	3	2,97	4	3,97	5	4,97	6	5,97	7	6,97	8	7,97	8	7,34	72,8	103,51
Десять	7	6,81	5	4,81	2,5	2,31	0	0	0	0,69	3	3,69	4	4,69	5	5,69	6	6,69	7	7,69	8	8,69	9	8,27	85,52	105,76
Одиннадцать	7,04	7	5,04	5	3,04	2,5	0,54	0	0	0	2,46	3	5,46	4	6,46	5	7,46	6	8,46	7	9,46	8	10,46	8,68	87,41	108,54
Двѣнадцать	7,74	6,5	5,74	4,5	3,74	2,5	1,24	0	0	0	1,26	3	4,26	5	5,26	7	6,26	8	7,26	9	8,26	10	9,26	8,99	90,5	111,55
Тринадцать	7,83	6,5	6,83	4,5	3,83	2,5	1,83	0	0	0	0,67	2,5	3,67	5,5	6,67	6,5	7,67	7,5	8,67	8,5	9,67	9,5	10,67	9,23	91,71	112,57
Четырнадцать	8,42	6	6,42	4	4,42	2	2,42	0	0	0	0,08	2,5	2,58	5,5	5,58	8,5	6,58	9,5	7,58	10,5	8,56	11,5	9,58	9,47	93,86	117,93
Пятнадцать	8	6,47	6	4,47	4	2,47	2	0,47	0	0	0	2,03	2,5	4,53	5,5	7,53	8,5	8,53	9,5	9,53	10,5	10,53	11,5	9,69	94,8	118,27
Шестнадцать	8	6,44	6	4,44	4	2,44	2	0,44	0	0	0	1,36	2,5	4,06	5	7,06	8	8,06	9	11,06	10	11,06	11	9,72	94,4	116,52
Семнадцать	8	6,36	6	4,36	4	2,36	2	0,36	0	0	0	1,64	2	4,14	4,5	6,64	7,5	9,64	10,5	10,64	11,5	11,64	12,5	9,68	93,7	113,87
Восемнадцать	8	6,28	6	4,28	4	2,28	2	0,28	0	0	0	1,72	2	3,72	4,5	6,22	7	9,22	10	12,22	11	12,22	12	9,64	92,83	114,3
Девятнадцать	8	6,16	6	4,16	4	2,16	2	0,16	0	0	0	1,84	2	3,84	4	6,34	6,5	8,84	9,5	11,84	12,5	12,34	13,5	9,58	918	136,6
Двадцать	8	6,08	6	4,08	4	2,08	2	0,08	0	0	0	1,92	2	3,92	4	5,92	6,5	8,42	9	11,42	12	11,92	13	9,54	909	131,1
Двадцать одинъ	7,94	6	5,94	4	3,94	2	1,94	0	0	0	0,06	2	2,06	4	4,06	6	6,06	8,5	8,56	11	11,56	14	11,74	9,47	88,26	114,45
Двадцать два	7,86	6	5,86	4	3,86	2	1,86	0	0	0	0,14	2	2,14	4	4,44	6	6,14	8,0	8,86	10,3	11,14	13,5	14,14	9,43	88,26	114,23
Двадцать три	7,7	6	5,7	4	3,7	2	41	0	0	0	0,3	2	2,3	4	4,3	6	6,3	8	8,3	10,5	10,8	13	17,9	9,35	87,4	110,7
Наибольшія напряженія частей	8,42	6,81	6,42	4,81	4,42	2,5	2,42	0,47	1,52	3	3	4	5,46	6	6,67	8,5	8,5	10,06	10,5	12,22	12,5	14,42	14,56	11	94,8	142,23

щихъ усилія въ сѣченіи средней опоры, при полномъ пролетѣ нагруженномъ кромѣ того грузомъ, еще подвижнымъ, постепенно надвига-

лымъ грузомъ. При этомъ сѣченіе надъ средней опорой принимается постояннымъ: Таблица эта, слѣдовательно, послужитъ для опредѣленія: 1.) наибольшаго напряженія пояса надъ средней опорой и 2.) наибольшаго напряженія болтовъ и раскосовъ между точкой раздѣла грузовъ и средней опорой.

Ферма съ тремя пересѣченіями раскосовъ 24 панеляхъ. Постоянная нагрузка p-на панель; подвижная нагрузка состоитъ изъ трехъ нагрузокъ на панель по $2p$, изъ двухъ по $\frac{3}{2}p$, а остальныя также по p на панель.



Въ слѣдующей таблицѣ выписаны напряженія различныхъ болтовъ и пояса надъ точкою раздѣла грузовъ, предполагая для подвижной нагрузки — первой пролетъ однопролетной балкой, а для постоянной нагрузки — пролетомъ неразрѣзной балки.

Изъ этой таблицы получаются, слѣдовательно, напряженія пояса надъ точкою раздѣла грузовъ и напряженія болтовъ и раскосовъ между крайней опорой и точкою раздѣла грузовъ.

Таблица,

показывающая коэффициентъ a напряженія ар различныхъ болтовъ, коэффиціентъ b смъ $\frac{brl}{h}$, сжимающихъ поясъ въ с, въ различныхъ положеніяхъ поѣзда при движеніи его отъ b къ a.

	Кромка болта.																							
Когда поѣздъ производитъ давленіе на болты.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	Средина b.
Двадцать три . .	6,44	5,5	4,44	3,5	2,94	2	1,49	1	0,94	0	0	0	0,06	1	1,06	2	2,06	3	3,06	4	4,06	5	5,06	78,77
Двадцать два . . .	6,79	5,80	4,79	3,5	3,29	2	1,79	1	0,79	0	0	0	0,21	1	1,21	2	2,21	3	3,21	4	4,21	5	5,21	80,7
Двадцать одинъ . .	7,19	6	5,19	4	3,19	2,5	1,69	1	0,69	0	0	0	0,31	1	1,31	2	2,31	3	3,31	4	4,31	5	5,31	82,15
Двадцать	5,63	6,5	5,63	4,5	3,63	2,5	2,13	1	0,63	0	0	0	0,37	1	1,37	2	2,37	3	3,37	4	4,37	5	5,37	82,87
Девятнадцать . .	6,1	5	6,1	5	4,1	3	2,1	1,5	0,6	0	0	0	0,4	1	1,4	2	2,4	3	3,4	4	4,4	5	5,4	83,15
Восемнадцать .	4,63	5,1	4,63	5,5	4,63	3,5	2,63	1,5	1,13	0	0	0	0,37	1	1,37	2	2,37	3	3,37	4	4,37	5	5,37	82,87
Семнадцать . .	3,5	3,69	5,5	3,69	5,5	3,69	3,5	1,69	1,5	0,19	0	0	0	1,31	1	2,13	2	3,31	3	4,31	4	5,31	5	81,75
Шестнадцать .	3,5	4,79	3,5	4,79	3,5	4,30	3,5	2,79	1,5	0,79	0	0	0	0,71	1,5	1,71	2,5	2,71	3,5	3,71	4,5	4,71	5,5	80
Пятнадцать . .	4	3,44	4	3,44	4	3,44	4	3,44	2	1,44	0	0	0	0,06	1,5	1,56	2,5	2,56	3,5	3,56	4,5	4,56	5,5	77,25
Четырнадцать . .	2,62	4	2,62	4	2,62	4	2,62	4	2,62	2	0,62	0	0	0	0,88	1,5	2,38	2,5	3,38	3,5	4,38	4,5	5,38	74,12
Тринадцать . .	3,25	2	3,25	2	3,25	2	3,25	2	3,25	2	1,25	0	0	0	0,15	1,5	1,65	3	2,65	4	3,65	5	4,65	70,1
Двенадцать . . .	2	3,13	2	3,13	2	3,13	2	3,13	2	3,13	2	1,13	0	0	0	0,37	1,5	2,37	3	3,37	4	4,37	5	65,76
Одиннадцать . .	2,44	2	2,44	2	2,44	2	2,44	2	2,44	2	2,44	2	0,44	0	0	0	1,56	1,5	3,06	3	4,06	4	5,06	80,37
Десять	1,79	2	1,79	2	1,79	2	1,79	2	1,79	2	1,79	2	1,79	0	0	0	0,21	2	1,71	3,5	3,21	4,5	4,21	54,87
Девять	2	1,19	2	1,19	2	1,19	2	1,19	2	1,19	2	1,19	2	1,19	0	0	0	0,81	2	2,31	3,5	3,81	4,5	49
Восемь	0,63	2	0,63	2	0,63	2	0,63	2	0,63	2	0,63	2	0,63	2	0,63	0	0	0	1,37	2	2,87	3,5	4,37	42,65
Семь	2	0,1	2	0,1	2	0,1	2	0,1	2	0,1	2	0,1	2	0,1	2	0,1	0	0	0	1,9	2	3,4	3,5	35,85
Для наибольшихъ напряженій частей объ двигающагося вдаль поѣзда	7,19	6,5	6,1	5,5	5,5	4,79	4	4	3,85	3,13	2,44	2	2	2	2	2	2,6	3	3,6	4,31	4,5	5,31	5,5	83,15
Напряженія частей отъ равномѣрно-распаложеннаго груза	4	3,22	3	2,28	2	1,28	1	0,28	0	0	0	0,78	1	1,78	2	2,78	3	3,78	4	4,78	5	5,78	5	47,2
Полныя напряженія частей	11,19	9,72	9,1	7,72	7,5	6,01	5	4,28	3,85	3,13	2,44	2,78	3	3,78	4	4,78	5,5	6,78	7,5	9,09	9,5	11,09	11,5	130,35

Изъ послѣднихъ строкъ двухъ приведенныхъ таблицъ можно выбрать наибольшія напряженія, какимъ подвержены части фермы при движеніи поѣзда въ ту и другую стороны.

Таблица

наибольших напряжений частей моста, равномерно-нагруженного и поддерживающего, кромѣ того, грузъ движущихся на немъ поѣздовъ.

Номера балокъ..	1	2	3	4	5	6	Сила, сжимающая пояса	Сила, растягивающая пояса
Наибольшія напряженія болтовъ....	11,2р	9,7р	9,1р	7,7р	7,5р	6р	130,4 $\frac{pl}{h}$	142,3 $\frac{pl}{h}$
Номера болтовъ..	7	8	9	10	11	12	"	"
Наибольшія напряженія болтовъ....	5р	4,2р	3,9р	3,1р	3р	4р	"	"
Номера болтовъ...	13	14	15	16	17	18	"	"
Наибольшія напряженія болтовъ....	5,5р	6р	6,7р	8,5р	8,5р	10,1р	"	"
Номера болтовъ...	19	20	21	22	23	"	"	"
Наибольшія напряженія болтовъ....	10,5р	12,2р	12,5р	14,4р	14,6р	"	"	"

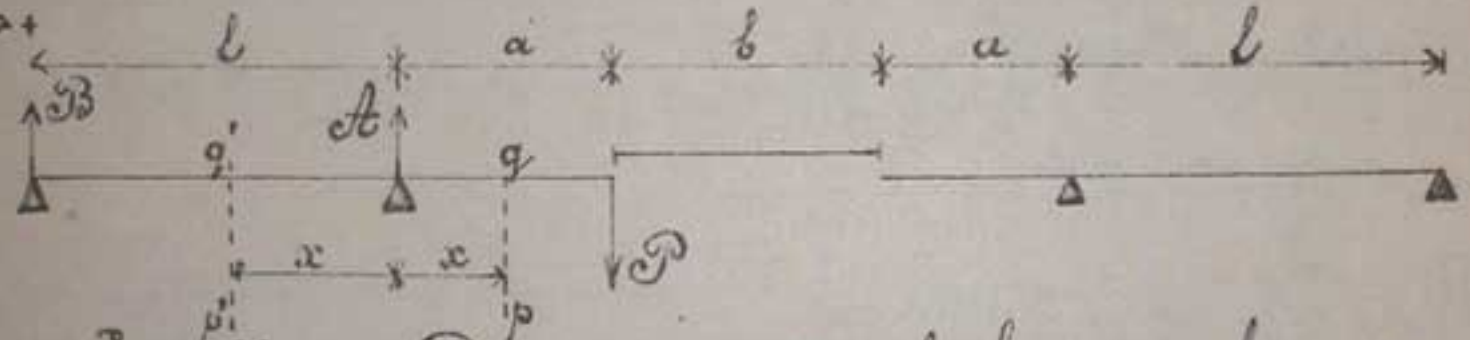
Опредѣленіе усилій въ составныхъ частяхъ фермы Гербера.

Искомыя усилія въ поясахъ, раскосахъ и стойкахъ находятся помощью ранѣе выведенныхъ формулъ, въ которыя входятъ значенія max. M и соотвѣтствующія значенія: Q или max. Q съ соотвѣтствующими значеніями M.

Ниже приведемъ изслѣдованіе невыгоднаго способа

расположенія нагрузки и составленіе выраженія max. M и N, max Q и M для одного типа фермъ Гербера, а именно для фермы <u>съ однимъ свѣшивающимся концомъ</u>, такъ какъ выводъ формулъ для фермы съ <u>двумя свѣшивающимися концами</u> можетъ быть составленъ, принявъ тотъ же самый пріемъ.

Пусть длина средняго пролета - l; длина свѣшивающагося конца (консоли) - a; величина промежутка между двумя консолями - b. Назовемъ сопротивленіе лѣвой опоры крайняго пролета чрезъ B, сопротивленіе правой опоры - A; величину сосредоточеннаго груза - P; равномѣрно-распредѣленную постоянную и подвижную нагрузки въ крайнемъ пролетѣ, въ консоли и въ среднемъ пролетѣ - чрезъ p, k; p', k' и p'', k''.



<u>I Случай</u>. Грузъ P приложенъ въ концѣ консоли a;

$$A \cdot l = P(a+l); \quad A = \frac{P(a+l)}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (182)$$

$$B = P - A = -\frac{Pa}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (183)$$

Если въ <u>лѣвой</u>, оставшейся по отсѣченіи части, моменты, вращающіе по направленію <u>часовой стрѣлки</u> считать положительными, то въ правой отсѣченной части, моменты того же направленія слѣдуетъ считать отрицательными и обратно. Равнымъ образомъ, если въ лѣвой отсѣченной части направленія силъ <u>снизу вверхъ</u> считать <u>положительными</u> то въ правой обратно.

Моментъ въ сѣченіи pq:

$$M_x = B(l+x) + Ax = -\frac{Pa}{l}(l+x) + \frac{P(a+l)}{l}x = -Pa + Px =$$
$$= P(x-a) = -P(a-x) \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\text{или } M_x = -P(a-x) = P(x-a) = -P(a-x) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (184)$$

Вертикальное усилие в сечении pq:

$$V_x = B + A = -\frac{Pa}{l} + \frac{P(a+l)}{l} = +P \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\text{или } V_x = P \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (185)$$

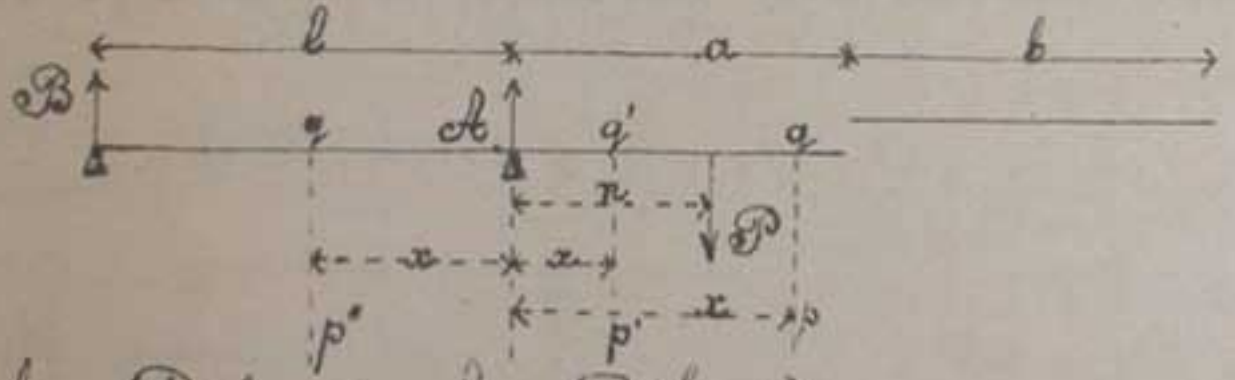
Моменть в сѣченіи p'q':

$$M_x = B(l-x) = -\frac{Pa}{l}(l-x) \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\text{или } M_x = Ax - P(a+x) = \frac{P(a+l)}{l}x - P(a+x) = \frac{Pa}{l}x - Pa = -\frac{Pa}{l}(l-x). \quad (186)$$

Вертикальное усиліе в сѣченіи p'q':

$$V_x = B = -\frac{Pa}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\text{или } V_x = -A + P = -\frac{P(a+l)}{l} + P = -\frac{Pa}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (187)$$

II Случай. Грузъ P помѣщенъ на консоли a на разстояніи n отъ опоры A.



$$A.l = P(l+n); \quad A = \frac{P(l+n)}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (182')$$
$$B = P - A = -\frac{Pn}{l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (183')$$

Моменть в сѣченіи pq:

$$M_x = B(l+x) + Ax - P(x-n) = -\frac{Pn}{l}(l+x) + \frac{P(l+n)}{l}x - P(x-n) = 0.$$
$$V_x = B + A - P = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (188)$$

Моменть в сѣченіи p'q':

$$M_x = B(l+x) + Ax = -\frac{Pn}{l}(l+x) + \frac{P(l+n)}{l}x = -P(n-x) \ldots$$
$$\text{или } M_x = -P(n-x) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (189)$$
$$V_x = B + A = -\frac{Pn}{l} + \frac{P(l+n)}{l} = +P \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\text{или } V_x = +P \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (190)$$

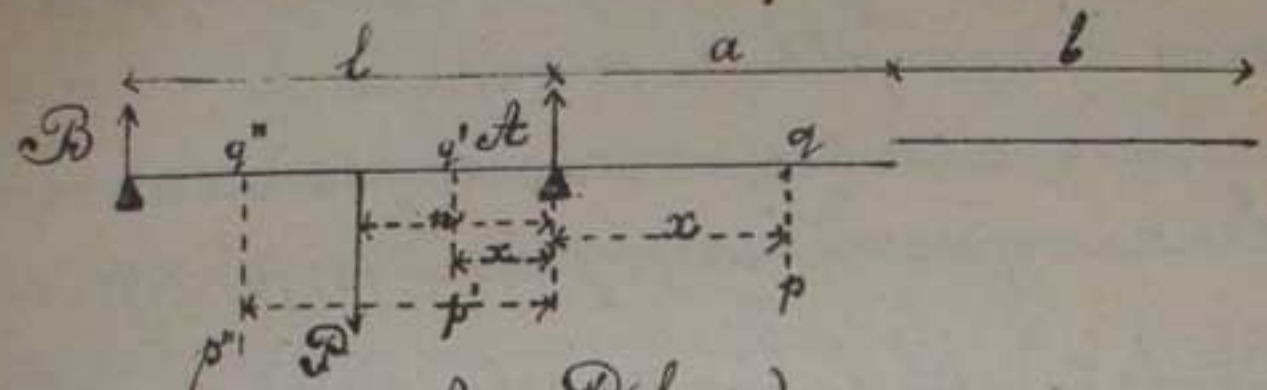
Моменть в сѣченіи p"q":

$$M_x = B(l-x) = -\frac{Pn}{l}(l-x) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\text{или } M_x = Ax - P(n+x) = \frac{P(l+n)}{l}x - P(n+x) = -\frac{Pn}{l}(l-x) \ldots\ldots \quad (191).$$

Перерезывающия усилия:

$$V_x = B = -\frac{Pn}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\text{или } V_x = -A + P = -\frac{P(l+n)}{l} + P = -\frac{Pn}{l} \quad \ldots\ldots \Big\} \cdot (192).$$

III Случай. Грузъ P помѣщенъ на прямѣтѣ l на разстояніи n отъ опоры A



$$A \cdot l = P(l-n); \quad A = \frac{P(l-n)}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (182'').$$
$$B = P - A = +\frac{Pn}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (183'').$$

Моментъ въ сѣченіи pq:

$$M_x = B(l+x) + Ax - P(n+x) = \frac{Pn}{l}(l+x) + \frac{P(l-n)}{l}x - P(n+x) = 0$$
$$V_x = B + A - P = 0. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \Big\} \cdot (193).$$

Моментъ въ сѣченіи $p'q'$:

$$M_x = B(l-x) - P(n-x) = \frac{Pn}{l}(l-x) - P(n-x) = Px - \frac{Pnx}{l} = \frac{Px}{l}(l-n) \ldots\ldots$$
$$\text{или } M_x = Ax = \frac{P(l-n)}{l}x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \Big\} \cdot (194).$$

Вертикальное усиліе въ сѣченіи $p'q'$:

$$V_x = B - P = \frac{Pn}{l} - P = \frac{P}{l}(n-l) = -\frac{P}{l}(l-n). \quad \ldots\ldots\ldots$$
$$\text{или } V_x = -A = -\frac{P(l-n)}{l} = \frac{P}{l}(n-l) = -\frac{P}{l}(l-n) \quad \ldots\ldots\ldots \Big\} \cdot (195).$$

Моментъ въ сѣченіи $p''q''$:

$$M_x = B(l-x) = \frac{Pn}{l}(l-x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\text{или } M_x = Ax - P(x-n) = \frac{P(l-n)}{l}x - P(x-n) = \frac{Pn}{l}(l-x) \ldots\ldots \Big\} \cdot (196)$$

Вертикальное усиліе въ сѣченіи $p''q''$

$$V_x = B = \frac{Pn}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\text{или } V_x = -A + P = -\frac{P(l-n)}{l} + P = +\frac{Pn}{l} \quad \ldots\ldots\ldots \Big\} \cdot (197)$$

Для равномѣрно распредѣленной нагрузки p на протяженіи b - необходимо замѣнить въ формулахъ 1, 2, 3, 4, 5 и 6 P на $\frac{pb}{2}$.

Для равномѣрно распредѣленной нагрузки p' на пролетѣ a - въ формулахъ 1', 2', 7, 8, 9, 10 и 11 – P замѣняется $p'a$, а n - замѣнится $\frac{a}{2}$.

Для равномѣрно распредѣленной нагрузки p'' на пролетѣ b - въ формулахъ 1'', 2'', 12, 13, 14, 15 и 16 – P замѣняется чрезъ $p''b$, а n - чрезъ $\frac{b}{2}$.

При загрузкѣ, слѣдовательно, всѣхъ трехъ пролетовъ равномѣрной нагрузкой p, p' и p'' имѣемъ:

$$A=\frac{pb}{2}\frac{(a+b)}{b}+\frac{p'a}{b}\left(b+\frac{a}{2}\right)+\frac{p''b}{b}\left(b-\frac{b}{2}\right)=\frac{pb}{2}\frac{(a+b)}{b}+\frac{p'a(2b+a)}{2b}+\frac{p''b}{2} \quad (198).$$

$$B=-\frac{pb}{2}\cdot\frac{a}{b}-\frac{p'a\cdot a}{2b}+\frac{p''b\cdot b}{2b}=-\frac{pba}{2b}-\frac{p'a^2}{2b}+\frac{p''b}{2} \quad (199).$$

Если $p=p'=p''$ - что и можно принять, имѣемъ:

$$A=\frac{p}{2b}\left[b(a+b)+a(2b+a)+b^2\right] \quad (200)$$

$$B=-\frac{p}{2b}\left[ba+a^2-b^2\right] \quad (201)$$

Для опредѣленія <u>момента и перерѣзывающихъ усилій</u> въ какомъ-либо сѣченіи консоли a отъ дѣйствія той же равномѣрно распредѣленной нагрузки, слѣдуетъ сдѣлать такія же замѣны. Но при этомъ слѣдуетъ имѣть въ виду, что, на основаніи формулы (188) грузъ, помѣщенный <u>влѣво</u> отъ разсматриваемаго сѣченія не вліяетъ на значеніе M_x и V_x, поэтому, пользуясь формулой (189) и (190) слѣдуетъ вмѣсто P поставить не $p'a$ или pa, а $p(a-x)$ вставляя вмѣсто n не $\frac{a}{2}$, а $\frac{a-x}{2}$. Въ формулѣ же (191) и (192) слѣдуетъ P замѣнить чрезъ pa, а n - чрезъ $\frac{a}{2}$.

Слѣдовательно:

<u>Моментъ въ консоли a</u> пользуясь формулами (184), (189) и (193):

$$M_x=\frac{pb}{2}(x-a)-p(a-x)\left(\frac{a+x}{2}-x\right)=\frac{pb}{2}(x-a)-\frac{pb}{2}(a-x)^2=$$

$$=-\frac{p}{2}(a-x)\left[b+(a-x)\right] \quad (202)$$

Затѣмъ, пользуясь формулами (185), (190) и (193).

Перерѣзывающія усилія въ консоли a:

$$V_a = \frac{pb}{2} + p(a-x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (203)$$

Переходя отъ сосредоточеннаго груза къ сплошной нагрузкѣ слѣдуетъ, собственно говоря, пользоваться инымъ пріемомъ, заключающимъ $\int$ pdx и затѣмъ $\int$-ать въ извѣстныхъ предѣлахъ. Такой пріемъ, очевидно, можетъ только относиться къ II и III случаямъ. Въ данномъ случаѣ мы получимъ тѣ же результаты, а именно:

$$A = \frac{pb}{2}\left(\frac{a+l}{l}\right) + \int_0^a pdx\left(\frac{l+x}{l}\right) + \int_0^l pdx\,\frac{(l-x)}{l} = \frac{pb}{2}\,\frac{(a+l)}{l} + pa +$$

$$+ \frac{pa^2}{2l} + pl - \frac{pl^2}{2l} = \frac{p}{2l}\left[b(a+l) + a(2l+a) + l^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots (200)$$

$$B = -\frac{pb}{2}\cdot\frac{a}{l} - \int_0^a pdx\cdot\frac{x}{l} + \int_0^l pdx\cdot\frac{x}{l} = -\frac{pb}{2}\cdot\frac{a}{l} - \frac{pa^2}{2l} + \frac{pl^2}{2l} =$$

$$= -\frac{p}{2l}\left[ba + a^2 - l^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (201)$$

$$M_x = \frac{pb}{2}(a-x) - \int_x^a pd\xi(\xi - x) = \frac{pb}{2}(a-x) - \left[p\frac{(\xi-x)^2}{2}\right]_x^a = \frac{pb}{2}(a-x) +$$

$$- p\frac{(a-x)^2}{2} = \frac{pb}{2}(x-a) + \frac{p}{2}(a-x)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (202).$$

Здѣсь D заключено $\int$ pdξ и $\int$ ξ; x - постоянная въ отношеніи интегрированія:

$$V_x = \frac{pb}{2} + \int_x^a pd\xi = \frac{pb}{2} + p(a-x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (203)$$

Далѣе будетъ уже примѣняемъ этотъ пріемъ.

Моменты въ пролетѣ l, пользуясь формулами (186), (191), (194) и (196)

$$M_x = -\frac{pb}{2}\cdot\frac{a}{l}(l-x) - \int_0^a \frac{pd\xi}{l}\cdot\xi(l-x) + \int_0^l \frac{pd\xi}{l}\cdot x(l-\xi) + \int_0^x \frac{pd\xi}{l}\cdot\xi(l-x) =$$

$$= -\frac{pba}{2l}(l-x) - \frac{pa^2}{2l}(l-x) - \frac{px}{l}\left[\frac{(l-\xi)^2}{2}\right]_x^l + \frac{px^2}{2l}(l-x) =$$

$$= -\frac{pba}{2l}(l-x) - \frac{pa^2}{2l}(l-x) + \frac{px}{2l}(l-x)^2 + \frac{px^2}{2l}(l-x) =$$

$$= \frac{p(l-x)}{2l}\left[x(l-x) + x^2 - ba - a^2\right] = \frac{p(l-x)}{2l}\left[xl - la - a^2\right] \quad \ldots\ldots (204).$$

Перерѣзывающее усиліе въ консоли l, пользуясь формулами (187), (192), (195) и (197)

$$V_x = -\frac{pb}{2}\cdot\frac{a}{l} - \int_0^a \frac{p\,d\xi\cdot\xi}{l} + \int_x^l \frac{p\,d\xi}{l}\cdot(\xi - l) + \int_0^x \frac{p\,d\xi\cdot\xi}{l} =$$

$$= -\frac{pb}{2}\cdot\frac{a}{l} - \frac{pa^2}{2l} + \frac{p}{l}\left[\frac{(\xi-l)^2}{2}\right]_x^l + \frac{px^2}{2l} = -\frac{pb}{2}\cdot\frac{a}{l} - \frac{pa^2}{2l} - \frac{p(x-l)^2}{2l} + \frac{px^2}{2l} =$$

$$= -\frac{pb}{2}\cdot\frac{a}{l} - \frac{pa^2}{2l} + px - \frac{pl}{2} \qquad \text{(205)}$$

Слѣдовательно:

Моменты и перерѣзывающія усилія отъ сплошной равномѣрно распредѣленной нагрузки p на крайнемъ пролетѣ, на консоли и на среднемъ пролетѣ опредѣляются:

1.) Для любого сѣченія въ консоли a - по формулѣ (202) и (203)

2) Для любого сѣченія въ крайнемъ пролетѣ l по формулѣ (204) и (205).

Опредѣлимъ теперь вліяніе подвижнаго груза для моментовъ и перерѣзывающихъ усилій.

Формулы (184) и (186) показываютъ, что грузъ, помѣщенный въ концѣ консоли, вызоветъ отрицательный моментъ въ консоли a и отрицательный въ пролетѣ l и въ обоихъ случаяхъ тѣмъ больше, чѣмъ больше грузъ P.

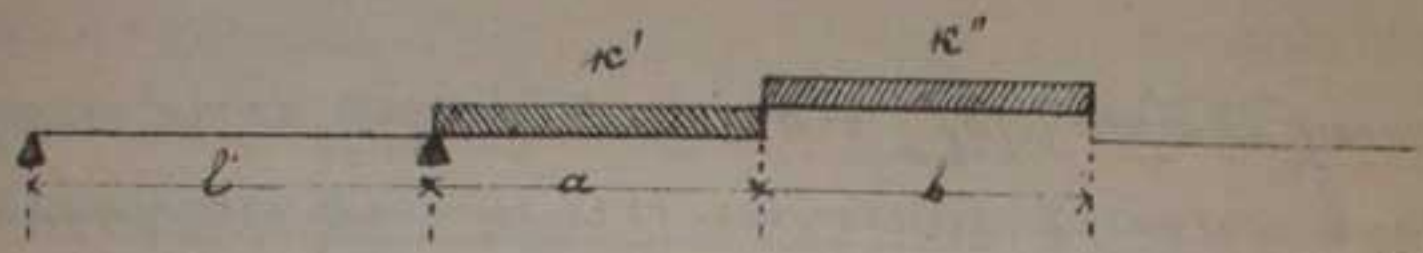
Формулы (189) и (191) показываютъ, что грузъ, помѣщенный гдѣ-нибудь на консоли a-, вызываетъ тоже отрицательные моменты въ консоли a и въ пролетѣ l.

Формула (193) показываетъ, что грузъ, помѣщенный на пролетѣ l, вызываетъ моментъ $= 0$ въ консоли a; съ другой стороны формулы (194) и (196) показываютъ, что грузъ, помѣщенный въ a, вызываетъ

положительные моменты.

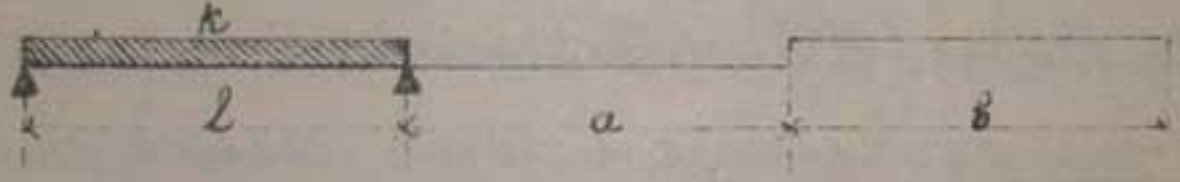
Поэтому въ консоли a всегда моменты отрицательны. Въ пролетъ l - ом отрицательны, если загружены средній пролетъ b и консоль a и положительны, если загруженъ пролетъ l.

Слѣдовательно, для полученія наибольшихъ отрицательныхъ моментовъ отъ подвижнаго груза въ



сѣченіяхъ консоли a и берегового пролета l - необходимо загрузить консоль a и средній пролетъ b.

Для полученія наибольшихъ положительныхъ моментовъ отъ подвижнаго груза въ береговомъ пролетѣ l необходимо загрузить только пролетъ l - не загружая пролеты a и b.



Относящіяся къ нимъ формулы найдутся изъ (202) и (204) отбрасывая члены, соотвѣтствующіе отсутствующей нагрузкѣ.

Въ консоли a.

$$-max.M_x=\frac{x''b}{2}(x-a)-\frac{x'}{2}(a-x)^2=-\frac{x''b}{2}(a-x)-\frac{x'}{2}(a-x)^2 \quad \ldots\ldots (206)$$

Въ береговомъ пролетѣ l.

$$-max.M_x=-\frac{x''ba}{2l}(l-x)-\frac{x'a^2}{2l}(l-x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (207)$$

Въ береговомъ пролетѣ l.

$$+max.M_x=+\frac{xx}{2l}(l-x)^2+\frac{xx^2}{2l}(l-x)=k\frac{(l-x)}{2l}.xl=\frac{xx}{2}(l-x) \quad \ldots (208)$$

Соотвѣтствующія но не максимальныя величины V_x, пользуясь формулами (203) и (205)

Въ консоли a

$$V_x = \frac{x'b}{2} + x'(a - x)$$

Въ береговомъ пролетѣ l.

$$V_x = -\frac{x'b}{2} \cdot \frac{a}{l} - \frac{x'a^2}{2l}, \text{ соотвѣтств. - max. } M_x.$$

Въ береговомъ пролетѣ l.

$$V_x = kx - \frac{kl}{2}, \text{ соотвѣтств. + max } M_x.$$

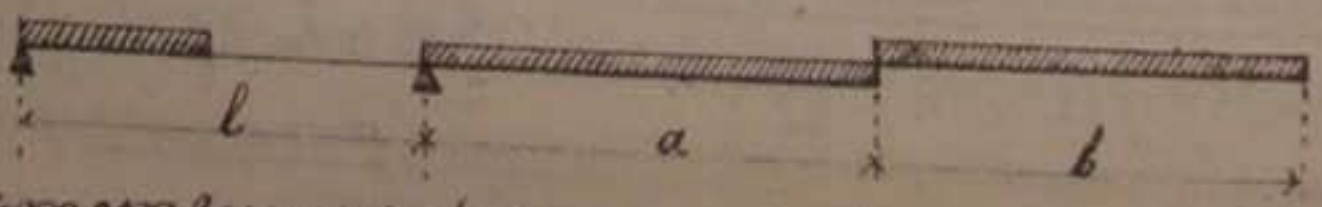
Опредѣлимъ теперь max. значенія перерѣзывающихъ усилій.

Формулы (185) и (187) показываютъ, что нагрузка пролета b даетъ положительныя перерѣзывающія усилія въ консоли a и отрицательныя въ пролетѣ l.

Формулы (190) и (192) показываютъ, что нагрузка пролета a-даетъ положительныя перерѣзывающія усилія въ консоли a и отрицательныя въ береговомъ пролетѣ l.

Формулы (195) и (197) показываютъ, что при загруженіи части пролета l отъ лѣвой опоры до разсматриваемаго сѣченія-получаются отрицательныя перерѣзывающія усилія, а при загруженіи части пролета отъ разсматриваемаго сѣченія до правой опоры получаются положительныя перерѣзывающія усилія.

Слѣдовательно, для полученія наибольшаго положительнаго перерѣзывающаго усилія въ консоли a и наибольшаго отрицательнаго-въ пролетѣ b, слѣдуетъ расположить нагрузку такъ:



Соотвѣтственныя формулы составляются изъ (203) и (205):

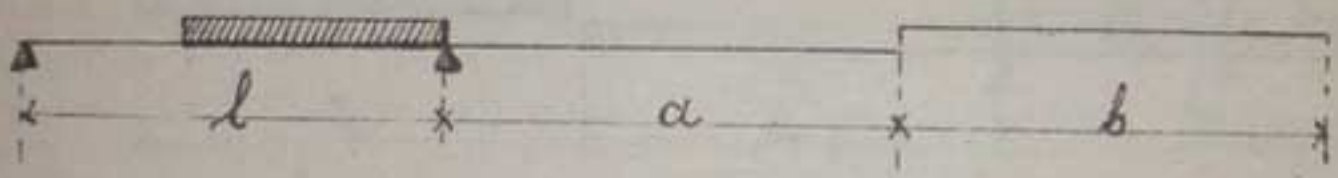
<u>Въ консоли a</u>

$$+ max.\ V_x = \frac{x''b}{2} + x'(a-x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (209).$$

<u>Въ пролетъ l.</u>

$$- max.\ V_x = -\frac{x''l}{2} \cdot \frac{a}{l} - \frac{x'a^2}{2l} - x\frac{(x-l)}{2l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (210).$$

Наибольшее <u>положительное</u> перерѣзывающее усиліе въ пролетѣ l-будетъ соотвѣтствовать положенію нагрузки отъ разсматриваемаго сѣченія до правой опоры.



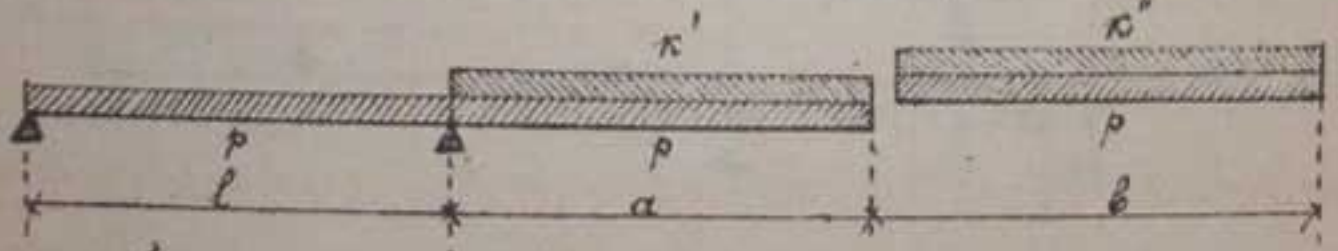
Соотвѣтствующая формула получится изъ (205):

<u>Въ пролетъ l.</u>

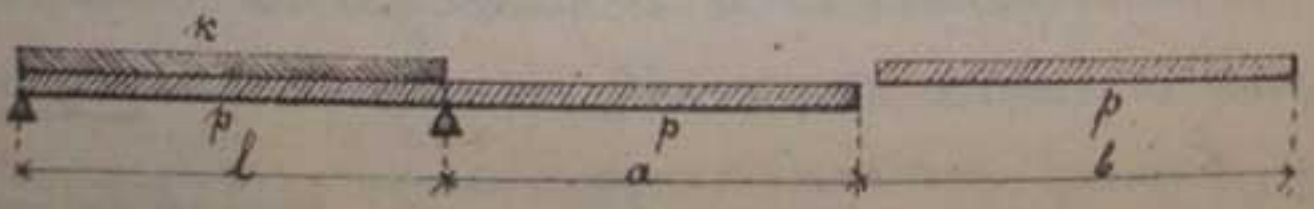
$$+ max.\ V_x = \frac{xx^2}{2l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (211).$$

Такимъ образомъ при опредѣленіи моментовъ и перерѣзывающихъ усилій слѣдуетъ предположить <u>два</u> способа нагрузки въ каждомъ случаѣ.

Для наибольшихъ <u>отрицательныхъ моментовъ</u> въ консоли a и въ пролетѣ l. Формулы (202) и (206) для консоли a. Формулы (204) и (207) для пролета l.

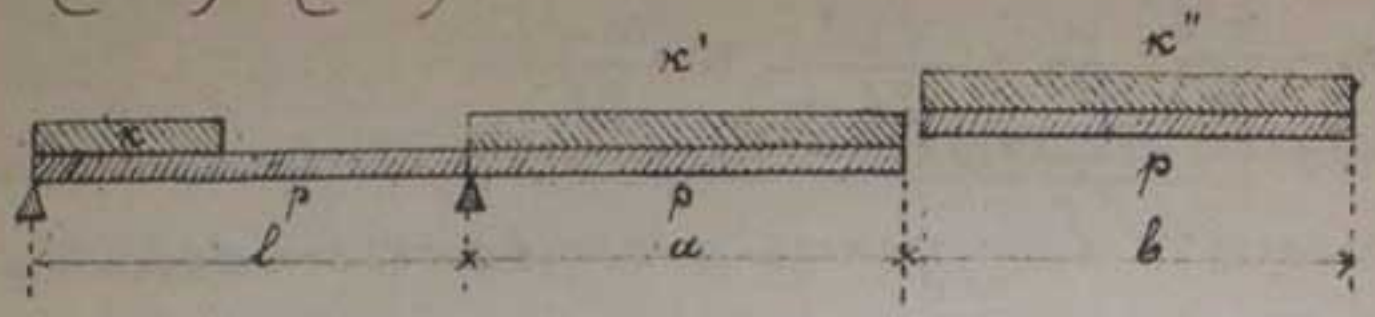


Для наибольшихъ <u>положительныхъ моментовъ</u> въ береговомъ пролетѣ l. Формулы (204) и (208).

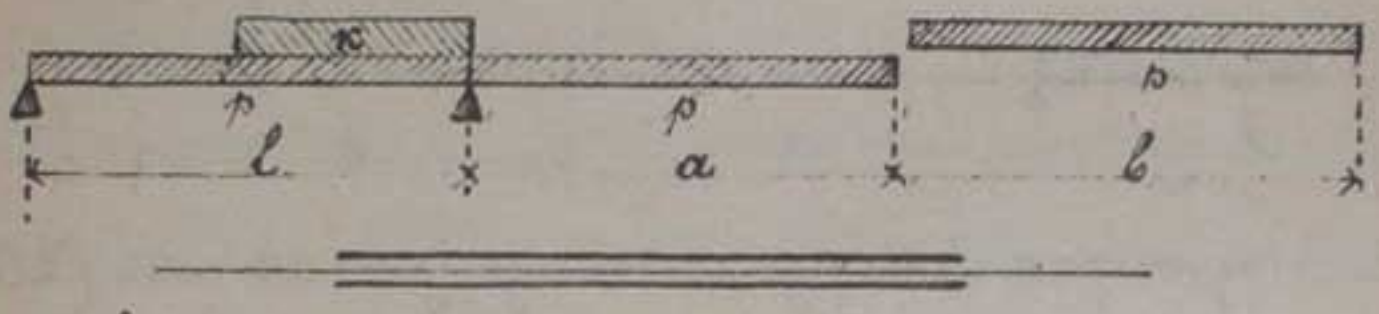


Для <u>наибольшаго положительнаго</u> перерѣзывающаго усилія <u>въ консоли a</u> и <u>наибольшаго отрицательна-</u>

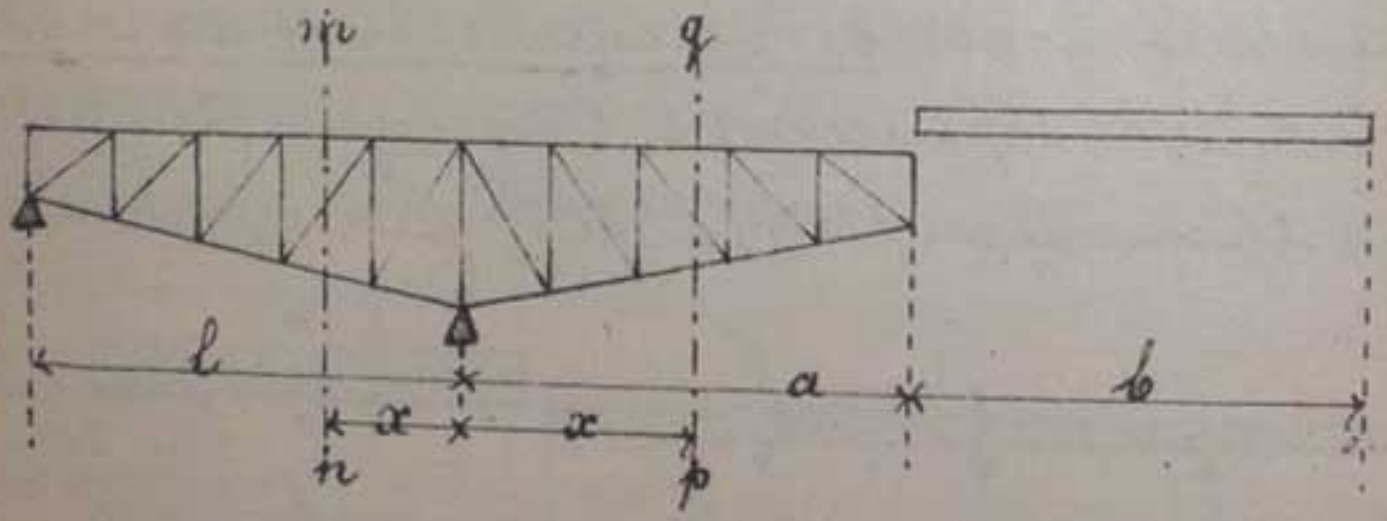
го перерѣзывающаго усилія въ пролетѣ l. Для кон. сол и а формулы (203) и (209). Для пролета l формулы (205) и (210)



Для наибольшаго положительнаго перерѣзывающаго усилія въ пролетѣ l. Формулы (205) и (211).



Такъ какъ моментъ внутреннихъ силъ противоположенъ моменту внѣшнихъ силъ, то смотря по тому разсматриваемъ-ли лѣвую или правую оставшуюся по отсѣченіи часть, легко опредѣлимъ будетъ ли верхній поясъ сжатъ или растянутъ.

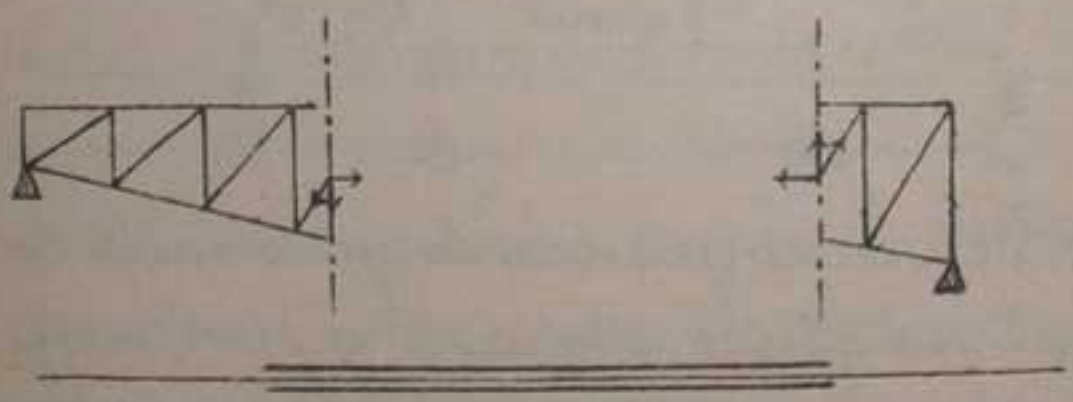


При выводѣ всѣхъ формулъ предполагалось, что абсциссы x считались для различныхъ пролетовъ, какъ указано на чертежѣ, что и слѣдуетъ имѣть въ виду.

Пусть для сѣченія nn M_x получился положительный. Если разсматривать лѣвую оставшуюся по отсѣченіи часть, то моментъ внѣшнихъ силъ получаетъ направленіе ↻, а слѣдова-

тельно моментъ внутреннихъ силъ получитъ направленіе ↶, т.е. верхній поясъ сжать, а нижній - вытянутъ. Если разсматривать правую оставшуюся часть, то положительный моментъ внѣшнихъ силъ имѣетъ для нея направленіе ↷ (согласно сдѣланному условію въ началѣ), а потому моментъ внутреннихъ силъ имѣетъ направленіе ↷, т.е. опять верхній поясъ сжатъ, а нижній - вытянутъ.

Если перерѣзывающее усиліе въ сѣченіи т.п положительное, то для лѣвой оставшейся части, согласно условію, оно направлено вверхъ ↑, а слѣдовательно внутреннія вертикальныя усилія направлены внизъ ↓ и слѣдовательно раскосъ сжатъ; положительное перерѣзывающее усиліе для правой оставшейся части, согласно условію, направлено внизъ ↓, слѣдовательно внутреннее вертикальное усиліе направлено вверхъ ↑ и раскосъ попрежнему тоже сжатъ и т.д.

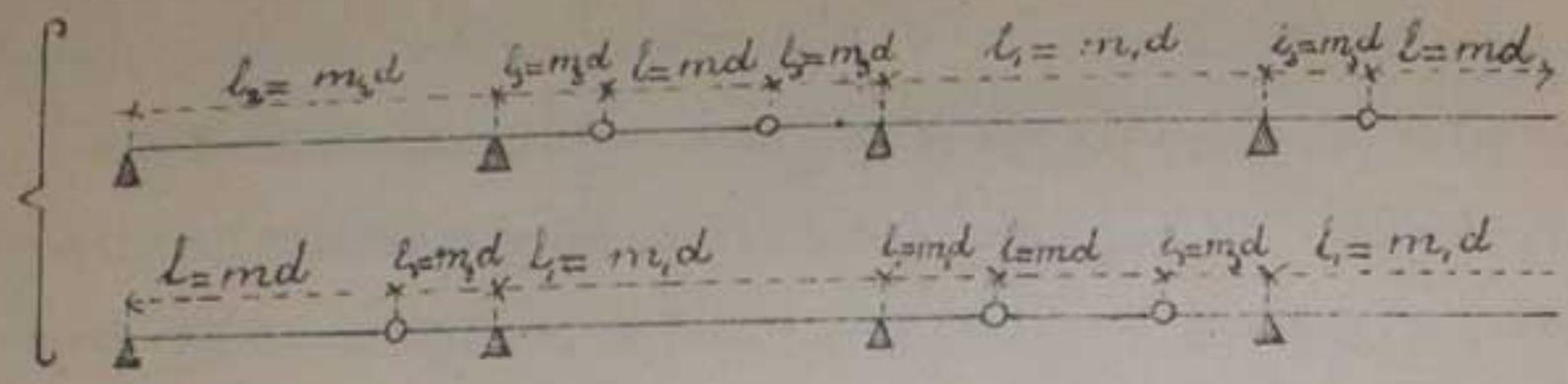


На нижеслѣдующемъ чертежѣ представлены два возможныхъ типа фермъ Гербера. Въ первомъ типѣ два крайніе пролета перекрыты фермами со свѣшивающимися концами, а среднее

Листъ 23 Т. III Лит. Маркова, Невскій №34.

Профессоръ

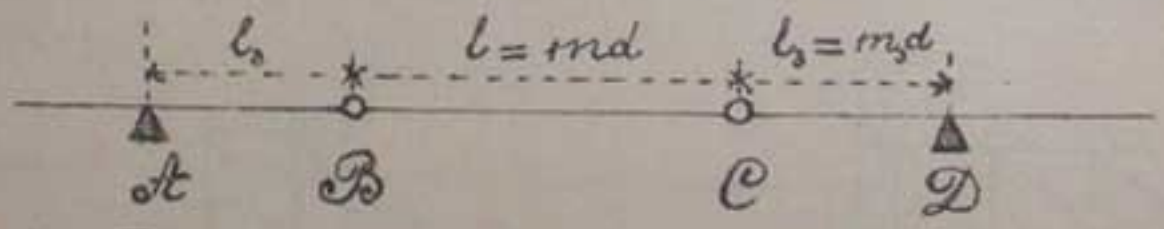
—поочередно: фермами съ двумя свѣшивающимися концами и однопролетными фермами, опирающимися на свѣшивающіеся концы смежныхъ



фермъ. Во второмъ типѣ—два крайніе пролета перекрыты однопролетными фермами, опирающимися на постоянную опору и на свѣшивающійся конецъ смежной фермы. Средніе пролеты находятся въ такихъ же условіяхъ, какъ и въ первомъ типѣ.

О наивыгоднѣйшемъ дѣленіи общаго отверстія на отдѣльные пролеты см. Часть I Стр.-428-450.

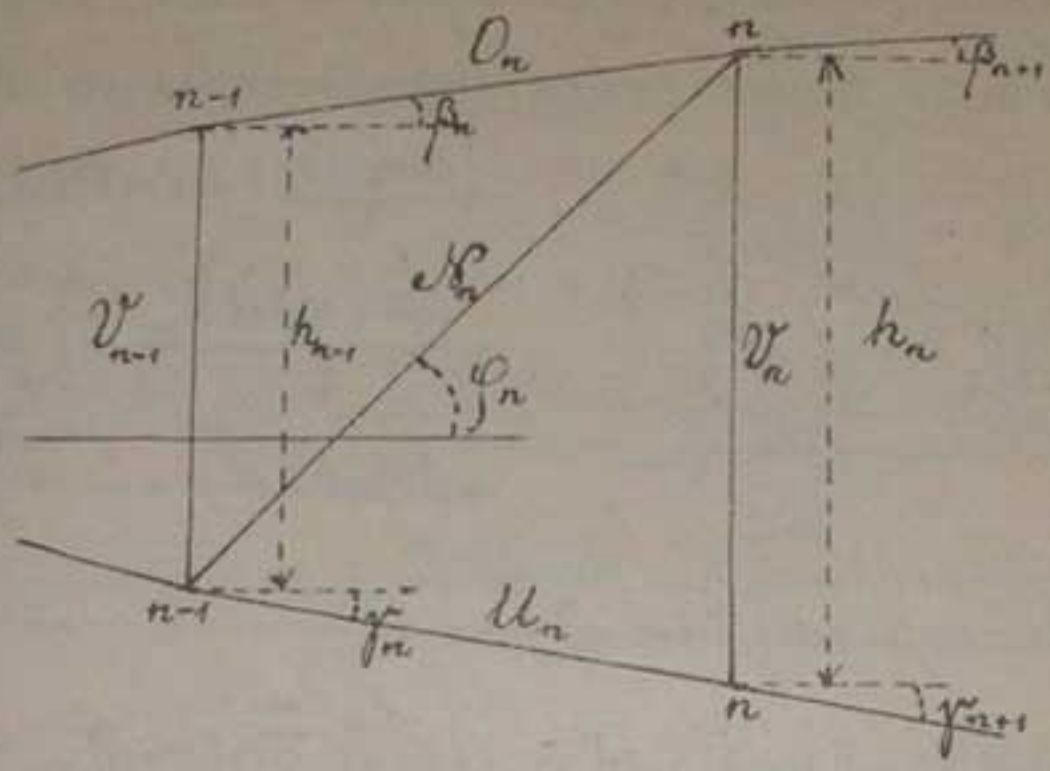
А.) Разсмотримъ какой-либо <u>средній пролетъ</u> съ <u>двумя шарнирами</u>, предполагая поочередно раскосы <u>восходящаго</u> и <u>нисходящаго</u> направленій.



Участокъ BC находится въ условіяхъ балки, свободно лежащей на двухъ опорахъ, а потому къ нему примѣнимы формулы, выведенныя ранѣе для подобнаго случая. Разсмотримъ участокъ CD, который, очевидно, находится въ условіяхъ балки, задѣланной однимъ концомъ въ стѣну и свободной на другомъ концѣ.

г.) <u>Раскосы восходящаго направленія.</u>

Предполагая нагруженными постоянным и подвижным грузом участки BC и CD, имѣемъ для опредѣленія напряженія O_n:



$$-\left\{\frac{(m-1)}{2}(p+\kappa)\,d+\frac{1}{2}(p+\kappa)\,d\right\}(n-1)d-\frac{1}{2}(p+\kappa)\,d(n-1)d-$$

$$-(p+\kappa)d\times\left\{(n-2)d+(n-3)d+\ldots\ldots+2d+d\right\}+O_n h_{n-1}\cos\beta_n=0;\ \text{или:}$$

$$-\left\{\frac{(m-1)}{2}(p+\kappa)d\right\}(n-1)d-(p+\kappa)d.d\frac{(n-1)(n-2)}{2}+O_n h_{n-1}\cos\beta_n=0;$$

$$O_n=\frac{(p+\kappa)d.(n-1)(m+n-1)}{2\ h_{n-1}}\frac{d}{\cos\beta_n}\qquad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (212)$$

$$U_n=-\frac{(p+\kappa)\,d\,n(m+n)}{2.h_n}\frac{d}{\cos\gamma_n}\qquad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (213)$$

Такъ какъ $m>n$ и n или равно 1 или >1, слѣдовательно O_n всегда положительное, а U_n – отрицательное; поэтому наибольшія значенія O_n и U_n имѣютъ мѣсто при полной нагрузкѣ средней части b и свѣшивающагося конца l_3.

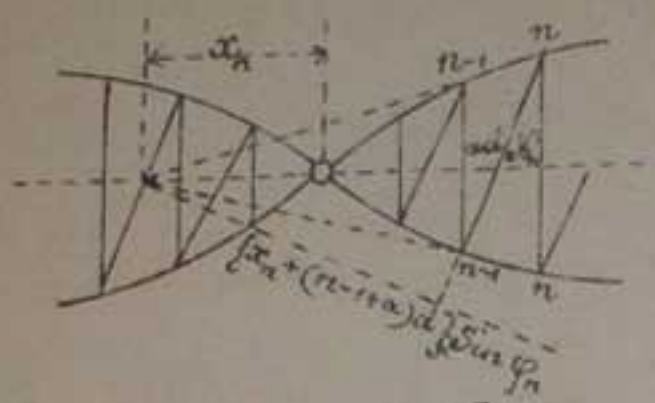
Выраженіе (212) для первой панели, въ случаѣ, если верхній и нижній пояса сходятся въ шарнирѣ въ одной точкѣ, принимаетъ неопредѣленный видъ $\frac{0}{0}$.

Дѣйствительное значеніе:

$$O_1=\frac{(p+\kappa)d}{2}\frac{m+1}{h_1}\frac{d}{\cos\beta_1}.$$

Найдемъ теперь Max. N_n, Min N_n, Max. V_n и Min V_n.

1.) Пусть точка пересѣченія панелей верхняго и нижняго пояса между узловыми точками $(n-1,\ n)$ находится влѣво отъ шарнира C или совпадаетъ съ нимъ. Тогда, если это разстояніе x_n или O отъ нихъ:



$$+\frac{(m-1)}{2}(p+\kappa)\,dx_n+\frac{(p+\kappa)\,d.x_n}{2}$$

$$+\frac{(p+\kappa)\,dx_n}{2}+(p+\kappa)\,d\left\{(x_n+d)+\right.$$

$$\left.+(x_n+2d)+\ldots\ldots+\left[x_n+(n-1)\,d\right]\right\}-$$

$$-\mathcal{N}_n\left[x_n+(n-1+\alpha)\,d\right]\mathrm{Sin}\,\varphi_n=0;$$

$$+\frac{(m+1)}{2}(p+\kappa)\,dx_n+(p+\kappa)\,d\left\{\dot{x}_n(n-1)+\frac{dn(n-1)}{2}\right\}-\mathcal{N}_n\left[x_n+(n-1+\right.$$

$$\left.+\alpha)d\right]\mathrm{Sin}\,\varphi_n=0;$$

$$\mathcal{N}_n\mathrm{Sin}\,\varphi_n=\frac{(p+\kappa)\,d}{2}\,\frac{\left[(m+1)x_n+2x_n(n-1)+dn\,(n-1)\right]}{x_n+(n-1+\alpha)\,d}$$

$$=\frac{pd}{2}\,\frac{\left[(m+2n-1)x_n+dn(n-1)\right]+\frac{xd}{2}\left[(m+2n-1)x_n+dn(n-1)\right]}{x_n+(n-1+\alpha)\,d}.$$

Такъ какъ $m+2n>1$, то при всякомъ n, $\mathcal{N}_n\mathrm{Sin}\varphi$ положительное, поэтому написанное выраженіе $\mathcal{N}_n\mathrm{Sin}\,\varphi$ будетъ имѣть тотъ же знакъ и $\mathrm{Max}\,\mathcal{N}_n\mathrm{Sin}\,\varphi$. Изъ чертежа слѣдуетъ, что:

$$x_n+(n-1)\,d=\left(x_n+nd\,\frac{h_{n-1}}{h_n}\right.$$

Слѣдовательно: $\dfrac{x_n(h_n-h_{n-1})}{h_n}=\dfrac{ndh_{n-1}+(n-1)dh_n}{h_n}$;

$$x_n=\frac{d\left[nh_{n-1}-(n-1)\,h_n\right]}{h_n-h_{n-1}}.$$

Кромѣ того изъ того же чертежа имѣемъ:

$$\frac{ad}{d(1-\alpha)}=\frac{\frac{h_{n-1}}{2}}{\frac{h_n}{2}};\qquad ad=(d-\alpha d)\,\frac{h_{n-1}}{h_n};\quad ad=\frac{dh_{n-1}}{h_n+h_{n-1}}.$$

Слѣдовательно:

$$x_n+(n-1+\alpha)d=\frac{d\left[nh_{n-1}-(n-1)\,h_n\right]}{h_n-h_{n-1}}+\frac{dh_{n-1}+(n-1)d(h_n+h_{n-1})}{h_n+h_{n-1}}=\frac{2dh_n\,h_{n-1}}{(h_n-h_{n-1})(h_n+h_{n-1})}$$

Полагая:

$$N_n \operatorname{Sin}\varphi = \frac{\frac{pd}{2}\left\{(m+2n-1)d\left[nh_{n-1}-(n-1)h_n\right]+dn(n-1)(h_n-h_{n-1})\right\}+\frac{xd}{2}\left\{(m+2n-1)d\left[nh_{n-1}-(n-1)h_n\right]+dn(n-1)(h_n-h_{n-1})\right\}}{2d\,h_n h_{n-1}}.$$

$$\frac{}{h_n+h_{n-1}}$$

Но:

$$(m+2n-1)\left[nh_{n-1}-(n-1)h_n\right]+n(n-1)(h_n-h_{n-1}) = m\left[nh_{n-1}-(n-1)h_n\right]+n^2h_{n-1}-$$

$$-n(n-1)h_n+(n-1)h_n = (m+n)\left[nh_{n-1}-(n-1)h_n\right]+(n-1)h_n.$$

Следовательно: $Max.\, N_n \operatorname{Sin}\varphi =$

$$= \frac{\frac{pd}{2}\left\{(m+n)\left[nh_{n-1}-(n-1)h_n\right]+(n-1)h_n\right\}(h_n+h_{n-1})+\frac{xd}{2}\left\{(m+n)\left[nh_{n-1}-(n-1)h_n\right]+(n-1)h_n\right\}(h_n+h_{n-1})}{2h_n h_{n-1}} =$$

$$= \frac{\frac{pd}{2}\left[(m+n)nh_{n-1}-(n-1)(m+n-1)h_n\right](h_n+h_{n-1})+\frac{xd}{2}\left\{(m+n)nh_{n-1}-(n-1)(m+n-1)h_n\right\}(h_n+h_{n-1})}{2h_n h_{n-1}}$$

Но $\frac{h_n}{2\operatorname{Sin}\varphi}+\frac{h_{n-1}}{2\operatorname{Sin}\varphi} = S_n$ – длина раскоса. Следовательно:

$$Max\, N_n = \frac{pd}{2}\left[\frac{(m+n)n}{h_n}-\frac{(n-1)(m+n-1)}{h_{n-1}}\right]S_n+\frac{xd}{2}\left[\frac{(m+n)n}{h_n}-\frac{(m+n-1)(n-1)}{h_{n-1}}\right]S_n \ldots (214)$$

Далее легко видеть, что:

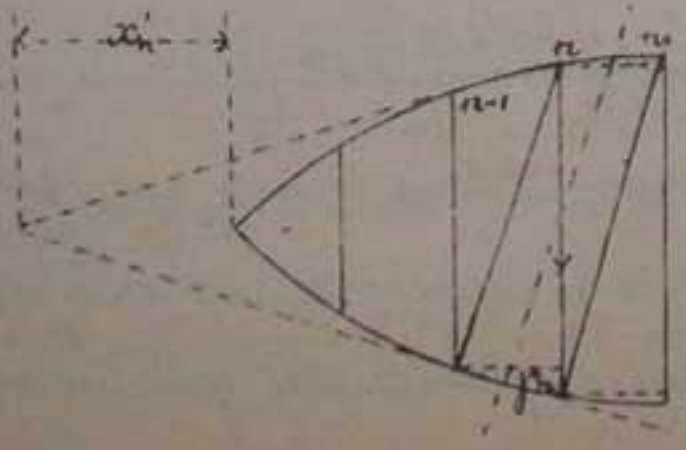
$$Min\, N_n = +\frac{pd}{2}\left[\frac{n(m+n)}{h_n}-\frac{(n-1)(m+n-1)}{h_{n-1}}\right]S_n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (215)$$

Далее для определения V_n, при нагрузке (постоянной и подвижной), расположенной в нижних узлах, имеем:

$$+\frac{(m+1)}{2}(p+\kappa)dx_n'+(p+\kappa)d\left\{x_n'(n-1)+dn\frac{(n-1)}{2}\right\}+V_n(x_n'+nd) = D;$$

$$V_n = -\frac{\frac{(p+\kappa)d}{2}\left\{(m+2n-1)x_n'+dn(n-1)\right\}}{x_n'+nd}$$

Но из чертежа следует, что:



$$x_n'+nd = \left[x_n'+(n+1)d\right]\frac{h_n}{h_{n+1}+d\operatorname{tg}\gamma_n-d\operatorname{tg}\gamma_{n+1}}$$

$$x'_n = \frac{(n+1)dh_n - nd(h_{n+1} + d\,tg\,\gamma_{n+1})}{h_{n+1} + d\,tg\,\gamma_n - d\,tg\,\gamma_{n+1} - h_n};$$

$$x'_n + nd = \frac{(n+1)dh_n - nd(h_{n+1} + d\,tg\,\gamma_n - d\,tg\,\gamma_{n+1}) + nd\,[h_{n+1} - d\,tg\,\gamma_n - d\,tg\,\gamma_{n+1} - h_n]}{h_{n+1} + d\,tg\,\gamma_n - d\,tg\,\gamma_{n+1} - h_n} =$$

$$= \frac{dh_n}{h_{n+1} - d\,tg\,\gamma_n - d\,tg\,\gamma_{n+1} - h_n}.$$

Слѣдовательно:

$$V'_n = -\frac{\frac{(p+x)d}{2}\{(m+2n-1)[(n+1)dh_n - nd(h_{n+1} + d\,tg\,\gamma_n - d\,tg\,\gamma_{n+1})] + nd(n-1)[h_{n+1} + d\,tg\,\gamma_n - d\,tg\,\gamma_{n+1} - h_n]\}}{dh_n} =$$

$$= -\frac{\frac{(p+x)d}{2}\{(m+2n-1)(n+1)h_n - n[h_n - d\,tg\,\beta_{n+1} + d\,tg\,\gamma_{n+1} - d\,tg\,\gamma'_n + d\,tg\,\gamma'_n] + n(n-1)[h_n + d\,tg\,\beta_{n+1} + d\,tg\,\gamma_{n+1} + d\,tg\,\gamma'_n - h_n]\}}{h_n} =$$

$$= -\frac{(p+x)d}{2}\left\{(m+2n-1) - n(m+n)\,d\,\frac{tg\,\beta_{n+1} + tg\,\gamma'_n}{h_n}\right\}.$$

Легко видѣть, что:

$$Max.\,V'_n = -\frac{pd}{2}\left\{(m+2n-1) - n(m+n)\,d\,\frac{tg\,\beta_{n+1} + tg\,\gamma'_n}{h_n}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (216).$$

$$Min.\,V'_n = -\frac{(p+x)d}{2}\left\{(m+2n-1) - n(m+n)\,d\,\frac{tg\,\beta_{n+1} + tg\,\gamma'_n}{h_n}\right\} \quad \ldots\ldots (217)$$

Если же изъ нагрузки pd въ верхнихъ узлахъ сосредоточе-на часть $p'd$, а въ нижнихъ $p''d$, то:

$$Max\,V'_n = -\frac{pd}{2}\left\{(m+2n+1) - n(m+n)\,d\,\frac{tg\,\beta'_{n+1} + tg\,\gamma'_n}{h_n}\right\} + p''d \quad \ldots\ldots (216').$$

$$Min\,V'_n = -\frac{pd}{2}\left\{(m+2n+1) - n(m+n)\,d\,\frac{tg\,\beta'_{n+1} + tg\,\gamma'_n}{h_n}\right\} + p''d - \frac{xd}{2}\left\{(m+2n-1) - n(m+n)\,d\,\frac{tg\,\beta'_{n+1} + tg\,\gamma'_n}{h_n}\right\} \quad (217')$$

Если подвижная нагрузка сосредоточена въ верхнихъ уз-лахъ, то $Max\,V'_n = (216)$ или $(216')$.

$$Min\,V'_n = -\frac{(p+x)d}{2}\left\{(m+2n+1) - n(m+n)\,d\,\frac{tg\,\beta_{n+1} + tg\,\gamma'_n}{h_n}\right\} \quad \ldots\ldots (218)$$

$$Min\,V'_n = -\frac{pd}{2}\left\{(m+2n+1) - n(m+n)\,d\,\frac{tg\,\beta_{n+1} + tg\,\gamma'_n}{h_n}\right\} +$$

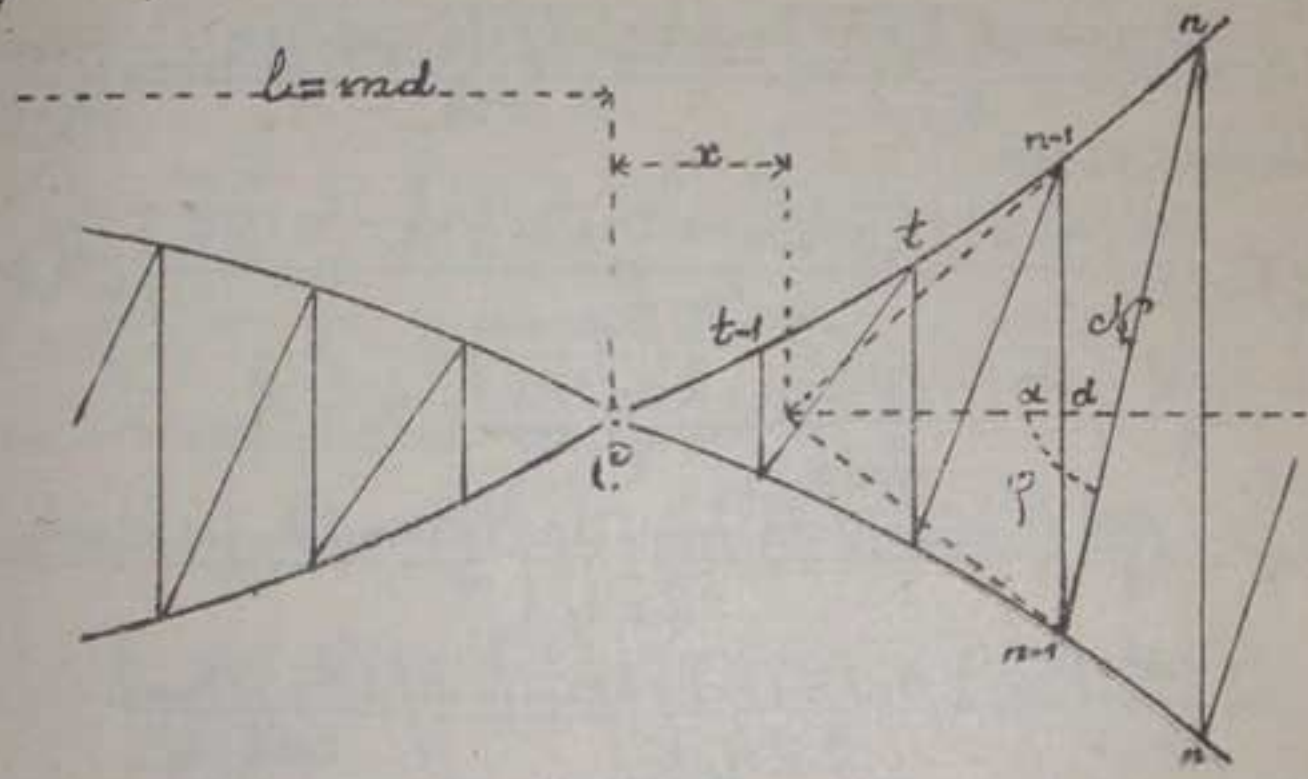
$$+ p''d - \frac{xd}{2}\left\{(m+2n+1) - n(m+n)\,d\,\frac{tg\,\beta_{n+1} + tg\,\gamma'_n}{h_n}\right\} \quad \ldots\ldots (218')$$

Здѣсь слѣдуетъ замѣтить, что углы β и γ отсчи-тываются: первый: отъ горизонтальной линіи по на-правленію, противоположному движенію часовой стрѣлки до встрѣчи съ пачкою верхняго пояса, уголъ γ отсчитывается по направленію совпадаю-щему съ движеніемъ часовой стрѣлки. Оба угла,

смотря по обстоятельствам, могутъ находиться и во второмъ квадрантѣ, тогда тангенсы отрицательны.

2.) Пусть точка пересѣченія панелей верхняго и нижняго пояса между узловыми точками $(n-1, n)$ находится вправо отъ шарнира C и въ $t^{ой}$ панели участка DC.

Пусть x - разстояніе точки пересѣченія панелей отъ шарнира C.



Изъ даннаго чертежа имѣемъ:

$$-\frac{(m-1)}{2}(p+\varkappa)d.x-\frac{(p+\varkappa)}{2}d.x-\frac{(p+\varkappa)}{2}dx-(p+\varkappa)d\{(x-d)+$$

$$+(x-2d)+\ldots+[x-(t-1)d]\}+(p+\varkappa)d\{(td-x)+[(t+1)d-x]+\ldots+[(n-1)d-x]-$$

$$-N_n[(n-1)d-x+\alpha d]\,Sin\,\varphi=0.$$

$$-\frac{(m+1)}{2}(p+\varkappa)d.x-(p+\varkappa)d\left[(t-1)x-\frac{dt(t-1)}{2}\right]+(p+\varkappa)d\left\{\left(\frac{t+n-1}{2}\right)d(n-x-t+x)-\right.$$

$$\left.-x(n-t)\right\}-N_n[(n-1)d-x+\alpha d]\,Sin\,\varphi=0\quad\ldots\ldots\ldots\ldots(219).$$

$$-\frac{(m+1)}{2}(p+\varkappa)d.x-(p+\varkappa)d\left[\left(\frac{t}{2}-1+n-\frac{t}{2}\right)x-d\frac{t(t-1)+(t+n-1)(n-t)}{2}\right]-$$

$$-N_n[(n-1)d-x+\alpha d]\,Sin\,\varphi=$$

$$=-\frac{(m+1)}{2}(p+\varkappa)d.x-(p+\varkappa)d\left[(n-1)x-d\frac{n(n-1)}{2}\right]-N_n[(n-1)d-x+\alpha d]\,Sin\,\varphi=0.$$

$$-(p+x)dx\left[\frac{m+2n-1}{2}\right]+(p+x)d\cdot dn\frac{(n-1)}{2}=N_n\left[(n-1)d-x+\alpha d\right]\sin\varphi;$$

$$N_n\sin\varphi=\frac{\frac{pd}{2}\left[dn(n-1)-(m+2n-1)x\right]+\frac{xd}{2}\left[dn(n-1)-(m+2n-1)x\right]}{(n-1+\alpha)d-x}.$$

Но изъ того же чертежа слѣдуетъ, что:

$$\frac{(n-1)d-x}{nd-x}=\frac{h_{n-1}}{h_n};$$

откуда:

$$x=d\,\frac{nh_{n-1}-(n-1)h_n}{h_{n-1}-h_n}.$$

Кромѣ того: $\frac{\alpha d}{d(1-\alpha)}=\frac{h_{n-1}}{h_n}$; откуда $\alpha d=\frac{dh_{n-1}}{h_n+h_{n-1}}$

Слѣдовательно:

$$(n-1+\alpha)d-x=\frac{(n-1)d(h_n+h_{n-1})+dh_{n-1}}{h_n+h_{n-1}}-d\,\frac{nh_{n-1}-(n-1)h_n}{h_{n-1}-h_n}=\frac{-2dh_nh_{n-1}}{(h_n+h_{n-1})(h_{n-1}-h_n)}$$

Слѣдовательно:

$$N_n\sin\varphi=-\frac{pd}{2}\left[\frac{dn(n-1)(h_{n-1}-h_n)-(m+2n-1)d(nh_{n-1}-(n-1)h_n}{2dh_nh_{n-1}}\right](h_n+h_{n-1})-$$

$$-\frac{xd}{2}\,\frac{\left[dn(n-1)-(m+2n-1)x\right]}{2dh_nh_{n-1}}(h_n+h_{n-1});$$

$$N_n\sin\varphi=\frac{pd}{2}\,\frac{\left\{(m+n)\left[nh_{n-1}-(n-1)h_n\right]+(n-1)h_n\right\}(h_n+h_{n-1})}{2dh_nh_{n-1}}+$$

$$+\frac{xd}{2}\left[\frac{dn(n-1)-(m+2n-1)x}{2dh_nh_{n-1}}\right]\frac{(h_n+h_{n-1})}{2dh_nh_{n-1}}.$$

Но $\frac{h_n}{2\sin\varphi}+\frac{h_{n-1}}{2\sin\varphi}=S_n$ длина раскоса. Слѣдовательно:

$$N_n=\frac{pd}{2}\left[\frac{(m+n)n}{h_n}-\frac{(n-1)(m+n-1)}{h_{n-1}}\right]S_n+\frac{xd}{2}\left[\frac{dn(n-1)-(m+2n-1)x}{2dh_nh_{n-1}}\right]S_n \quad (220)$$

Легко видѣть изъ уравненія (219), что для того, чтобы получить Max. N_n и Min. N_n въ первомъ случаѣ необходимо отбросить всѣ отрицательные моменты, а во второмъ случаѣ-всѣ положительные моменты.

Кромѣ того, такъ какъ собственный вѣсъ отбросить нельзя, то въ выраженія Max N_n и Min N_n войдетъ безъ измѣненія первый членъ формулы (220), представляющій напряженіе раскоса N_n, зависящее отъ собственнаго вѣса фермы.

Наибольшее же значение N_n, зависящее отъ расположенія подвижной нагрузки $\frac{1}{2}$ какъ сказано выше, найдемъ изъ уравненія (219), отбрасывая отрицательные моменты и выписывая лишь члены, зависящіе отъ k.

$$xd\left\{\frac{(t+n-1)}{2}d(n-t)-x(n-t)\right\}=N_n\left[(n-1)d-x+\alpha d\right]\operatorname{Sin}\varphi;$$

$$\frac{xd}{2}(n-t)\left\{(t+n-1)d-2x\right\}=N_n\left[(n-1)d-x+\alpha d\right]\operatorname{Sin}\varphi;$$

$$\frac{xd}{2}(n-t)\left\{(t+n-1)d-2d\frac{nh_{n-1}-(n-1)h_n}{h_{n-1}-h_n}\right\}=N_n\left[(n-1)d-x+\alpha d\right]\operatorname{Sin}\varphi.$$

$$N_n=-\frac{xd}{2}(n-t)\left\{\frac{(t+n-1)(h_{n-1}-h_n)d-2d\left[nh_{n-1}-(n-1)h_n\right]}{2dh_nh_{n-1}}\right\}(h_n+h_{n-1});$$

$$N_n=+\frac{xd}{2}(n-t)\left\{\frac{n-t-1}{h_n}-\frac{n-t-1}{h_{n-1}}\right\}S_n.$$

Слѣдовательно:

$$\text{Max. } N_n=\frac{pd}{2}\left[\frac{(m+n)n}{h_n}-\frac{(n-1)(m+n-1)}{h_{n-1}}\right]S_n+\frac{xd}{2}(n-t)\left\{\frac{n-t+1}{h_n}-\frac{n-t-1}{h_n}\right\}S_n \quad (221).$$

Подобнымъ образомъ найдемъ:

$$\text{Min } N_n=\frac{pd}{2}\left[\frac{(m+n)n}{h_n}-\frac{(n-1)(m+n-1)}{h_{n-1}}\right]S_n-$$

$$-\frac{xd}{2}\left\{\frac{(m+1)(n-1)+(t-1)(2n-t-2)}{h_{n-1}}-\frac{(m+1)n+(t-1)(2n-t)}{h_n}\right\}S_n \quad \ldots (222)$$

Затѣмъ, если подвижная нагрузка сосредоточена въ верхнихъ узлахъ и постоянная сосредоточена частью въ верхнихъ (p'), частью въ нижнихъ узлахъ (p''), то:

$$\text{Max } V_n=-\frac{pd}{2}\left[m+2n+1-n(m+n)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]+p''d+$$

$$+\frac{xd}{2}\left\{d(m+1)^n+(t-1)(2n-t)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}-(m-1+2t)\right\} \quad \ldots (223)$$

$$\text{Min } V_n=-\frac{pd}{2}\left[m+2n+1-n(m+n)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]+p'd+$$

$$-\frac{xd}{2}(n-t+1)\left[2-d(n-t)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] \quad \ldots (224)$$

При подвижной нагрузкѣ, сосредоточенной въ нижнихъ узлахъ:

$$\text{Max. } V_n=-\frac{pd}{2}\left[m+2n+1-n(m+n)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]+p''d+$$

$$+\frac{xd}{2}\left\{d\left[(m+1)n+(t-1)(2n-t)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}-(m-1+2t)\right]\right\} \quad \ldots (225).$$

$$Min.V_n = \frac{pd}{2}\left[m+2n+1-n(m+n)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]+p''d-$$

$$-\frac{xd}{2}(n-t)\left[2-d(n-t+1)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (226)$$

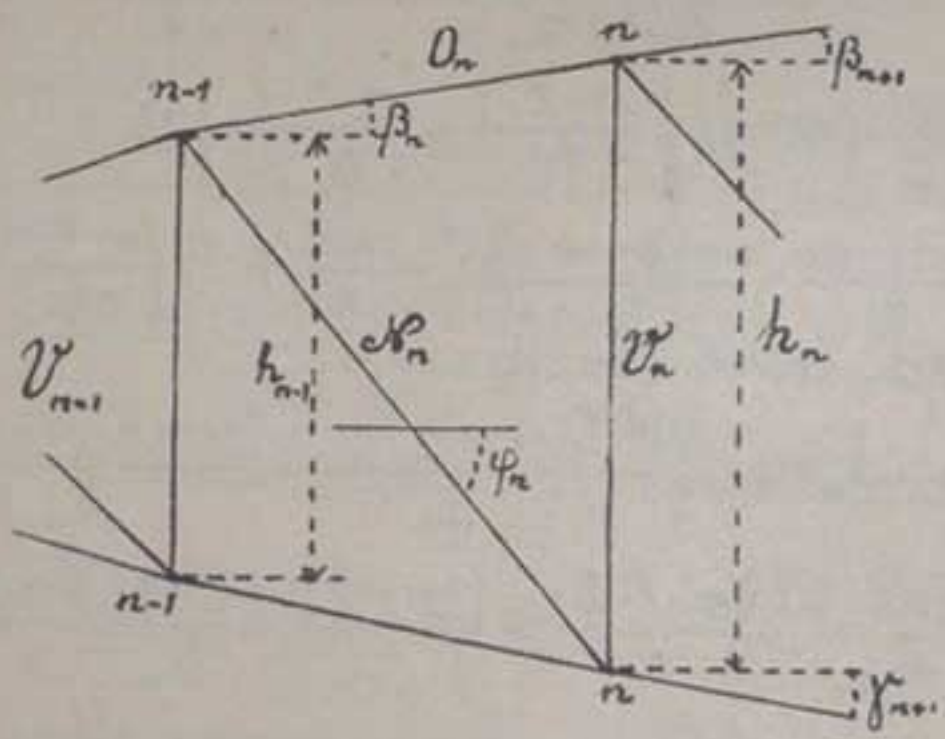
б.) Раскосы нисходящего направления.

$$O_n = \frac{(p+x)d}{2}\,\frac{n(m+n)}{h_n\cos\beta_n}\cdot d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (227)$$

$$U_n = -\frac{(p+x)d}{2}\,\frac{(n-1)(m+n-1)}{h_{n-1}\cos\gamma_n}\cdot d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (228)$$

При $n=1$ и $h_{n-1}=0$ истинное значение:

$$U_1 = -\frac{(p+x)d}{2}\cdot\frac{m+1}{h_1}\cdot\frac{d}{\cos\gamma_1}$$



1.) Точка пересѣченія панелей верхняго и нижняго пояса между узловыми точками $(n-1, n)$ находится влѣво отъ шарнира C или совпадаетъ съ нимъ.

$$Max.N_n = -\frac{pd}{2}\left[\frac{n(m+n)}{h_n}-\frac{(n-1)(m+n-1)}{h_{n-1}}\right]S_n \quad \ldots\ldots\ldots (229)$$

$$Min.N_n = -\frac{pd}{2}\left[\frac{n(m+n)}{h_n}-\frac{(n-1)(m+n-1)}{h_{n-1}}\right]S_n - \frac{xd}{2}\left[\frac{n(m+n)}{h_n}-\frac{(n-1)(m+n-1)}{h_{n-1}}\right]S_n \quad (230)$$

Подвижная нагрузка сосредоточена въ верхнихъ узлахъ; постоянная - частью (p') въ верхнихъ, частью (p'') въ нижнихъ узлахъ.

$$Max\,V_n = \frac{pd}{2}\left[m+2n-1-n(m+n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]+p''d+$$

$$+\frac{xd}{2}\left[m+2n-1-n(m+n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (231).$$

$$Min.\ V_n=\frac{pd}{2}\left[m+2n-1-n(m+n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]+p''d.$$

Подвижная нагрузка в нижних узлах:

$$Max\ S_n=+\frac{pd}{2}\left[m+2n-1-n(m+n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]+p''d+$$

$$+\frac{xd}{2}\left[m+2n+1-n(m+n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (232).$$

2.) Точка пересъчения панелей находится вправо отъ шарнира C въ $t^{ой}$ панели.

$$Max.\ S_n=-\frac{pd}{2}\left[\frac{n(m+n)}{h_n}-\frac{(n-1)(m+n-1)}{h_{n-1}}\right]\Sigma_n+$$

$$+\frac{xd}{2}\frac{(m+1)(n-1)+(t-1)(2n-t-2)}{h_{n-1}}-\frac{(m+1)n+(t-1)(2n-t)}{h_n}\Sigma_n \ldots (233)$$

$$Min\ S_n=-\frac{pd}{2}\left[m+2n-1-n(m+n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]\Sigma_n-\frac{xd}{2}(n-t)\left[\frac{n-t+1}{h_n}-\right.$$

$$\left.-\frac{n-t-1}{h_{n-1}}\right]\Sigma_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (234)$$

Подвижная нагрузка сосредоточена въ верхних узлах:

$$Max\ V_n=\frac{pd}{2}\left[m+2n-1-n(m+n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n-1}}{h_n}\right]+$$

$$+p''d+\frac{xd}{2}(n-t)\left[2-d(n-t+1)\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (235)$$

$$Min.\ V_n=\frac{pd}{2}\left[m+2n-1-n(m+n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]+p''d-$$

$$-\frac{xd}{2}\left\{d\left[(m+1)n+(t-1)(2n-t)\right]\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}(m-1+2t)\right\} \quad \ldots\ldots (236).$$

Подвижная нагрузка сосредоточена въ нижних узлах:

$$Max.\ V_n=\frac{pd}{2}\left[m+2n-1-n(m+n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]+p''d+$$

$$+\frac{xd}{2}(n-t+1)\left[2-d(n-t)\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (237)$$

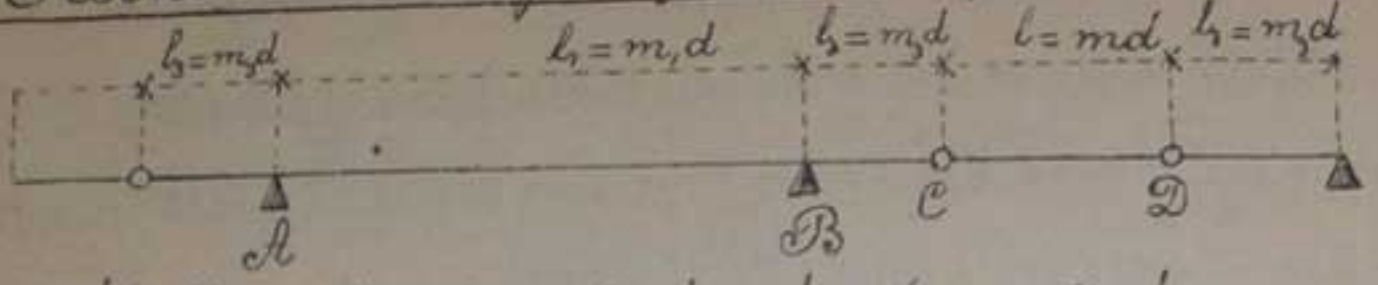
$$Min\ V_n=\frac{pd}{2}\left[m+2n-1-n(m+n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]+p''d-$$

$$-\frac{xd}{2}\left\{d\left[(m+1)n+(t-1)(2n-t)\right]\frac{tg\beta+tg\gamma_{n+1}}{h_n}-(m-1-2t)\right\} \quad \ldots\ldots (238)$$

B. Теперь разсмотримъ <u>средній пролетъ безъ</u>

шарнировъ, предполагая попеременно восходящіе и нисходящіе раскосы. (*)

а.) Раскосы восходящаго направленія.



$$Max\, O_n = -\frac{pd}{2}\,\frac{(n-1)(m_1-n+1)-m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n}+\frac{xd}{2}\,\frac{m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n} \quad \ldots\ldots (239)$$

$$Min\, O_n = -\frac{pd}{2}\,\frac{(n-1)(m_1-n+1)-m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n}-\frac{xd}{2}\cdot\frac{(n-1)(m_1-n+1)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n} \quad \ldots (240)$$

При $n=1$ и $h_{n-1}=0$ истинное значеніе втораго члена въ послѣдней формулѣ:

$$-\frac{xd}{2}\cdot\frac{m+1}{h_1}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n}.$$

$$Max.\, U_n = \frac{pd}{2}\cdot\frac{n(m_1-n)-m_3(m+m_3)}{h_n}\cdot\frac{d}{\cos\gamma_n}+\frac{xd}{2}\cdot\frac{n(m_1-n)}{h_n}\,\frac{d}{\cos\gamma_n} \quad \ldots (241)$$

$$Min.\, U_n = \frac{pd}{2}\cdot\frac{n(m_1-n)-m_3(m+m_3)}{h_n}\cdot\frac{d}{\cos\gamma_n}-\frac{xd}{2}\cdot\frac{m_3(m+m_3)}{h_n}\cdot\frac{d}{\cos\gamma_n} \quad \ldots\ldots (242)$$

1.) Точка пересѣченія панелей вн. участка AB.

$$Max.\, S_n = -\frac{pd}{2}\left[\frac{n(m_1-n)-m_3(m+m_3)}{h_n}-\frac{(n-1)(m_1-n+1)-m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\right]\cos\gamma_n +$$

$$+\frac{xd}{2m_1}\left\{n(n-1)\left[\frac{m_1-n+1}{h_{n-1}}-\frac{m_1-n}{h_n}\right]+m_3(m+m_3)\left[\frac{n}{h_n}-\frac{n-1}{h_{n-1}}\right]\right\}\cos\gamma_n \quad \ldots\ldots (243)$$

$$Min.\, S_n = -\frac{pd}{2}\left[\frac{n(m_1-n)-m_3(m+m_3)}{h_n}-\frac{(n-1)(m_1-n+1)-m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\right]\cos\gamma_n -$$

$$-\frac{xd}{2m_1}\left\{(m_1-n)(m_1-n+1)\left[\frac{n}{h_n}-\frac{n-1}{h_{n-1}}\right]+m_3(m+m_3)\left[\frac{m_1-n+1}{h_{n-1}}-\frac{m_1-n}{h_n}\right]\right\}\cos\gamma_n \quad \ldots\ldots (244)$$

Побѣжная нагрузка сосредоточена въ верхнихъ узлахъ:

$$Max\, V_n = \frac{pd}{2}\left\{m_1-2n-1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\right]\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right\}+p''d+$$

$$+\frac{xd}{2m_1}\left\{m_1(m_1-n-1)+\left[m_3(m+m_3)-n(m_1-n-1)\right]\left[1+(m_1-n)d\,\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]\right\} \quad \ldots\ldots (245)$$

$$Min.\, V_n = \frac{pd}{2}\left\{m_1-2n-1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\right]\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right\}+p''d-$$

(*) Всѣ послѣдующія формулы заимствованы изъ Krohn'a Resultate aus der Theorie des Brückenbaues.

$$-\frac{xd}{2m_1}\left\{m_1(n+1)+\left[m_3(m+m_3)-(n+1)(m_1-n)\right]\left[1-nd\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]\right\}\ldots(246).$$

Подвижная нагрузка сосредоточена в нижних узлах:

$$Max\ V_n=\frac{pd}{2}\left\{m_1-2n-1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right\}+\right.$$

$$+p''d+\frac{xd}{2m_1}\left\{m_1(m_1-n+1)+\left[m_3(m+m_3)-n(m_1-n+1)\right]\left[1+(m_1-n)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]\right\}..(247)$$

$$Min\ V_n=\frac{pd}{2}\left\{m_1-2n-1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\right]\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right\}+p''d-$$

$$-\frac{xd}{2m_1}\left\{m_1(n-1)+\left[m_3(m+m_3)-(n-1)(m_1-n)\right]\left[(1-nd\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n})\right]\right\}\ldots.(248).$$

2.) Точка пересечения панелей в пределах участка AB:

$$Max\ N_n=-\frac{pd}{2}\left[\frac{n(m_1-n)-m_3(m+m_3)}{h_n}-\frac{(n-1)(m_1-n+1)-m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\right]S_n+$$

$$+\frac{xd}{2}\left[\frac{n-1}{h_{n-1}}(m_1-n+1)-\frac{n}{h_n}(m_1-n)\right]S_n\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(249)$$

$$Min\ N_n=-\frac{pd}{2}\left[\frac{n(m_1-n)-m_3(m+m_3)}{h_n}-\frac{(n-1)(m_1-n+1)-m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\right]S_n+$$

$$-\frac{xd}{2}m_3(m+m_3)\left(\frac{1}{h_{n-1}}-\frac{1}{h_n}\right)S_n\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(250).$$

Подвижная нагрузка сосредоточена в верхних узлах:

$$Max\ V_n=\frac{pd}{2}\left\{m_1-2n-1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\right]\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right\}+$$

$$+p'd+\frac{xd}{2}m_3(m+m_3)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(251)$$

$$Min\ V_n=\frac{pd}{2}\left\{m_1-2n-1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\right]\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right\}+p''d-$$

$$-\frac{xd}{2}\left[n(m_1-n)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}-(m_1-2n-1)\right]\ldots\ldots\ldots(252)$$

Подвижная нагрузка сосредоточена в нижних узлах:

$$Max\ V_n=\frac{pd}{2}\left\{m_1-2n-1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right\}+\right.$$

$$+p''d+\frac{xd}{2}m_3(m+m_3)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(253)$$

$$Min\ V_n=\frac{pd}{2}\left\{m_1-2n-1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right\}+p''d-\right.$$

$$-\frac{xd}{2}\left[n(m_1-n)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}-(m_1-2n+1)\right]\ldots\ldots\ldots\ldots(254)$$

δ.). Расходы нисходящего направления.

$$Max.O_n=-\frac{pd}{2}\cdot\frac{n(m_1-n)-m_3(m+m_3)}{h_n}\cdot\frac{d}{Cos\beta_n}+\frac{xd}{2}\cdot\frac{m_3(m+m_3)}{h_n}\cdot\frac{d}{Cos\beta_n}\ldots(255)$$

$$Min.O_n=-\frac{pd}{2}\cdot\frac{n(m_1-n)-m_3(m+m_3)}{h_n}\cdot\frac{d}{Cos\beta_n}-\frac{xd}{2}\cdot\frac{n(m_1-n)}{h_n}\cdot\frac{d}{Cos\beta_n}\ldots(256)$$

$$Max.U_n=\frac{pd}{2}\cdot\frac{(n-1)(m_1-n+1)-m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{Cos\gamma_n}+\frac{xd}{2}\cdot\frac{(n-1)(m_1-n+1)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{Cos\gamma_n}\ldots(257)$$

$$Min.U_n=\frac{pd}{2}\cdot\frac{(n-1)(m_1-n+1)-m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{Cos\gamma_n}-\frac{xd}{2}\cdot\frac{m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{Cos\gamma_n}\ldots(258).$$

1.) Точка пересечения нагелей всего участка AB.

$$Max.S_n=\frac{pd}{2}\left[\frac{n(m_1-n)-m_3(m+m_3)}{h_n}-\frac{(n-1)(m_1-n+1)-m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\right]\Sigma_n+$$

$$+\frac{xd}{2m_1}\left\{(m_1-n)(m_1-n+1)\left[\frac{n}{h_n}-\frac{n-1}{h_{n-1}}\right]+m_3(m+m_3)\left[\frac{m_1-n+1}{h_{n-1}}-\frac{m_1-n}{h_n}\right]\right\}\Sigma_n\ldots(259)$$

$$Min.S_n=\frac{pd}{2}\left[\frac{n(m_1-n)-m_3(m+m_3)}{h_n}-\frac{(n-1)(m_1-n+1)-m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\right]\Sigma_n-$$

$$-\frac{xd}{2m_1}\left\{n(n-1)\left[\frac{m_1-n+1}{h_{n-1}}-\frac{m_1-n}{h_n}\right]+m_3(m+m_3)\left[\frac{n}{h_n}-\frac{n-1}{h_{n-1}}\right]\right\}\Sigma_n\ldots\ldots(260).$$

Подвижная нагрузка сосредоточена в верхних узлах:

$$Max.V_n=-\frac{pd}{2}\left\{m_1-2n+1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\right]\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right\}+p'd-$$

$$+\frac{xd}{2m_1}\left\{m_1(n-1)+\left[m_3(m+m_3)-(n-1)(m_1-n)\right]\left[1-nd\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]\right\}\ldots\ldots(261)$$

$$Min.V_n=-\frac{pd}{2}\left\{m_1-2n+1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\right]\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right\}+p''d-$$

$$-\frac{xd}{2m_1}\left\{m_1(m_1-n+1)+\left[m_3(m+m_3)-n(m_1-n+1)\right]\left[1+(m_1-n)d\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]\right\}\ldots\ldots(262).$$

Подвижная нагрузка сосредоточена в нижних узлах:

$$Max.V_n=-\frac{pd}{2}\left\{m_1-2n+1-d\left[n(m_1-n)-m_3(m+m_3)\right]\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right\}+p''d+$$

$$+\frac{xd}{2m_1}\left\{m_1(n+1)+\left[m_3(m+m_3)-(n+1)(m_1-n)\right]\left[1-nd\frac{tg\beta_n+tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]\right\}\ldots\ldots(263)$$

$$Min\ V_n = -\frac{pd}{2}\left\{m_1 - 2n + 1 - d\left[n(m_1 - n) - m_3(m + m_3)\right]\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right\} + p''d -$$

$$-\frac{xd}{2m_1}\left\{m_1(m_1 - n - 1) + \left[m_3(m + m_3) - n(m_1 - n - 1)\right]\left[1 + (m_1 - n)d\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]\right\} \ldots (264)$$

2.) Точка пересѣченія панелей внутри участка AB.

$$Max.\ S_n = \frac{pd}{2}\left[\frac{n(m_1 - n) - m_3(m + m_3)}{h_n} - \frac{(n-1)(m_1 - n + 1) - m_3(m + m_3)}{h_{n-1}}\right]S_n +$$

$$+\frac{xd}{2}m_3(m + m_3)\left(\frac{1}{h_{n-1}} - \frac{1}{h_n}\right)S_n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (265)$$

$$Min.S_n = \frac{pd}{2}\left[\frac{n(m_1 - n) - m_3(m + m_3)}{h_n} - \frac{(n-1)(m_1 - n + 1) - m_3(m + m_3)}{h_{n-1}}\right]S_n -$$

$$-\frac{xd}{2}\left[\frac{n-1}{h_{n-1}}(m_1 - n + 1) - \frac{n}{h_n}(m_1 - n)\right]S_n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (266)$$

Подвижная нагрузка сосредоточена въ верхнихъ узлахъ:

$$Max\ V_n = -\frac{pd}{2}\left\{m_1 - 2n + 1 - d\left[n(m_1 - n) - m_3(m + m_3)\right]\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right\} +$$

$$+p'd + \frac{xd}{2}\left[n(m_1 - n)d\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n} - (m_1 - 2n + 1)\right] \ldots\ldots\ldots\ldots (267)$$

$$Min.\ V_n = -\frac{pd}{2}\left\{m_1 - 2n + 1 - d\left[n(m_1 - n) - m_3(m + m_3)\right]\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right\} + p''d -$$

$$-\frac{xd}{2}m_3(m + m_3)d\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (268)$$

Подвижная нагрузка сосредоточена въ нижнихъ узлахъ:

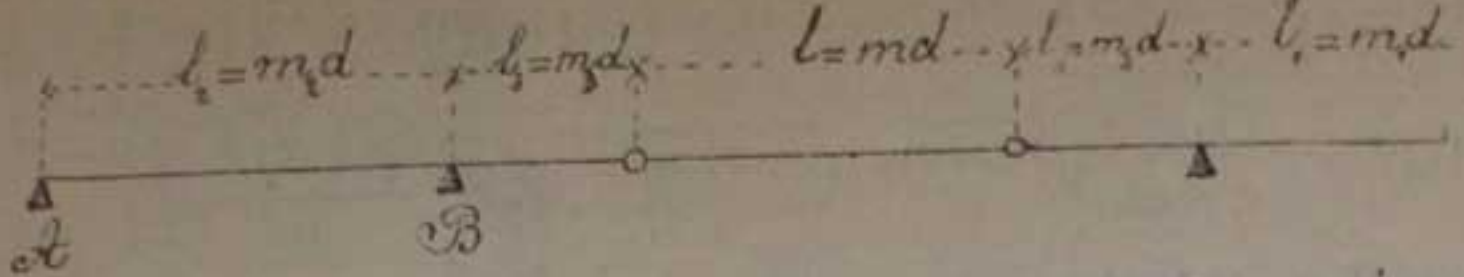
$$Max.\ V_n = -\frac{pd}{2}\left\{m_1 - 2n + 1 - d\left[n(m_1 - n) - m_3(m + m_3)\right]\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right\} + p''d +$$

$$+\frac{xd}{2}\left[n(m_1 - n)d\frac{tg\beta_n + \gamma_{n+1}}{h_n} - (m_1 - 2n - 1)\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (269).$$

$$Min\ V_n = -\frac{pd}{2}\left\{m_1 - 2n + 1 - d\left[n(m_1 - n) - m_3(m + m_3)\right]\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right\} + p''d -$$

$$-\frac{xd}{2}m_3(m + m_3)d\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (270).$$

C.) Наконецъ остается еще разсмотрѣть крайній пролетъ безъ шарниров, предполагая поперечно расходы восходящаго и нисходящаго направленія.



a) Раскосы восходящего направления.

$$Max.\ O_n = -\frac{pd}{2}\cdot\frac{n-1}{h_{n-1}}\left[m_2 - n + 1 - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\cdot\frac{d}{\cos\beta_n} +$$

$$+\frac{xd}{2m_2}\cdot\frac{(n-1)m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n} \qquad (271).$$

$$Min.\ O_n = -\frac{pd}{2}\cdot\frac{n-1}{h_{n-1}}\left[m_2 - n + 1 - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\frac{d}{\cos\beta_n}\,\frac{xd}{2}\cdot\frac{(n-1)(m_2-n+1)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n} \qquad (272).$$

При $n=1$ и $h_{n-1}=0$ истинное значение второго члена в двух последних формулах:

$$+\frac{xd}{2m_2}\cdot\frac{m_3(m+m_3)}{h_1}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n} \quad и \quad -\frac{xd}{2}\cdot\frac{m_2-1}{h_1}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n}$$

$$Max.\ U_n = \frac{pd}{2}\cdot\frac{n}{h_n}\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\frac{d}{\cos\gamma_n} + \frac{xd}{2}\cdot\frac{n(m_2-n)}{h_n}\cdot\frac{d}{\cos\gamma_n} \qquad (273)$$

$$Min.\ U_n = \frac{pd}{2}\cdot\frac{n}{h_n}\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\frac{d}{\cos\gamma_n} - \frac{xd}{2m_2}\cdot\frac{n\cdot m_3(m+m_3)}{h_n}\cdot\frac{d}{\cos\gamma_n} \qquad (274).$$

1.) Точка пересечения панелей в участке AB.

$$Max.\ S_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right)\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right] - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right\}\xi_n +$$

$$+\frac{xd}{2m_2}\left\{n(n-1)\left[\frac{m_2-n+1}{h_{n-1}} - \frac{m_2-n}{h_n}\right] + m_3(m+m_3)\left[\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right]\right\}\xi_n \qquad (275).$$

$$Min.\ S_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right)\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right] - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right\}\xi_n -$$

$$-\frac{xd}{2m_2}(m_2-n)(m_2-n+1)\left[\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right]\xi_n \qquad (276).$$

Нагрузка сосредоточена в верхних узлах:

$$Max.\ V_n = +\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m-m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dn\,\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right](n+1)\right\} +$$

$$+p''d + \frac{xd}{2m_2}(m_2-n)(m_2-n-1)\left[1 - nd\,\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] \qquad (277)$$

$$Min.\ V_n = +\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{2m_2}\right]\left[1 - dn\,\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] - (n+1)\right\} + p''d -$$

$$-\frac{xd}{2m_2}\left\{m_2(n+1) + \left[m_3 + (m+m_3) - (n+1)(m_2-n)\right]\left[\left[1 - nd\,\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]\right]\right\} \qquad (278).$$

Нагрузка сосредоточена в нижних узлах:

$$Max\ V_n = +\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dn\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] - (n+1)\right\} + p''d +$$

$$+\frac{xd}{2m_2}(m_2-n)(m_2-n+1)\left[1 - nd\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (279).$$

$$Min\ V_n = +\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dn\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] - (n+1)\right\} + p''d -$$

$$-\frac{xd}{2m_2}\left\{m_2(n-1) + \left[m_3(m+m_3) - (n-1)(m_2-m)\right]\left[1 - nd\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right]\right\} \quad \ldots\ldots (280).$$

2.) Точка пересечения панелей внутри участка AB.

$$Max\ S_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right)\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right] - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right\}\Sigma_n +$$

$$+\frac{xd}{2}\left[\frac{n-1}{h_{n-1}}(m_2-n+1) - \frac{n}{h_n}(m_2-n)\right]\Sigma_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (281).$$

$$Min.\ S_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right)\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right] - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right\}\Sigma_n -$$

$$-\frac{xd}{2m_2}m_3(m+m_3)\left[\frac{n-1}{h_{n-1}} - \frac{n}{h_n}\right]\Sigma_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (282).$$

Нагрузка сосредоточена в верхних узлах.

$$Max.\ V_n = +\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - nd\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] - (n+1)\right\} +$$

$$+p''d + \frac{xd}{2m_2}\cdot m_3(m+m_3)\left[nd\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n} - 1\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (283).$$

$$Min.\ V_n = \frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - nd\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] - (n+1)\right\} +$$

$$+p''d - \frac{xd}{2}\left[n(m_2-n)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n} - (m_2-2n-1)\right] \quad \ldots\ldots\ldots (284)$$

Подвижная нагрузка сосредоточена в нижних узлах:

$$Max\ V_n = \frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - nd\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] - (n+1)\right\} +$$

$$+p''d + \frac{xd}{2m_2}\cdot m_3(m+m_3)\left[nd\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n} - 1\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (285).$$

$$Min.\ V_n = \frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - nd\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n}\right] - (n+1)\right\} + p''d -$$

$$-\frac{xd}{2}\left[n(m_2-n)d\frac{tg\beta_{n+1}+tg\gamma_n}{h_n} - (m_2-2n+1)\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (286).$$

Листов 24. Т III Лит. Марковых, Невский, №34.

Профессоръ

б.) Расходы нисходящего направления.

$$Max.\ O_n = -\frac{pd}{2}\cdot\frac{n}{h_n}\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\frac{d}{\cos\beta_n} + \frac{xd}{2m_2}\cdot\frac{nm_3(m+m_3)}{h_n}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n} \quad (287).$$

$$Min\ O_n = -\frac{pd}{2}\cdot\frac{n}{h_n}\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\frac{d}{\cos\beta_n} - \frac{xd}{2}\cdot\frac{n(m_2-n)}{h_n}\cdot\frac{d}{\cos\beta_n} \quad (288).$$

$$Max.\ U_n = \frac{pd}{2}\cdot\frac{n-1}{h_{n-1}}\left[m_2 - n + 1 - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\frac{d}{\cos\gamma_n} + \frac{xd}{2}\cdot\frac{(n-1)(m_2-n+1)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{\cos\gamma_n} \quad (289).$$

$$Min\ U_n = \frac{pd}{2}\cdot\frac{n-1}{h_{n-1}}\left[m_2 - n + 1 - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\frac{d}{\cos\gamma_n} - \frac{xd}{2m_2}\cdot\frac{(n-1)m_3(m+m_3)}{h_{n-1}}\cdot\frac{d}{\cos\gamma_n} \quad (290)$$

В двух последних формулах истинное значение второго члена при $n=1$ и $h_{n-1}=0$:

$$+\frac{xd}{2}\cdot\frac{m_2-1}{h_1}\cdot\frac{d}{\cos\gamma_n} \quad \text{и} \quad -\frac{xd}{2m_2}\cdot\frac{m_3(m+m_3)}{h_1}\cdot\frac{d}{\cos\gamma_n}.$$

1.) Точка пересечения панелей вне участка AB.

$$Max\ N_n = \frac{pd}{2}\left\{\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right)\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right] - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right\}S_n +$$

$$+\frac{xd}{2m_2}(m_2-n+1)(m_2-n)\left[\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right]S_n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (291).$$

$$Min\ N_n = \frac{pd}{2}\left\{\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right)\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right] - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right\}S_n -$$

$$-\frac{xd}{2m_2}\left\{n(n-1)\left[\frac{m_2-n+1}{h_{n-1}} - \frac{m_2-n}{h_n}\right] + m_3(m+m_3)\left[\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right]\right\}S_n \quad (292).$$

Подвижная нагрузка сосредоточена в верхних узлах:

$$Max.\ V_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dm\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] - (n-1)\right\} + p'd +$$

$$+\frac{xd}{2m_2}\left\{m_2(n-1) + \left[m_3(m+m_3) - (n-1)(m_2-n)\right]\left[1 - nd\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]\right\} \quad \ldots\ldots (293).$$

$$Min.\ V_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dm\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] - (n-1)\right\} + p''d -$$

$$-\frac{xd}{2m_2}(m_2-n+1)(m_2-n)\left[1 - nd\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (294)$$

Подвижная нагрузка сосредоточена в нижних узлах:

$$Max.\ V_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dm\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] - (n-1)\right\} +$$

$$+p''d + \frac{xd}{2m_2}\left\{m_2(n+1) + \left[m_3(m+m_3) - (n+1)(m_2-n)\right]\left[1 - nd\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right]\right\} \quad (295).$$

$$\text{Min } V_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dm\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] - (n-1)\right\} + p'd -$$

$$-\frac{xd}{2m_2}(m_2 - n - 1)(m_2 - n)\left[1 - nd\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (296)$$

2.) Точка пересѣченія внутри участка AB.

$$\text{Max. } S_n = \frac{pd}{2}\left\{\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right)\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right] - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right\}\Sigma_n +$$

$$+\frac{xd}{2m_2}\cdot m_3(m+m_3)\cdot\left[\frac{n-1}{h_{n-1}} - \frac{n}{h_n}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (297)$$

$$\text{Min } S_n = \frac{pd}{2}\left\{\left(\frac{n}{h_n} - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right)\left[m_2 - n\frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right] - \frac{n-1}{h_{n-1}}\right\}\Sigma_n -$$

$$-\frac{xd}{2}\left[\frac{n-1}{h_{n-1}}\cdot(m_2 - n + 1) - \frac{n}{h_n}\cdot(m_2 - n)\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (298)$$

Подвижная нагрузка сосредоточена въ верхнихъ узлахъ:

$$\text{Max } V_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dm\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] - (n-1)\right\} +$$

$$+p'd + \frac{xd}{2}\left[n(m_2 - n)d\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n} - (m_2 - 2n + 1)\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (299)$$

$$\text{Min } V_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dm\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] - (n-1)\right\} +$$

$$+p''d - \frac{xd}{2m_2}\cdot m_3(m+m_3)\left[nd\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n} - 1\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (300).$$

Подвижная нагрузка сосредоточена въ нижнихъ узлахъ:

$$\text{Max. } V_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dm\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] - (n-1)\right\} +$$

$$+p''d + \frac{xd}{2}\left[n(m_2 - n)d\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n} - (m_2 - 2n - 1)\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (301).$$

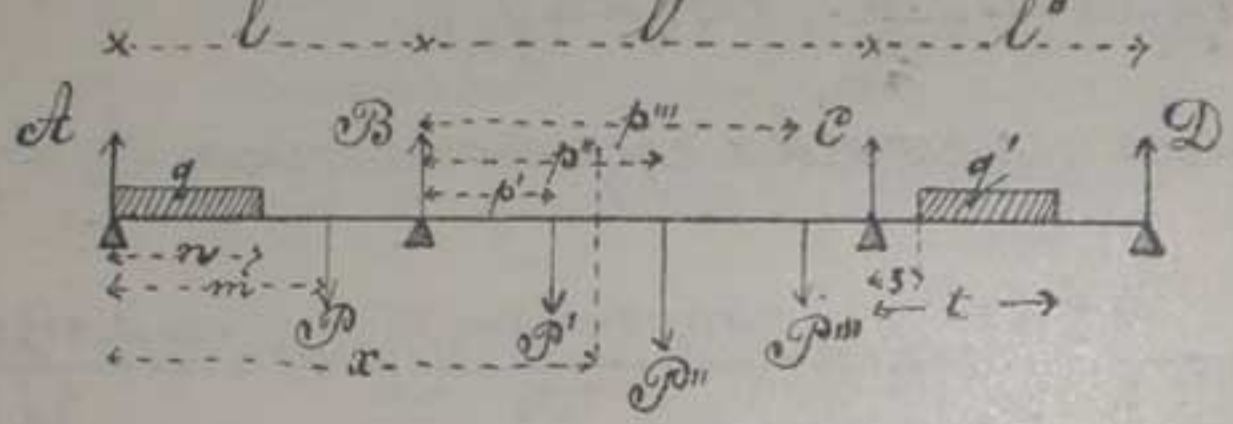
$$\text{Min. } V_n = -\frac{pd}{2}\left\{\left[m_2 - n - \frac{m_3(m+m_3)}{m_2}\right]\left[1 - dm\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n}\right] - (n-1)\right\} + p''d -$$

$$-\frac{xd}{2m_2}m_3(m+m_3)\left[nd\frac{tg\beta_n + tg\gamma_{n+1}}{h_n} - 1\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (302).$$

Неразрѣзныя фермы.

Въ неразрѣзныхъ фермахъ, подобно тому какъ и въ разрѣзныхъ, усилія въ различныхъ частяхъ фер-

мы со стоимой или сквозной стѣнкой опредѣ-
ляются коль скоро извѣстны вызываемые дан-
ными внѣшними силами въ любомъ сѣченіи фер-
мы: моментъ и перерѣзывающее усиліе. Зна-
ченія этихъ величинъ въ соотвѣтствіи съ раз-
рѣзными фермами, могутъ быть легко найдены
если извѣстны вызываемыя данной нагрузкой со-
противленія всѣхъ опоръ. Такъ, если для указан-
наго на чертежѣ расположенія нагрузки извѣстны



сопротивленія опоръ: A, B, C и D — то напримѣръ,
для сѣченія, удаленнаго на разстояніе x отъ лѣ-
вой опоры и приходящагося между первымъ и вто-
рымъ грузомъ втораго пролета:

$$M_x = Ax + B(x-l) - qn\left(x - \frac{n}{2}\right) - P(x-m) - P'(x-l-p')$$

$$N_x = A + B - qn - P - P'$$

и т. д.

Въ неразрѣзныхъ балкахъ моменты и перерѣзы-
вающія усилія могутъ быть выражены также и
въ функціи опорныхъ моментовъ, причемъ эти
послѣднія находятся на основаніи такъ назы-
ваемой теоремы трехъ моментовъ [См. Часть I, Стра-
ница 58, форм. 30'].

Такъ напримѣръ, если для разсматриваемаго
примѣра: $M_0 = 0$, M_1, M_2, $M_3 = 0$ — моменты
на опорахъ A, B, C и D.

Q_0, Q_1, Q_2 и Q_3 – перерѣзывающія усилія на опорахъ непосредственно вправо отъ опоры причемъ: [см. часть I, стран. 59 форм. 31]

$$Q_0 = \frac{M_1 - M_0}{l} - \frac{x'_0}{l} = \frac{M_1 - M_0}{l} - \left\{ \frac{qn\left(l - \frac{n}{2}\right) + P(l-m)}{l} \right\}$$

$$Q_1 = \frac{M_2 - M_1}{l'} - \frac{x'_0}{l'} = \frac{M_2 - M_1}{l'} - \left\{ \frac{P'(l'-p') + P''(l'-p'') + P'''(l'-p''')}{l'} \right\}$$

$$Q_2 = \frac{M_3 - M_2}{l''} - \frac{x'_0}{l''} = \frac{M_3 - M_2}{l''} - \left\{ \frac{q'(t-s)\left[l'' - \left(\frac{t-s}{2}\right)\right]}{l''} \right\}$$

$$Q_3 = 0,$$

то моментъ и перерѣзывающее усилiе въ сѣченiи x, находящемся во второмъ пролетѣ [см. часть I, стран. 54, форм. 20].

$$\left.\begin{aligned} M_x &= M_1 + Q_1 x + P'(x - l - p') \\ N_x &= Q_x = Q_1 + P' \end{aligned}\right\} \text{(независимо отъ знака } M_1, Q_1 \text{ и } P').$$

Отсюда слѣдуетъ, между прочимъ, что сопротивленiе опоръ можетъ быть также выражено въ функцiи опорныхъ моментовъ.

Помимо того, что необходимо умѣть находить значенiя M_x и N_x для даннаго положенiя грузовъ – слѣдуетъ еще умѣть опредѣлять наиболѣе невыгодное положенiе подвижной сплошной нагрузки или въ видѣ отдѣльно сосредоточенныхъ грузовъ – что можетъ быть сдѣлано аналитически или графически. При аналитическомъ пріемѣ можно взять за основанiе изслѣдованiя значенiя сопротивленiя опоръ отъ сосредоточеннаго груза или же пользоваться свойствами такъ называемыхъ фокусовъ, при одновременномъ пользованiи значенiемъ опорныхъ моментовъ.

Отысканiе такъ M и такъ Q - позволяетъ

опредѣлить для каждаго сѣченія поперечную профиль балки со стѣнкой, а также усиліе, а затѣмъ и площадь сѣченія составныхъ частей сквозной фермы (Способъ Шюблера, Риттера).

Въ фермахъ съ сквозной стѣнкой и съ параллельными поясами усилія въ различныхъ частяхъ фермы могутъ быть найдены еще или по способу непосредственнаго разложенія или по способу Журавскаго. Для примѣненія способа непосредственнаго разложенія - необходимо умѣть находить сопротивленіе опоръ отъ сосредоточеннаго груза, занимающаго опредѣленное положеніе. Въ способѣ же Журавскаго, изложеннаго ранѣе, усилія въ разныхъ частяхъ фермы опредѣляются опытно, но достаточно точно, не прибѣгая къ предварительному опредѣленію сопротивленія опоръ, а принимая во вниманіе лишь условія равновѣсія силъ, существующихъ вдоль пояса и условія перемѣщенія такъ называемаго сѣченія постояннаго сжатія. Если извѣстно сопротивленіе опоръ можно, очевидно, примѣнить и способъ статическихъ моментовъ.

Такимъ образомъ, знаніе выраженія сопротивленія опоръ отъ сосредоточеннаго груза, что можетъ быть затѣмъ легко распространено на выраженіе сопротивленія опоры отъ произвольной нагрузки, или же выраженія опорныхъ моментовъ - составляетъ весьма существенное подспорье при изслѣдованіи различныхъ

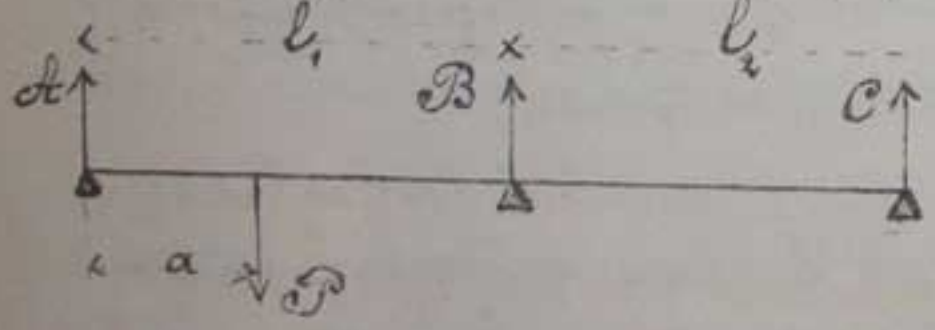
вопросовъ въ теоріи неразрѣзныхъ балокъ.

Опредѣленіе сопротивленія опоръ отъ сосредоточенной нагрузки въ одномъ изъ пролетовъ.

Выраженія сопротивленія опоръ могутъ быть найдены многими способами. Сверхъ двухъ способовъ, изложенныхъ въ части II, — перваго - основаннаго на предварительномъ опредѣленіи опорныхъ моментовъ [стран.: 53 – 66; 102 – 110] и втораго способа Френкеля [стран.: 160 – 163], изложимъ еще два способа: а.) основанный на интегрированіи дифференціальныхъ уравненій, выражающихъ зависимость между радіусомъ кривизны, коэффиціентомъ упругости, моментомъ инерціи сѣченія и моментомъ внѣшнихъ силъ; б.) способъ лорда Рейлея.

Первый способъ показанъ въ примѣненіи къ двухпролетной балкѣ, а второй въ примѣненіи къ двухпролетной и трехпролетной балкѣ.

а.) Способъ, основанный на послѣдовательномъ интегрированіи дифференціальныхъ уравненій.



Предположимъ, что сѣченіе балки постоянное и опоры на одномъ уровнѣ.

начало коорд. въ A

$$\begin{cases} \text{I уч.} \quad 0 < x < a \\ EJ\frac{dy^2}{dx^2} = Ax \\ EJ\frac{dy}{dx} = A\frac{x^2}{2} + C_1 \\ EJy = A\frac{x^3}{6} + C_1 x + C' \end{cases}$$

начало коорд. въ B

$$\begin{cases} \text{II уч.} \quad a < x < l_1 \\ EJ\frac{dy}{dx^2} = Ax - P(x-a) \\ EJ\frac{dy}{dx} = A\frac{x^2}{2} - P\left(\frac{x^2}{2} - ax\right) + C_{II} \\ EJy = A\frac{x^3}{6} - P\left(\frac{x^3}{6} - \frac{ax^2}{2}\right) + C_{II}x + C'_{II} \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{III уч.} \quad 0 < x < l_2 \\ EJ\dfrac{d\eta}{\partial x^2} = +Cx \\ EJ\dfrac{dy}{\partial x} = C\dfrac{x^2}{2} + C_{III} \\ EJ\,y = C\dfrac{x^3}{6} + C_{II}\,x + C'_{II} \end{array}\right\} \text{начало коорд. в } C.$$

При $x = 0$, $y_1 = 0$ . . . . . 1.)

$x = a$, $y_1 = y_2$ . . . . . 2.)

$y_1' = y_2'$ . . . . . 3.)

$x = l_1$ $y_2 = 0$ . . . . . 4.)

$x = l_2$ $y_3 = 0$ . . . . . 5.)

$x = l_1$ и $x = l_2$ $y_2' = -y_3'$ . . . . . 6.)

$x = 0$ $y_3 = 0$ . . . . . 7.)

$x = l_1$ и $x = l_2$, $EJ\dfrac{d\eta_1^2}{\partial x^2} = +EJ\dfrac{d\eta_{II}^2}{\partial x^2}$ . . . . . 8.)

$A + B + C = P$ . . . . . 9.)

Имѣемъ всего 9 уравненій для опредѣленія 9 неизвѣстныхъ.

На основаніи (1) — $C_1' = 0$.

На основаніи (2) — $A\dfrac{a^3}{6} + C_1 a = A\dfrac{a^3}{6} + \dfrac{Pa^3}{3} + C_{II}\,a + C'_{II}$.

На основаніи (3) — $A\dfrac{a^2}{2} + C_1 = A\dfrac{a^2}{2} + \dfrac{Pa^2}{2} + C_{II}$

На основаніи (4) — $0 = A\dfrac{l_1^3}{6} - P\left(\dfrac{l_1^3}{6} - \dfrac{al_1^2}{3}\right) + C_{II}\,l_1 + C'_{II}$

откуда: $C_1 = C_{II} + P\dfrac{a^2}{2}$. Слѣдовательно: $C_{II}a + P\dfrac{a^3}{2} = \dfrac{Pa^3}{3} + C_{II}a + C'_{II}$

откуда: $C'_{II} = +\dfrac{Pa^3}{6}$. Затѣмъ: $C_{II} = -A\dfrac{l_1^2}{6} + P\left(\dfrac{l_1^2}{6} - \dfrac{al_1}{2}\right) - \dfrac{Pa^3}{6l_1}$

и $C_1 = C_{II} + P\dfrac{a^2}{2} = -A\dfrac{l_1^2}{6} + P\left(\dfrac{l_1}{6} - \dfrac{al_1}{2} - \dfrac{a^3}{6l_1} + \dfrac{a^2}{2}\right)$

На основаніи (7) $C'_{III} = 0$.

На основаніи (5) $0 = C\dfrac{l_2^3}{6} + C_{III}\,l_2$, откуда $C_{III} = -C\dfrac{l_2^2}{6}$

На основаніи (6) $A\dfrac{l_1^2}{2} - P\left(\dfrac{l_1^2}{2} - al_1\right) + C_{II} = -C\dfrac{l_2^2}{2} - C_{III} = -C\dfrac{l_2^2}{3}$

или $A\dfrac{l_1^2}{2} - P\left(\dfrac{l_1^2}{2} - al_1\right) - A\dfrac{l_1^2}{6} + P\left(\dfrac{l_1^2}{6} - \dfrac{al_1}{2}\right) - \dfrac{Pa^3}{6l_1} = -C\dfrac{l_2^2}{3}$

$A\dfrac{l_1^2}{3} - P\left(\dfrac{l_1^2}{3} - \dfrac{al_1}{2} + \dfrac{a^3}{6l_1}\right) = -C\dfrac{l_2^2}{3}$ . . . . . (α)

На основаніи (8) $Al_1 - P(l_1 - a) = +Cl_2$ . . . . . (β)

На основаніи (9) $A + B + C = P$ . . . . . (γ)

Сделаем (α) и (β)

$$A\frac{l^2}{3} - P\left(\frac{l_1^2}{3} - \frac{\alpha l_1}{2} + \frac{\alpha^3}{6l_1}\right) = -A\frac{l_1 l_2}{3} + P\frac{l_2}{3}(l_1 - \alpha)$$

откуда:

$$A = P\frac{\left[\frac{l_1^2}{3} - \frac{\alpha l_1}{2} + \frac{\alpha^3}{6l_1} + \frac{l_2}{3}(l_1-\alpha)\right]3}{l_1(l_1+l_2)} = P\frac{\left[2l_1^3 - 3\alpha l_1^2 + \alpha^3 + 2l_1 l_2(l_1-\alpha)\right]}{2l_1^2(l_1+l_2)}$$

$$= P\left[\frac{2l_1^3 + 2l_1^2 l_2}{2l_1^2(l_1+l_2)} - \frac{(3\alpha l_1 + 2l_2\alpha)}{2l_1(l_1+l_2)} + \frac{\alpha^3}{2l_1^2(l_1+l_2)}\right] = P\left[1 - \frac{3\alpha l_1 + 2l_2\alpha)}{2l_1(l_1+l_2)} + \frac{\alpha^3}{2l_1^2(l_1+l_2)}\right].$$

$$C = A\frac{l_1}{l_2} - P\frac{(l-\alpha)}{l_2} = P\left[\frac{l_1}{l_2} - \frac{(3\alpha l_1 + 2l_2\alpha)}{2l_2(l_1+l_2)} + \frac{\alpha^3}{2l_1 l_2(l_1+l_2)} - \frac{(l_1-\alpha)}{l_2}\right] =$$

$$= P\left[\frac{\alpha}{l_2} - \frac{\alpha(3l_1+2l_2)}{2l_2(l_1+l_2)} + \frac{\alpha^3}{2l_1 l_2(l_1+l_2)}\right].$$

$$B = P - A - C = P\left[\frac{3\alpha l_1 + 2l_2\alpha}{2l_1(l_1+l_2)} - \frac{\alpha^3}{2l_1^2(l_1+l_2)} - \frac{\alpha}{l_2} + \frac{\alpha(3l_1+2l_2)}{2l_2(l_1+l_2)} - \frac{\alpha^3}{2l_1 l_2(l_1+l_2)}\right] =$$

$$= P\left[\frac{\alpha(3l_1 l_2 + 2l_2^2 + 3l_1^2 + 2l_1 l_2)}{2l_1 l_2(l_1+l_2)} - \frac{\alpha}{l_2} - \frac{\alpha^3(l_2+l_1)}{2l_1^2 l_2(l_1+l_2)}\right] = P\left[\frac{\alpha(5l_1 l_2 + 2l_2^2 + 3l_1^2)}{2l_1 l_2(l_1+l_2)} - \frac{\alpha}{l_2} - \frac{\alpha^3}{2l_1^2 l_2}\right] =$$

$$= P\left[\alpha\frac{(3l_1 l_2 + 2l_2^2 + l_1^2)}{2l_1 l_2(l_1+l_2)} - \frac{\alpha^3}{2l_1^2 l_2}\right.$$

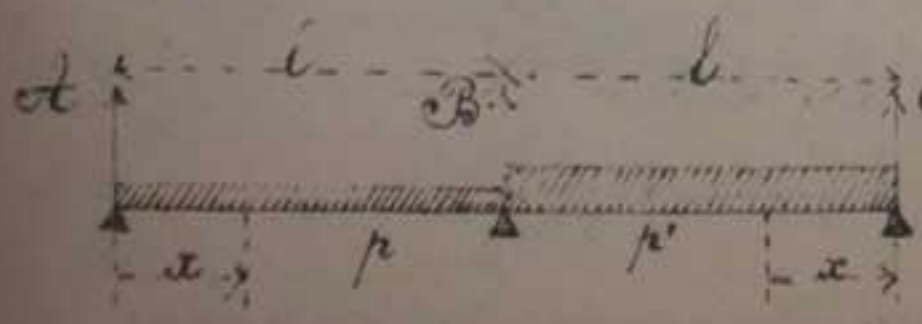
Полагая $l_1 = l_2$, получимъ:

$$A = P\left(1 - \frac{5}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right)$$

$$B = P\left(\frac{3}{2}\frac{a}{l} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{l^3}\right)$$

$$C = P\left(-\frac{1}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right).$$

1) Имѣя эти формулы, легко написать сопротивленіе опоръ двухпролетной неразрѣзной балки для любой нагрузки. При этомъ, однако, нужно помнить, что, желая воспользоваться выведенными формулами для опредѣленія сопротивленія опоръ отъ нагрузки, помѣщенной во второмъ пролетѣ необходимо разстояніе груза отсчитывать отъ опоры C.

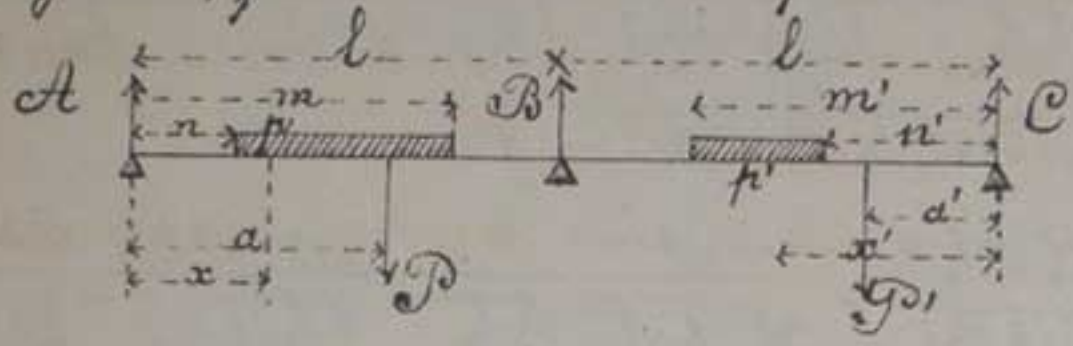


Такъ напримѣръ, для указанной на чертежѣ нагрузки, замѣняя Pчерезъ $p\,dx$ и $p'\,dx$.

$$A=\int_0^l p\left(1-\frac{5}{4}\frac{x}{l}+\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx+\int_0^l p'\left(\frac{7}{4}\frac{x}{l}-\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx=p\left(l-\frac{5}{8}l+\frac{1}{16}l\right)-p'\left(\frac{l}{8}-\frac{l}{16}\right)=$$
$$=\frac{7}{16}pl-\frac{p'l}{16}.$$
$$B=\int_0^l p\left(\frac{3}{2}\frac{x}{l}-\frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)dx+\int_0^l p'\left(\frac{3}{2}\frac{x}{l}-\frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)dx=p\left(\frac{3}{4}l-\frac{l}{8}\right)+p'\left(\frac{3}{4}l-\frac{l}{8}\right)=$$
$$=\frac{5}{8}pl+\frac{5}{8}p'l.$$
$$C=\int_0^l -p\left(\frac{1}{4}\frac{x}{l}-\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx+\int_0^l p'\left(1-\frac{5}{4}\frac{x}{l}+\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx=-\frac{pl}{16}+\frac{7}{16}p'l.$$

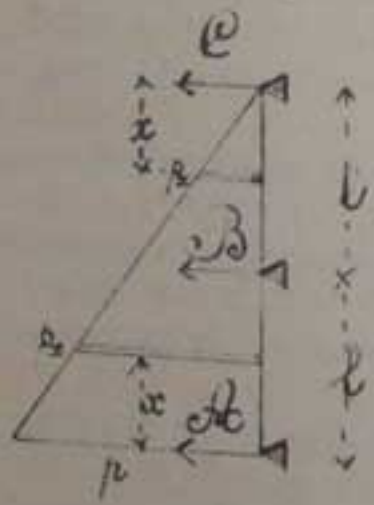
Если $p=p'$, то $A=\frac{3}{8}pl$; $B=\frac{10}{8}pl$; $C=\frac{3}{8}pl$.

Для нагрузки, указанной на прилагаемом чертеже:



$$A=P\left(1-\frac{5}{4}\frac{a}{l}+\frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right)-P'\left(\frac{1}{4}\frac{a'}{l}-\frac{1}{4}\frac{a'^3}{l^3}\right)+\int_n^m p\left(1-\frac{5}{4}\frac{x}{l}+\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx+\int_{n'}^{m'} -p'\left(\frac{x}{4l}-\frac{x^3}{4l^3}\right)dx.$$
$$B=P\left(\frac{3}{2}\frac{a}{l}-\frac{1}{2}\frac{a^3}{l^3}\right)+P'\left(\frac{3}{2}\frac{a'}{l}-\frac{1}{2}\frac{a'^3}{l^3}\right)+\int_n^m p\left(\frac{3}{2}\frac{x}{l}-\frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)dx+\int_{n'}^{m'} p'\left(\frac{3}{2}\frac{x}{l}-\frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)dx.$$
$$C=P\left(-\frac{1}{4}\frac{a}{l}+\frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right)+P'\left(1-\frac{5}{4}\frac{a'}{l}+\frac{1}{4}\frac{a'^3}{l^3}\right)+\int_n^m -p\left(\frac{1}{4}\frac{x}{l}-\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx+\int_{n'}^{m'} p\left(1-\frac{5}{4}\frac{x}{l}+\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx.$$

Если бы нагрузка была не постоянная, а изменялась по известному закону, например по закону прямой линии, как например, давление воды на ригеля шлюзных ворот, то, назвав чрез p_x переменную нагрузку, а чрез p – нагрузку на плоский ригель, то для первого пролета, считая снизу, $p_x=p\frac{(2l-x)}{2l}$, а для второго: $p_x=p\frac{x}{2l}$.



Следовательно:

$$A=\int_0^l p\frac{(2l-x)}{2l}\left\{1-\frac{5}{4}\frac{x}{l}+\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right\}dx+\int_0^l -p\frac{x}{2l}\left(\frac{1}{4}\frac{x}{l}-\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx.$$
$$2B=\int_0^l p\frac{(2l-x)}{2l}\left(\frac{3}{2}\frac{x}{l}-\frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)dx+\int_0^l p\frac{x}{2l}\left(\frac{3}{2}\frac{x}{l}-\frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)dx.$$
$$C=\int_0^l -p\frac{(2l-x)}{2l}\left\{\frac{1}{4}\frac{x}{l}-\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right\}dx+\int_0^l p\frac{x}{2l}\left(1-\frac{5}{4}\frac{x}{l}+\frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx$$

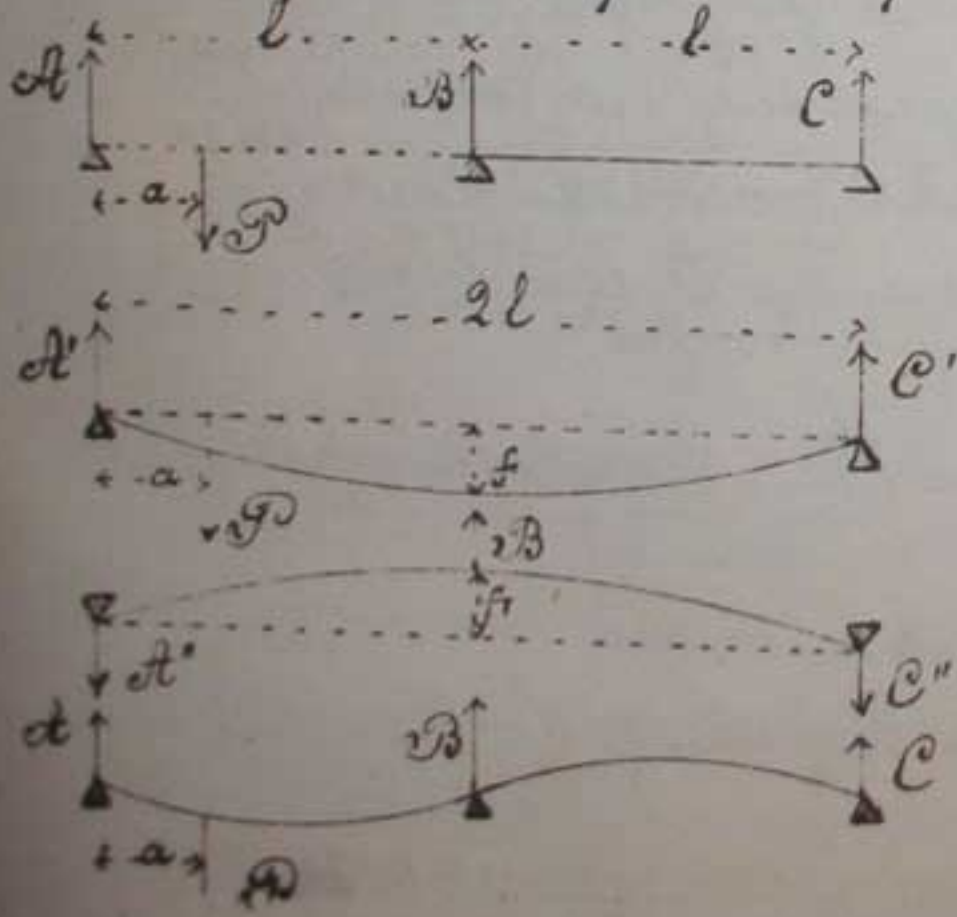
Если ригеля назначены на неодинаковом разстоянии

то слѣдуетъ воспользоваться ранѣе выведенными формулами, выражающими сопротивленіе опоры отъ сосредоточеннаго груза, помѣщеннаго на двухпролетной балкѣ съ неравными пролетами. Помощью тѣхъ же формулъ можно, очевидно, рѣшить задачу-опредѣлить такое взаимное разстояніе l и l' между рычагами, при которомъ давленіе воды произвело бы одинаковое давленіе на рычаги, т.е. чтобы было удовлетворено условіе $A = B = C$ и т.д.

б.) Опредѣленіе сопротивленія опоръ неразрѣзной балки по способу Рѣлея.

Для лучшаго уясненія способа, примѣнимъ его сначала на болѣе простомъ примѣрѣ - на двухпролетной балкѣ съ равными пролетами, подверженной дѣйствію сосредоточеннаго груза и помѣщеннаго, напримѣръ, въ первомъ пролетѣ.

Сущность способа состоитъ въ томъ, что временно устраняется промежуточная опора и опредѣляются: сопротивленіе A'-первой опоры и C'-крайней опоры и стрѣла прогиба f_1 въ точкѣ, отвѣчающей положенію устраненной опоры, т. е. въ данномъ случаѣ по серединѣ пролета $2l$. Затѣмъ, устраняя грузъ P - находятъ такое значеніе груза B, приложеннаго по серединѣ пролета, который, дѣйствуя снизу вверхъ,



вызывать стрелу прогиба той же величины f, но только въ обратномъ направленіи. Пусть противодѣйствующія сопротивленія первой и крайней опоры A'' и C''. Если теперь разсматривать совмѣстное дѣйствіе грузовъ A и B, то стрѣлы прогиба по серединѣ взаимно уничтожатся, причемъ брусъ будетъ находиться въ условіяхъ задачи, сопротивленіе лѣвой опоры: $A = A' + A''$; сопротивленіе крайней правой: $C = C' + C''$, а сопротивленіе средней опоры B и будетъ вычисленное значеніе груза P, уничтожающее стрѣлу прогиба, вызванную грузомъ P.

Такимъ образомъ, устраняемъ временно среднюю опору: $A' = P\frac{(2l-a)}{2l}$; $C' = \frac{Pa}{2l}$.

Значеніе f_1 стрѣлы прогиба по серединѣ найдется изъ:

$$EJ\frac{d^2y_1}{dx^2} = A'x = P\frac{(2l-a)x}{2l}$$

$$EJ\frac{dy_1}{dx} = P\frac{(2l-a)}{2l}\cdot\frac{x^2}{2} + C$$

$$EJy_1 = P\frac{(2l-a)}{2l}\cdot\frac{x^3}{6} + Cx + C'$$

$$EJ\frac{d^2y_2}{dx^2} = P\frac{(2l-a)}{2l}x - P(x-a)$$

$$EJ\frac{dy_2}{dx} = P\frac{(2l-a)}{2l}\frac{x^2}{2} - P\left(\frac{x^2}{2} - ax\right) + C_1$$

$$EJy_2 = P\frac{(2l-a)}{2l}\frac{x^3}{6} - P\left(\frac{x^3}{6} - \frac{ax^2}{2}\right) + C_1x + C_2.$$

При $x = a$, $\frac{dy_1}{dx} = \frac{dy_2}{dx}$, $y_1 = y_2$. При $x = 0$, $y_1 = 0$; при $x = 2l$, $y_2 = 0$ — четыре условія, позволяющія опредѣлить 4 произвольныхъ постоянныхъ.

Пользуясь условіемъ, что при $x = 0$, $y_1 = 0$, найдемъ $C' = 0$.

Затѣмъ при $x = a$, $\frac{dy_1}{dx} = \frac{dy_2}{dx}$. Слѣдовательно:

$$C = +\frac{Pa^2}{2} + C_1$$

При $x = a$, $y_1 = y_2$. Слѣдовательно:

$$Ca = \frac{Pa^3}{6} + C_1a = \frac{Pa^3}{3} + C_1a + C_2$$

откуда: $C_2 = -\frac{Pa^3}{6}$.

При $x = 2l$ $y_1'' = 0$. Слѣдовательно:

$$0 = -\frac{Pa4l^2}{6} + Pa\frac{4l^2}{2} + C_1 2l + \frac{Pa^3}{6} = \frac{4}{3}Pal^2 + C_1 2l + \frac{Pa^3}{6}.$$

$$C_1 = -\frac{2}{3}Pal - \frac{Pa^3}{12l};$$

Полагая въ выраженіи EJy_1'' $x = l$ получимъ:

$$f_1 = \frac{1}{EJ}\left\{-\frac{Pal^2}{12} + \frac{Pal^2}{2} - \frac{2}{3}Pal^2 - \frac{Pa^3}{12} + \frac{Pa^3}{6}\right\} = \frac{1}{EJ}\left\{-\frac{1}{4}Pal^2 + \frac{Pa^3}{12}\right\} \ldots (\alpha)$$

Устраняя грузъ P, найдемъ такое значеніе груза B, дѣйствующаго снизу вверхъ, чтобы стрѣла прогиба была равна предъидущему значенію, но имѣла обратный знакъ. Въ этомъ случаѣ: $A'' = C'' = \frac{B}{2}$ причемъ A'' и C'' направлены внизъ, т.е. если A' и C' положит., то A'' и C'' - отрицат.

Общее выраженіе стрѣлы прогиба найдется изъ:

$$EJ\frac{d^2y}{dx^2} = -A''x = -\frac{B}{2}x,$$

$$EJ\frac{dy}{dx} = -\frac{B}{2}\frac{x^2}{2} + C = -B\frac{x^2}{4} + C$$

$$EJy = -\frac{Bx^3}{12} + Cx + C'.$$

При $x = 0$, $y = 0$, слѣдовательно: $C' = 0$.

При $x = l$, $\frac{dy}{dx} = 0$; слѣдовательно: $C = \frac{Bl^2}{4}$,

Поэтому, полагая въ выраженіи EJy, $x = l$, получимъ:

$$f_1' = \frac{1}{EJ}\left(-\frac{Bl^3}{12} + \frac{Bl^3}{4}\right) = \frac{Bl^3}{6EJ} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta)$$

Приравнявъ выраженія (α) и (β), замѣчая, что $f_1 = -f_1'$, получимъ:

$$\frac{Bl^3}{6EJ} = \frac{P}{EJ}\left(\frac{1}{4}al^2 - \frac{a^3}{12}\right), \text{ откуда: } B = P\left(\frac{3}{2}\frac{a}{l} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{l^3}\right)$$

$$A = A' + A'' = \frac{P(2l-a)}{2l} - \frac{B}{2} = P\left(1 - \frac{a}{2l} - \frac{3}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right) =$$

$$= P\left(1 - \frac{5}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right).$$

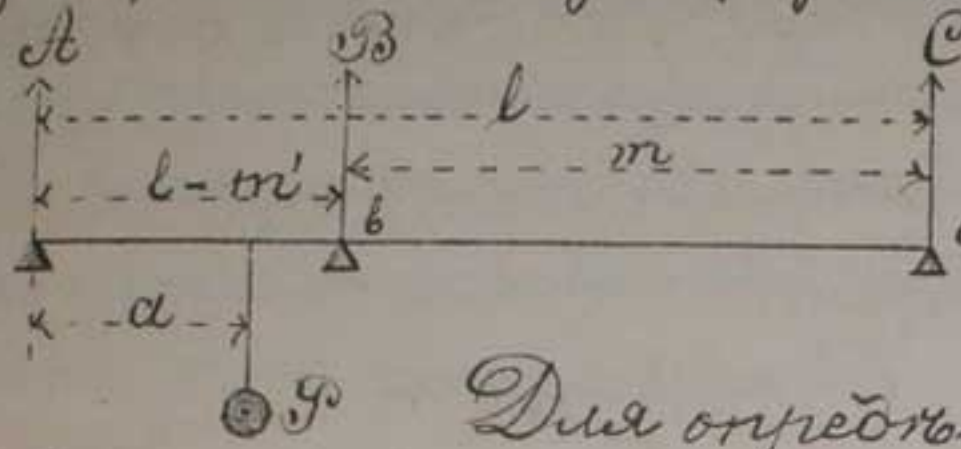
$$C = C' + C' = \frac{Pa}{2l} - \frac{B}{2} = P\left(\frac{a}{2l} - \frac{3}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right) = P\left(-\frac{1}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right),$$

т.е. тѣ же формулы, какъ и ранѣе полученныя.

Примѣнимъ теперь этотъ способъ къ опредѣленію сопротивленія опоръ отъ сосредоточеннаго груза въ

двухпролетной и трехпролетной балкѣ съ неравными пролетами.

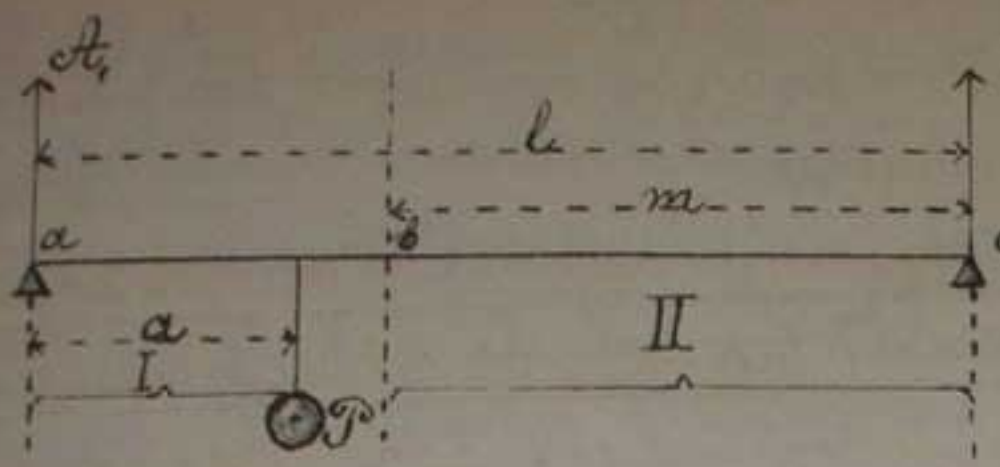
b) Опредѣленіе сопротивленія опоръ двухпролетной неразрѣзной балки съ неравными пролетами, подъ дѣйствіемъ сосредоточеннаго груза, по способу лорда Рэлея (*).



Пусть общая длина балки - l, длина праваго пролета - m.

Для опредѣленія сопротивленій A, B и C, которыя вызываются въ опорахъ: a, вис грузомъ P, приложеннымъ въ первомъ пролетѣ въ разстояніи a отъ лѣвой опоры, удалимъ мысленно среднюю опору, т.е. возьмемъ съ тѣмъ же грузомъ P однопролетную балку, длиною l и опредѣлимъ стрѣлу прогиба f_m этой балки въ разстояніи m отъ правой опоры (т.е. въ томъ мѣстѣ, гдѣ должна помѣщаться средняя опора). Затѣмъ найдемъ грузъ B_1, который, будучи приложенъ въ разстояніи m отъ правой опоры, даетъ подъ собой такой же прогибъ f_m. Очевидно, что этотъ грузъ B_1 будетъ равенъ той силѣ, которую надо приложить въ точкѣ b снизу вверхъ (по противоположному направленію), чтобы уничтожить прогибъ въ этой точкѣ отъ груза P, т.е. сила, равная B_1, будетъ сопротивленіе средней опоры.

(*) См. извѣстія С.-Петербургскаго Практическаго Технического Института 1874 г.



Пусть опорныя сопротивленія въ случаѣ отсутствія средней опоры, будутъ A_1 и C_1.

Уравненія моментовъ для участковъ:

I: $x > 0$, $x < a$ } Начало координатъ въ крайней лѣвой опорѣ.

II: $x_1 > 0$, $x < l-a$ } Начало координатъ въ крайней правой опорѣ.

$$EJy'' = A_1 x \ldots\ldots (1); \quad EJy_1'' = C_1 x_1 \ldots\ldots (1')$$

Интегрируя два раза, получимъ:

$$EJy' = \frac{A_1 x^2}{2} + \alpha \ldots (2); \quad EJy_1' = \frac{C_1 x_1^2}{2} + \beta \ldots\ldots (2');$$

$$EJy = \frac{A_1 x^3}{6} + \alpha x + x_1 \ldots (3); \quad EJy_1 = \frac{C_1 x_1^3}{6} + \beta x_1 + \beta_1 \ldots (3').$$

Для опредѣленія постоянныхъ замѣтимъ, что при $x = 0$, должно быть: $y = 0$; слѣдовательно: $\alpha_1 = 0$. При $x_1 = 0$, $y_1 = 0$; слѣдовательно: $\beta_1 = 0$. При $x = a$ и $x_1 = l-a$: $y' = -y_1'$ и $y = y_1$. Поэтому, на основаніи уравненій: (2) и (2') и (3) и (3'), получимъ слѣдующія 2 уравненія:

$$\frac{A_1 a^2}{2} + \alpha = -\frac{C_1 (l-a)^2}{2} - \beta;$$

$$\frac{A_1 a^3}{6} + \alpha a = \frac{C_1 (l-a)^3}{6} + \beta (l-a).$$

Умножая первое уравненіе на a и вычитая затѣмъ изъ него второе получимъ:

$$\frac{A_1 a^3}{2} - \frac{A_1 a^3}{6} = \frac{C_1 (l-a)^2 a}{2} - \frac{C_1 (l-a)^3}{6} - \beta a - \beta (l-a),$$

откуда:

$$\beta = -\left[\frac{2 A_1 a^3 + C_1 (l-a)^2 (2a+l)}{6l}\right],$$

подобнымъ образомъ нашли-бы:

$$\alpha = -\left[\frac{2 C_1 (l-a)^3 + A_1 a^2 (3l-2a)}{6l}\right].$$

Выражая A_1 и C_1 въ грузъ P [именно: $A_1 = \frac{P(l-a)}{l}$; $C_1 = \frac{Pa}{l}$], получимъ: $\beta = -\frac{a(l^2-a^2)}{6l} P$; $\alpha = -\frac{a(l-a)(2l-a)}{6l} P$.

Поэтому уравненіе (3') приметъ видъ:

$$EJy_1 = \frac{Pa}{6l} x_1^3 - \frac{Pa(l^2-a^2)}{6l} x_1$$

Прогибъ бруса въ сѣченіи b, при $x_1 = m$, будетъ:

$$EJy_1 = \frac{Pam}{6l}(m^2 - l^2 + a^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (*)$$

Грузъ B_1 найдется изъ уравненія:

$$\frac{Pam}{6l}(m^2 - l^2 + a^2) = \frac{B_1 m^2}{6l}(2m^2 - l^2)$$

[такъ какъ прогибъ подъ грузомъ B_1 опредѣляется изъ уравненія: $EJy_1 = \frac{B_1 m^2}{6l}(m^2 - l^2 + m^2)$, т.е. если въ уравненіи $(*)$, вмѣсто P подставимъ B_1, и вмѣсто $a - m$];

откуда:

$$B_1 = \frac{Pa}{m} \cdot \frac{m^2 - l^2 + a^2}{2m^2 - l^2}.$$

Сила B, равная и противоположная силѣ B_1, и есть сопротивленіе средней опоры. На крайнія опоры: a и c она передается по закону рычага, поэтому новыя сопротивленія опоръ: a и c будутъ:

$$A = A_1 - \frac{Bm}{l} = \frac{P(l-a)}{l} - \frac{Pa}{m} \cdot \frac{m^2 - l^2 + a^2}{2m^2 - l^2} \cdot \frac{m}{l};$$

$$C = C_1 - \frac{B(l-m)}{l} = \frac{Pa}{l} - \frac{Pa}{m} \frac{m^2 - l^2 + a^2}{2m^2 - l^2} \cdot \frac{l-m}{l};$$

$$A = \frac{2m^2 l + 2al^2 - l^3 - 3m^2 a - a^3}{l(2m^2 - l^2)} \cdot P;$$

$$B = \frac{a}{m} \cdot \frac{m^2 - l^2 + a^2}{2m^2 - l^2} \cdot P;$$

$$C = \frac{a}{m} \cdot \frac{(-la^2 + 3m^3 + l^3 - m^2 l - 2l^2 m + a^2 m)}{l(2m^2 - l^2)} \cdot P$$

$$C = \frac{a}{m} \cdot \frac{3m^3 + l^3 - 2l^2 m - m^2 l - la^2 + ma^2}{l(2m^2 - l^2)} \cdot P$$

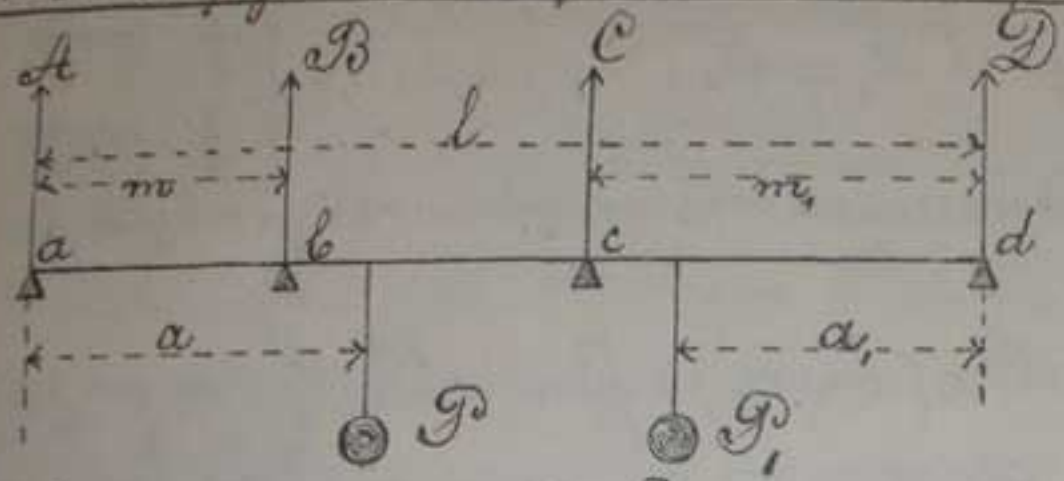
Въ частномъ случаѣ, когда $m = \frac{l}{2}$ получимъ извѣстныя уже намъ формулы:

$$A = \left(1 - \frac{5}{4} \cdot \frac{a}{m} + \frac{1}{4} \cdot \frac{a^3}{m^3}\right) \cdot P;$$

$$B = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{a}{m} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a^3}{m^3}\right) \cdot P;$$

$$C = \left(-\frac{1}{4}\cdot\frac{a}{m} + \frac{1}{4}\cdot\frac{a^3}{m^3}\right)\cdot P.$$

2.) *Опредѣленіе сопротивленія опоръ трехпролетной неразрѣзной балки при дѣйствіи сосредоточенныхъ грузовъ въ крайнемъ и среднемъ пролетахъ.*



Пусть обозначимъ длину балки - l, длину 1-го пролета - m, длину 3-го пролета - m_1. Сопротивленія опоръ отъ дѣйствія грузовъ P и P_1 назовемъ чрезъ A, B, C и D. Подобно предыдущему, удаливъ среднія опоры b и c и опредѣливъ прогибъ балки на двухъ опорахъ: a и b, длиною l, подверженной дѣйствію сосредоточенныхъ грузовъ P и P_1, вызывающихъ опорныя сопротивленія A_1 и D_1.

Для I-го участка:	Для II-го участка:	Для III-го участка:
$x \geqslant 0$ / $x \leqslant \alpha$	Начало координатъ въ опорѣ a.	$x \geqslant a$ / $x \leqslant b-a_1$	Начало координатъ въ опорѣ a.	$x_1 \geqslant 0$ / $x_1 \leqslant a_1$	Начало координатъ въ опорѣ d.

$$\begin{cases} EJy'' = A_1 x \ldots (1); \\ EJy' = \frac{A_1 x^2}{2} + \alpha \ldots (2); \\ EJy = \frac{A_1 x^3}{6} + \alpha x + \alpha_1 \ldots (3) \end{cases} \qquad \begin{cases} EJy'' = A_1 x - P(x-a) \ldots (1') \\ EJy' = (A_1 - P)\frac{x^2}{2} + Bax + \beta \ldots (2'); \\ EJy = (A_1 - P)\frac{x^3}{6} + \frac{Bax^2}{2} + \beta x + \beta_1 \ldots (3'); \end{cases} \qquad \begin{cases} EJy_1'' = D_1 x_1 \ldots\ldots (1''); \\ EJy_1' = \frac{D_1 x_1^2}{2} + \gamma \ldots\ldots (2''); \\ EJy_1 = \frac{D_1 x_1^3}{6} + \gamma x_1 + \gamma_1 \ldots (3'') \end{cases}$$

При $x = 0$, $y = 0$; слѣдовательно: $\alpha_1 = 0$.

При $x_1 = 0$; $y_1 = 0$; слѣдовательно: $\gamma_1 = 0$.

При $x = a$, y' и y изъ уравненій (2) и (3) должны быть равны y' и y изъ уравненій (2') и (3'); слѣдовательно:

Листъ 25. Т. III. Лит. Маркова, Невскій, №34.

Профессоръ Кинель

$\frac{A_1 a^2}{2} + \alpha = (A_1 - P)\frac{a^2}{2} + Pa^2 + \beta$; откуда: $\alpha - \beta = \frac{Pa^2}{2}$;

$\frac{A_1 a^3}{6} + \alpha a = (A_1 - P)\frac{a^3}{6} + \frac{Pa^3}{2} + \beta a + \beta_1$; откуда $\alpha(a-\beta) - \beta_1 = \frac{Pa^3}{3}$.

Слѣдовательно: $\beta_1 = \frac{Pa^3}{2} - \frac{Pa^3}{3} = \frac{Pa^3}{6}$.

Далѣе, при $x = l - a_1$ и $x_1 = a_1$: ..... $\begin{cases} y' = -y_1'; \\ y = y_1. \end{cases}$

А потому можно написать еще слѣдующія уравненія:

$$\begin{cases} \frac{(A_1 - P)(l-a_1)^2}{2} + Pa(l-a_1) + \beta = -D_1\frac{a_1^2}{2} - \gamma; \\ \frac{(A_1 - P)(l-a_1)^3}{6} + \frac{Pa(l-a_1)^2}{2} + \beta(l-a_1) + \frac{Pa^3}{6} = \frac{D_1 a_1^3}{6} + \gamma a_1. \end{cases}$$

Умножая первое уравненіе на a_1 и складывая со вторымъ, получимъ:

$$\frac{(A_1 - P)(l-a_1)^2}{6}(2a_1 + l) + \frac{Pa(l-a_1)(l+a_1)}{2} + \beta l + \frac{Pa^3}{6} + \frac{D_1 a_1^3}{3} = 0,$$

откуда: $\beta = -\frac{(A_1 - P)(l-a_1)^2(2a_1+l)}{6l} - \frac{Pa(l-a_1)(l+a_1)}{2l} - \frac{Pa^3}{6l} - \frac{D_1 a_1^3}{3l}$.

Подставляя снова вмѣсто A_1 и D_1 ихъ величины въ P и P_1:

$$A_1 = \frac{P(l-a) + P_1 a_1}{l}; \qquad D_1 = \frac{Pa + P_1(l-a_1)}{l},$$

получимъ:

$$\beta = -\frac{a(2l^2+a^2)}{6l}\cdot P - \frac{a_1(l^2-a_1^2)}{6l}\cdot P_1;$$

$$\alpha = \beta + \frac{Pa^2}{2} = -\frac{a(a-l)(a-2l)}{6l}\cdot P - \frac{a_1(l^2-a_1^2)}{6l}\cdot P_1$$

или:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \varkappa P + \lambda P_1 \\ \beta &= k_1 P + \lambda P_1 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (*),$$

гдѣ: $k = -\frac{a(a-l)(a-2l)}{6l}$; $k_1 = -\frac{a(2l^2+a^2)}{6l}$; $\lambda = -\frac{a_1(l^2-a_1^2)}{6l}$.

Уравненія: (3) и (3') даютъ величину прогиба отъ грузовъ P и P_1 въ различныхъ точкахъ I$^{\text{го}}$ и II$^{\text{го}}$ участковъ:

Въ I$^{\text{мъ}}$ участкѣ, для $x = m < a$: $EJ_y = \frac{A_1 m^3}{6} + \alpha m.$

Во II^м участкѣ для $x = l - m_1 < l - a_1$:

$$EJy_{l-m_2} = \frac{(A_1 - P)(l-m_2)^3}{6} + \frac{Pa(l-m_2)^2}{2} + \beta(l-m_2) + \frac{Pa^3}{6},$$

а, выразивъ A_1 чрезъ P и P_1, получимъ:

$$EJy_m = \frac{P(l-a) + P_1 a_1}{6l} m^3 + \alpha m;$$

$$EJy_{l-m_2} = \frac{P_1 a_1 - Pa}{6l}(l-m_1)^3 + \frac{Pa(l-m_1)^2}{2} + \frac{Pa^3}{6} + \beta(l-m_2)$$

Замѣнимъ теперь P и P_1 такими грузами B_1 и C_1, которые, будучи приложены въ сѣченіяхъ $x = m$ и $x = l - m_1$, даютъ въ этихъ сѣченіяхъ такіе же прогибы. Очевидно, эти грузы опредѣляются изъ уравненій:

$$\frac{P(l-a) + P_1 a_1}{6l} m^3 + \alpha m = \frac{B_1(l-m) + C_1 m_1}{6l} m^3 + \alpha' m \ldots\ldots (I);$$

$$\frac{P_1 a - Pa}{6l}(l-m_1)^3 + \frac{Pa(l-m_1)^2}{2} + \frac{Pa^3}{6} + \beta(l-m_2) = \frac{C_1 m_1 - B_1 m}{6l}(l-m_1)^3 + \frac{B_1 m(l-m_1)^2}{2} + \frac{B_1 m^3}{6} + \beta'(l-m_1) \ldots\ldots (II).$$

Вторая часть этихъ уравненій получается изъ первой послѣдствомъ замѣны P и P_1 на B_1 и C_1, и a и a_1 — на m и m_1. Слѣдовательно:

$$\left.\begin{aligned} \alpha' &= \kappa' B_1 + \lambda' C_1 \\ \beta' &= k_1' B_1 + \lambda' C_1 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (**),$$

k_1' k_1' и λ' получаются изъ k_2 k_2 и λ черезъ замѣну: a и a_1 на m и m_1.

Сокращая уравненіе (I) на m и подставляя вмѣсто α и α' соотвѣтственныя величины уравненій: (*) и (**), получимъ:

$$P[m^2(l-a) + 6l\kappa] + P_1[m^2 a_1 + 6l\lambda] = B_1[(l-m)m^2 + 6l\kappa] + C_1[m_1 m^2 + 6l\lambda'] \ldots (I')$$

Послѣ такихъ же преобразованій, уравненіе (II) принимаетъ видъ: $P[a(l-m_1)^2(2l+m_1) + a^3 l + 6lk_1(l-m_1)] + P_1[a_1(l-m_1)^3 + (l-m_2)6l\lambda] = B_1[m(l-m_1)^2(2l+m_2) + m^3 l + 6lk_1'(l-m_1)] + C_1[m_1(l-m_1)^3 + 6l(l-m_1)\lambda'] \ldots (II')$;

или, полагая:

$$\mu = m^2(l-a) + 6lx; \qquad \mu' = (l-m)m^2 + 6lx';$$

$$\mu_1 = a(l-m_1)^2(2l+m_1) + a^3 l + 6lx_1(l-m_1); \qquad \mu' = m(l-m_1)^2(2l+m_1) + m^3 l + 6lx_1'(l-m_1);$$

$$r = m^2 a_1 + 6l\lambda; \qquad r' = m_1 m^2 + 6l\lambda';$$

$$r_1 = a_1(l-m_1)^3 + (l-m_1)6l\lambda; \qquad r_1' = m_1(l-m_1)^3 + 6l(l-m_1)\lambda',$$

получимъ:

$$\left.\begin{aligned} \mu\mathfrak{P} + r\mathfrak{P}_1 &= \mu'\mathfrak{B}_1 + r'\mathfrak{C}_1 \\ \mu_1\mathfrak{P} + r_1\mathfrak{P}_1 &= \mu_1'\mathfrak{B}_1 + r_1'\mathfrak{C}_1 \end{aligned}\right\}, \text{ откуда:}$$

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{(\mu r_1' - \mu_1 r')\mathfrak{P} + (r r_1' - r_1 r').\mathfrak{P}_1}{\mu' r_1' - \mu_1' r'}$$

$$\mathfrak{C}_1 = \frac{(\mu_1\mu' - \mu\mu_1')\mathfrak{P} + (\mu' r_1 - r\mu_1').\mathfrak{P}_1}{\mu' r_1' - \mu_1' r'}$$

Силы $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$ равныя и прямо противоположныя силамъ $\mathfrak{B}_1$ и $\mathfrak{C}_1$, будутъ силами, которыя надо приложить въ точкахъ b и c, чтобы уничтожить въ этихъ точкахъ прогибъ отъ грузовъ $\mathfrak{P}$ и $\mathfrak{P}_1$, а слѣдовательно $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$ будутъ сопротивленіями среднихъ опоръ неразрѣзной балки съ тремя неравными пролетами, нагруженной сосредоточенными грузами $\mathfrak{P}$ и $\mathfrak{P}_1$, одинъ изъ которыхъ приложенъ въ среднемъ пролетѣ, другой- въ крайнемъ.

Часть силъ $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{C}$ передается, по закону рычага, на крайнія опоры a и d, то-есть:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_1 - \frac{\mathfrak{B}(l-m) + \mathfrak{C}m_1}{l};$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_1 - \frac{\mathfrak{B}m + \mathfrak{C}(l-m_1)}{l},$$

Въ частномъ случаѣ, когда у насъ загруженъ только одинъ крайній пролетъ, т.е. $\mathfrak{P} = 0$, формулы примутъ видъ:

$$\mathfrak{B} = \frac{r r_1' - r_1 r'}{\mu' r_1' - \mu_1' r'} \cdot \mathfrak{P}_1; \qquad \mathfrak{C} = \frac{\mu' r_1 - \mu_1' r}{\mu' r_1' - \mu_1' r'} \cdot \mathfrak{P}_1;$$

а когда загруженъ только средній пролетъ, т.е. $\mathfrak{P}_1 = 0$, то

$$B = \frac{\mu x_1' - \mu_1 x'}{\mu' x_1' - \mu_1' x'} \cdot P \; ; \qquad C = \frac{\mu_1 \mu' - \mu \mu_1'}{\mu' x_1' - \mu_1' x'} \cdot P$$

Когда $m = m_1$ и $l = 3m$, т. е. когда балка с равными пролетами, тогда:

$$k' = -\frac{5}{9} m^2 \; ; \quad k_1' = -\frac{19}{18} m^2 \; ; \quad \lambda' = -\frac{4}{9} m^2 \; ;$$

$$\mu = 3m^3 - 19 m^2 a - a^3 + 9 m a^2 \; ; \qquad x = a_1^3 - 8 a_1 m^2 \; ;$$

$$\mu_1 = a^3 m - 8 a m^3 \; ; \qquad x_1 = 2 a_1^3 m - 10 a_1 m^3 \; ;$$

$$\mu' = -8 m^3 \; ; \qquad x' = -7 m^3 \; ;$$

$$\mu_1' = -7 m^4 \; ; \qquad x_1' = -8 m^4 .$$

Поэтому:

$$B = \frac{3m^4(-8m^3 + 32 a m^2 - 24 a^2 m - 5a^3) \cdot P + 6 a_1 m^4 (a_1^2 - m^2) \cdot P_1}{15 m^7}$$

$$B = \left(-\frac{8}{5} + \frac{32}{5} \cdot \frac{a}{m} - \frac{24}{5} \cdot \frac{a^2}{m^2} + \frac{a^3}{m^3}\right) \cdot P + \left(-\frac{2 a_1}{5m} + \frac{2}{5} \cdot \frac{a_1^3}{m^3}\right) \cdot P_1$$

$$C = \frac{3m^4(7m^3 - 23 a m^2 + 21 a^2 m - 5a^3) \cdot P + 3 m^4 a_1 (-3 a_1^2 + 8 m^2)}{15 m^7} \; ;$$

$$C = \left(\frac{7}{5} - \frac{23}{5} \cdot \frac{a}{m} + \frac{21}{5} \cdot \frac{a^2}{m^2} - \frac{a^3}{m^3}\right) \cdot P + \left(\frac{8}{5} \cdot \frac{a_1}{m} - \frac{3}{5} \cdot \frac{a_1^3}{m^3}\right) P_1 \; ;$$

$$A = A_1 - \frac{2B + C}{3} \; ; \qquad D = D_1 - \frac{2C + B}{3}$$

g.) Опредѣленіе $\max. M_x$, $\max Q_x$ и $\min. Q_x$ въ неразрѣзныхъ фермахъ.

Показавъ способы опредѣлять сопротивленія опоръ въ неразрѣзныхъ фермахъ - изслѣдуемъ вопросъ объ опредѣленіи $\max. M_x$, $\max Q_x$ и $\min. Q_x$.

Зная эти величины, легко уже найти сѣченіе сплошной балки, усилія и сѣченія составныхъ частей фермы со сквозной стѣнкой, пользуясь тѣми же пріемами и формулами, которые были ранѣе выведены и которые выражали зависимость усилія и сѣченія сплошной балки или усилій и сѣченій поясовъ, раскосовъ и стоекъ отъ $\max M_x$, $\max. Q_x$ и $\min Q_x$.

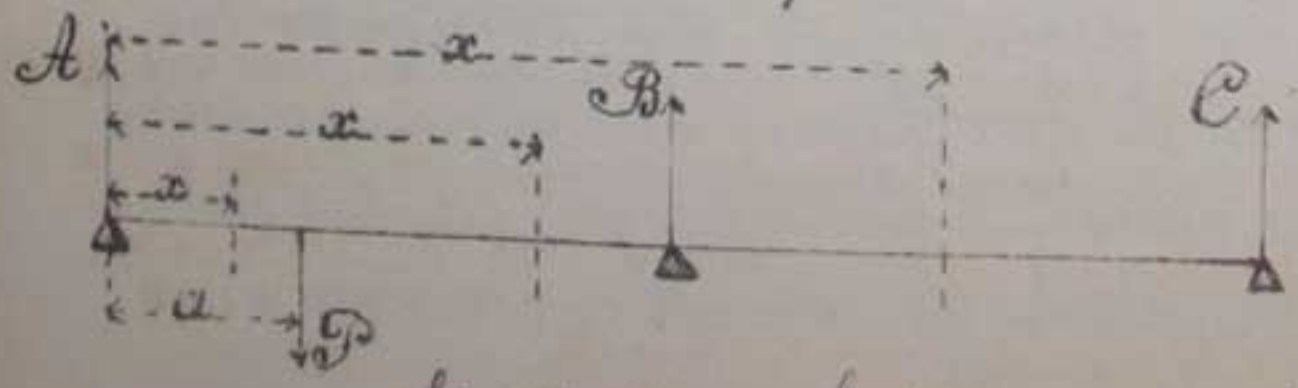
Для фермъ съ параллельными поясами можно примѣнить способъ непосредственнаго разложенія; примѣненіе этого способа къ неразрѣзнымъ фермамъ указано при изложеніи способа непосредственнаго разложенія. Равнымъ образомъ въ своемъ мѣстѣ указано о примѣненіи способа Журавскаго при опредѣленіи усилій въ неразрѣзныхъ фермахъ.

Способъ статическихъ моментовъ также легко примѣнимъ къ неразрѣзнымъ фермамъ съ параллельными или криволинейными поясами — если извѣстны способы загрузки, отвѣчающіе $\max M_x$, $\max N_x$ и $\min N_x$ — о чемъ будетъ ниже сказано; сопротивленіе же опоръ отъ нѣсколькихъ сосредоточенныхъ грузовъ (въ способѣ статическихъ моментовъ) опредѣляется на основаніи предъидущаго.

Опредѣленіе $\max M_x$

I.) Разсмотримъ сначала двухпролетную ферму съ равными пролетами.

A.) Опредѣленіе невыгоднаго положенія нагрузки Помѣстивъ въ любомъ пролетѣ сосредоточенный грузъ P, на разстояніи a, отъ лѣвой опоры имѣемъ слѣдующія выраженія для сопротивленія опоръ:



$$A = P\left(1 - \frac{5}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right);$$
$$B = P\left(\frac{3}{2}\frac{a}{l} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{l^3}\right);$$
$$C = P\left(-\frac{1}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right).$$

Моментъ въ первомъ участкѣ для сѣченій x, заключающихъ

ся между $x = 0$ и $x = a$:

$$M_x' = P\left(1 - \frac{5}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right)x.$$

Во второмъ участкѣ, для сѣченій между $x = a$ и $x = l$:

$$M_x'' = P\left(1 - \frac{5}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right)x - P(x-a) = Pa\left(1 - \frac{5}{4}\frac{x}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^2 x}{l^3}\right).$$

Въ третьемъ участкѣ, для сѣченій между $x = l$ и $x = 2l$:

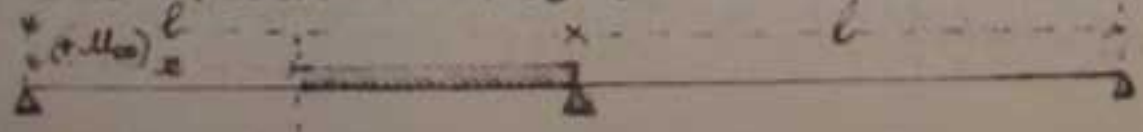
$$M_x''' = P\left(1 - \frac{5}{4}\frac{a}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^3}{l^3}\right)x - P(x-a) + P\left(\frac{3}{2}\frac{a}{l} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{l^3}\right)(x-l) =$$

$$= Pa\left[1 - \frac{5}{4}\frac{x}{l} + \frac{1}{4}\frac{a^2 x}{l^3} + \frac{3}{2}\frac{x}{l} - \frac{1}{2}\frac{a^2 x}{l^3} - \frac{3}{2} + \frac{a^2}{2l^2}\right] = Pa\left[-\frac{1}{2} + \frac{x}{4l} - \frac{a^2 x}{4l^3} + \frac{a^2}{2l^2}\right].$$

Это же выраженіе получается взявъ моментъ сопротивленія опоры C относительно сѣченія $x' = 2l - x$

1.) Въ выраженіи M_x' - множитель въ скобкахъ - всегда величина положительная. Дѣйствительно, благодаря численнымъ коэффиціентамъ въ двухъ послѣднихъ членахъ и въ виду того, что $a < l$, отрицательный членъ всегда болѣе послѣдняго положительнаго, но такъ какъ при наибольшемъ возможномъ значеніи a, т.е. при $a = b$, сумма двухъ послѣднихъ членовъ равна: (-1) или весь множитель равенъ нулю, то слѣдовательно при всѣхъ остальныхъ значеніяхъ $a < l$ - множитель будетъ всегда положительнымъ.

Слѣдовательно, всякій добавочный грузъ, помѣщенный вправо отъ сѣченія x, увеличитъ численное значеніе положительнаго момента, а потому и сплошная нагрузка, расположенная вправо отъ сѣченія x и до средней опоры, вызоветъ въ этомъ сѣченіи положительный моментъ



2.) Выражение M''_x может быть положительное или отрицательное. Оно равно нулю если:

$$\frac{5}{4}\frac{x}{l} = 1 + \frac{1}{4}\frac{a^2 x}{l^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (303),$$

т. е. оно положительное пока:

$$\frac{5}{4}\frac{x}{l} < 1 + \frac{1}{4}\frac{a^2 x}{l^3}, \text{ или пока:}$$

$$x < \frac{4l^3}{5l^2 - a^2}$$

Выражение M''_x – отрицательное, при:

$$x > \frac{4l^3}{5l^2 - a^2}.$$

А так как a может изменяться от $a = 0$ до $a = l$, то предельные значения x в вышеуказанном неравенстве $\frac{4}{5}l$ и l. Отсюда заключаем:

а.) что если только $x < 0{,}8\,l$, то где бы не было помещен груз влево от сечения x – он всегда вызывает положительный момент, а потому и сплошная нагрузка, расположенная влево от x вплоть до крайней опоры, вызовет в этом сечении положительный момент.

Если же $x > 0{,}8\,l$, то могут быть такия положения груза, при которых момент делается отрицательным. Чтобы найти соответствующее значение a, обращаемся к равенству (303), откуда находим, что при данном x момент равен нулю, если:

$$\frac{a^2 x}{4l^3} = \frac{5}{4}\frac{x}{l} - 1, \text{ или если:}$$

$$a = l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (303^a),$$

т. е. момент положительный, пока $a > l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}}$ и момент отрицательный, пока $a < l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}}$.

Следовательно:

б.) если $x > 0{,}8l$ – то всякий грузъ, помѣщенный влѣво отъ сѣченія x вызоветъ положительный моментъ, если только онъ удаленъ отъ лѣвой крайней опоры на разстояніи не менѣе $a = l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}}$, а потому и сплошная нагрузка, расположенная влѣво отъ сѣченія x вызоветъ положительный моментъ, если она покрываетъ часть пролета отъ разсматриваемаго сѣченія до $a = l\sqrt{5 - 4\frac{1}{x}}$;

в.) если $x > 0{,}8l$ – всякій грузъ, помѣщенный влѣво отъ сѣченія x вызоветъ отрицательный моментъ если только онъ удаленъ отъ лѣвой опоры на разстояніи не болѣе $a = l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}}$, а слѣдовательно сплошная нагрузка, расположенная влѣво отъ сѣченія x, вызоветъ отрицательный моментъ, если она покрываетъ

часть пролета отъ лѣвой опоры до $a = l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}}$

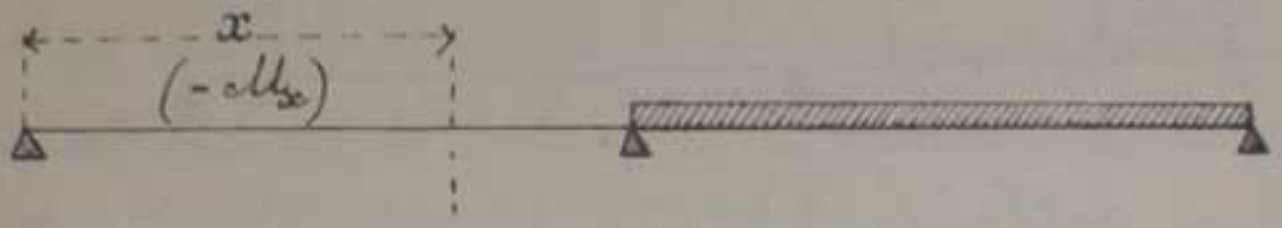
3.) Выраженіе M'_x – всегда отрицательное. Дѣйствительно:

$$M'''_x = Pa\left(-\frac{1}{2} + \frac{x}{4l} - \frac{a^2x}{4l^3} + \frac{a^2}{2l^2}\right) = Pa\left[-\frac{1}{2}\left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right) + \frac{x}{4l}\left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right)\right]$$

и такъ какъ $a < l$, то первый членъ въ скобкахъ всегда отрицательный, а второй – положительный. Слѣдовательно, для того, чтобы выраженіе M'''_x было положительное, необходимо, чтобы $\frac{x}{4l} > \frac{1}{2}$ или $x > 2l$; но x можетъ перемѣняться только отъ $x = l$ до $x = 2l$. Слѣдовательно x можетъ быть или менѣе $2l$ или равно $2l$, что соотвѣтствуетъ или отрицательному

значению M_x''' или нулевому значению и это последнее, очевидно, при $x = 2l$, т.е. въ сѣченіи надъ правой крайней опорой.

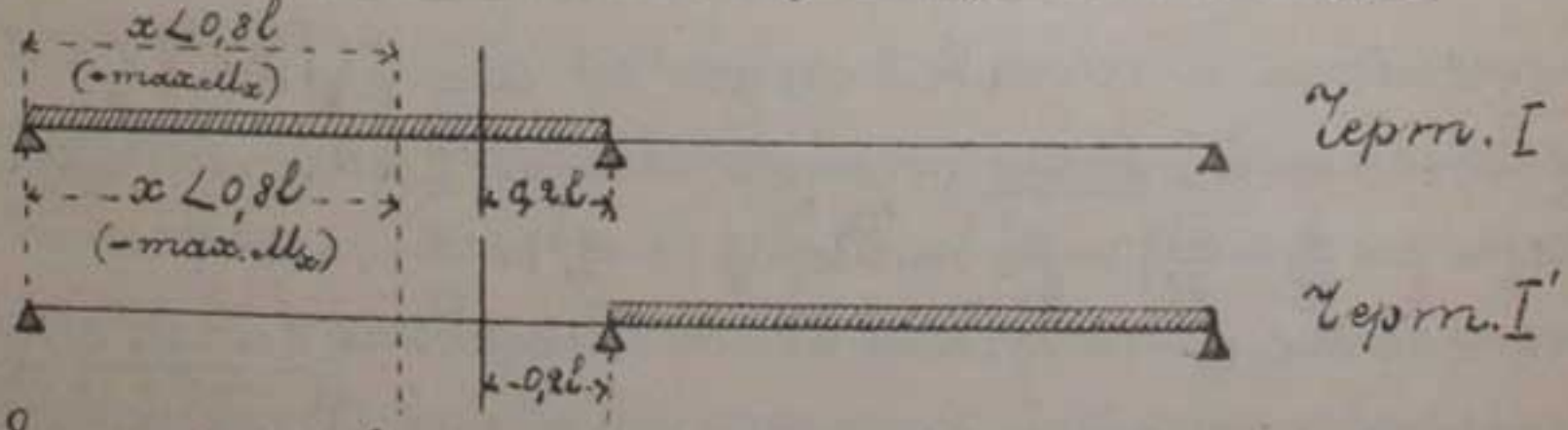
Обратно, если бы грузъ P былъ помѣщенъ гдѣ бы то ни было въ правомъ пролетѣ, то онъ вызывалъ бы отрицательный моментъ въ любомъ сѣченіи лѣваго пролета. Слѣдовательно, сплошная нагрузка расположенная по всему протяженію праваго пролета



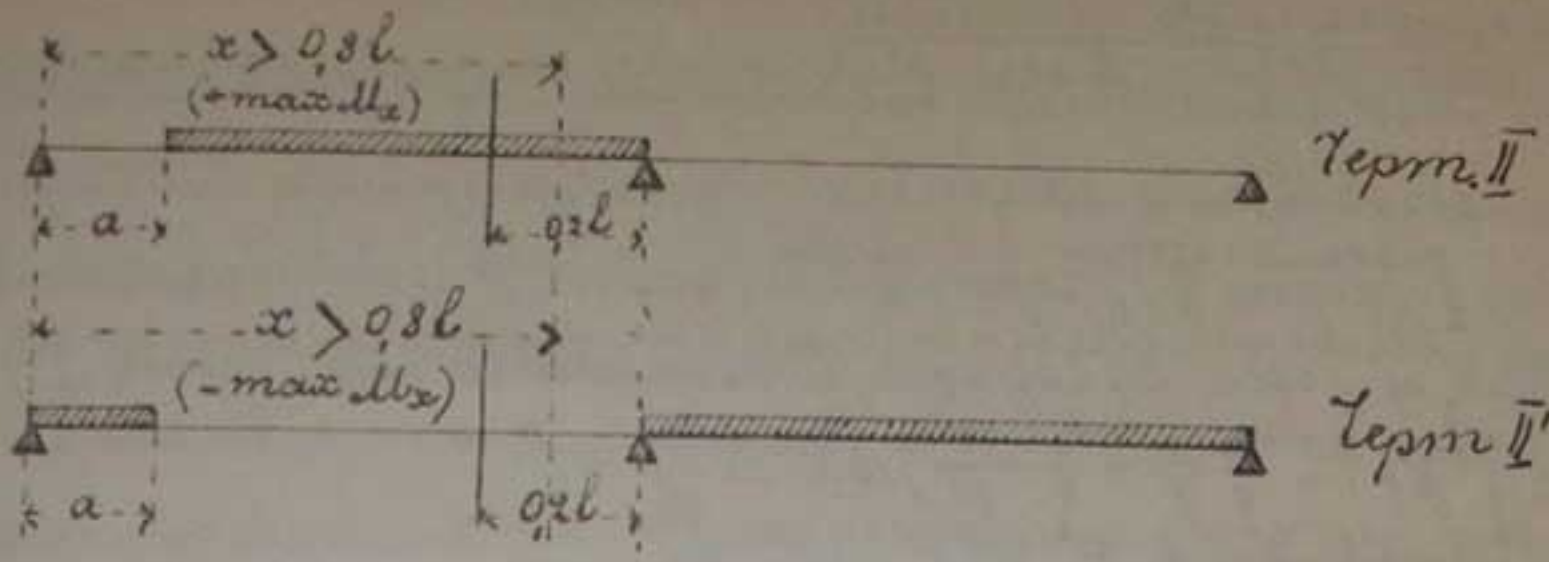
вызываетъ ментъ въ каждомъ сѣченіи лѣваго пролета.

Разсматривая совмѣстно способы нагрузокъ, вызывающіе отдѣльно $(+M_x)$ и $(-M_x)$ въ любомъ сѣченіи праваго пролета, приходимъ къ слѣдующему заключенію:

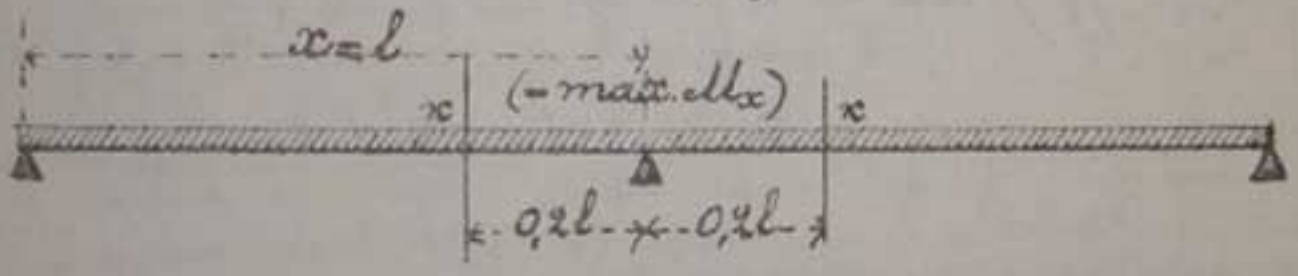
а.) Если $x < 0,8\,l$ - то загрузка всего лѣваго пролета соотвѣтствуетъ $(+\max M_x)$, [1, 2а]; загрузка всего праваго пролета соотвѣтствуетъ $(-\max M_x)$, [3].



в.) Если $x > 0,8\,l$ - то загрузка части лѣваго пролета отъ сѣченія $a = l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}}$ до средней опоры соотвѣтствуетъ $(+\max M_x)$ (2б); загрузка части лѣваго пролета отъ лѣвой опоры до сѣченія $a = l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}}$ и загрузка всего праваго пролета соотвѣтствуетъ $(-\max M_x)$ (2б,3).



Для сечения над средней опорой, т.е. для $x = l$ - не может быть положительного момента, так как для этого, на основании (β), необходимо загрузить часть левого пролета от сечения $a = l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}}$ до средней опоры, но в данном случае $a = l\sqrt{5 - 4} = l$, т. е. нагрузки не будет и момент M''_x при $x = l$ и $a = l$ обращаются в нуль. Что же касается отрицательного момента над средней опорой, то на основании (β), выйду того, что в данном случае $a = l$, оба пролета должны быть загружены



Если бы сечение было взято во втором пролете, то невыгодное расположение нагрузок было бы вполне аналогично с предыдущим случаем. Сечения $x = 0{,}8l$, в которых происходит перемена способа загрузки, будут, очевидно, расположены по обе стороны средней опоры, находясь на расстоянии $b = 0{,}2l$ от этой опоры. Сечения эти (к) называются фокусами пролета. (Fixpuncte, Winckler), points fixes, foyers (Bresse Foutvioland).

γ) Определение аналитических выражений max. моментов и соответствующих перере-

зывающих усилий.

Что касается выражений сопротивления опоры при способах загрузки, указанных на (черт I), (черт I'), (черт. II), (черт. II') и (черт. III), то таковыя будут:

Для способа загрузки, указанного на (черт. I):

$$\left.\begin{aligned} A &= \int_0^l \kappa\left(1 - \frac{5}{4}\frac{x}{l} + \frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx = \frac{7}{16}\kappa l \\ B &= \int_0^l \kappa\left(\frac{3}{2}\frac{x}{l} - \frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)dx = \frac{5}{8}\kappa l \\ C &= \int_0^l \kappa\left(-\frac{1}{4}\frac{x}{l} + \frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx = -\frac{1}{16}\kappa l \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (303^b)$$

Для способа загрузки, указанного на (черт I'):

$$A = -\frac{1}{16}\kappa l;\ B = \frac{5}{8}\kappa l;\ C = \frac{7}{16}\kappa l. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (303^c)$$

Для способа загрузки, указанного на (черт II):

$$\left.\begin{aligned} A &= \int_a^l \kappa\left(1 - \frac{5}{4}\frac{x}{l} + \frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx = \kappa\left[(l-a) - \frac{5}{8}\frac{(l^2-a^2)}{l} + \frac{1}{16}\frac{(l^4-a^4)}{l^3}\right] = \\ &= \kappa\left[\frac{7}{16}l - a\left(1 - \frac{5}{8}\frac{a}{l} + \frac{1}{16}\frac{a^3}{l^3}\right)\right]\ldots \\ B &= \int_a^l \kappa\left(\frac{3}{2}\frac{x}{l} - \frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)dx = \kappa\left[\frac{3}{4}\frac{(l^2-a^2)}{l} - \frac{1}{8}\left(\frac{l^4-a^4}{l^3}\right)\right] = \kappa\left[\frac{5}{8}l - \frac{a^2}{4l}\left(3 - \frac{a^2}{2l^2}\right)\right]\ldots \\ C &= \int_a^l \kappa\left(\frac{1}{4}\frac{x}{l} + \frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx = \kappa\left[-\frac{1}{8}\frac{(l^2-a^2)}{l} + \frac{1}{16}\frac{(l^4-a^4)}{l^3}\right] = \\ &= \kappa\left[-\frac{1}{16}l + \frac{a^2}{8l}\left(1 - \frac{a^2}{2l^2}\right)\right] \end{aligned}\right\} \quad (303^d)$$

Для способа загрузки на (черт. II')

$$\left.\begin{aligned} A &= \int_0^a \kappa\left(1 - \frac{5}{4}\frac{x}{l} + \frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx + \int_0^l \kappa\left(-\frac{1}{4}\frac{x}{l} + \frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx = \\ &= \kappa\left[a - \frac{5}{8}\frac{a^2}{l} + \frac{a^4}{16l^3}\right] - \frac{1}{16}\kappa l = \kappa\left[a\left(1 - \frac{5}{8}\frac{a}{l} + \frac{a^3}{16l^3}\right) - \frac{l}{16}\right. \\ B &= \int_0^a \kappa\left(\frac{3}{2}\frac{x}{l} - \frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)dx + \int_0^l \kappa\left(\frac{3}{2}\frac{x}{l} - \frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)dx = \\ &= \kappa\left[\frac{3}{4}\frac{a^2}{l} - \frac{1}{8}\frac{a^4}{l^3}\right] + \frac{5}{8}\kappa l = \frac{5}{4}\left[a\left(\frac{3a}{l} - \frac{a^3}{2l^3}\right) + \frac{5}{2}l\right. \\ C &= \int_0^a \kappa\left(-\frac{1}{4}\frac{x}{l} + \frac{1}{4}\frac{x^3}{l^3}\right)dx + \int_0^l \kappa\left(1 - \frac{5}{4}\frac{x}{l} + \frac{x^3}{4l^3}\right)dx = \\ &= \kappa\left[-\frac{a^2}{8l} + \frac{a^4}{16l^3}\right] + \frac{7}{16}\kappa l = \kappa\left[\frac{a^2}{8l}\left(-1 + \frac{a^2}{2l^2}\right) + \frac{7}{16}l\right] \end{aligned}\right\} \quad \ldots (303^e)$$

Для способа загрузки на (черт. III) - складывая выра-

жения сопротивления опоръ въ двухъ послѣднихъ случаяхъ:

$$A = k\frac{6}{16}l = \frac{3}{8}kl; \qquad B = \frac{10}{8}kl; \qquad C = \frac{3}{8}kl.$$

Зная сопротивления опоръ легко написать выражения моментовъ въ любомъ сѣченіи отъ собственнаго вѣса равномѣрно распредѣленнаго на обоихъ пролетахъ и отъ подвижнаго груза, расположеннаго наиболѣе невыгоднымъ образомъ.

Такъ напримѣръ, если p и k - нагрузки на погонную единицу отъ собственнаго вѣса и отъ подвижной нагрузки, то для способа загрузки (черт. I):

$$+\max M_x = \frac{3}{8}plx - \frac{px^2}{2} + \frac{7}{16}klx - \frac{kx^2}{2} = \frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4} - x\right) + \frac{kx}{2}\left(\frac{7}{8}l - x\right) \ldots (303^a)$$

Для способа загрузки (черт I'):

$$-\max M_x = \frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4} - x\right) - \frac{1}{16}klx \ldots (303^b)$$

[По этимъ двумъ формуламъ вычисляются ($+\max M_x$) и ($-\max M_x$) лишь для сѣченій $x < 0{,}8l$].

Для способа загрузки (черт II):

$$+\max M_x = \frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4} - x\right) + k\left[\frac{7}{16}l - a\left(1 - \frac{5}{8}\frac{a}{l} + \frac{1}{16}\frac{a^3}{l^3}\right)\right]x - k\frac{(x-a)^2}{2} =$$

$$= \frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4} - x\right) + k\left[\frac{7}{16}l - \left(-\frac{5}{8}\frac{a^2}{l} + \frac{a^4}{16l^3}\right)\right]x - \frac{x(x^2+a^2)}{2}.$$

Вставляя вмѣсто a значеніе его: $a = l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}}$, найдемъ:

$$+\max M_x = \frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4} - x\right) + k\left\{\frac{7}{16}l - \left[\frac{l^4\left(5-4\frac{l}{x}\right)^2}{16l^3} - \frac{5}{8}\frac{l^2\left(5-4\frac{l}{x}\right)}{l}\right]\right\}x -$$

$$-k\left[\frac{x^2 + l^2\left(5-4\frac{l}{x}\right)}{2}\right] = \frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4} - x\right) + k\left\{\frac{7}{16}l - \left[\frac{l}{16}\left(25 - 40\frac{l}{x} + 16\frac{l^2}{x^2}\right) - \frac{25}{8}l + \frac{5}{2}\frac{l^2}{x}\right]\right\}x -$$

$$-k\left(\frac{x^2}{2} + \frac{5}{2}l^2 - 2\frac{l^3}{x}\right) = \frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4} - x\right) + k\left\{2lx + \frac{l^3}{x} - \frac{5}{2}l^2 - \frac{x^2}{2}\right\} \ldots (303^c)$$

[Формула эта имѣетъ мѣсто только для $x > 0{,}8l$]

Для способа загрузки (черт. II'):

$$-\max M_x = \frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4} - x\right) + k\left[a\left(1 - \frac{5}{8}\frac{a}{l} + \frac{a^3}{16l^3}\right) - \frac{l}{16}\right]x - ka\left(x - \frac{a}{2}\right) =$$

$$= \frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4} - x\right) + k\left[\frac{a^4}{16l^3} - \frac{5}{8}\frac{a^2}{l} - \frac{l}{16}\right]x + \frac{ka^2}{2}.$$

Вставляя вмѣсто $a = l\sqrt{5 - 4\frac{l}{x}}$,

$$-\max M_x = \frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4}-x\right)+\kappa\left[\frac{l^4\left(5-4\frac{l}{x}\right)^2}{16l^3}-\frac{5}{8}\,\frac{l^2\left(5-4\frac{l}{x}\right)}{l}-\frac{l}{16}\right]x+$$

$$+\kappa l^2\frac{\left(5-4\frac{l}{x}\right)}{2}=\frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4}-x\right)+\kappa\left[\frac{l}{16}\left(25'-40'\frac{l}{x}+16'\frac{l^2}{x^2}\right)-\right.$$

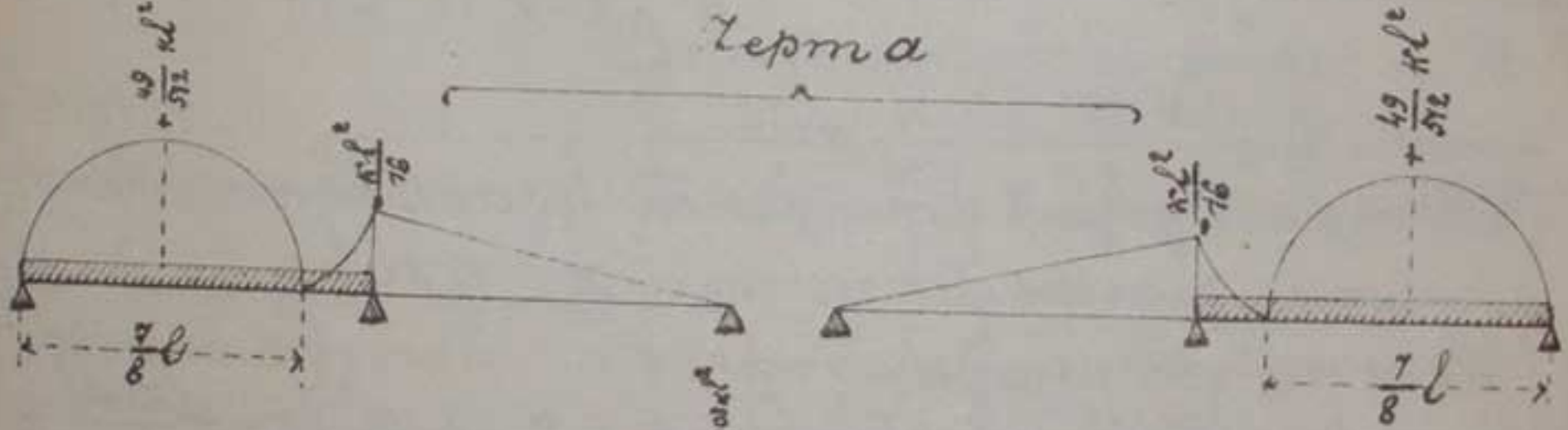
$$\left.-\frac{25'}{8}l+\frac{20'}{8}\frac{l^2}{x}-\frac{l}{16}\right]x+\frac{5}{2}\kappa l^2-2'\frac{\kappa l^3}{x}=\frac{px}{2}\left(\frac{3l}{4}-x\right)+$$

$$+\kappa\left[-\frac{13}{8}lx-\frac{l^3}{x}+\frac{5}{2}l^2\right]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(303^g)$$

[Формула эта имѣетъ мѣсто только для $x>0{,}8l$]

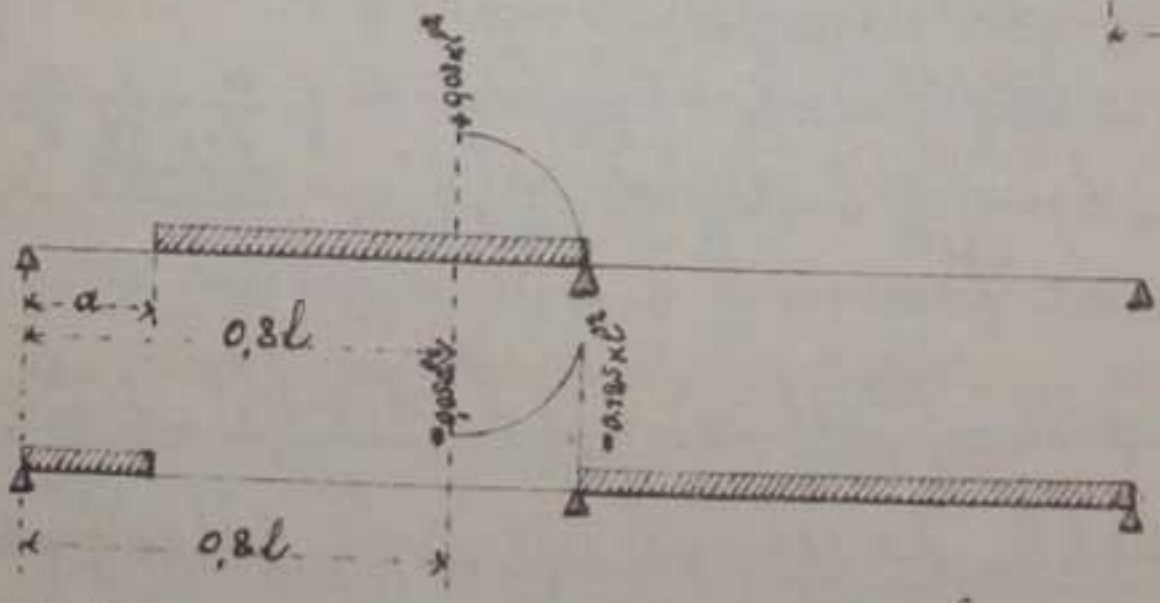
Законъ измѣненія моментовъ, выраженныхъ формулами (303^f) и $(303^{f'})$ въ отношеніи данной подвижной нагрузки изображенъ на (черт. а); законъ измѣненія моментовъ, выраженныхъ формулами (303^g) и $(303^{g'})$ изображены на (черт. б) и черт. в.)

Черт. а



Черт. б.

Черт. в.

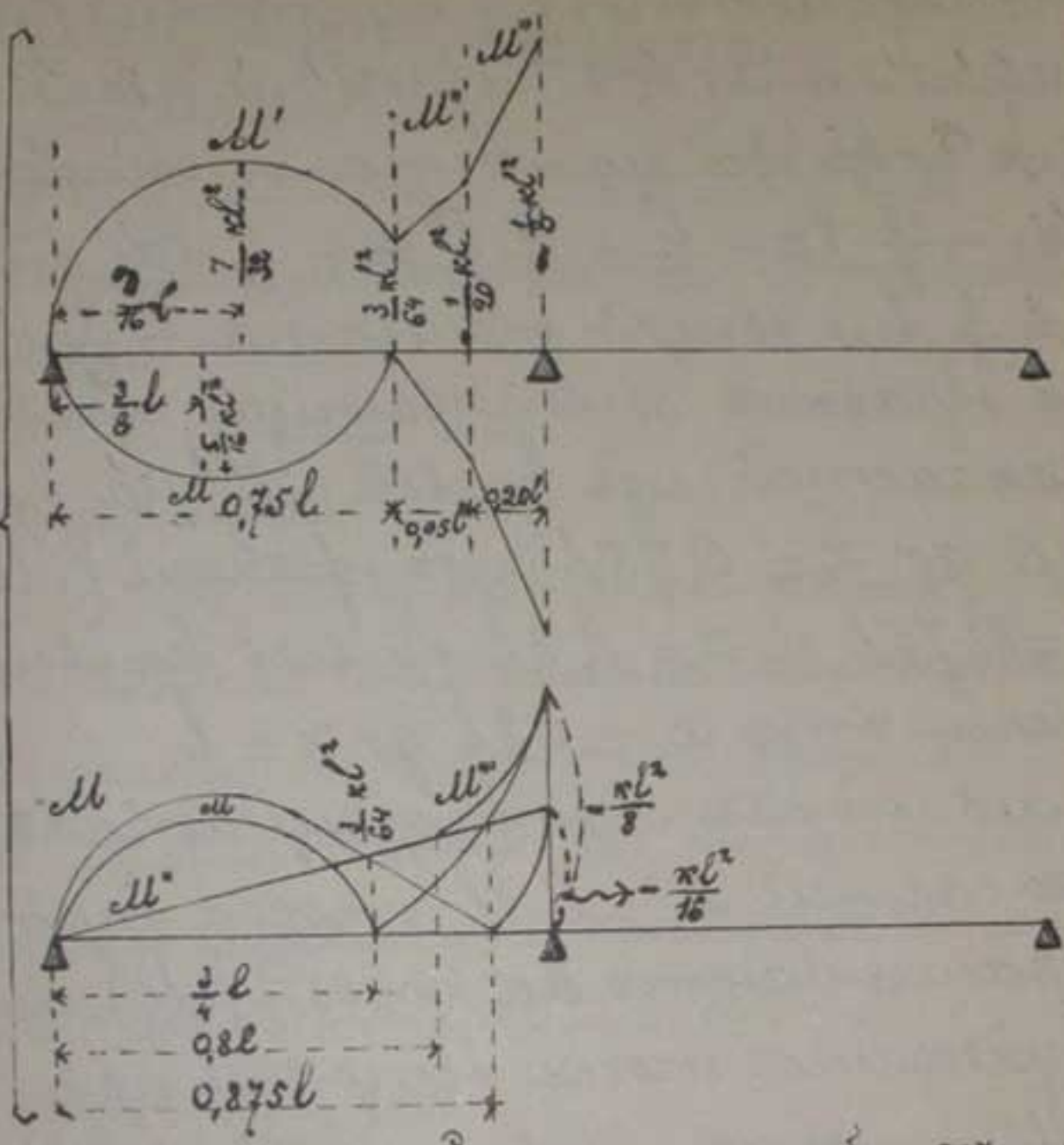


Чтобы получить обертывающую кривую, при различныхъ способахъ нагрузки, необходимо опредѣлить абсциссы при которыхъ ординаты кривыхъ выраженныхъ уравненіями (303^f) и $(303^{f'})$, (303^g) и $(303^{g'})$ имѣютъ общія точки.

На (чертежѣ 2) изображены кривыя: (M) при нагр.

кой загрузкѣ обоихъ пролетовъ; (M') - при загрузкѣ лѣваго пролета; (M'') - при загрузкѣ праваго пролета и (M''') - при загрузкѣ праваго и части лѣваго пролета (для сѣченія $x > 0{,}8l$).

Черт. 2



Разсматривая случай загрузки обоихъ пролетовъ (M), имѣемъ:

$M_x = \frac{x}{2}(\frac{3}{4}l - x)$; $M_x = 0$ при $x = \frac{3}{4}l$ и $+\max M_x = \frac{3}{16}kl^2$; при $x = l$, $-\max M_x = -\frac{kl^2}{8}$.

При загрузкѣ одного лѣваго пролета (M') имѣемъ:

$$M'_x = \frac{x}{2}(\frac{7}{8}l - x). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (303^b)$$

Слѣдовательно, $M_x = 0$, при $x = \frac{7}{8}l$; $+\max M'_x = +\frac{7}{32}kl^2$.

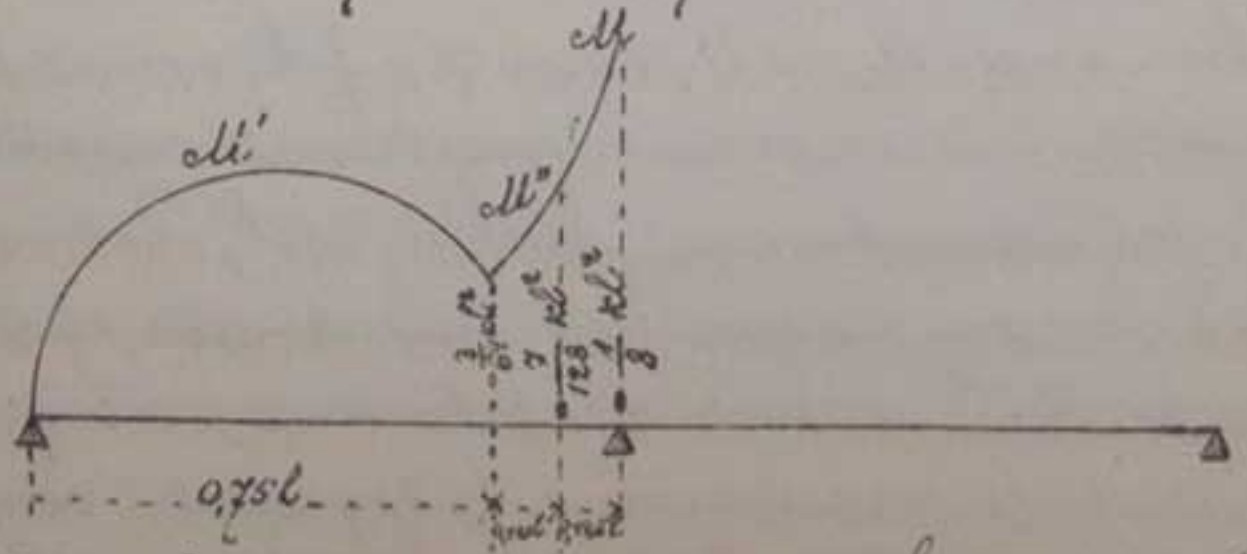
Для отысканія точки пересѣченія кривой (M') съ прямой (M'') приравниваютъ (303^b) и (303^b) (въ отношеніи одной подвижной нагрузки), измѣнивъ предварительно знакъ въ (303^b), такъ какъ въ одномъ случаѣ моментъ положительный, а въ другомъ - отрицательный. Имѣемъ: $\frac{x}{2}(\frac{7}{8}l - x) = \frac{1}{16}klx$, откуда: $x = \frac{3}{4}l$,

т.е. случайно также абсцисса гдѣ (M) равно нулю.
Величина этой ординаты: $\frac{1}{16} kl. \frac{3}{4} l = \frac{3}{64} kl^2$.
Для отысканія точки пересѣченія (M'') съ (M''') надо приравнять (303') и (303''), не перемѣняя знаковъ, такъ какъ оба момента - отрицательные.
Имѣемъ: $-\frac{13}{8} lx - \frac{l^3}{x} + \frac{5}{2} l^2 = -\frac{1}{16} lx$, откуда найдемъ: $x = \frac{4}{5} l$ и общая ордината: $-\frac{1}{20} kl^2$.
Такимъ образомъ обертывающая кривая состоитъ изъ трехъ частей: изъ кривой (M') на протяженіи отъ $x = 0$ до $x = 0{,}75l$; изъ прямой (M'') на протяженіи $x = 0{,}75l$ и $x = 0{,}8l$ и изъ кривой (M''') на протяженіи отъ $x = 0{,}8l$ до $x = l$.
Въ виду малой разницы въ ординатахъ кривой (M''') и (M) для сѣченій $x > 0{,}8l$, иногда третій участокъ кривой ограничиваютъ не кривой (M). Дифференціально, для опредѣленія точки встрѣчи прямой (M'') съ кривой (M) имѣемъ уравненіе: $\frac{xx}{2}\left(\frac{3}{4} l - x\right) = -\frac{kl x}{16}$, откуда:

$$x = \frac{7}{8} l,$$

т.е. въ томъ же сѣченіи гдѣ (M') = 0 и величина общей ординаты: $-\frac{7}{128} kl^2$. Такая обертывающая кривая изображена, между прочимъ, у Вебб'а (черт. 2'), но это во всякомъ случаѣ неправильно.

Черт 2'



Что касается аналитическаго выраженія перерѣзывающаго усилія и соотвѣтственнаго графическаго

изображенія, то для способа загрузки (черт I):

Перерѣзывающее усиліе въ первомъ пролетѣ:

$$Q_x' = \frac{7}{16} kl - kx = k\left(\frac{7}{16} l - x\right);$$

во второмъ пролетѣ:

$$Q_x'' = \frac{7}{16} kl - kl + \frac{5}{8} kl = +\frac{1}{16} kl.$$

Для способа загрузки, указаннаго на (черт I') имѣемъ для перваго пролета

$$Q_x' = -\frac{1}{16} kl;$$

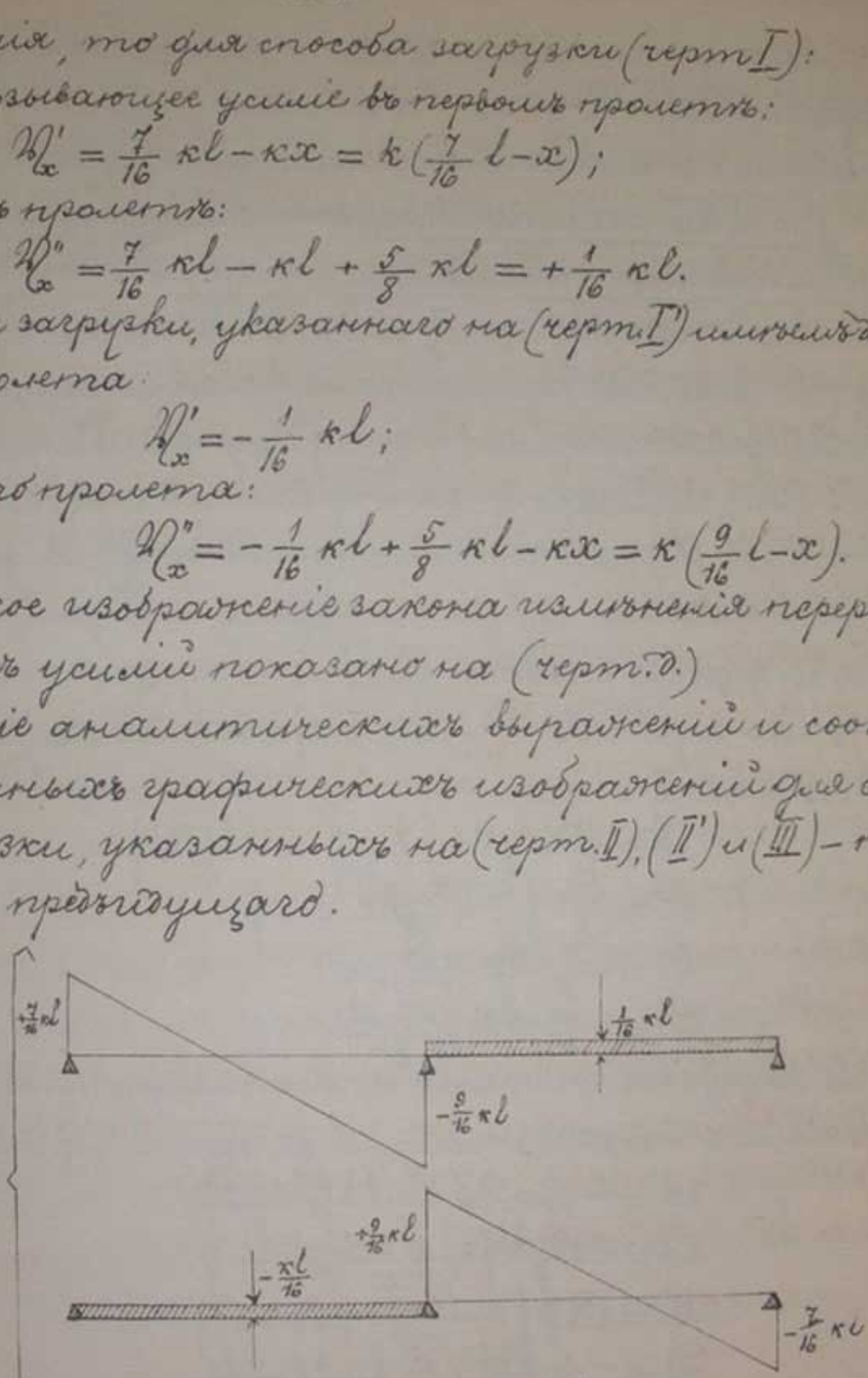
для втораго пролета:

$$Q_x'' = -\frac{1}{16} kl + \frac{5}{8} kl - kx = k\left(\frac{9}{16} l - x\right).$$

Графическое изображеніе закона измѣненія перерѣзывающихъ усилій показано на (черт. д.)

Составленіе аналитическихъ выраженій и соотвѣтственныхъ графическихъ изображеній для способовъ загрузки, указанныхъ на (черт. II), (II') и (III) – понятно изъ предыдущаго.

Черт. д.



Если бы подвижныя нагрузки k и k' на обоихъ пролетахъ были неодинаковы или, если бы онѣ были не постоянныя нагрузки, а измѣняющіяся по извѣстному закону, то, интегрируя выраженія A, B, C –

Листъ 26. Т III. Лит. Маркова, Невскій №34.

Профессоръ

данныя для отдѣльныхъ сосредоточенныхъ грузовъ – съ замѣной P, чрезъ kdx легко найти соотвѣтственныя значенія сопротивленій опоръ и моментовъ.

II.) Трех- и многопролетная неразрѣзная ферма.

A.) Опредѣленіе невыгоднаго положенія нагрузки.

Подобно предъидущему можно было бы изслѣдовать случаи невыгоднаго расположенія загрузокъ для трех-пролетной и т.д. неразрѣзной фермы, пользуясь значеніями сопротивленій опоръ A, B, C, D и т.д. вызванныхъ сосредоточеннымъ грузомъ.

Сопротивленія опоръ имѣютъ слѣдующія выраженія:

При загрузкѣ лѣваго крайняго пролета сосредоточеннымъ грузомъ P, помѣщеннымъ на разстояніи a отъ лѣвой опоры:

$$A = \frac{P(l-a)}{l}\left\{1 - \frac{4}{15}\,a\,\frac{(l+a)}{l^2}\right\}$$
$$B = \frac{Pa}{l}\left\{\frac{3}{5}\,\frac{(l^2-a^2)}{l^2} + 1\right\}$$
$$C = -\frac{2}{5}\,\frac{Pa}{l}\left(\frac{l^2-a^2}{l^2}\right)$$
$$D = +\frac{1}{15}\,Pa\,\frac{(l^2-a^2)}{l^3}.$$

При загрузкѣ средняго пролета грузомъ R, приложеннымъ на разстояніи a отъ второй опоры:

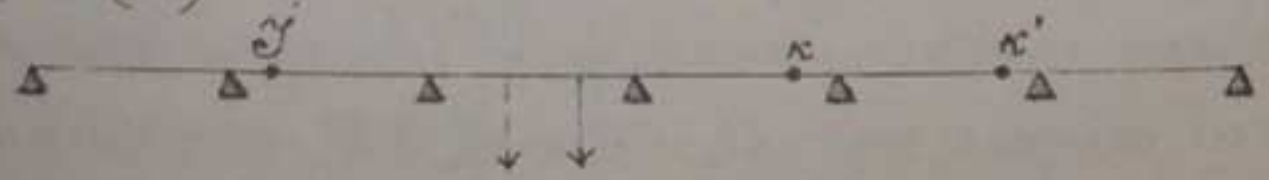
$$A = -\frac{1}{15}\,Rb\,\frac{(l-b)(7l-5b)}{l^3}$$
$$B = R\,\frac{(l-b)}{l}\left\{1 + \frac{6}{5}\,\frac{(4l-5b)}{l^2}\right\}$$
$$C = R\,\frac{b}{l}\left\{1 - \frac{(l-b)}{5l^2}\,(l+5b)\right\}$$
$$D = -\frac{1}{15}\,\frac{Rb}{l^3}\,(l-b)(2l+5b).$$

Взамѣнъ указаннаго способа изслѣдованія можно примѣнить другой, основанный на извѣстныхъ свойствахъ такъ называемыхъ фокусовъ (foyer, point fixe по Levy, Fixpunct по Winkler'y, fester Inflexionspunct по Leber'y) многопролетной балки. Каждый пролетъ имѣетъ два фокуса: лѣвый и

правый. Лѣвымъ и правымъ фокусами даннаго пролета неразрѣзной балки называются два опредѣленныхъ сѣченія, въ которыхъ моментъ отъ произвольной нагрузки, помѣщенной гдѣ-либо въ одномъ или нѣсколькихъ правыхъ и соответственно лѣвыхъ пролетахъ – всегда равенъ нулю.

Если многопролетная балка опирается свободно на крайнія опоры, то въ первомъ пролетѣ лѣвый фокусъ, а въ послѣднемъ пролетѣ правый фокусъ совпадаютъ съ крайними опорами, т.е. другими словами, въ крайнихъ пролетахъ имѣется лишь по одному фокусу – правый въ лѣвомъ пролетѣ и лѣвый въ правомъ крайнемъ пролетѣ.

Если же концы балки закрѣплены на опорахъ, въ такомъ случаѣ въ каждомъ изъ крайнихъ пролетовъ находится тоже по два фокуса. Такъ напримѣръ, если имѣемъ 6-пролетную балку, свободно опирающуюся на крайнія опоры и нагруженную въ третьемъ пролетѣ, то моментъ будетъ равенъ нулю не только въ двухъ сѣченіяхъ нагруженнаго пролета и на крайнихъ опорахъ, но еще и во второмъ пролетѣ въ лѣвомъ фокусѣ (J) и въ четвертомъ и пятомъ пролетахъ въ правыхъ фокусахъ (к) и (к').



Докажемъ, что въ каждомъ пролетѣ существуетъ по два фокуса, затѣмъ изслѣдуемъ ихъ свойства и выведемъ формулы для опредѣленія занимаемаго ими положенія на пролетѣ.

Для этого изслѣдуемъ предварительно зависимость между опорными моментами въ ненагруженныхъ и нагруженныхъ пролетахъ.

Изслѣдованіе будетъ проще, если мы предположимъ, что имѣемъ только одинъ нагруженный пролетъ, на которомъ находится произвольная нагрузка. Общность доказательства отъ этого конечно, не пострадаетъ.

Зависимость между опорными моментами въ ненагруженныхъ пролетахъ, въ случаѣ загрузки одного какого-либо пролета.

Пусть имѣемъ n пролетовъ, изъ числа которыхъ одинъ пролетъ, а именно k-пролетъ k нагруженъ. Тогда, на основаніи извѣстной зависимости между тремя опорными моментами (См. ч. II стран. 58, форм. 30'), можемъ написать:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\cancel{M_0 l_1} + 2M_1(l_1+l_2) + M_2 l_2 = 0\\
&M_1 l_2 + 2M_2(l_2+l_3) + M_3 l_3 = 0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&M_{k-2} l_{k-1} + 2M_{k-1}(l_{k-1}+l_k) + M_k l_k = \cancel{n''_{k-1} l_{k-1}} + n'_k l_k\\
&M_{k-1} l_k + 2M_k(l_k+l_{k-1}) + M_{k+1} l_{k+1} = n''_k l_k + \cancel{n'_{k+1} l_{k+1}}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&M_{n-3} l_{n-2} + 2M_{n-2}(l_{n-2}+l_{n-1}) + M_{n-1} l_{n-1} = 0\\
&M_{n-2} l_{n-1} + 2M_{n-1}(l_{n-1}+l_n) + \cancel{M_n l_n} = 0
\end{aligned}
\right\} \cdots\cdots\cdots (\alpha)
$$

Такъ какъ мы предполагаемъ, что балка свободно опирается на опоры, то $M_0 = 0$ и $M_n = 0$, затѣмъ $n''_{k-1} = m'_{k-1} + 2m''_{k-1}$ и $n'_{k+1} = 2m'_{k+1} + m''_{k+1}$ также равны нулю, потому что m'_{k-1} и m''_{k-1}, m'_{k+1} и m''_{k+1} представляющіе моменты на опорахъ въ пролетахъ l_{k-1} и l_{k+1} въ предположеніи горизонтальныхъ концевъ, за отсутствіемъ на про-

местахъ нагрузки, очевидно, каждое порознь равно нулю.

Если бы M_0 и M_n не были равны нулю, т.е. балка не опиралась бы свободно на крайнія опоры, а имѣла бы напримѣръ свѣшивающіеся загруженные концы, то значенія опорныхъ моментовъ M_0 и M_n можно было бы легко найти, составивъ выраженія моментовъ нагрузки на свѣшивающихся концахъ относительно опорныхъ сѣченій.

Если же балка на концахъ закрѣплена, тогда приходится присоединить еще два слѣдующихъ уравненія [См. T II Стран. 56 форм. (28) и (29):

$$6\,E\mathfrak{J}\tau' = -l_1\left(2M_0 + M_1 - 2m_0' - m_0''\right)$$
$$6\,E\mathfrak{J}\tau'' = +l_n\left(M_{n-1} + 2M_n - m_n' - 2m_n''\right).$$

Если балка закрѣплена горизонтально и на пролетахъ l_1 и l_n — не имѣется нагрузки, то значенія M_0 и M_n найдутся изъ:

$$0 = 2M_0 + M_1 \quad \text{и}$$
$$0 = M_{n-1} + 2M_n \quad \text{откуда:}$$
$$M_0 = -\frac{M_1}{2}$$
$$M_n = -\frac{M_{n-1}}{2}.$$

Сравнивая между собою опорные моменты въ <u>мѣ-выхъ ненагруженныхъ пролетахъ</u>, замѣчаемъ, что:

$$M_2 = -M_1\left(2 + 2\frac{l_1}{l_2}\right)$$
$$M_3 = -M_2\left(2 + 2\frac{l_2}{l_3}\right) - M_1\frac{l_2}{l_3} = -M_2\left[2 + \frac{l_2}{l_3}\left(2 + \frac{M_1}{M_2}\right)\right]$$
$$M_4 = -M_3\left[2 + \frac{l_3}{l_4}\left(2 + \frac{M_2}{M_3}\right)\right]$$

и т.д., откуда слѣдуетъ:

1.) что опорные моменты <u>противоположныхъ</u> знаковъ.

Затѣмъ, такъ какъ согласно первому равенству $M_2 > 2M_1$, то $\frac{M_1}{M_2} < \frac{1}{2}$, а такъ какъ сверхъ того

$\frac{M_1}{M_2}$ величина отрицательная, то множитель $\left(2+\frac{M_1}{M_2}\right)$ во второй равенстве - величина положительная и более $\frac{3}{2}$, а потому и $M_3 > 2M_2$. Во виду того, что $2+\frac{M_1}{M_2} > 1+\frac{1}{2}$, то можемъ также написать:

$$M_3 > M_2\left(2+\frac{3}{2}\frac{l_2}{l_3}\right), \text{ а затѣмъ и}$$

$$M_4 > M_3\left(2+\frac{3}{2}\frac{l_3}{l_4}\right) \text{ и такъ далѣе.}$$

Слѣдовательно:

2.) опорные моменты увеличиваются по мѣрѣ приближенія къ нагруженному пролету и

3.) отношеніе между смежными опорными моментами болѣе 2, предполагая въ числителѣ моментъ опоры, ближайшей къ нагруженному пролету.

По отношенію правыхъ ненагруженныхъ пролетовъ, вслѣдствіе симметричности формулъ, выражающихъ зависимость между опорными моментами, очевидно, получится тотъ же выводъ. Слѣдовательно, для всякаго лѣваго ненагруженнаго пролета:

$$M_{m+1} > M_m\left(2+\frac{3}{2}\frac{l_m}{l_{m+1}}\right),$$

а для всякаго праваго ненагруженнаго пролета, (замѣчая, что слѣдуетъ брать отношенія $\frac{M_{n-1}}{M_{n-2}}$, $\frac{M_{n-2}}{M_{n-3}}$ и т.д.)

$$M_s > M_{s+1}\left(2+\frac{3}{2}\frac{l_{s+2}}{l_{s+1}}\right),$$

Слѣдовательно, вообще говоря, опорные моменты увеличиваются по мѣрѣ приближенія отъ обоихъ концевъ къ нагруженному пролету, причемъ моментъ на каждой изъ ближайшихъ къ нагруженному пролету опоръ превышаетъ болѣе чѣмъ въ 2 раза моментъ на смежной (болѣе удаленной) опорѣ.

Различные пріемы опредѣлять при выпискѣ

заданныхъ условіяхъ – численныя значенія опорныхъ моментовъ.

Значеніе опорныхъ моментовъ можетъ быть найдено, рѣшая совмѣстно группу уравненій (a), причемъ какъ число неизвѣстныхъ, такъ и число уравненій – $(n-1)$. Но, благодаря особому виду этихъ уравненій – рѣшеніе ихъ можетъ быть значительно упрощено.

Назовемъ чрезъ μ и ν отношенія между смежными опорными моментами въ лѣвыхъ и соотвѣтственно въ правыхъ нагруженныхъ пролетахъ въ порядкѣ приближенія къ нагруженному пролету, т.е. пусть:

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -\mu_1 M_0; \quad M_2 = -\mu_2 M_1; \quad \dots \quad M_{k-1} = -\mu_{k-1} M_{k-2} \\ M_{n-1} &= -\nu_n M_n; \quad M_{n-2} = -\nu_{n-1} M_{n-1}; \quad \dots \quad M_k = -\nu_{k+1} M_{k+1} \end{aligned}\right\} \quad (b)$$

Но такъ какъ $M_0 = 0$ и $M_n = 0$, то $\mu_1 = \infty$ и $\nu_n = \infty$.

Если бы балка была закрѣплена по концамъ горизонтально, то, какъ доказано выше, въ этомъ случаѣ:

$$M_0 = -\frac{M_1}{2} \quad \text{и} \quad M_n = -\frac{M_{n-1}}{2}.$$

Слѣдовательно: $\mu_1 = 2$, $\nu_n = 2$.

Вставляя эти выраженія $M_2, M_3, \dots M_{k-1}, M_k, \dots M_{n-1}$ – въ уравненія опорныхъ моментовъ, получимъ послѣдовательно:

$$\text{изъ } M_2 = -M_1 \frac{2(l_1+l_2)}{l_2}; \quad \mu_2 = \frac{2(l_2+l_1)}{l_2};$$

$$\text{изъ } M_3 = -M_2\left[2 + \frac{l_2}{l_3}\left(2 + \frac{M_1}{M_2}\right)\right]; \quad \mu_3 = \frac{2(l_3+l_2)+l_2\frac{M_1}{M_2}}{l_3} = \frac{2(l_3+l_2)-\frac{l_2}{\mu_2}}{l_3};$$

Затѣмъ

$$\mu_4 = \frac{2(l_4+l_3)-\frac{l_3}{\mu_3}}{l_4}$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\mu_{k-1} = \frac{2(l_{k-1}+l_{k-2})-\frac{l_{k-2}}{\mu_{k-2}}}{l_{k-1}}$$

Для коэффиціентовъ же ν, получимъ подобныя же

образомъ:

$$\text{изъ } M_{n-2} = -\frac{M_{n-1}\,2(l_{n-1}+l_n)}{l_{n-1}}; \quad \nu_{n-1} = \frac{2(l_{n-1}+l_n)}{l_{n-1}}$$

$$\text{изъ } M_{n-3} = -M_{n-2}\left[2+\frac{l_{n-1}}{l_{n-2}}\left(2+\frac{M_{n-1}}{M_{n-2}}\right)\right];$$

$$\nu_{n-2} = \frac{2(l_{n-2}+l_{n-1})+l_{n-1}\frac{M_{n-1}}{M_{n-2}}}{l_{n-2}} = \frac{2(l_{n-2}+l_{n-1})-\frac{l_{n-1}}{\nu_{n-1}}}{l_{n-2}}$$

$$\nu_{n-\kappa} = \nu_{\kappa+1} = \frac{2(l_{\kappa+1}+l_{\kappa+2})-\frac{l_{\kappa+2}}{\nu_{\kappa+2}}}{l_{\kappa+1}}$$

(При симметричномъ расположеніи пролетовъ очевидно: $\mu_2 = \nu_{n-1}$, $\mu_\nu = \nu_{n-\nu+1}$, и т.д.)

Такъ какъ вообще для лѣвыхъ ненагруженныхъ пролетовъ $M_{\nu+1} > M_\nu\left(2+\frac{3}{2}\frac{l_\nu}{l_{\nu+1}}\right)$,

то и всякое: $\mu_\nu > 2+\frac{3}{2}\frac{l_\nu}{l_{\nu+1}}$,

а для правыхъ ненагруженныхъ пролетовъ:

$$M_s > M_{s+1}\left(2+\frac{3}{2}\frac{l_{s+2}}{l_{s+1}}\right)$$

и

$$\nu_s > 2+\frac{3}{2}\frac{l_{s+2}}{l_{s+1}}.$$

Слѣдовательно, вообще $\mu > 2$ и $\nu > 2$, а при равныхъ пролетахъ: $\mu > 3{,}5$ и $\nu > 3{,}5$.

Такъ напримѣръ, въ этомъ послѣднемъ случаѣ: $\mu_2 = 4{,}00000$; $\mu_3 = 3{,}75000$; $\mu_4 = 3{,}73333$; $\mu_5 = 3{,}73214$; $\mu_6 = 3{,}73206$ и т.д.

$\nu_{n-1} = 4{,}00000$; $\nu_{n-2} = 3{,}75000$; $\nu_{n-3} = 3{,}73333$; . . . . . .

приноминая при томъ, что $\mu_1 = \infty$ и $\nu_n = \infty$.

Если же балка имѣетъ горизонтально закрѣпленные концы, то какъ показано выше $\mu_1 = 2$ и $\nu_n = 2$ съ соотвѣтственными измѣненіями $\mu_2, \mu_3 \ldots \nu_{n-1}, \nu_{n-2}, \ldots$.

Предѣльное значеніе μ_m при m очень большомъ, причемъ приблизительно можно положить: $\mu_m = \mu_{m-1}$ найдется изъ:

$$\mu_m = \frac{2(l_m+l_{m-1})-\frac{l_{m-1}}{\mu_{m-1}}}{l_m}.$$

Но такъ какъ по условію $l_m = l_{m-1}$, и по предположенію $\mu_m = \mu_{m-1}$, то для предѣльнаго значенія и при m очень большомъ, предъидущее равенство приметъ видъ:

$$\mu = 2 . 2 - \frac{1}{\mu} \quad \text{или} \quad \mu^2 = 4\mu - 1 \text{, откуда:}$$

$$\mu = 2 + \sqrt{3} = 3{,}73205 .$$

Такимъ образомъ, вычисливъ заранѣе различные μ и r легко найти значенія опорныхъ моментовъ для ненагруженныхъ пролетовъ если извѣстны какъ для группы лѣвыхъ, такъ и правыхъ пролетовъ по одному какому либо моменту. Но, очевидно, что моментъ на лѣвой опорѣ нагруженнаго пролета k, т.е. M_{k-1} будетъ вмѣстѣ съ тѣмъ моментомъ на правой опорѣ въ смежномъ ненагруженномъ пролетѣ l_{k-1}. Равнымъ образомъ, моментъ M_k – на правой опорѣ нагруженнаго пролета l_k – будетъ моментомъ на лѣвой опорѣ слѣдующаго ненагруженнаго пролета l_{k+1}. Значенія же M_{k-1} и M_k найдутся рѣшая совмѣстно два уравненія группы (a), относящихся къ нагруженному пролету, а именно:

$$M_{k-2} l_{k-1} + 2M_{k-1}(l_{k-1} + l_k) + M_k l_k = n'_k l_k .$$

$$M_{k-1} l_k + 2M_k (l_k + l_{k+1}) + M_{k+1} l_{k+1} = n''_k l_k ,$$

или на основаніи (b):

$$-\frac{M_{k-1}}{\mu^{k-1}} l_{k-1} + 2M_{k-1}(l_{k-1} + l_k) + M_k l_k = n'_k l_k .$$

$$M_{k-1} l_k + 2M_k (l_k + l_{k+1}) - \frac{M_k}{r_{k+1}} l_k = n''_k l_k ,$$

откуда и найдутся искомые M_{k-1} и M_k, а на основаніи группы (b) опредѣлимъ значенія и остальныхъ моментовъ.

Левеч (*) указываетъ другой путь для опредѣленія зна-

(*) Lévy. Die neuen Bräckenverordnungen des Oesterr. page 182

ченія опорныхъ моментовъ въ ненагруженныхъ пролетахъ, выражая опорные моменты лѣвыхъ пролетовъ въ функціи опорнаго момента на второй опоръ, т.е. въ функціи M_1 (такъ какъ моментъ на первой опоръ, при свободно опирающихся концахъ $=0$); правые же опорные моменты выражаются въ функціи предпослѣдняго опорнаго момента M_{n-1}.

Поставивъ вышеуказанное отношеніе моментовъ для лѣвыхъ ненагруженныхъ пролетовъ:

$$\alpha_0 = \frac{M_0}{M_1} = 0;\ \alpha_1 = \frac{M_1}{M_1} = 1;\ \alpha_2 = \frac{M_2}{M_1},\ \alpha_3 = \frac{M_3}{M_1} \ldots\ \alpha_{x-1} = \frac{M_{x-1}}{M_1},$$

а для правыхъ ненагруженныхъ пролетовъ:

$$\beta_0 = \frac{M_n}{M_{n-1}} = 0;\ \beta_1 = \frac{M_{n-1}}{M_{n-1}} = 1;\ \beta_2 = \frac{M_{n-2}}{M_{n-1}};\ \beta_3 = \frac{M_{n-3}}{M_{n-1}}, \ldots\ldots\ldots$$

$$\beta_{n-x} = \beta_{x+1} = \frac{M_x}{M_{n-1}}.$$

Вставляя значенія M_{x-1}, M_x и M_{x+1}, въ три уравненія группы (a), относящіяся къ нагруженному пролету l_x, получимъ:

$$[\alpha_{x-2} l_{x-1} + 2\alpha_{x-1}(l_{x-1} + l_x)] M_1 + \beta_{n-x} M_{n-1} = n'_x l_x.$$

$$\alpha_{x-1} l_x M_1 + [2\beta_{n-x}(l_x + l_{x+1}) + \beta_{n-x-1} l_{x+1}] M_{n-1} = n'_x l_x$$

Рѣшая эти уравненія совмѣстно, найдемъ значенія M_1 и M_{n-1}, а затѣмъ, очевидно, и значенія всѣхъ остальныхъ моментовъ.

Для опредѣленія же численныхъ коэффиціентовъ α и β можно принять пріемъ, указанный Левé въ вышеприведенномъ трудѣ его или же поступить слѣдующимъ образомъ:

Очевидно, что:

$$\alpha_0 = 0;\ \alpha_1 = 1;\ \alpha_2 = -\mu_2;\ \alpha_3 = \mu_2\mu_3;\ \alpha_4 = -\mu_2\mu_3\mu_4, \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\alpha_{x-1} = \mu_2\mu_3 \ldots \mu_{x-1}.$$

$$\beta_0 = 0;\ \beta_1 = 1;\ \beta_2 = -\nu_2;\ \beta_3 = \nu_2\nu_3; \ldots\ \beta_{n-x} = \beta_{x+1} = \nu_2\nu_3\nu_4 \ldots \nu_{n-x},$$

такъ какъ, напримѣръ:

$$\alpha_4 = \frac{M_4}{M_1} = \frac{M_4}{M_3}\cdot\frac{M_3}{M_2}\cdot\frac{M_2}{M_1} = (-\mu_4)(-\mu_3)(-\mu_2) = -\mu_2\mu_3\mu_4 .$$

При четномъ числѣ множителей слѣдуетъ взять знакъ (+), а при нечетномъ - знакъ (−). Вставляя вмѣсто μ_2, μ_3, μ_4 и т.д. найденныя для нихъ значенія въ функціи пролетовъ – найдемъ:

$$\alpha_1 = +1.$$

$$\alpha_2 = -\mu_2 = -2\frac{(l_2+l_1)}{l_2} = -2\left(1+\frac{l_1}{l_2}\right).$$

$$\alpha_3 = \mu_2\cdot\mu_3 = -\alpha_2\mu_3 = -\alpha_2\frac{2(l_3+l_2)}{l_3} + \frac{\alpha_2 l_2}{\mu_2 l_3} .$$

Но $\frac{\alpha_2}{\mu_2} = -1$. Слѣдовательно:

$$\alpha_3 = -\frac{l_2}{l_3} - 2\left(1+\frac{l_2}{l_3}\right)\alpha_2 .$$

Далѣе:

$$\alpha_4 = \mu_2\mu_3\mu_4 = -\alpha_3\cdot\mu_4 = -\alpha_3\frac{2(l_4+l_3)}{l_4} + \frac{\alpha_3 l_3}{\mu_3 l_4} .$$

Но $\frac{\alpha_3}{\mu_3} = \mu_2 = -\alpha_2$. Слѣдовательно:

$$\alpha_4 = -\frac{l_3}{l_4}\alpha_2 - 2\left(1+\frac{l_3}{l_4}\right)\alpha_3 .$$

Затѣмъ:

$$\alpha_5 = \mu_2\mu_3\mu_4\mu_5 = -\alpha_4\cdot\mu_5 = -\alpha_4\frac{2(l_5+l_4)}{l_5} + \frac{\alpha_4 l_4}{\mu_4 l_5} .$$

Но $\frac{\alpha_4}{\mu_4} = -\mu_2\mu_3 = -\alpha_3$. Слѣдовательно:

$$\alpha_5 = -\frac{l_4}{l_5}\cdot\alpha_3 - 2\left(1+\frac{l_4}{l_5}\right)\alpha_4 .$$

Законъ образованія выраженій обнаруживается и, замѣчая, что $\alpha_0 = 0$ и $\alpha_1 = 1$, можемъ написать:

$$\alpha_1 = +1.$$

$$\alpha_2 = -2\left(1+\frac{l_1}{l_2}\right) = -\frac{l_1}{l_2}\alpha_0 - 2\left(1+\frac{l_1}{l_2}\right)\cdot\alpha_1$$

$$\alpha_3 = -\frac{l_2}{l_3}\alpha_1 - 2\left(1+\frac{l_2}{l_3}\right)\cdot\alpha_2$$

$$\alpha_4 = -\frac{l_3}{l_4}\alpha_2 - 2\left(1+\frac{l_3}{l_4}\right)\cdot\alpha_3$$

. . . . . .

$$l_{n-1} = -\frac{l_{n-2}}{l_{n-1}}\cdot\alpha_{n-3} - 2\left(1+\frac{l_{n-2}}{l_{n-1}}\right)\alpha_{n-2}$$

Сообразно этому нашли бы, что:

$$\beta_1 = +1$$

$$\beta_2 = -\frac{l_n}{l_{n-1}}\beta_0 - 2\left(1+\frac{l_n}{l_{n-1}}\right)\beta_1$$

$$\beta_3 = -\frac{l_{n-1}}{l_{n-2}}\beta_1 - 2\left(1+\frac{l_{n-1}}{l_{n-2}}\right)\beta_2 .$$

. . . . . .

$\beta_{x+1} = \beta_{n-x} = -\frac{l_{n-x}}{l_{x+1}}\beta_{n-x-2} - 2\left(1+\frac{l_{x+2}}{l_{x+1}}\right)\beta_{n-x-1}$

При $l_1 = l_2 = l_3 \ldots\ldots$, найдемъ:

$\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = -4$; $\alpha_3 = +15$; $\alpha_4 = -56$; $\alpha_5 = +209$; $\alpha_6 = -780$ и такъ далѣе

Зависимость между опорными моментами и моментомъ въ любомъ сѣченіи ненагруженнаго пролета. Доказательство существованія фокусовъ. Опредѣленіе ихъ положеній на пролетѣ аналитически и графически.

Напишемъ общее выраженіе момента въ какомъ либо сѣченіи ненагруженнаго лѣваго пролета l_m, отсчитывая разстоянія отъ лѣвой опоры. Если D'_m перерѣзывающее усиліе на лѣвой опорѣ m-го пролета, то: $M_x = M_{m-1} + D'_m x$, но $D'_m = \frac{M_m - M_{m-1}}{l_m}$ (стр. 59 т. II)

Слѣдовательно:

$$M_x = M_{m-1} + \frac{(M_m - M_{m-1})}{l_m} x = M_{m-1}\left(1 - \frac{x}{l_m}\right) + M_m \frac{x}{l_m}.$$

Изъ этой формулы мы видимъ, во первыхъ, что вслѣдствіе того, что оба опорныхъ момента M_{m-1} и M_m увеличиваются по мѣрѣ приближенія къ нагруженному пролету, то то-же слѣдуетъ сказать относительно момента M_x въ любомъ сѣченіи пролета.

Затѣмъ, такъ какъ $1 - \frac{x}{l_m}$ дробь правильная и > 0, а M_{m-1} и M_m - противоположныхъ знаковъ, то возможно существованіе опредѣленное значеніе x, для котораго $M_x = 0$. Это значеніе x найдется изъ:

$$0 = M_{m-1}\left(1 - \frac{z_m}{l_m}\right) + M_m \frac{z_m}{l_m},$$

отсюда:

$$z_m = \frac{M_{m-1} l_m}{M_{m-1} - M_m} = \frac{M_{m-1} l_m}{M_{m-1} + M_{m-1}\cdot\mu_m} = \frac{l_m}{1+\mu_m} \ldots\ldots (c)$$

Какъ показываетъ послѣдняя формула, положеніе этой точки, называемой лѣвымъ фокусомъ, не зависитъ отъ нагрузки, а лишь отъ величины проле-

товъ, а потому какова бы ни была нагрузка и какой бы пролетъ не былъ нагруженъ - въ каждомъ изъ лѣвыхъ пролетовъ имѣется опредѣленное сѣченіе, гдѣ моментъ равенъ нулю.

Написавъ выраженіе момента для праваго ненагруженнаго пролета, отсчитывая разстоянія отъ правой опоры пролета, получимъ:

$$M_x = M_s\left(1 - \frac{x}{l_s}\right) + M_{s-1}\cdot\frac{x}{l_s}\ .$$

Сѣченіе, гдѣ $M_x = 0$, найдется изъ формулы:

$$\xi_s' = \frac{M_s\cdot l_s}{M_s - M_{s-1}} = \frac{M_s\cdot l_s}{M_s + M_s\cdot\nu_s} = \frac{l_s}{1+\nu_s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Точка эта, обладающая тѣми же свойствами, какъ и предъидущая - называется правымъ фокусомъ. Такъ какъ каждый изъ пролетовъ можетъ быть въ отношеніи нагруженнаго пролета либо правымъ, либо лѣвымъ, то, слѣдовательно, въ каждомъ пролетѣ существуютъ лѣвый и правый фокусы положеніе которыхъ опредѣляется формулами (с) и (7).

При $M_0 = 0$ и $M_n = 0$, какъ раньше доказано:

$\mu_1 = \infty$ и $\nu_n = \infty$, слѣдовательно $\xi_1 = \frac{l_1}{\infty} = 0$ и $\xi_n' = \frac{l_n}{\infty} = 0$.

Если кромѣ того всѣ пролеты одинаковой величины, то какъ доказано раньше:

$\mu_1 = \nu_n = \infty$; $\mu_2 = \nu_{n-1} = 4{,}00000$; $\mu_3 = \nu_{n-2} = 3{,}75000$; $\mu_4 = \nu_{n-3} = 3{,}73333$;
$\mu_5 = \nu_{n-4} = 3{,}73214$; $\mu_6 = \nu_{n-5} = 3{,}73206$ . . . . $\mu_n = \nu_{n-n+1} = 3{,}73205$.

Слѣдовательно:

$\xi_1 = \frac{l}{1+\mu_1} = 0$ $\qquad$ $\xi_1' = \frac{l}{1+\nu_1} = 0.21132\,l$ (при n очень большомъ)

$\xi_2 = \frac{l}{1+\mu_2} = 0{,}2\,l$ $\qquad$ . . . . . .

$\xi_3 = \frac{l}{1+\mu_3} = 0{,}21053\,l$ $\qquad$ . . . . . .

$\xi_4 = \frac{l}{1+\mu_4} = 0{,}21127\,l$ $\qquad$ $\xi_{n-3}' = \frac{l}{1+\nu_{n-3}} = 0.21127\,l$

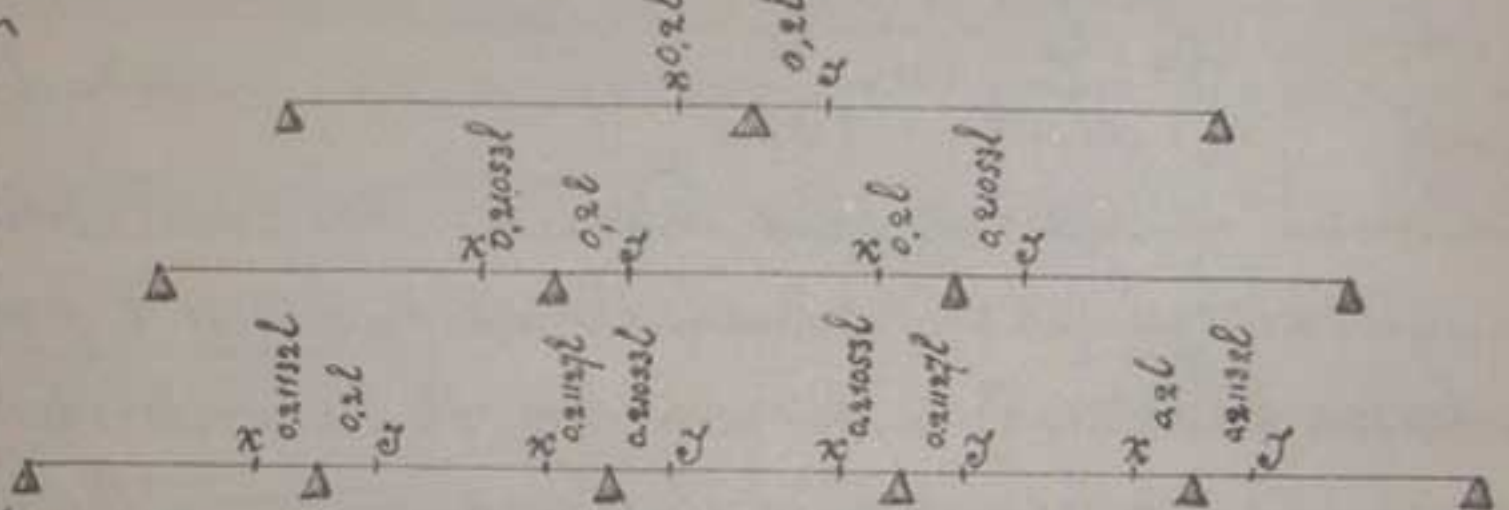
$\xi_5 = \frac{l}{1+\mu_5} = 0{,}21132\,l$ $\qquad$ $\xi_{n-2}' = \frac{l}{1+\nu_{n-2}} = 0.21053\,l$

. . . . . $\qquad$ $\xi_{n-1}' = \frac{l}{1+\nu_{n-1}} = 0{,}2\,l$

$\xi_n = \frac{l}{1+\mu_n} = 0{,}21132\,l$ (при n очень больших). $\xi'_n = \frac{l}{1+\nu_n} = 0$

Само собою разумѣется, что ξ_m для какого либо $m^{го}$ пролета считая отъ лѣвой руки будетъ также, что ξ'_{n-m+1} въ пролетѣ $n-(m-1)$. Поэтому удобнѣе откладывать всегда ξ – идя отъ лѣвой руки къ правой, и затѣмъ для полученія ξ' – откладывать тѣ же значенія въ обратномъ направленіи. На (черт. А) показано расположеніе фокусовъ въ двухъ, трехъ и пяти пролетной балкѣ.

Черт. А.



Такъ, напримѣръ, если число пролетовъ три т.е. $n=3$ то изъ ряда ξ слѣдуетъ взять только первые три: ξ_1, ξ_2 и ξ_3, а изъ ряда ξ' – лишь послѣдніе три: $\xi'_{n-2} = \xi'_{3-2} = \xi'_1$; $\xi'_{n-1} = \xi'_{3-1} = \xi'_2$ и $\xi'_n = \xi'_3$.

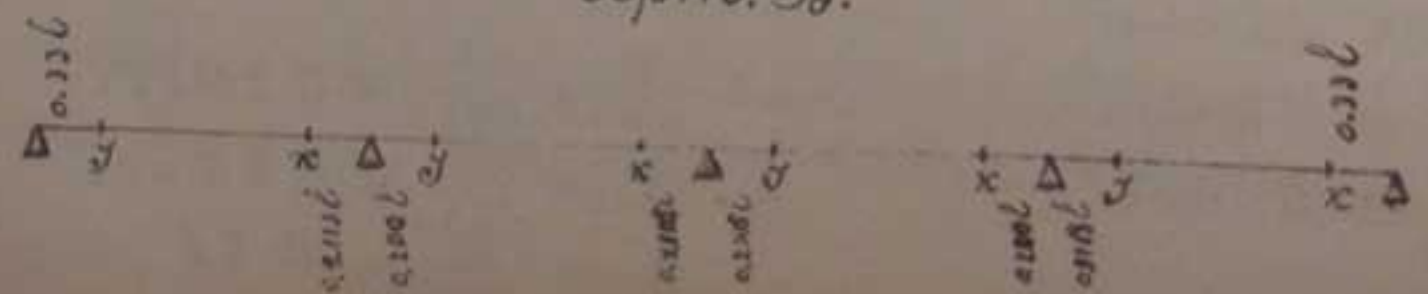
Если концы балки закрѣплены горизонтально, то въ этомъ случаѣ, какъ показано ранѣе, $\mu_1 = 2$ и $\nu_n = 2$. Слѣдовательно:

$$\xi_1 = \frac{l}{1+2} = \frac{l}{3}\ ; \quad \xi'_n = \frac{l}{1+\nu_n} = \frac{l}{3},$$

т. е. <u>лѣвый</u> фокусъ въ лѣвомъ крайнемъ пролетѣ и <u>правый</u> фокусъ въ правомъ крайнемъ пролетѣ – отстоятъ отъ крайнихъ опоръ на разстояніи $\frac{l}{3}$.

На (черт. В) показано расположеніе фокусовъ для неразрѣзной балки съ горизонтально закрѣпленными концами

Черт. В.



Если оба крайніе пролета b неравны среднимъ l, то соотвѣтственныя значенія $\frac{x}{\delta}$ и $\frac{x'}{\delta}$, исчисленныя для различныхъ отношеній $\frac{l}{b}$, можно найти у Винклера и Bress'a. (*).

Положеніе фокусовъ можетъ быть опредѣлено не только по вышеприведеннымъ формуламъ (c) и (d), даннымъ Винклеромъ (**), но и по другимъ формуламъ, предложеннымъ различными авторами. Хотя пріемы разсужденія, принимаемые тѣми или другими изслѣдователями, крайне разнообразны, и выведенныя ими формулы по наружному виду крайне не сходны, тѣмъ не менѣе путемъ болѣе или менѣе сложныхъ преобразованій всегда можно вывести одну формулу изъ другой.

По Bressy, если $\frac{x}{\delta}$ назовемъ чрезъ x'', а $l - \frac{x}{\delta}$ чрезъ x''', то въ случаѣ балки съ равными среднимъ пролетами, длиною b и равными крайними пролетами, длиною b, причемъ $l = \delta b$, величины эти опредѣляются по формуламъ:

$$x'' = b\,\frac{2K_{m-2} + M_{m-2}\cdot\delta}{2(K_{m-2} - K_{m-1}) + (M_{m-2} - M_{m-1})\cdot\delta},$$

$$x''' = b\left[1 - \frac{2K_{n-m-1} + M_{n-m-1}\cdot\delta}{2(K_{n-m-1} - K_{n-m}) + (M_{n-m-1} - M_{n-m})\cdot\delta}\right] (***),$$

гдѣ: $M_x = \frac{1}{2}\left\{(-2-\sqrt{3})^x + (-2+\sqrt{3})^x\right\}$,

$K_x = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left\{(-2-\sqrt{3})^x - (-2+\sqrt{3})^x\right\}$ (****)

(*) Winxler. Theorie der Brücken. I Heft Lieferung I. Стр. 66 Изд. 1872 г.
Bresse. Cours de Mecanique appliquée. Troisième partie. Page 293.
(**) Winxler. Theorie der Brucken. Стр. 65 Изд. 1872 г.
(***) Bresse. Mecan. appl. Troisième partie p. 186
(****) Ibid. P. p. 133 et 129.

n - число пролетовъ, m - указатель разсматриваемаго пролета.

При k очень большомъ: $\mathcal{N}_x = \frac{1}{2\sqrt{3}}(-2-\sqrt{3})^x$, такъ какъ второе слагаемое обращается въ правильную дробь, возвышаемую въ большую степень. Затѣмъ:

$$\mathcal{M}_x = \mathcal{N}_x \cdot \sqrt{3}\ .$$

Слѣдовательно, замѣчая, что при k очень большомъ:

$$\mathcal{N}_{x+1} = \frac{1}{2\sqrt{3}}(-2-\sqrt{3})^{x+1};\quad \mathcal{N}_x = \frac{1}{2\sqrt{3}}(-2-\sqrt{3})^x,$$

слѣдовательно:

$$\mathcal{N}_{x+1} = \mathcal{N}_x(-2-\sqrt{3}) = \mathcal{N}_x \cdot \mathcal{N}_1 \cdot 2\sqrt{3},$$

а потому и $\mathcal{N}_{m-1} = \mathcal{N}_{m-2} \cdot \mathcal{N}_1 \cdot 2\sqrt{3}$, то:

$$\lim \frac{x''}{b} = \frac{\mathcal{N}_{m-2}(2+\delta\sqrt{3})}{2\mathcal{N}_{m-2}(1-2\sqrt{3}\cdot\mathcal{N}_1) + \sqrt{3}\cdot\mathcal{N}_{m-2}(1-2\sqrt{3}\cdot\mathcal{N}_1)\cdot\delta} =$$

$$= \frac{2+\delta\sqrt{3}}{(1-2\sqrt{3}\mathcal{N}_1)\cdot(2+\delta\sqrt{3})} = \frac{1}{1-2\sqrt{3}\cdot\mathcal{N}_1} = \frac{1}{1-2\sqrt{3}\,\frac{(-2-\sqrt{3})'}{2\sqrt{3}}} = \frac{1}{3+\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{3-\sqrt{3}}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} = \frac{3-\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0,21132. \text{ (См. стр. 413).}$$

$$\lim \frac{x'''}{b} = 0,78868\ldots.$$

Такъ, напримѣръ, въ случаѣ двухпролетной балки съ равными пролетами для перваго пролета получимъ:

$$\mathcal{N}_{m-2} = \mathcal{N}_{1-2} = \mathcal{N}_{-1} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left\{(-2-\sqrt{3})^{-1} - (-2+\sqrt{3})^{-1}\right\} =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}}\left\{\frac{1}{(-2-\sqrt{3})} - \frac{1}{(-2+\sqrt{3})}\right\} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left\{\frac{2\sqrt{3}}{4-3}\right\} = 1.$$

$$\mathcal{N}_{m-1} = \mathcal{N}_{1-1} = \mathcal{N}_0 = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left\{(-2-\sqrt{3})^0 - (-2+\sqrt{3})^0\right\} = \frac{0}{2\sqrt{3}} = 0;$$

$$\mathcal{M}_{m-2} = \mathcal{M}_{1-2} = \mathcal{M}_{-1} = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{(-2-\sqrt{3})} + \frac{1}{(-2+\sqrt{3})}\right\} = -\frac{4}{2} = -2;$$

$$\mathcal{M}_{m-1} = \mathcal{M}_{1-1} = \mathcal{M}_0 = \frac{1}{2}(1+1) = 1.$$

$$\mathcal{N}_{n-m-1} = \mathcal{N}_{2-1-1} = \mathcal{N}_0 = 0;\ \mathcal{N}_{n-m} = \mathcal{N}_{2-1} = \mathcal{N}_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left\{(-2-\sqrt{3})' - (-2+\sqrt{3})'\right\} = -1;$$

$$\mathcal{M}_{n-m-1} = \mathcal{M}_{2-1-1} = \mathcal{M}_0 = 1;\ \mathcal{M}_{n-m} = \mathcal{M}_{2-1} = \mathcal{M}_1 = \frac{1}{2}\left\{(-2-\sqrt{3})' + (-2+\sqrt{3})'\right\} = -2.$$

Слѣдовательно $x'' = b\frac{(2-2\cdot\delta)}{2(1)+(-2-1)\cdot\delta}$, но $\delta = 1$. Слѣдовательно

$$x'' = \xi = 0.$$

$$x'' = b\left[1 - \frac{1}{2(1)+(1+2)}\right] = b\cdot\frac{4}{5} = 0,80.$$ Слѣдовательно:

$$\xi' = l - x'' = 0,20;$$

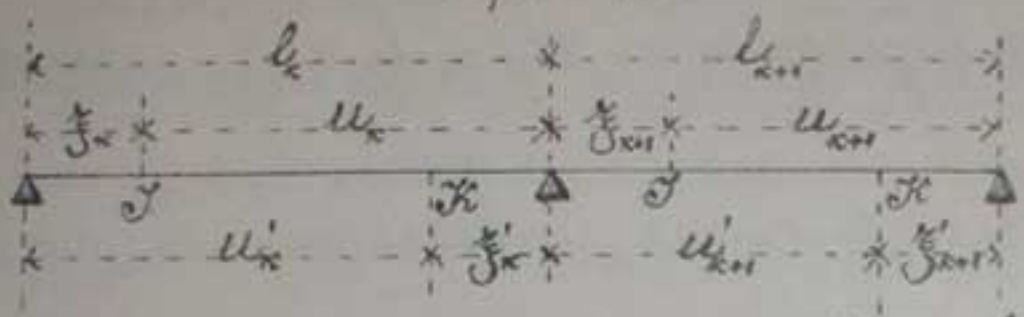
т. е. тѣ же результаты, которые были найдены нѣсколько разъ другимъ путемъ.

Levy (*) находитъ слѣдующую зависимость между величиной пролетовъ и положеніемъ фокусовъ.

Если мы назовемъ (черт. C)

$l_x - \xi_x = u_x$; $l_x - \xi'_x = u'_x$; $l_{x+1} - \xi_{x+1} = u_{x+1}$ и $l_{x+1} - \xi'_{x+1} = u'_{x+1}$, гдѣ,

Черт. C



согласно предъидущему обозначенію, ξ_x и ξ_{x+1} - разстоянія лѣвыхъ фокусовъ отъ лѣвыхъ опоръ пролета, а ξ'_x и ξ'_{x+1} - разстоянія правыхъ фокусовъ отъ правыхъ опоръ пролета, то Levy находитъ, что:

$$\frac{l_x^2}{u_x} + \frac{l_{x+1}^2}{\xi_{x+1}} = 3(l_x + l_{x+1}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\varepsilon),$$

$$\frac{l_{x+1}^2}{u'_{x+1}} + \frac{l_x^2}{\xi'_x} = 3(l_{x+1} + l_x) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\varphi).$$

Первое изъ этихъ равенствъ даетъ зависимость между положеніемъ лѣвыхъ фокусовъ въ двухъ смежныхъ пролетахъ, т. е. зависимость между разстояніемъ этихъ фокусовъ отъ общей опоры смежныхъ пролетовъ. Второе равенство — выражаетъ ту же зависимость по отношенію правыхъ фокусовъ. Полагая въ первомъ равенствѣ k - равнымъ послѣдовательно $k = 1, 2, 3, \ldots, n-1$, а во второмъ - $k = (n-1), (n-2), \ldots, 3, 2, 1$, получимъ:

$$\frac{l_1^2}{u_1} + \frac{l_2^2}{\xi_2} = 3(l_1 + l_2),$$
$$\frac{l_2^2}{u_2} + \frac{l_3^2}{\xi_3} = 3(l_2 + l_3),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$\frac{l_{n-1}^2}{u_{n-1}} + \frac{l_n^2}{\xi_n} = 3(l_{n-1} + l_n);$$

$$\frac{l_n^2}{u'_n} + \frac{l_{n-1}^2}{\xi'_{n-1}} = 3(l_n + l_{n-1}),$$
$$\frac{l_{n-1}^2}{u'_{n-1}} + \frac{l_{n-2}^2}{\xi'_{n-2}} = 3(l_{n-1} + l_{n-2}),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$\frac{l_2^2}{u'_2} + \frac{l_1^2}{\xi'_1} = 3(l_2 + l_1).$$

(*) Levy. La Statique graphique II partie P. 151.

Если балка опирается свободно на крайния опоры, то для перваго лѣваго пролета лѣвый фокусъ совпадаетъ съ опорой и тогда: $u_1 = l_1$.

Если концы балки закрѣплены горизонтально, то:

$$u_1 = l_1 - \xi_1 = l_1 - \frac{l_1}{3} = \frac{2}{3} l_1$$

и слѣдовательно u_1 во всякомъ случаѣ извѣстно.

Изъ перваго уравненія найдется затѣмъ ξ_2, а слѣдовательно извѣстно будетъ и $u_2 = l_2 - \xi_2$, затѣмъ найдется ξ_3 и т.д.

Во второй группѣ уравненій извѣстно u'_n равное l_n или $\frac{2 l_n}{3}$, смотря по тому, опирается-ли балка свободно или балка закрѣплена горизонтально; затѣмъ найдется ξ'_{n-1}, а потому и $u'_{n-1} = l_{n-1} - \xi'_{n-1}$ и т.д.

Выведенная зависимость (e) и (f) легко могутъ быть выведены изъ формулъ (c) и (d). Въ самомъ дѣлѣ, на основаніи (c) имѣемъ, что:

$$\xi_{x+1} = \frac{l_{x+1}}{1 + \mu_{x+1}}$$

Но

$$\mu_{x+1} = \frac{2(l_{x+1} + l_x) - \frac{l_x}{\mu_x}}{l_{x+1}}$$

Слѣдовательно: $\xi_{x+1} = \dfrac{l^2_{x+1}}{l_{x+1} + 2(l_{x+1} + l_x) - \frac{l_x}{\mu_x}}$, или:

$$\frac{l^2_{x+1}}{\xi_{x+1}} = 3 l_{x+1} + 2 l_x - \frac{l_x}{\mu_x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (g)$$

Затѣмъ:

$$u_x = l_x - \xi_x = l_x - \frac{l_x}{1+\mu_x} = l_x - \frac{l^2_x}{l_x + 2(l_x + l_{x-1}) - \frac{l_{x-1}}{\mu_{x-1}}} = \frac{\cancel{l^2_x} + l_x\left[2(l_x + l_{x-1}) - \frac{l_{x-1}}{\mu_{x-1}}\right] - \cancel{l^2_x}}{l_x + 2(l_x + l_{x-1}) - \frac{l_{x-1}}{\mu_{x-1}}}$$

Но

$$\mu_x = \frac{2(l_x + l_{x-1}) - \frac{l_{x-1}}{\mu_{x-1}}}{l_x}. \text{ Слѣдовательно:}$$

$$u_x = \frac{l^2_x \cdot \mu_x}{l_x + \mu_x \cdot l_x} = \frac{l^2_x \cdot \mu_x}{l_x(1 + \mu_x)}. \text{ Откуда}$$

$$\frac{l^2_x}{u_x} = \frac{l_x(1+\mu_x)}{\mu_x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (h)$$

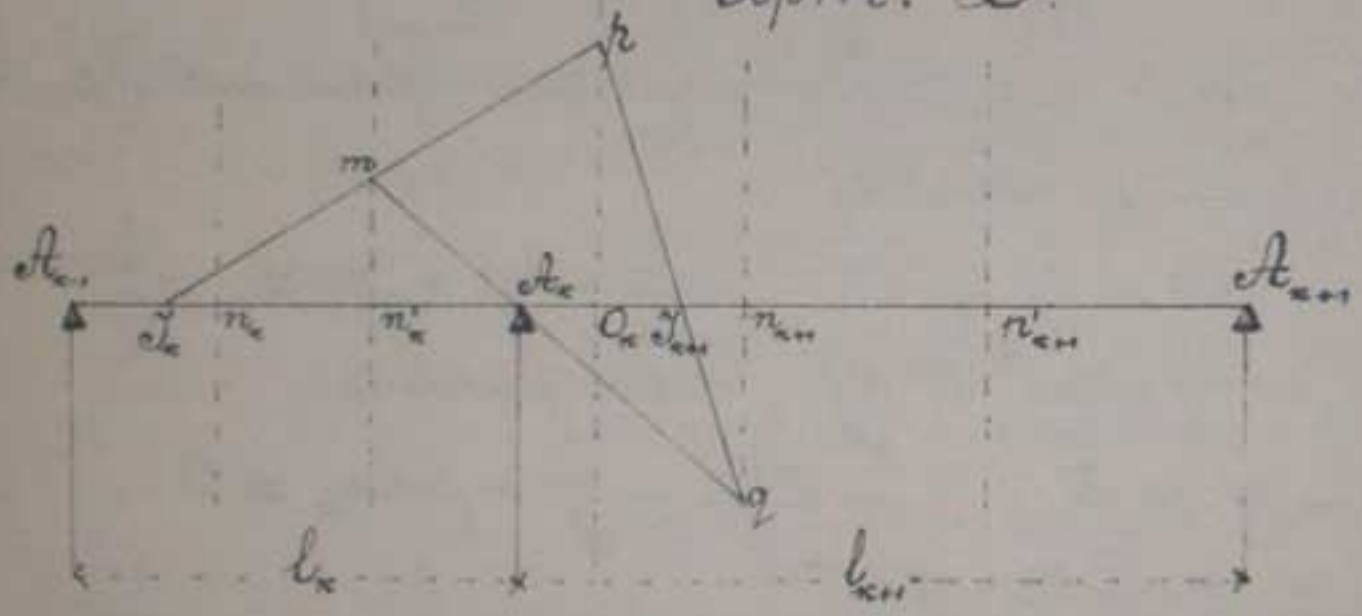
Складывая равенства (g) и (h), получимъ:

$$\frac{l_x^2}{\mu_x} + \frac{l_{x+1}^2}{\delta_{x+1}} = 3(l_{x+1} + l_x)$$

Такъ же легко получить зависимость, выражаемую формулой (f).

Инженеръ Fontviolant приводитъ въ своемъ трудѣ(*) слѣдующее простое графическое построеніе положенія фокусовъ, идея каковаго построенія впервые предложена была Мотх'омъ.(**) Замѣтимъ предварительно, что вертикальными трисектриссами какого-либо пролета l_x называются вертикали, проведенныя чрезъ точки n_x и n'_x (черт. D), раздѣляющія пролетъ на три равныя части. Контрвертикаль какой-либо опоры

Черт. D.



A_x, т. е. вертикаль, проведенная чрезъ точку O_x, находится отъ опоры A_x на разстояніи, равномъ по величинѣ и по знаку — $\frac{l_{x+1} - l_x}{3}$, такъ что вертикаль эта всегда проходитъ внутри большаго пролета.

Для опредѣленія положенія точки O_x — необходимо отложить отъ n'_x длину $n'_x O_x$, равную $A_x n_{x+1}$. Построивъ эти вертикали, легко найти положеніе лѣваго фокуса I_{x+1} въ какомъ либо пролетѣ l_{x+1}, коль скоро извѣстно положеніе лѣваго фокуса I_x въ предъидущемъ проле-

---

(*) Fontviolant. Ponts metalliques à travées continues.

(**) Winkler. Aeussere Kräfte gerader Träger. Стр. 200.

ть l_x. Для сего слѣдуетъ чрезъ точку J_x провести произвольную прямую $J_x p$, пересѣкающую трисектрису (n'_x) въ точкѣ m, а контрвертикаль (O_x) - въ точкѣ p. Затѣмъ провести чрезъ m и опору A_x прямую до встрѣчи съ трисектриссой (n_{x+1}) въ точкѣ q. Пересѣченіе прямой (pq) съ $(A_x A_{x+1})$ и опредѣлитъ положеніе <u>лѣваго</u> фокуса въ пролетѣ l_{x+1}.

Дѣйствительно, если согласно предыдущему $A_x J_x$ - назовемъ чрезъ u_x, затѣмъ $A_x J_{x+1}$ – чрезъ ξ_{x+1}, то:

уравненіе прямой mq . . . $y = \lambda . x$ (съ началомъ координатъ въ A_x),

" " mp . . . $y = \mu (x + u_x)$

" " pq . . . $y = \nu . (x - \xi_{x+1})$.

Точка m есть точка встрѣчи прямыхъ $(n'_x m)$, (mq) и (mp), уравненія коихъ:

$$x + \frac{l_x}{3} = 0; \quad \lambda x - y = 0; \quad \mu x - y + \mu u_x = 0.$$

Исключая отсюда x, y, получимъ:

$$-\frac{\lambda l_x}{3} - y = 0; \quad -\frac{\mu l_x}{3} - y + \mu u_x = 0.$$

Исключая y, найдемъ:

$$\frac{l_x}{3}(\lambda - \mu) + \mu u_x = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (304)$$

Подобнымъ же образомъ для точки q – необходимое существованіе уравненій:

$$x - \frac{l_{x+1}}{3} = 0;$$

$$y - \lambda x = 0;$$

$$y - \nu x + \nu \xi_{x+1} = 0,$$

откуда: $\frac{l_{x+1}}{3}(\lambda - \nu) + \nu \xi_{x+1} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (305)$

Наконецъ точка p есть точка встрѣчи прямыхъ, уравненія которыхъ:

$$x - \left(\frac{l_{x+1} - l_x}{3}\right) = 0; \quad y - \mu x - \mu u_x = 0; \quad y - \nu x + \nu \xi_{x+1} = 0,$$

откуда, по исключеніи x и y, получимъ:

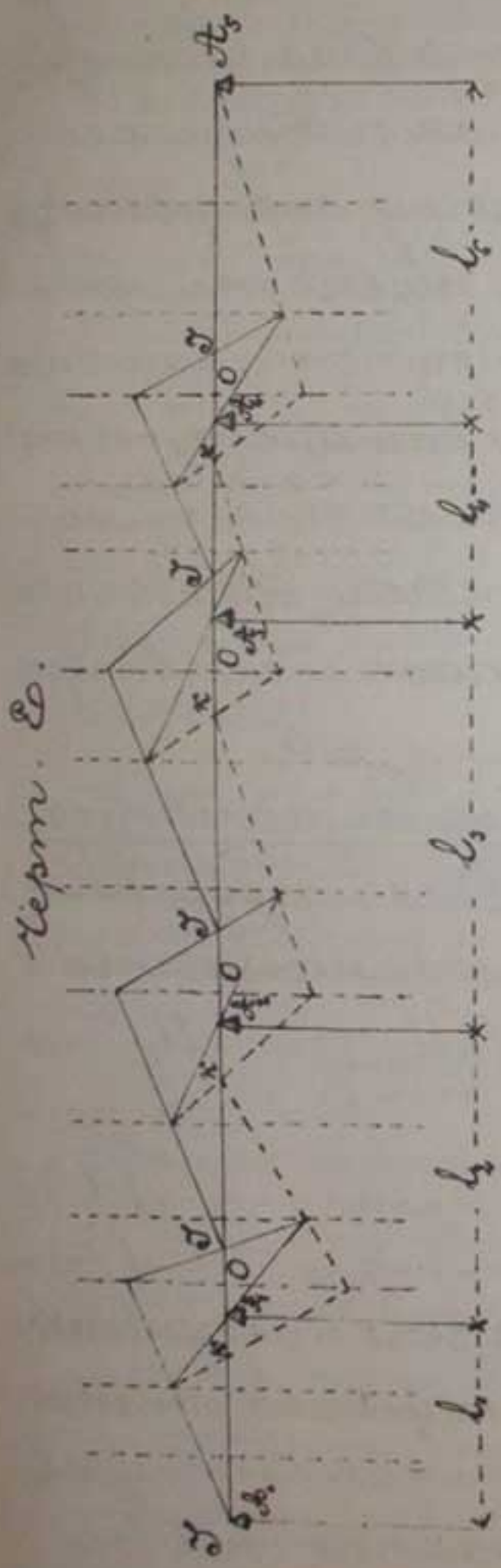
$$\nu \left(\frac{l_{x+1} - l_x}{3}\right) - \mu \left(\frac{l_{x+1} - l_x}{3}\right) - \nu \xi_{x+1} - \mu u_x = 0,$$

или: $(r-u).\left(\frac{l_{x+1}-l_x}{3}\right)-\left(r\frac{\overline{3}}{3}_{x+1}+\mu u_x\right)=0$ . . . . . (306)

Исключая изъ (304), (305) и (306) μ и r, найдемъ искомую зависимость:

$$\frac{l_x^2}{u_x}+\frac{l_{x+1}^2}{\overline{3}_{x+1}}=3\left(l_{x+1}+l_x\right).$$

Построеніе слѣдуетъ всегда начинать съ перваго пролета, для котораго лѣвый фокусъ совпадаетъ съ лѣвой опорой, если концы балки свободно опираются на опоры или лѣвый фокусъ находится на разстояніи $\frac{l}{3}$ отъ лѣвой опоры - если балка горизонтально заложена въ стѣну).



Для опредѣленія положенія правыхъ фокусовъ слѣдуетъ поступать точно такъ же, начиная построеніе съ послѣдняго пролета. На чертежѣ 80 показано построеніе фокусовъ для пятипролетной балки. Черезъ лѣвую опору A_0 проведена произвольная прямая до встрѣчи съ контрвертикалью 0. Черезъ точку пересѣченія произвольной прямой со второй трисектрисой перваго пролета и черезъ вторую опору A_1 проведена прямая до точки встрѣчи съ первой трисектриссой втораго пролета. Наконецъ, эта послѣдняя точка соединена прямой линіей съ точкой встрѣчи произвольной прямой и контрвер-

тиками O; пересѣченіе этой послѣдней съ $A_1 A_2$ и опредѣлило точку J лѣваго фокуса и т. д. Замѣтимъ, что четвертый пролетъ менѣе третьяго и поэтому контрвертикаль, относящаяся къ третьему и четвертому пролетамъ, оказалась въ третьемъ пролетѣ, гдѣ такимъ образомъ получилось двѣ контрвертикали. Для построенія правыхъ фокусовъ - примѣненъ тотъ же пріемъ, считая послѣдній пролетъ за начальный пролетъ. Для упрощенія чертежа произвольная прямая проводилась во второмъ случаѣ всегда чрезъ точку, опредѣленную предыдущимъ построеніемъ на первой трисектриссѣ, каковая трисектрисса, при построеніи правыхъ фокусовъ, обращается уже во вторую трисектриссу даннаго пролета. Благодаря этому линіи, проведенныя чрезъ опорныя точки, одновременно служили какъ для перваго, такъ и для второго построенія.

Зависимость между опорными моментами нагруженнаго пролета. Для нагруженнаго пролета l_x имѣемъ слѣдующую зависимость между опорными моментами (M_{x-1}) и (M_x) на лѣвой и правой опорахъ:

$$M_{x-2} \cdot l_{x-1} + 2M_{x-1}(l_{x-1} + l_x) + M_x \cdot l_x = n'_x \cdot l_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (i),$$

$$M_{x-1} \cdot l_x + 2M_x(l_x + l_{x+1}) + M_{x+1} l_{x+1} = n''_x \cdot l_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (k).$$

Если бы мы допустили на время, что нагруженъ не пролетъ l_x, а одинъ изъ слѣдующихъ за нимъ пролетовъ, то въ такомъ случаѣ вторая часть уравненій была бы равна нулю и кромѣ того было бы: $M_x = -\mu_x M_{x-1}$ и, слѣдовательно, первое изъ предыду-

ціихъ уравненій приняло бы такой видъ:

$$M_{x-2}\,l_{x-1} + 2M_{x-1}(l_{x-1} + l_x) - \mu_x \cdot M_{x-1} \cdot l_x = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (l)$$

Но такъ какъ, съ другой стороны, отношеніе между M_{x-2} и M_{x-1} въ пролетѣ l_{x-1} (ненагруженномъ при обоихъ предположеніяхъ) не зависитъ отъ того, будетъ-ли нагруженный правый пролетъ смежнымъ или чрезъ нѣсколько пролетовъ, то, слѣдовательно, найденная зависимость между M_{x-2} и M_{x-1} сохранится и тогда, когда правый нагруженный пролетъ будетъ смежнымъ.

Разсматривая поэтому (i) и (l) совмѣстно, найдемъ:

$$\mu_x \cdot M_{x-1}\,l_x + M_x\,l_x = n'_x \cdot l_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (m).$$

Равнымъ образомъ, предполагая, что нагруженъ не пролетъ l_x, а одинъ изъ предыдущихъ лѣвыхъ пролетовъ, то (x) перепишется такъ:

$$M_{x-1}\,l_x + 2M_x(l_x + l_{x+1}) + M_{x+1} \cdot l_{x+1} = 0.$$

Но такъ какъ въ этомъ случаѣ: $M_{x-1} = -\nu_x \cdot M_x$, то имѣемъ:

$$-\nu_x M_x \cdot l_x + 2M_x(l_x + l_{x+1}) + M_{x+1} \cdot l_{x+1} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (n).$$

Применяя тѣ же разсужденія, какъ и въ предыдущемъ случаѣ и разсматривая совмѣстно (x) и (n), найдемъ:

$$\nu_x \cdot M_x \cdot l_x + M_{x-1} \cdot l_x = n''_x \cdot l_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (o).$$

Рѣшая совмѣстно (o) и (m), получимъ:

$$M_{x-1} = \frac{\nu_x \cdot n'_x - n''_x}{\mu_x \cdot \nu_x - 1}\,; \qquad M_x = \frac{\mu_x \cdot n''_x - n'_x}{\mu_x \cdot \nu_x - 1}.$$

Но $n'_x = 2m'_x + m''_x$; $n''_x = m'_x + 2m''_x$, гдѣ m'_x и m''_x — моменты на лѣвой и правой опорахъ пролета l_x въ предположеніи, что балка пролета l_x имѣетъ горизонтально-закрѣпленные концы. При этомъ замѣтимъ, что m'_x и m''_x при принятомъ нами обозна-

чения знаковъ момента – всегда отрицательны.
Кромѣ того, какъ раньше доказано (с) и (д):

$$\mu_x = \frac{l_x}{\xi_x} - 1 ; \qquad \nu_x = \frac{l_x}{\xi'_x} - 1 .$$

Назвавъ $l_x - \xi_x - \xi'_x = c_x$ и вводя эти обозначенія въ выписанныя выраженія M_{x-1} и M_x, получимъ:

$$M_{x-1} = \frac{\xi}{l.c}\left[(2l - 3\xi')m' + (l - 3\xi')m''\right]$$

$$M_x = \frac{\xi'}{l.c}\left[(l - 3\xi)m' + (2l - 3\xi)m''\right] .$$

Но на основаніи (с) и (д):

$$\xi = \frac{l}{1+\mu} , \qquad \xi' = \frac{l}{1+\nu} ;$$

затѣмъ, какъ раньше доказано, μ и ν всегда > 2.
Слѣдовательно, ξ и ξ' всегда $< \frac{l}{3}$, а потому $l - 3\xi$, $l - 3\xi'$ и тѣмъ болѣе $2l - 3\xi$ и $2l - 3\xi'$ при всѣхъ значеніяхъ ξ и ξ' – положительны. А такъ какъ m' и m'' всегда отрицательны, то слѣдовательно, и M_{x-1} и M_x также всегда отрицательны, т.е. опорные моменты въ нагруженномъ пролетѣ одинаковаго знака и притомъ отрицательны, называя моменты съ вращеніемъ обратнымъ движенію часовой стрѣлки – отрицательными моментами.

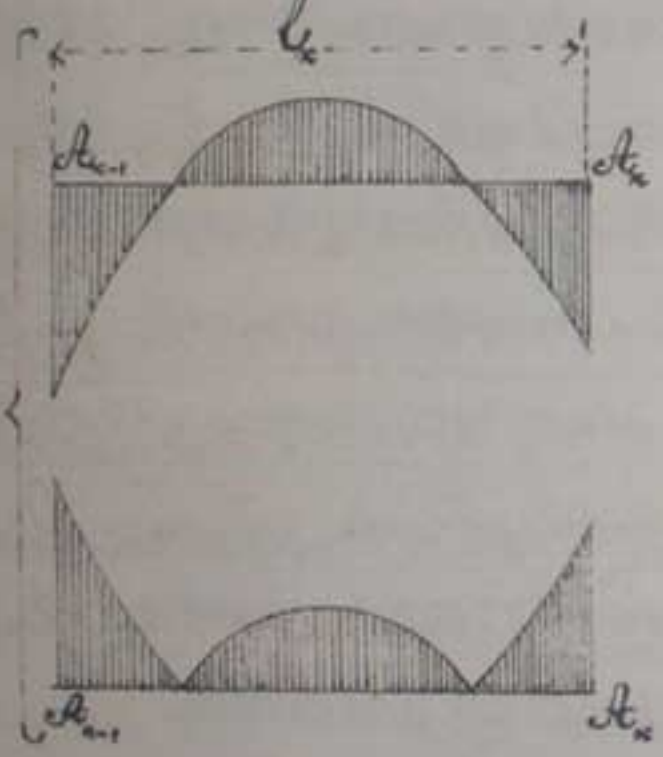
Е.) Зависимость между опорными моментами и моментомъ въ любомъ сѣченіи нагруженнаго пролета. Моментъ въ какомъ либо сѣченіи нагруженнаго пролета выражается формулой:

$$M_x = M_{x-1}\left(1 - \frac{x}{l_x}\right) + M_x \frac{x}{l_x} - \frac{X'_x}{l_x} . x + \mathfrak{X}_x ,$$

гдѣ $\mathfrak{X}_x$ – моментъ нагрузки, заключающейся между лѣвой опорой пролета l_x и сѣченіемъ x и взятый относительно того же сѣченія, X'_x – моментъ нагрузки, заключающейся между лѣвой и правой опорами и взятый относительно правой опоры. Но

так как M_{x-1} и M_x - оба отрицательны, $1-\frac{x}{l_x}$ - величина положительная X'_x - величина отрицательная, следовательно $\left(-\frac{X'_x \cdot x}{l_x}\right)$ - величина положительная, затем X_x - величина отрицательная, поэтому первый, второй и четвертый члены - всегда отрицательные, а третий член - положительный. Следовательно, может существовать такое x, при котором $M_x = 0$.

Если нагрузка сплошная или только частью сплошная, то $X_x = -\frac{px^2}{2}$, или вообще: $X_x = -f(x^2)$ и, следовательно, может быть два сечения, где момент $M_x = 0$ (черт. F.)



Черт. F.

При расположении на пролете одного груза (черт. G), момент в первом участке:

$$M_x = M_{x-1}\left(1-\frac{x}{l}\right) + M_x \frac{x}{l} - \frac{X'_x \cdot x}{l}$$

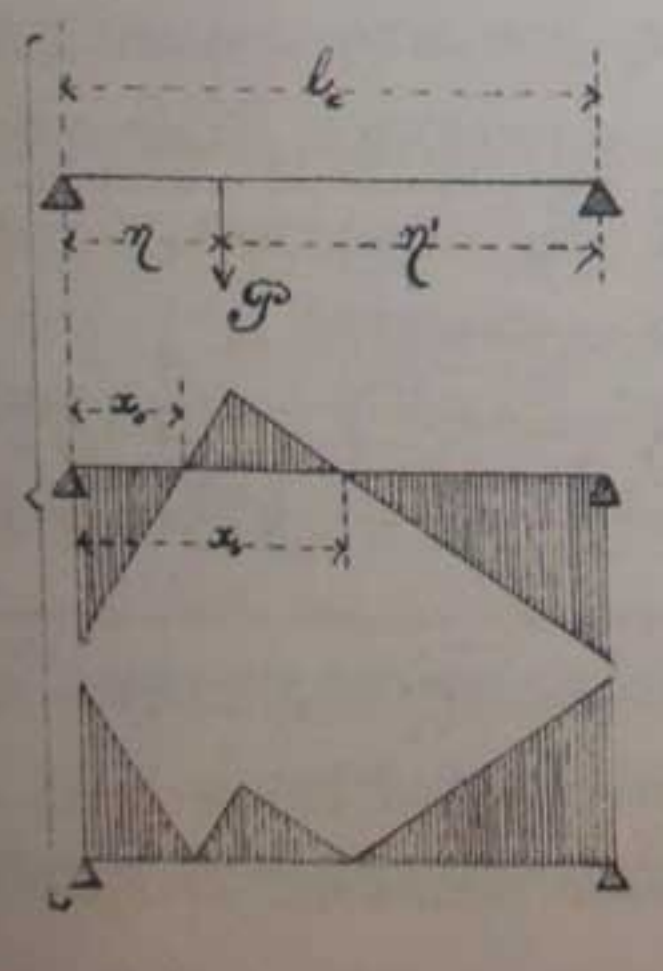
$$\text{Но } M_{x-1} = \frac{\xi}{l.c}\left[(2l-3\xi')m' + (l-3\xi')m''\right] =$$

$$= -\frac{\xi}{l.c}\left[(2l-3\xi')\frac{P\eta\eta'^2}{l^2} + (l-3\xi')\frac{P\eta^2\eta'}{l^2}\right] =$$

$$= -\frac{P\eta\eta'\xi}{l^2.c}\left[(2l-3\xi')\frac{\eta'}{l} + (l-3\xi')\frac{\eta}{l}\right] =$$

$$= -\frac{P\eta\eta'.\xi}{l^2.c}\left[(2l-3\xi')\left(\frac{l-\eta}{l}\right) + (l-3\xi')\frac{\eta}{l}\right] =$$

$$= -\frac{P\eta\eta'\xi}{l^2.c}\left[(2l-3\xi') - \eta\right].$$



Черт. G.

Подобным образом:

$$M_x = \frac{\xi'}{l.c}\left[(l-3\xi)m' + (2l-3\xi)m''\right] =$$

$$= -\frac{P\eta\eta'\xi'}{l^2.c}\left[(l-3\xi) + \eta\right].$$

Кроме того: $X'_x = -P\eta'$

Слѣдовательно:

$$cM_x = M_{x_0}\left(1-\frac{x}{l}\right) + cM_l\frac{x}{l} - \frac{x'_x \cdot x}{l} = -\frac{P\eta'}{cl^3}\left\{\eta\xi\left[(2l-3\xi)-\eta\right](l-x)+\eta\xi'\left[(l-3\xi)+\eta\right]x - cl^2x\right\} =$$

$$= -\frac{P\eta'}{cl^3}\left\{\left[\xi'x-\xi(l-x)\right]\eta^2+\left[2l\xi(l-x)-\xi' l(3\xi-x)\right]\eta - cl^2x\right\}^{(*)} \ldots\ldots\ldots (p)$$

$M_x = 0$, когда:

$$\left[\xi'x-\xi(l-x)\right]\eta^2+\left[2l\xi(l-x)-\xi' l(3\xi-x)\right]\eta - cl^2x = 0 \ldots\ldots (q)$$

Изъ этого уравненія видимъ, во первыхъ, что при $x=0$, $\eta = 0$. Затѣмъ при $x = \xi$:

$$\left[\xi'\xi-\xi(l-\xi)\right]\eta^2+\left[2l\xi(l-\xi)-\xi' l(3\xi-\xi)\right]\eta - cl^2\xi = 0,$$

что удовлетворяется при $\eta = l$. Слѣдовательно, при перемѣщеніи груза отъ лѣвой опоры къ правой, т.е. при измѣненіи η отъ $\eta = 0$ до $\eta = l$, сѣченіе x_0, гдѣ моментъ въ первомъ участкѣ равенъ нулю, перемѣщается отъ $x_0 = 0$ до $x_0 = \xi$, т. е. только до лѣваго фокуса и перемѣщается слѣдовательно, значительно медленнѣе, чѣмъ η. Поэтому, для всякаго сѣченія x, заключающагося между x_0 и η (черт. 9), т.е. для $x_0 < x < \eta$, моментъ M_x – положительный, такъ какъ на него дѣйствуетъ моментъ отрицательнаго знака.

Чтобы получить подобную же зависимость для второго участка, достаточно въ выраженіи (q) замѣнить ξ чрезъ ξ', x чрезъ $l-x$ и вмѣсто η поставить η' – получимъ:

$$\left[\xi(l-x)-\xi'x\right]\eta'^2+\left[2l\xi'x-\xi l(3\xi'-l+x)\right]\eta' - cl^2(l-x) =$$

$$= \left[\xi(l-x)-\xi'x\right](l-\eta)^2+\left[2l\xi'x-\xi l(3\xi'-l+x)\right](l-\eta)-(l-\xi-\xi')l^2(l-x) =$$

(*) У Винклера (Aussere Kräfte gerader Träger стран. 70, третье слагаемое приведено въ такомъ видѣ:

$\left[\xi'(l-3\xi)x+\xi(2l-3\xi')\cdot(l-x)\right]$ – что, очевидно, одно и то же.

$= \left[\frac{\xi}{\zeta}(l-x) - \frac{\xi}{\zeta}'x\right]\eta^2 - 3\frac{\xi}{\zeta}l(l-x-\frac{\xi}{\zeta}')\eta - l^2(l-3\frac{\xi}{\zeta})\cdot(l-\frac{\xi}{\zeta}'-x) = 0 \ldots\ldots (r)$

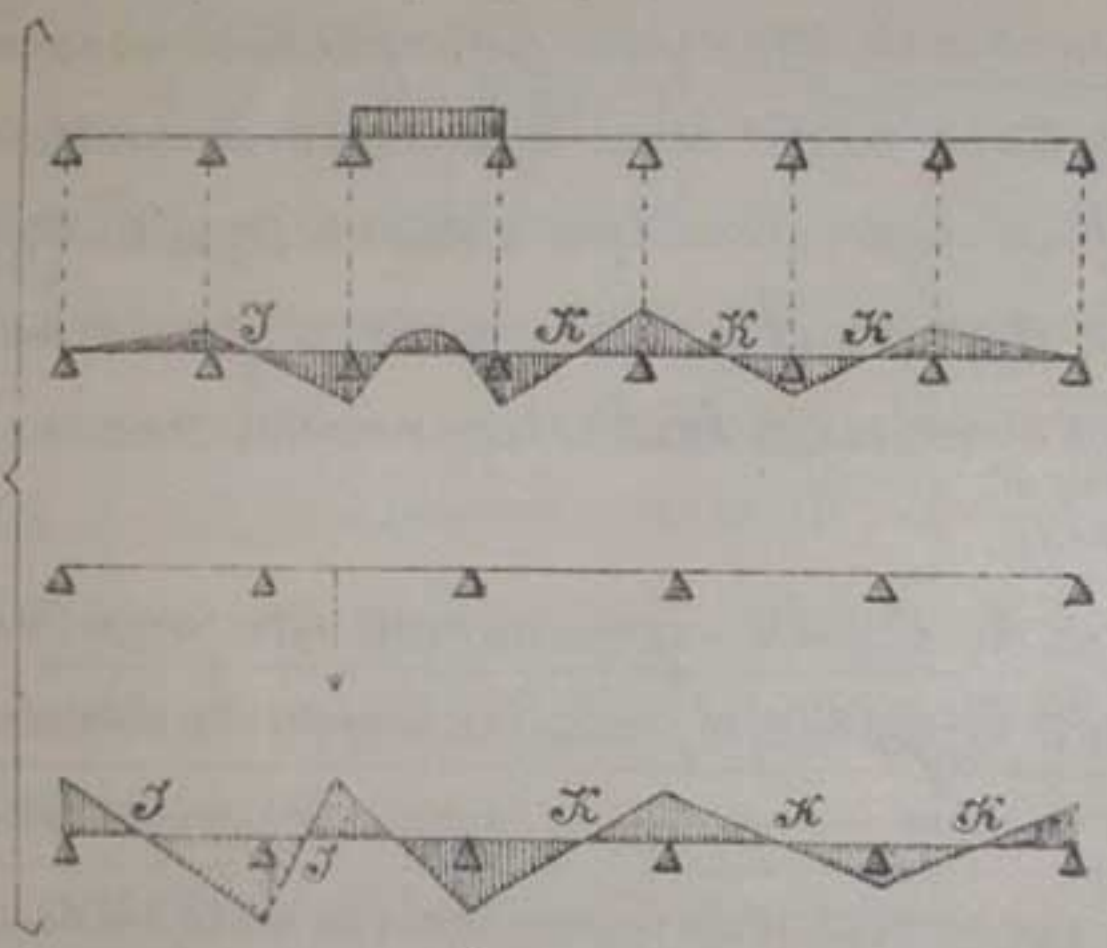
При $\frac{\xi}{\zeta}' = l - x$, или при $x = l - \frac{\xi}{\zeta}'$, имѣемъ, что $\eta = 0$. При $x = l$, вышенаписанное уравненіе удовлетворяется при $\eta = l$ (*) Слѣдовательно, при перемѣщеніи груза отъ $\eta = 0$ до $\eta = l$, сѣченіе во второмъ участкѣ пролета, гдѣ моментъ равенъ нулю, перемѣщается соотвѣтственно отъ $x_0 = l - \frac{\xi}{\zeta}'$ до $x_0 = l$, т.е. отъ правого фокуса до правой опоры. Отсюда слѣдуетъ также, что при всякомъ значеніи x, большемъ, чѣмъ η и меньшемъ, чѣмъ $x_0 = l - \frac{\xi}{\zeta}$, т.е. для $l - \frac{\xi}{\zeta}' > x > \eta$ (черт 9), моментъ долженъ быть положительнымъ, такъ какъ на опорѣ моментъ отрицательный.

Такимъ образомъ: а.) въ пролетѣ, нагруженномъ сосредоточеннымъ грузомъ, моментъ въ сѣченіи, совпадающемъ съ точкою приложенія груза, всегда положителенъ въ противоположность опорнымъ моментамъ, которые оба - отрицательны (черт. 9); б.) какъ въ первомъ, такъ и во второмъ участкахъ пролета имѣется по сѣченію, гдѣ моментъ равенъ нулю; сѣченія эти опредѣляются для перваго участка по формулѣ (q), а для втораго участка по формулѣ (r); в.) при перемѣщеніи груза вдоль пролета отъ $\eta = 0$ до $\eta = l$ сѣченіе (x_0), гдѣ моментъ равенъ нулю, перемѣщается для перваго участка отъ $x_0 = 0$ до $x_0 = \frac{\xi}{\zeta}$, т.е. отъ лѣвой опоры до лѣваго

Winkler. Messerc Kräfte Стран. 71 Издан. 1872 г. слѣдуетъ замѣчаніе, что при $\frac{\xi}{\zeta}' = l - x$, $\eta = l$, а при $x = l$, $\eta = 0$, но это, повидимому, опечатка.

фокуса, а во второмъ участкѣ отъ $x_0 = l - \xi'$ до $x_0 = l$, т.е. отъ праваго фокуса до правой опоры.

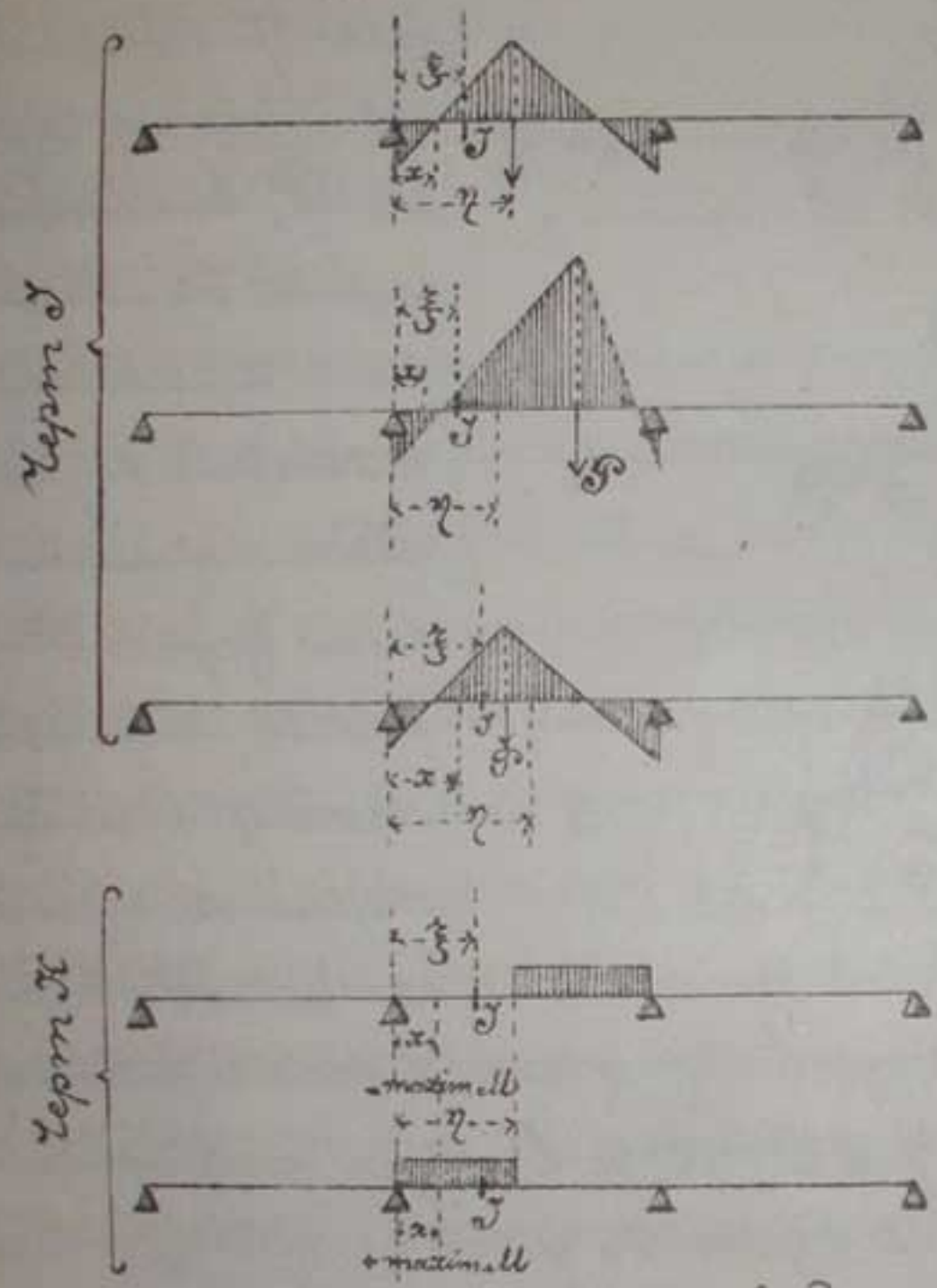
На чертежѣ (К) изображенъ графически законъ измѣненія моментовъ при загрузкѣ одного пролета въ одномъ случаѣ сплошной нагрузкой, а въ другомъ случаѣ – сосредоточенными грузами, причемъ въ послѣднемъ случаѣ предположено, что концы балки закрѣплены горизонтально.



к.) Наиболѣе невыгодное расположеніе нагрузки въ разсматриваемомъ пролетѣ для полученія наибольшаго отрицательнаго или наибольшаго положительнаго момента въ данномъ сѣченіи пролета. Изъ предъидущаго слѣдуетъ (черт. Р), что для всякаго сѣченія, заключающагося между $x = 0$ и $x = l$, моментъ можетъ быть либо отрицательнымъ, либо положительнымъ въ зависимости отъ положенія, занимаемаго грузомъ P. При этомъ для сѣченія между $x=0$ и $x = \xi$, т.е. между лѣвой опорой и лѣвымъ фокусомъ отрицательные моменты вызываются всѣми грузами, расположенными вправо отъ этого сѣченія, но притомъ не ближе η, опредѣляемаго изъ (9) для даннаго x.

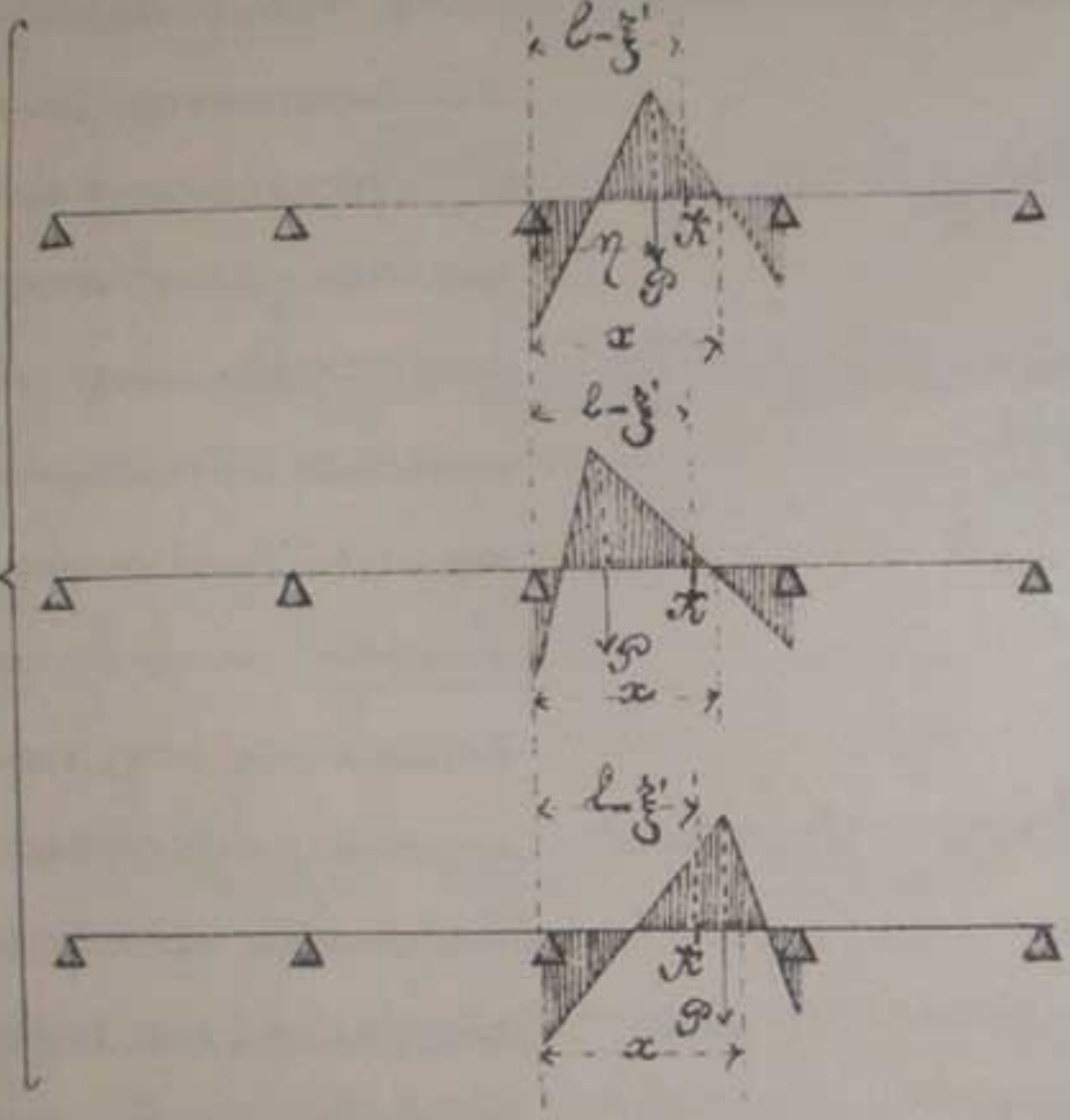
Такъ, напримѣръ, (черт. J), если дано сѣченіе x, для

котораго $\frac{\xi}{\zeta} > x > 0$ и притомъ η - опредѣленное изъ (n) положеніе груза, вызывающаго въ x моментъ, равный нулю, то всякое перемѣщеніе груза P вправо отъ η вплоть до правой опоры повлечетъ за собою перемѣщеніе нулевой точки также вправо, но не далѣе $x = \frac{\xi}{\zeta}$ и, слѣдовательно, какъ наглядно показываетъ (чертежъ J), моментъ въ x будетъ уже отрицательный. Равнымъ образомъ перемѣщеніе груза влѣво отъ η перевлечетъ нулевую точку къ лѣвой опорѣ и, слѣдовательно, моментъ въ x будетъ уже положительный. Поэтому для всякаго сѣченія, заключающагося между лѣвой опорой и лѣвымъ фокусомъ (черт. K) наибольшій отрицательный моментъ имѣетъ мѣсто при загрузкѣ пролета отъ сѣченія η, опредѣляемаго изъ (q) вплоть до правой опоры. Наибольшій же положительный моментъ имѣетъ мѣсто при загрузкѣ пролета отъ сѣченія η, опредѣляемаго изъ уравненія (q) - до лѣвой опоры включительно. Замѣтимъ при этомъ, что η можетъ быть, очевидно, и менѣе $\frac{\xi}{\zeta}$, т.е. предѣльное напаже

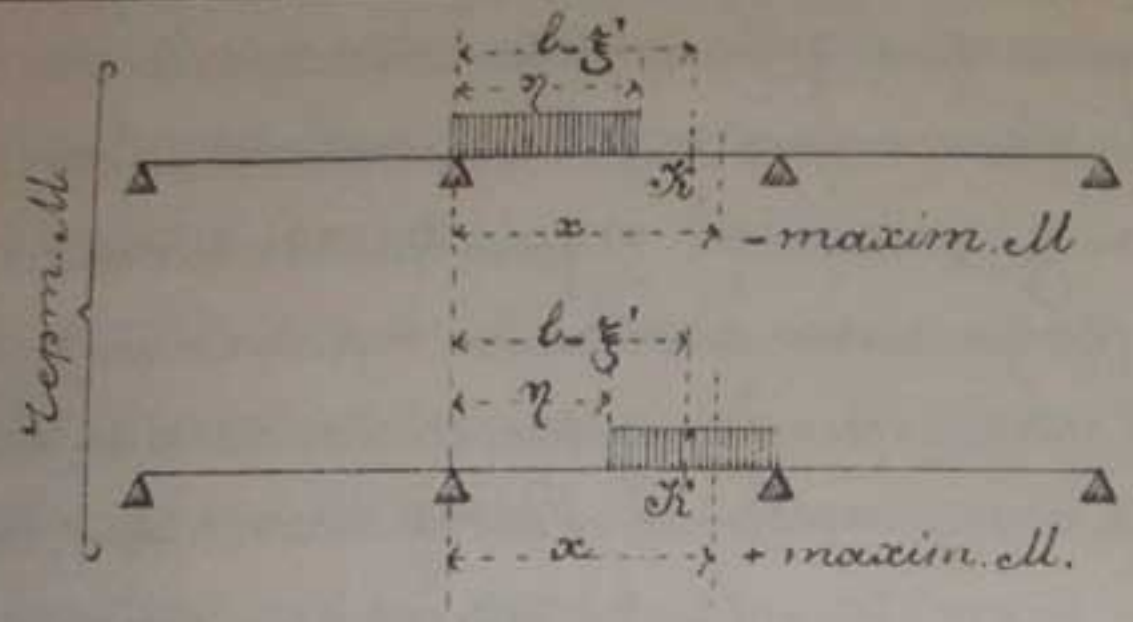


ніе грузовъ можетъ быть и ближе лѣваго фокуса, что, очевидно, будетъ имѣть мѣсто для небольшихъ x.

Разсмотримъ теперь сѣченіе между правымъ фокусомъ и правой опорой, т.е. удовлетворяющее неравенству: $l-\xi' < x < l$ (черт. 2). Предъявленное (V) значеніе η – покажетъ положеніе груза P, вызывающаго въ сѣченіи x моментъ, равный нулю. При перемѣщеніи груза P вправо, нулевая точка также перемѣщается вправо отъ сѣченія x, но не дальше $l-\xi'$, такъ какъ ранѣе доказано, что, при $\eta = 0$, $x_0 = l-\xi'$ и, слѣдовательно, моментъ въ x будетъ уже отрицательный. Всякое перемѣщеніе груза вправо перевигаетъ нулевую точку также вправо отъ сѣченія x, причемъ грузъ занимаетъ всѣ положенія отъ $x = x$ до $x = l$ и въ этомъ случаѣ моментъ въ данномъ сѣченіи x будетъ уже положительный (черт. 2). Слѣдовательно, для всякаго сѣченія, заключающагося между правымъ фокусомъ и правой опорой, наибольшій отрицательный моментъ имѣетъ мѣсто при загрузкѣ



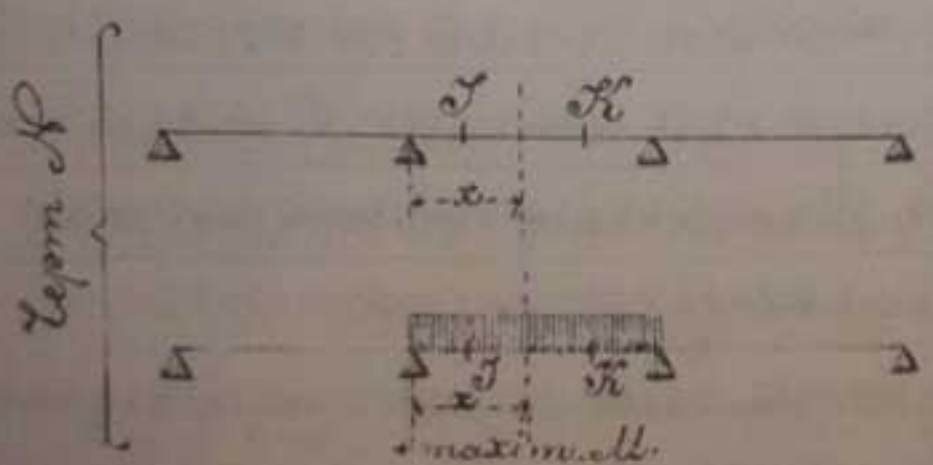
части пролета отъ лѣвой опоры до сѣченія $\eta = \eta'$, опредѣляемаго изъ формулы (r) [черт. II], наибольшій изъ положительныхъ моментъ имѣетъ мѣсто при



загрузкѣ части пролета отъ сѣченія $\eta = \eta'$, опредѣляемаго по формулѣ (r) до правой опоры включительно. Наконецъ остается еще разсмотрѣть сѣченія, заключающіяся между лѣвыми и правыми фокусами, т.е. удовлетворяющія неравенству:

$$\xi < x < l - \xi'.$$

Если $x < \xi$, то для отрицательнаго момента наиболѣе невыгодное расположеніе нагрузки будетъ отъ $\eta = \eta'$ [опредѣляемаго по (q)] до $\eta = l$. По мѣрѣ того, какъ x приближается къ $x = \xi$, протяженіе загрузки, вызывающей наибольшій отрицательный моментъ, постепенно уменьшается, такъ какъ при $x = \xi$, $\eta = l$. Слѣдовательно, если $x > \xi$, то не существуетъ такого положенія нагрузки на данномъ пролетѣ, которое вызывало бы отрицательный моментъ (черт. №). При $x < \xi$, положительный моментъ имѣетъ мѣсто при загрузкѣ



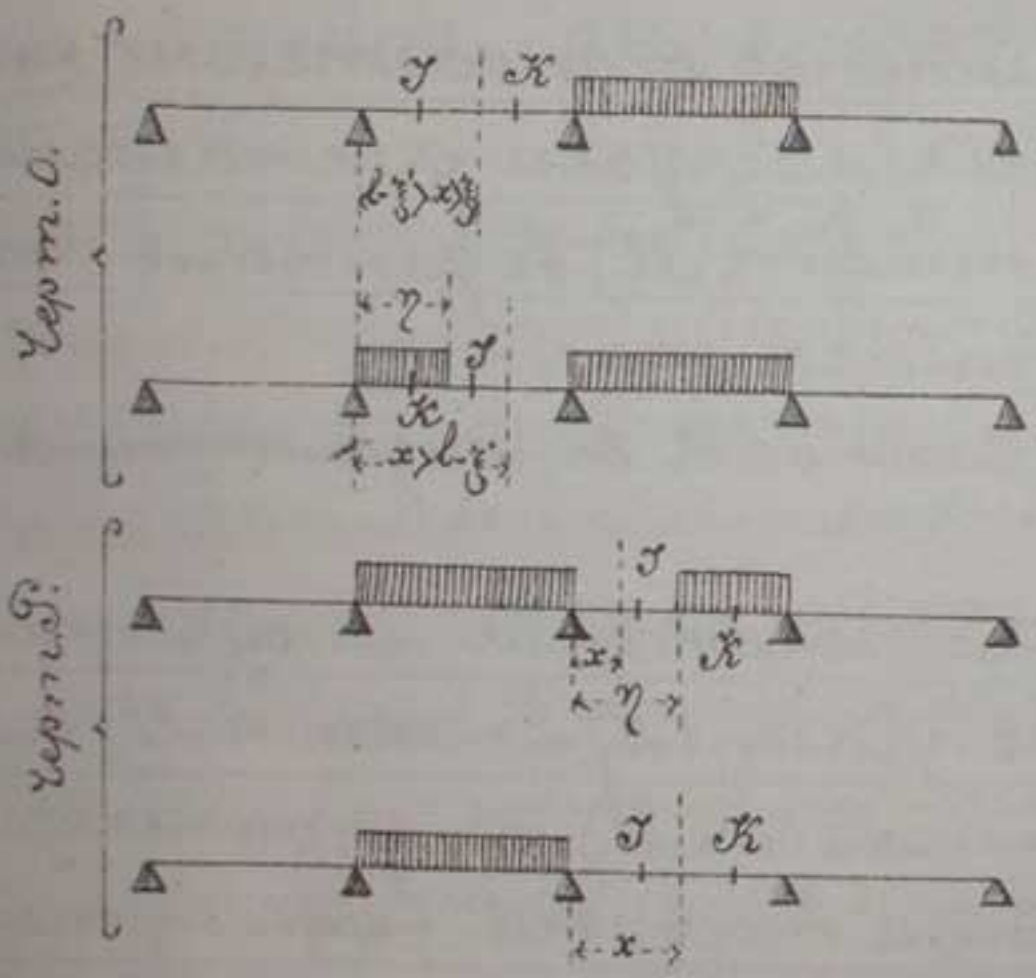
пролета отъ лѣвой опоры до сѣченія η при чемъ, если $x = \xi$, то $\eta = l$, слѣдовательно, въ этомъ случаѣ наибольшій положительный

моментъ будетъ при загрузкѣ всего пролета. Съ другой стороны, если $x > l - \frac{\xi'}{5}$, то наибольшій положительный моментъ имѣетъ мѣсто при загрузкѣ части пролета отъ $\eta = \eta'$ [опредѣленнаго по формулѣ (r)] до $\eta = l$. По мѣрѣ уменьшенія x и приближенія къ $x = l - \frac{\xi'}{5}$, значеніе η увеличивается и дѣлается равнымъ 0, или, другими словами, протяженіе загруженной части пролета все увеличивается и, наконецъ, покрываетъ весь пролетъ. Слѣдовательно, какъ при $x = \frac{\xi}{5}$, такъ и при $x = l - \frac{\xi'}{5}$, наибольшій положительный моментъ имѣетъ мѣсто при загрузкѣ всего пролета. Слѣдовательно, для сѣченія между обоими фокусами наибольшій отрицательный моментъ получается при отсутствіи нагрузки на данномъ пролетѣ (конечно, если ни одинъ изъ пролетовъ не нагруженъ, то и въ данномъ пролетѣ не вызывается никакого момента; если же нагрузка нѣкоторыхъ пролетовъ вызываетъ отрицательный моментъ въ сѣченіи $\frac{\xi}{5} < x < l - \frac{\xi'}{5}$ разсматриваемаго пролета, то отсутствіе нагрузки на этомъ пролетѣ увеличиваетъ значеніе отрицательнаго момента); наибольшій же положительный моментъ получается при загрузкѣ всего пролета. (Чр N)

л.) Наиболѣе невыгодное расположеніе нагрузки въ остальныхъ пролетахъ по отношенію наибольшаго отрицательнаго и положительнаго момента въ данномъ сѣченіи разсматриваемаго пролета.

Изъ чертежа (K) слѣдуетъ, что грузъ, помѣщенный въ какомъ либо пролетѣ, вызываетъ отрица

тельный моментъ въ смежныхъ пролетахъ, въ лѣвомъ въ сѣченіяхъ с. ч. $x = \xi$ до $x = l$, а въ правомъ въ сѣченіяхъ отъ $x = 0$ до $x = l - \xi'$, т.е. въ лѣвомъ смежномъ пролетѣ въ сѣченіяхъ, заключающихся между лѣвымъ фокусомъ и правой опорой, а въ правомъ пролетѣ - между правымъ фокусомъ и правымъ пролетомъ. Но въ лѣвомъ пролетѣ, смежномъ съ нагруженнымъ, при $l - \xi' > x > \xi$, наибольшій отрицательный моментъ получается при отсутствіи на немъ нагрузки. При $x > l - \xi'$ наибольшій отрицательный моментъ получается при загрузкѣ его отъ лѣвой опоры до сѣченія $\eta = \eta'$ (черт. O) Въ правомъ пролетѣ, смежномъ съ нагруженнымъ



(черт. N) отрицательные моменты вызываются въ сѣченіяхъ, заключающихся между лѣвой опорой и правымъ фокусомъ. Но въ правомъ пролетѣ, при $\xi > x > 0$, наибольшій отрицательный моментъ лѣваго получается при загрузкѣ части пролета отъ $\eta = \eta'$ до правой опоры (черт. P), а при $x < l - \xi'$, наибольшій отрицательный моментъ получится при отсутствіи на ней нагрузки. Слѣдовательно, считая поочередно лѣвый и правый пролеты

за разматриваемые пролеты, оказывается, что для получения наибольшаго отрицательнаго момента въ данномъ сѣченіи этого пролета, необходимо расположить на немъ нагрузку наиболѣе невыгоднымъ образомъ и затѣмъ загрузить полностью тотъ изъ смежныхъ пролетовъ, который примыкаетъ къ незагруженной части разматриваемаго пролета.

Къ тому же выводу мы пришли, разбирая условія загрузки, отвѣчающія наибольшему положительному моменту. Кромѣ того, продолжая эти разсужденія, убѣдимся, что загруженные полностью пролеты должны чередоваться черезъ одинъ пролетъ.

м.) Общее заключеніе относительно невыгоднаго расположенія нагрузки для полученія (+maxim.M) или (−maxim.M) въ данномъ сѣченіи разматриваемаго пролета.

Водя все вышесказанное въ одно цѣлое, имѣемъ такія правила.

1.) по отношенію расположенія нагрузки на разматриваемомъ пролетѣ (+maxim.M) или соотвѣтственно (−maxim.M) получаются:

а.) при $x < \frac{z}{\zeta}$ — когда нагрузка надвинута къ лѣвой или соотвѣтственно отъ правой опоры пролета до сѣченія, разстояніе коего (η) отъ лѣвой опоры опредѣлится по формулѣ:

$$\left[\frac{z'}{\zeta}x - \frac{z}{\zeta}(l-x)\right]\eta^2 + \left[2l\frac{z}{\zeta}(l-x) - \frac{z'}{\zeta}l\left(3\frac{z}{\zeta}-x\right)\right]\eta - cl^2x = 0 \ldots\ldots (q) \text{ или } (303^b);$$

б.) при $x > l - \frac{z'}{\zeta}$ — когда нагрузка надвинута отъ правой или соотвѣтственно отъ лѣвой опоры до

сѣченія, разстояніе коего (η) отъ лѣвой опоры опредѣлится по формулѣ:

$$\left[\frac{\xi}{\zeta}(l-x)-\frac{\xi}{\zeta}'x\right]\eta^2-3\frac{\xi}{\zeta}l(l-x-\frac{\xi}{\zeta}')\eta-l^2(l-3\frac{\xi}{\zeta})(l-\frac{\xi}{\zeta}'-x)=0\ldots.(r)\text{ или }(303^g)$$

в) <u>при $l-\frac{\xi}{\zeta}'>x>\frac{\xi}{\zeta}$ – когда весь пролетъ загруженными соотвѣтственно вовсе не загруженъ.</u>

2) <u>по отношенію расположенія нагрузки на остальныхъ пролетахъ</u>. Всѣ пролеты должны быть загружены кромѣ одного пролета и притомъ такъ, чтобы къ загруженному концу разсматриваемаго пролета примыкалъ незагруженный пролетъ и обратно.

Въ вышеприведенныхъ формулахъ (q) или (303^b) и (r) или (303^g) – $\frac{\xi}{\zeta}$ и $\frac{\xi}{\zeta}'$ – разстоянія лѣваго и праваго фокусовъ, опредѣляемыхъ по формуламъ:

$$\frac{\xi}{\zeta}=\frac{l}{1+\mu}\quad\text{и}\quad\frac{\xi}{\zeta}'=\frac{l}{1+\nu},$$

или графически – очень подробно изложено выше.

Затѣмъ:
$$c=l-\frac{\xi}{\zeta}-\frac{\xi}{\zeta}';$$

x – разстояніе даннаго сѣченія отъ лѣвой опоры пролета; η – разстояніе предѣльнаго сѣченія отъ лѣвой опоры пролета, до котораго должна быть доведена нагрузка отъ лѣвой или правой опоры.

Перейдемъ теперь къ изслѣдованію положенія нагрузки, вызывающей въ данномъ сѣченіи разсматриваемаго пролета $(+\text{maxim. }M_x)$ и $(-\text{minim }M_x)$ полагая подъ $(-\text{minim }M_x)$ наибольшее значеніе отрицательнаго перерѣзывающаго усилія. Перерѣзывающее усиліе, направленное вверхъ, будемъ называть <u>положительнымъ</u>.

<u>к) Опредѣленіе невыгоднаго положенія нагрузки въ разсматриваемомъ пролетѣ, сообщающаго $(+\text{maxim }M_x)$ и $(-\text{minim }M_x)$ въ данномъ сѣченіи пролета.</u>

Пусть разсматриваемый пролетъ l_x нагруженъ

одним сосредоточенным грузом P, удаленным отъ лѣвой и правой опоръ на разстоянія η и η'. Тогда перерѣзывающее усиліе надъ лѣвой опорой (стр 57)

$$D_x = \frac{M_x - M_{x-1}}{l_x} - \frac{X'_x}{l_x},$$

гдѣ:

$$X'_x = -P\eta'$$

Слѣдовательно: $$D_x = \frac{M_x - M_{x-1}}{l_x} + \frac{P\eta'}{l_x}$$

Моменты M_x и M_{x-1} — всегда отрицательные, поэтому

$$D_x = -\frac{M_x + M_{x-1}}{l_x} + \frac{P\eta'}{l_x}.$$

Слѣдовательно, если $M_x < M_{x-1}$, то D_x — положительно.

Если же $M_x > M_{x-1}$, то, по численному значенію:

$$-M_x + M_{x+1} < -(M_x + M_{x-1}).$$

При опредѣленіи же зависимости между опорными моментами нагруженнаго пролета, были выведены формулы (m) и (o):

$$\mu_x M_{x-1} l_x + M_x l_x = n'_x l_x,$$

$$\nu_x M_x l_x + M_{x-1} l_x = n''_x l_x,$$

откуда: $$(\mu_x + 1) M_{x-1} + (\nu_x + 1) M_x = n'_x + n''_x.$$

Но: $$n'_x = 2m'_x + m''_x; \quad n''_x = m'_x + 2m''_x.$$

Слѣдовательно:

$$(\mu_x + 1) M_{x-1} + (\nu_x + 1) M_x = 3(m'_x + m''_x).$$

Но такъ какъ μ_x и $\nu_x > 2$, то $(\mu_x + 1)$ и $(\nu_x + 1)$ каждое болѣе 3; слѣдовательно:

$$3(M_{x-1} + M_x) < 3(m'_x + m''_x)$$

или: $$M_x + M_{x-1} < m'_x + m''_x.$$

На этомъ основаніи, вышенайденное неравенство:

$$-(M_x - M_{x-1}) < -(M_x + M_{x-1})$$

тѣмъ болѣе будетъ имѣть мѣсто, замѣнивъ $M_x + M_{x-1}$ чрезъ $m'_x + m''_x$. Слѣдовательно:

$$-(M_x - M_{x-1}) < -(m'_x + m''_x).$$

Но въ данномъ случаѣ $m'_x = -\frac{P\eta\eta^2}{l^2}$, $m''_x = -\frac{P\eta^2\eta'}{l^2}$.

Слѣдовательно: $m'_x + m''_x = -\frac{P\eta\eta'(\eta'+\eta)}{l^2} = -\frac{P\eta\eta'}{l}$.

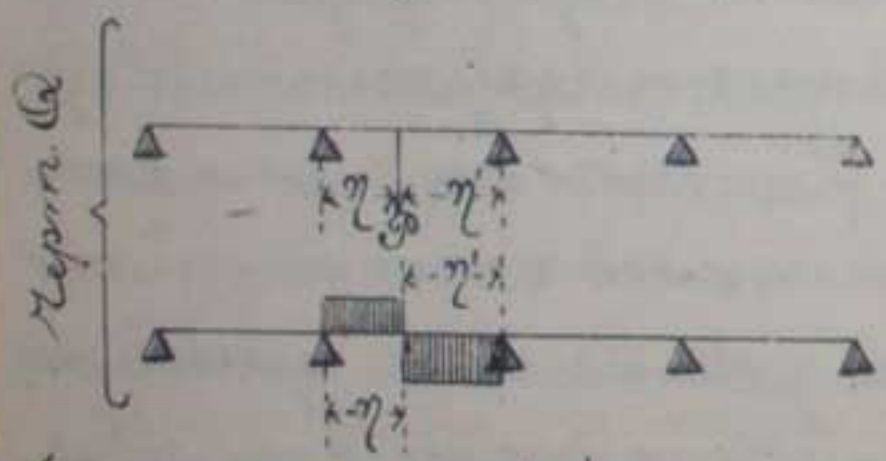
Но такъ какъ $\eta < l$, то тѣмъ болѣе

$$-(M_x - M_{x-1}) < +P\eta'.$$

Другими словами и въ случаѣ $M_x > M_{x-1}$, перерѣзывающее усиліе D_x на лѣвой опорѣ - положительная величина.

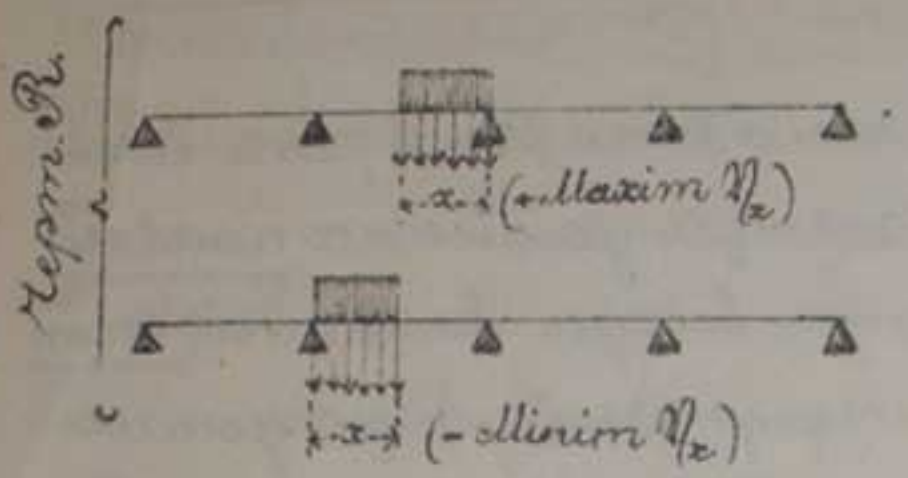
Такимъ же образомъ можно доказать, что гдѣбы грузъ не лежалъ, перерѣзывающее усиліе на правой опорѣ нагруженнаго пролета - всегда величина отрицательная. А такъ какъ перерѣзывающее усиліе остается постояннымъ въ предѣлахъ отъ лѣвой опоры до сѣченія, гдѣ приложенъ грузъ и въ предѣлахъ отъ упомянутаго сѣченія до правой опоры, слѣдовательно, если разсматриваемое сѣченіе находится влѣво отъ груза, то въ данномъ сѣченіи перерѣзывающее усиліе положительное; если же сѣченіе находится вправо отъ груза, то перерѣзывающее усиліе отрицательное.

На чертежѣ (Ф) показанъ законъ измѣненія перерѣзывающаго усилія въ разсматриваемомъ пролетѣ при дѣйствіи сосредоточеннаго груза. Такъ какъ числен-



ное значеніе положительнаго или отрицательнаго перерѣзывающаго усилія будетъ тѣмъ болѣе, чѣмъ болѣе грузовъ расположено между разсматриваемымъ сѣченіемъ и правой опорой или между сѣченіемъ и лѣвой опорой, то, переходя къ сплошной нагрузкѣ, имѣемъ такое правило: (+Maxim M_x) въ данномъ сѣченіи разсматриваемаго

пролета имѣетъ мѣсто при загрузкѣ части пролета отъ разсматриваемаго сѣченія до правой опоры, а ($-Mi.$ $nim\ M_x$) - при загрузкѣ части пролета отъ разсматриваемаго сѣченія до лѣвой опоры.



На чертежѣ (R) показано это расположеніе нагрузки.

0.) Опредѣленіе невыгоднаго положенія нагрузки въ остальныхъ пролетахъ, соответствующаго ($+Maxim\ M_x$) или ($-Minim\ M_x$) въ данномъ сѣченіи разсматриваемаго пролета.

Разсмотримъ сначала, какова зависимость между перерѣзывающими усиліями въ опорныхъ сѣченіяхъ ненагруженныхъ пролетовъ.

Если пролетъ l_m ненагруженъ, то перерѣзывающее усиліе надъ лѣвой опорой этого пролета:

$$D_m = \frac{M_{m-1} - M_m}{l_m}.$$

Такъ какъ M_{m-1} и M_m - противоположныхъ знаковъ и притомъ, какъ доказано ранѣе, опорные моменты убываютъ по мѣрѣ удаленія отъ нагруженнаго пролета, то, слѣдовательно, и D_m - того же знака какъ M_m и мѣняютъ свой знакъ при переходѣ отъ одной опоры къ другой. Перерѣзывающее усиліе надъ правой опорой этого пролета или D_{m+1}, что то же что перерѣзывающее усиліе надъ лѣвой опорой слѣдующаго ненагруженнаго пролета:

$$D_{m+1} = \frac{M_m - M_{m+1}}{l_{m+1}}.$$

Слѣдовательно:

$$\frac{D_{m+1}}{D_m} = \frac{1 - \frac{M_{m+1}}{M_m}}{\frac{M_{m-1}}{M_m} - 1} \cdot \frac{l_m}{l_{m+1}}.$$

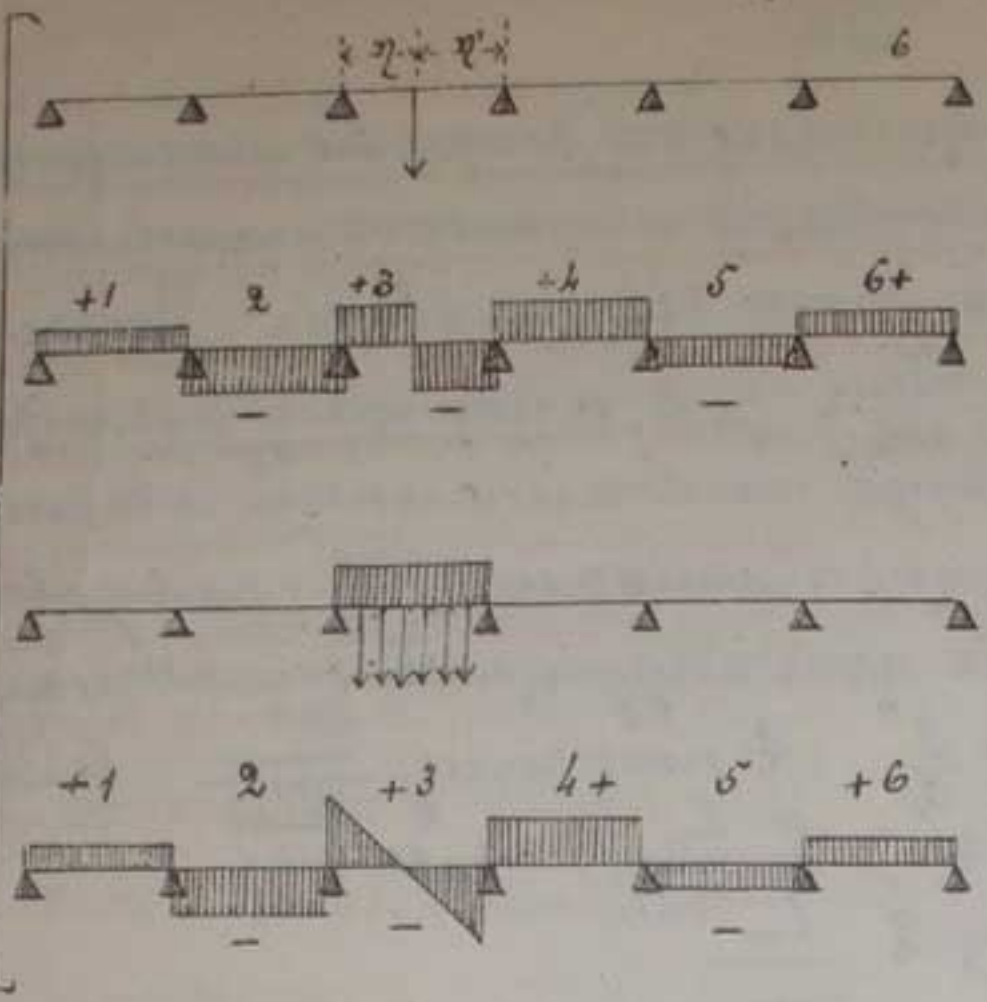
Но $\frac{M_{m+1}}{M_m}$ - всегда отрицательное (опорные моменты в ненагруженных пролетах имеют противоположные знаки). Кромѣ того, $M_{m+1} = M_m(\mu_{m+1}$, причемъ $\mu_m > 2$. Слѣдовательно $\frac{M_{m+1}}{M_m} > 2$, а потому числитель въ выраженіи $\frac{D_{m+1}}{D_m}$ - всегда положительный и больше 3. Затѣмъ $\frac{M_{m-1}}{M_m}$ - отрицательное и $< \frac{1}{2}$; слѣдовательно, знаменатель въ предыдущемъ выраженіи отрицательный и $< \frac{3}{2}$. А потому $\frac{D_{m+1}}{D_m}$ - величина отрицательная и $> 2\frac{l_m}{l_{m+1}}$, т.е.

$$-\frac{D_{m+1}}{D_m} > 2\frac{l_m}{l_{m+1}}.$$

Слѣдовательно, опорныя перерѣзывающія усилія послѣдовательно противоположныхъ знаковъ и увеличиваются (если $2l_m$ не $< l_{m+1}$) по мѣрѣ приближенія къ нагруженному пролету.

Но такъ какъ въ ненагруженномъ пролетѣ перерѣзывающее усиліе по всей длинѣ пролета имѣетъ уже величину, какъ и перерѣзывающее усиліе на лѣвой опорѣ того же пролета, то, слѣдовательно, въ ненагруженныхъ пролетахъ перерѣзывающія усилія подлинѣ каждаго пролета - величина постоянная, причемъ числовыя значенія перерѣзывающихъ усилій убываютъ по мѣрѣ удаленія отъ нагруженнаго пролета и мѣняютъ послѣдовательно знаки. На чертежѣ (§) изображенъ законъ измѣненія значеній перерѣзывающихъ усилій въ нагруженномъ и ненагруженномъ пролетахъ - въ случаѣ нагрузки одного изъ пролетовъ сосредоточенными грузами, а въ другомъ пунктиромъ - при загрузкѣ пролета сплошной нагрузкой.

черт. 2.



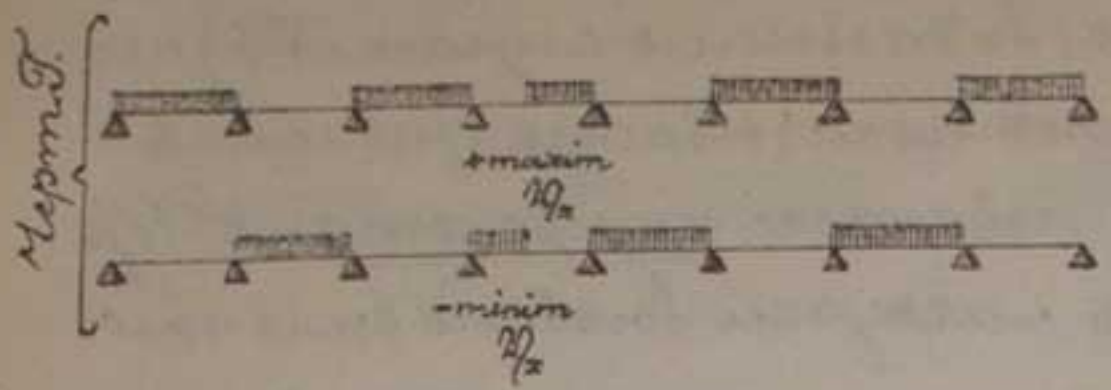
Изъ чертежа (5) слѣдуетъ, что непосредственно вправо отъ нагруженнаго пролета и далѣе черезъ пролетъ расположены пролеты съ положительными перерѣзывающими усиліями. Промежуточные пролеты имѣютъ въ обоихъ случаяхъ противоположные знаки.

Если бы, слѣдовательно, въ какомъ либо сѣченіи пролета №4 было вызвано положительное перерѣзывающее усиліе отъ полѣзненной въ этомъ пролетѣ нагрузки, то, желая увеличить это перерѣзывающее усиліе путемъ нагрузки другихъ пролетовъ, необходимо загрузить предъидущій лѣвый пролетъ, т.е. №3 и притомъ возможно большимъ числомъ грузовъ. Равнымъ образомъ, если бы въ какомъ либо сѣченіи пролета №6 было положительное перерѣзывающее усиліе отъ самостоятельной нагрузки, то перерѣзывающее усиліе могло бы быть увеличено нагрузкой предъидущаго лѣваго пролета №5, а затѣмъ и нагрузкой пролета №3, такъ какъ грузъ, полѣзненный въ этомъ пролетѣ, вызоветъ также положительное перерѣзывающее усиліе въ пролетѣ №6. То же слѣдуетъ сказать и о необходимости загрузки всѣхъ остальныхъ чрезъ одинъ

пролетовъ, расположенныхъ влѣво отъ разсматриваемаго загруженнаго (въ данномъ случаѣ №6) пролета. Тотъ же чертежъ показываетъ, что, если бы напримѣръ, въ какомъ-либо сѣченіи пролета №1 къ полученной на немъ нагрузки вызвано было положительное перерѣзывающее усиліе, то послѣднее могло бы быть увеличено получившейся нагрузки въ пролетѣ №3, а затѣмъ въ №5 и т.д. черезъ пролетъ. Отсюда слѣдуетъ такое правило: для увеличенія положительнаго перерѣзывающаго усилія въ какомъ-либо сѣченіи разсматриваемаго пролета, необходимо загрузить черезъ пролетъ, какъ лѣвые, такъ и правые пролеты, причемъ смежный лѣвый пролетъ будетъ загруженнымъ, а правый смежный - незагруженнымъ. Обратное расположеніе нагрузки будетъ, очевидно, имѣть мѣсто при увеличеніи отрицательныхъ перерѣзывающихъ усилій въ какомъ-либо сѣченіи разсматриваемаго пролета.

Сопоставивъ все вышесказанное относительно загрузки разсматриваемаго и остальныхъ пролетовъ, получаемъ слѣдующее правило: + тахіт Π_x имѣетъ мѣсто, когда въ разсматриваемомъ пролетѣ нагрузка расположена отъ даннаго сѣченія до правой или до лѣвой опоры, а остальные пролеты нагружены черезъ одинъ пролетъ такъ, что къ загруженной части разсматриваемаго пролета примыкаетъ незагруженный пролетъ, а къ незагруженной части разсматриваемаго пролета - примыкаетъ загруженный пролетъ.

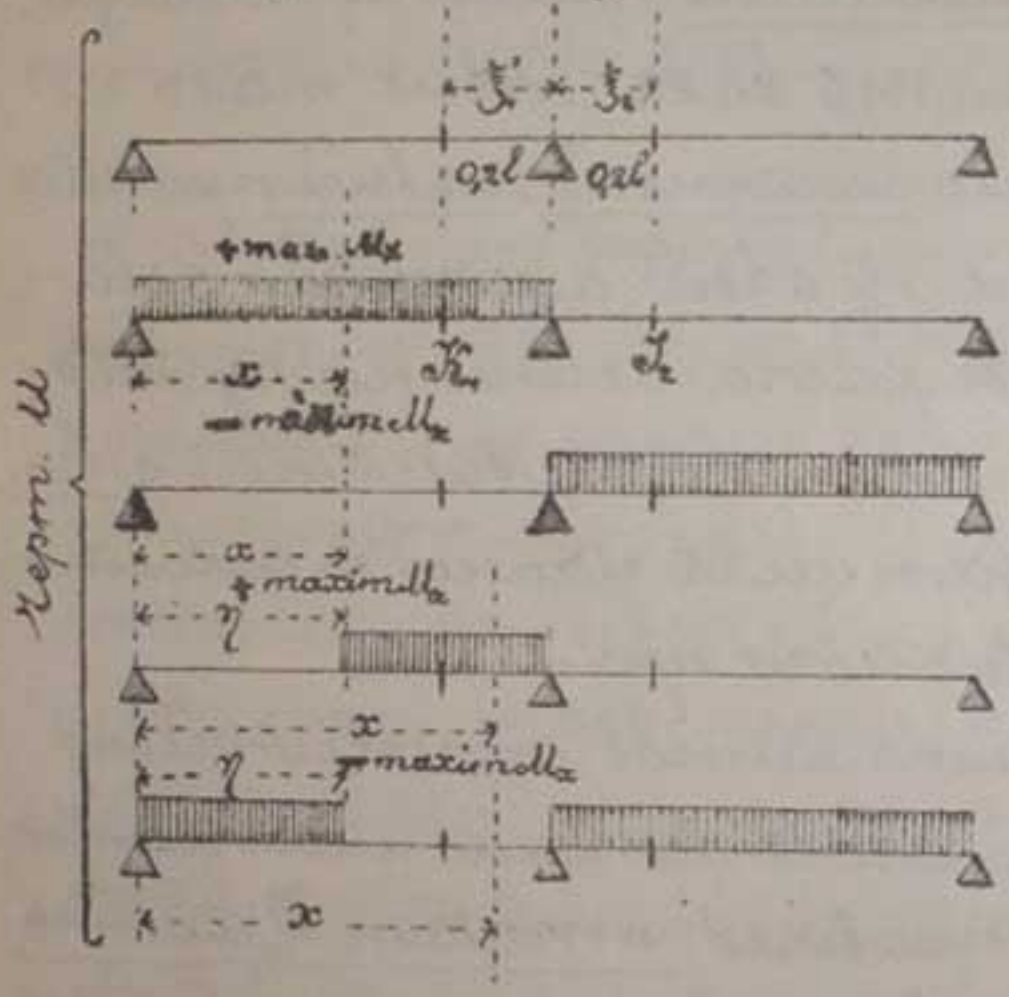
На чертежѣ (Г) показано невыгодное расположеніе



нагрузки, соотвѣтствующее (+maxim M_x) и (−minim. M_x) въ данномъ сѣченіи четвертаго пролета многопролетной балки о восьми пролетахъ

Ѳ.) Примѣненіе выведенныхъ формулъ къ нѣкоторымъ частнымъ случаямъ.

Пусть имѣемъ двухпролетную съ равными пролетами балку и требуется опредѣлить невыгодное положеніе нагрузки для полученія въ любомъ сѣченіи (+Maxim M_x) (−Maxim M_x), [черт. 9].



Прежде всего опредѣлимъ положеніе фокусовъ.

Для перваго пролета: разстояніе лѣваго фокуса отъ лѣвой опоры: $\xi_1 = 0$; разстояніе праваго фокуса отъ правой опоры:

$$\xi_1' = \frac{l_1}{1 + r_1} \quad [\text{см. форм. } (\partial)];$$

но $r_1 = \frac{2(l_1 + l_1)}{l_1} = 4$ [см. форм. (в)]. Слѣдовательно:

$$\xi_1' = 0{,}2\,l_1.$$

Для втораго пролета: $\xi_2 = \frac{l_1}{1 + (\mu_2)}$, гдѣ:

$$\mu_2 = \frac{2(l_1 + l_1)}{l_1} = 4 \quad [\text{см. форм. } (\alpha)].$$

Слѣдовательно: $\xi_2 = 0{,}2\,l_1$ и $\xi_2' = 0$.

На основаніи $\delta(\mu)$ для всѣхъ сѣченій перваго пролета, заключающихся между:

$$l - \xi' > x > \xi,$$

т.е. въ данномъ случаѣ между: $x = 0$ и $x = l - 0{,}2l = 0{,}8l$ ($+ Maxim. M_x$) и ($- Maxim. M_x$) - будетъ имѣть мѣсто, когда весь первый пролетъ загруженъ или не загруженъ при соотвѣтственной разгрузкѣ или загрузкѣ второго пролета.

Если $x > l - \xi'$, т.е., если $x > 0{,}8l$, то ($+ Maxim. M_x$) и соотвѣтственно ($- Maxim. M_x$) имѣетъ мѣсто, когда нагрузка надвинута отъ правой или соотвѣтственно отъ лѣвой опоры до сѣченія, разстояніе котораго (η) отъ лѣвой опоры опредѣлится по формулѣ (r) или (303^g):

$$[\xi(l-x) - \xi' x]\eta^2 + 3\xi l(l - x - \xi')\eta - l^2(l - 3\xi)(l - \xi' - x) = 0,$$

а остальные пролеты нагружены такъ, что къ загруженному концу примыкаетъ незагруженный пролетъ и обратно. Въ данномъ случаѣ $\xi = 0$, $\xi' = 0{,}2l$.

Слѣдовательно: $-0{,}2 . l . x\eta^2 - l^3(l - 0{,}2l - x) = 0;$

$$0{,}2lx\eta^2 + l^3(0{,}8l - x) = 0; \quad \eta^2 + l^2\left(\frac{4l}{x} - 5\right) = 0;$$

$$\eta^2 = l^2\left(5 - \frac{4l}{x}\right); \quad \eta = l\sqrt{5 - \frac{4l}{x}},$$

т.е. получилось значеніе η, выведенное ранѣе другимъ путемъ (см. формулу 303^a), причемъ буквой η обозначено то, что прежде означалось буквой a.

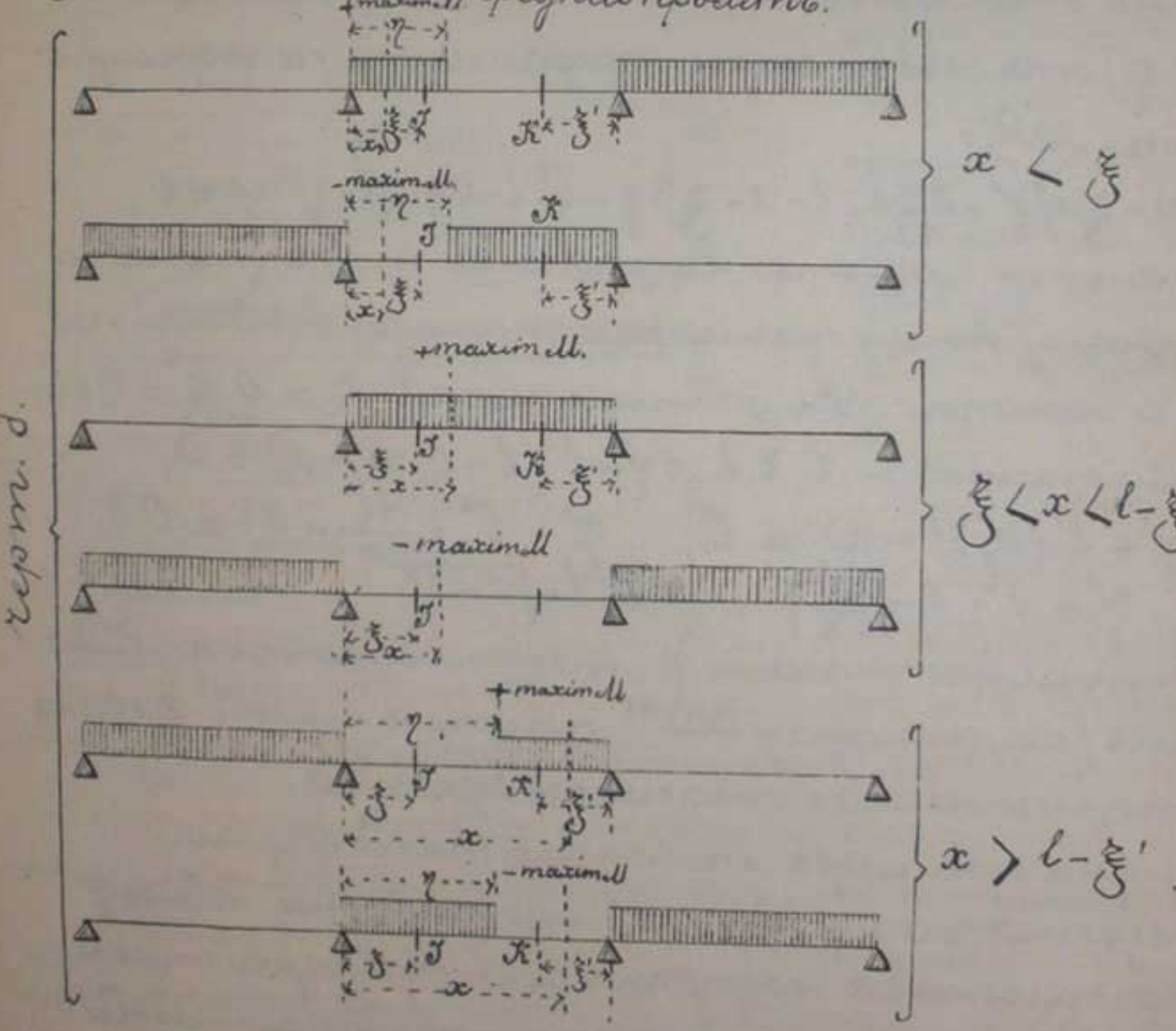
Возьмемъ примѣръ трехпролетной балки.

На чертежахъ (а) и (б) изображены невыгодныя расположенія нагрузокъ для трехпролетной, а на чертежѣ (в) - вообще для многопролетной балки.

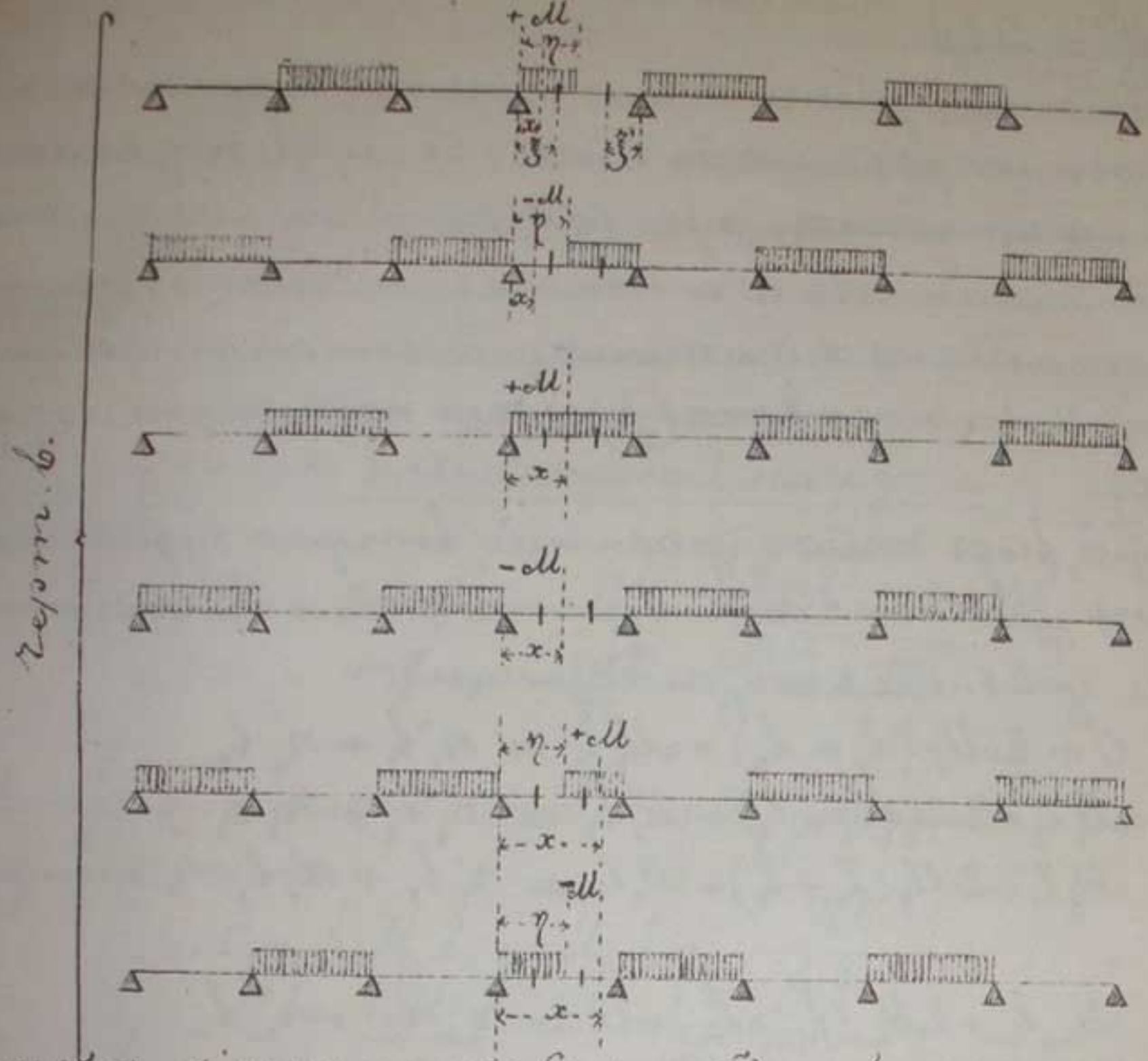
Для крайняго пролета $\xi = 0$, а поэтому возможны 2 случая: $x < l - \xi'$ и $x > l - \xi'$, причемъ во второмъ случаѣ (η) опредѣляется по формулѣ (303^g) (см. діаграммы черт. а).

Крайний пролетъ.

Средній пролетъ.



Изъ средняго пролетъ (черт. б) какъ ξ, такъ и ξ' имѣютъ конечныя значенія, а потому здѣсь возможны случаи: $x < \xi$, $\xi < x < l - \xi'$ и $x > l - \xi'$. На двухъ



Черт. 6.

первыхъ діаграммахъ (черт. 6) изображены нагрузки, соотвѣтствующія (+maxim M) и (−maxim M), при $x < \xi$, причемъ абсцисса η опредѣлена по формулѣ (303ᵃ). На третьей и четвертой діаграммахъ показано расположеніе загрузки, соотвѣтствующее (+maxim M) и (−maxim M) для $\xi < x < l - \xi'$. Наконецъ, на пятой и шестой діаграммахъ показано соотвѣтствующее расположеніе нагрузокъ для $x > l - \xi'$, причемъ абсцисса η опредѣлена по формулѣ (303ᵍ).

Въ виду того, что въ трехпролетной балкѣ для средняго пролета $\xi = \xi'$, то, очевидно, абсцисса η въ первой и второй діаграммахъ должна равняться $l - \eta$ въ пятой и шестой діаграммахъ, въ чемъ лег-

но убѣдиться, положивъ въ формулахъ: (303^k) и (303^i).

$$\xi = \xi' = 0{,}2l$$

Чтобы получить аналитическія выраженія моментовъ при различныхъ способахъ загрузокъ, указанныхъ на чертежахъ (а) и (б), воспользуемся уравненіями моментовъ и чтобы не усложнять формулы, напишемъ выраженія моментовъ отдѣльно для собственнаго вѣса (р) и для подвижной нагрузки (к).

Общій видъ этихъ уравненій, которыя будемъ называть уравненіями моментовъ или Клапейроновыми уравненіями, слѣдующій:

$$0 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = n_1'' l_1 + n_2' l_2 ,$$
$$M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3 l_3 = n_2'' l_2 + n_3' l_3 ,$$
$$M_2 l_3 + 2M_3(l_3 + l_4) + M_4 l_4 = n_3'' l_3 + n_4' l_4 ,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$M_{n-2} l_{n-1} + 2M_{n-1}(l_{n-1} + l_n) + 0 = n_{n-1}'' l_{n-1} + n_n' l_n ,$$

гдѣ: $M_1, M_2, \ldots, M_{n-1}$ моменты на опорахъ (моменты на первой опорѣ M_0 и на послѣдней M_n равны нулю; затѣмъ M_{m-1} представляетъ моментъ на <u>правой</u> опорѣ $m-1^{го}$ пролета или моментъ на <u>лѣвой</u> опорѣ $m^{го}$ пролета и т.д.)

$$n_1'' = m_1' + 2m_1'' \quad ; \quad n_2' = 2m_2' + m_2'' ,$$
$$n_2'' = m_2' + 2m_2'' \quad ; \quad n_3' = 2m_3' + m_3'' ,$$

m_1' и m_1'', m_2' и m_2'' . . . . – <u>моменты на лѣвой и правой опорахъ</u> на пролетахъ $l_1, l_2, \ldots$ въ предположеніи, что каждый изъ пролетовъ представляетъ собою балку съ горизонтально защемленными концами. Затѣмъ моментъ въ любомъ сѣченіи l_m пролета

$$M_x = M_{m-1}\left(1 - \frac{x}{l_m}\right) + M_m \frac{x}{l_m} - \frac{X'_m x}{l_m} + X_m ,$$

где X'_m – моментъ нагрузки, заключающейся между лѣвой и правой опорами, взятый относительно правой опоры, а X_m – моментъ нагрузки между лѣвой опорой и разсматриваемымъ сѣченіемъ относительно того же сѣченія.

Переходя къ нашему случаю трехпролетной съ одинаковыми пролетами балки, подверженной дѣйствію равномѣрной нагрузки p, замѣчаемъ, что:

$$n''_1 = m'_1 + 2m''_1 = -\frac{pl^2}{12} - \frac{2pl^2}{12} = -\frac{pl^2}{4} ,$$
$$n'_2 = 2m'_2 + m''_2 = -\frac{2pl^2}{12} - \frac{pl^2}{12} = -\frac{pl^2}{4}$$

и т. д.

Слѣдовательно, Клапейроновы уравненія перепишутся такъ:

$$0 + 4M_1 l + M_2 l = -\frac{pl^3}{2} ,$$
$$M_1 l + 4M_2 l + 0 = -\frac{pl^3}{2} ,$$

такъ какъ $M_0 = 0$ и $M_3 = 0$.

Рѣшая эти уравненія совмѣстно, найдемъ:

$$M_1 = M_2 = -\frac{pl^2}{10} .$$

Слѣдовательно для перваго пролета:
$M_{m-1} = M_0 = 0$, $M_m = M_1 = -\frac{pl^2}{10}$, $X'_m = X'_1 = -\frac{pl^2}{4}$, $X_m = X_1 = -\frac{pl^2}{2}$, $l_m = l$. Для втораго пролета:
$M_{m-1} = M_1 = -\frac{pl^2}{10}$, $M_m = M_2 = -\frac{pl^2}{10}$, $X_m = X_2 = -\frac{pl^2}{2}$, $X'_m = X'_2 = -\frac{pl^2}{2}$.
Слѣдовательно, моментъ въ любомъ сѣченіи перваго пролета:

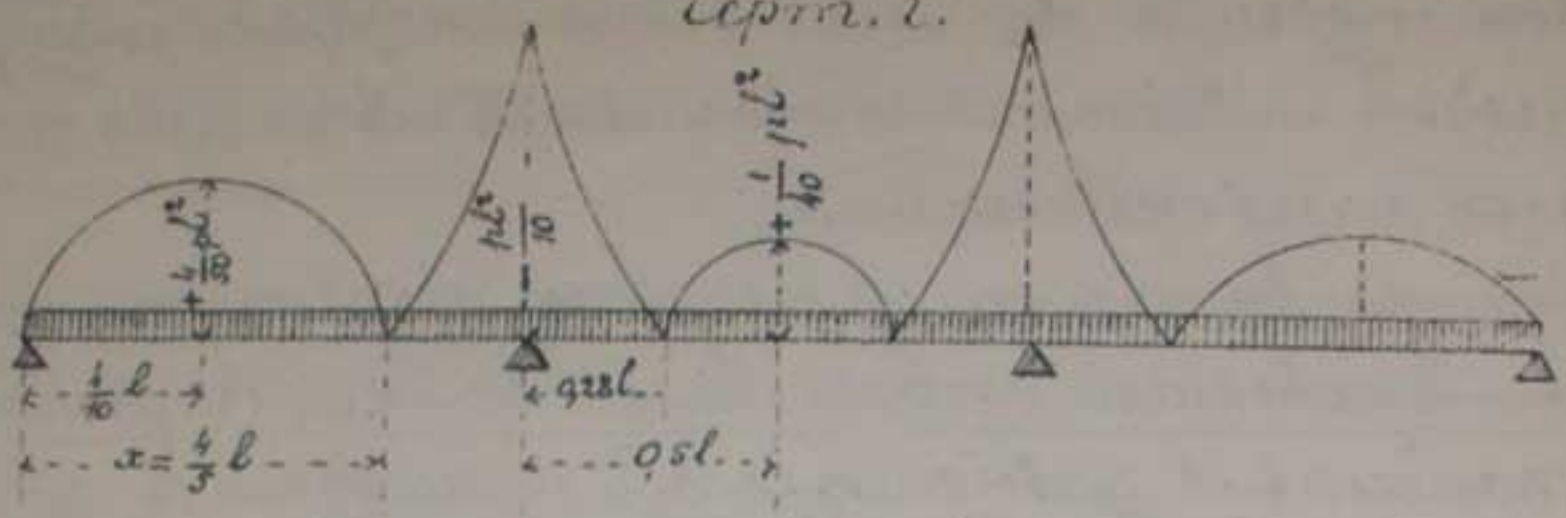
$$(M_1)_x = \left(-\frac{pl^2}{10} + \frac{pl^2}{2}\right)\cdot\frac{x}{l} - \frac{px^2}{2} = \frac{px}{2}\left(\frac{4}{5}l - x\right) \quad \ldots\ldots (303^a);$$

моментъ въ любомъ сѣченіи втораго пролета:

$$(M_2)_x = -\frac{pl^2}{10} + \left(+\frac{pl^2}{10} - \frac{pl^2}{10} + \frac{pl^2}{2}\right)\cdot\frac{x}{l} - \frac{px^2}{2} = \frac{p}{2}\left[x(l-x) - \frac{l^2}{5}\right] \quad (303^b)$$

Графически законъ измѣненія моментовъ изобразится (черт. 2) такъ:

Черт. 2.



Моментъ въ третьемъ пролетѣ выражается такъ же какъ въ первомъ пролетѣ, считая за x - разстояніе отъ крайней правой опоры.

Значенія перерѣзывающихъ усилій:

На первой опорѣ:

$$D_0' = \frac{M_1 - M_0}{l} - \frac{X_1'}{l} = -\frac{pl}{10} + \frac{pl}{2} = \frac{2}{5}pl;$$

на второй опорѣ:

$$D_1' = \frac{M_2 - M_1}{l} - \frac{X_2'}{l} = -\frac{pl}{10} + \frac{pl}{10} + \frac{pl}{2} = \frac{pl}{2}$$

Сопротивленіе опоръ:

первой: $$A = D_0' = \frac{2}{5}pl.$$

Сопротивленіе второй опоры найдется изъ равенства:

$$D_1' = D_0' - pl + B.$$

Слѣдовательно:

$$B = D_1' - D_0' + pl = \frac{pl}{2} - \frac{2}{5}pl + pl = 1{,}1\,pl.$$

Перерѣзывающее усиліе въ любомъ сѣченіи перваго пролета:

$$(D_1')_x = A - px = p\left(\frac{2}{5}l - x\right)$$

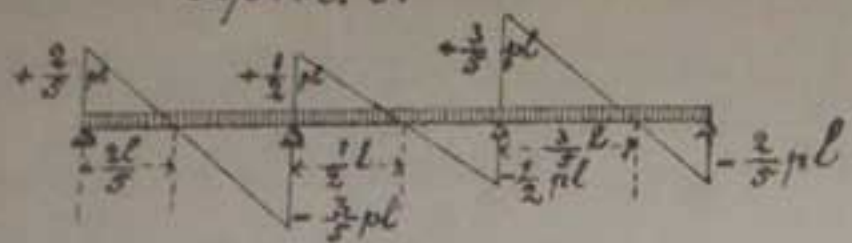
Перерѣзывающее усиліе во второмъ пролетѣ:

$$(D_2')_x = D_1' - px = A + B - pl - px = \frac{pl}{2} - px = p\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

[считая x отъ второй опоры].

Графическое изображеніе закона измѣненія перерѣзывающихъ усилій (черт. 3):

Черт. д.



Переходимъ теперь къ выводу выраженій +maxim. M_x и −maxim. M_x отъ дѣйствія подвижной нагрузки.

Крайній пролетъ. Для способа загрузки, указанна-го на первой діаграммѣ (черт. а):

$$n_1'' = m_1' + 2m_1'' = -\frac{xl^2}{12} - \frac{2xl^2}{12} = -\frac{xl^2}{4}$$
$$n_2' = 2m_2' + m_2'' = 0,$$
$$n_2'' = m_2' + 2m_2'' = 0,$$
$$n_3' = 2m_3' + m_3'' = -\frac{xl^2}{4}.$$

Слѣдовательно, Клапейроновы уравненія перепишут-ся такъ:

$$0 + 4M_1 l + M_2 l = -\frac{xl^3}{4}; \quad M_1 l + 4M_2 l = -\frac{xl^3}{4},$$

откуда: $$M_1 = M_2 = -\frac{xl^2}{20}.$$

Для первaго пролета:

$$M_{m-1} = M_0 = 0; \quad M_m = M_1 = -\frac{1}{20} xl^2; \quad X_m' = X_1' = -\frac{xl^2}{2}; \quad X_m = -\frac{xx^2}{2}.$$

Слѣдовательно:

$$+\text{maxim } M_{1x} = (M_1)_x = -\frac{1}{20} klx + \frac{xlx}{2} - \frac{xx^2}{2} = \frac{xx}{2}\left\{\frac{9}{10} l - x\right\} \ldots\ldots (303^i)$$

Тожe самое расположеніе нагрузки соотвѣтствуетъ четвертой діаграммѣ (черт. б), а потому:

Для второго пролета:

$$M_{m-1} = M_1 = -\frac{xl^2}{20}; \quad M_m = M_2 = -\frac{xl^2}{20}; \quad X_m' = X_2' = 0; \quad X_m = 0.$$

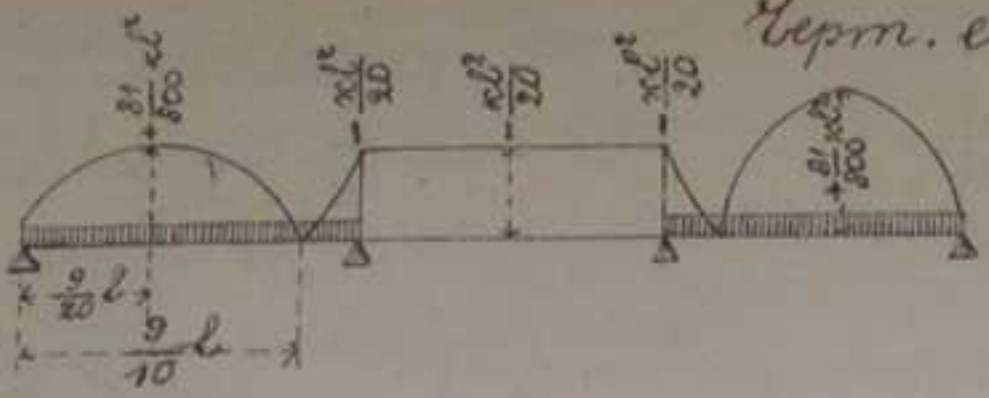
Слѣдовательно:

$$-\text{maxim } M_{2x} = (M_2)_x = -\frac{xl^2}{20} - \frac{klx}{20} + \frac{klx}{20} = -\frac{xl^2}{20} \left(\begin{matrix}\text{отъ } x \text{ не}\\ \text{зависитъ}\end{matrix}\right) \ldots\ldots (303^{ii})$$

Законъ измѣненія моментовъ, выраженный фор-мулами: (303^i) и (303^{ii}), изобразится графически слѣ-дующимъ образомъ (черт. в):

Профессоръ

Черт. е.



Для получения аналитических выражений: $+maxim M_x$ и $-minim M_x$ для способа загрузки, указанного на второй диаграмме (черт. д), замечаем, что этот способ загрузки, рассматриваемый одновременно с способом загрузки на первой диаграмме, соответствует полной загрузке всех трех пролетов, поэтому, вычитая (303^c) из (303^b), получим:

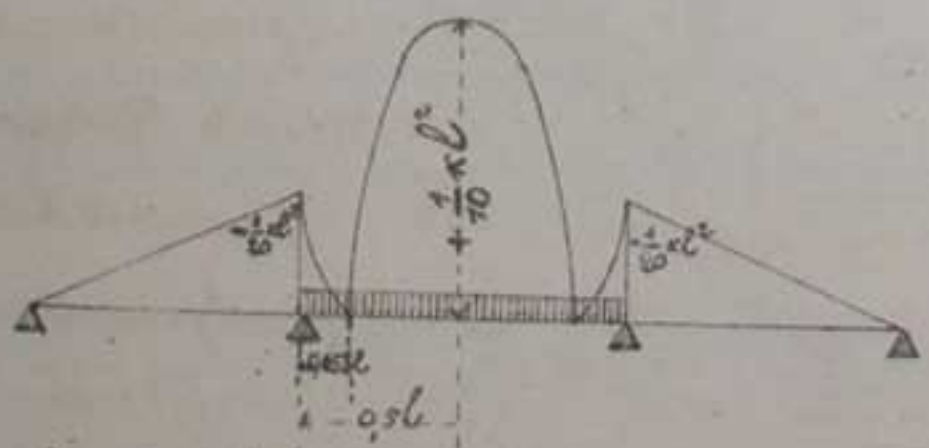
$$-maxim M_{1x} = \frac{xx}{2}\left(\frac{4}{5}l - x\right) - \frac{xx}{2}\left(\frac{9}{10}l - x\right) = -\frac{1}{20}xlx \left(\begin{matrix}\text{уравнение}\\ \text{прямой}\end{matrix}\right) \ldots (303^{c'})$$

Равными образами, чтобы получить выражение $+maxim M_{2x}$ для диаграммы третьей (черт. б), вычитаем $(303^{c'})$ из (303^a), получаем:

$$+maxim M_{2x} = \frac{x}{2}\left[x(l-x) - \frac{l^2}{5}\right] + \frac{xl^2}{20} = \frac{x}{2}\left[x(l-x) - \frac{l^2}{20}\right] \ldots\ldots (303^{c''}).$$

Законы изменения моментов, выраженных формулами $(303^{c'})$ и $(303^{c''})$, изображаются графически на (черт. ж).

Черт. ж.



Для способа загрузки, указанного на третьей диаграмме (черт. а):

$$n_1'' = m_1' + 2m_1'' = -\frac{x(l-a)^3.(l+3a)}{12l^2} - \frac{2x(l-a)^2.(l^2+2la+3a^2)}{12l^2},$$

$$n_2' = 2m_2' + m_2'' = 0,$$

$$n_2'' = m_2' + 2m_2'' = 0,$$

$$n_3' = 2m_3' + m_3'' = -\frac{2xl^2}{12} - \frac{xl^2}{12} = -\frac{xl^2}{4}$$

Клапейроновы уравнения:

$$4.M_1 l + M_2 l = -\frac{x(l-a)^2}{12l}\left[(l-a)(l+3a) + 2(l^2+2la+3a^2)\right] = -\frac{x(l-a)^2}{4l}(l^2+2al+a^2) = -\frac{x(l^2-a^2)^2}{4l},$$

$$M_1 l + 4.M_2 l = -\frac{xl^2}{4}, \quad \text{откуда:}$$

$$M_1 = -\frac{x[4(l^2-a^2)-l^2]}{60l^2} \quad ; \quad M_2 = -\frac{x[4l^2-(l^2-a^2)^2]}{60l^2}$$

Слѣдовательно, для <u>перваго</u> пролета:

$$M_{m-1} = M_0 = 0; M_m = -\frac{[4(l^2-a^2)^2-l^2]}{60l^2} \; ; \; X'_m = X'_1 = -\frac{x(l-a)^2}{2} \; ;$$

$$X_m = X_1 = -\frac{x(x-a)^2}{2} \; .$$

Слѣдовательно:

$$+\max M_x = (M_1)_x = \left[-\frac{x[4(l^2-a^2)^2-l^2]}{60l^2} + \frac{x(l-a)^2}{2l}\right]x - \frac{x(x-a)^2}{2} \quad \ldots\ldots (303^k),$$

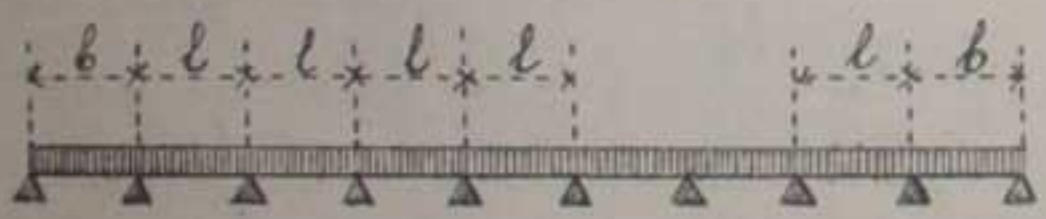
гдѣ a опредѣлено изъ уравненія (303^j).

Выводъ формулъ для остальныхъ разобранныхъ случаевъ загрузки понятенъ изъ предъидущаго.

На чертежѣ (b) изображены невыгодные способы загрузки какого либо промежуточнаго пролета многопролетной балки, причемъ въ двухъ первыхъ діаграммахъ $x < \xi$; въ двухъ среднихъ $\xi < x < l - \xi'$; въ двухъ послѣднихъ $x > l - \xi'$, гдѣ ξ и ξ' – разстоянія фокусовъ F и K отъ ближайшихъ опоръ.

<u>III. Изслѣдованіе условій, при которыхъ моменты на опорахъ при нѣкоторыхъ частныхъ способахъ загрузки получаются одинаковыми.</u>

<u>a.) Всѣ пролеты нагружены сплошной нагрузкой.</u>



Если предположимъ, что имѣемъ n пролетовъ, причемъ всѣ средніе пролеты одинаковой длины l равны между собой, а два крайніе пролета равны каждый b и $l = \delta b$, то моменты на опорахъ выражаются формулой:

$$X_m^{1,2,3\ldots,n} = -\frac{1}{12} pb^2 \left(\delta^2 + \frac{M_{q+1-m}}{K_q} \cdot \frac{3-2\delta^2}{3\delta + \frac{M_q}{K_q}}\right)^{(*)} \quad \ldots\ldots\ldots (303^l)$$

(*) Bresse. Cours de Mecanique appliquée. Troisième partie. P. 153.

где $q = \frac{n-2}{2}$ (*), m - указатели $1, 2, 3, \ldots, n-1$, относящіеся къ опорамъ: $2, 3, 4, \ldots, n$ (такъ какъ для опоры 1° и $n+1$°, $x = 0$). Указатели же $1, 2, 3, \ldots n$, поставленные вверху, обозначаютъ, что нагрузжены: 1, 2, 3, ... и т.д. пролеты.

Заметимъ коэффиціенты M и N имѣютъ нижеслѣдующія значенія для различныхъ указателей и опредѣляются по формуламъ:

$$M_x = \frac{1}{2}\left(\alpha'^x + \alpha''^x\right) = \frac{1}{2}\left\{\left(-2-\sqrt{3}\right)^x + \left(-2+\sqrt{3}\right)^x\right\};$$

$$N_x = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left(\alpha'^x - \alpha''^x\right) = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left\{\left(-2-\sqrt{3}\right)^x - \left(-2+\sqrt{3}\right)^x\right\};$$

или: $$M_x = (-1)^x\left[2^x + \frac{3x(x-1)}{1.2}2^{x-2} + \frac{9x(x-1)(x-2)(x-3)}{1.2.3.4}2^{x-4} + \ldots\right];$$

$$N_x = (-1)^x\left[x.2^{x-1} + \frac{3x(x-1)(x-2)}{1.2.3}2^{x-3} + \frac{9x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{1.2.3.4.5}2^{x-5} + \ldots\right].$$

Слѣдовательно, для:

$k = 0$,	1 ,	2 ,	3 ,	4 ,	5 ,
$M_x = 1$,	-2 ,	$+7$,	-26 ,	$+97$,	-362 ,
$N_x = 0$,	-1 ,	$+4$,	-15 ,	$+56$,	-209 ;
$k = 6$,	7 ,	8 ,	9 ,	10 ,	11 ,
$M_x = 1351$,	-5042 ,	18817 ,	-70226 ,	262087 ,	-978122 ,
$N_x = +780$,	-2911 ,	10864 ,	-40545 ,	151316 ,	-564719 .

[Замѣтимъ, что различныя значенія N_x - представляютъ собою ничто иное, какъ извѣстныя Каталановы числа](**)

Значенія M_x и N_x связаны между собою слѣдующей зависимостью:

$$M_x + 4M_{x+1} + M_{x+2} = 0 \quad (***),$$
$$N_x + 4N_{x+1} + N_{x+2} = 0 \quad ,$$

(*) Ibid. Page 151.
(**) Winkler. Theorie der Elasticität. Page 120.
(***) Bresse. Page 129, 132 и 133.

позволяющей находить значения M_x и N_x для любого значения k, коль скоро известны эти величины для двух предыдущих значений k.

Что касается значений M_x и N_x для $k = m + \frac{1}{2}$, где m - какое либо цѣлое число, то, называя черезъ $i = \sqrt{-\frac{1}{2}}$, имѣется слѣдующая зависимость:

$$\frac{1}{i} M_{m+\frac{1}{2}} = N_m - N_{m+1},$$
$$\frac{1}{i} N_{m+\frac{1}{2}} = -N_m - N_{m+1} \quad (*).$$

Такъ, напримѣръ, для:

$2k=$	1 ,	3 ,	5 ,	7 ,	9 ,	11 ,
$\frac{1}{i}M_k=$	1 ,	-5 ,	19 ,	-71 ,	265 ,	-989 ,
$\frac{1}{i}N_k=$	1 ,	-3 ,	11 ,	-41 ,	153 ,	-571 ,
$2k=$	13 ,	15 ,	17 ,	19 ,	21 ,	
$\frac{1}{i}M_k=$	3691 ,	-13775 ,	51409 ,	-191861 ,	716035 ,	
$\frac{1}{i}N_k=$	2131 ,	-7953 ,	29681 ,	-110771 ,	413403 ,	
$2k=$	23 ,	25 ,				
$\frac{1}{i}M_k=$	-2672279 ,	9973081 ,	$(**)$			
$\frac{1}{i}N_k=$	-1542841 ,	5757361 , ...				

Замѣтимъ далѣе, что для различныхъ k отношеніе $\frac{M_k}{N_k}$ составляетъ:

для $k=$	0 ,	$\frac{1}{2}$,	1 ,	$1\frac{1}{2}$,	2 ,	$2\frac{1}{2}$,	3 ,	$3\frac{1}{2}$, ...
$\frac{M_k}{N_k}=$	1 ,	1 ,	2 ,	$\frac{5}{3}$,	$\frac{7}{4}$,	$\frac{19}{11}$,	$\frac{26}{15}$,	$\frac{71}{41}$, ...

что представляетъ собой значеніе непрерывной периодической дроби: $\mathfrak{A} = 1 + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cdots\cdots}}}}}} = \sqrt{3}$

(*) Ibid. Page 135 et 139.

(**) Ibid. Page 137.

и легко видѣть изъ общихъ выраженій M_x и N_x, что при x очень большомъ:

$$\frac{M_x}{N_x} = \frac{\frac{1}{2}\left\{(-2-\sqrt{3})^x + (-2+\sqrt{3})^x\right\}}{\frac{1}{2\sqrt{3}}\left\{(-2-\sqrt{3})^x - (-2+\sqrt{3})^x\right\}}$$

приближается къ предѣлу $\lim \frac{M_x}{N_x} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$, такъ какъ численное значеніе второго члена, какъ меньшаго единицы, постоянно уменьшается и, слѣдовательно, можетъ быть отброшено.

Изъ тѣхъ же основаній, при x - очень большомъ:

$$\lim. M_x = \frac{1}{2}(-2-\sqrt{3})^x = \frac{1}{2}\alpha'^x,$$
$$\lim. N_x = \frac{1}{2\sqrt{3}}(-2-\sqrt{3})^x = \frac{1}{2\sqrt{3}}\alpha'^x.$$

Такъ, напримѣръ, для двухпролетной балки съ равными пролетами, моментъ на второй опорѣ, т.е. X_1 - опредѣлится слѣдующимъ образомъ:

$$q = \frac{2-2}{2} = 0; \qquad m = 1; \quad q+1-m = 0.$$

Слѣдовательно:

$$M_{q+1-m} = M_0 = 1; \quad N_q = 0; \quad \delta = 1; \quad M_q = M_0 = 1;$$

$$X_1 = -\frac{1}{12}pb^2\left[\delta + \frac{M_{q+1-m}}{N_q}\cdot\frac{(3-2\delta^2)\cdot N_q}{3\delta N_q + 2M_q}\right] = -\frac{1}{12}pb^2\left(1+\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}pb^2.$$

Для трехпролетной балки $n=3$; $q = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$. Для второй опоры: $m=1$; $q+1-m = \frac{1}{2}$. Слѣдовательно:

$$M_{q+1-m} = M_{\frac{1}{2}} = i = \sqrt{-\frac{1}{2}}; \quad N_q = N_{\frac{1}{2}} = i = \sqrt{-\frac{1}{2}};$$
$$M_q = M_{\frac{1}{2}} = i = \sqrt{-\frac{1}{2}};$$
$$X_1 = -\frac{1}{12}pb^2\left(1+\frac{1}{3+2}\right) = \frac{6}{5}\cdot\frac{1}{12}pb^2 = -\frac{1}{10}pb^2 - \text{(результатъ, полученный ранѣе другимъ путемъ)}$$

Для третьей опоры: $m=2$; $q+1-m = -\frac{1}{2}$; $q = \frac{1}{2}$. Но свойство коэффиціентовъ M_x и N_x таково, что съ перемѣной знака указателя, численное значеніе коэффиціента M_x не измѣняется ни по знаку, ни по величинѣ, а въ N_x - измѣняется только по знаку, т.е.

$M_{-x} = M_x$ и $N_{-x} = -N_x$ (*). Слѣдовательно:

$$X_2 = -\frac{1}{12} pb^2 \left[1 + \frac{\sqrt{-\frac{1}{2}}}{3\sqrt{-\frac{1}{2}} + 2\sqrt{-\frac{1}{2}}}\right] = -\frac{1}{12} pb^2 \left(1 + \frac{1}{5}\right) = -\frac{1}{10} pb^2 = X_1 .$$

Для четырехпролетной балки: $n = 4$; $q = \frac{n-2}{2} = 1$.
Для второй опоры: $m = 1$; $q + 1 - m = 1$. Слѣдовательно
$M_{q+1-m} = M_1 = -2$; $N_2 = N_1 = -1$; $\frac{M_q}{N_q} = M_1 = -2$; $\frac{M_q}{N_q} = 2$.
Слѣдовательно:

$$X_1 = -\frac{1}{12} pb^2 \left(1 + 2 . \frac{1}{3+4}\right) = -\frac{3}{28} pb^2 .$$

Для третьей опоры: $m = 2$; $q + 1 - m = 0$; $M_{q+1-m} = M_0 = 1$;
$N_q = N_1 = -1$; $M_q = M_1 = -2$; $\frac{M_q}{N_q} = 2$. Слѣдовательно:

$$X_2 = -\frac{1}{12} pb^2 \left(1 - 1 . \frac{1}{3 + 2.2}\right) = -\frac{6}{7} \cdot \frac{1}{12} pb^2 = -\frac{1}{14} pb^2 \text{ и т. д.}$$

Формула (303^l) показываетъ, что, если одновременно увеличиваются n и m, а слѣдовательно q и m, то указатель $q + 1 - m$ въ сравненіи съ q умаляется и поэтому $\frac{M_{q+1-m}}{N_q}$ приближается къ нулю. Слѣдовательно, при большемъ числѣ пролетовъ моменты на опорахъ значительно удаленныхъ отъ концовъ балки, приближаются по значенію къ нѣкоторой постоянной величинѣ: $X = -\frac{1}{n} pb^2$, соотвѣтствующей моменту на опорахъ балки съ горизонтально задѣланными концами.

Общее выраженіе для X_m (формула 303^b) показываетъ далѣе, что, если сдѣлать $3 - 2\delta^2 = 0$ или: $\delta = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}22474$, то на всѣхъ промежуточныхъ опорахъ моменты будутъ имѣть одно и тоже значеніе равное $-\frac{1}{12} pb^2$. Слѣдовательно, если желаемъ имѣть многопролетную балку съ одинаковыми моментами

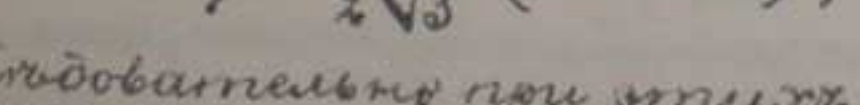
(*) Ibid.. Page 134 et 135.

ми на опорахъ при сплошной равномѣрной нагрузкѣ, то оба крайнихъ пролета должны быть меньше каждаго изъ среднихъ въ отношеніи $\frac{1}{1,22474}$ (*)

б.) Пролеты загружены равномѣрной нагрузкой поочередно.

1.) Четное число пролетовъ: нагрузка расположена на четныхъ пролетахъ.

$$X_m^{2,4,6,\ldots,n} = -\frac{1}{24} pb^2 \left[\delta^2 + \frac{M_{q+1-m}}{N_q} \cdot \frac{(3-2\delta^2)}{3\delta + 2\frac{M_q}{N_q}} + \frac{3N_{q+1-m}}{N_q} \cdot \frac{\delta^3 - 1}{2 + \delta \frac{M_q}{N_q}} \right] \quad (***) \quad \ldots \quad (303^m).$$



Указатели 2, 4, 6, ... n, поставленные вверху, показываютъ, что нагружены: второй, четвертый, шестой и т.д. четные пролеты.

Формула (303^m) показываетъ, что при конечномъ числѣ пролетовъ нельзя достигнуть того, чтобы моменты на всѣхъ опорахъ были одинаковыми, такъ какъ слѣдовало бы одновременно удовлетворить условіямъ:

$$3 - 2\delta^2 = 0 \quad \text{и} \quad \delta^3 - 1 = 0,$$

что не можетъ имѣть мѣсто.

Но при n и m очень большихъ, или q и m очень большихъ, какъ указано ранѣе:

$$\lim \frac{M_q}{N_q} = \sqrt{3}; \quad \lim M_{q+1-m} = \frac{1}{2}\left(-2-\sqrt{3}\right)^{q+1-m};$$

$$\lim N_q^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left(-2-\sqrt{3}\right)^q; \quad \lim N_{q+1-m} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\left(-2-\sqrt{3}\right)^{q+1-m}$$

Слѣдовательно при этихъ условіяхъ:

$$X_m^{2,4,6,\ldots,n} = -\frac{1}{24} pb^2 \left[\delta^2 + \sqrt{3}\left(-2-\sqrt{3}\right)^{1-m} \cdot \frac{(3-2\delta^2)}{3\delta + 2\sqrt{3}} + \frac{3\left(-2-\sqrt{3}\right)^{1-m} \cdot (\delta^3 - 1)}{2 + \delta\sqrt{3}} \right] =$$

(*) Эта зависимость была въ первый разъ доказана Журавскимъ. См. его труды по этому вопросу Т. II стр. 77.

(**) Ibid. Page 200.

$$=-\frac{1}{24}pb^2\left[\delta^2+\frac{3\sqrt{3}(-2-\sqrt{3})^{n-m}}{3\delta+\sqrt{3}}-\frac{2\delta^2\sqrt{3}(-2-\sqrt{3})^{n-m}}{3\delta+2\sqrt{3}}+\frac{3\delta^2(-2-\sqrt{3})^{n-m}}{2+\delta\sqrt{3}}-\frac{3\sqrt{3}(-2-\sqrt{3})^{n-m}}{2\sqrt{3}+3\delta}\right]=$$

$$=-\frac{1}{24}pb^2\left[\delta^2-\frac{2\delta^2(-2-\sqrt{3})^{n-m}}{\delta\sqrt{3}+2}+\frac{3\delta^2(-2-\sqrt{3})^{n-m}}{2+\delta\sqrt{3}}\right]=-\frac{1}{24}pb^2\delta^2\left[1-\frac{2(-2-\sqrt{3})^{n-m}}{\delta\sqrt{3}+2}+\frac{3\delta(-2-\sqrt{3})^{n-m}}{2+\delta\sqrt{3}}\right]=$$

$$=-\frac{1}{24}pb^2\delta^2\left[1+\frac{(-2-\sqrt{3})^{n-m}(3\delta-2)}{2+\delta\sqrt{3}}\right]=-\frac{1}{24}pb^2\delta^2\left[1+\frac{(-2+\sqrt{3})^{n-m}(3\delta-2)}{2+\delta\sqrt{3}}\right],$$

так как:

$$(-2-\sqrt{3})^{n-m}=\frac{1}{(-2-\sqrt{3})^{m-n}}=\frac{(-2+\sqrt{3})^{m-n}}{(-2-\sqrt{3})^{m-n}\cdot(-2+\sqrt{3})^{m-n}}=\frac{(-2+\sqrt{3})^{m-n}}{(4-3)^{m-n}}=(-2+\sqrt{3})^{m-n}.$$

Теперь, если задаться требованием, чтобы все X_m были между собою равны, необходимо, чтобы:

$$\delta=\frac{2}{3},$$

т. е. чтобы оба крайних пролета были больше каждого из средних в отношении $\frac{3}{2}$.

<u>*2.) Четное число пролетов; нагрузка расположена на нечетных пролетах.*</u>

Если $X_m^{2,4,6,\ldots,n}$ – обозначает значение моментов на опорах при загрузке всех пролетов, то, очевидно: $X_m^{2,4,6,\ldots,n}+X_m^{1,3,5,\ldots,n-1}=X_m^{1,2,3,\ldots,n}$. *Следовательно, искомое:* $X_m^{1,3,5,\ldots,n-1}=X_m^{1,2,3,\ldots,n}-X_m^{2,4,6,\ldots,n}=$

$$=-\frac{1}{12}pb^2\left[\delta^2+\frac{M_{q+1-m}}{N_q}\times\frac{3-2\delta^2}{3\delta+\frac{2M_q}{N_q}}\right]+$$

$$+\frac{1}{24}pb^2\left[\delta^2+\frac{M_{q+1-m}}{N_q}\times\frac{3-2\delta^2}{3\delta+2\frac{M_q}{N_q}}+\frac{3N_{q+1-m}}{N_q}\times\frac{\delta^2-1}{2+\delta\frac{M_q}{N_q}}\right]=$$

$$=-\frac{1}{24}pb^2\left[\delta^2+\frac{M_{q+1-m}}{N_q}\times\frac{3-2\delta^2}{3\delta+2\frac{M_q}{N_q}}-\frac{3N_{q+1-m}}{N_q}\cdot\frac{\delta^2-1}{2+\delta\frac{M_q}{N_q}}\right]\ldots\ldots(303^n).$$

При n и q+1−m – достаточно больших, сделав преобразования, подобно предыдущему, найдем, что:

$$X_m^{2,4,6,\ldots,n-1}=-\frac{1}{24}pb^2\left[\delta^2+\frac{(6-2\delta^2-3\delta)\cdot(-2+\sqrt{3})^{m-1}}{2+\delta\sqrt{3}}\right]\ldots\ldots\ldots$$

(*) *Ibid. Page 202.*

Слѣдовательно, всѣ моменты равны, когда: $6-2\delta^2-3\delta^3=0$, или когда $\delta = 1{,}0724$, т.е. необходимо, чтобы оба крайніе пролета были менѣе каждаго изъ среднихъ въ отношеніи $\frac{1}{1{,}0724}$.

Если предположить $\delta = 1$, то формула (303^m) равна (303^n). Слѣдовательно, въ фермѣ съ четнымъ числомъ равныхъ пролетовъ, нагрузка четныхъ или нечетныхъ пролетовъ вызываетъ одинаковые моменты на соотвѣтственныхъ опорахъ, причемъ, однако, моменты между собою не равны. Во всякомъ же случаѣ, при n очень большомъ, предѣльное значеніе моментовъ:

$$X = -\frac{1}{24} p b^2 .$$

3.) Нечетное число пролетовъ; нагрузка расположена на четныхъ пролетахъ

$$X_m^{2,4,6,\ldots,(n-1)} = -\frac{1}{24} p b^2 \delta^2 \left[1 + \frac{M_{q+1-m}}{N_q} \times \frac{3\delta-2}{3\delta+2\frac{M_2}{N_2}}\right] (*) \ldots\ldots (303^o).$$

Въ этомъ частномъ случаѣ равенство моментовъ на опорахъ можетъ имѣть мѣсто не только при очень большомъ значеніи n, но и при всякомъ конечномъ значеніи, для чего достаточно, чтобы:

$$3\delta - 2 = 0 \; ; \quad \delta = \frac{2}{3}$$

При n и m значительныхъ

$$X_m^{2,4,6,\ldots} = -\frac{1}{24} p b^2 \delta^2 \left[1 + \frac{(-2+\sqrt{3})^{m-1}\,(3\delta-2)}{2+\delta\sqrt{3}}\right] \ldots$$

4.) Нечетное число пролетовъ; нагрузка расположена на нечетныхъ пролетахъ.

$$X_m^{1,3,5,\ldots,n} = -\frac{1}{24} p b^2 \left[\delta^2 + \frac{M_{q+1-m}}{N_q} \times \frac{6-2\delta^2-3\delta^3}{3\delta+2}\right] \ldots\ldots\ldots (303^p)$$

И здѣсь всѣ моменты могутъ быть равны между собою, даже при конечномъ числѣ пролетовъ, лишь-бы

(*) Ibid. Page 203.

$6 - 2\delta^2 - 3\delta^3 = 0$, или: $\delta = 1,07240$.

При n и m очень большихъ, пришли бы къ тому же выводу, какъ и въ случаѣ (2).

Такимъ образомъ, при нечетномъ числѣ пролетовъ, при загрузкѣ пролетовъ поочередно, равенство моментовъ на опорахъ будетъ имѣть мѣсто при всякомъ числѣ пролетовъ, лишь бы были удовлетворены условія: $\delta = \frac{2}{3}$, или: $\delta = 1,0724$, смотря по тому, загружены ли четные или нечетные пролеты.

При четномъ числѣ пролетовъ – вышеуказанное имѣетъ мѣсто при тѣхъ же значеніяхъ: $\delta = \frac{2}{3}$ или $\delta = 1,0724$, но при дополнительномъ условіи, чтобы число пролетовъ было очень большое, и чтобы разсматриваемыя опоры были значительно удалены отъ концовъ балки.

Далѣе слѣдуетъ еще обратить вниманіе на ту значительную роль, которую играетъ радикалъ $\sqrt{3}$ во всѣхъ вопросахъ, касающихся многопролетныхъ симметричныхъ балокъ съ равными средними пролетами.

IV. Вліяніе расположенія опоръ на различныхъ уровняхъ.

До сихъ поръ мы разсматривали многопролетныя балки съ равными или неравными пролетами, но при условіи, что сѣченіе балки постоянное и что всѣ опоры находятся на одномъ уровнѣ. Посмотримъ, какое вліяніе оказываетъ повышеніе или пониженіе опоръ на значенія моментовъ и перерѣзывающихъ усилій при постоянномъ и переменномъ сѣченіяхъ балки. Ограничимся пока

балками постояннаго сѣченія.

Въ Отдѣлѣ деревянныхъ балочныхъ фермъ (въ Ч. II, стран. 53–66, 102–110) изложенъ общій ходъ опредѣленія значеній моментовъ и перерѣзывающихъ усилій въ неразрѣзныхъ балкахъ постояннаго сѣченія, имѣющихъ опорныя точки на одномъ и на различныхъ уровняхъ. При этомъ въ обоихъ случаяхъ выведена была зависимость между опорными моментами на <u>двухъ смежныхъ пролетахъ</u>: [стр. 58 - формула (30¹) и стр. 103 формула (76)], т. е. одинъ изъ частныхъ случаевъ такъ называемой <u>теоремы трехъ моментовъ</u>.

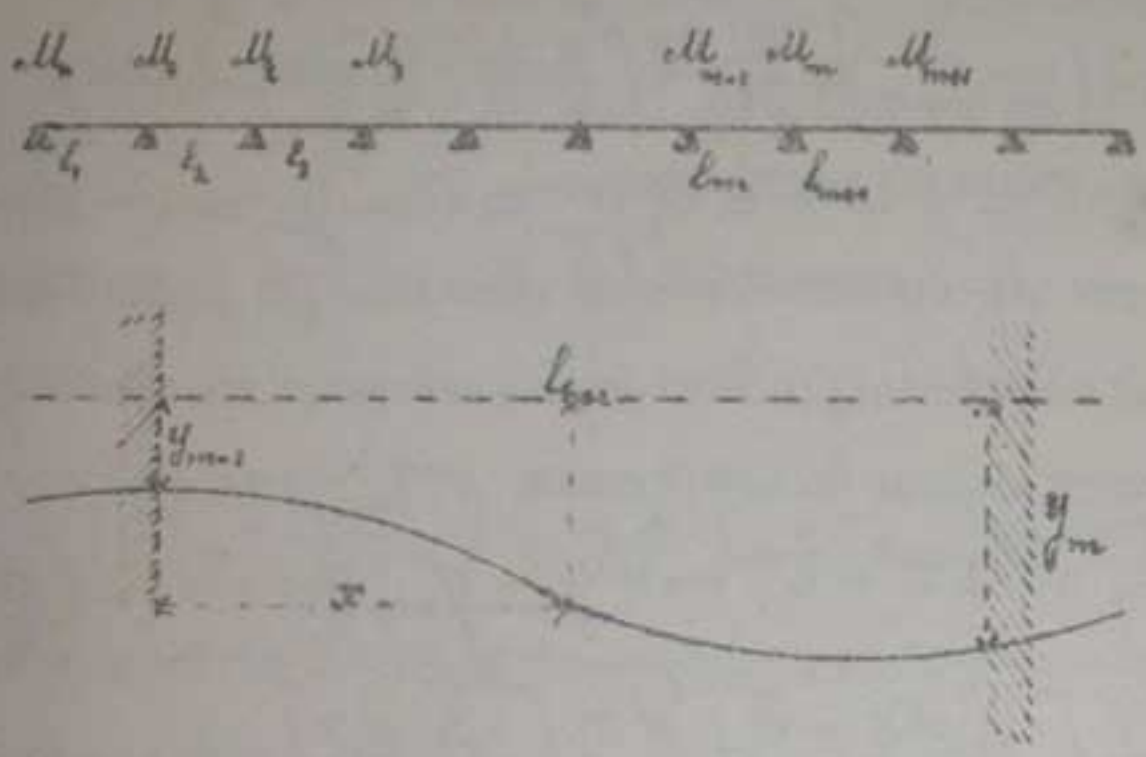
Опредѣленіе опорныхъ моментовъ болѣе рѣшаетъ задачу, такъ какъ перерѣзывающія усилія, сопротивленія опоръ и моменты въ любомъ сѣченіи какого-либо пролета, выражаются въ функціи опорныхъ моментовъ.

Использованіе вопроса о вліяніи расположенія опоръ на различныхъ уровняхъ и при постоянномъ сѣченіи балки - будетъ вести на основаніи той же теоремы трехъ опорныхъ моментовъ.

Вмѣсто сего можно было бы воспользоваться болѣе общей теоремой трехъ моментовъ, выражающей зависимость между опорнымъ моментомъ и двумя моментами, взятыми <u>гдѣ-либо въ двухъ смежныхъ пролетахъ</u>, или же воспользоваться теоремой <u>двухъ моментовъ</u>. Выводъ этихъ двухъ теоремъ и пользованіе ими покажемъ въ слѣдующей главѣ при изученіи вопроса о вліяніи перемѣннаго сѣченія балки.

а.) Теорема трехъ опорныхъ моментовъ для многопролетной балки постояннаго сѣченія.

Пусть имѣемъ многопролетную балку съ опорами на различныхъ уровняхъ. Въ такомъ случаѣ каждый отдѣльный пролетъ можно разсматривать какъ однопролетную балку съ наклонно-защемленными концами, опоры которой находятся на различной высотѣ. Пусть этотъ пролетъ l_m; моментъ и перерѣзывающее усиліе на лѣвой опорѣ l_m пролета M_{m-1} и D'_m, а на правой опорѣ M_m и D'_{m+1}; затѣмъ X-моментъ нагрузки, заключающейся между лѣвой опорой и разсматриваемымъ сѣченіемъ относительно того же сѣченія. Тогда моментъ въ любомъ сѣченіи пролета:



$$EJ\frac{d^2y}{dx^2} = M_x = M_{m-1} + D'_m x + X,$$

Пусть при: $x = 0$, $\frac{dy}{dx} = \tau'_m$, $y = y_{m-1}$; $x = l_m$, $\frac{dy}{dx} = \tau''_m$, $y = y_m$ } [назначимъ отъ знака].

Интегрируемъ:

$$EJ\frac{dy}{dx} = M_{m-1}x + D'_m\frac{x^2}{2} + \int_0^x X\,dx + C,$$

но при $x = 0$, $\frac{dy}{dx} = \tau'$. Слѣдовательно при $x = x$

$$EJ\frac{dy}{dx} = M_{m-1}x + D'_m\frac{x^2}{2} + \int_0^x X\,dx + EJ\tau'.$$

Далѣе:

$$EJy = M_{m-1}\frac{x^2}{2} + D'_m\frac{x^3}{6} + \int_0^x dx\int_0^x X\,dx + EJ\tau' x + C'$$

при $x = 0$; $y = y_{m-1}$. Слѣдовательно, при $x = x$

$$EJy = M_{m-1}\frac{x^2}{2} + D'_m\frac{x^3}{6} + \int_0^x dx\int_0^x X\,dx + EJ\tau' X + EJy_{m-1}.$$

При $x = l_m$;

$$\mathcal{E}\mathcal{J}\tau' = \mathcal{M}_{m-1} l_m + \mathcal{D}'_m \cdot \frac{l_m^2}{2} + \int_0^l X\,dx + \mathcal{E}\mathcal{J}\tau'$$

$$\mathcal{E}\mathcal{J}y_m = \mathcal{M}_{m-1}\frac{l_m^2}{2} + \mathcal{D}'_m \frac{l_m^3}{6} + \int_0^l dx \int_0^x X\,dx + \mathcal{E}\mathcal{J}\tau' l_m + \mathcal{E}\mathcal{J}y_{m-1}$$

Рѣшая оба уравненія совмѣстно относительно $\mathcal{M}_{m-1}$ и $\mathcal{D}'_m$, получимъ:

$$\mathcal{D}'_m = \frac{6\mathcal{E}\mathcal{J}}{l^3}\left[l(\tau'+\tau'') - 2(y_m - y_{m-1})\right] - \frac{6}{l^3}\left[l\int_0^l X dx - 2\int_0^l dx \int_0^x X\,dx\right]$$

$$\mathcal{M}_{m-1} = -\frac{2\mathcal{E}\mathcal{J}}{l^2}\left[l(2\tau'+\tau'') - 3(y_m - y_{m-1})\right] + \frac{2}{l^2}\left[l\int_0^l X dx - 3\int_0^l dx \int_0^x X\,dx\right].$$

Но такъ какъ при $\tau' = 0$ и $\tau'' = 0$, $y_{m-1} = 0$ и $y_m = 0$ - значеніе $\mathcal{M}_{m-1}$ обратится въ моментъ балки съ горизонтально защѣмленными концами при опорахъ на одномъ уровнѣ, что мы назовемъ чрезъ m'_m, то:

$$\mathcal{M}_{m-1} = m'_m - \frac{2\mathcal{E}\mathcal{J}}{l^2}\left[l(2\tau'+\tau'') - 3(y_m - y_{m-1})\right] \ldots\ldots (a),$$

причемъ:

$$m'_m = \frac{2}{l^2}\left[l\int_0^l X\,dx - 3\int_0^l dx \int_0^x X\,dx\right].$$

Полагая $x = l_m$ въ общемъ выраженіи $\mathcal{M}_x$ и называя соотвѣтственно значеніе X чрезъ X', гдѣ, слѣдовательно X' - моментъ нагрузки между лѣвой и правой опорами относительно правой опоры и, очевидно, равный нулю, получимъ:

$$\mathcal{M}_m = \mathcal{M}_{m-1} + \mathcal{D}'_m \cdot l + X' = m'_m - \frac{2\mathcal{E}\mathcal{J}}{l^2}\left[l(2\tau'+\tau'') - 3(y_m - y_{m-1})\right] +$$

$$+ \frac{6\mathcal{E}\mathcal{J}}{l^2}\left[l(\tau'+\tau'') - 2(y_m - y_{m-1})\right] - \frac{6}{l^2}\left[l\int_0^l X dx - 2\int_0^l dx \int_0^x X\,dx\right]$$

Замѣчая далѣе, что при $\tau' = 0$, $\tau'' = 0$, $y_{m-1} = 0$ и $y_m = 0$, значеніе $\mathcal{M}_m$ обратится въ моментъ балки съ горизонтально защѣмленными концами при опорахъ на одномъ уровнѣ что мы назовемъ чрезъ m''_m, то:

$$\mathcal{M}_m = m''_m + \frac{2\mathcal{E}\mathcal{J}}{l^2}\left[l(\tau'+2\tau'') - \frac{6\mathcal{E}\mathcal{J}}{l^2}\left[y_m - y_{m-1}\right]\right. \ldots\ldots (b),$$

причемъ: $m''_m = m'_m - \frac{6}{l^2}\left[l\int_0^l X\,dx - 2\int_0^l dx \int_0^x X\,dx\right]$.

Решая совместно уравнения (a) и (b) относительно τ' и τ'' найдем:

$$\tau'_m = -\frac{l_m}{6EJ}\left[2M_{m-1} + M_m - 2m'_m - m''_m\right] + \frac{(y_m - y_{m-1})}{l_m}$$

$$\tau''_m = +\frac{l_m}{6EJ}\left[M_{m-1} + 2M_m - m'_m - 2m''_m\right] + \frac{(y_m - y_{m-1})}{l_m}$$

Следовательно, выражение tang. угла, составляемого изогнутой осью бруса с горизонталью над левой опорой следующего l_{m+1} пролета

$$\tau'_{m+1} = -\frac{l_{m+1}}{6EJ}\left[2M_m + M_{m+1} - 2m'_{m+1} - m''_{m+1}\right] + \frac{(y_{m+1} - y_m)}{l_{m+1}}.$$

Но $\tau''_m = \tau'_{m+1}$. Следовательно, приравнивая вторые части этих выражений, получим:

$$M_{m-1}l_m + 2M_m(l_m + l_{m+1}) + M_{m+1}l_{m+1} =$$

$$= (m'_m + 2m''_m)l_m + (2m'_{m+1} + m''_{m+1})l_{m+1} + 6EJ\left[\frac{y_{m-1}}{l_m} - y_m\left(\frac{1}{l_m} + \frac{1}{l_{m+1}}\right) + y_{m+1}\frac{1}{l_{m+1}}\right]$$

Но так как, согласно прежнему обозначению (см. стр 103 т.II)

$m'_m + 2m''_m = n''_m$; $2m'_{m+1} + m''_{m+1} = n''_{m+1}$, то:

$$M_{m-1}l_m + 2M_m(l_m + l_{m+1}) + M_{m+1}l_{m+1} =$$

$$n''_m l_m + n'_{m+1}l_{m+1} + 6EJ\left[\frac{y_{m-1}}{l_m} - y_m\left(\frac{1}{l_m} + \frac{1}{l_{m+1}}\right) + y_{m+1}\frac{1}{l_{m+1}}\right] \cdot \cdot \quad (c)$$

Это формула, очевидно, формула (76) выведенная на стран. 103 т.II заменяя, что:

$$M_{m-1} = M''_{m-1} = M'_m$$
$$M_m = M''_m = M'_{m+1}$$
$$M_{m+1} = M''_{m+1} = M'_{m+2} \text{ и т. д.}$$

т.е. что момент на какой-либо опоре M_m есть, очевидно, момент на правой опоре пролета l_m, т.е. M''_m и момент на левой опоре пролета l_{m+1}, т.е. M'_{m+1}. Затем S''_m есть положение $m^{\text{ой}}$ опоры относительно $m-1$, т.е. $S''_m = y_m - y_{m-1}$; S''_{m+1} – положение $m+1$ опоры относительно m, т.е. $S''_{m+1} = y_{m+1} - y_m$. Очевидно, что если момент

съ направленіемъ вращенія противъ часовой стрѣлки, какъ напримѣръ, моментъ отъ нагрузки, помѣщенной на пролетѣ относительно какого-либо сѣченія $\frac{n}{2}$ пролета т. е. X — обозначимъ отрицательной величиной, то прогибъ балки внизъ, а слѣдовательно, и понижсенія опоръ будутъ выражаться отрицательными величинами y, а выгибъ вверхъ и возвышенія опоръ — положительными величинами y.

Формула (c), выведенная Вессе́лемъ и Шёнвей'омъ называется иногда <u>формулой или теоремой трехъ моментовъ.</u>

Предположивъ $y_{m-1} = 0$, $y_m = 0$ и $y_{m+1} = 0$ и что пролеты нагружены равномѣрно распредѣленной нагрузкой, вторая часть формулы (c) приметъ видъ:

$$-\left(\frac{p_m l_m^3}{y} + \frac{p_{m+1} l_{m+1}^3}{y}\right),$$

такъ какъ моменты на опорѣ, въ предположеніи балки, закрѣпленной горизонтально, выражаются отрицательными величинами, если моментъ отъ нагрузки (X) относительно какого-либо сѣченія выражаются отрицательными величинами, т.е. получится формула, выведенная впервые Bertot'омъ а за нимъ и Clapeyron'омъ, подъ каковымъ названіемъ она и извѣстна.

Разсматривая уравненіе (c), мы заключаемъ, что вліяніе нагрузки и вѣчныя понижсенія опоръ на значеніе опорныхъ моментовъ совершенно независимы одно отъ другого; отсюда заключаемъ, 1) что <u>расположеніе нагрузки, которое оградѣлилось какъ наиболѣе невыгодное при опорахъ на</u>

одномъ уровнѣ сохраняетъ свою силу и тогда, когда опоры не на одномъ уровнѣ и 2.) что для опредѣленія вліянія положенія опоръ нѣтъ надобности предполагать, что тотъ, либо другой пролетъ нагруженъ. Слѣдовательно, зависимость опорныхъ моментовъ отъ положенія опоръ выразится формулой:

$$M_{m-1}l_m + 2M_m(l_m + l_{m+1}) + M_{m+1}l_{m+1} = 6EJ\left[\frac{y_{m-1}}{l_m} - y_m\left(\frac{1}{l_m} + \frac{1}{l_{m+1}}\right) + y_{m+1}\frac{1}{l_{m+1}}\right] \ldots (d)$$

Разсмотримъ нѣсколько случаевъ:

Опредѣленіе вліянія вертикальнаго перемѣщенія промежуточной или крайней опоры на значенія опорныхъ моментовъ.

Разсмотримъ сначала вліяніе перемѣщенія промежуточной опоры. Пусть это перемѣщеніе будетъ y_m на опорѣ, смежной съ пролетами l_m и l_{m+1}. Замѣчая, что $M_0 = 0$, и $M_n = 0$, получимъ слѣдующую таблицу:

	Пролеты
$2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = 0$	1 и 2
$M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3 l_3 = 0$	2 и 3
$M_2 l_3 + 2M_3(l_3 + l_4) + M_4 l_4 = 0$	3 и 4
. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .
$M_{m-2}l_{m-1} + 2M_{m-1}(l_{m-1} + l_m) + M_m l_m = \frac{6EJy_m}{l_m}$	l_{m-1} и l_m
$M_{m-1}l_m + 2M_m(l_m + l_{m+1}) + M_{m+1}l_{m+1} = -6EJy_m\left(\frac{1}{l_m} + \frac{1}{l_{m+1}}\right)$ . .	l_m и l_{m+1}
$M_m l_{m+1} + 2M_{m+1}(l_{m+1} + l_{m+2}) + M_{m+2}l_{m+2} = \frac{6EJy_m}{l_{m+1}}$	l_{m+1} и l_{m+2}
. . . . .	. . . . .
. . . . .	. . . . .
$M_{n-3}l_{n-2} + 2M_{n-2}(l_{n-2} + l_{n-1}) + M_{n-1}l_{n-1} = 0$	l_{n-2} и l_{n-1}
$M_{n-2}l_{n-1} + 2M_{n-1}(l_{n-1} + l_n) = 0$	l_{n-1} и l_n

Листъ 30. Ч. III Лит. Маркова, Невскій, № 34.

Профессоръ

Въ такъ какъ въ пролетахъ, начиная отъ l_1 до l_{m-1} включительно и отъ l_{m+2} до l_n - объ смежныя опоры каждаго пролета на одномъ и томъ же уровнѣ и кромѣ того не нагружены, то между опорными моментами отъ M_0 до M_{m-1} и отъ M_{m+1} до M_n существуетъ зависимость, выражаемая коэффиціентами: μ и ν, причемъ:

$$M_1 = -\mu_1 M_0 \quad ; \qquad M_{n-1} = -\nu_n M_n \quad ;$$
$$M_2 = -\mu_2 M_1 \quad ; \qquad M_{n-2} = -\nu_{n-1} M_{n-1} \quad ;$$
$$M_3 = -\mu_3 M_2 \quad ; \qquad M_{n-3} = -\nu_{n-2} M_{n-2} \quad ;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots \quad ; \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad ;$$
$$M_{m-1} = -\mu_{m-1} M_{m-2} \quad ; \qquad M_{m+1} = -\nu_{m+2} M_{m+2} \quad (*)$$

Выражая M_{m-2} въ функціи M_{m-1}, а M_{m-2} въ функціи M_{m+1}, получимъ изъ предыдущей таблицы три уравненія между величинами: M_{m-1}, M_m и M_{m+1}.

Замѣтимъ предварительно, что на основаніи ранѣе доказаннаго:

$$\mu_{x-1} = \frac{2(l_{x-1} + l_{x-2}) - \frac{l_{x-2}}{\mu_{x-2}}}{l_{x-1}}$$

$$\nu_{x+1} = \frac{2(l_{x+1} + l_{x+2}) - \frac{l_{x+2}}{\nu_{x+2}}}{l_{x+1}}$$

Слѣдовательно:

$$\mu_m l_m = 2(l_m + l_{m-1}) - \frac{l_{m-1}}{\mu_{m-1}}$$

$$\nu_{m+1} l_{m+1} = 2(l_{m+2} + l_{m+1}) - \frac{l_{m+2}}{\nu}$$

На основаніи сего три вышеполученныя уравненія примутъ видъ.

$$M_{m-1} l_m \mu_m + M_m l_m = 6 \mathfrak{E} J \frac{y_m}{l_m}$$

$$M_{m-1} l_m + 2 M_m (l_m + l_{m+1}) + M_{m+1} l_{m+1} = -6 \mathfrak{E} J y_m \left(\frac{1}{l_m} + \frac{1}{l_{m+1}}\right).$$

(*) У Resal'я „Ponts métalliques" стр. 53 и 156 эти коэффиціенты обозначены иначе.

Такъ $\beta_1^{Res} = \frac{1}{\mu_2}$; $\beta_{m-2}^{Res} = \frac{1}{\mu_{m-1}}$; $\gamma_1^{Res} = \frac{1}{\nu_{n-1}}$, ... $\gamma_{n-m-2}^{Res} = \frac{1}{\nu_{m+2}}$

$$M_m l_{m+1} + M_{m+1} l_{m+1} v_{m+1} = \frac{6 E J y_m}{l_{m+1}}$$

откуда:

$$M_m = - \frac{6 E J y_m \left\{ \frac{1}{l_m} \left(1 + \frac{1}{\mu_m}\right) + \frac{1}{l_{m+1}} \left(1 + \frac{1}{v_{m+1}}\right) \right\}}{l_m \left(2 - \frac{1}{\mu_m}\right) + l_{m+1} \left(2 - \frac{1}{v_{m+1}}\right)} \quad \ldots\ldots$$

$$M_{m-1} = \frac{1}{\mu_m} \left(6 \frac{E J y_m}{l_m^2} - M_m \right); \quad M_{m+1} = \frac{1}{v_{m+1}} \left(6 \frac{E J y_m}{l_{m+1}^2} - M_m \right) \ldots\ldots \qquad (e)$$

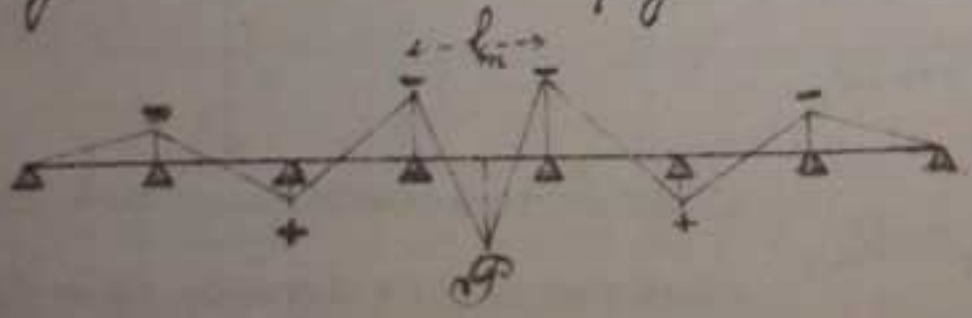
Значения моментовъ на <u>остальныхъ</u> опорахъ опредѣляются послѣдовательно при помощи величинъ μ и ν. Такъ, напримѣръ:

$$M_{m-2} = - \frac{M_{m-1}}{\mu_{m-1}} ; \qquad M_{m+2} = - \frac{1}{\nu_{m+2}} M_{m+1} ;$$

$$M_{m-3} = - \frac{M_{m-2}}{\mu_{m-2}} ; \qquad M_{m+3} = - \frac{1}{\nu_{m+3}} M_{m+2} ;$$

и т.д. и т.д.

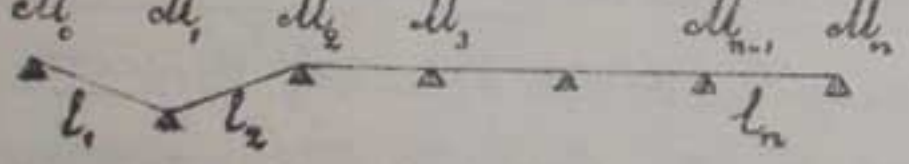
Или же эти значенія могутъ быть найдены графически, проведя отъ конца ординатъ, выражающихъ значенія M_{m-1} и M_{m+1} – прямыя линіи, чрезъ лѣвые и правые фокусы до встрѣчи съ вертикалями, проведенными чрезъ опоры. Во всякомъ случаѣ, знаки моментовъ будутъ чередоваться. Что же касается того будетъ ли M_m <u>положительное</u> или <u>отрицательное</u> то это будетъ зависѣть только отъ знака величины y_m, такъ какъ $\mu > 2$ и $\nu > 2$. Если y_m – <u>положительное</u>, т.е. опора повышена, то M_m – <u>отрицательное</u> и обратно. Слѣдовательно, если предположить, что изъ числа многихъ пролетовъ нагруженъ сосредоточенымъ грузомъ одинъ только пролетъ,



то, какъ извѣстно, нагрузка вызоветъ <u>отрицательные</u> моменты на <u>обѣихъ</u> смежныхъ опорахъ разсматриваемаго пролета;

данные знаки моментов будут чередоваться. Если заранее предположить, что, например, левая опора данного нагруженного пролета l_m - понижена, т.е. γ_m - отрицательное, то дополнительный момент над этой опорой, вызванный понижением ея, будет положительным, а дальнейшие знаки будут чередоваться. Следовательно, для всех левых опорных моментов - понижение опоры выгодно, а для правых, обратно - невыгодно. Отсюда следует также, что, так как наибольшее значение опорных моментов имеет место при сплошной загрузке всех пролетов, причем моменты эти отрицательные, то, в этом случае, выгодно понизить [до известных пределов] все промежуточные опоры, ибо этим вызывается дополнительный положительный момент.

Рассмотрим теперь влияние вертикального перемещения второй или предпоследней опоры.



На основании формулы (e) имеем в первом случае, замыкая m через 1 и замыкая, что $M_1 = \infty$.

$$M_1 = -\frac{6E\mathfrak{J}_{y_1}\left[\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\left(1+\frac{1}{\nu_2}\right)\right]}{2l_1+l_2\left(2-\frac{1}{\nu_2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$M_0 = \frac{1}{\mu_1}\left(\frac{6E\mathfrak{J}_{y_1}}{l_1^2} - M_1\right) = 0 \; ; \; M_2 = \frac{1}{\nu_2}\left(\frac{6E\mathfrak{J}_{y_1}}{l_2^2} - M_1\right) \ldots\ldots \} \ldots (f$$

$$M_3 = \frac{1}{\nu_3}\left(\frac{6E\mathfrak{J}_{y_1}}{l_3^2} - M_2\right) \text{ и т.д.} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Во втором случае, замыкая m через n - 1 и замыкая, что $\nu_n = \infty$, по

получимъ:

$$M_{n-1} = -\frac{6E\mathfrak{J}y_{n-1}\left[\frac{1}{l_{n-1}}\left(1+\frac{1}{\mu_{n-1}}\right)+\frac{1}{l_n}\right]}{l_{n-1}\left(2-\frac{1}{\mu_{n-1}}\right)+2l_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$M_n = \frac{1}{\nu_n}\left(\frac{6E\mathfrak{J}y_{n-1}}{l_n} - M_{n-1}\right) = 0\,; \quad M_{n-2} = \frac{1}{\mu_{n-1}}\left(\frac{6E\mathfrak{J}y_{n-1}}{l^2_{n-1}} - M_{n-1}\right) \ldots \quad (g)$$

$$M_{n-3} = \frac{1}{\mu_{n-2}}\left(\frac{6E\mathfrak{J}y_{n-1}}{l^2_{n-2}} - M_{n-2}\right) \text{ и т.д.} \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Наконецъ переходимъ къ опредѣленію вліянія перемѣщенія одной изъ крайнихъ опоръ на значенія опорныхъ моментовъ.

Въ данномъ случаѣ нельзя воспользоваться формулами (e), выведенными въ предположеніи перемѣщенія опоры, смежной двумъ пролетамъ. Обращаясь за помощью къ формулѣ (d) и предполагая, что перемѣстилась первая опора, можемъ написать:

$$2M_1(l_1+l_2) + M_2 l_2 = \frac{6E\mathfrak{J}y_0}{l_1}$$

Для того, чтобы получить одно уравненіе съ одной неизвѣстной, необходимо, напримѣръ, M_2 выразить въ функціи M_1, причемъ, очевидно, нужно пользоваться другой формулой:

$$M_{n-1} = -\nu_n M_n\,,$$

т.е. пользоваться коэффиціентомъ ν_n, такъ какъ всѣ пролеты расположены вправо отъ разсматриваемаго пролета и притомъ всѣ ненагружены. Поэтому:

$$M_1 = -\nu_2 M_2\,; \quad M_2 = -\frac{M_1}{\nu_2}\,,$$

Но, на основаніи зависимости:

$$\nu_{m+1} l_{m+1} = 2(l_{m+2} + l_{m+1}) - \frac{l_{m+2}}{\nu_{m+2}}\,,$$

имѣемъ: $\nu_1 l_1 = 2(l_2 + l_1) - \frac{l_2}{\nu_2}$.

Слѣдовательно:

$$M_2 l_2 = -\frac{M_1}{\nu_2}\cdot l_2 = M_1\left[\nu_1 l_1 - 2(l_2 + l_1)\right];$$

Поэтому:

$$2M_1(l_1+l_2)+M_2 l_2 = 2M_1(l_1+l_2)+M_1[v_1 l_1 - 2(l_2+l_1)] = \frac{6EJy_0}{l_1},$$

откуда: $M_1 = \frac{6EJy_0}{v_1 l_1^2}$ ....

Затѣмъ: $M_0 = 0$ .... } (h)

$M_2 = -\frac{M_1}{v_2}$; $M_3 = -\frac{M_2}{v_3}$ и т. д. ....

Если послѣдняя опора перемѣстилась на величину y_n, то:

$$M_n = 0;\ M_{n-1} = \frac{6EJy_n}{\mu_n l_n^2};\ M_{n-2} = -\frac{M_{n-1}}{\mu_{n-1}} \ldots\ldots \Big\} \cdot (i),$$

такъ какъ: $M_{n-2} l_{n-1} + 2M_{n-1}(l_{n-1}+l_n) = \frac{6EJy_n}{l_n}$;

$M_{n-2} = -\frac{M_{n-1}}{\mu_{n-1}}$; $M_{n-2} l_{n-1} = -\frac{M_{n-1}}{\mu_{n-1}} l_{n-1}$; $\mu_n l_n = 2(l_n + l_{n-1}) - \frac{l_{n-1}}{\mu_{n-1}}$;

слѣдовательно:

$$M_{n-2} l_{n-1} = -\frac{M_{n-1}}{\mu_{n-1}} \cdot l_{n-1} = M_{n-1}[\mu_n l_n - 2(l_n + l_{n-1})]$$

$$M_{n-1}[\mu_n l_n - 2(l_n + l_{n-1})] + 2M_{n-1}(l_{n-1} + l_n) = \frac{6EJy_n}{l_n},$$

откуда: $M_{n-1} = \frac{6EJy_n}{\mu_n l_n^2}$.

Опредѣленіе вліянія вертикальнаго перемѣщенія опоръ на значенія перерѣзывающихъ усилій, сопротивленія опоръ и моментовъ въ любомъ сѣченіи пролета.

Если M_{m-1} и M_m моменты на лѣвой и правой опорахъ пролета l_m, вызванные перемѣщеніемъ одной или нѣсколькихъ опоръ, то перерѣзывающее усиліе [См. деревянные мосты стран. 59 (II)] надъ лѣвой опорой l_m пролета — въ виду того, что никакой нагрузки на пролетѣ не имѣется:

$$D'_m = \frac{M_m - M_{m-1}}{l_m},$$

причемъ въ выраженіи D'_m уже включено значеніе сопротивленія лѣвой опоры пролета l_m. Въ виду отсутствія нагрузки на пролетѣ — значеніе перерѣзывающ

го усилія D'_m сохраняется постояннымъ по всему пролету l_m, вплоть до правой опоры пролета l_m, не переходя, однако, этой опоры. Называя сопротивленіе правой опоры пролета l_m, чрезъ A_m, имѣемъ- (независимо отъ знака перерѣзывающихъ усилій):

$$D'_m + A_m = D'_{m+1} ;$$

Но съ другой стороны:

$$D'_{m+1} = \frac{M_{m+1} - M_m}{l_{m+1}}$$

Слѣдовательно:

$$A_m = D'_{m+1} - D'_m = \frac{M_{m-1}}{l_m} - M_m\left(\frac{1}{l_m} + \frac{1}{l_{m+1}}\right) + \frac{M_{m+1}}{l_{m+1}} \ldots\ldots (k).$$

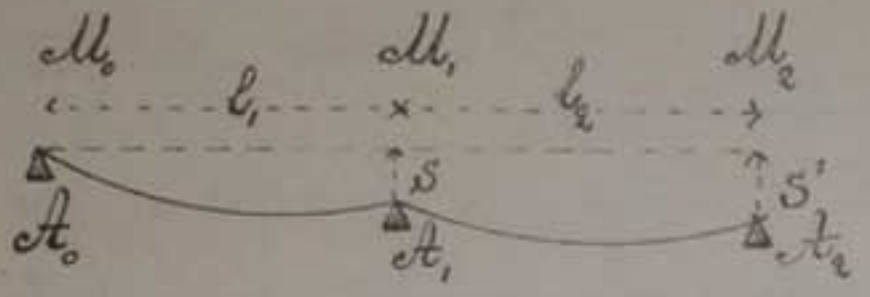
Такъ какъ A_m - можетъ быть положит. или отриц. то, слѣдовательно, численное значеніе сопротивленія опоры, вызванное вертикальной нагрузкой можетъ быть или увеличено или уменьшено добавочнымъ значеніемъ сопротивленія опоръ отъ вертикальнаго перемѣщенія какой либо опоры. Понижение опоры, вызывая въ извѣстныхъ случаяхъ отрицательное сопротивленіе опоры, можетъ оказаться больше положительнаго сопротивленія опоры отъ вертикальной нагрузки - и тогда ферма приподнимется надъ этой опорой. Въ мостовыхъ фермахъ, благодаря значительности пролета - это явленіе едва ли имѣетъ мѣсто; оно скорѣе можетъ быть наблюдаемо на рельсовомъ пути.

Если M_{m-1} и D'_m - моменты и перерѣзывающее усиліе надъ лѣвой опорой l_m пролета, вызванные вертикальнымъ перемѣщеніемъ одной или нѣсколькихъ опоръ, то моментъ въ любомъ сѣченіи пролета, вызванный тѣми же причинами:

$$M_x = M_{m-1} + D'_m \cdot x \ldots\ldots\ldots\ldots (l)$$

Применение выше-приведенных формулъ къ нѣсколькимъ частнымъ случаямъ.

а.) Опредѣленіе опорныхъ моментовъ и сопротивленій опоръ въ двухпролетной балкѣ съ понижеными: средней и одной крайней опорами.



Пусть требуется опредѣлить значеніе моментовъ на опорахъ и сопротивленіе опоръ - двухпролетной балки, вызванныхъ пониженіемъ средней опоры на величину S, а крайней на S'.

Если опора понижена, то всегда вмѣсто y_m слѣдуетъ поставить $(-S)$ и $(-S')$.

Добавочные моменты, вызванные пониженіемъ средней опоры на $-S$, найдутся на основаніи формулы (f):

$$M_0 = 0;\quad M_1 = \frac{6E\mathcal{J}_S\left[\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right]}{2l_1+l_2\cdot 2} = \frac{6E\mathcal{J}_S}{2l_1l_2} = \frac{3E\mathcal{J}_S}{l_1l_2};\quad M_2 = 0 \ldots\ldots (m),$$

такъ какъ:

$$\nu_2 = \frac{M_1}{M_2} = \frac{M_1}{0} = \infty$$

Сопротивленія опоръ, на основаніи формулы (k):

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= +\frac{M_1}{l_1} = +\frac{3E\mathcal{J}_S}{l_1^2 l_2};\quad A_1 = -M_1\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right) = -\frac{3E\mathcal{J}_S(l_1+l_2)}{l_1^2 l_2^2};\\ A_2 &= \frac{M_1}{l_2} = +\frac{3E\mathcal{J}_S}{l_1 l_2^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\}\cdot (n)$$

Добавочные моменты, вызванные пониженіемъ крайней правой опоры, на $(-S')$ на основаніи (i)

$$M_2 = 0;\quad M_1 = -\frac{6E\mathcal{J}_{S'}}{\mu_2 l_2^2},\ \text{но}\ \mu_2 = \frac{2(l_2+l_1)-\frac{l_1}{\mu_1}}{l_2},\ \mu_1 = -\frac{M_1}{M_0} = -\frac{M_1}{0} = \infty$$

слѣдовательно:

$$\mu_2 = \frac{2(l_2+l_1)}{l_2};$$

слѣдовательно:

$$M_1 = -\frac{6\mathfrak{E}\mathfrak{J}s' \cdot l_2}{2l_2^2(l_2+l_1)} = -\frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}s'}{l_2(l_2+l_1)}\,;\quad M_0 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots \Big\}\cdot(\mathcal{O})$$

Сопротивление опоръ, на основаніи формулы (к):

$$A_0 = \frac{M_1}{l_1} = -\frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}s'}{l_1 l_2(l_2+l_1)}\,;\quad A_1 = -M_1\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right) = \frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}s'}{l_1 l_2^2}\ldots$$
$$A_2 = \frac{M_1}{l_2} = -\frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}s'}{l_2^2(l_2+l_1)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \Big\}\cdot(p),$$

[так какъ, напримѣръ, для $A_1 = \frac{M_{1-1}}{l_1} - M_{2-1}\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right) + \frac{M_{1+1}}{l_2} =$
$= \frac{M_0}{l_1} - M_1\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right) + \frac{M_2}{l_2} = -M_1\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right)$.

Слѣдовательно, моменты и сопротивленія опоръ, вызванные понижеміемъ средней и крайнихъ опоръ на величины $-s$ и $-s'$.

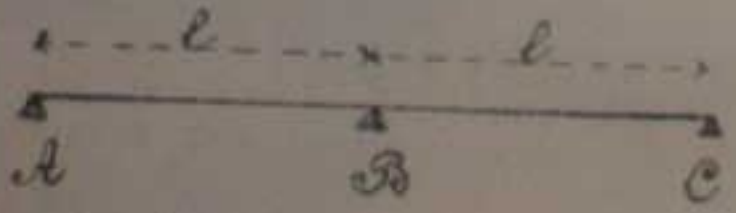
$$M_0 = 0;\ M_1 = \frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}}{l_2}\left(\frac{s}{l_1} - \frac{s'}{l_1+l_2}\right)\,;\quad M_2 = 0 \ldots\ldots\ldots$$
$$A_0 = \frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}}{l_2}\left\{\frac{s}{l_1^2} - \frac{s'}{l_1(l_1+l_2)}\right\}\,;\ A_1 = -\frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}}{l_2}\left\{\frac{s(l_1+l_2)}{l_1^2 l_2} - \frac{s'}{l_1 l_2}\right\}\ldots\ldots \Big\}\cdot(q)$$
$$A_2 = \frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}}{l_2}\left\{\frac{s}{l_1 l_2} - \frac{s'}{l_2(l_2+l_1)}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

При равныхъ пролетахъ, когда $l_1 = l_2 = l$

$$M_0 = 0;\ M_1 = \frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}}{l^2}\left(s - \frac{s'}{2}\right)\,;\quad M_2 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$A_0 = \frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}}{l^3}\left(s - \frac{s'}{2}\right);\ A_1 = -\frac{6\mathfrak{E}\mathfrak{J}}{l^3}\left(s - \frac{s'}{2}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots \Big\}\cdot(q')$$
$$A_2 = \frac{3\mathfrak{E}\mathfrak{J}}{l^3}\left(s - \frac{s'}{2}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

<u>б.) Опредѣленіе наивыгоднѣйшаго понижения пр. промежуточной опоры въ двухпролетной балкѣ.</u>

Покажемъ ходъ изслѣдованія на болѣе простомъ примѣрѣ, предполагая двухпролетную балку съ равными пролетами.



Наибольшее значеніе момента отъ вертикальной нагрузки имѣетъ мѣсто надъ средней опорой, причемъ если p и k постоянная и

подвижная нагрузка, то:

$$A' = \frac{3}{8} l (p+\kappa); \quad B' = \frac{10}{8} l (p+\kappa); \quad C' = \frac{3}{8} l (p+\kappa).$$

Моментъ надъ средней опорой: $M_1' = -(p+\kappa)\frac{l^2}{8}$.

Моментъ въ любомъ сѣченіи перваго пролета:

$$M_x' = \frac{3}{8}(p+\kappa) l . x - (p+\kappa)\frac{x^2}{2} = (p+\kappa)\frac{x}{2}\left\{\frac{3}{4} l - x\right\}.$$

Предположимъ теперь, что средняя опора понижена на величину $-S$; тогда, на основаніи формулы (m), моментъ надъ средней опорой, вызванный понижеміемъ ея, выразится при равныхъ пролетахъ такъ:

$$M_1'' = \frac{3 E J S}{l^2}.$$

Соотвѣтственныя сопротивленія опоръ, на основаніи формулы (n):

$$A'' = + \frac{3 E J S}{l^3} \qquad B'' = - \frac{6 E J S}{l^3}; \qquad C'' = + \frac{3 E J S}{l^3}$$

Моментъ въ любомъ сѣченіи:

$$M_x'' = A_x'' = + \frac{3 E J S . x}{l^3}.$$

Разсматривая совмѣстно вліяніе нагрузки и понижения средней опоры, получимъ:

$$M_1 = M_1' + M_1'' = -(p+\kappa)\frac{l^2}{8} + \frac{3 E J S}{l^2}$$

$$A = A' + A'' = \frac{3}{8}(p+\kappa) l + \frac{3 E J S}{l^3}$$

$$B = B' + B'' = \frac{10}{8}(p+\kappa) l - \frac{6 E J S}{l^3}$$

$$C = C' + C'' = \frac{3}{8}(p+\kappa) l + \frac{3 E J S}{l^3}$$

$$M_x = M_x' + M_x'' = (p+\kappa)\frac{x}{2}\left(\frac{3}{4} l - x\right) + \frac{3 E J S x}{l^3} = A x - (p+\kappa)\frac{x^2}{2}$$

Находимъ значеніе x, при которомъ M_x дѣлается max.

$$\frac{d M_x}{d x} = A - (p+\kappa) x = 0; \quad x = \frac{A}{p+\kappa} = \frac{3}{8} l + \frac{3 E J S}{l^3 (p+\kappa)}$$

Вставивъ это значеніе въ M_x, получимъ:

$$\max M_x = \frac{A^2}{(p+\kappa)} - \frac{(p+\kappa)}{2}\frac{A^2}{(p+\kappa)} = \frac{A^2}{2(p+\kappa)} = \frac{1}{2(p+\kappa)}\left\{\frac{3}{8}(p+\kappa) l + \frac{3 E J S}{l^3}\right\}^2$$

Сравнивая значеніе M_1 съ $\max M_x$, замѣчаемъ что съ увеличеніемъ S, M_1 – уменьшается, а $\max M_x$ – увелич.

чивается. Следовательно, наивыгоднее понижение будет в том случае, когда $M_1 = -\max M_x$. Тогда:

$$-(p+\kappa)\frac{l^2}{8} + \frac{3\mathcal{E}\mathcal{J}s}{l^2} = -\frac{1}{2(p+\kappa)}\left\{\frac{3}{8}(p+\kappa)l + \frac{3\mathcal{E}\mathcal{J}s}{l^3}\right\}^2,$$

или:

$$s^2 + \frac{11}{12}\frac{(p+\kappa)l^4 \cdot s}{\mathcal{E}\mathcal{J}} - \frac{7}{576}\frac{(p+\kappa)^2 \cdot l^8}{\mathcal{E}^2 \cdot \mathcal{J}^2} = 0,$$

откуда:

$$s = -\frac{11}{24}\frac{(p+\kappa)l^4}{\mathcal{E}\mathcal{J}} \pm \sqrt{\frac{121}{576}\frac{(p+\kappa)^2 l^8}{\mathcal{E}^2\mathcal{J}^2} + \frac{7}{576}\frac{(p+\kappa)^2 l^8}{\mathcal{E}^2\mathcal{J}^2}} = \frac{8\sqrt{2}-11}{24}\frac{(p+\kappa)l^4}{\mathcal{E}\mathcal{J}} = 0{,}01307(p+\kappa)\frac{l^4}{\mathcal{E}\mathcal{J}} \ldots (z)$$

Вставляя это значение s в $M_1 = -\max M_x$, найдем:

$$M_1 = -\max M_x = -(p+\kappa)\frac{l^2}{8} + 3(0{,}01307)(p+\kappa)l^2 =$$

$$= (-0{,}125 + 0{,}03921)(p+\kappa)l^2 = -0{,}08579(p+\kappa)l^2 \ldots\ldots (z')$$

Далее, при указанном понижении средней опоры:

$$A = \frac{3}{8}(p+\kappa)l + 3(0{,}01307)(p+\kappa)l = 0{,}4142(p+\kappa)l,$$

$$B = \frac{10}{8}(p+\kappa)l - 6(0{,}01307)(p+\kappa)l = 1{,}17158(p+\kappa)l$$

$$= 0{,}4142(p+\kappa)l.$$

$C =$

Без понижения опоры мы имели бы соответственно:

$$M_1 = -0{,}125(p+\kappa)l^2; \quad \max. M_x = +\frac{9}{128}(p+\kappa)l^2 = 0{,}0703(p+\kappa)l^2$$

[в предположении загрузки обоих пролетов, что, как известно, не соответствует еще абсолютно наибольшему значению положительных моментов]

$$A = 0{,}375(p+\kappa)l; \quad B = 1{,}25(p+\kappa)l; \quad C = 0{,}375(p+\kappa)l,$$

т.е. наивыгоднее понижение средней опоры, по- понижает: значение сочисленное по формуле (z), противления средней опоры - на 6,4% и значение отрицательного момента над средней опорой - на 31% и увеличивает значения сопротивления крайних опор на 1,04% и значения, соответствующего этому положению нагрузки, положительного момента на 22,5%. Интересно знать, на сколько % поднимется и вообще, каково будет численное значение абсолютного $\max M_x$, соответствующего загрузке

одного только пролета, напримѣръ, лѣваго – если опора будетъ понижена на величину S, опредѣленную формулами (2).

Въ этомъ случаѣ:

$$M_x = A_x - (p+\kappa)\frac{x^2}{2} = \left(\frac{3}{8}pl + \frac{7}{16}\kappa l + \frac{3E\mathfrak{J}S}{l^3}\right)x - (p+\kappa)\frac{x^2}{2};$$

$$\frac{dM_x}{dx} = A + (p+\kappa)x = 0;\quad x = \frac{A}{p+\kappa} = \left(\frac{3}{8}pl + \frac{7}{16}\kappa l + \frac{3E\mathfrak{J}S}{l^3}\right)\frac{1}{p+\kappa}.$$

Вставляя это значеніе въ предыдущее выраженіе M_x, получимъ:

$$\max M_x = \frac{A^2}{2(p+\kappa)} = \frac{1}{2(p+\kappa)}\left\{\frac{3}{8}pl + \frac{7}{16}\kappa l + \frac{3E\mathfrak{J}S}{l^3}\right\}^2,$$

при

$$S = 0{,}01307(p+\kappa)\frac{l^4}{E\mathfrak{J}}.$$

$$\max M_x = \frac{1}{2(p+\kappa)}\left[\frac{3}{8}pl + \frac{7}{16}\kappa l + 0{,}03921 \cdot l(p+\kappa)\right]^2$$

Безъ понижения средней опоры, этотъ $\max M_x$ былъ бы:

$$\max M_x = \frac{A^2}{2(p+\kappa)} = \frac{1}{2(p+\kappa)}\left[\frac{3}{8}pl + \frac{7}{16}\kappa l\right]^2$$

Слѣдовательно, увеличеніе абсолют. max. M составитъ:

$$\Delta M_x = \left[2\left(\frac{3}{8}pl + \frac{7}{16}\kappa l\right) \times 0{,}03921(p+\kappa)l + \overline{0{,}0392}^2 (p+\kappa)^2 l^2\right]\frac{1}{2(p+\kappa)}.$$

Если, наконецъ, задаться условіемъ опредѣлить такое пониженіе средней опоры, чтобы абсолют. отрицат. max. M (соотвѣтствующій полной загрузкѣ обоихъ пролетовъ) былъ равенъ абсолют. положит. max. M (при загрузкѣ подвижнымъ грузомъ одного изъ пролетовъ), то легко видѣть, что это пониженіе будетъ менѣе, чѣмъ въ предъидущемъ случаѣ (такъ какъ отрицательный моментъ на опорѣ долженъ быть уменьшенъ на меньшую величину.

Дѣйствительно, только что найдено, что:

$$+\max M_x = \frac{1}{2(p+\kappa)}\left\{\frac{3}{8}pl + \frac{7}{16}\kappa l + \frac{3E\mathfrak{J}S}{l^3}\right)^2;$$

затѣмъ:

$$\max M_1 = -(p+\kappa)\frac{l^2}{8} + \frac{3E\mathfrak{J}S}{l^2}.$$

Приравнивая $+\max M_x$ и $-\max M_1$ и, замѣчая, что

они противоположных знаков, найдемъ:

$$-(p+\kappa)\frac{l^2}{8}+\frac{3\mathcal{E}J_s}{l^2}=-\frac{1}{2(p+\kappa)}\left\{\frac{3}{8}pl+\frac{7}{16}\kappa l+\frac{3\mathcal{E}J_s}{l^3}\right\}^2$$

или:

$$-\frac{7}{64}p^2l^2-\frac{15}{256}\kappa^2l^2-\frac{11}{64}p\kappa l^2+\frac{33}{4}\frac{\mathcal{E}J_p s}{l^4}+\frac{69}{8}\frac{\mathcal{E}J_\kappa s}{l^2}+\frac{9\mathcal{E}^2J_p^2s^2}{l^6}=0$$

$$s^2+\left(\frac{66}{72}\frac{pl^4}{\mathcal{E}J}+\frac{69}{72}\frac{\kappa l^4}{\mathcal{E}J}\right)s-\frac{7}{576}\frac{p^2l^8}{\mathcal{E}^2J^2}-\frac{15}{2304}\frac{\kappa^2l^8}{\mathcal{E}^2J^2}-\frac{11}{576}\frac{p\kappa l^8}{\mathcal{E}^2J^2}=0$$

$$s=-\frac{(22p+23\kappa)l^4}{48\mathcal{E}J}\pm\sqrt{\frac{512}{2304}\frac{p^2l^8}{\mathcal{E}^2J^2}+\frac{544}{2304}\frac{\kappa^2l^8}{\mathcal{E}^2J^2}+\frac{528}{1152}\frac{p\kappa l^8}{\mathcal{E}^2J^2}}=$$

$$=-\left[\frac{(22p+23\kappa)+4\sqrt{32p^2+34\kappa^2+66p\kappa}}{48\mathcal{E}J}\right]l^4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (s)$$

Если, напримѣръ, предположить, что $p=\kappa$, то

$s=0,01917\frac{pl^4}{\mathcal{E}J}$ и $\max M_1=-\max M_x=\left[-\frac{2l^2}{8}+3\times 0,01917\right]pl^2=-0,13249pl^2$,

между тѣмъ какъ въ предъидущемъ случаѣ при $p=\kappa$,

$s=0,02614\frac{pl^4}{\mathcal{E}J}$ и $\max M_1=-\max M_x=\left[-\frac{2l^2}{8}+3\times 0,02614\right]pl^2=-0,17158pl^2$.

При $p=0$, т.е. когда, напримѣръ, подвижная нагрузка значительно преобладаетъ надъ собственнымъ вѣсомъ наивыгоднѣйшее пониженіе, опредѣленное по формулѣ (s) будетъ:

$$s=\left(\frac{4\sqrt{34}-23}{48}\right)\frac{\kappa l^4}{\mathcal{E}J}=0,00675\frac{\kappa l^4}{\mathcal{E}J}$$

и $\max M_1=-\max M_x=-0,1048\,\kappa l^2$, а при опредѣленіи понижения по формулѣ (r): $s=0,01377\frac{\kappa l^4}{\mathcal{E}J}$,

$\max M_1=-\max M_x=-0,08579\,\kappa l^2$.

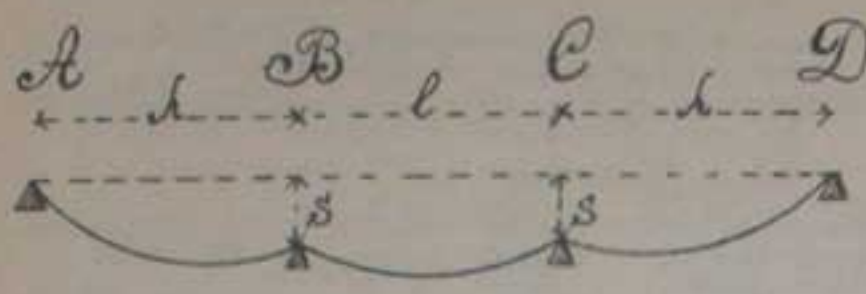
При $\kappa=0$ – при преобладаніи постоянной нагрузки, наивыгоднѣйшее понижение опоры, опредѣленное по формуламъ (r) или (s) будетъ одно и тоже, именно:

$$s=\left(\frac{8\sqrt{2}-11}{24}\right)\frac{pl^4}{\mathcal{E}J}=0,01307\frac{pl^4}{\mathcal{E}J}$$

и $\max M_1=-\max M_x=-0,08579\,pl^2$, такъ что во всякомъ случаѣ выгоднѣе понижать на величину, опредѣленную формулой (r).

<u>б) Опредѣленіе наивыгоднѣйшаго понижения средней опоры въ трехпролетной</u>

Балки.



Предположимъ теперь, что имѣемъ трехпролетную балку, причемъ объ средніе опоры помѣщены на одну и ту же величину S и крайніе пролеты не равны среднему. Опредѣлимъ наиболѣе выгодное помѣщеніе объихъ среднихъ опоръ въ предположеніи полной загрузки всѣхъ пролетовъ, отвѣчающее наибольшему значенію моментовъ надъ опорами.

Найдемъ сначала опорные моменты и сопротивленія опоръ въ предположеніи, что всѣ опоры на одномъ уровнѣ. Въ данномъ случаѣ: $M_0' = 0$; $M_1' = M_2'$; $M_3' = 0$; $A_0' = A_3'$; $A_1' = A_2'$. Для опредѣленія $M_1' = M_2'$ воспользуемся теоремой трехъ моментовъ [уравненіе Клапейрона], которая въ данномъ случаѣ, сводятся къ одному уравненію съ однимъ неизвѣстнымъ:

$$2M_1'(\lambda + l) + M_1' l = -\left(\frac{p+q}{4}\right)(\lambda^3 + l^3),$$

откуда:

$$M_1' = -\frac{(p+\varkappa)(\lambda^3 + l^3)}{4(2\lambda + 3l)}$$

[Моменты въ лѣвой отсѣченной части, вращающіе по направленію, обратному движенію стрѣлки, — напримѣръ, всѣ опорные моменты - будемъ означать отрицательными; равными образомъ, усилія, направленныя вверхъ, будемъ считать также отрицательными.].

На основаніи (31) [Стр. 59 - Ч. II Деревянные мосты], перерѣзывающее усиліе надъ лѣвой опорой какого-либо пролета l_m (включая и сопротивленіе этой опоры) выражается чрезъ:

$$\mathfrak{D}'_m = \frac{M_m - M_{m-1}}{l_m} - \frac{X'_m}{l_m}$$

где M_{m-1} и M_m – моменты относительно левой и правой опор пролета l_m, а X'_m – момент нагрузки, заключающейся между левой и правой опорами, взятый относительно правой опоры. Затем:

$$\mathfrak{D}'_{m+1} = \frac{M_{m+1} - M_m}{l_{m+1}} - \frac{X''_{m+1}}{l_{m+1}} .$$

Если A'_m – сопротивление <u>правой</u> опоры пролета l_m, или что тоже, сопротивление <u>левой</u> опоры пролета l_{m+1} и g'_m – нагрузка на пределах пролета l'_m, то с другой стороны:

$$\mathfrak{D}'_{m+1} = \mathfrak{D}'_m + g'_m + A'_m .$$

Из всех этих величин, только g'_m – имеет определенный знак (отрицательный); знак остальных определяется расчетом. Следовательно:

$$A'_m = \mathfrak{D}'_{m+1} - \mathfrak{D}'_m - g'_m = \frac{M_{m-1}}{l_m} - M_m\left(\frac{1}{l_m} + \frac{1}{l_{m+1}}\right) + \frac{M_{m+1}}{l_{m+1}} - \frac{X'_{m+1}}{l_{m+1}} + \frac{X'_m}{l_m} - g'_m \ldots (t)$$

Применим эту формулу к первой, второй и т. д. опорам. Для первой опоры A'_0; рассматривая ее как <u>левую</u> опору (A'_m) пролета l_{m+1}, причем в данном случае $l_{m+1} = \lambda$, а l_m и l_{m-1} – не существуют; M_{m-1} не существует; $M_m = M'_0$; $M_{m+1} = M'_1$, $X''_{m+1} = X'_\lambda$, X'_m – не существует; g'_m – не существует.

$$A'_0 = \frac{M'_1}{\lambda} - \frac{X'_\lambda}{\lambda} ,$$

но $M'_1 = -(p+\varkappa)\frac{\lambda(\lambda^3+l^3)}{4(2\lambda+3l)}$; $X'_\lambda = -(p+\varkappa)\frac{\lambda^2}{2}$.

Следовательно:

$$A'_0 = -\frac{(p+\varkappa)(\lambda^3+l^3)}{4(2\lambda+3l)\lambda} + (p+\varkappa)\frac{\lambda}{2}$$

[При равных пролетах:

$$A'_0 = -\frac{(p+\varkappa)l}{10} + (p+\varkappa)\frac{l}{2} = \frac{4}{10}(p+\varkappa)l \Big] .$$

Затем, для определения A'_1, можем рассматривать ее, как сопротивление <u>правой</u> опоры (A'_m) пролета (l_m) или как сопротивление <u>левой</u> опоры

(A'_m) пролета (l_{m+1}), пользуясь одной и той же формулой (t). Въ обоихъ случаяхъ: $A'_m = A'_1$, $l_m = \lambda$, $l_{m+1} = l$, l_{m-1} не существуетъ; $M_{m-1} = 0$, $M_m = M'_1$, $M_{m+1} = M'_2 = M'_{11}$; $x'_m = x'_\lambda$, $x'_{m+1} = x'_2$; $g'_m = g'_\lambda$.

Слѣдовательно:

$$A'_1 = -M'_1\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{l}\right) + \frac{M'_1}{l} - \frac{x'_2}{l} + \frac{x'_\lambda}{\lambda} - g'_\lambda .$$

Но $x'_2 = -(p+\varkappa)\frac{l^2}{2}$; $x'_\lambda = -(p+\varkappa)\frac{\lambda^2}{2}$; $g'_\lambda = -(p+\varkappa)\lambda$.

Слѣдовательно:

$$A'_1 = +\frac{(p+\varkappa)(\lambda^3+l^3)}{4(2\lambda+3l)\lambda} + (p+\varkappa)\frac{l}{2} + (p+\varkappa)\frac{\lambda}{2} = (p+\varkappa)\left\{\frac{\lambda^3+l^3}{4\lambda(2\lambda+3l)} + \frac{l}{2} + \frac{\lambda}{2}\right\}$$

[При равныхъ пролетахъ: $A'_1 = (p+\varkappa)l\left(\frac{1}{10}+1\right) = \frac{11}{10}(p+\varkappa)l$;

$$M_1 = -\frac{(p+\varkappa)(l^3+l^3)}{4(2l+3l)} = -\frac{1}{10}(p+\varkappa)\,l^2\ ] .$$

Опредѣлимъ теперь моменты на опорахъ и сопротивленія опоръ, вызванные понижеміемъ двухъ среднихъ опоръ на величину: S.

M въ данномъ случаѣ: $M''_0 = M''_3 = 0$, $M''_1 = M''_2$.

Примѣняя формулу (d), получимъ:

$$2M''_1(\lambda+l) + M''_1 l = 6\mathcal{E}\mathcal{J}\left[-y_m\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{l}\right) + y_{m+1}\frac{1}{l}\right]$$

Но $y_m = y_{m+1} = -S$. Слѣдовательно:

$$2M''_1(\lambda+l) + M''_1 l = \frac{6\mathcal{E}\mathcal{J}S}{\lambda},$$

откуда: $M''_1 = \frac{6\mathcal{E}\mathcal{J}S}{\lambda(2\lambda+3l)}$.

На основаніи формулы $(\varkappa)$, разсматривая $A'_0 = A'_m$ какъ сопротивленіе лѣвой опоры пролета $\lambda = l_{m+1}$

$$A''_0 = \frac{M''_1}{\lambda} = \frac{6\mathcal{E}\mathcal{J}S}{\lambda(2\lambda+3l)}$$

Разсматривая затѣмъ $A'_1 = A'_m$ какъ сопротивленіе правой опоры пролета $\lambda = l_m$.

$$A''_1 = -M''_1\left(\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{l}\right) + M''_1\frac{1}{l} = -\frac{M''_1}{\lambda} = -\frac{6\mathcal{E}\mathcal{J}S}{\lambda^2(2\lambda+3l)}$$

[Замѣтимъ, что въ двухпролетной балкѣ понижеміе средней опоры вызвало въ крайнихъ опорахъ увеличеніе сопротивленій вдвое менѣе, чѣмъ уменьшеніе сопротивленія на средней опорѣ; здѣсь же увеличеній

и уменьшенія одинаковы, причемъ въ обоихъ случаяхъ соблюдено условіе, что всѣ эти увеличенія и уменьшенія даютъ въ общей сложности нуль, т. е. ничего не измѣняютъ въ условіяхъ равновѣсія].

Такимъ образомъ отъ совокупнаго дѣйствія нагрузки и помощенія среднихъ опоръ:

$$M_1 = M_2 = M_B = M_0 = -\frac{(p+\kappa)(\lambda^3+l^3)}{4(2\lambda+3l)} + \frac{6EJ_S}{\lambda(2\lambda+3l)} \quad \ldots (u)$$

$$A = D = A_0' + A_0'' = -\frac{(p+\kappa)(\lambda^3+l^3)}{4(2\lambda+3l)\lambda} + (p+\kappa)\frac{\lambda}{2} + \frac{6EJ_S}{\lambda^2(2\lambda+3l)} = \frac{M_1}{\lambda} + (p+\kappa)\frac{\lambda}{2}$$

$$B = C = A_1' + A_1'' = (p+\kappa)\left\{\frac{\lambda^3+l^3}{4\lambda(2\lambda+3l)} + \frac{l+\lambda}{2}\right\} - \frac{6EJ_S}{\lambda^2(2\lambda+3l)}.$$

Найдемъ теперь наибольшій положительный моментъ въ какомъ либо сѣченіи перваго и втораго пролетовъ. Въ первомъ пролетѣ:

$$M_x = Ax - (p+\kappa)\frac{x^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (u')$$

Во второмъ пролетѣ:

$$M_x = Ax + B(x-\lambda) - (p+\kappa)\frac{x^2}{2},$$

а если мы будемъ считать x отъ второй опоры, то выраженіе момента во второмъ пролетѣ:

$$M_x = A(\lambda+x) + Bx - (p+\kappa)\lambda\left(\frac{\lambda}{2}+x\right) - (p+\kappa)\frac{x^2}{2}.$$

Но: $A\lambda - (p+\kappa)\frac{\lambda^2}{2} = M_1$. Слѣдовательно:

$$M_x = M_1 + \left[A + B - (p+\kappa)\lambda\right]x - (p+\kappa)\frac{x^2}{2}.$$

Но $A+B-(p+\kappa)\lambda$ – есть, очевидно, перерѣзывающее усиліе надъ второй опорой, включая и сопротивленіе 2-й опоры, то, что мы прежде обозначали чрезъ D_m', D_{m+1}' и т. д., т. е. перерѣзывающія усилія надъ лѣвой опорой пролета: l_m, l_{m+1} и т. д. или надъ правой опорой пролета l_{m-1}, l_m. Поэтому, разсматривая $D_1' = D_m'$

как перерѣзывающее усиліе надъ <u>лѣвой</u> опорой пролета $l = l_m$, имѣемъ:

$$A + B - (p+\kappa)\lambda = D_1 = \frac{M_m}{l_m} - \frac{M_{m-1}}{l_m} - \frac{x'_m}{l_m} = \frac{M_2}{l} - \frac{M_1}{l} - \frac{x'_l}{l} = -\frac{x'_l}{l} = +\frac{(p+\kappa)l}{2}.$$

[То же получится непосредственно изъ выраженія: $A + B - (p+\kappa)\lambda$].

Слѣдовательно, выраженіе момента въ любомъ сѣченіи втораго пролета:

$$M_x = M_1 + (p+\kappa)\frac{l}{2}x - (p+\kappa)\frac{x^2}{2} = M_1 + (p+\kappa)\frac{x}{2}(l-x) \ldots (u'')$$

Наибольшее значеніе max. M_x въ первомъ пролетѣ найдется, приравнявъ 0 производную выраженія (u'):

$$\frac{dM_x}{dx} = A - (p+\kappa)x = 0 \; ; \qquad x = \frac{A}{p+\kappa} \; ;$$

$$\max M_x^{(v)} = \frac{A^2}{2(p+\kappa)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (v)$$

Наибольшее значеніе max. M_x во второмъ пролетѣ найдется, взявъ производную выраженія (u'')

$$\frac{dM_x}{dx} = \frac{l}{2} - x = 0 \; ; \qquad x = \frac{l}{2} \; ;$$

$$\max. M_x^{(2)} = M_1 + (p+\kappa)\frac{l^2}{8} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (v')$$

Такимъ образомъ, абсолютный наибольшій моментъ можетъ быть или: M_1; $\max^{(1)} M_x$ или $\max^{(2)} M_x$. Съ увеличеніемъ пониженія опоръ: M_1 - убываетъ, а $\max.^{(1)} M_x$ и $\max.^{(2)} M_x$ - возрастаетъ. Абсолютно наибольшій моментъ наиболѣе понизитъ свое значеніе или когда $M_1 = \max^{(v)} M_x$, или $M_1 = \max^{(2)} M_x$.

Слѣдовательно, необходимо въ (v) и (v') вмѣсто A и M_1 вставить выраженія ихъ въ функціи δ и затѣмъ каждое приравнять выраженію (u); откуда и найдется искомое δ.

Слѣдовательно, приравнивая (u) и (v), получимъ:

$$M_1 = -\frac{A^2}{2(p+\kappa)} = -\frac{1}{2(p+\kappa)}\left(\frac{M_1}{\lambda} + (p+\kappa)\frac{\lambda}{2}\right)^2,$$

или:

$$-\frac{(p+q)(\lambda^3+l^3)}{4(2\lambda+3l)} + \frac{6\mathcal{E}J_\delta}{\lambda(2\lambda+3l} = -\frac{1}{2(p+\kappa)}\left\{-\frac{(p+q)(\lambda^3+l^3)}{4(2\lambda+3l)\lambda} + \frac{6\mathcal{E}J_\delta}{\lambda^2(2\lambda+3l)} + (p+\kappa)\frac{\lambda}{2}\right\}^2$$

откуда и найдется S.

Приравнявъ (u) и (v'), найдемъ:

$M_1 = -\left(M_1 + (p+x)\frac{l^2}{8}\right)$, или: $2M_1 = -(p+x)\frac{l^2}{8}$;

$M_1 = -(p+x)\frac{l^2}{16}$.

Изъ послѣдняго уравненія, которое рѣшается проще предыдущаго имѣемъ:

$$-\frac{(p+x)(\lambda^3+l^3)}{4(2\lambda+3l)} + \frac{6'\mathcal{E}\mathcal{J}_3}{\lambda(2\lambda+3l)} = -(p+x)\frac{l^2}{16}$$

$$S = \frac{(p+q)}{\mathcal{E}\mathcal{J}}\left\{\frac{(\lambda^3+l^3)\lambda}{24} - \frac{l^2\lambda(2\lambda+3l)}{96}\right\} =$$

$$= \frac{(p+q)\lambda}{96\mathcal{E}\mathcal{J}}\left\{(\lambda^3+l^3)4 - (2\lambda l^2+3l^3)\right\} = \frac{(p+q)\lambda}{96\mathcal{E}\mathcal{J}}\left\{4\lambda^3 + l^3 - 2\lambda l^2\right\}^{(*)}$$

Такимъ образомъ, будемъ ли мы приравнивать M_1 и $\max^{(1)} M_x$ или M_1 и $\max^{(2)} M_x$, мы получимъ два различныхъ значенія для S: S_1 и S_2. По Винклеру, если опредѣлить значенія S по двумъ вышеприведеннымъ формуламъ и вычислить соотвѣтственныя значенія $M_1 = -\max^{(1)} M_x$ и $M_1 = -\max^{(2)} M_x$ для цѣлой серіи значеній отношенія $\frac{l}{\lambda} = \alpha$, то оказывается, что пока $\alpha < 1{,}163$(**) то при $S = S_2$, $\max^{(1)} M_x > \max^{(2)} M_x$ или, такъ какъ $\max^{(2)} M_x = -M_1$, то и $\max^{(1)} M_x > M_1$. Если же $\alpha > 1{,}163$(**), то при

(*) Если назовемъ $2\lambda + l = 3\beta$; $l = \alpha\lambda$, то $\lambda = \frac{3\beta}{2+\alpha}$; $l = \frac{3\alpha\beta}{2+\alpha}$;

Тогда:

$$S = \frac{(p+q)}{96\mathcal{E}\mathcal{J}} \cdot \frac{3\beta}{(2+\alpha)}\left\{\frac{4 \cdot 27\beta^3}{(2+\alpha)^3} + \frac{27\alpha^3\beta^3}{(2+\alpha)^3} - \frac{54\alpha^2\beta^3}{(2+\alpha)^3}\right\} =$$

$$= \frac{(p+q)}{32}\frac{\beta^4}{(2+\alpha)^4} \cdot 27\left\{4 - 2\alpha^2 + \alpha^3\right\},$$

подъ какимъ видомъ формула дана Винклеромъ (Die Lehre der Elasticität Стран. 146).

(**) По основаніямъ, приведеннымъ въ слѣдующемъ пунктѣ, это отношеніе должно быть не 1,163, а 1,1716.

$S = S_1$, $\max^{(2)} M_x > \max^{(1)} M_x$ или $\max^{(2)} M_x > M_1$, такъ какъ въ этомъ случаѣ $\max^{(1)} M_x = M_1$.

Слѣдовательно, если желательно абсолютно наибольшій моментъ понизить возможно болѣе, то при $\alpha < 1{,}163$, слѣдуетъ сдѣлать $S = S_1$, а при $\alpha > 1{,}163$ — $S = S_2$.

Въ слѣдующей таблицѣ выписаны данныя Винклеромъ значенія S для цѣлой серіи α, соотвѣтственныя значенія M_1, $\max^{(1)} M_x$ и $\max^{(2)} M_x$ и коэффиціенты n, показывающіе во сколько моментъ, при опорахъ на одномъ уровнѣ, больше моментовъ при пониженныхъ среднихъ опорахъ.

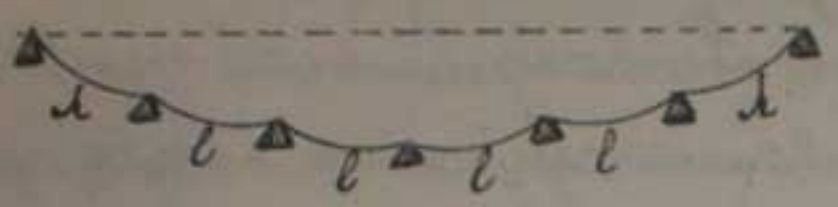
$\alpha =$	0,9	1,0	1,1	1,163(*)	1,2	1,3	
S	0,0055	0,0118	0,0214	0,0243	0,0229	0,0200	$(p+\kappa)\frac{\beta^4}{EJ}$
$^{(1)}\mathit{Max}\, M_x =+$	0,09186	0,08580	0,07710	0,07607	0,07387	0,06427	
$M_1 =-$	0,09186	0,08580	0,07710	0,07607	0,07910	0,08730	$(p+\kappa)\beta^2$
$^{(2)}\mathit{max}\, M_x =+$	0,01649	0,03924	0,05817	0,07607	0,07910	0,08730	
$n =$	1,071	1,166	1,336	1,387	1,353	1,283	

2.) Опредѣленіе наивыгоднѣйшаго пониженія среднихъ опоръ въ многопролетной балкѣ съ n пролетами.

Какъ и въ предыдущихъ случаяхъ наиболѣе вы-

(*) По основаніямъ, приведеннымъ въ слѣдующемъ пунктѣ, это отношеніе должно быть не 1,163, а 1,1716.

годное положеніе опоръ будетъ соотвѣтствовать тому случаю, когда всѣ моменты на опорахъ равны наибольшимъ моментамъ въ промежуткахъ между опорами.



Если M_1 - моментъ надъ второй опорой [моментъ надъ первой опорой полагаемъ равнымъ нулю, $M_0 = 0$], а $\max^{(1)} M_x$ - наибольшій положительный моментъ въ первомъ краемъ пролетѣ, то, какъ доказано въ предыдущемъ случаѣ (формула V):

$$\max^{(1)} M_x = \frac{A^2}{2(p+x)} = \frac{A^2}{2q}\ ;\ \text{но}\ A = \frac{M_1}{l} + q\frac{l}{2}.$$

Слѣдовательно:

$$\max^{(1)} M_x = \frac{1}{2q}\left(\frac{M_1}{l} + q\frac{l}{2}\right)^2.$$

Но по условію $M_1 = -\max^{(1)} M_x$. Слѣдовательно:

$$M_1 = -\frac{1}{2q}\left(\frac{M_1}{l} + q\frac{l}{2}\right)^2;\ 2qM_1 + \frac{M_1^2}{l^2} + M_1 q + q^2\frac{l^2}{4} = 0.$$

$$4M_1^2 + 12M_1 ql + q^2 l^2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (W)$$

Если D_m - перерѣзывающее усиліе надъ лѣвой опорой пролета l_m, то моментъ въ предѣлахъ пролета l_m:

$$^{(m)}M_x = M_{m-1} + D'_m x - \frac{qx^2}{2}\ ;\ \text{гдѣ}\ D'_m = \frac{M_m - M_{m-1}}{l_m} - \frac{x'_m}{l_m} = -\frac{x'_m}{l_m},$$

такъ какъ $M_m = M_{m-1}$ по условію.

Затѣмъ: $x'_m = -\frac{ql_m^2}{2}$. Слѣдовательно $D'_m = \frac{ql_m}{2}$.

Далѣе: $\frac{d^{(m)}M_x}{dx} = D'_m - qx = 0;\ x = \frac{D'_m}{q} = \frac{l_m}{2}$.

Слѣдовательно:

$$\max^{(m)} M_x = M_{m-1} + \frac{ql_m^2}{4} - \frac{ql_m^2}{8} = M_{m-1} + \frac{ql_m^2}{8}.$$

А такъ какъ, по условію, $M_{m-1} = -(\max M_x)$, то:

$$\max^{(m)} M_x = -M_{m-1} = M_{m-1} + \frac{ql_m^2}{8} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (W')$$

Отсюда слѣдуетъ также, что если всѣ $\max^{(m)} M_x$ должны быть равны между собою, то это возмож-

но лишь въ томъ случаѣ, когда всѣ промежуточные пролеты одинаковы. [Опорные моменты M_{m-1}, M_m, M_{m+1} – по условію равны между собою послѣдовательно для того, чтобы $\max^{(m)} M_x = \max^{(m+1)} M_x = \ldots$ необходимо, чтобы $q\frac{l_m^2}{8} = q\frac{l_{m+1}^2}{8} = \ldots\ldots$].

Такимъ образомъ, въ числѣ необходимыхъ требованій заключается равенство между собою всѣхъ промежуточныхъ пролетовъ.

На основаніи равенства (W') имѣемъ далѣе:

$$M_1 = -\left(M_1 + q\frac{l^2}{8}\right); \quad M_1 = -\frac{ql^2}{16}$$

[Тотъ же выводъ получился при разсмотрѣніи трехпролетной балки].

Въ этомъ случаѣ равенство (W) обращается въ:

$$\frac{q^2 l^4}{64} - \frac{3q^2 l^2 \lambda^2}{4} + q^2\lambda^4 = 0;$$

$$l^4 - 48 l^2\lambda^2 + 64 q^2\lambda^4 = 0;$$

$$l^2 = 24\lambda^2 \pm \sqrt{576\lambda^4 - 64\lambda^4} = 24\lambda^2 - \lambda^2 8\sqrt{8} = 4\lambda^2(6 - 2\sqrt{8});$$

$$l = 2\lambda\sqrt{6 - 2\sqrt{8}} = 2\lambda\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} = 2\lambda(2 - \sqrt{2}) = 1{,}1716\,\lambda \quad (*)$$

Такимъ образомъ, при возможности понизить опоры, можно достигнуть того, чтобы, при нагрузкѣ, равномѣрно распредѣленной по всѣмъ пролетамъ, опорные моменты были равны наибольшимъ моментамъ въ промежуткахъ между опорами-для чего необходимо, чтобы всѣ промежуточные пролеты были равны между собою и чтобы они были менѣе крайнихъ въ отношеніи 1,1716; причемъ не ставя никакого ограниченія для числа пролетовъ и, какъ

(*) Въ случаѣ трехпролетной балки должна существовать, очевидно, та же зависимость; поэтому указанное у Винклера (Die Lehre von der Elasticität, стр. 146) значеніе этой зависимости 1,163 – повидимому ошибочно

указанс будетъ ниже, чтобы промежуточныя опоры расположены были по дугѣ круга съ радіусомъ $R = \frac{48EJ}{ql^2}$.

Что же касается численнаго значенія одинаковыхъ моментовъ, то оно составляетъ: $M_m = -\max^{(m)} M_x = -\frac{ql^2}{16}$.

Если же опоры находятся на одномъ уровнѣ, то, какъ доказано на стран. 455 [Части III] – равенство однихъ опорныхъ моментовъ достигается только при очень большомъ числѣ пролетовъ и то лишь на опорахъ, достаточно удаленныхъ отъ концовъ балки, причемъ отношеніе между промежуточными и крайними пролетами должно быть 1, 2247/4. Численное значеніе момента: $M_m = -\frac{ql^2}{12}$, т. е. на 33% больше чѣмъ въ предъидущемъ случаѣ, что указываетъ на преимущества многопролетныхъ балокъ съ неположенными опорами.

Посмотримъ теперь, какъ опредѣлить требуемыя, для удовлетворенія вышесказаннаго, положенія опоръ.

Въ данномъ случаѣ, уравненіе (c) (Стр. 963), примѣненное къ двумъ первымъ пролетамъ, приметъ видъ:

$$2M_1(\lambda + 2l) + M_2 l = -q\frac{\lambda^3}{4} - q\frac{l^3}{4} + 6EJ\left[-y_1\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{l}\right) + \frac{y_2}{l}\right]$$

или, такъ какъ:

$$M_1 = M_2 = M_3 = \ldots \qquad y_1 = -S_1 : y_2 = -S_2 ; \; y_3 = -S_3, \ldots,$$

то:

$$M_1(2\lambda + 3l) = -\frac{q}{4}(\lambda^3 + l^3) + 6EJ\left(\frac{S_1}{\lambda} - \frac{S_2 - S_1}{l}\right) \ldots\ldots (7)$$

Примѣняя уравненіе (c) къ слѣдующимъ пролетамъ, получимъ:

$$M_2 l + 2M_1(l + l) + M_1 l = -\frac{q}{4}(l^3 + l^3) + 6EJ\left[\frac{y_1}{l} - y_2\left(\frac{1}{l} + \frac{1}{l}\right) + \frac{y_3}{l}\right],$$

или:

$$6M_1 l^2 = -\frac{ql^4}{4} + 6EJ(-S_1 + 2S_2 - S_3) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (Z')$$

Для следующих пролетов:

$$6M_1 l^2 = -\frac{ql^4}{4} + 6EJ(-S_2 + 2S_3 - S_4) \ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ и т. д.}$$

Вставляя в (Z) и (Z') вместо $M_1 = -\frac{ql^2}{16}$, вместо $\lambda = \frac{l}{2(2-\sqrt{2})} = \frac{l(2+\sqrt{2})}{4}$, получимъ вместо (Z):

$$-\frac{ql^2}{16}\left[\frac{l(2+\sqrt{2})}{2} + 3l\right] = -\frac{ql^3}{4}\left(\frac{8+12\sqrt{2}+12+2\sqrt{2}}{64} + 1\right) + 6EJ\left[\frac{4S_1}{l(2+\sqrt{2})} - \frac{S_2 - S_1}{l}\right]$$

или:

$$-\frac{ql^4}{16}\left(4+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{ql^4}{128}(42+7\sqrt{2}) + 6EJ\left[S_1\left(\frac{6+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\right) - S_2\right],$$

или:

$$\frac{ql^4}{128}(10+3\sqrt{2}) = 6EJ\left[S_1(5-2\sqrt{2}) - S_2\right],$$

или:

$$\frac{ql^4}{16}(10+3\sqrt{2}) = 48EJ\left[S_1(5-2\sqrt{2}) - S_2\right] \ldots.$$

Затѣмъ (Z') приметъ видъ:

$$-\frac{6ql^4}{16} = -\frac{ql^4}{2} + 6EJ(-S_1 + 2S_2 - S_3)$$

или:

$$\frac{ql^4}{8} = 6EJ(-S_1 + 2S_2 - S_3)$$

или:

$$ql^4 = 48EJ(-S_1 + 2S_2 - S_3).$$

Такимъ образомъ вместо (Z) и (Z') будемъ имѣть:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{ql^4}{16}(10+3\sqrt{2}) &= 48EJ\left[S_1(5-2\sqrt{2}) - S_2\right] \ldots \\
ql^4 &= 48EJ\left[-S_1 + 2S_2 - S_3\right] \ldots\ldots \\
ql^4 &= 48EJ\left[-S_2 + 2S_3 - S_4\right] \ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
ql^4 &= 48EJ\left[-S_{n-3} + 2S_{n-2} - S_{n-1}\right] \ldots\ldots \\
\frac{ql^4}{16}(10+3\sqrt{2}) &= 48EJ\left[-S_{n-2} + S_{n-1}(5-2\sqrt{2})\right] \ldots
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (Z'')$$

Замѣчая, что $S_1 = S_{n-1}$, $S_2 = S_{n-2}$ и складывая уравненія (Z''), число которыхъ $(n-1)$, получимъ:

$\frac{ql^4}{16} \cdot 2(10+3\sqrt{2}) + ql^4(n-3) = 48\mathcal{E}\mathcal{J}\left[2S_1(5-2\sqrt{2}) - 2S_1\right]$,

так как остальные S_2, S_3 .... взаимно сокращаются,

или: $ql^4\left(n + \frac{10}{8} + \frac{3}{8}\sqrt{2} - 3\right) = \mathcal{E}\mathcal{J}S_1\left[48(8-4\sqrt{2})\right]$,

$ql^4(n - 1{,}2197) = \mathcal{E}\mathcal{J}S_1(112{,}47)$,

откуда:

$$S_1 = (0{,}008891 \cdot n - 0{,}010845)\frac{ql^4}{\mathcal{E}\mathcal{J}}$$

Затем: $S_2 = (0{,}019307 \cdot n - 0{,}042096)\frac{ql^4}{\mathcal{E}\mathcal{J}}$

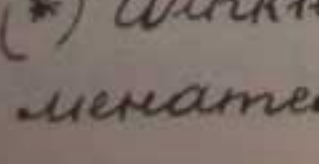
$S_3 = (0{,}029723 \cdot n - 0{,}094180)\cdot\frac{ql^4}{\mathcal{E}\mathcal{J}}$

$S_4 = (0{,}040139 \cdot n - 0{,}167097)\cdot\frac{ql^4}{\mathcal{E}\mathcal{J}}$

. . . . . .

. . . . . .

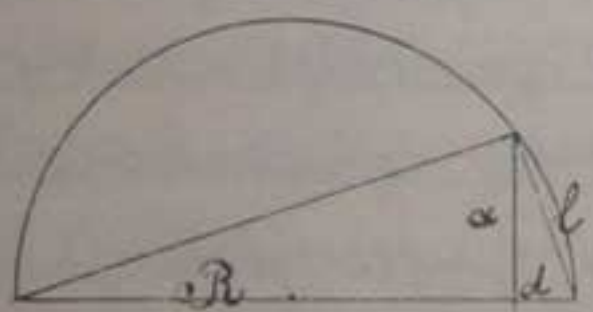
Если соединить прямой линией опоры $m-1$ и $m+1$, смежныя съ опорой m, то разстояніе опоры m отъ этой прямой:



$$d_m = \delta_m - \frac{\delta_{m+1}+\delta_{m-1}}{2} = \frac{1}{2}\left(-\delta_{m-1} + 2\delta_m - \delta_{m+1}\right)$$

Согласно же равенству (Z''), вторая часть написанного выраженія величина постоянная, а именно: $\frac{1}{96}\frac{ql^4}{\mathcal{E}\mathcal{J}}$. Слѣдовательно, всѣ опоры, за исключеніемъ двухъ крайнихъ, располагаются при такихъ условіяхъ по дугѣ окружности круга, радіусъ котораго $\mathcal{R} = \frac{48\mathcal{E}\mathcal{J}}{q \cdot l^2}$; такъ какъ:

$$a^2 = l^2 - d^2 = d(2\mathcal{R} - d)$$



откуда:

$$\mathcal{R} = \frac{l^2}{2d} = \frac{l^2}{ql^4}48\mathcal{E}\mathcal{J} = \frac{48\mathcal{E}\mathcal{J}}{ql^2} \quad (*)$$

б.) Опредѣленіе вліянія вертикальнаго перемѣщенія опоры на значеніе напряженія при изгибѣ.

Если перемѣщена одна промежуточная опора,

(*) Winkler. Die Lehre von der Elasticität. Стр. 150. Въ знаменателѣ, повидимому, пропущенъ множитель: $p. = q$.

например. y_m. то, как доказано ранее [фор. Ref. Стр. 467]

$$M_m = -\frac{6EJy_m}{l_m^2}\left\{\frac{(1+\frac{1}{\mu_m})+\frac{l_m}{l_{m+1}}(1+\frac{1}{\nu_{m+1}})}{(2-\frac{1}{\mu_m})+\frac{l_m}{l_{m+1}}(2-\frac{1}{\nu_{m+1}})}\right\} = -\frac{6EJy_m}{l_{m+1}^2}\left\{\frac{\frac{l_{m+1}}{l_m}(1+\frac{1}{\mu})+(1+\frac{1}{\nu_{m+1}})}{\frac{l_m}{l_{m+1}}(2-\frac{1}{\mu_m})+(2-\frac{1}{\nu_{m+1}})}\right\} =$$

$$= -\frac{6EJy_m}{l_m^2}\cdot A = -\frac{6EJy_m}{l_{m+1}^2}\cdot B$$

$$M_{m-1} = \frac{1}{\mu_m}\left(\frac{6EJy_m}{l_m^2} - M_m\right) = \frac{6EJy_m}{l_m^2}\left(\frac{1}{\mu_m}+A\right) = \frac{6EJy_m}{l_m^2}\cdot C$$

$$M_{m-2} = -\frac{1}{\mu_{m-2}}\cdot M_{m-1} = -\frac{6EJy_m}{l_m^2}\cdot D \text{ и т.д., где } A, B, C, D \text{ - пост. коэф.}$$

Равным образом:

$$M_{m+1} = \frac{6EJy_m}{l_{m+1}^2}\cdot E \quad ; M_{m+2} = \frac{6EJy_m}{l_{m+1}^2}\cdot F \text{ и т.д.}$$

Вообще:

$$M_x = \frac{6EJy_m}{l_m^2}\cdot N = \frac{6EJy_m}{l_{m+1}^2}\cdot M \ ,$$

где N и M зависят только от отношения между различными пролетами, от положения рассматриваемого сечения, относительно которого определяется момент M_x, а также от положения, занимаемого понижением опорой (так как в выражение N и M, или A и B, входит $\frac{l_{m+1}}{l_m}$). Следовательно, напряжение при изгибе:

$$R = \frac{Mz}{J} = \frac{M.h}{2J} = \frac{6EJy_m}{l_m^2.2.J}\cdot N.h = \frac{3Ey_m h}{l_m^2}\cdot N \ ,$$

т.е. напряжение пропорционально перемещению опоры, высоте - ферме и обратно пропорционально квадрату пролета, примыкающего к понижению опоре. Также зависимость будет существовать и в случае перемещения нескольких промежуточных опор. Следовательно, предвидя возможность, например, понижения промежуточных опор, выгодные высоту фермы увеличить не чрезмерно, а пролеты не уменьшать каковые требования прямо противоположны тем, которые предъяв-

ляются, когда имѣютъ дѣло съ вертикальной нагрузкой при опорахъ на одномъ уровнѣ. Такъ, напримѣръ, если M' – моментъ отъ вертикальной нагрузки при опорахъ на одномъ уровнѣ, а M'' – дополнительный моментъ, вызванный понижеміемъ опоры y_m, то общій моментъ: $M = M' + M''$.

Слѣдовательно:

$$R = \frac{Mz}{J} = \frac{M'z}{J} + \frac{M''z}{J} = \frac{M'h}{2J} + \frac{3EJy_m h}{l_m^2} \cdot \mathcal{P},$$

откуда видно, что для перваго слагаемаго выгодно увеличивать и h, такъ какъ вмѣстѣ съ тѣмъ увеличивается J, а также уменьшить l, отчего уменьшается и M'. Во второмъ же слагаемомъ – наоборотъ: выгодно уменьшить h и увеличить l_m. Слѣдовательно, нужно выбрать такое значеніе для этихъ величинъ, чтобы R получилось наименьшее при заданномъ y_m. Это показываетъ, что въ многопролетныхъ фермахъ, когда можно опасаться понижеміе опоръ, высоту фермъ слѣдуетъ вообще назначать менѣе, чѣмъ въ случаѣ однопролетныхъ балокъ.

Этимъ же объясняется, почему, въ случаѣ укладки рельсоваго пути безъ балласта на сжимаемомъ грунтѣ, предпочитаютъ пользоваться невысокими рельсами [Cm. Resal. Ponts métalliques].

V.) Оцѣнка вліянія перемѣннаго сѣченія.

Все отличіе отъ предъидущихъ выкладокъ будетъ состоять въ томъ, что моментъ инерціи J нельзя уже будетъ выносить за знакъ $\int$-ла. Такъ какъ не всегда можно будетъ выразить алгебраически законъ измѣненія J въ зависимости отъ измѣненія пер-

мѣнной, то, вмѣсто опредѣленія точнаго значенія опредѣленныхъ $\int$-овъ, придется пользоваться способомъ квадратуры.

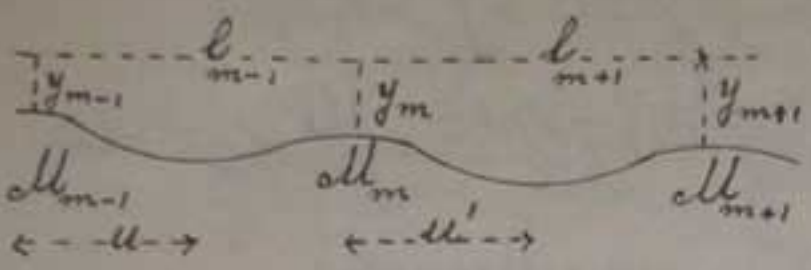
Чтобы знать-съ какими опредѣленными интегралами придется имѣть дѣло, слѣдуетъ вывести основныя формулы, исходя изъ извѣстнаго основного уравненія: $EJ\frac{d^2y}{dx^2} = M_x$, гдѣ J - нѣкоторая функція отъ независимой — x.

Интегрируя это уравненіе два раза, можно, путемъ преобразованій, придти къ уравненію или къ теоремѣ трехъ опорныхъ моментовъ, которая была уже выведена въ предыдущей главѣ для балки постояннаго сѣченія. Вмѣсто указаннаго пріема приведемъ предложенный Resal'емъ(*) выводъ болѣе общей теоремы трехъ моментовъ, выражающей зависимость между опорными моментами и двумя моментами относительно сѣченій, взятыхъ произвольно въ смежныхъ пролетахъ, а также и предложенную Maurice Levy, теорему двухъ моментовъ, съ примѣненіемъ первой теоремы къ аналитическому изслѣдованію вопроса о вліяніи перемѣннаго сѣченія.

а.) Теорема трехъ моментовъ для многопролетной балки перемѣннаго сѣченія съ опорами на разныхъ уровняхъ и выражающая зависимость между опорными моментами и двумя моментами, взятыми гдѣ-либо въ двухъ прилегающихъ къ опорѣ пролетахъ.

(*) Resal. Ponts metalliques. T II Page 258.

$$\mathcal{E}\mathcal{J}\frac{dy^2}{dx} = \mathcal{M}_x = \mathcal{M}_{m-1} + \mathcal{D}'_m x + \mathcal{X}_x = \mathcal{M}_{m-1} + \left(\frac{\mathcal{M}_m - \mathcal{M}_{m-1}}{l_m}\right).x + \mathcal{X}_x \quad \ldots\ldots\ldots (A)$$



Если $\mathcal{J}$ величина переменная, то $\frac{dy}{dx} = \int \frac{\mathcal{M}x}{\mathcal{E}\mathcal{J}}$;
$\frac{dy}{dx} - \tau'_m = \int_0^x \frac{\mathcal{M}x}{\mathcal{E}\mathcal{J}}\,dx$, если τ'_m - значение $\frac{dy}{dx}$ при $x = 0$ в пролете l_m.

Интегрируя в пределах 0 и x:

$$y - y_{m-1} - \tau'_m x = \int_0^x dx \int_0^x \frac{\mathcal{M}x}{\mathcal{E}\mathcal{J}}dx = x\int_0^x \frac{\mathcal{M}x}{\mathcal{E}\mathcal{J}}dx - \int_0^x \frac{\mathcal{M}_x x.dx}{\mathcal{E}\mathcal{J}},$$

если y_{m-1} - значение y при $x = 0$ в пролете l_m.

При $x = l_m$: $y_m - y_{m-1} - \tau'_m . l_m = \int_0^l \frac{\mathcal{M}x}{\mathcal{E}\mathcal{J}}(l_m - x)dx$.

Вставляя вместо x, $l_m - x$, причем τ'_m заменится через: τ''_m (τ''_m - значение $\frac{dy}{dx}$ при $x = l_m$ в пролете l_m) и указатели переместятся, получим:

$$y_{m-1} - y_m + \tau''_m l_m = \int_0^l \frac{\mathcal{M}'x}{\mathcal{E}\mathcal{J}} x dx.$$

Для какого-либо $x = u$ взятого в пролете l_m, выражение (A) перепишется:

$$\mathcal{M}_u = \mathcal{M}_{m-1} + \left(\frac{\mathcal{M}_m - \mathcal{M}_{m-1}}{l_m}\right) u + \mathcal{X}_u \quad \ldots\ldots (A')$$

По исключении из (A) и (A') $\mathcal{M}_m$, а затем $\mathcal{M}_{m-1}$, получим упорядоченно:

$$\mathcal{M}_x = \mathcal{M}_{m-1}\left(\frac{u-x}{u}\right) + (\mathcal{M}_u - \mathcal{X}_u)\frac{x}{u} + \mathcal{X}_x \quad \ldots\ldots (A'')$$

$$\mathcal{M}_x = \mathcal{M}_m\left(\frac{x-u}{l_m - u}\right) + (\mathcal{M}_u - \mathcal{X}_u)\left(\frac{l_m - x}{l_m - u}\right) + \mathcal{X}_x \quad \ldots (A''')$$

Вставляя значение $\mathcal{M}_x$ (A'') в выражение $y - y_m - \tau'_m l_m$, а значение $\mathcal{M}_x$ (A''') в выражение $y_{m-1} - y_m + \tau''_m l_m$, получим:

$$y_m - y_{m-1} - \tau'_m l_m = \frac{\mathcal{M}_{m-1}}{u}\int_0^l \frac{(u-x)(l_m - x)dx}{\mathcal{E}\mathcal{J}} + \frac{(\mathcal{M}_u - \mathcal{X}_u)}{u}\int_0^l x\frac{(l_m - x)dx}{\mathcal{E}\mathcal{J}} + \int_0^l \mathcal{X}_x \frac{(l_m - x)dx}{\mathcal{E}\mathcal{J}} \quad \ldots (B)$$

$$y_{m-1} - y_m + \tau''_m l_m = \frac{\mathcal{M}_m}{l_m - u}\int_0^l \frac{(x-u)}{\mathcal{E}\mathcal{J}} x dx + \left(\frac{\mathcal{M}_u - \mathcal{X}_u}{l_m - u}\right)\int_0^l \frac{(l_m - x)x dx}{\mathcal{E}\mathcal{J}} + \int_0^l \frac{\mathcal{X}_x x dx}{\mathcal{E}\mathcal{J}} \quad \ldots (B')$$

Применяя (B') к пролету l_m, а (B) к пролету l_{m+1}, причем вместо u, следует поставить u' а вместо x, поставить для отличия x' и замечая, что вместо $\mathcal{X}_x$ поставить

$\tau'_{m+1} = \tau''_{m+1}$, получимъ:

$$y_{m-1} - y_m + \tau'_m l_m = \frac{M_m}{l_m - u}\int_0^{l_m}\frac{(x-u)x\,dx}{EJ} + \frac{(M_u - X_u)}{l_m - u}\int_0^{l_m}\frac{(l_m - x)x\,dx}{EJ} + \int_0^{l_m}\frac{X_x x\,dx}{EJ}$$

$$y_{m+1} - y_m - \tau''_m l_{m+1} = \frac{M_m}{u'}\int_0^{l_m}\frac{(u'-x')(l_m - x')dx'}{EJ} + \frac{(M_{u'} - X_{u'})}{u'}\int_0^{l_{m+1}}\frac{x'(l_{m+1}-x')dx'}{EJ} + \int_0^{l_{m+1}}\frac{X_{x'}(l_{m+1}-x')dx'}{EJ}$$

Исключая изъ этихъ равенствъ τ''_m, получимъ:

$$\frac{y_{m-1}}{l_m} - y_m\left(\frac{1}{l_m} + \frac{1}{l_{m+1}}\right) + \frac{y_{m+1}}{l_{m+1}} = \frac{(M_u - X_u)}{l_m(l_m - u)}\int_0^{l_m}\frac{(l_m - x)x\,dx}{EJ} +$$

$$+ M_m\left[\frac{1}{l_m(l_m-u)}\int_0^{l_m}\frac{(x-u)x\,dx}{EJ} + \frac{1}{l_{m+1}u'}\int_0^{l_{m+1}}\frac{(u'-x')(l_{m+1}-x')dx'}{EJ}\right] +$$

$$+ \frac{(M_{u'} - X_{u'})}{u' l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}\frac{x'(l_{m+1}-x')dx'}{EJ} + \frac{1}{l_m}\int_0^{l_m}\frac{X_x x\,dx}{EJ} + \frac{1}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}X_{x'}(l_{m+1}-x')dx' \ldots (C)$$

Вотъ это и есть формула трехъ моментовъ въ самомъ общемъ видѣ, выражающая зависимость между опорными моментами M_m и двумя моментами M_u и $M_{u'}$, взятыми въ сѣченіяхъ $x = u$ и $x' = u'$, въ пролетахъ l_m и l_{m+1}. Если извѣстны перемѣщенія опоръ y_{m-1}, y_m и y_{m+1} и два изъ моментовъ, всегда можно опредѣлить третій моментъ.

Если, положимъ, $u = 0$ и $u' = l_{m+1}$, то, очевидно, получимъ зависимость между тремя опорными моментами. Дѣйствительно:

$$\frac{y_{m-1}}{l_m} - y_m\left(\frac{1}{l_m} + \frac{1}{l_{m+1}}\right) + \frac{y_{m+1}}{l_{m+1}} = \frac{M_{m-1}}{l_m^2}\int_0^{l_m}\frac{x(l_m - x)}{EJ}dx + M_m\left[\frac{1}{l_m^2}\int_0^{l_m}\frac{x^2 dx}{EJ} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{l_{m+1}^2}\int_0^{l_{m+1}}\frac{(l_{m+1}-x')^2 dx}{EJ}\right] + \frac{M_{m+1}}{l_{m+1}^2}\int_0^{l_m}\frac{x'(l_{m+1}-x')\,dx'}{EJ} + \frac{1}{l_m}\int_0^{l_m}\frac{X_x x\,dx}{EJ} +$$

$$+ \frac{1}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}\frac{X_{x'}\cdot(l_{m+1}-x')\,dx'}{EJ} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (C')$$

[$X'_{u'} = 0$ въ виду того, что $X'_{u'}$ есть моментъ на опору отъ нагрузки, расположенной на пролетѣ l_{m+1} въ предположеніи балки, свободно лежащей на опорахъ]

Если же J-постоянное и вынесется за знакъ интеграла, то получится формула (C) предыдущей главы (стр. 363) IV. Дѣйствительно:

$$EJ\left[\frac{y_{m-1}}{l_m}-y_m\left(\frac{1}{l_m}+\frac{1}{l_{m+1}}\right)+\frac{y_{m+1}}{l_{m+1}}\right]=\frac{M_{m-1}}{l_m^2}\left[\frac{l_m^3}{6}\right]+M_m\left[\frac{1}{l_m^2}\frac{l_m^3}{3}+\frac{1}{l_{m+1}^2}\frac{l_{m+1}^3}{3}\right]+$$

$$+\frac{M_{m+1}}{l_{m+1}^2}\left[\frac{l_{m+1}^3}{6}\right]+\frac{1}{l_m}\int_0^{l_m}X_x\,x\,dx+\frac{1}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}X_{x'}(l_{m+1}-x')\,dx'=$$

$$=M_{m-1}\frac{l_m}{6}+\frac{M_m}{3}(l_m+l_{m+1})+M_{m+1}\frac{l_{m+1}}{6}+\frac{1}{l_m}\int_0^{l_m}X_x\,x\,dx+\frac{1}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}X_x(l_{m+1}-x')\,dx'$$

или:

$$6EJ\left[\frac{y_{m-1}}{l_m}-y_m\left(\frac{1}{l_m}+\frac{1}{l_{m+1}}\right)+\frac{y_{m+1}}{l_{m+1}}\right]=M_{m-1}l_m+2M_m(l_m+l_{m+1})+M_{m+1}l_{m+1}+$$

$$+\frac{6}{l_m}\int_0^{l_m}X_x\,x\,dx+\frac{6}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}X_{x'}(l_{m+1}-x')\,dx'\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(C'')$$

Но: $\frac{6}{l_m}\int_0^{l_m}X_x\,x\,dx=\frac{6}{l_m}\left[l_m\int_0^{l_m}X_x\,dx-\int_0^{l}dx\int_0^{x}X_x\,dx\right]=6\int_0^{l_m}X_x\,dx-\frac{6}{l_m}\int_0^{l}dx\int_0^{x}X_x\,dx\ldots(\alpha)$

Заметим:

$$\frac{6}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}X_x(l_{m+1}-x')\,dx=-6\int_0^{l_{m+1}}X_x\,dx'+\frac{6}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}dx'\int_0^{x'}X_{x'}\,dx'+6\int_0^{l_{m+1}}X_{x'}\,dx'=\frac{6}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}dx\int_0^{x'}X_{x'}\,dx\ldots(\beta)$$

Так как

$$\int u\,dv=uv-\int v\,du=u\cdot v-\int du\,v\,.$$

Но $v=\int dv$. Следовательно: $\int u\,dv=u\int dv-\int du\int dv$

Полагая: $X_x\,dx=dv$, $x=u$, получим:

$$\int X_x\cdot x\,dx=x\int X_x\,dx-\int dx\int X_x\,dx$$

Для пределов $x=0$ и $x=l_m$:

$$\int_0^{l_m}X_x\,x\,dx=l_m\int_0^{l_m}X_x\,dx-\int_0^{l_m}dx\int_0^{x}X_x\,dx\quad\text{и т.д.}$$

Следовательно складывая (α)-(β), получим:

$$\frac{6}{l_m}\int_0^{l_m}X\,x\,dx+\frac{6}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}X_x(l_{m+1}-x)\,dx'=6\int_0^{l_m}X\,dx-\frac{6}{l_m}\int_0^{l_m}dx\int_0^{x}X\,dx+\frac{6}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}dx\int_0^{x'}X_x\,dx'$$

С другой стороны в формуле (C) предыдущей главы IV гл. имеем: $n''_m\,l_m+n'_{m+1}\,l_{m+1}=(m'_m+2m''_m)\,l_m+(2m'_{m+1}+m''_{m+1})\,l_{m+1}=$

$$=\left\{\frac{6}{l_m^2}\left[l_m\int_0^{l_m}X\,dx-3\int_0^{l_m}dx\int_0^{x}X\,dx\right]-\frac{12}{l_m^2}\left[l_m\int_0^{l_m}x\,dx-2\int_0^{l_m}dx\int_0^{x}X\,dx\right]\right\}l_m+$$

$$+\left\{\frac{6}{l_{m+1}^2}\left[l_{m+1}\int_0^{l_{m+1}}X_x\,dx'-3\int_0^{l_{m+1}}dx'\int_0^{x'}X_{x'}\,dx'\right]-\frac{6}{l_{m+1}^2}\left[l_{m+1}\int_0^{l_{m+1}}X_{x'}\,dx'-2\int_0^{l_m}d''x\int_0^{x'}X_{x'}\,dx\right]\right\}l_{m+1}$$

$$=-6\int_0^{l_m}X\,dx+\frac{6}{l_m}\int_0^{l_m}dx\int_0^{x}X\,dx'-\frac{6}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}dx'\int_0^{x'}X_{x'}\,dx\,!\ldots$$ (*)

Таким образом (C'') тождественна с формулой (c) предыдущей главы IV.

Если бы в значениях моментов на опорах мы

(*) См. стр. 462 - вторые: m'_m и m''_m

пожелали отдѣлить вліяніе нагрузки отъ вліянія собственно помѣщенія опоръ и ~~соотвѣтственныя~~ пазвали значенія, —— чрезъ: M'_{m-1}, M'_m, M'_{m+1} и M''_{m-1}, M''_m и M''_{m+1}, причемъ: $M_{m-1} = M'_{m-1} + M''_{m-1}$ и т.д., то формула (C') раздѣлилась бы на двѣ слѣдующія:

$$\frac{M'_{m-1}}{l_m^2}\int_0^{l_m}\frac{x(l_m-x)}{EJ}dx + M'_m\left[\frac{1}{l_m^2}\int_0^{l_m}\frac{x^2dx}{EJ} + \frac{1}{l_{m+1}^2}\int_0^{l_{m+1}}\frac{(l_{m+1}-x')dx'}{EJ}\right] +$$

$$+\frac{M'_{m+1}}{l_{m+1}^2}\int_0^{l_{m+1}}\frac{x'(l_{m+1}-x')dx'}{EJ} = -\frac{1}{l_m}\int_0^{l_m}\frac{x_x\,x\,dx}{EJ} - \frac{1}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}\frac{x_{x'}(l_{m+1}-x')}{EJ}dx'$$

и

$$\frac{M''_{m-1}}{l_m^2}\int_0^{l_m}\frac{x(l_m-x)}{EJ}dx + M''_m\left[\frac{1}{l_m^2}\int_0^{l_m}\frac{x^2dx}{EJ} + \frac{1}{l_m^2}\int_0^{l_{m+1}}\frac{(l_{m+1}-x')dx'}{EJ}\right] +$$

$$+\frac{M''_{m+1}}{l_{m+1}^2}\int_0^{l_{m+1}}\frac{x'(l_{m+1}-x')dx'}{EJ} = \frac{y_{m-1}}{l_m} - y_m\left(\frac{1}{l_m}+\frac{1}{l_{m+1}}\right) + \frac{y_{m+1}}{l_{m+1}}$$

Такъ же можно было бы разбить и болѣе общую формулу (C).

δ.) <u>Теорема двухъ моментовъ.</u>

Предположимъ, что въ общей формулѣ (C) (Стр. 494) значенія $x = u$ и $x' = u'$ выбраны такъ, что при $x = u$ произвольномъ $x' = u'$ удовлетворяетъ тому условію, что коэффиціентъ при M_m обращается въ нуль. Для сего необходимо чтобы:

$$\frac{1}{l_m(l_m-u)}\int_0^{l_m}\frac{(x-u)x\,dx}{EJ} + \frac{1}{l_{m+1}u'}\int_0^{l_{m+1}}\frac{(u'-x')(l_{m+1}-x')}{EJ}dx' = 0$$

Это послѣднее уравненіе можно еще такъ переписать прибавляя и отнимая по-ровну къ первому $\int$-у и раскрывая скобки въ обоихъ интегралахъ.

$$\frac{1}{l_m(l_m-u)}\left[\int_0^{l_m}\frac{x^2dx}{EJ} - \int_0^{l_m}\frac{u\,x\,dx}{EJ} + \int_0^{l_m}\frac{l_m\,x\,dx}{EJ} - \int_0^{l_m}\frac{l_m\,x\,dx}{EJ}\right] +$$

$$+\frac{1}{l_{m+1}u'}\left[\int_0^{l_{m+1}}u'(l_{m+1}-x')dx' - \int_0^{l_{m+1}}x'(l_{m+1}-x')dx'\right] = 0$$

или:

$$-\frac{1}{l_m(l-u)}\int_0^{l_m}\frac{(l-x)x\,dx}{EJ} + \frac{1}{l_m}\int_0^{l_m}\frac{x\,dx}{EJ} + \frac{1}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}\frac{(l_{m+1}-x')dx'}{EJ} - \frac{1}{l_{m+1}u'}\int_0^{l_{m+1}}\frac{x'(l_{m+1}-x')\,dx'}{EJ} = 0 \quad \ldots (D)$$

Условіе это всегда можетъ быть выполнено, такъ какъ опредѣленные интегралы могутъ быть вычислены точно

или приближенно.

Стр 494

При такихъ условіяхъ уравненіе (C) обращается въ:

$$\frac{y_{m-1}}{l_m} - y_m\left(\frac{1}{l_m}+\frac{1}{l_{m+1}}\right)+\frac{y_{m+1}}{l_{m+1}} = \frac{(M_u - X_u)}{l_m(l_m-u)}\int_0^{l_m}\frac{(l_m-x)x\,dx}{EJ} + \frac{(M_{u'}-X_{u'})}{u' l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}\frac{x'(l_{m+1}-x')\,dx'}{EJ} +$$

$$+\frac{1}{l_m}\int_0^{l_m}\frac{X_x x\,dx}{EJ} + \frac{1}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}} X_{x'}(l_{m+1}-x')\,dx' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (E),$$

что и есть уравненіе двухъ моментовъ, позволяющее по моменту въ данномъ сѣченіи пролета - вычислять моментъ въ соотвѣтственномъ сѣченіи смежнаго пролета, причемъ между обоими сѣченіями фактически существуетъ зависимость, опредѣленная формулой (D)

Теорема двухъ моментовъ была предложена Maurice Levy.

Точки $x = u$ и $x' = u'$, связанныя зависимостью (D), называются соотвѣтствующими точками. Опредѣливъ какимъ либо путемъ значеніе M_u для $x = u$, всегда можно, помощью (E), найти для соотвѣтствующей точки $x' = u'$ смежнаго пролета - значеніе $M_{u'}$. Если значенія u' получаются мнимыми, то это значитъ, что значеніе $M_{u'}$ относится къ абсциссѣ кривой моментовъ, расположенной за предѣлами пролета.

Если предположить, что на двухъ разсматриваемыхъ смежныхъ пролетахъ нѣтъ нагрузки, т.е. $X_x = 0$ и $X_{x'} = 0$ и $X_u = 0$, $X_{u'} = 0$, что опоры расположены на одномъ уровнѣ, т.е. $y_{m+1} = y_m = y_{m-1}$ сверхъ того отъ нагрузки, помѣщенной въ какихъ-либо другихъ пролетахъ, для сѣченія $x = u$, $M_u = 0$, то, на основаніи (E), очевидно, что и $M_{u'} = 0$, будетъ-ли J - постояннымъ или переменнымъ. [При y_{m-1}, y_m, y_{m+1} неодинаковыхъ и при-

---

хранении всѣхъ прочихъ условій M_u, очевидно, не равно нулю]. Всѣ эти ряды соотвѣтствующихъ точекъ въ не нагруженныхъ пролетахъ, относительно которыхъ (т.е. точекъ) нагрузка, помѣщенная гдѣ либо въ другихъ пролетахъ, вызываетъ моментъ, равный нулю – называютъ, какъ извѣстно, фокусами. [См. стр. 402 Том III]. Если, напримѣръ, предположить, что балка свободно опирается на крайнія опоры, то моменты на крайнихъ опорахъ всегда равны нулю, слѣдовательно, гдѣ бы ни была помѣщена нагрузка на одномъ или нѣсколькихъ среднихъ пролетахъ, лѣвая крайняя опора будетъ фокусомъ. Если предположить сначала для перваго пролета $u=0$, для котораго $M_0 = 0$, то на основаніи (D) найдемъ во второмъ пролетѣ u', для котораго $M_{u'} = 0$. Зная u', найдемъ на основаніи (D) въ третьемъ пролетѣ u'', для котораго $M_{u''} = 0$ и т.д. Эта серія точекъ называется лѣвыми фокусами.

Если обратно – въ послѣднемъ пролетѣ l_m положимъ $u'_n = 0$, для котораго $M_n = 0$, то на основаніи (D), найдемъ въ предпослѣднемъ пролетѣ u_{n-1}, для котораго $M_u = 0$ и т.д. – и получимъ вторую серію фокусовъ, называемыхъ правыми фокусами. Слѣдовательно, въ каждомъ пролетѣ будетъ по два фокуса. Такимъ образомъ: 1.) рѣшая $(n-1)$ уравненій (D) съ одною неизвѣстною и, полагая для перваго пролета $u = 0$, опредѣляется положеніе n-лѣвыхъ фокусовъ (включая и $u = 0$); рѣшая тѣже группы $(n-1)$ уравненій, полагая для послѣдняго пролета $u' = 0$, опредѣлится положеніе n правыхъ фокусовъ.

Положенія фокусовъ зависитъ только отъ сѣченія балки (J) и отъ величины пролетовъ; положенія эти не зависятъ ни отъ нагрузки, ни отъ относительнаго повышенія или понижения опоръ; 2.) рѣшая (n-1) послѣдовательныхъ уравненій (E), можно опредѣлить значенія моментовъ въ сѣченіяхъ, совпадающихъ съ фокусами, такъ какъ при $u = 0$, $M_u = 0$ и при $u' = l_n$, $M_{u'} = 0$.

Числовыя значенія разстояній этихъ фокусовъ отъ соотвѣтствующихъ опоръ — для случая многопролетной балки постояннаго сѣченія съ равными пролетами, съ опорами на одномъ пролетѣ и свободно опирающейся на крайнія опоры — приведены на стран. 413 [Часть III].

$\xi_1 = 0$; $\xi_2 = 0{,}2\,l$; $\xi_3 = 0{,}21053\,l$; ..... $\xi_n = 0{,}21132\,l$;
$\xi'_1 = 0{,}21132\,l$; $\xi'_{n-1} = 0{,}2\,l$; $\xi'_n = 0$

Если, напримѣръ, при сохраненіи всѣхъ прочихъ условій, балка на крайнихъ опорахъ задѣлана горизонтально, то должна получиться новая серія значеній фокусовъ. Если, напримѣръ, примѣнить тотъ же пріемъ вычисленія, который приведенъ на стран. 413, то получили-бы:

$$\mu_1 = \nu_n = 2 \left[\text{такъ какъ (стр. 73) } M_0 = -\frac{M_1}{2};\ M_n = -\frac{M_{n-1}}{2}\right].$$

$$\mu_2 = \nu_{n-1} = \frac{2(l_2 + l_1) - \frac{l_1}{\mu_1}}{l_2} = \frac{2(2l) - \frac{l}{2}}{l} = 3{,}5$$

$$\mu_3 = \nu_{n-2} = \frac{2(l_3 + l_2) - \frac{l_2}{\mu_2}}{l_3} = \frac{2.2.l - \frac{l}{3{,}5}}{l} = 3{,}71429$$

$$\mu_4 = \nu_{n-3} = \frac{2.2.l - \frac{1}{3{,}71429}}{l} = 3{,}731$$

. . . . . .

. . . . . .

$\xi_1 = \frac{l_1}{1+\mu_1} = \frac{l}{3} = 0,333\ldots\ldots l$

$\xi_2 = \frac{l_2}{1+\mu_2} = 0,222\ldots\ldots l$

$\xi_3 = \frac{l_3}{1+\mu_3} = 0,2114\ldots\ldots l$ и т.д.

$\xi_y = \frac{y}{1+\mu_y} = 0,2113\, l$

Очевидно, что формула (D) при постоянномъ сѣченіи балки обращается въ формулу (4), приведенную на стр. 417 [7 части III]. Дѣйствительно:

$$-\frac{1}{l_m(l_m-u)}\left(\frac{l_m^3}{6}\right)+\frac{1}{l_m}\left(\frac{l_m^2}{2}\right)+\frac{1}{l_{m+1}}\left(\frac{l_{m+1}^2}{2}\right)-\frac{1}{l_{m+1}u'}\left(\frac{l_{m+1}^3}{6}\right)=0$$

или:

$$\frac{l_m^2}{l-u}+\frac{l_{m+1}^2}{u'}=3\left(l_m+l_{m+1}\right)^{(*)}$$

Уравненіе изъ двухъ моментовъ при постоянномъ сѣченіи балки принимаетъ, при такихъ условіяхъ, видъ:

$$E\left[\frac{y_{m-1}}{l_m}-y_m\left(\frac{1}{l_m}+\frac{1}{l_{m+1}}\right)+\frac{y_{m+1}}{l_{m+1}}\right]-\frac{1}{l_m}\int_0^{l_m}X_x\,x\,dx-\frac{1}{l_{m+1}}\int_0^{l_{m+1}}X_x(l_m-x')\,dx'=$$

$$=\frac{M_u-X_u}{l_m-u}\cdot\frac{l_m^2}{6}+\frac{(M_{u'}-X_{u'})}{u'}\,\frac{l_{m+1}^2}{6}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(E')^{(**)}$$

Какъ опредѣлять при перемѣнномъ сѣченіи балки, положенія фокусовъ и находить значеніе моментовъ на опорахъ, въ сѣченіяхъ, совпадающихъ съ фокусами и въ другихъ сѣченіяхъ—объ этомъ указано будетъ ниже. Замѣтимъ здѣсь пока, что способъ изслѣдованія на основаніи теоремы трехъ моментовъ преимущественно употребляется при аналитическомъ рѣшеніи вопроса, а теорема двухъ моментовъ – въ случаѣ примѣненія графическаго метода рѣшенія.

б.) Аналитическій методъ рѣшенія вопро-

(*) У Resal'я. Ponts metalliques. T. II P. 270 – повидимому, опечатка показано. $\frac{l_m^2}{l-u}+\frac{l_{m+1}^2}{l-u'}=3\left(l_m+l_{m+1}\right)$

(**) Тамъ же; повидимому, опечатка – пропущенъ знаменатель 6.

<u>са о многопролетныхъ балкахъ переменнаго</u>
<u>сѣченія</u>. При этомъ методѣ обыкновенно пользуются, какъ сказано выше, теоремой трехъ моментовъ, примѣненной притомъ къ тремъ опорнымъ моментамъ (формулы $(\mathcal{C}^i)$). Зная опорные моменты, легко вычислить значенія моментовъ въ любомъ сѣченіи какого либо пролета, а также перерѣзывающія усилія и сопротивленія опоръ.

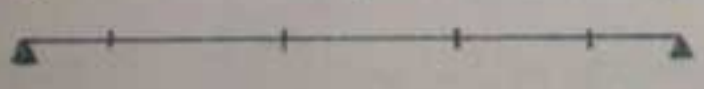
При пользованіи формулой $(\mathcal{V}')$ придется находить значенія опредѣленныхъ интеграловъ слѣдующаго вида:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{l^2}\int_0^l \frac{x(l-x)}{\mathcal{J}}\,dx = \mathcal{S} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{1}{l^2}\int_0^l \frac{x^2 dx}{\mathcal{J}} = \mathcal{T} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{1}{l^2}\int_0^l \frac{(l-x)^2 dx}{\mathcal{J}} = \mathcal{U} \;\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\}\ldots(\mathcal{F})$$

и если предположить, что подвижная нагрузка будетъ въ видѣ сплошной нагрузки, покрывающей весь пролетъ, то $\mathcal{X}_x$ и $\mathcal{X}_{x'}$ будутъ выражаться $\frac{q(l-x)^2}{2}$ или $\frac{qx^2}{2}$ и поэтому придется рѣшить еще два интеграла вида:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2l}\int_0^l \frac{x^2(l-x)}{\mathcal{J}}\,dx = \mathcal{W}\\
&\frac{1}{2l}\int_0^l \frac{x(l-x)^2}{\mathcal{J}}\,dx = \mathcal{Z}
\end{aligned}$$

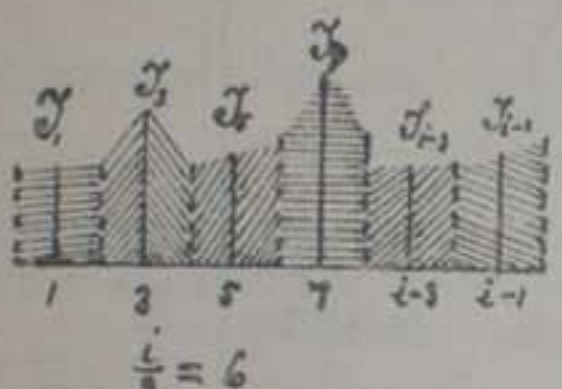
Для приближеннаго рѣшенія этихъ интеграловъ обыкновенно поступаютъ такъ. Намѣчаютъ на пролетѣ нѣсколько $\left(\frac{i}{2}\right)$ равно отстоящихъ точекъ, взаимное разстояніе которыхъ $l:\frac{i}{2}=\frac{2l}{i}$, а разстояніе крайнихъ точекъ отъ концовъ пролета $\frac{l}{i}$. $\left[l = 2.\frac{l}{i} + \left(\frac{i}{2}-1\right)\frac{2l}{i}\right]$. Назвавъ эти точки номерами $1, 3, 5 \ldots i-1$, выписываютъ для каждаго сѣченія съ номеромъ: $\mathcal{Z} = x.\frac{i}{l}$; значенія $\frac{\mathcal{Z}(1-\mathcal{Z})}{\mathcal{J}}$, $\frac{\mathcal{Z}^2}{\mathcal{J}}$, $\frac{(i-\mathcal{Z})^2}{\mathcal{J}}$, $\frac{\mathcal{Z}^2(1-\mathcal{Z})}{\mathcal{J}}$ и $\frac{\mathcal{Z}(1-\mathcal{Z})^2}{\mathcal{J}}$. [Если $\frac{i}{l}$ - разстояніе



перваго сѣченія отъ лѣвой опоры, то для втораго сѣченія, № котораго 3 – разстояніе отъ лѣвой опоры $x = \frac{3l}{i}$, для пятаго сѣченія съ № 5 – $x = \frac{5l}{i}$; слѣдовательно, для сѣченія съ № z, разстояніе отъ лѣвой опоры $x = \frac{z \cdot l}{i}$, а слѣдовательно $z = \frac{i \cdot x}{l}$].

Сдѣлавъ вышеуказанныя вычисленія для всѣхъ сѣченій (номеровъ), вставляя каждый разъ соотвѣтственныя значенія $\mathcal{J}$, получимъ:

$$\mathcal{J} = \frac{1}{l^2} \sum_{1}^{i-1} \frac{zl}{i} \left(l - \frac{zl}{i} \right) \frac{l}{i} \Delta z .$$



Но $\Delta x = \frac{l}{i} \Delta z$ представляетъ длину участка на протяженіи котораго $\mathcal{J}_x$ – считается постоянною; если $\frac{l}{i}$ – есть разстояніе перваго сѣченія отъ лѣвой опоры, то длина каждаго участка, такъ и всѣхъ прочихъ $\Delta x = \frac{l}{i} \cdot 2$, а такъ какъ рядъ N измѣняется на 2 единицы, то, слѣдовательно, $\Delta z = 1$, при измѣненіи z отъ 1 до $3, 5, 7$ и т. д. Слѣдовательно:

$$(\mathcal{F}') \quad \begin{cases} S = \frac{1}{l^2} \sum_{1}^{i-1} \frac{zl}{i} \left(l - \frac{zl}{i} \right) \frac{l}{i} \Delta z = \frac{l}{i^3} \sum_{1}^{i-1} \frac{z(i-z)}{\mathcal{J}} \\ \mathcal{T} = \frac{l}{i^3} \sum_{1}^{i-1} \frac{z^2}{\mathcal{J}} \\ U = \frac{l}{i^3} \sum_{1}^{i-1} \frac{(i-z)^2}{\mathcal{J}} \\ W = \frac{1}{2l} \sum_{1}^{i-1} \frac{z^2 l^2}{i^2} \left(l - \frac{zl}{i} \right) \frac{l}{i} \Delta z = \frac{l^3}{2i^4} \sum_{1}^{i-1} \frac{z^2 (i-z)}{\mathcal{J}} \\ Z = \frac{l^3}{2i^4} \sum_{1}^{i-1} \frac{z(1-z)^2}{\mathcal{J}} \end{cases}$$

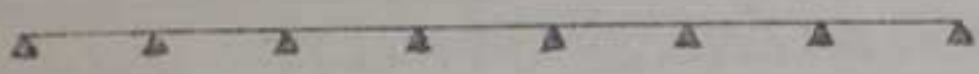
Имѣя значенія интеграловъ S, $\mathcal{T}$, U, W и Z, можно на основаніи уравненія (C') – написать серію уравненій трехъ послѣдовательныхъ опорныхъ мо-

ментовъ. Рѣшивъ совмѣстно эти уравненія полу-
чатся значенія всѣхъ опорныхъ моментовъ, а затѣмъ
уже легко составить выраженія для перерѣзываю-
щихъ усилій, для сопротивленій опоръ и для момен-
товъ въ любомъ сѣченіи пролета - такъ что задача
будетъ вполнѣ рѣшена въ отношеніи опредѣленія
значеній M_x и Q_x для даннаго расположенія нагрузки.

2.) Опредѣленіе коэффиціентовъ отношеній
($\frac{u_m}{v_m}$ и $\frac{v_m}{v_m}$) между смѣжными опорными момен-
тами - лѣвыхъ и правыхъ нагруженныхъ
пролетовъ. Разстоянія (ξ_m и ξ'_m) лѣвыхъ и пра-
выхъ фокусовъ отъ лѣвой и правой опоръ дан-
наго пролета. Опорные моменты въ ненагружен
ныхъ пролетахъ и въ нагруженномъ пролетѣ
въ предположеніи загрузки одного лишь пролета.

Что касается вопроса о невыгоднѣйшемъ расположеніи
загрузки, то здѣсь сохраняются въ силѣ всѣ поло-
женія, выведенныя для балокъ постояннаго сѣченія
съ тѣмъ лишь отличіемъ, что разстояній (ξ_m и
ξ'_m) лѣвыхъ и правыхъ фокусовъ, коэффиціенты отно-
шенія (u_m и v_m) между опорными моментами не-
нагруженныхъ пролетовъ выражаются другими фор-
мулами въ зависимости отъ перемѣннаго сѣченія
балки. Значеніе опорныхъ моментовъ въ нагруженномъ
пролетѣ (одномъ или нѣсколькихъ), а также въ ос-
тальныхъ ненагруженныхъ пролетахъ - могутъ быть най-
дены, какъ указано ранѣе, рѣшая совмѣстно $(n-1)$ ура-
вненій или же значенія этихъ моментовъ могутъ быть
выражены помощью коэффиціентовъ u_m и v_m - подоб-
но тому какъ это было выведено для балки посто-

ямаго сѣченія [Стран 407-408 и 422-424. Приложенія]. Сохранимъ и въ данномъ случаѣ тотъ же пріемъ, который былъ примѣненъ на [стр 401-424 Приложеній]. Опредѣленіе коэффиціентовъ μ_m и ν_m. Пусть нѣсколько или одинъ (l_k) промежуточный пролетъ нагруженъ, а остальные не нагружены. Назовемъ опорные моменты въ лѣвыхъ ненагруженныхъ пролетахъ чрезъ $M_0, M_1, M_2, \ldots M_{k-1}$; а моменты въ правыхъ ненагруженныхъ пролетахъ $M_k, M_{k+1}, M_{k+2}, \ldots M_{n-1}$ и M_n. Тогда, примѣняясь къ обозначеніямъ (b) стран 407 (Части III):



$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -\mu_1 M_0; \; M_2 = -\mu_2 M_1; \; M_3 = -\mu_3 M_2; \ldots M_{k-1} = -\mu_{k-1} M_{k-2} \ldots \\ M_k &= -\nu_{k+1} M_{k+1}; \; M_{k+1} = -\nu_{k+2} M_{k+2}; \ldots M_{n-2} = -\nu_{n-1} M_{n-1}; \; M_{n-1} = -\nu_n M_n \ldots \end{aligned}\right\} \ldots (\mathfrak{G})$$

Если предположимъ, что концы балки свободно опираются на опоры, то $M_0 = 0$ и $M_n = 0$; слѣдовательно $\mu_1 = \infty$ и $\nu_n = \infty$.

Затѣмъ на основаніи уравненія трехъ опорныхъ моментовъ (C)-[полагая, что опоры на одномъ уровнѣ, такъ какъ вліяніе относительно положенія опоръ независимо отъ нагрузки], примѣненнаго послѣдовательно къ тремъ смежнымъ опорнымъ моментамъ и принимая во вниманіе обозначенія ($\mathfrak{F}$), а также, что $\mathfrak{X}_x = 0$ и $\mathfrak{X}_{x'} = 0$, получимъ:

$$(\mathfrak{G}') \quad \left\{\begin{aligned} 0 &= M_0 S_1 + M_1 [\mathfrak{T}_1 + \mathfrak{U}_2] + M_2 S_2 \\ 0 &= M_1 S_2 + M_2 [\mathfrak{T}_2 + \mathfrak{U}_3] + M_3 S_3 \\ 0 &= M_2 S_3 + M_3 [\mathfrak{T}_3 + \mathfrak{U}_4] + M_4 S_4 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0 &= M_{n-3} S_{n-2} + M_{n-2} [\mathfrak{T}_{n-2} + \mathfrak{U}_{n-1}] + M_{n-1} S_{n-1} \\ 0 &= M_{n-2} S_{n-1} + M_{n-1} [\mathfrak{T}_{n-1} + \mathfrak{U}_n] + M_n S_n \end{aligned}\right.$$

откуда, замѣчая, что $M_0 = 0$ и $M_n = 0$,

$$M_1 [T_1 + U_2] + M_2 S_2 = M_1 [T_1 + U_2] - M_1 \mu_2 S_2 = 0,$$

откуда: $\mu_2 = \frac{T_1 + U_2}{S_2}$

Далѣе:

$$M_1 S_2 + M_2 [T_2 + U_3] + M_3 S_3 = -\frac{M_2}{\mu_2} S_2 + M_2 [T_2 + U_3] - \mu_3 M_2 S_3 = 0,$$

откуда:

$$\mu_3 = \frac{T_2 + U_3 - \frac{S_2}{\mu_2}}{S_3}.$$

Слѣдовательно: $\mu_4 = \frac{T_3 + U_4 - \frac{S_3}{\mu_3}}{S_4}$

. . . . . .

$$\mu_{x-1} = \frac{T_{x-2} + U_{x-1} - \frac{S_{x-2}}{\mu_{x-2}}}{S_{x-1}}$$

Затѣмъ изъ послѣдняго уравненія группы (S') получимъ, замѣчая что $M_n = 0$,

$$M_{n-2} S_{n-1} + M_{n-1} [T_{n-1} + U_n] = -\nu_{n-1} M_{n-1} S_{n-1} + M_{n-1} [T_{n-1} + U_n] = 0,$$

откуда:

$$\nu_{n-1} = \frac{T_{n-1} + U_n}{S_{n-1}}$$

Изъ предпослѣдняго уравненія:

$$M_{n-3} S_{n-2} + M_{n-2} [T_{n-2} + U_{n-1}] + M_{n-1} S_{n-1} = -\nu_{n-2} M_{n-2} S_{n-2} + M_{n-2} [T_{n-2} + U_{n-1}] - \frac{M_{n-2}}{\nu_{n-1}} S_{n-1} = 0.$$

откуда:

$$\nu_{n-2} = \frac{T_{n-2} + U_{n-1} - \frac{S_{n-1}}{\nu_{n-1}}}{S_{n-2}}$$

. . . . . .

$$\nu_{x+1} = \frac{T_{x+1} + U_{x+2} - \frac{S_{x+2}}{\nu_{x+2}}}{S_{x+1}}$$

Слѣдовательно, получимъ серію слѣдующихъ коэффиціентовъ:

$$\left.\begin{aligned}
\mu_1 &= \infty \\
\mu_2 &= \frac{T_1 + U_2}{S_2} \\
\mu_3 &= \frac{T_2 + U_3 - \frac{S_2}{\mu_2}}{S_3} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\mu_{x-1} &= \frac{T_{x-2} + U_{x-1} - \frac{S_{x-2}}{\mu_{x-2}}}{S_{x-1}}
\end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned}
\nu_{x+1} &= \frac{T_{x+1} + U_{x+2} - \frac{S_{x+2}}{\nu_{x+2}}}{S_{x+1}} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\nu_{n-2} &= \frac{T_{n-2} + U_{n-1} - \frac{S_{n-1}}{\nu_{n-1}}}{S_{n-2}} \\
\nu_{n-1} &= \frac{T_{n-1} + U_n - \frac{S_{n-2}}{\nu_{n-2}}}{S_{n-1}} \\
\nu_n &= \infty
\end{aligned}\right\} \quad \cdots (H)$$

Зная эти коэффиціенты, можно легко вычислить,

на основаніи (9)- значенія опорныхъ моментовъ въ ненагруженныхъ пролетахъ, если извѣстны лѣвый и правый опорные моменты въ нагруженномъ пролетѣ ($M_{\kappa-1}$ и M_κ), которые будутъ имѣть съ тѣмъ правый и лѣвый опорные моменты въ пролетахъ, смежныхъ съ нагруженнымъ пролетомъ. [То же самое разсужденіе относится и къ тому случаю, если бы мы имѣли не одинъ, а цѣлый рядъ смежныхъ нагруженныхъ пролетовъ].

Найдемъ значенія $M_{\kappa-1}$ и M_κ.

На основаніи уравненія (C') можемъ написать; полагая-въ первомъ случаѣ: $l_{m+1} = l_\kappa$, а во второмъ: $l_m = l_\kappa$; причемъ въ первомъ случаѣ: $\mathfrak{W}_{\kappa-1} = 0$, а во второмъ: $\mathfrak{Z}_{\kappa+1} = 0$; такъ какъ нагрузка полагается только на пролетѣ l_κ.

$$0 = M_{\kappa-2} S_{\kappa-1} + M_{\kappa-1}\left[T_{\kappa-1} + U_\kappa\right] + M_\kappa S_\kappa + \mathfrak{Z}_\kappa q$$

$$0 = M_{\kappa-1} S_\kappa + M_\kappa \left[T_\kappa + U_{\kappa+1}\right] + M_{\kappa+1} S_{\kappa+1} + q \cdot \mathfrak{W}_\kappa .$$

Но $M_{\kappa-2} = -\frac{M_{\kappa-1}}{\mu_{\kappa-1}}$; $M_{\kappa+1} = -\frac{M_\kappa}{v_{\kappa+1}}$. Слѣдовательно:

$$M_{\kappa-1}\left[T_{\kappa-1} + U_\kappa - \frac{S_{\kappa-1}}{\mu_{\kappa-1}}\right] + M_\kappa S_\kappa + q\,\mathfrak{Z}_\kappa = 0 ;$$

$$M_\kappa\left[T_\kappa + U_{\kappa+1} - \frac{S_{\kappa+1}}{v_{\kappa+1}}\right] + M_{\kappa-1} S_\kappa + q\,\mathfrak{W}_\kappa = 0 ;$$

откуда:

$$M_{\kappa-1} = -\frac{q\cdot\mathfrak{Z}_\kappa\cdot\left[T_\kappa + U_{\kappa+1} - \frac{S_{\kappa+1}}{v_{\kappa+1}}\right] + q\cdot\mathfrak{W}_\kappa S_\kappa}{\left[T_{\kappa-1} + U_\kappa - \frac{S_{\kappa-1}}{\mu_{\kappa-1}}\right]\left[T_\kappa + U_{\kappa+1} - \frac{S_{\kappa+1}}{v_{\kappa+1}}\right] - S_\kappa^2} = \frac{q}{S_\kappa}\frac{\left(\mathfrak{W}_\kappa - \mathfrak{Z}_\kappa v_\kappa\right)}{\left(\mu_\kappa v_\kappa - 1\right)} \quad \ldots (J)$$

$$M_\kappa = -\frac{q\,\mathfrak{Z}_\kappa}{S_\kappa} - \frac{M_{\kappa-1}}{S_\kappa}\left[T_{\kappa-1} + U_\kappa - \frac{S_{\kappa-1}}{\mu_{\kappa-1}}\right] = -q\,\frac{\mathfrak{Z}_\kappa}{S_\kappa} - \frac{q}{S_\kappa}\,\frac{\mathfrak{W}_\kappa - \mathfrak{Z}_\kappa v_\kappa}{\left(\mu_\kappa\cdot v_\kappa - 1\right)}\cdot\mu_\kappa =$$

$$= \frac{q}{S_\kappa}\,\frac{\left(\mathfrak{Z}_\kappa - \mathfrak{W}_\kappa\,\mu_\kappa\right)}{\left(\mu_\kappa v_\kappa - 1\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (J')$$

Что касается разстояній лѣвыхъ и правыхъ фокусовъ отъ лѣвой и правой опоръ ненагруженнаго пролета, то они найдутся изъ условія $M_x = 0$,

написанного для лѣваго и соотвѣтственно для праваго ненагруженныхъ пролетовъ.

Написавъ выраженіе для лѣваго ненагруженнаго пролета, имѣемъ:

$$M_x = M_{m-1} + \frac{(M_m - M_{m-1})}{l_m} x = 0 ,$$

откуда:

$$\xi = -\frac{M_{m-1}}{M_m - M_{m-1}} \cdot l_m = -\frac{M_{m-1}}{\mu_m M_{m-1} - M_{m-1}} \cdot l_m = l_m \frac{1}{1+\mu_m} \ldots (K)$$

Разстояніе праваго фокуса отъ правой опоры найдется изъ условія:

$$M_x = M'_{m-1} + \frac{M_m - M_{m-1}}{l_m}(l_m - \xi') = 0$$

откуда:

$$M_m - \xi' \frac{(M_m - M_{m-1})}{l_m} = 0$$

$$\xi' = \frac{M_m l_m}{M_m - M_{m-1}} = \frac{M_m \cdot l_m}{M_m + M_m \nu_m} = \frac{l_m}{1+\nu_m} \overset{(*)}{\ldots\ldots} (K')$$

Имѣя выраженія для ξ и ξ', можемъ опредѣлять протяженія загрузокъ, соотвѣтствующихъ $+\max M_x$, для сѣченій $x < \xi$ и $x > l - \xi'$, для чего искомыя протяженія (η и η') загрузокъ, опредѣляются на основаніи формулъ, подобныхъ формуламъ [(9) стран. 426 и (X) Стран. 227 Тома III].

Что касается графическаго пріема опредѣленія моментовъ, перерѣзывающихъ усилій при постоянномъ и перемѣнномъ сѣченіяхъ многопролетной балки съ опорами на одинаковыхъ и равличныхъ

(*) Resal. Ponts metalliques. T II, p. 276. Для сравненія формулъ (H), (S), (S'), (K) и (K') - съ соотвѣтственными формулами на Стр. 275-277, слѣдуетъ имѣть въ виду, что $\mu_x = \frac{1}{\beta_{x-1}}$; $\nu_x = \frac{1}{\beta_{m-x}}$ и что, согласно принятому обозначенію моментъ отъ нагрузки на пролетъ X_x и X'_x — отрицательные.

уровняхъ, а также опредѣленія наиболѣе невыгоднаго положенія нагрузки, причемъ преимущественно приходится пользоваться теоремой двухъ моментовъ – то съ подробнымъ изложеніемъ сего пріема можно познакомиться въ Statique graphique. Maurice Levy, T. II.

Разсчетъ заклепочныхъ и болтовыхъ соединеній въ фермахъ со сквозной стѣнкой.

1.) Заклепочныя соединенія.

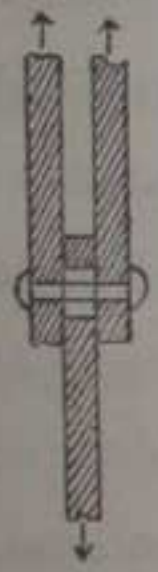
Объ опредѣленіи числа заклепокъ при перекрытіи стыковъ, а также въ соединеніяхъ различныхъ составныхъ частей балки сплошного сѣченія было упомянуто въ Ч. II (Стр. 276-300). Здѣсь же будутъ разсмотрѣны перекрытія стыковъ, соединенія частей рѣшетки съ поясами и пр. въ фермахъ со сквозной стѣнкой.

Припомнимъ, что <u>сопротивленіе заклепочнаго шва срѣзу</u> <u>за перерѣзываніе</u>, обыкновенно, принимается въ 0,80 отъ сопротивленія разрыву. Для мягкой стали можно принять то же отношеніе. Колѣблется же увеличеніе содержанія углерода въ сталяхъ, а слѣдовательно, и увеличеніе сопротивленія разрыву, это отношеніе падаетъ до 0,66(*). Такъ, по опытамъ Bauschinger'a имѣемъ:

Содержаніе углерода въ %	Сопротивленіе разрыву въ kil на кв. $\frac{м}{м}$.	Сопротивленіе перерѣзыванію въ кил. на кв. $\frac{м}{м}$.	Отношеніе
0,14	44,30	34,10	0,77
0,19	47,85	37,10	0,77
0,46	53,30	35,85	0,67
0,55	56,50	40,00	0,71
0,66	62,95	42,80	0,66
0,80	72,50	48,20	0,67
0,96	83,05	58,20	0,70

(*) Considère. Die Anwendung von Eisen und Stahl Стр. 32

Въ виду того, что для заклепокъ употребляется болѣе высокій матеріалъ, чѣмъ для частей моста, иногда принимаютъ, что сопротивленіе заклепки перерѣзыванію равняется сопротивленію разрыву обыкновеннаго мостоваго желѣза. Циркуляръ нашего Министерства Путей Сообщенія придерживается перваго взгляда и о нормахъ сопротивленія перерѣзыванію указано въ Т. I (стран. 186 и 195). Что касается вызываемаго соединеніемъ тренія между соприкасающимися листами, то величина этого тренія находится въ зависимости отъ усилія, которымъ листы нажаты одинъ на другой (т. е. отъ натяженія заклепки по длинѣ ея), отъ состоянія соприкасающихся поверхностей, отъ температуры, при которой происходила клепка, отъ силы удара при клепкѣ и пр. Опыты Clarke'a надъ заклепочнымъ соединеніемъ съ овальнымъ отверстіемъ показали, что при діаметрѣ заклепки въ $d = 22,3\frac{м}{м}$, сдвиженіе листовъ наступило при усиліи въ 5670 кил. на заклепку или $14.50\frac{кил}{м/м^2}$ сѣченія стержня заклепки. Такъ какъ здѣсь нужно было преодолѣть треніе между двумя парами соприкасающихся плоскостей, то треніе по одной парѣ соприкасающихся поверхностей выражалось величиной $7,25\frac{кил}{м/м^2}$ сѣченія стержня заклепки.



По аналогичнымъ опытамъ Lovalley, для заклепки діаметромъ $d = 20\frac{м}{м}$ сдвиженіе обнаружилось при усиліи 4490 кил. или $\frac{40.30}{2}\frac{кил}{м/м^2} = 7.15\frac{кил}{м/м^2}$ сѣченія стержня заклепки. Наибольшее сопротивленіе треніе заключалось, когда заклепка посажена при температурѣ около 600° Cels $(14\frac{кил}{м/м^2})$; при повышеніи или понижe-

ній температуры, при которой производится клепка, сопротивление падаетъ; такъ при $t = 1000°$ Cels. сопротивленіе $10 \frac{кil}{м^2}$; при t – очень низкомъ – сопротивленіе $5.11 \frac{кil}{м^2}$.

Несмотря на такое значительное подспорье, которое оказываетъ треніе, однако, при разсчетъ соединеній нельзя одновременно разсчитывать на треніе и на сопротивленіе перерѣзыванію, такъ какъ при горячей клепкѣ, по остываніи заклепки, образуется зазоръ между внутренней поверхностью заклепочнаго отверстія и наружной поверхностью заклепки и, слѣдовательно, надавливаніе краевъ отверстія на заклепку наступитъ лишь послѣ того какъ произойдетъ сдвиженіе, т.е. послѣ преодолѣнія треніе. На одно треніе нельзя еще разсчитывать и потому, что если, при остываніи заклепки, напряженіе ея перейдетъ за предѣлы упругости, то произойдетъ постоянное удлиненіе стержня, а, слѣдовательно, ослабленіе надавливанія. Равнымъ образомъ, если, при неудовлетворительной клепкѣ, остался зазоръ, хотя бы въ $\frac{1}{2}$ м/м между крайними листами и головкой, то укороченіе заклепки, длиною въ $l = 100$ м/м при паденіи температуры съ $t = 300°$ до $t = 30°$, составитъ всего $0,37$ м/м и, слѣдовательно, натяженія заклепки, а потому и надавливанія на листы, можетъ и не быть. Кромѣ того, вообще, весьма трудно опредѣлить то усиліе, которому будетъ подвергнутъ стерженекъ заклепки, по остываніи, а, слѣдовательно и величина усилія (остатокъ надавливанія) сдавливающаго листы. Оно можетъ колебаться въ весьма большихъ пре-

отъ нуля до временнаго сопротивленія разрыву. Такъ, напримѣръ, какъ среднее значеніе изъ шести опытовъ Savalley оказалось, что при діаметрѣ заклепки: $d = 20\frac{м}{м}$ и длиною $30\frac{м}{м}$, сдвиженіе листовъ наступило при усиліи 4490 кил. что составляетъ на кв. милим. сѣченія заклепки 14.30 кил., а на одну пару соприкасающихся плоскостей $7.15\frac{кил}{м/м}$. Допуская коэфиціентъ тренія эксплуза по эксплузу въ $f = 0.20$ – продольное натяженіе заклепки опредѣлится въ:

$$P = 5 \times 7.15 = 35.75\frac{кил}{м/м^2},$$

что почти отвѣчаетъ временному сопротивленію разрыву. Въ виду этого, въ послѣдующемъ, всѣ заклепочныя соединенія будемъ разсчитывать на одно перерѣзываніе, хотя нѣкоторые изслѣдователи, какъ напримѣръ, Considère, полагаютъ, что для правильности работы соединенія, число заклепокъ слѣдуетъ опредѣлять по сопротивленію тренію (причемъ, очевидно, число заклепокъ значительно увеличится), что особенно имѣетъ значеніе при повторительныхъ разнонаправленныхъ напряженіяхъ. А именно, непосредственные опыты показали, что если напряженіе не превосходитъ сопротивленія тренію, то перемѣна направленія дѣйствія усилія не оказываетъ никакого вліянія на прочность соединенія; въ противномъ случаѣ происходитъ быстрое разшатываніе соединенія.

а.) Діаметръ заклепки долженъ быть такъ выбранъ, чтобы не могло произойти ни перерѣзыванія заклепки, ни смятія кромокъ отверстій соеди-

тяжелыхъ частей.

Если d - діаметръ заклепки; R_1 - сопротивленіе матеріала заклепки перерѣзыванію; δ - толщина склепываемой части; R_{11} - сопротивленіе смятію; n - число заклепокъ; R - сопротивленіе матеріала склепываемой части разрыву; P - усиліе, которое нужно передать заклепками отъ одной части другой, то:

$$P = n_1 \frac{\pi d^2}{4} \cdot R_1 = n \cdot d \cdot \delta R_{11} .$$

По Гох'у $R_{11} = 1,5 R$; по Gerber'у $R_{11} = 2,5 R$.

Имѣя въ виду неудовлетворительное исполненіе работы, причемъ усиліе передается неравномѣрно на всѣ заклепки и, принимая поэтому нормы Гох'а, получимъ:

$$n \frac{\pi d^2}{4} \cdot R_1 = n d \cdot \delta 1,5 \cdot R$$

откуда: $d = \frac{6}{\pi} \frac{R}{R_1} \delta$,

если $R_1 = 0,8 R$, то $d = \frac{6}{3,14 \times 0,8} \delta = 2,39 \delta \infty 2,4 \delta$,

если принять $R_1 = R$, то, приблизительно $d = 2\delta$.

Если соединяемые листы имѣютъ различную толщину, то за δ - считаютъ наименьшую толщину листа. Предѣльная толщина склепываемой части опредѣляется тѣмъ условіемъ, чтобы во избѣжаніе перенапряженія при остываніи, длина заклепки не превосходила $l = 4,5 \delta$ и вообще, чтобы l не было больше $3,5^{\delta} - 4^{\delta}$.

Если почему либо останавливаются на иномъ значеніи діаметръ заклепки, отличномъ отъ $d = 2\delta$ при $R_1 = 0,8 R$ или $d = 2\delta$ при $R_1 = R$, то надо рѣшить — слѣдуетъ-ли опредѣлять число заклепокъ по сопротивленію перерѣзыванію или смятію.

Если n - число заклепокъ, отвѣчающихъ сопротивленію перерѣзыванію, а n_1 - число заклепокъ, опредѣленное по сопротивленію смятію, то при $R_1 = 0{,}8\,R$.

$$n\frac{\pi d^2}{4}\cdot R_1 = n_1 d\cdot\delta\ 1{,}5\cdot R, \text{ или}$$

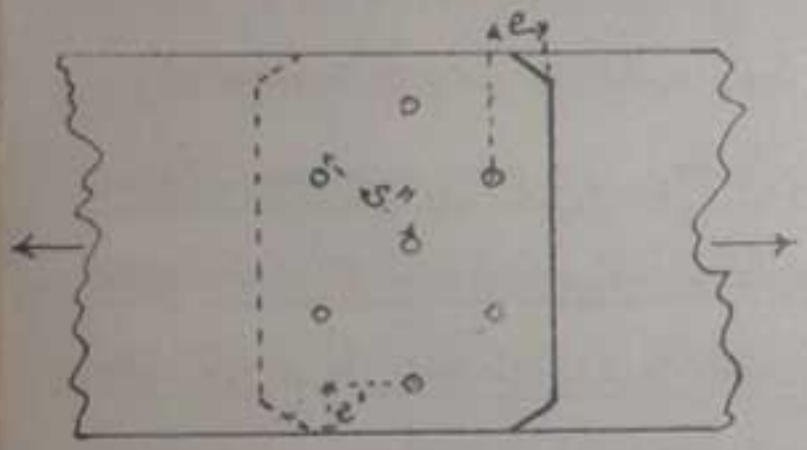
$$n\frac{\pi d^2}{4}\cdot 0{,}8\,R = n_1 d\,\delta\cdot 1{,}5\cdot R$$

$$n = \frac{6}{3{,}14\times 0{,}8}\frac{\delta n_1}{d} = 2{,}4\frac{\delta}{d}\cdot n$$

Слѣдовательно, если $\frac{d}{\delta} > 2{,}4$, то $n < n_1$, то есть число заклепокъ слѣдуетъ опредѣлять по смятію при $\frac{d}{\delta} < 2{,}4$, $n > n_1$, слѣдовательно, число заклепокъ опредѣляется по сопротивленію срѣзыванію при $\frac{d}{\delta} = 2{,}4$, $n = n_1$.

Если $R_1 = R$, то приблизительно $n = 2\frac{\delta}{d}\cdot n_1$ и тогда при $\frac{d}{\delta} > 2$, $n < n_1$; при $\frac{d}{\delta} < 2$, $n > n_1$; при $\frac{d}{\delta} = 2$ — $n = n_1$.

б) <u>Разстояніе центровъ крайняго ряда заклепокъ отъ края листа по направленію дѣйствующаго усилія</u>, т.е. разстояніе e должно удовлетворять тому условію, чтобы не было вырѣзыванія листа; слѣдовательно:



$$\frac{\pi d^2}{4}\cdot R_1 = 2\left(e - \frac{d}{2}\right)\delta\cdot 0{,}8\cdot R.$$

Если $R_1 = 0{,}8\,R$, то

$$e = d\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\frac{d}{\delta}\right);$$

при $d = 2{,}4\,\delta$, $e = d\left(\frac{1}{2} + 0{,}94\right) \infty 1{,}5\,d$.

Равнымъ образомъ, если $R_1 = R$ и соотвѣтственно $d = 2\delta$, то: $\frac{\pi d^2}{4} = 2\left(e - \frac{d}{2}\right)\delta\cdot 0{,}8$;

$$e = d\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{32}\times 3{,}14\times\frac{d}{\delta}\right)$$

Профессоръ

при $d = 2\delta$; $e = d\left(\frac{1}{2} + 0{,}98\right) \infty 1{,}5\,\delta$.

По Американским данным: $\min e = \delta + \frac{d}{2} + \frac{1''}{2}$.

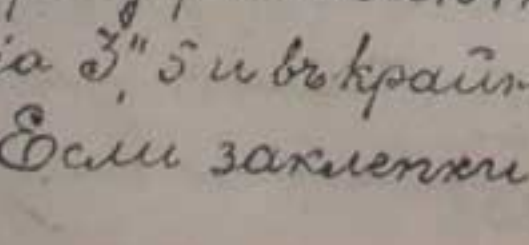
Обыкновенно $e = 2\,\text{наим.} = 50\,\frac{м}{м}$.

Предельное разстояніе центра заклепочнаго отверстія отъ края, не по направленію дѣйствующаго усилія, дѣлается не менѣе $1{,}5\,d$, т.е:

$$e' = 1{,}5\,d = 38\,\frac{м}{м}.$$

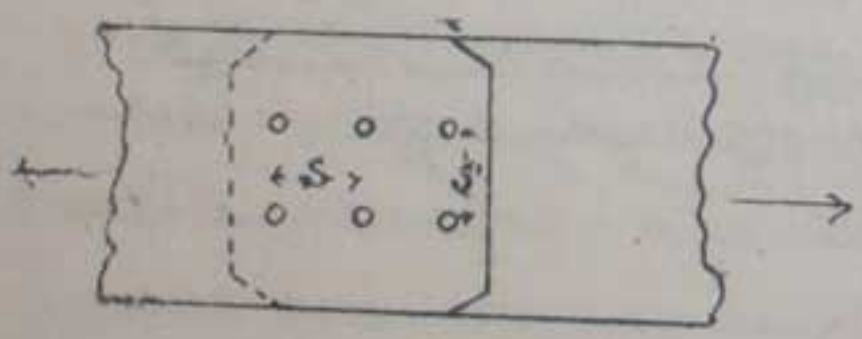
По Американским данным $\min e' = \frac{\delta}{2} + \frac{d}{2} + \frac{1}{8}''$.

Того же правила слѣдуетъ, очевидно, держаться при размѣщеніи заклепокъ въ уголкахъ и, вообще, во всякомъ фасонномъ элементѣ.



При размѣщеніи заклепокъ въ полкахъ прокатнаго элемента или въ уголкахъ, слѣдуетъ имѣть въ виду, чтобы а разстояніе между центрами головокъ заклепокъ и гранью стѣнки тавра, или головками заклепокъ, помѣщенныхъ въ другой полкѣ уголка, было не менѣе $a = \frac{D}{2} + \frac{3''}{8}$, гдѣ D – діаметръ головки заклепки.

Наименьшее разстояніе между центрами двухъ послѣдовательныхъ поперечныхъ рядовъ заклепокъ – S, при расположеніи заклепокъ по одной линіи – должно удовлетворять условію равенства сопротивленія выкалыванію листа – сопротивленію перерѣзыванію заклепки и, вообще, должно быть не менѣе $3,5\,d$; обыкновенно придерживаются наименьшаго разстоянія $4''$, иногда $3''{,}5$ и въ крайнемъ только случаѣ допускается $3''$.



Если заклепки служатъ для перекрытія стыка,

а для взаимнаго соединения по длинѣ, то въ вытянутыхъ частяхъ это разстояніе можетъ доходить до 10 и 12" и даже болѣе, а въ сжатыхъ не болѣе 16 разъ увеличенной наименьшей толщины листа и во всякомъ случаѣ не болѣе $6^2 - 8^2$

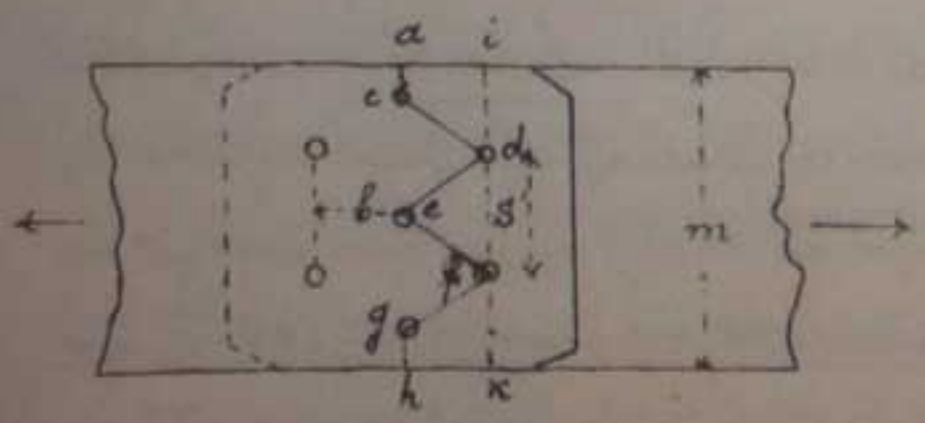
Разстояніе S' между двумя смежными заклепками въ одномъ поперечномъ ряду дѣлается не менѣе $4d$ или вообще 4". Вообще это разстояніе можетъ измѣняться въ зависимости отъ числа рядовъ заклепокъ, пріравнивая сопротивленіе разрыву - сопротивленію перерѣзыванію заклепки. Такъ, напримѣръ, при одномъ рядѣ заклепокъ и при одинарномъ перерѣзываніи:

$$\frac{\pi d^2}{4} \cdot 0,8\,\mathcal{R} = (S' - d)\,\delta \cdot \mathcal{R}$$

При $d = 2,4\,\delta$: $\quad S' = \frac{3,14}{5}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \delta + d = 3,6\,\delta + d = 2,5\,d.$

При одномъ рядѣ заклепокъ и при двойномъ перерѣзываніи: $\frac{2\pi d^2}{4} \times 0,8\,\mathcal{R} = (S' - d)\,\delta\,\mathcal{R}$; $S' = 7,2\delta + d = 4,0d$

При шахматномъ расположеніи заклепокъ взаимное разстояніе между рядами и между заклепками въ одномъ ряду должно быть таково, чтобы разстояніе между центромъ заклепокъ по діагонали - S'', было не менѣе 4"0 и въ крайнемъ случаѣ не менѣе 3"5. Вообще же оно должно быть въ каждомъ данномъ случаѣ опредѣлено разсчетомъ. При данномъ S'-разстояніе между поперечными рядами ℓ должно быть таково, чтобы сопротивленіе разрыву листа по линіямъ ik, idefk, acdfgk, acdefg - было одинаково или во всякомъ случаѣ - не менѣе сопротивленія по ли-



ния іх. Если въ первомъ ряду n заклепокъ, а въ слѣдующемъ, какъ обыкновенно n+1, то для каждаго изъ предположенныхъ способовъ разрыва имѣемъ:

1.) $m - nd = m(n-1)S' - d + 2(n-1)\sqrt{\frac{S'^2}{4} + b^2} - 2(n-1)\,d$;

откуда: $b = \frac{d}{2}\sqrt{1 + \frac{2S'}{d}}$ и не зависитъ отъ n.

2.) $m - nd = m - nS' - d + (n-1)(S'-d) + 2\sqrt{\frac{S'^2}{4} + b^2} - 2d$,

откуда: $b = d\sqrt{1 + \frac{S'}{d}}$.

3.) $m - nd = m - nS' - d + 2n\sqrt{\frac{S'^2}{4} + b^2} - 2nd$;

откуда: $b = \frac{n+1}{2n}d\sqrt{1 + \frac{2nS'}{d(1+n)}}$; при $n = 2$; $b = \frac{3}{4}d\sqrt{1 + \frac{4}{3}\frac{S'}{d}}$.

Если $d = 1''$ и $S' = 6''$, то:

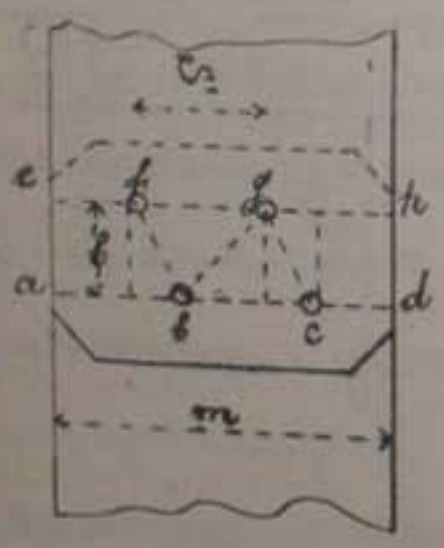
въ первомъ случаѣ: $b = \frac{1}{2}\sqrt{1 + 12} = 1,8''$,

во второмъ случаѣ: $b = 1\sqrt{1 + 6} = 2'',64$,

въ третьемъ случаѣ: $b = \frac{3}{4}\sqrt{1 + 8} = 2'',25$.

Слѣдовательно, необходимо сдѣлать b не менѣе $2'',64$.

Если бы число заклепокъ было одинаковое или, вообще, существовало другое какое-либо отношеніе то получились-бы иныя значенія для b въ зависимости отъ S'. Такъ напримѣръ если въ первомъ и во второмъ рядахъ одинаковое число заклепокъ, то разрывъ можетъ быть или по abcd, abgcd или efbgcd. Возьмемъ примѣръ въ первомъ случаѣ:



$m - 2d = m - S' - d + 2\sqrt{\frac{S'^2}{4} + b^2} - 2d$

откуда: $b = \frac{d}{2}\sqrt{1 + \frac{2S'}{d}}$

при $d = 1$; $S' = 6$; $d = 1'',8$.

во второмъ случаѣ:

$m - 2d = m - \frac{3S'}{2} - d + 3\sqrt{\frac{S'^2}{4} + b^2} - 3d$

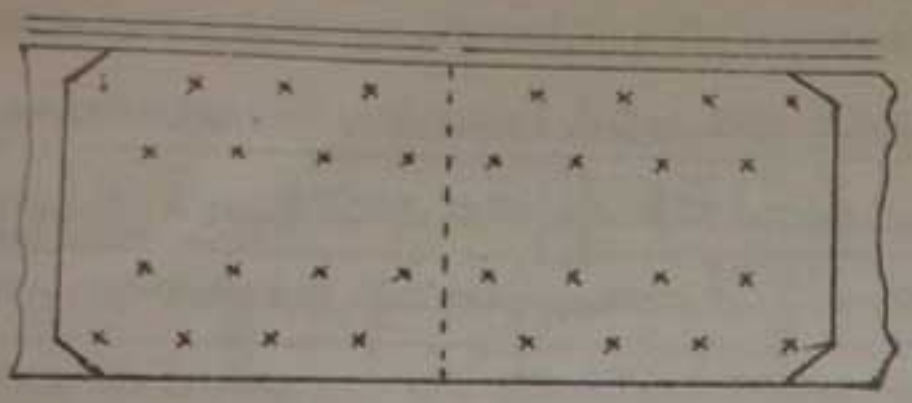
откуда: $b = \frac{2}{3}d\sqrt{1 + \frac{3}{2}\frac{S'}{d}}$;

и $d = 2'',1$ и т. д.

<u>б.) Число поперечныхъ рядовъ заклепокъ не должно превосходить четырехъ, а въ крайнемъ случаѣ – пяти.</u>

При невозможности удовлетворить этому условію, необходимо: а.) расположить заклепки въ шахматномъ порядкѣ,

причемъ общее число рядовъ можетъ быть увеличено до восьми; б.) увеличить діаметръ заклепокъ, или в) прибѣгнуть, если возможно, къ двойному перекрыванію. Правило это основано на томъ (по изслѣдованіямъ инжен. Журавскаго надъ шпоночными соединеніями), что только причемъ рядовъ шпонокъ не болѣе двухъ-два ряда работаютъ одинаково, при трехъ и болѣе рядахъ - средніе работаютъ менѣе. Вообще, если число рядовъ заклепокъ получается болѣе 2, то при трехъ рядахъ прибавляютъ еще 15%, а при четырехъ рядахъ - 20%.



2.) Прикрѣпленіе раскосовъ.

а) Вотяные раскосы и подвязки.

Число заклепокъ опредѣляется по разсчетному усилію, или, такъ какъ сѣченіе раскоса проектируется обыкновенно съ нѣкоторымъ запасомъ, то по тому усилію, которое можетъ выдержать раскосъ. Слѣдовательно, если N - разсчетное усиліе, а площадь раскоса netto по сѣченію, проведенному чрезъ первый рядъ заклепокъ, то: $n = \frac{N}{\pi \frac{d^2}{4} \cdot R'}$ или $n = \frac{\omega' \cdot R}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot R'}$, гдѣ R - допускаемое напряженіе на разрывъ или сжатіе, R' - допускаемое напряженіе для перекрыванія заклепокъ. При перемѣнномъ дѣйствіи усилій вмѣсто R и R' слѣдуетъ брать значенія, указанныя въ Ll Листы 13 и 14. Если число рядовъ заклепокъ, расположенныхъ въ одной линіи, оказывается болѣе двухъ, то прибавляютъ къ разсчетному числу заклепокъ 10% или 15% при числѣ рядовъ 3 или 4.

При парныхъ раскосахъ, въ виду возможности неправильной передачи усилія, а иногда и при двойномъ перекрываніи прибавляютъ еще, кромѣ того около 10% и 15% къ разсчетному количеству заклепокъ или затѣмъ уже увеличиваютъ въ зависимости отъ числа рядовъ.

Если сѣченіе раскоса составное, то каждая часть должна быть приклепана соотвѣтственно

приходящемуся на эту часть усилію - необходимымъ числомъ заклепокъ.

Для возможно меньшаго ослабленія прикленываемаго раскоса, число заклепокъ въ каждомъ ряду должно увеличиваться отъ крайнихъ рядовъ къ средникамъ. Пусть число заклепокъ въ первомъ ряду n_1 а въ слѣдующемъ - n_1. Если P - усиліе, которое должно быть передано раскосомъ, b - ширина листа, δ - толщина; d - діаметръ заклепки, то напряженіе листа по линіи перваго ряда $\frac{P}{(b-nd)\delta}$; по линіи слѣдующаго ряда заклепокъ будетъ уже передаваться усиліе: $P - n.\frac{\pi d^2}{4}.R'$ и напряженіе листа по линіи второго ряда заклепокъ $\frac{P-n.\frac{\pi d^2}{4}.R'}{(b-n_1 d)\delta}$. Если желаемъ, чтобы напряженіе раскоса въ обоихъ сѣченіяхъ было одинаково, то:

$$\frac{P}{(b-nd)\delta} = \frac{P-n\frac{\pi d^2}{4}.R'}{(b-n_1 d)\delta}, \text{ откуда:}$$

$$(b-n_1 d)P = (P - n\frac{\pi d^2}{4}R')(b-nd)$$

$$n_1 = \frac{bn\pi\frac{d^2}{4}R' + Pnd - n^2\frac{\pi d^3}{4}R'}{dP} = n + nb\frac{\pi d}{4}\frac{R'}{P} - \frac{n^2\pi d^2}{4}\frac{R'}{P} =$$

$$= n\left[1 + \frac{\pi d R'}{4P}(b - nd)\right].$$

Но $\frac{P}{(b-nd)\delta} = R$, гдѣ R - прочное сопротивленіе листа разрыву. Если $R' = \alpha R = 0{,}8R$, то

$$\frac{\pi d R'(b-nd)}{4R} = \frac{\pi d\, 0{,}8\, R}{4R\delta} = \frac{3.14.d}{5\delta}$$

При $R' = 0{,}8R$, $d = 2{,}4\,\delta$. Слѣдовательно:

$$\frac{\pi d R'(b-nd)}{4P} = \frac{3{,}14.d}{5\delta} = \frac{3{,}14\times 2{,}4}{5} = 1{,}5$$

Поэтому: $n_1 = n\left[1 + \frac{\pi}{4}\frac{2R'}{P}(b-nd)\right]$, имѣя значеніе приблизительно $n_1 = n(1+1{,}5) = 2{,}5\,n$

Если $R' = R$, то $d = 2\delta$ и тогда:

$$\frac{\pi d R'}{4P}(b-nd) = \frac{\pi d R}{4R\delta} = \frac{3{,}14\times 2}{4} = 1{,}57.$$

Слѣдовательно: $n_1 = 2{,}57 . n$ или для запаса $n_1 = 2n$.
Если взять въ основаніе сопротивленій заклепки сѣченіе, то въ первомъ ряду, напряженіе листа:

$$\frac{P}{(b-nd)\delta} = R ;$$

въ слѣдующемъ ряду:

$$\frac{P - nd\delta R''}{(b-n_1 d)\delta} = R'$$

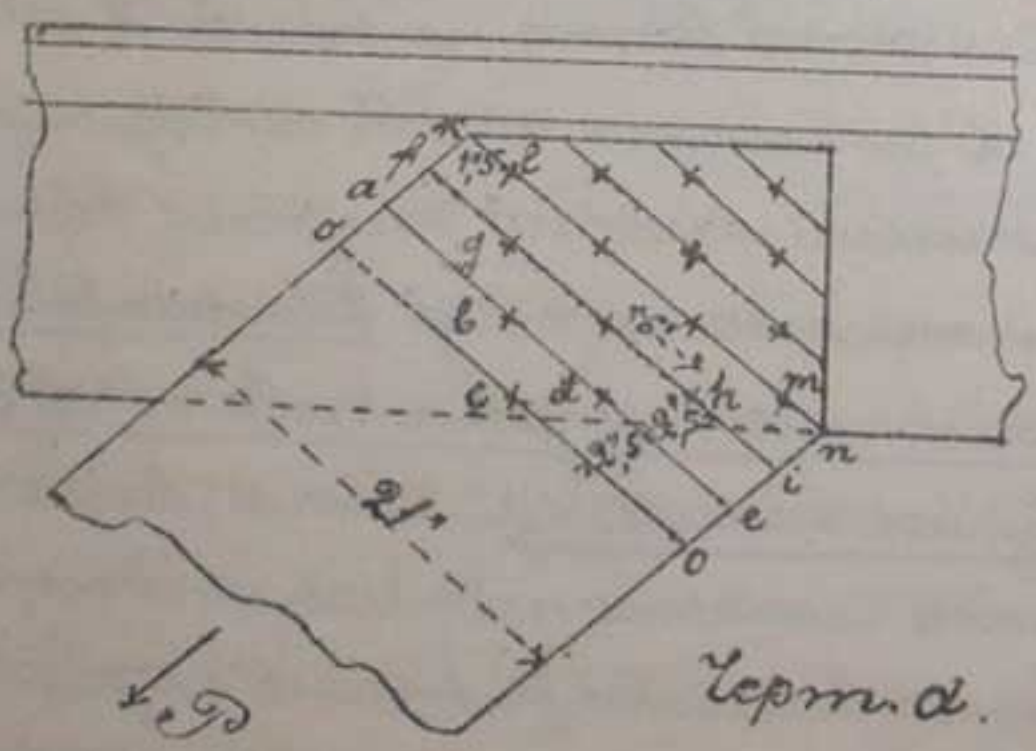
гдѣ R'' - сопротивленіе смятію на кв. единицу или

$$R' = \frac{(b-nd)\delta R - nd\delta R''}{(b-n_1 d)\delta} = \frac{\left[b - nd\left(1 + \frac{R''}{R}\right)\right]R}{(b-n_1 d)}$$

Если желаемъ, чтобы $R' \leqq R$, то: $n\left(1+\frac{R''}{R}\right) \geqslant n_1$
По Гох'у $R'' = 1{,}5R$.
Слѣдовательно: $n_1 \leqq 2{,}5n$.
Если $R'' = R$, то $n_1 \leqq 2n$.
Поэтому для меньшаго ослабленія листа выгоднѣе начинать съ одной заклепки въ первомъ ряду, тогда получается наименьшее ослабленіе листа $b-d$ и напряженіе $\frac{P}{(b-d)\delta}$. Для того, чтобы напряженіе листа въ слѣдующемъ ряду было не больше предъидущаго, число заклепокъ должно быть не больше $2 \times 1 = 2$.
Если въ первомъ ряду 2 заклепки, то въ слѣдующемъ для равенства напряженія листа должно быть не больше $2 \times 2 = 4$ заклепкамъ и т. д. Обыкновенно начинаютъ съ одной заклепки и увеличиваютъ слѣдующіе ряды на одну же заклепку, хотя, казалось бы, послѣ двухъ заклепокъ можно поставить четыре и даже пять. Но это только въ томъ случаѣ было бы справедливо, если, какъ предполагалось въ предъидущемъ разчетѣ, во всѣхъ поперечныхъ рядахъ заклепки были бы одинаково напряжены; но въ дѣйствительности — въ болѣе удаленныхъ рядахъ - за-

клепки менѣе напряжены, поэтому при переходѣ отъ одного ряда къ другому, усиліе уменьшается въ меньшей степени, чѣмъ предполагали и поэтому оправдывается практическое правило увеличивать число заклепокъ въ послѣдовательныхъ рядовъ не болѣе какъ на одну или въ среднихъ рядахъ не болѣе какъ на двѣ заклепки. Постепенное увеличеніе числа заклепокъ должно имѣть конечно предѣлъ, опредѣляемый шириной листа; за этимъ наибольшимъ рядомъ заклепокъ — число заклепокъ опять можетъ начинать убывать, въ виду того, что

усиліе передаваемое раскосомъ, постепенно уменьшается заклепками и поэтому для сохраненія постоянства напряженія листа ширина раскоса можетъ постепенно убывать, а вмѣстѣ съ тѣмъ убываетъ, слѣдовательно и число заклепокъ въ ряду. Такъ, напримѣръ, въ приведенномъ примѣрѣ (черт. α): если $P = 2000$ пуд.; $b = 2\frac{1}{2}$"; $d = \frac{7}{8}$"; $\delta = \frac{3}{8}$"; $R' = 0{,}8 \times 275 = 220$; $\frac{P d^2 R'}{4} = 132$ пуд., то полное необходимое число заклепокъ $\frac{2000}{132} = 15{,}1 \sim 16$ и напряженіе раскоса въ первомъ ряду: $\frac{2000}{(21-\frac{7}{8})\frac{3}{8}} = 265 \frac{\text{пуд}}{\text{дюйм}}$



Черт. α.

во второмъ ряду: $\frac{2000-132}{(21-2\times\frac{7}{8})\frac{3}{8}} = 259 \frac{\text{пуд}}{\text{дюйм}}$

въ третьемъ ряду: $\frac{2000-3\times132}{(21-3\times\frac{7}{8})\frac{3}{8}} = 234 \frac{\text{пуд}}{\text{дюйм}}$.

въ четвертомъ ряду: $\frac{2000-6\times132}{(21-4\times\frac{7}{8})\frac{3}{8}} = 184 \frac{\text{пуд}}{\text{дюйм}}$

Напряженіе уже настолько уменьшилось, что ширина раскоса можетъ быть уменьшена, тогда напряженіе:

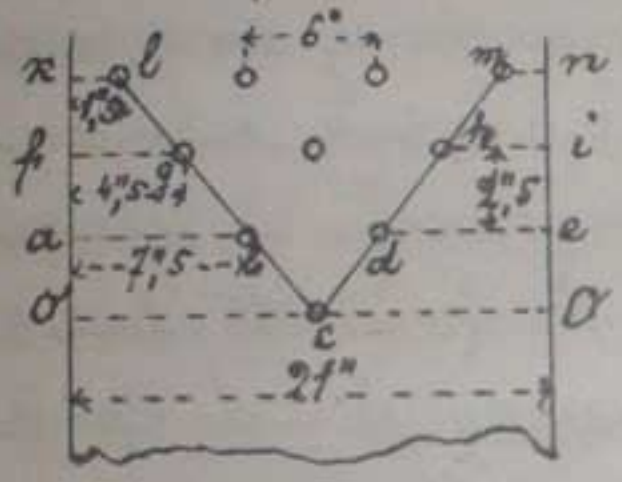
въ пятомъ ряду: $\frac{2000 - 10 \times 132}{(15 - 3 \times \frac{7}{8})\frac{3}{8}} = 147 \frac{\text{пуд}}{\text{дюйм}}$.

въ шестомъ ряду: $\frac{2000 - 13 \times 132}{(9 - 2 \times \frac{7}{8})\frac{3}{8}} = 105 \frac{\text{пуд}}{\text{дюйм}}$

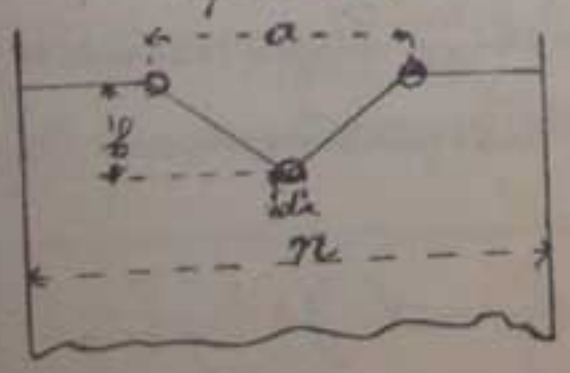
въ седьмомъ ряду: $\frac{2000 - 15 \times 132}{(3 - \frac{7}{8})\frac{3}{8}} = 25 \frac{\text{пуд}}{\text{дюйм}}$.

Эти расчеты убѣждаютъ, что при указанномъ расположеніи заклепокъ, возможность разрыва листа уменьшается отъ перваго ряда къ послѣдующимъ. Но при этомъ главнымъ образомъ предполагается, что ряды настолько раздвинуты и заклепки такъ разставлены въ рядахъ, что не можетъ произойти разрыва раскоса по сѣченіямъ (Черт. d и Черт d') abcde, fgbcdhi и klgbcdhm, на которыя дѣйствуетъ полное усиліе, неослабленное заклепками, т.е., что сопротивленіе раскоса разрыву по указаннымъ направленіямъ не менѣе сопротивленія по сѣченію OcO. Если допустить, что сопротивленіе листа разрыву по наклонному направленію (bc) (Черт d') такое же какъ и по нормальному (Oc), то при увеличеніи числа заклепокъ въ рядахъ на одну указанное условіе будетъ удовлетворено, если (Черт. d")

Черт d'



Черт. d"



$$n - d = n - a - d + 2\sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}} - 3d$$

$$\text{или } \frac{2d + a}{2} = \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}};$$

$$4d^2 + 4da + a^2 = 4b^2 + a^2;$$

$$b = d\sqrt{1 + \frac{a}{d}}.$$

Въ указанной формулѣ a - раз

стояніе между заклепками въ ряду; b- разстояніе между рядами; d- діаметръ заклепки. Если $a = 6''$; $d = \frac{7}{8}''$, то $b = \frac{7}{8}\sqrt{1 + \frac{6\times 8}{7}} = \frac{7}{8}'' \times 2{,}8 = 2''{,}45$.

Такъ, напримѣръ, если сдѣлать $b = 2''{,}5$ *), то:

$bc = cd = \ldots hm = \sqrt{3^2 + 2{,}5^2} = 3''{,}9$, то (Черт. a') въ сѣченіи OcO – ширина netto: $\left(21 - \frac{7}{8}\right) = 20''{,}125$;

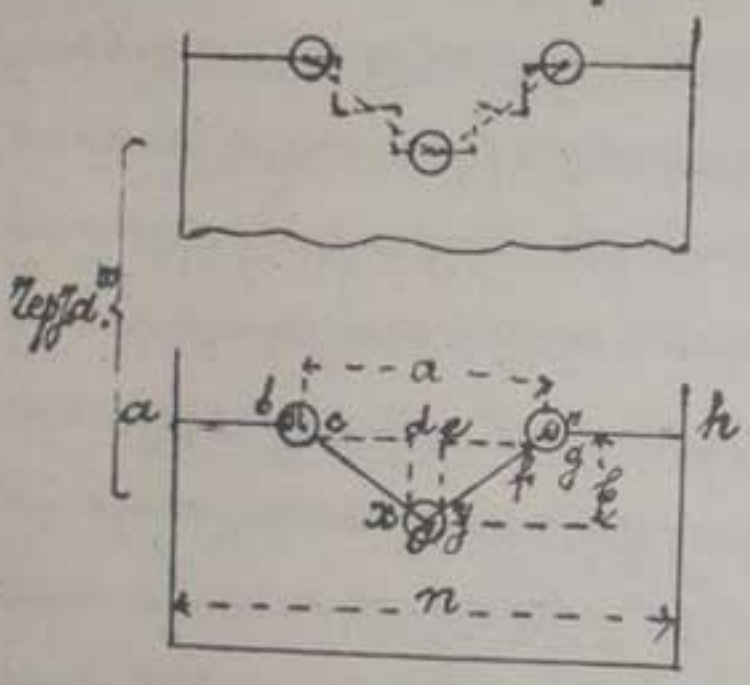
" " " $abcde$ – " " " $\left(2\times 7''{,}5 + 23{,}9 - 3\times\frac{7}{8}\right) = 20''{,}195$;

" " " $fgchi$ – " " " $\left(24''{,}5 + 4\times 3{,}9 - 5\times\frac{7}{8}\right) = 20''{,}225$;

" " " $klcmn$ – " " " $\left(2\times 1''{,}5 + 6\times 3{,}9 - 7\times\frac{7}{8}\right) = 20''{,}275$.

Американскіе инженеры допускаютъ въ этомъ случаѣ, что сопротивленіе листа разрыву по наклонному направленію (Черт d''') можно замѣнить суммой сопротивленій по обоимъ катетамъ, полагая при этомъ, что сопротивленіе срѣзыванію вдоль прокатки составляетъ половину отъ сопротивленія разрыву нормально къ прокаткѣ (x) Ширина netto въ сѣченіи чрезъ первую заклепку $n - d$. Сопротивленіе netto по ломаной линіи $a\,0\,0'\,0''\,h$ можетъ быть замѣнено сопротивленіемъ разрыву netto по $ab + cd + ef + gh$ и сопротивленіемъ скалыванію по $dx + ey$. Ко первое протяженіе составляетъ приблизительно $n - 3d$ (въ дѣйствительности нѣсколько болѣе), а второе протяженіе – приблизительно: $2(b - d)$. Оцѣнивая послѣднее сопротивленіе вдвое менѣе по сравненію съ первымъ, получимъ:

$$n - d = n - 3d + \frac{1}{2}\cdot 2(b - d),$$



(x) Johnson. The theory and practice.... P. 262

откуда: $b = 3d$, т.е. b не зависитъ отъ a.
Если $d = \frac{7}{8}''$, то $b = 3 \times \frac{7}{8} = 2'',625$.
Если же сопротивленіе скалыванію принять въ 0,8 отъ сопротивленія разрыву, то:

$$n - d = n - 3d + 0,8 \times 2 (b - d)$$

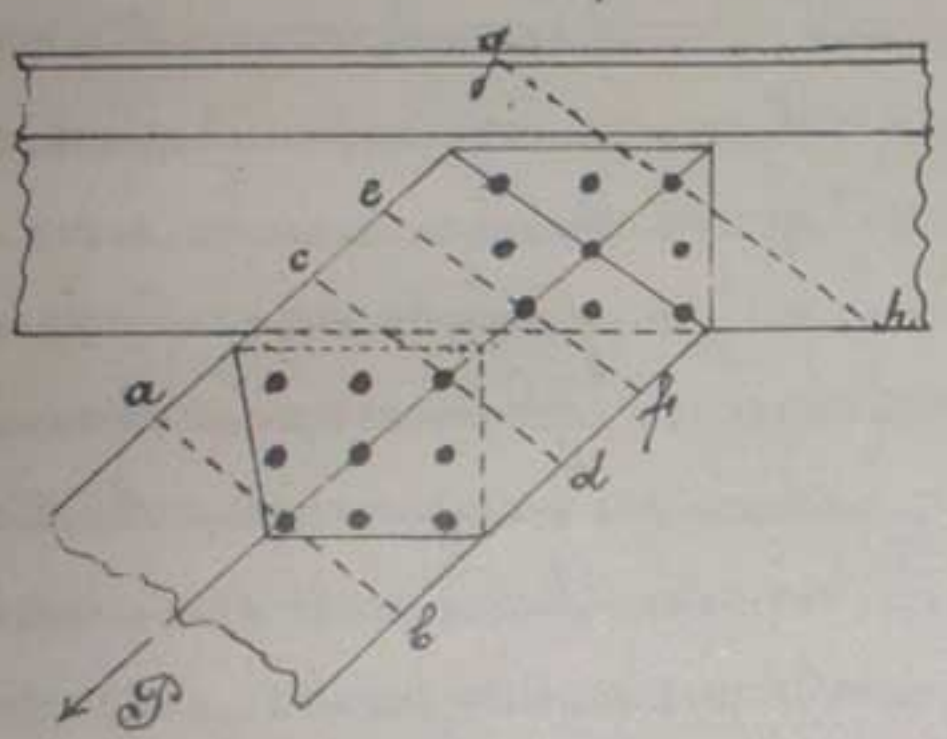
$$2d + 1,6d = 1,6b; \quad b = 2,25d.$$

При $d = \frac{7''}{8}$; $b = 2,25 \times \frac{7}{8} = 2''$.
Повидимому, правильнѣе держаться формулы:

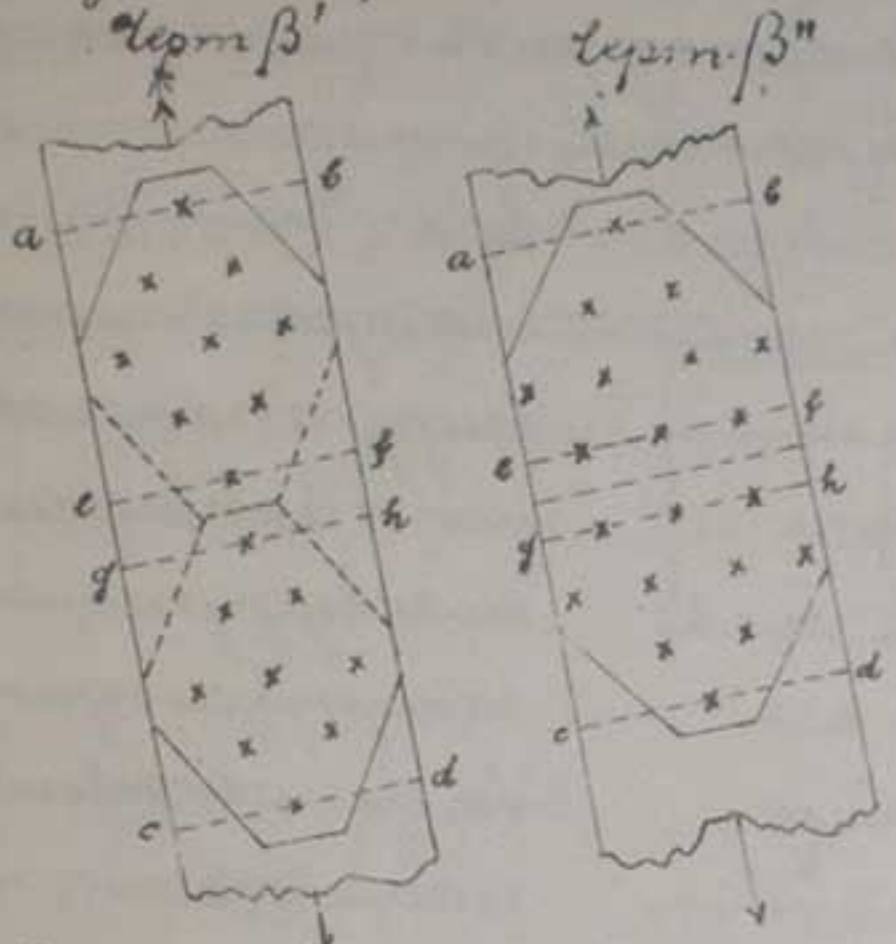
$$b = d\sqrt{1 + \frac{a}{d}}.$$

Тоже самое слѣдуетъ сказать и въ случаѣ прикрытія раскоса не въ накладку, а въ притыкъ, съ перекрытіемъ стыка одиночной или парной накладкой (Черт. β) причемъ слѣдуетъ имѣть въ виду, что независимо отъ предположенія будутъ-ли всѣ заклепки одинаково или неодинаково напряжены, наибольшее напряженіе раскоса будетъ въ сѣченіи ab и наименьшее напряженіе накладки въ сѣченіяхъ ab и gh; наименьшее напряженіе раскоса въ сѣченіи cd и наибольшее напряженіе накладки въ сѣченіи cd и ef, въ виду того, что по мѣрѣ приближенія отъ ab къ cd - усиліе въ раскосѣ уменьшается усиліями, отнимаемыми заклепками и, на-

Черт. β.



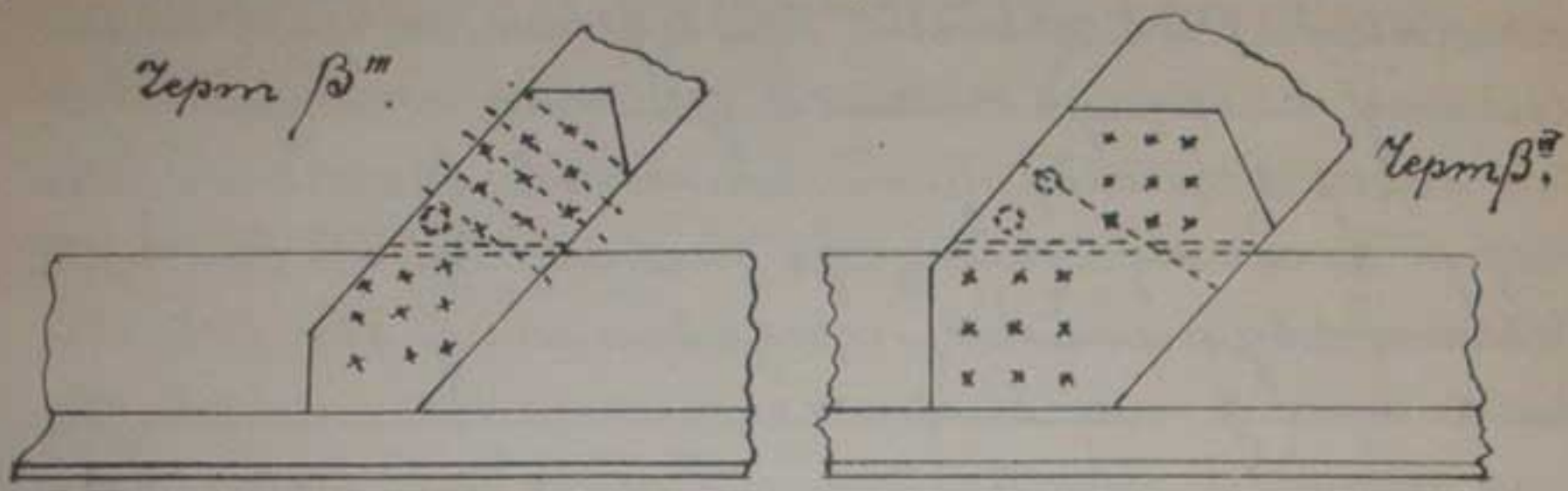
оборотъ увеличивается въ накладкѣ. Такъ, напримѣръ, въ сѣченіи ав – накладка получаетъ усиліе отъ одной заклепки, а въ сѣченіи cd – на накладку передается сумма усилій, принятыхъ всѣми предшедшими заклепками, т.е. всѣми 9 заклепками и слѣдовательно такое расположеніе заклепокъ, при которомъ наименьшее число заклепокъ получается по срединѣ накладки – наиболѣе рациональное. Къ тѣмъ же замѣчанія касаются и перекрытія стыка вытянутыхъ раскосовъ.



Замѣтимъ здѣсь, что такъ какъ наибольшее напряженіе раскоса въ сѣченіяхъ ав и cd, а наибольшее напряженіе накладокъ въ сѣченіяхъ ef и gh, то сами при двойныхъ накладкахъ каждая изъ накладокъ составляетъ $\frac{1}{2}$ толщины раскоса, то для того, чтобы накладка была напряжена не болѣе раскоса, обязательно расположеніе, указанное на Черт. β'. Если же толщина накладокъ болѣе $\frac{1}{2}$ толщины листа, то можно примѣнить расположеніе, указанное на Черт β" при условіи, что площадь netto въ сѣченіи ef и gh не менѣе площади netto въ сѣченіи ав и cd.

Концы стыкующихся раскосовъ слѣдуетъ обрѣзать сообразно групповому расположенію заклепокъ

(черт β) и (черт β'). Если же есть основаніе предполагать, что въ образующіяся такимъ образомъ щели можетъ затекать дождевая вода, какъ напримѣръ, при прикрѣпленіи къ нижнему поясу, тогда слѣдуетъ продолжать раскосы полной шириной до пояса (черт β''') и (черт β''')

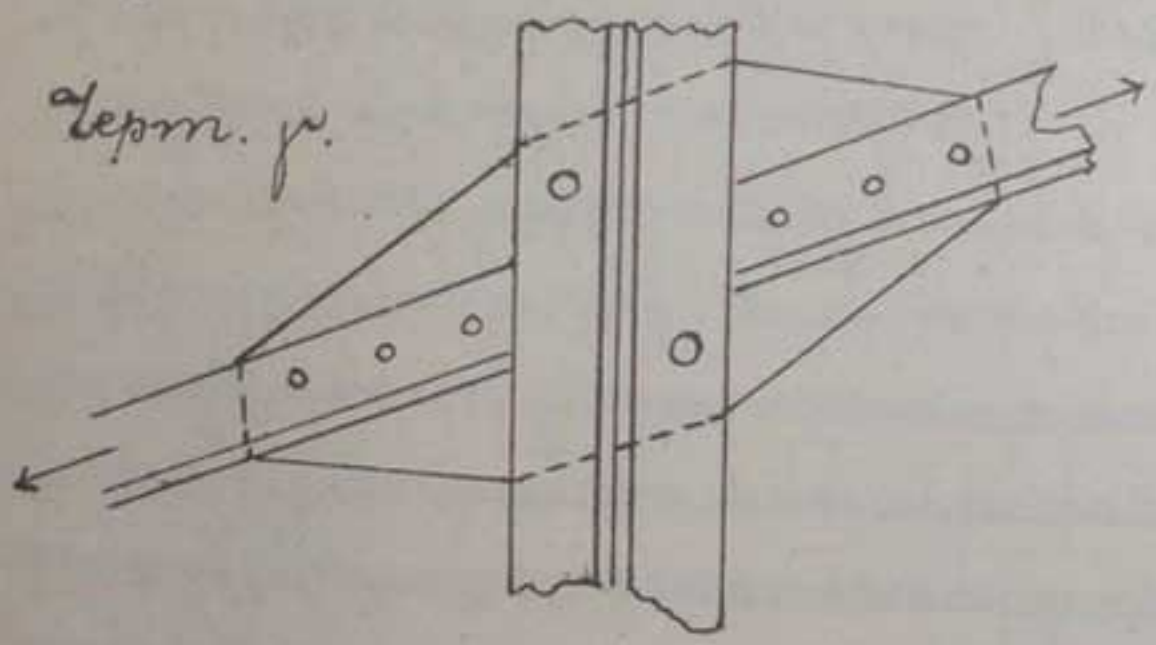


и для того чтобы плотнѣе сжать листы необходимо помѣстить въ этомъ мѣстѣ заклепки (показанныя пунктиромъ), которыя, во избѣжаніе возможности принять и передать неправильно усиліе, должны быть меньшаго діаметра сравнительно съ заклепочнымъ отверстіемъ. Эти добавочныя заклепки слѣдуетъ такъ помѣстить, чтобы онѣ не вызывали добавочнаго ослабленія накладки (черт. β''') (на раскосъ это ослабленіе не можетъ имѣть вліянія, такъ какъ въ этомъ сѣченіи онѣ не напряжены). Если же онѣ не могутъ быть помѣщены такимъ образомъ, тогда необходимо взять въ разчетъ ослабленіе при опредѣленіи сѣченія накладки - наиболѣе напряженной по серединѣ своей длины (черт β''''). Въ этомъ случаѣ необходимо дѣлать парныя накладки толще чѣмъ половина толщины раскоса, а одиночныя накладки - толще раскоса. [Въ

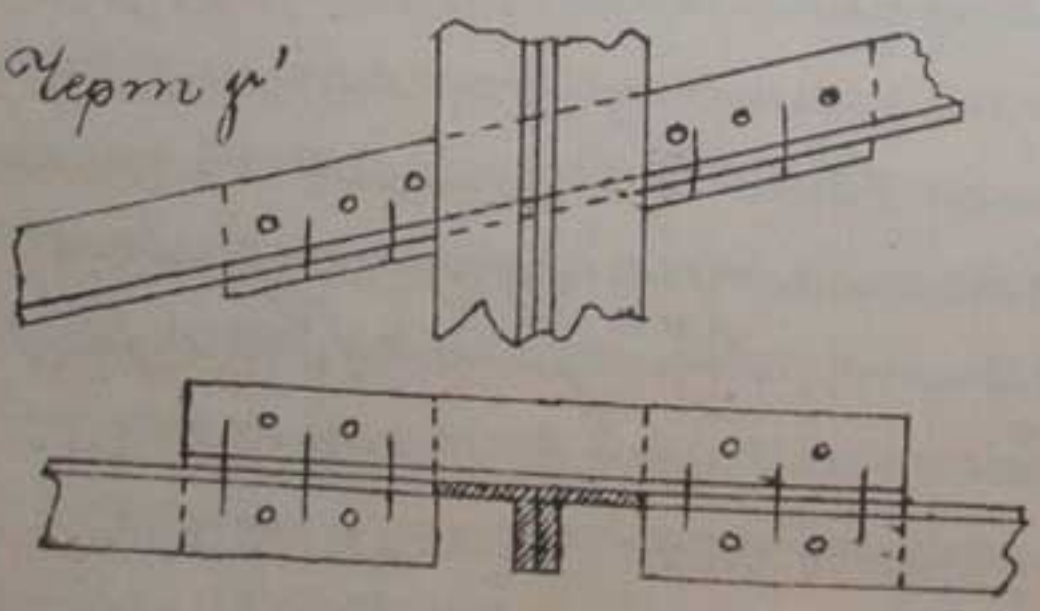
Австріи съ успѣхомъ замѣняютъ эти, такъ называемые мѣшки, цементнымъ растворомъ].

Нерѣдко приходится уголковый вытянутый раскосъ перерѣзать и соединять обѣ части планками, которыя должны имѣть то же сѣченіе, какъ перерѣзанный уголокъ. Очевидно, нѣтъ надобности, чтобы планка имѣла это сѣченіе по всему протяженію. Въ сѣченіи, проведенномъ чрезъ первую заклепку, площадь планки должна отвѣчать усилію, передаваемому одной заклепкой; въ сѣченіи чрезъ вторую заклепку – площадь должна быть больше, соотвѣтствуя усилію, передаваемому двумя заклепками и т.д.; наибольшая площадь (шпринка) будетъ по серединѣ, гдѣ произойдетъ суммованіе усилій отъ всѣхъ заклепокъ. Такимъ образомъ планка получитъ очертаніе, называемое „рыбкой" (Черт. 8).

Черт. у.



Черт. у'

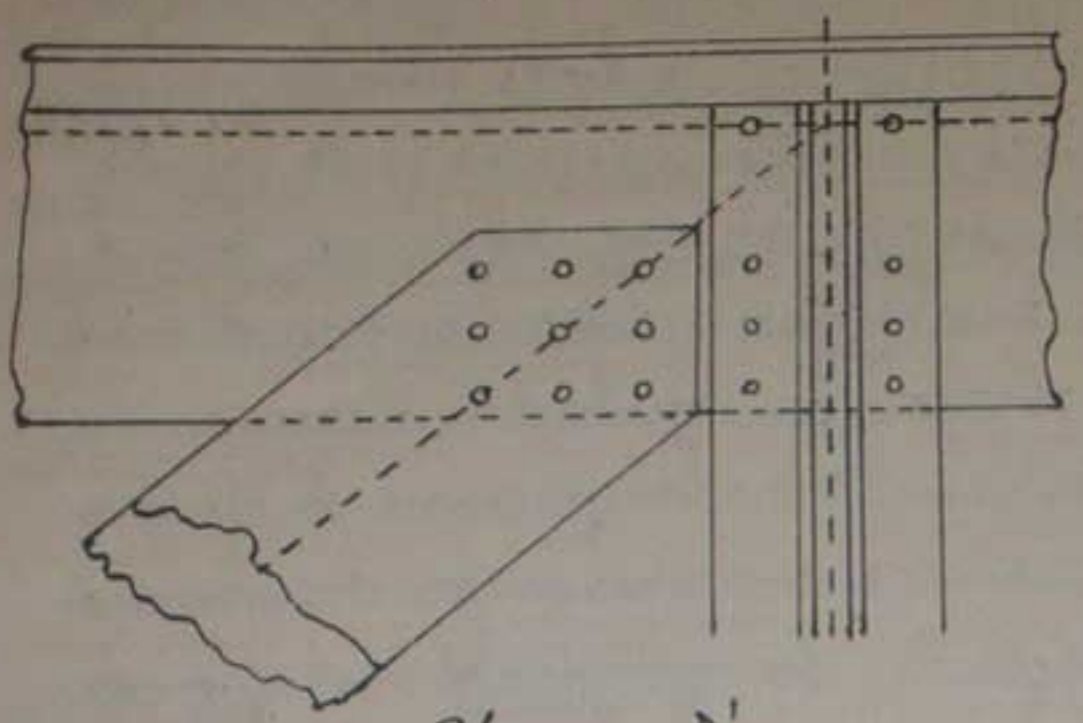


Если есть возможность, лучше конечно соединить перерѣзанные уголки уголкомъ, поставленнымъ съ другой стороны, причемъ помощью планки можно сіе сдѣлать связать и остальныя полки уголковъ.

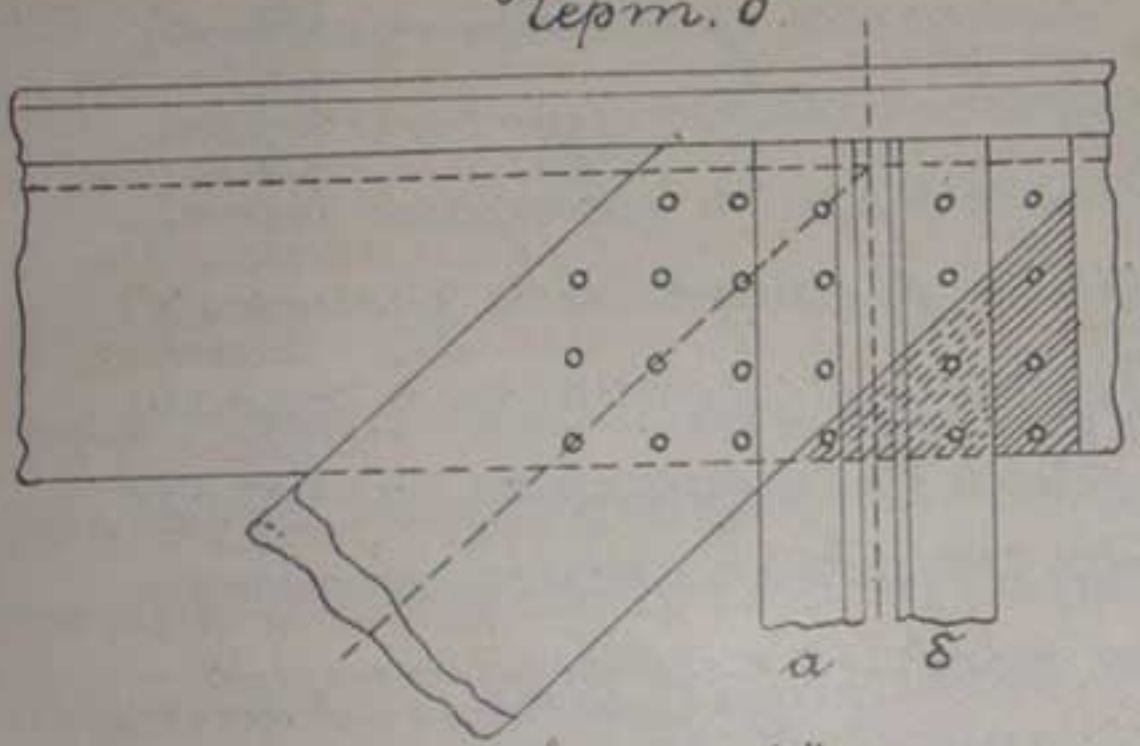
При прикрѣпленіи плоскаго двой-

наго раскоса къ поясу не всегда удается размѣстить необходимое число заклепокъ вни очертания уголковъ стойки (Черт. б.) Если ширина пояса недостаточна, то необходимо попытаться нельзя ли подвести конецъ раскоса подъ уголки стойки (Чер. б'), а если это оказывается недостаточнымъ, тогда необходимо прибѣгнуть къ фасонной вставкѣ соотвѣтственнаго очертания (Чертежъ б"). Въ случаѣ, изображенномъ на (Черт. б), когда раскосъ и стойка прикленаны независимыми заклепками, количество заклепокъ, прикрѣпляющихъ раскосъ и стойку, должно обусловливаться отдѣльно усиліемъ раскоса

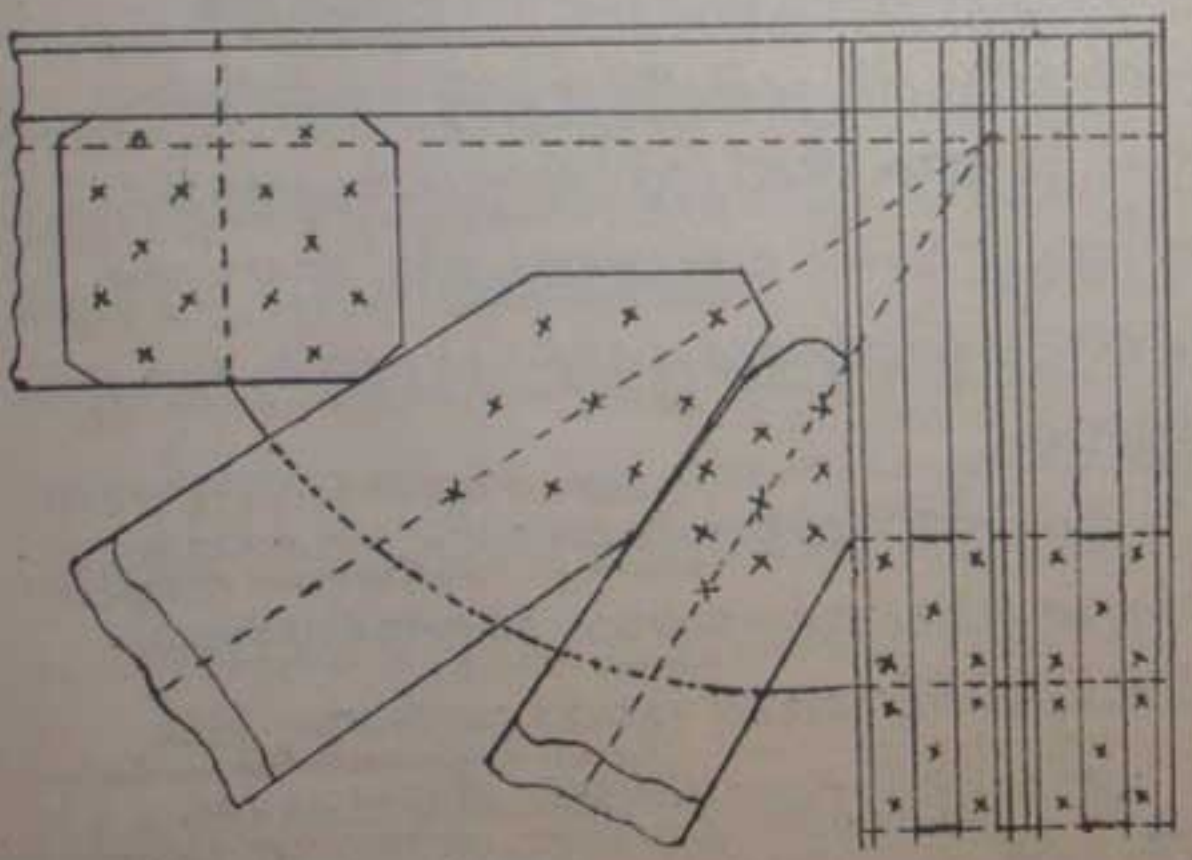
Черт. б.



Черт. б'



Черт. б"

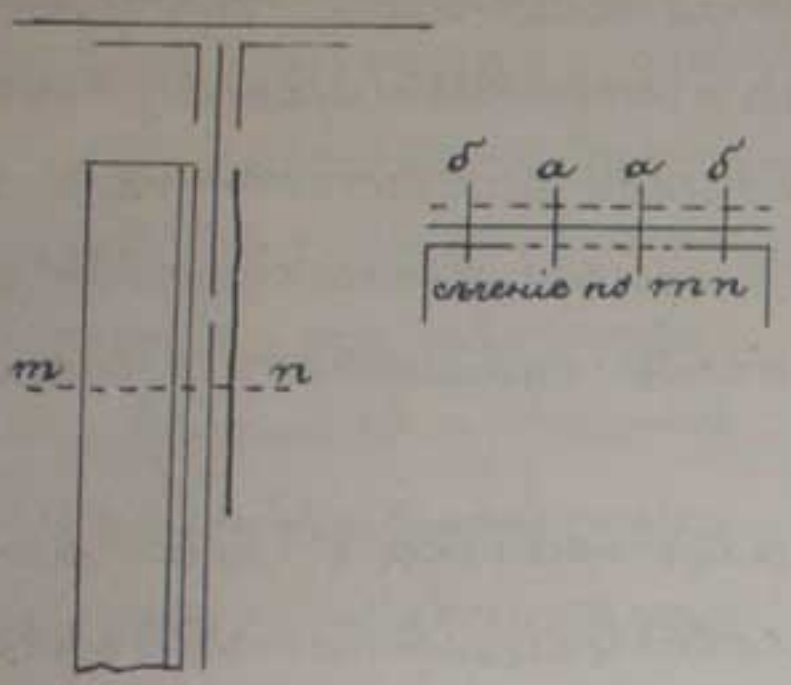


и стойки. Если раскосъ подведенъ подъ стойку (черт. 6'), то за количество заклепокъ, прикрѣпляющихъ раскосъ къ поясу, слѣдуетъ считать какъ заклепки, помѣщенныя въ очертаніи стойки, такъ и въ предѣлахъ ея и изъ числа послѣднихъ только тѣ, которыя отвѣчаютъ правильному распредѣленію заклепокъ, (въ данномъ примѣрѣ такими добавочными заклепками можно считать лишь помѣщенныя въ предѣлахъ уголка (а)). Остальныя же заклепки безопасно не считать участвующими въ передачѣ поясу усилія отъ раскоса. Поясъ, получивъ усиліе отъ раскоса, передастъ вертикальную составляющую этого усилія стойкѣ, причемъ усиліе будетъ передано какъ заклепкамъ, помѣщеннымъ въ предѣлахъ уголка (а) - въ видѣ то онѣ будутъ перерѣзаны въ другомъ сѣченіи, такъ и заклепкамъ въ предѣлахъ уголка (б). Во избѣжаніе работы на изгибъ нижней заклепки въ уголкѣ (б), прокладку необходимо выдвинуть на двѣ заклепки и выдвинуть для симметріи, и конецъ раскоса на двѣ заклепки, хотя въ этомъ теоретически надобности не имѣется, такъ какъ три верхнія заклепки въ уголкѣ (б) не могутъ работать на изгибъ потому, что служащій имъ прокладкой конецъ раскоса неразрывно связанъ съ остальною частью раскоса.

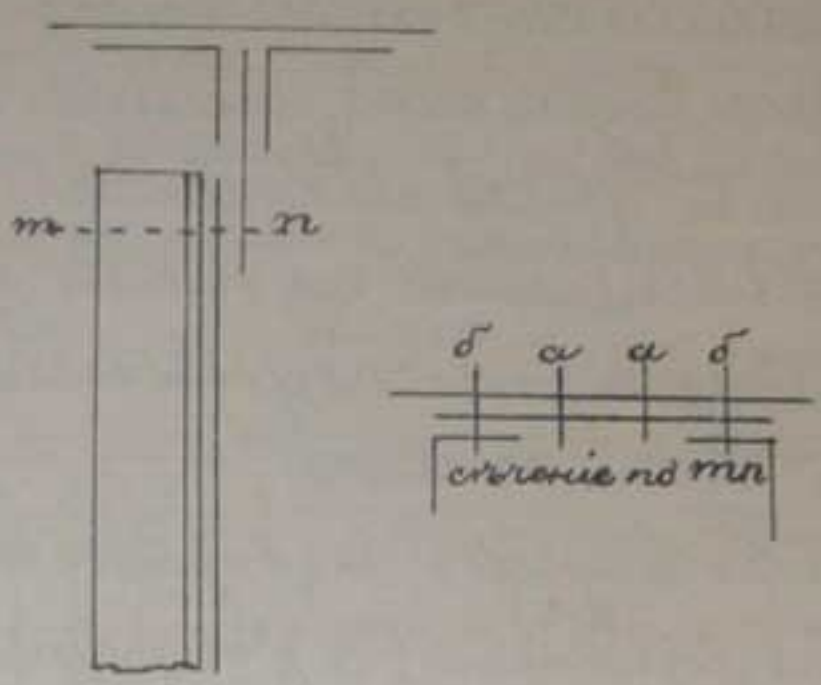
Если вытянутый раскосъ составной, то каждая часть должна быть приклепана соотвѣтственнымъ числомъ заклепокъ или, правильнѣе, должна быть обезпечена соотвѣтственнымъ числомъ перерѣзываній заклепокъ. Такъ, напримѣръ, пусть рас-

кость состоитъ изъ листа и двухъ угольниковъ. Наиболѣе правильный способъ прикрѣпленія будетъ состоять въ томъ, что подвести вертикальный листъ въ притыкъ (Черт. Е), а угольники въ нахлестку, причемъ стыкъ вертикальнаго листа можно перекрыть двумя накладками (широкой и узкой), такъ

Черт. Е.



Черт. Е'



что часть заклепокъ, группа (а), будетъ работать на двойное перерѣзываніе, а группа (б) - на одиночное перерѣзываніе. Менѣе правильное прикрѣпленіе будетъ при помѣщеніи раскоса въ нахлестку, причемъ количество заклепокъ (а) (Черт. Е') должно отвѣчать усилію, передаваемому листомъ, а заклепки (б) - соотвѣтствуютъ усилію въ уголкахъ. Въ данномъ случаѣ, вообще говоря, нельзя разсматривать, что заклепки (б), хотя и перерѣзываются въ двухъ сѣченіяхъ, служатъ одновременно и для прикрѣпленія листа и уголковъ, какъ это, напримѣръ, имѣло мѣсто въ примѣрѣ, изображенномъ на (Черт. Б') и именно потому, что здѣсь зак-

---

Листъ 34. Т. III Лит. Маркова, Казанъ, №34.

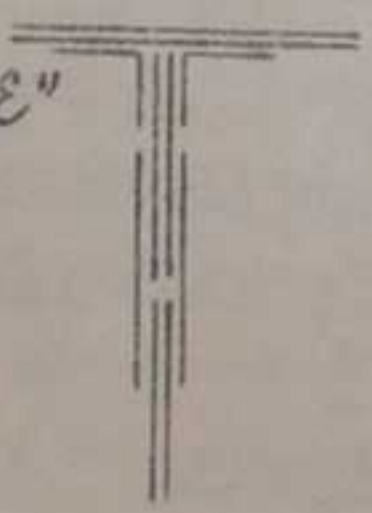
Профессоръ

ки (б) работали бы на изгибъ и кромъ того каждой заклепкой (б) передавалось бы на вертикальный листъ пояса во всякомъ случаѣ большее усиліе по сравненіи съ заклепками (а) и слѣдовательно вертикальный листъ пояса могъ бы и не удовлетворять условіямъ прочности относительно смятія. Если толщина листа пояса достаточно велика чтобы выдержать смятіе, передаваемое суммою усилій отъ перерѣзыванія заклепки въ двухъ сѣченіяхъ и изгибъ заклепокъ принять во вниманіе путемъ уравненія количество заклепокъ, то подобный способъ прикрѣпленія можно примѣнить.

Въ случаѣ, изображенномъ на (Чер. б') на заклепки стойки (а), передавалось усиліе отъ пояса уже послѣ разложенія усилія раскоса на двѣ составляющія: по поясу и стойкѣ.

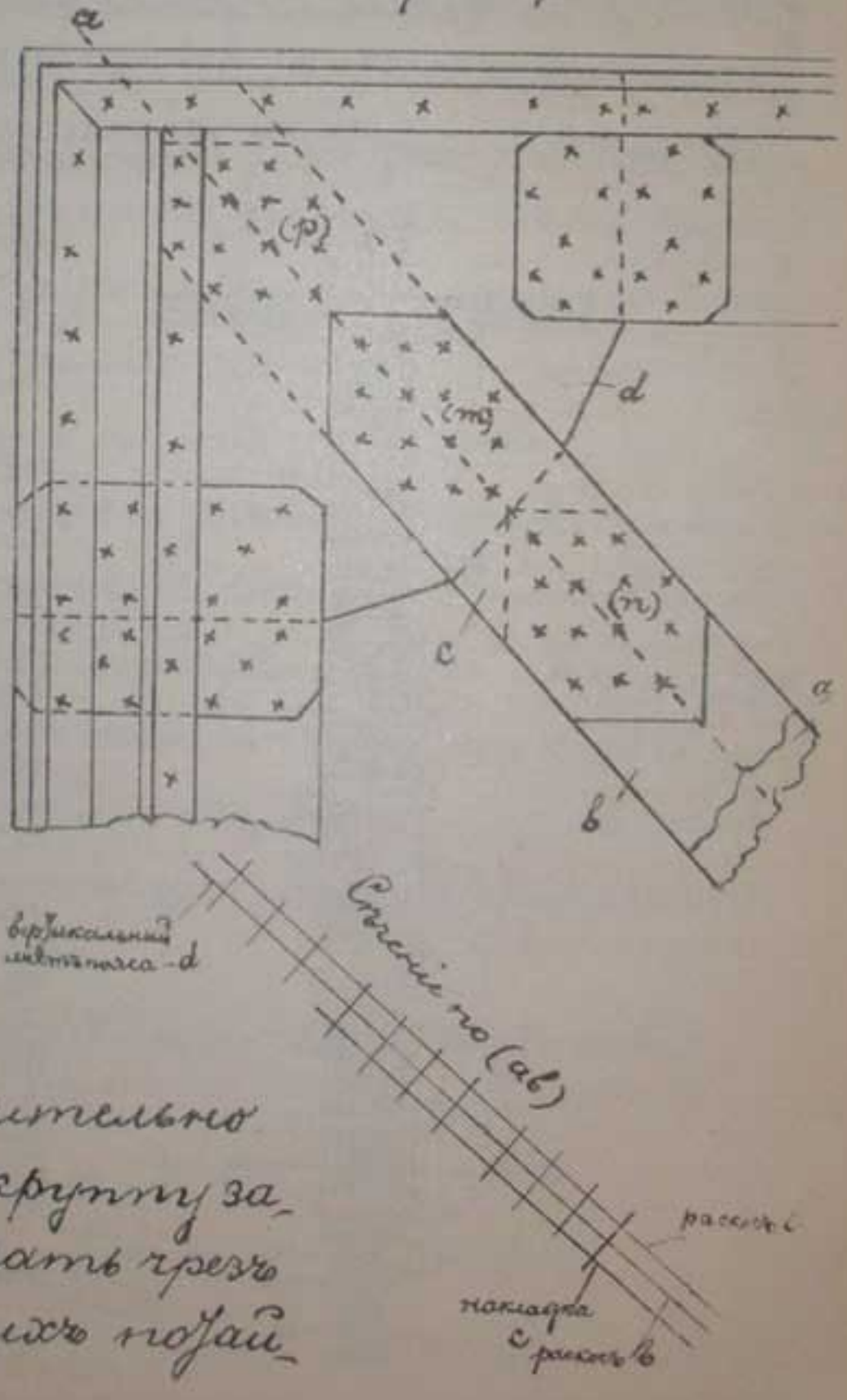
Во всѣхъ подобныхъ случаяхъ цѣлью ослабленія раскоса служитъ число заклепокъ, помѣщенныхъ въ первомъ ряду. Такъ напримѣръ, это будетъ имѣть мѣсто и тогда, если вертикальный листъ пояса, двойной и парный раскосъ прикрѣпляются къ нему въ притыкъ съ перекрытіемъ каждаго стыка одиночной накладкой. Но тѣмъ не менѣе могутъ быть случаи, когда и при такомъ расположеніи заклепокъ приходится брать въ расчетъ ослабленіе одного изъ раскосовъ не одной заклепкой, а наибольшимъ числомъ заклепокъ. Такъ, напри-

"Черт Е"

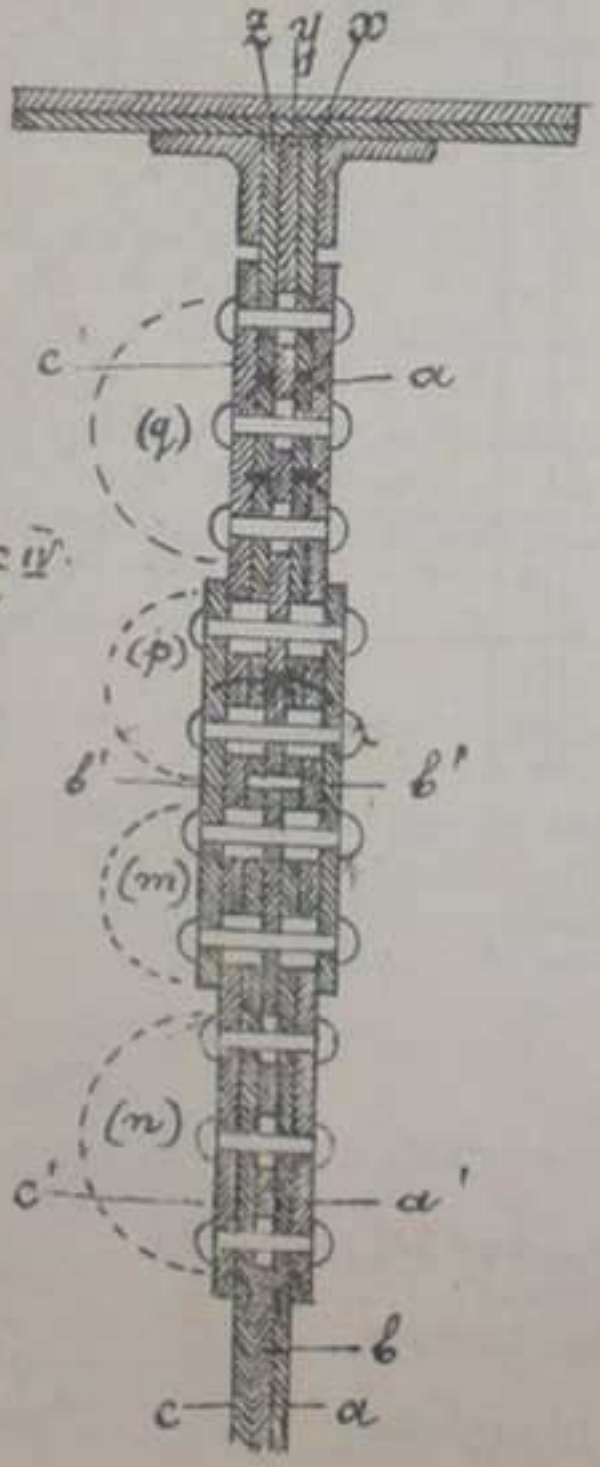


лицъ (черт Е"), если въ парномъ раскосѣ одна изъ вѣтвей ослаблена заклепочными отверстіями прежде чѣмъ начнетъ передавать усиліе пояску. Такъ, нерѣдко бываютъ случаи, когда къ фасонкой одиночной вставкѣ или къ одному вертикальному листу прикленывается парный раскосъ, причемъ одна вѣтвь въ притыкъ, а другая - въ нахлестку. На (черт. Е''') показанъ такой случай: вѣтвь раскоса b - приклепывается въ притыкъ; помощью накладки с - заклепками одиночнаго перекрызыванія группъ (n) и (m); вѣтвь a - раскоса - приклепывается въ нахлестку группой заклепокъ (p). Прежде чѣмъ вѣтвь a начнетъ передавать усиліе пояску, помощью заклепокъ группы (p) или помощью заклепокъ группы (m) она уже ослаблена заклепками группы (n) и слѣдовательно, въ данномъ случаѣ вѣтвь a - слѣдуетъ считать ослабленной тремя заклепками, а вѣтвь b - одной заклепкой. Для того, чтобы раскосъ a не былъ предварительно ослабленъ, слѣдовало бы группу заклепокъ (n) не пропускать чрезъ раскосъ a, а сдѣлать ихъ полай-

Черт. Е'''



ными въ отношеніи раскоса b; но прикрытіе по
тайными заклепками - ненадежно. На (черт E''') по
казано, что въ ветвь a прикленывается группою за
клепокъ (p) и для того, чтобы усиліе не могло пере
даваться чрезъ группу заклепокъ (m) - необходимо въ
раскосъ a заклепочныя отверстія группы (m) сдѣ
лать овальными или бо́льшаго діаметра. Прикрытіе
ніе раскоса a - самосо́лительными заклепками (p) не
обходимо въ томъ случаѣ, если сопротивленіе сма
тію въ отверстіяхъ листа d - превосходитъ допу
скаемый предѣлъ. Въ противномъ случаѣ нѣтъ на
добности приклепать ветвь раскоса a самосо́ляющ
ными заклепками, а можно ограничиться груп
пой заклепокъ (m), которыя перерѣзываются въ
двухъ сѣченіяхъ и, слѣдова
тельно, въ этомъ случаѣ
вставка d - можетъ быть
сдѣлана короче, доводя на
кладку c - до верхнихъ угл
ковъ. Такое же
предварительное ослабле
ніе раскоса можетъ встрѣ
титься при прикрытіи
ніи трехъ вѣтвей раскоса
въ притыкъ къ тройной фа
къ или четырехъ вѣтвей
раскоса - двѣ въ притыкъ
и двѣ въ нахлестку - къ двой
ной стыкъ и т.д. На (чер
тежѣ E^{IV}) показанъ напр.



Черт. E^{IV}.

мѣръ, первый случай. Три вѣтви раскоса a, b, c при-
клепываются въ притыкъ къ тройной стѣнкѣ
пояса. Вѣтви a и c приклепываются одиноч-
ными накладками; a' и c' къ наружнымъ грѣн-
камъ пояса; x и z - помощью группъ заклепокъ (n)
и (q) одиночнаго перерѣзыванія; вѣтвь раскоса b
- приклепывается къ листу У пояса, помощью пар-
ныхъ накладокъ (b)' и (b') и группъ заклепокъ (m)
и (p). Для того, чтобы не было неопредѣленной
передачи, въ соотвѣтственныхъ раскосахъ и на-
кладкахъ сдѣланы овальныя или большаго разм-
ра заклепочныя отверстія. Здѣсь средній раскосъ
b - предварительно ослабленъ заклепочными от-
верстіями. Конечно, такую передачу нельзя
назвать совершенной; такъ, напримѣръ, груп-
па заклепокъ (m) и (p) будетъ работать не толь-
ко на перерѣзываніе, но и на изгибъ и, слѣдова-
тельно, число ихъ должно быть увеличено.

Вышеуказанное групповое расположеніе заклe-
покъ извѣстно подъ именемъ расположенія по
типу Шведлера, который опредѣляетъ кромѣ то-
го наибольшее число рядовъ заклепокъ изъ того ус-
вія, чтобы каждой заклепкѣ отвѣчала извѣст-
ная полоса (Черт. F), которую мысленно мож-
но выдѣлить изъ раскоса:

Ширина полосы Δb опредѣляемая изъ условія

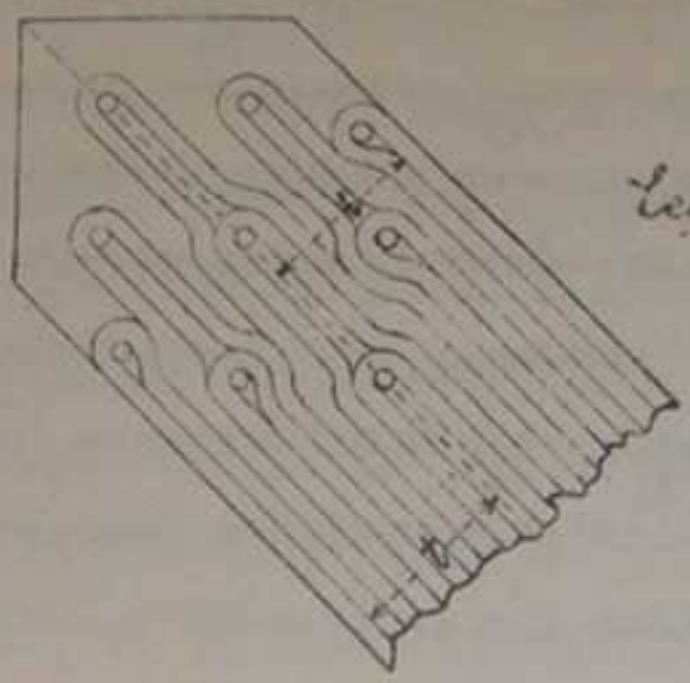
$$2 \Delta b . \delta . \mathfrak{R} = \frac{\pi d^2}{4} . \mathfrak{R}' ;$$

Если: $\mathfrak{R}' = 0{,}8 \mathfrak{R}$; $d = 2{,}4 \delta$,

то: $\Delta b = \frac{3.14}{8} . \frac{4}{5} . d . 2{,}4 = 0{,}7536 d$,

или $\Delta b = 0{,}75 . d$.

Тогда, если n-число заклепокъ, то необходимая ширина раскоса. $b = d + 2 \cdot n \cdot 0{,}75\, d = d(1 + 1{,}5\, n)$

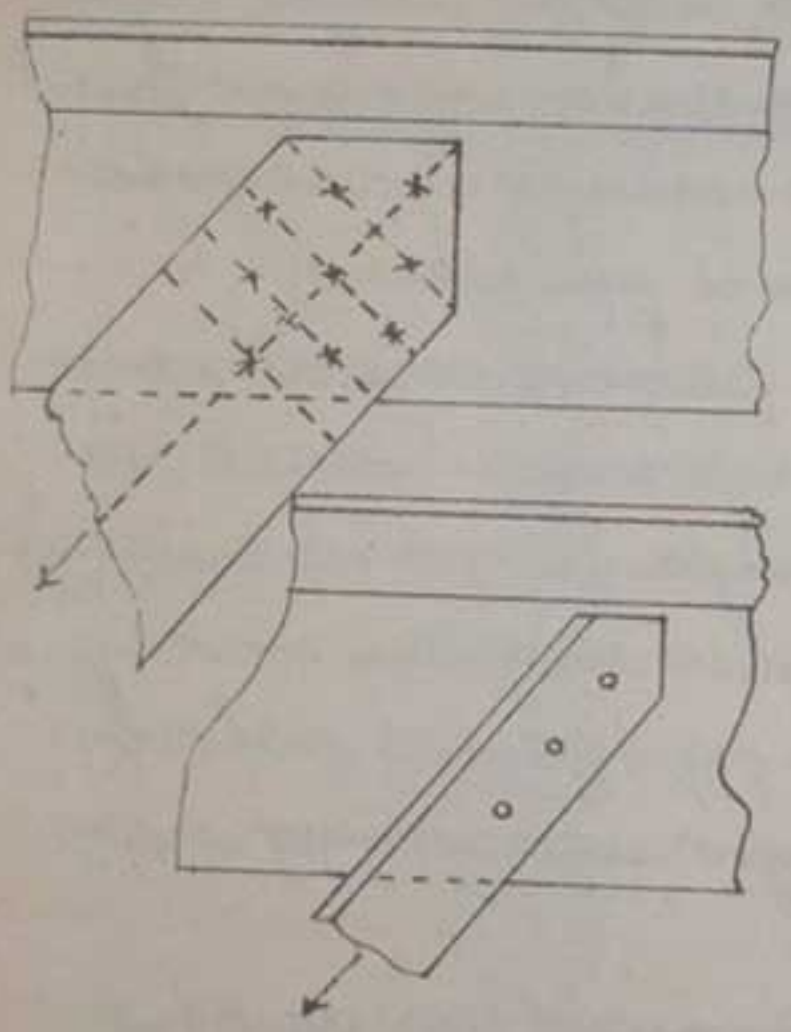


Черт. 7.

Изъ этой же схемы можетъ быть опредѣлено въ зависимости отъ числа рядовъ заклепокъ и наименьшее разстояніе t между заклепками въ одномъ ряду. Такъ напримѣръ, въ данномъ случаѣ:

$$t = \frac{d}{2} + 2 \times 0{,}75 d \cdot 4 = 6{,}5 d.$$

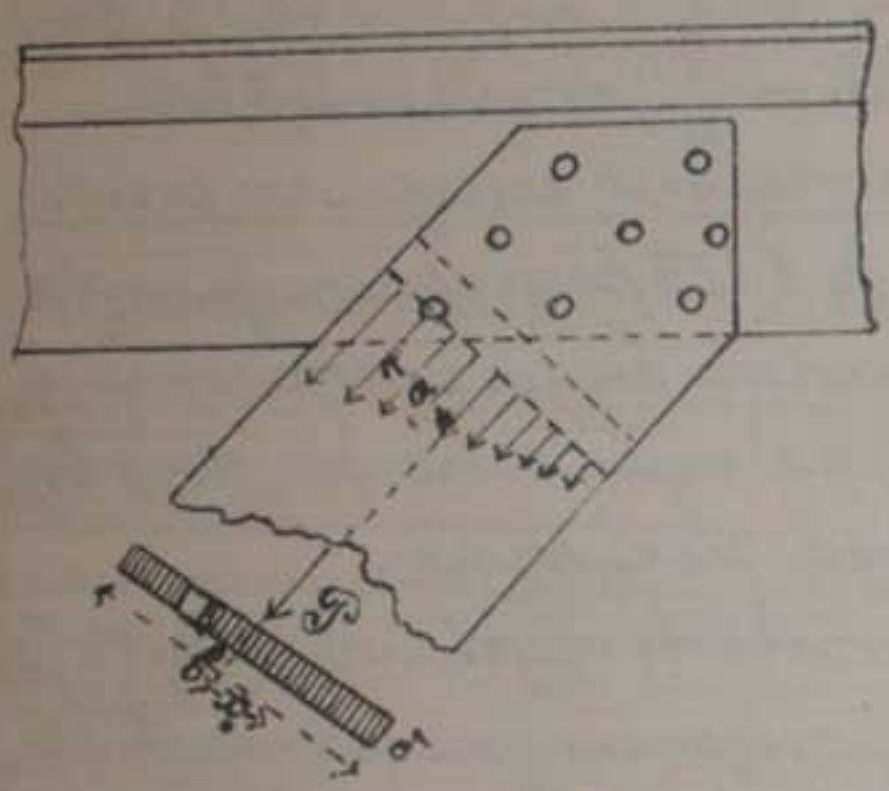
Заклепки должны быть размѣщены по ширинѣ симметрично относительно продольной оси (проходящей чрезъ центръ тяжести), причемъ поперечные ряды заклепокъ располагаются нормально къ направленію дѣйствующаго усилія. Слѣдовательно, если ширина раскоса такова, что можно помѣстить только одинъ продольный рядъ заклепокъ, то линія заклепокъ располагается вдоль геометрической оси; въ случаѣ же крѣпленія уголковъ, допускающихъ только одинъ рядъ заклепокъ—



линію заклепокъ слѣдуетъ возможно ближе расположить къ линіи, проходящей чрезъ центръ тяжести, т.е. не по серединѣ полки, а ближе къ свободной полкѣ уголка къ окончанію, послѣдняя условіе (не всегда удается удовлетворить и по-

Этому здѣсь неизбѣжно неравномѣрное сокращеніе вытягиванія, что слѣдовало бы принимать во вниманіе при опредѣленіи поперечнаго сѣченія прикрѣпляемой части. Несимметричное расположеніе заклепокъ, вызывая изгибъ прикрѣпляемой части, при удовлетвореніи извѣстному допускаемому напряженію, требуетъ большаго сѣченія части, можетъ даже случаться, что при симметричномъ расположеніи, ослабленіе сѣченія двумя заклепками выгоднѣе ослабленія сѣченія одной заклепкой при несимметричномъ расположеніи

Пусть, напримѣръ, P-усиліе, передаваемое раскосомъ посредствомъ несимметричной группы заклепокъ. Если b и δ- ширина и толщина раскоса; R-допускаемое напряженіе матеріала; R'-напряженіе на сѣченіе netto при равномѣрномъ распредѣленіи усилія P и R'-наибольшее напряженіе на изгибъ въ сѣченіи netto, проведенномъ чрезъ первую заклепку, поставленную несимметрично; $a = \alpha b$-разстояніе центра первой заклепки отъ оси раскоса; d-діаметръ заклепки; x_0-разстояніе центра тяжести сѣченія netto отъ оси раскоса, при неравномѣрномъ вытягиваніи:



$$R = R' + R'' = \frac{P}{(b-d)\delta} + \frac{P.x_0.z}{J}$$

Если x_0-разстояніе центра тяжести сѣченія netto отъ оси раскоса, то наибольшее $z = x_0 + \frac{b}{2}$; J-моментъ инерціи сѣченія netto. Задѣлъ $x_0 = \frac{d.a}{(b-d)}$, такъ какъ: $\frac{1}{2}\left(\frac{b}{2}-x_0\right)^2\delta = \frac{1}{2}\left(\frac{b}{2}+x_0\right)^2\delta - d\delta(a+x_0)$ (x), или:

$$\frac{1}{2}\delta\left(\frac{b}{2}+x_0+\frac{b}{2}-x_0\right)(2x_0) = +d\delta(a+x_0).$$

$$\delta b x_0 = db\,(a+x_0);\quad x_0 = \frac{dba}{(b-d)\delta} = \frac{da}{b-d} = \frac{abd}{b-d}$$

Приближенно: $J = \frac{1}{12}\delta b^3 - dba^2 = b^2\delta\left(\frac{b}{12} - da^2\right)$

(x) На основаніи свойства у. т. что $\Sigma mx = \Sigma m'x'$

Слѣдовательно:

$$\frac{z}{\mathcal{J}} = \frac{x_0 + \frac{b}{2}}{\mathcal{J}} = \frac{2a\,bd + b(b-d)}{2b^2\delta\left(\frac{b}{12} - da^2\right)(b-d)} = \frac{1 + \frac{2ad}{b-d}}{b\delta\left(\frac{b}{6} - 2da^2\right)}$$

или приблизительно:

$$\equiv \frac{1}{b\delta\left(\frac{b}{6} - 2da^2\right)}$$

Слѣдовательно:

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}' + \mathcal{R}'' = \frac{\mathcal{P}}{(b-d)\delta} + \frac{\mathcal{P}x_0 z}{\mathcal{J}} = \frac{\mathcal{P}}{(b-d)\delta}\left(1 + \frac{x_0 z}{\mathcal{J}}(b-d)\delta\right) =$$

$$= \frac{\mathcal{P}}{(b-d)\delta}\left\{\frac{1 + abd(b-d)\delta}{(b-d)b\delta\left(\frac{b}{6} - 2da^2\right)}\right\} = \frac{\mathcal{P}}{(b-d)\delta}\left(1 + \frac{6ad}{b - 12da^2}\right)$$

откуда, слѣдовательно, разсѣчное допускаемое напряженіе

$$\frac{\mathcal{P}}{(b-d)\delta} = \mathcal{R}' = \frac{\mathcal{R}}{1 + \frac{6ad}{b - 12da^2}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha)$$

Если, напримѣръ, $b = 12d$, $a = \frac{1}{4}$, то $\mathcal{R}' = 0{,}88\,\mathcal{R}$, вмѣсто $\mathcal{R}' = \mathcal{R}$ и, слѣдовательно, ширина раскоса должна быть увеличена въ 1,133 раза сравнительно съ тѣмъ случаемъ, если бы заклепки были расположены симметрично, предполагая при этомъ, что въ первомъ ряду только одна заклепка.

Если вообще число заклепокъ въ первомъ ряду n, то при симметричномъ расположеніи такъ какъ $\mathcal{R}'' = 0$,

$$\mathcal{P} = (b' - nd)\delta.\ \mathcal{R}' = (b' - nd)\delta\mathcal{R} = b_1\delta\mathcal{R},$$

обозначая $b' - nd$ чрезъ b_1.

Если же въ первомъ ряду только одна заклепка, но несимметрично расположенная, то, на основаніи (α):

$$\mathcal{P} = \frac{(b-d)\,\delta\mathcal{R}}{1 + \frac{6ad}{b - 12da^2}}$$

Приравнивая оба выраженія, получимъ:

$$b^2 - (12da^2 + d + b_1)\,b = 12da^2\left(\frac{b_1}{2d} - b_1 - d\right).$$

Если $a = \frac{1}{4}$, то

$$b^2 - \left(\frac{7}{4}d + b_1\right)b = \frac{3}{4}\,d\,b_1 - \frac{3}{4}\,d^2.$$

$$b = \frac{7}{8}d + \frac{1}{2}b_1 + \sqrt{\frac{d^2}{64} + \frac{13}{8}d\,b_1 + \frac{b_1^2}{4}}$$

Пренебрегая членомъ $\frac{d^2}{64}$, имѣемъ:

$$b = \frac{1}{2}\left(b_1 + \frac{7}{4}d + \sqrt{b_1^2 + b_1 5 d b_1}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta)$$

По этой формулѣ опредѣляется полная ширина раскоса, ослабленнаго одной заклепкой, поставленной несимметрично и на разстояніи $a = \alpha b = \frac{b}{4}$ отъ оси раскоса, если дана ширина раскоса netto b_1 – при симметричномъ расположеніи. Полная же ширина въ послѣднемъ случаѣ:

$$b' = b_1 + nd \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\gamma)$$

Такъ, напримѣръ, если $b_1 = 6d, 8d, 10d, \ldots$, то соотвѣтственныя значенія b по формулѣ (β) и значенія (b') по формулѣ (γ), полагая $n = 1, 2, 3, \ldots$ получатся такими:

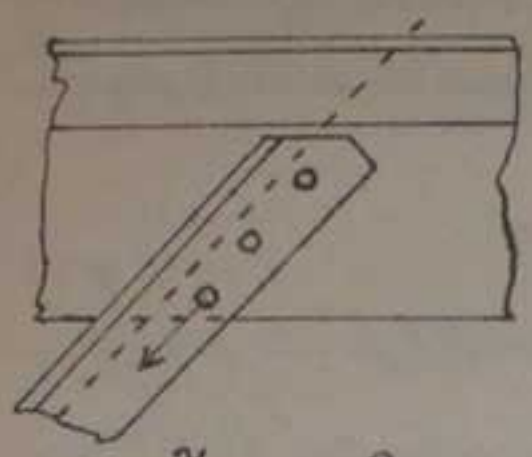
Ширина раскоса netto b_1	$6d$	$8d$	$10d$	$12d$	$14d$
Необходимая ширина раскоса brutto при несимметричномъ расположеніи, при ослабленіи одной заклепкой.	$8{,}2d$	$10{,}25d$	$12{,}29d$	$14{,}32d$	$16{,}34d$
Необходимая ширина раскоса brutto при симметричномъ расположеніи и при ослабленіи					
одной заклепкой ..	$7d$	$9d$	$11d$	$13d$	$15d$
двумя заклепками..	$8d$	$10d$	$12d$	$14d$	$16d$
тремя заклепками..	$9d$	$11d$	$13d$	$15d$	$17d$

Такимъ образомъ, изъ этого примѣра видно, что при несимметричномъ расположеніи ослабленіе одной заклепкой требуетъ бо́льшую ширину (brutto) раскоса сравнительно съ тѣмъ случаемъ, если бы заклепки были размѣщены симметрично и въ первомъ

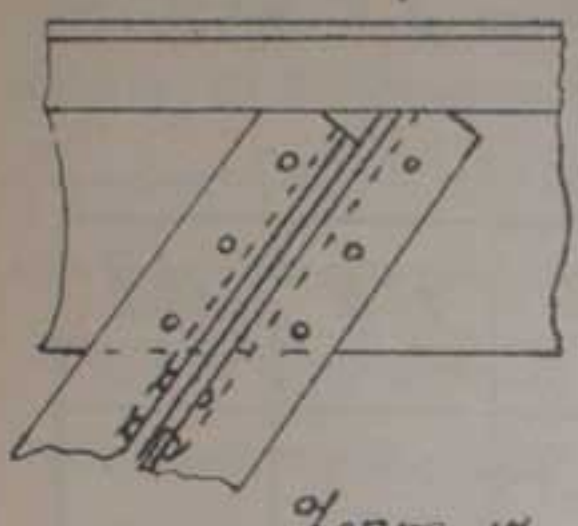
ряду ослабленіе вызывалось не одной, а даже двумя заклепками.

То же самое слѣдуетъ сказать относительно

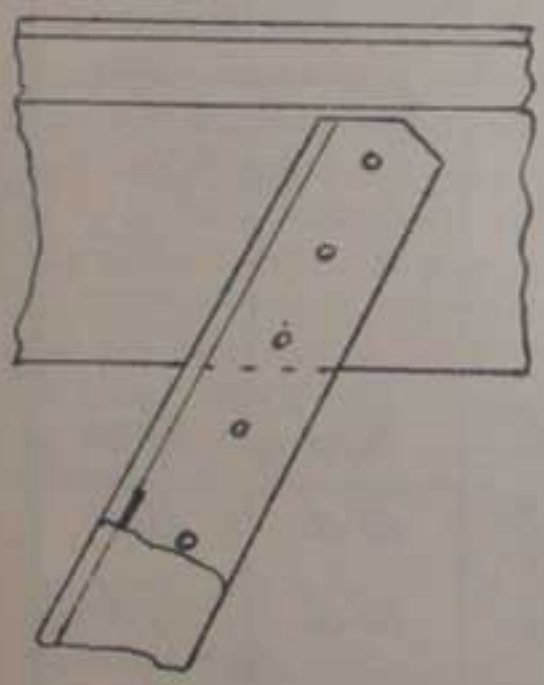
Черт. α.



Черт. β.



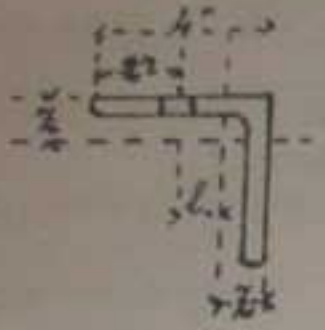
Черт. γ.



уголковъ, прикленныхъ къ стѣнкѣ пояса. Усиліе, передаваемое одной заклепкой не совпадаетъ съ осью раскоса и поэтому здѣсь возможенъ изгибъ уголка по двумъ направленіямъ съ появленіемъ добавочнаго напряженія (черт. α). Въ парныхъ уголкахъ, взаимно-склепанныхъ по длинѣ и прилегающихъ съ одной стороны листа, изгибы каждаго изъ уголковъ, въ плоскости рѣшетки, взаимно уничтожаются (черт β), хотя остается возможность изгиба вслѣдствіе эксцентрицитета, по другому направленію. Если парные уголки приклепаны по обѣ стороны листа (черт γ) тогда уничтожится возможность изгиба въ плоскости нормальной къ рѣшеткѣ, но остается возможность изгиба въ плоскости рѣшетки. Слѣдовательно въ раскосѣ, составленномъ изъ четырехъ уголковъ, взаимно склепанныхъ по длинѣ – добавочнаго напряженія, вслѣдствіе эксцентрицитета, быть не можетъ. Всѣ эти добавочныя напряженія предполагаютъ изгибъ, вызванный только эксцентрицитетомъ и не

добавочно, если P – действующее усилие, e – эксцентрицитет, то в выгнутых раскосах полное напряжение: $R = \frac{P}{\omega} + Pe.\frac{z}{J} = R' + R''$, а в сжатых раскосах: $R = \frac{P}{\omega} + Pe.\frac{z}{J} + M\frac{z}{J} = R' + R'' + R'''$. (*)

Так, например, для уголка $4'' \times 4'' \times \frac{1''}{2}$, $z = 1,168$; $J = 5,468$ и если заклепочное отверстие поставлено на расстоянии 2" от края, то при изгибе в плоскости рычажки $e = 4'' - (2 + 1,17) = 0,83$.



При изгибе в плоскости нормальной к рычажке $e = z - \frac{1''}{4} = 1,17 - \frac{1''}{4} = 0,92$. Следовательно, если $P = 800$ тр – действующее усилие и призм. выгибающее, то в первом случае наибольшее добавочное напряжение на растяжение:

$$R = Pe.\frac{z}{J} = \frac{800 \times 0,83}{5,468}\left(\frac{1''}{4} - z\right) = \frac{800 \times 0,83 \times 2''83}{5,468} = 344 \frac{\text{тр.}}{\text{дюйм}^2}$$

А во втором случае:

$$R = Pe.\frac{z}{J} = \frac{800 \times 0,92 \times 1,17}{5,468} = 158 \frac{\text{тр}}{\text{дюйм}^2}.$$

Отсюда видно, что весьма важно помещать заклепочные отверстия возможно ближе к центру тяжести уголка.

M – момент, сообщающий продольному изгибающему раскоса при сжатии силою P, приложенной по оси раскоса. При коротких раскосах $M = 0$. Величину момента M можно, хотя бы приблизительно, оценить по формуле Шварц-Энкина [См. т. I Стран. 207].

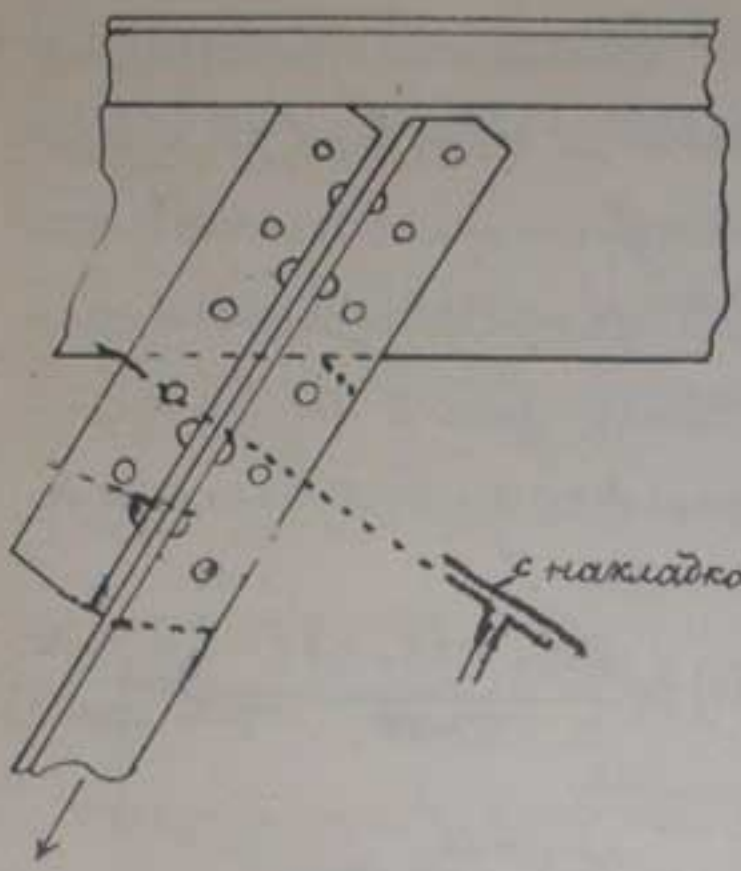
$$M = Pf = \frac{Pl^2}{8}\frac{i}{z},$$

где i – сжатие на единицу длины, причем $i = \frac{P}{E\omega} = \frac{R'}{E}$. Следовательно, $M = \frac{Pl^2R'}{8Ez}$ [Американские инженеры принимают $M = \frac{R'^2R'}{10Ez}$ [The Theory and practice of modern framed structures, by Johnson, Стр. 153]] или же M можно оценить, пользуясь формулами

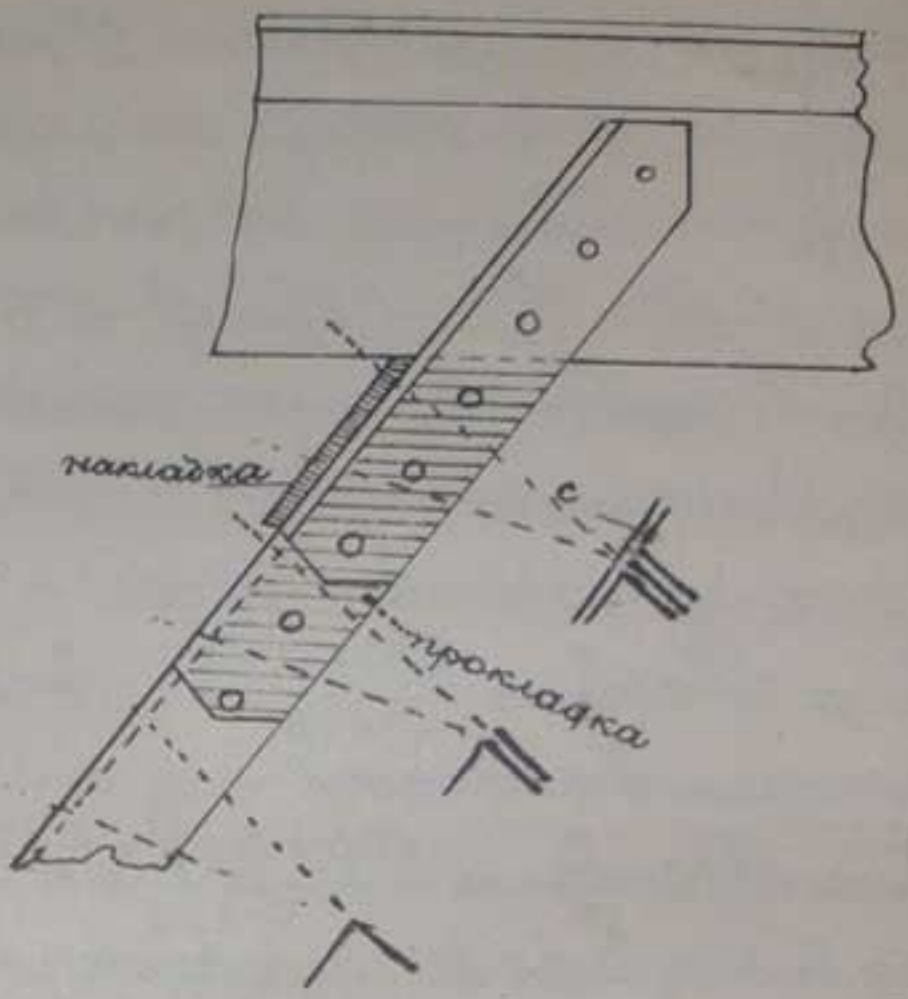
(*) См. добавления к Стран. 230 т. III; $R = \frac{P}{\omega} + Pe\frac{z}{J} + M\frac{z}{J} = \frac{P}{\omega} + Pe\frac{z}{J} + Pf\frac{z}{J} = \frac{P}{\omega}\left[1 + \omega(e + f)\frac{z}{J}\right]$ где, при отсутствии выгибающего раскоса $f = e\left[\sec\left(\frac{l}{2}\sqrt{\frac{P}{EJ}}\right) - 1\right]$

Яснскаго. Если угловой раскосъ - одиночный и желательно примѣнить двойное перерѣзываніе заклепокъ (которое слѣдуетъ считать для запаса за полуторное), тогда можно пользоваться пріемами, указанными на (черт. δ и Ε), т.е. при-

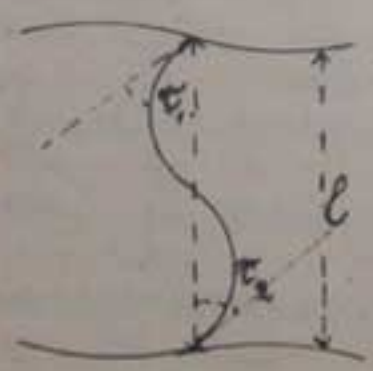
Черт. δ.



Черт. Ε.



клепать короткій уголокъ съ плоской накладкой, увеличивающей связь между коренными и короткими уголками. Но приспособленіе, показанное на (черт. Ε) слѣдуетъ предпочесть, такъ какъ добавочное напряженіе въ раскосъ, вслѣдствіе жесткаго соединенія его съ поясомъ, уменьшается по мѣрѣ уменьшенія ширины раскоса въ мѣстѣ прикрѣпленія. Дѣйствительно, если τ_1 и τ_2 углы, составленные касательными, проведенными къ конечнымъ точкамъ изогнутаго раскоса съ прямой линіей, соединяющей концы раскоса, то раскосъ можно разсматривать какъ нена-

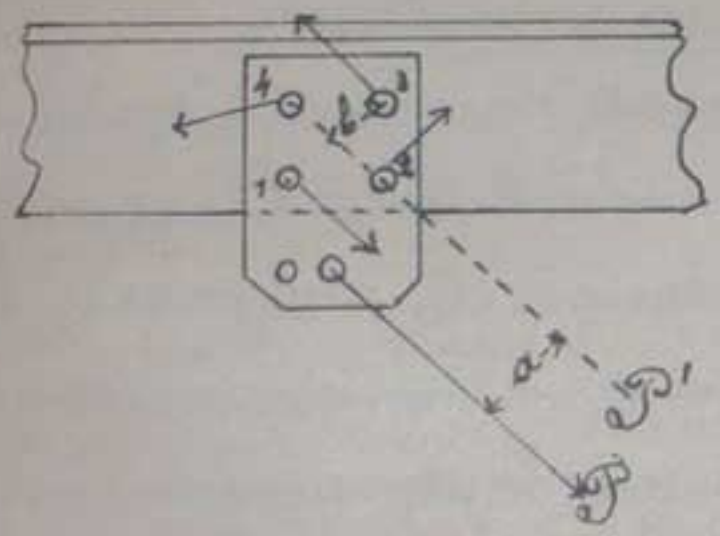


груженную балку съ наклонно закрѣпленными концами. Тогда моменты въ концахъ:

$$M_1 = -\frac{2\mathcal{E}J}{c}(2\tau' + \tau''), \quad M_2 = -\frac{2\mathcal{E}J}{c}(2\tau'' + \tau')$$

[См. т. II стр. 55]. Напряженіе: $\mathcal{R} = M_1 \frac{z}{J} = -\frac{2\mathcal{E}(2\tau'+\tau'')}{c} z$ или $\mathcal{R} = M_2 \frac{z}{J} = -2\mathcal{E}(2\tau''+\tau')\frac{z}{c}$, т. е. добавочное напряженіе, вслѣдствіе жесткаго соединенія раскосовъ, прямо пропорціонально z, а, слѣдовательно, и ширинѣ раскоса и обратно пропорціонально длинѣ раскоса.

Несимметричное относительно дѣйствующаго усилія расположеніе заклепокъ не только вліяетъ на увеличеніе напряженія самаго раскоса, но также вызываетъ крайне неравномѣрную работу заклепокъ. Пусть, напримѣръ, усиліе P, раскоса передается помощью шарнира O на планку, прикрѣпленную къ поясу четырьмя заклепками, причемъ направленіе дѣйствія усилія



составляетъ эксцентриситетъ съ осевой линіей группы заклепокъ. Если предположимъ, для простоты, что направленіе усилія параллельно направленію, проведенному чрезъ заклепки 2 и 4, то отъ замѣны усилія P усиліемъ P' получится еще добавочный моментъ $P.a$, который проявится въ видѣ пары силъ съ направленіемъ дѣйствія, показаннымъ на чертежѣ, причемъ, слѣдовательно, заклепки 1 и 3, 2 и 4 – въ общей совокупности, сопротивляются моменту Pa, а потому, если, какъ въ данномъ слу-

чать, заклепки расположены симметрично относительно их общего центра тяжести, то каждая из четырех заклепок будет подвергаться одинаковому перерезывающему усилию, вызванному моментом. Пусть например, $P = 400$ пуд; $a = 4''$ и положим, что заклепки расположены в вершинах квадрата стороною $5''$, тогда $b = 3''{,}5$. Поэтому перерезывающее усилие, претерпеваемое каждой из заклепок: $\frac{400 \cdot 4''}{4 \times 3{,}5} = 114$ п. Кроме того усилие $P' = P = 400$ — поровну передается на каждую заклепку, т. е. по 100 пуд. Поэтому:

заклепка 1 напряжена усилием $= 100 + 114 = 214$ пуд.
" 2 и 4 " " $= \sqrt{100^2 + 114^2} = 151$ пуд.
" 3 " " $= 100 - 114 = -14$ пуд.

[в виду того что заклепки подвержены усилиям действующим под прямым углом].

Таким образом наиболее напряженная заклепка будет №1 и наименее напряженная №3.

В.) Сжатые раскосы и стойки.

Число заклепок определяется так же как и в вытянутых раскосах но только вместо R — следует взять допускаемое напряжение при сжатии, взять в расчет продольный изгиб. При перемене действии усилий — следует руководствоваться указаниями [Т. I Стран. 193].

Здесь следовало бы поступить так же как и в отношении вытянутых раскосов, т. е. помещать в первом счете возможно меньшее число заклепок (*). Тем не менее, во избежание выгучиваний и искривлений

(*) Heinzling, Die Brücken der Gegenwart, полагает почему то, что в сжатых раскосах аналогичных рассуждения заставляют уменьшать число заклепок отступая от первого ряда к последующим.

въ плоскости раскоса помѣщаютъ большею частью въ первомъ ряду достаточное по ширинѣ число заклепокъ, около $2\frac{xx}{=} 3\frac{xx}{=}$, соблюдая, во всякомъ случаѣ, симметричное расположеніе относительно оси. Въ этомъ, собственно, и состоитъ отличіе прикрѣпленія сжатыхъ раскосовъ отъ прикрѣпленія вытянутыхъ раскосовъ.

Если при прикрѣпленіи раскоса въ притыкъ съ примкнаніемъ одной или двухъ накладокъ-можно еще помѣстить по одной заклепкѣ по концамъ накладокъ, то въ средней ея части, во избѣжаніе выпучиванія накладки, помѣщаютъ въ среднихъ рядахъ (около стыка), смотря по ширинѣ листа, не менѣе двухъ, трехъ или болѣе заклепокъ, (наибольшее допускаемое разстояніе между слѣдующими заклепками въ сжатой накладкѣ- $7d$). Если эти добавочныя заклепки могутъ способствовать неправильной передачѣ усилій (Черт $\beta^{\overline{IV}}$), тогда ихъ дѣлаютъ меньшаго діаметра по сравненію съ отверстіемъ, если же онѣ располагаются симметрично, относительно продольной оси (Черт β''), тогда онѣ могутъ быть того же діаметра, какъ и остальныя заклепки. Въ обоихъ случаяхъ слѣдуетъ взять въ разсчетъ ослабленіе накладки въ серединѣ полнымъ числомъ отверстій по нормальному сѣченію.

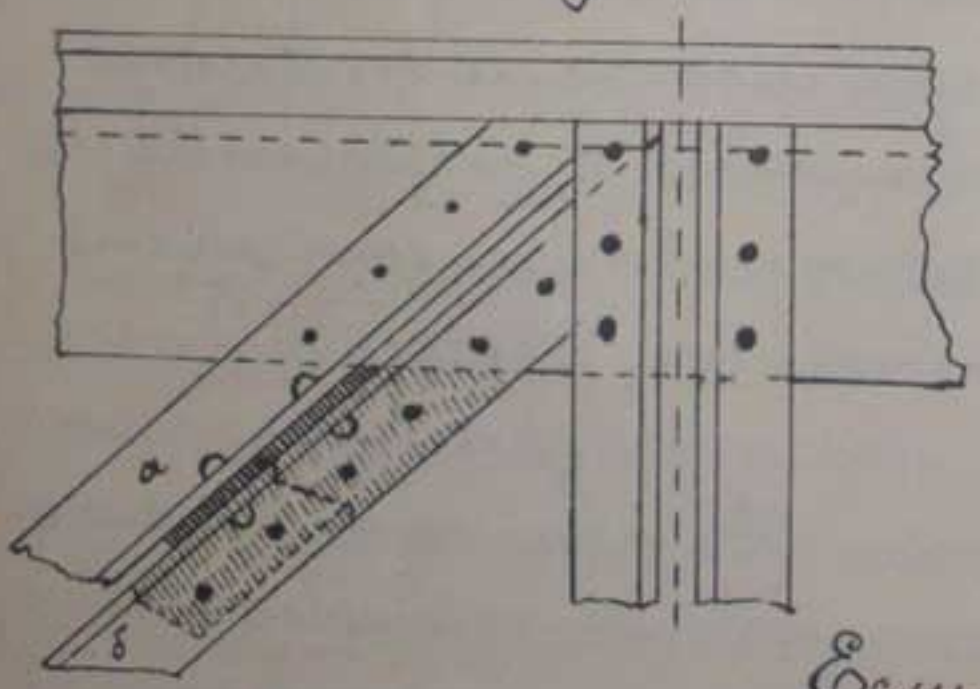
Если сѣченіе раскоса <u>составное</u>, то, какъ и въ вытянутыхъ раскосахъ, каждая часть должна быть приклепана соотвѣтственнымъ доста-

точнымъ числомъ перерѣзываній.

Приведемъ нѣсколько примѣровъ, оговариваясь, что всѣ изложенныя замѣчанія и пріемы приложимы и къ вытянутымъ раскосамъ; все отличіе будетъ состоять въ томъ, что въ послѣднемъ случаѣ – въ первомъ и послѣднемъ ряду, слѣдуетъ помѣщать не болѣе одной заклепки, и что уголки раскосовъ имѣть надобности продолжать до уголковъ поясовъ съ загибаніемъ на послѣдніе.

Пусть сжатый раскосъ сѣченія ⌐⌐ $3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}$ и положимъ, что для прикрѣпленія раскоса требуется всего 8 заклепокъ; слѣдовательно по четыре на каждую вѣтвь. Положимъ, что въ верхнемъ уголкѣ (а) можно помѣстить полное число заклепокъ, а въ нижнемъ (б) только двѣ [Черт. Q] Для полученія двухъ недостающихъ перерѣзываній можно примѣнить двойное перерѣзываніе, помѣстивъ съ другой стороны короткій уголокъ съ двумя прокладками, одну изъ которыхъ, помѣщенную въ плоскости листа, необходимо двинуть на одну или двѣ заклепки.–

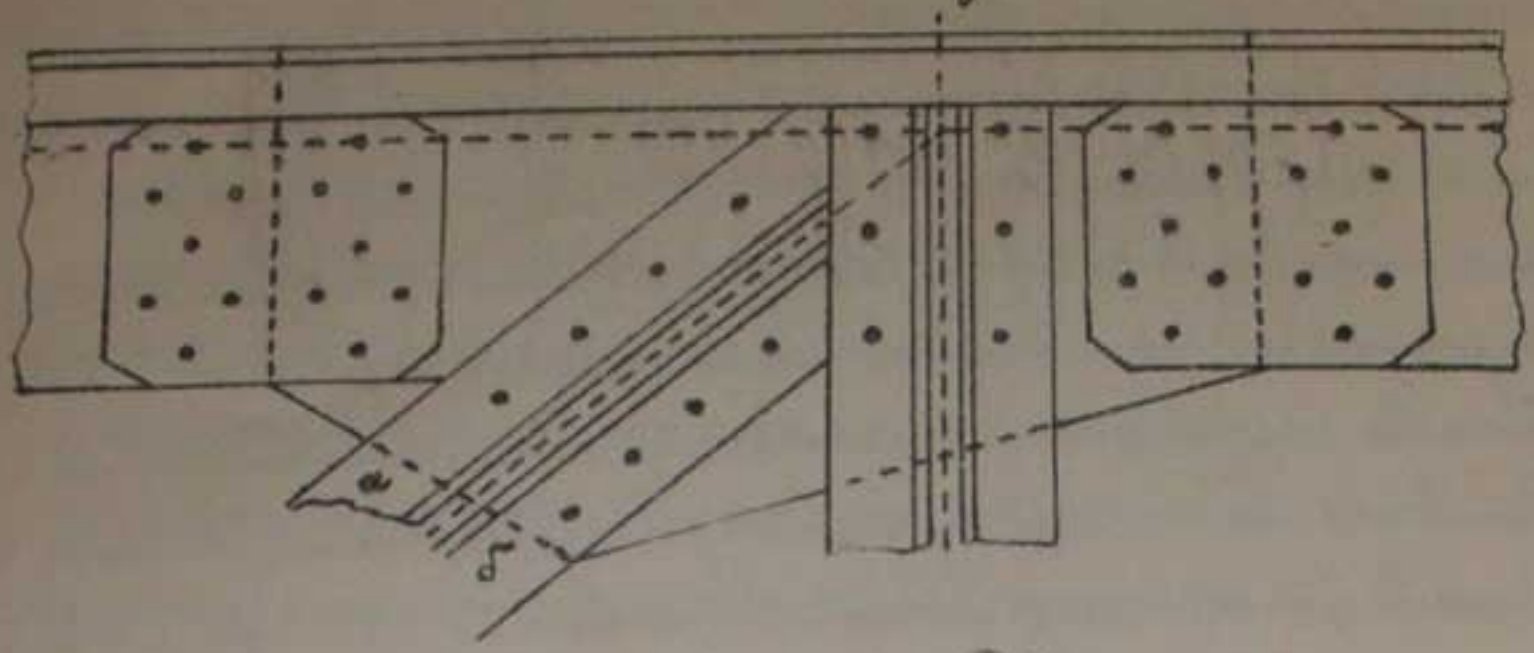
Черт. Q.



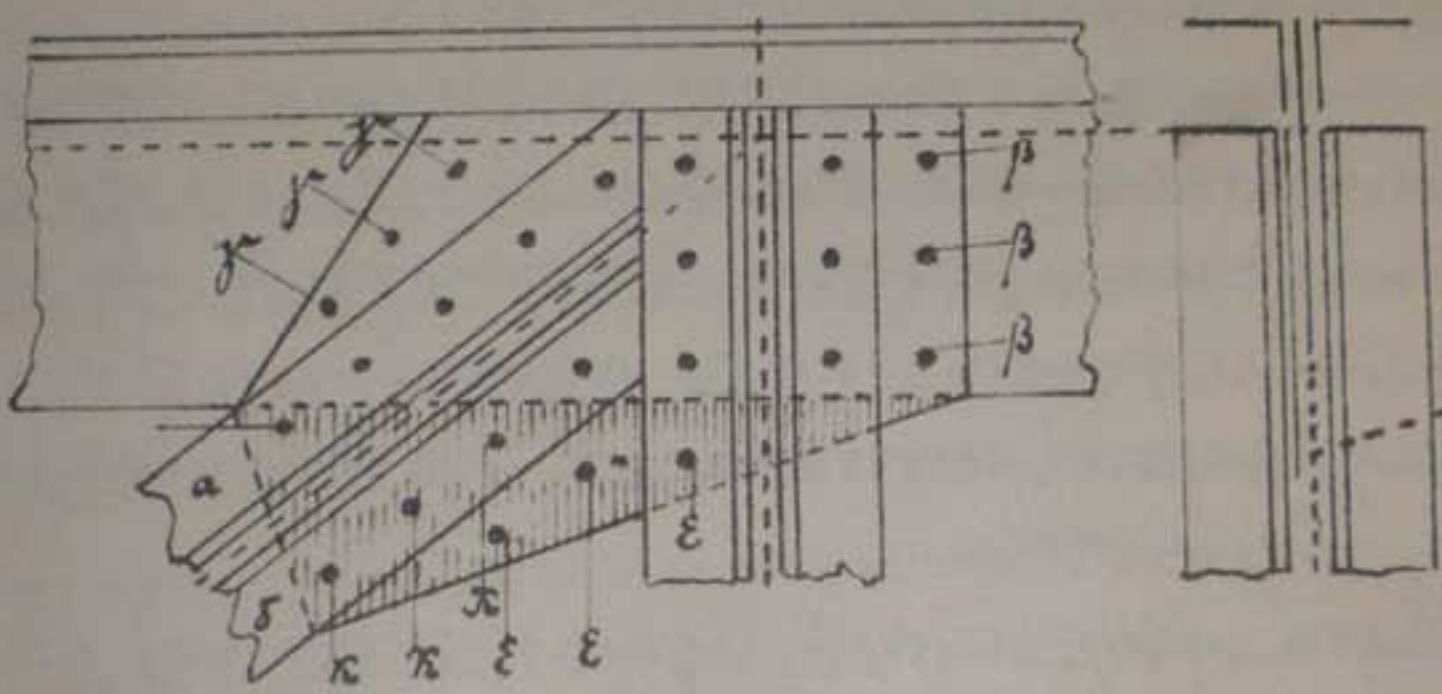
Если раскосъ состоитъ изъ четырехъ уголковъ и двойнымъ перерѣзываніемъ нельзя воспользоваться, тогда необходимо примѣнить или фасонную вставку (Черт. Q') или фасонную накладку (Черт. Q''), раздвинувъ въ послѣднемъ случаѣ уголки на двойную толщину вертикальнаго листа

и вставивъ прокладку.

Черт. Q'.



Черт. Q".

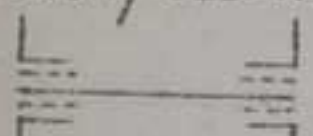


Въ первомъ случаѣ (Черт. Q'), количество заклепокъ, прикрывающихъ вставку къ поясу, опредѣляется числомъ заклепокъ, необходимымъ для перекрытія стыка вертикальнаго листа. Пусть во второмъ случаѣ (Черт. Q") верхній уголокъ прикрытъ въ предѣлахъ пояса полнымъ числомъ заклепокъ (4), а нижній (δ) только одной заклепкой. Помѣщаемъ фасонную накладку такого очертанія, чтобы можно было помѣстить недостающія для (δ) три заклепки (κ). На-

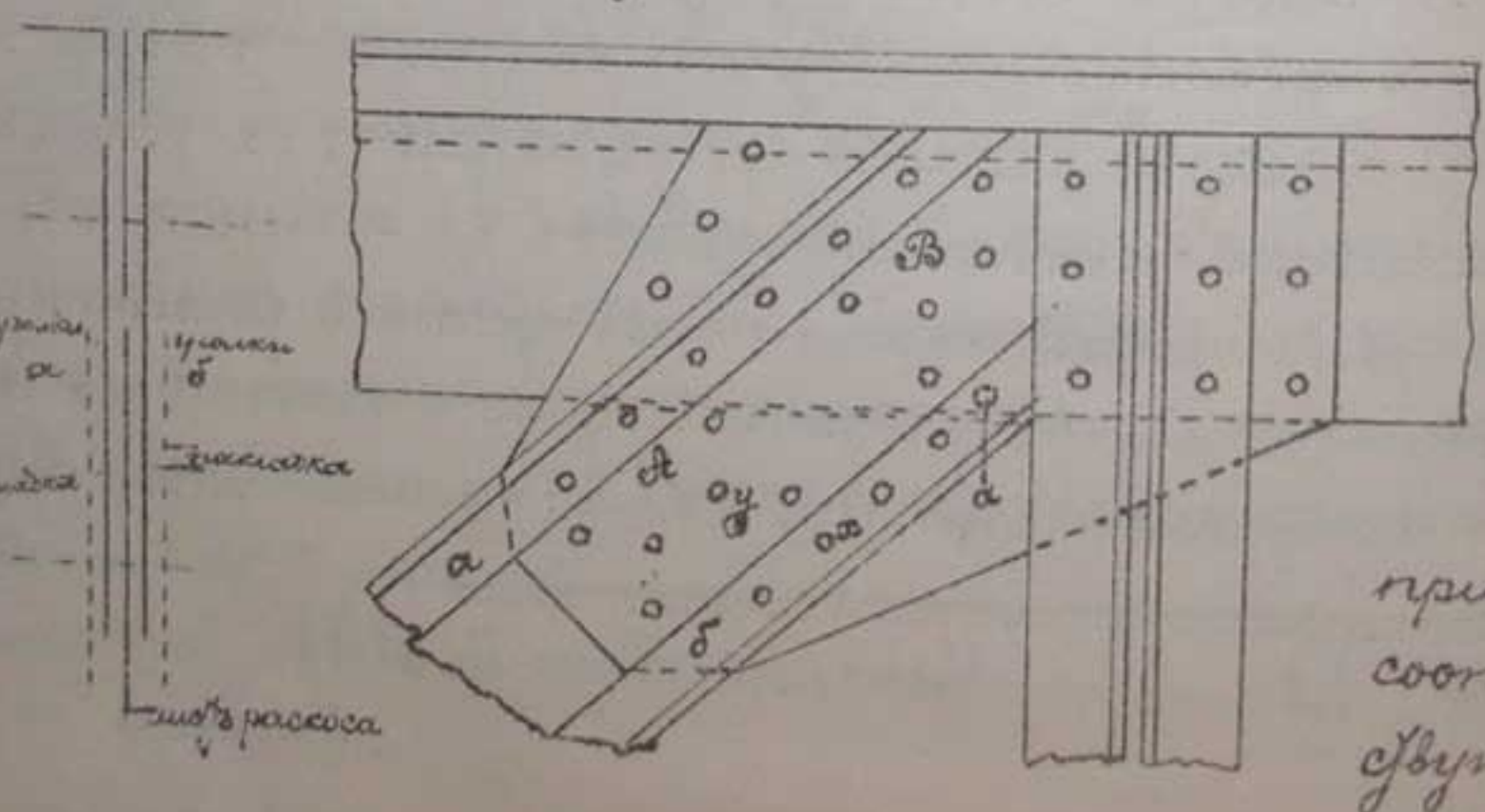
---

Листъ 35. Х.III. Лит. Маркова, Невскій, №34.

Профессоръ

кладка, получивъ усиліе отъ трехъ заклепокъ (К) двой-
ного перерѣзыванія, должна передать его тѣмъ же ко-
личествомъ перерѣзываній, т.е. шестью, вертикально-
му листу пояса. За эти шесть перерѣзываній мо-
жемъ считать 3 заклепки (β) и три заклепки (γ).
Слѣдовательно, въ данномъ случаѣ, очертаніе на-
кладки въ предѣлахъ пояса должно быть таково,
чтобы внѣ контура, образуемаго раскосомъ и
стойкой, можно было помѣстить дополни-
тельное число заклепокъ, отвѣчающее недостаю-
щему числу перерѣзываній.
Прокладка δ - должна быть приклепана самос-
тоятельными заклепками Е - чтобъ предупредить
возможность работы заклепокъ (К) на изгибъ.
Разсмотримъ теперь случай прикрѣпленія сжа-
таго раскоса, состоящаго изъ вертикальнаго лис-
та и уголковъ.
Такъ, напримѣръ, пусть сжатый раскосъ сче-
нія:  и требуется прикрѣпить его
къ стѣнкѣ таврового пояса (Черт Д'''). Слѣдо-

Черт. Д'''.



вательно и каждый изъ уголковъ должны быть приклепаны соотвѣтствующими

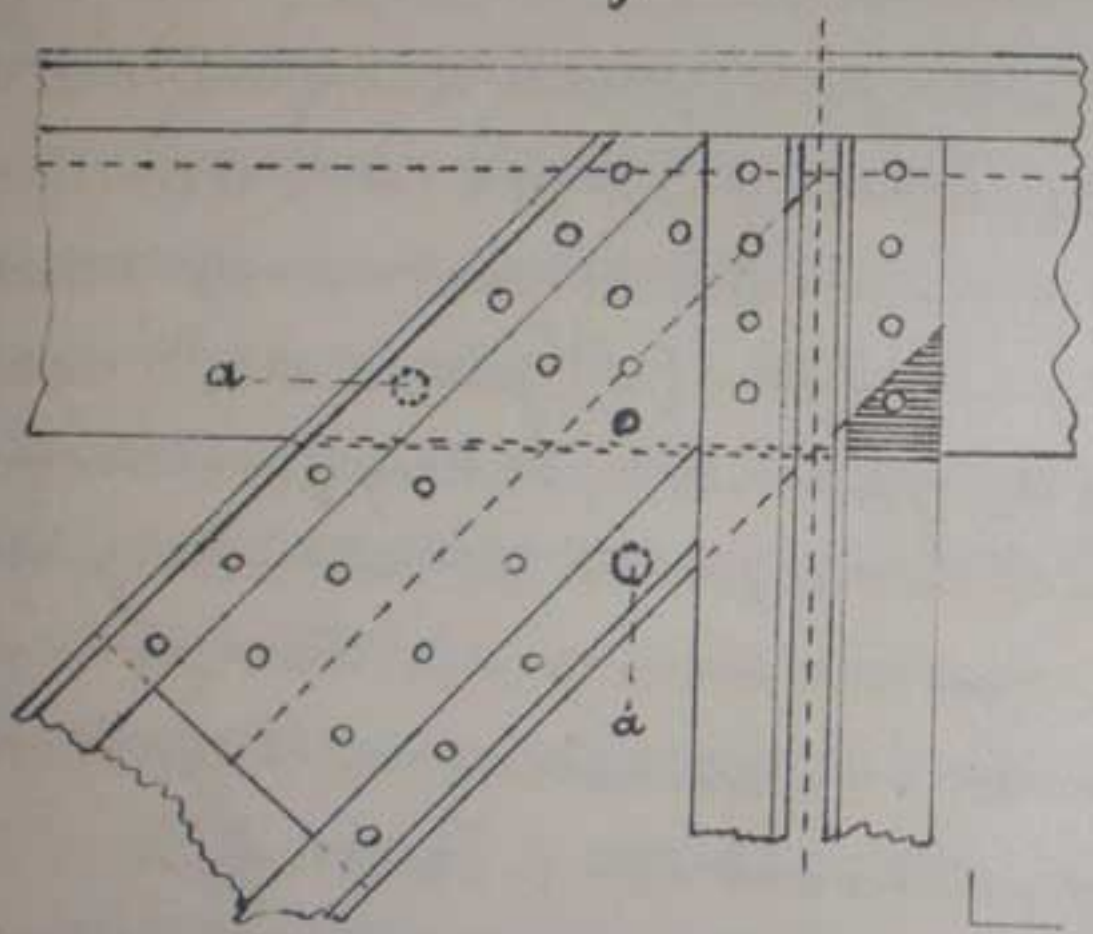
его площади числомъ заклепокъ. Наиболѣе простой способъ прикрѣпленія будетъ состоять въ томъ, чтобы подвести листъ раскоса въ притыкъ съ листами пояса, перекрыть стыкъ двойной накладкой, а поверхъ накладокъ провести уголки. Слѣдовательно, парная накладка, приклепанная къ поясу, будетъ составлять какъ бы листовое уширеніе вертикальнаго листа въ видѣ двухъ вѣтвей и къ нимъ должны быть приклепаны: листъ и четыре уголка. Накладки слѣдуетъ настолько удлинить, чтобы можно было помѣстить достаточное число заклепокъ для прикрѣпленія листа и четырехъ уголковъ (Черт. 9''') или, по крайней мѣрѣ, достаточное число заклепокъ для прикрѣпленія листа и нижней пары (б) уголковъ, такъ какъ верхняя пара (а) уголковъ, въ виду необходимости продолжать въ сжатыхъ раскосахъ уголки до верху, или до перваго жесткаго сѣченія, можетъ быть продолжена и наклепана въ предѣлахъ ширины вертикальнаго листа (Черт. 9''').

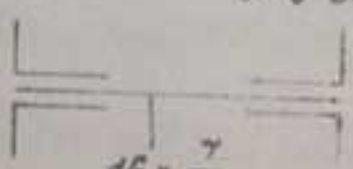
Какъ въ томъ, такъ и въ другомъ случаѣ, число перерѣзываній заклепокъ, прикрѣпляющихъ составныя части раскоса къ накладкамъ (группа А) и число перерѣзываній при прикрѣпленіи накладокъ къ поясу (группа Б) можетъ быть одинаковое, хотя число заклепокъ по фасаду въ обѣихъ группахъ можетъ быть и неодинаковое и именно болѣе въ группѣ (В).

Такъ, напримѣръ, заклепки (х), проходящія черезъ пару уголковъ и листъ раскоса, перерѣзываютъ

ся 4 раза; заклепки (у), проходящія только чрезъ листъ раскоса, перерѣзываются 2 раза. Въ верхней же части накладокъ, въ предѣлахъ ширины пояса всѣ заклепки перерѣзываются только 2 раза; слѣдовательно число ихъ должно быть больше. Поэтому въ группѣ В должно быть болѣе заклепокъ чѣмъ въ А. Если ширина вертикальнаго листа достаточно велика, то накладку можно сдѣлать той же ширины, какъ и листъ раскоса (Черт. 9 II). Обыкновенно же ширина пояса недостаточна и увеличивается число заклепокъ приходится размѣщать въ уширенной части накладки (Черт. 9 III). Пусть напримѣръ сѣченіе раскоса

Черт. 9 II





имѣетъ указанные размѣры и пусть въ зависимости отъ продольнаго сжатія коэфиціентъ допускаемаго напряженія

$R' = \varphi \cdot R = 0{,}80 \cdot 300$; $R = 240$ пуд.

Сопротивленіе перерѣзыванію: $R'' = 236 \frac{\text{пуд.}}{\text{дюйм}^2}$

Тогда, при діаметрѣ заклепокъ $d = \frac{7}{8}''$, количество заклепокъ для прикрѣпленія листа:

$$\frac{(16 - 2 \cdot \frac{7}{8}) \cdot \frac{7}{16} \cdot 240}{\frac{3{,}14}{4} \cdot (\frac{7}{8})^2 \cdot 236} = \frac{1496}{142} = 10{,}6$$

Такъ какъ число рядовъ около четырехъ, то прибавимъ еще 15%, получимъ 12,19 ∽ 13. Количество

заклепокъ для прикрѣпленія каждаго изъ четырехъ уголковъ

$$\frac{(5\frac{5}{8} - \frac{7}{8}) \cdot \frac{3}{8} \cdot 240}{142} = \frac{428}{142} = 3.$$

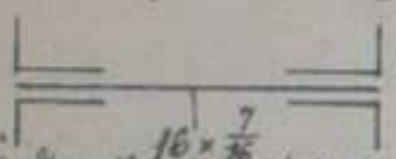
Слѣдовательно, каждый уголокъ долженъ быть прикрѣпленъ 3 заклепками одиночнаго перерѣзыванія, а листъ - 13 заклепками одиночнаго перерѣзыванія, а всего должно быть: $3 \times 4 + 13 = 25$ мѣстъ одиночнаго перерѣзыванія. Если задаться условіемъ, чтобы оба уголка (а) и (б) были прикрѣплены къ нижней части накладки полнымъ числомъ заклепокъ, то, такъ какъ заклепки, проэкція трехъ уголки накладки и листъ (Черт. 9^{IV}), перерѣзываются 4 раза и притомъ каждый уголокъ долженъ быть прикрѣпленъ не менѣе какъ 3 заклепками, то, поставивъ по три заклепки на уголокъ, получимъ: $4 \times (3 + 3) = 24$ перерѣзыванія. Слѣдовательно, для прикрѣпленія листа недостаетъ еще одного перерѣзыванія. Въ виду значительной ширины раскоса - оказывается возможнымъ поставить еще 5 заклепокъ. Слѣдовательно, всего будетъ $1 \times 6 + 2 \times 6 = 36$ одиночныхъ перерѣзываній, т. е. 11 мѣстныхъ перерѣзываній.

Въ верхней части накладки (въ группѣ В) нужно имѣть также не менѣе 25 перерѣзываній, такъ какъ здѣсь [если не считать перерѣзыванія при прикрѣпленіи уголка (а)], каждая заклепка перерѣзывается только два раза, то всего по фасаду должно быть $\frac{25}{2}$ ↄ 13 заклепокъ.

Поставлено 15 заклепокъ. Двѣ мѣстныя отправданы тѣмъ, что въ виду необходимости прикрѣпить тѣми же заклепками и уголокъ стой-

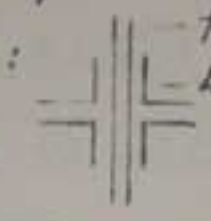
ки, не всѣ заклепки пришлось поставить въ рядахъ нормальныхъ къ продольной оси раскоса. Двѣ заклепки (а) [Черт. 9''] въ счетъ не входятъ; онѣ сдѣланы нѣсколько меньшаго діаметра, чѣмъ заклепочное отверстіе и помѣщены не для передачи усилія [что вызвало бы несимметричную передачу усилія], а во избѣжаніе выгучиванія уголковъ при сжатіи.

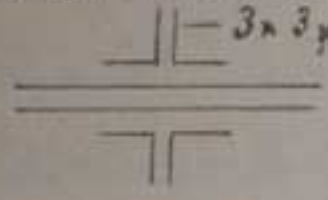
Обыкновенно накладку даютъ такое очертаніе, чтобы въ нижней части накладки можно было помѣстить полное число заклепокъ для прикрѣпленія листа и уголка (б), а уголокъ (а) наклепываютъ на накладку въ предѣлахъ ширины пояса (Черт. 9'') или частью въ предѣлахъ пояса и частью внѣ пояса (Черт. 9'''). Положимъ теперь, что сѣченіе раскоса:

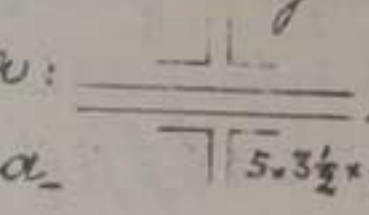


$3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}$ причемъ для прикрѣпленія каждаго уголка требуется по 4 заклепки обыкновеннаго перерѣзыванія. Слѣдовательно, всего необходимо: для прикрѣпленія листа 13 перерѣзываній, а для прикрѣпленія 4 уголковъ 16 перерѣзываній, всего 29 перерѣзываній. Проектируемъ накладку такого очертанія, чтобы можно было помѣстить полное число заклепокъ для прикрѣпленія листа и уголковъ (б) и на примѣръ по двѣ заклепки для прикрѣпленія уголковъ (а). Слѣдовательно, прикрѣпленіе уголковъ (б) [Черт. 9'''] будетъ обезпечено полнымъ числомъ перерѣзываній ($2 \times 4 = 8$); прикрѣпленіе листа имѣетъ: $2 \times 12 = 24$ перерѣ-

зываній (заклепка а въ счетъ не входитъ) (слѣдовательно, 11 клепокъ перерѣзываній); прикрѣпленіе уголковъ (а) будетъ обезпечено 4 перерѣзываніями; недостаетъ еще 4 перерѣзываній. Въ верхней части необходимо помѣстить 29 одиночныхъ перерѣзываній или по фасаду 15 заклепокъ.

Возьмемъ еще одинъ примѣръ; когда, напримѣръ, къ поясу типа: 

прикрѣпляются два раскоса (вытянутый и сжатый) того же сѣченія: вытянутый 

, а сжатый сѣченія: 

при допускаемомъ напряженіи $R = 300 \frac{пуд}{дюйм^2}$ для вытянутаго раскоса и $R = 0{,}8 \times 300 = 240 \frac{пуд}{дюйм^2}$ для сжатаго раскоса. Тогда для прикрѣпленія листа вытянутаго раскоса потребуется.

$$\frac{(16 - \frac{7}{8}) \cdot \frac{7}{16} \times 300}{142} = \frac{1985}{142} = 14 \text{ перерѣзываній, прибавляя } 20\% - 17 \text{ перерѣзываній;}$$

для уголка вытянутаго раскоса:

$$\frac{(5\frac{5}{8} - \frac{7}{8}) \cdot \frac{3}{8} \times 300}{142} = \frac{534}{142} = 3{,}76; \text{ прибавляя } 20\% - 4{,}55 \text{ или } 4;$$

для листа сжатаго раскоса:

$$\frac{(18 - 2 \times \frac{7}{8}) \frac{7}{16} \times 240}{142} = \frac{1706}{142} = 12; \text{ прибавляя } 20\% - 15;$$

для уголка сжатаго раскоса:

$$\frac{(8{,}5 - \frac{7}{8}) \frac{1}{2} \times 240}{142} = \frac{855}{142} = 6; \text{ прибавляя } 20\% - 7{,}2 \text{ или } 7.$$

Одно изъ выражающихъ рѣшеній указано на (Черт. H)". Вертикальные листы пояса выр-

заются и вплотную къ нихъ ставятся двѣ фасонныя прокладки: авсефді и dсефдhк. Листы раскосовъ подводятся къ нимъ въ притыкъ и перекрываются съ каждой стороны одиночной накладкой nтефрq, подведенной подъ нижній уголокъ пояса. Уголки раскосовъ, которые должны отстоять отъ листа раскоса на толщину накладки, наклепываются на накладку и доводятся до горизонтальныхъ уголковъ пояса. Такъ какъ фасонная вставка заключается между уголкомъ и листомъ раскоса, то заклепки, проходящія чрезъ уголки, служатъ одновременно для передачи усилій отъ листа и уголка. Накладкѣ nтефрq дано такое очертаніе, что въ части раскоса ниже линій се и fg помѣщается всего по заклепокъ для прикрѣпленія уголковъ и листа раскоса къ накладкѣ nтефрq и, слѣдовательно, уголки можно было бы не продолжать вверхъ; но продолженіе уголковъ увеличиваетъ жесткость и даетъ запасъ въ прикрѣпленіи. Накладка nтефрq, получивъ усилія отъ листа и уголковъ раскоса, передаетъ его цѣлой группой заклепокъ – фасоннымъ листамъ пояса абсефді. Если бы уголки раскоса не продолжать выше линій се и fg, то сѣченіе фасонной накладки nтефрq должно быть таково, чтобы оно замѣняло сѣченіе листа и уголковъ; а такъ какъ толщину этой накладки часто дѣлаютъ той же толщины какъ листъ пояса, то слѣдовательно, ширина ея должна постепенно увеличиваться, начиная отъ сѣченія т и р. Въ сѣченіи се и fg усилія будетъ уже полностью пер-

На стр. 551, 553

по xy

по zu

Черт. H.

На стр. 551

по ав

Черт. H'

На стр. 553

Черт. P'

по АВ.

по ef

по gh

Черт. P''

Черт. P'''

Планъ (снизу вверхъ)

даже и слѣдовательно здѣсь должно быть достаточное сѣченіе для пріема всего усилія отъ раскоса. Рационально, конечно сдѣлать фасонную накладку гдѣ нѣсколько тоньше листа и уголка раскоса, такъ какъ листъ и уголокъ прикленываются къ ней съ противоположныхъ сторонъ- при двойномъ перерѣзываніи заклепокъ. Если уголки раскоса продолжаются далѣе сѣченія се и fg, ширина накладки въ сѣченіи се и fg- можетъ быть нѣсколько менѣе, чѣмъ въ предъидущемъ случаѣ. Стыки между вставками и коренными листами пояса перекрыты парными накладками съ двойнымъ перерѣзываніемъ; стыки разставлены въ разбѣжку; по основаніямъ, на которыя указано будетъ ниже, въ среднемъ между стыками участкѣ поставлено полуторное число заклепокъ противъ крайнихъ участковъ.

Другое, возможное рѣшеніе показано на (Черт. XI)[24] Вертикальные листы пояса срѣзаны наклонно и въ одномъ сѣченіи перекрыты въ нахлестку фасонными накладками (которыя полезно сдѣлать тоньше листа и уголковъ раскосовъ). Въ оставшіяся прорѣзи вставлены листы раскосовъ, уголки которыхъ наклепаны поверхъ насочной накладки. Такимъ образомъ, и здѣсь уголки и листы приклепаны съ разныхъ сторонъ къ накладкѣ; нѣкоторыя заклепки перерѣзываются поэтому два раза. Наклонный, а не вертикальный срѣзъ листовъ пояса сдѣланъ для того, чтобы заполнить пустое мѣсто около листовъ раскосовъ.

Въ обоихъ примѣрахъ количество заклепокъ, при-

[24] Черт. гр.

крѣпящихъ каждый изъ раскосовъ, должно отвѣчать усилію или площади сѣченія раскоса.

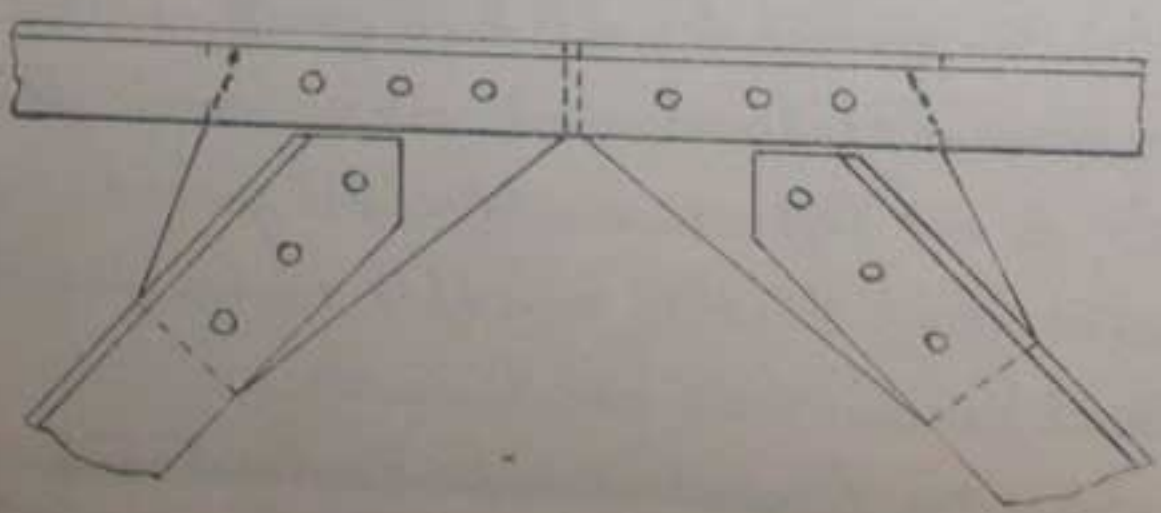
у.) Опредѣленіе количества заклепокъ для прикрѣпленія къ поясамъ фасонныхъ вставокъ, прокладокъ и накладокъ, служащихъ для прикрѣпленія раскосовъ и стоекъ.

а.) Если вертикальный листъ пояса вырѣзанъ и замѣненъ фасонной вставкой (Черт. δ"), (Черт. ε"') (Черт. ζ') и (Черт. η), то количество заклепокъ, прикрѣпляющее вставку къ вертикальнымъ листамъ пояса, должно отвѣчать количеству заклепокъ для перекрытія стыка вертикальнаго листа пояса.

Вставку можно разсматривать какъ лишнее утолщеніе вертикальнаго листа и слѣдовательно количество заклепокъ въ стыкѣ должно отвѣчать сѣченію вертикальнаго листа пояса.

б.) Если раскосъ или стойка прикленьваются къ поясу помощью фасонной прокладки или накладки и эта прокладка или накладка не служитъ одновременно для перекрытія стыка, (Черт. θ"), (Черт. θ"'), то количество заклепокъ или,

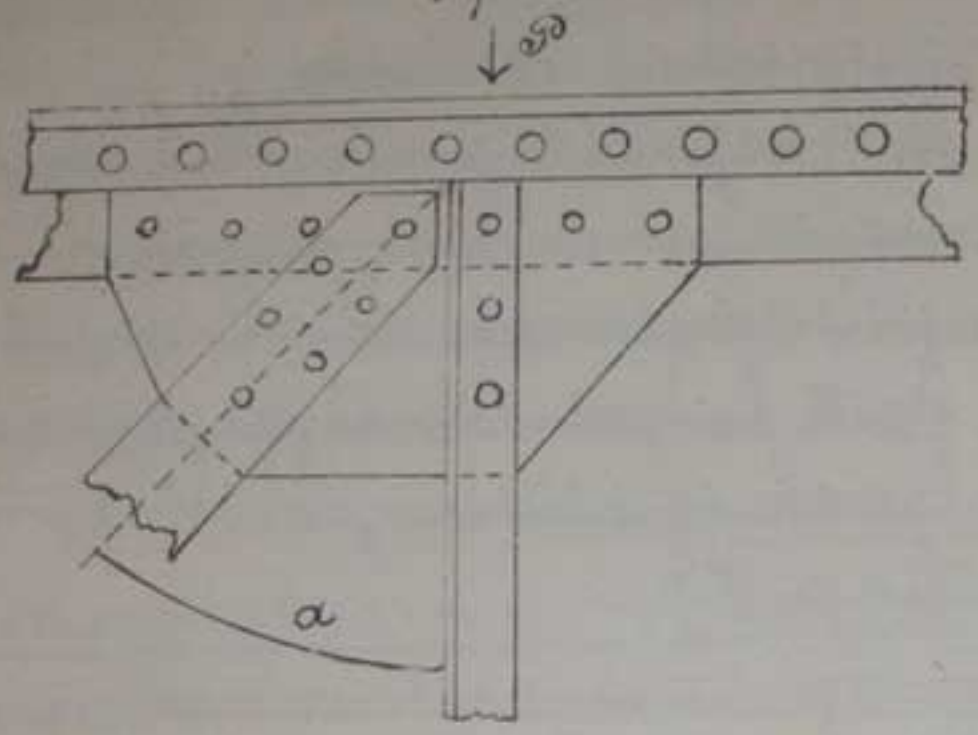
Черт. I



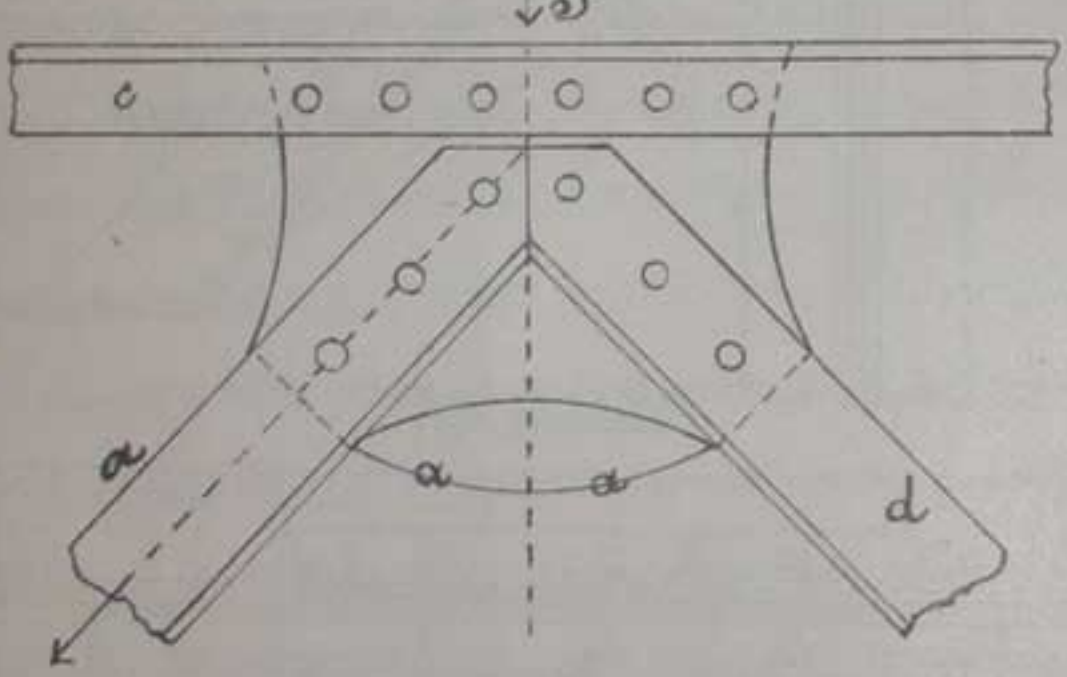
вѣрнѣе, перерѣзываній въ предѣлахъ ширины пояса должно быть не менѣе полнаго усилія, передаваемаго

раскосомъ или стойкой. Если фасонныя накладки отдѣльныя для обоихъ раскосовъ (Черт. I) или для раскоса и стойки, то каждая изъ прокладокъ должна быть приклепана соотвѣтственно усилію, достаточнымъ числомъ заклепокъ. При общихъ прокладкахъ (Черт. I') и (Черт. I'') это не необходимо, количество заклепокъ должно только отвѣчать равнодѣйствующей наибольшихъ значений составляющихъ. Напримѣръ, пусть на (черт I'') усиле раскоса (a) $\mathcal{N}$-раз. лагается по поясу (c) и по сжатому раскосу (d) и кромѣ того въ узлѣ пилится еще нагрузка $\mathcal{P}$, разлагающаяся по поясу и по сжатому раскосу. Тогда горизонтальная составляющая по поясу:

Черт. I'



Черт. I''.



$$S = \mathcal{N}\frac{\sin 2\alpha}{\cos\alpha} + \mathcal{P}\,tg\,\alpha = 2\mathcal{N}\sin\alpha + \mathcal{P}\,tg\,\alpha;$$

составляющая по сжатому раскосу:

$$\mathcal{T} = \mathcal{N}\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\mathcal{P}}{\cos\alpha} = \mathcal{N} + \frac{\mathcal{P}}{\cos\alpha}$$

Равнодѣйствующая:

$$\mathcal{R} = \sqrt{S^2 + \mathcal{T}^2 - 2\,\mathcal{T}S\sin\alpha} = \sqrt{\mathcal{N}^2 + \mathcal{P}^2 + 2\,\mathcal{P}\mathcal{N}\cos.\,\alpha}$$

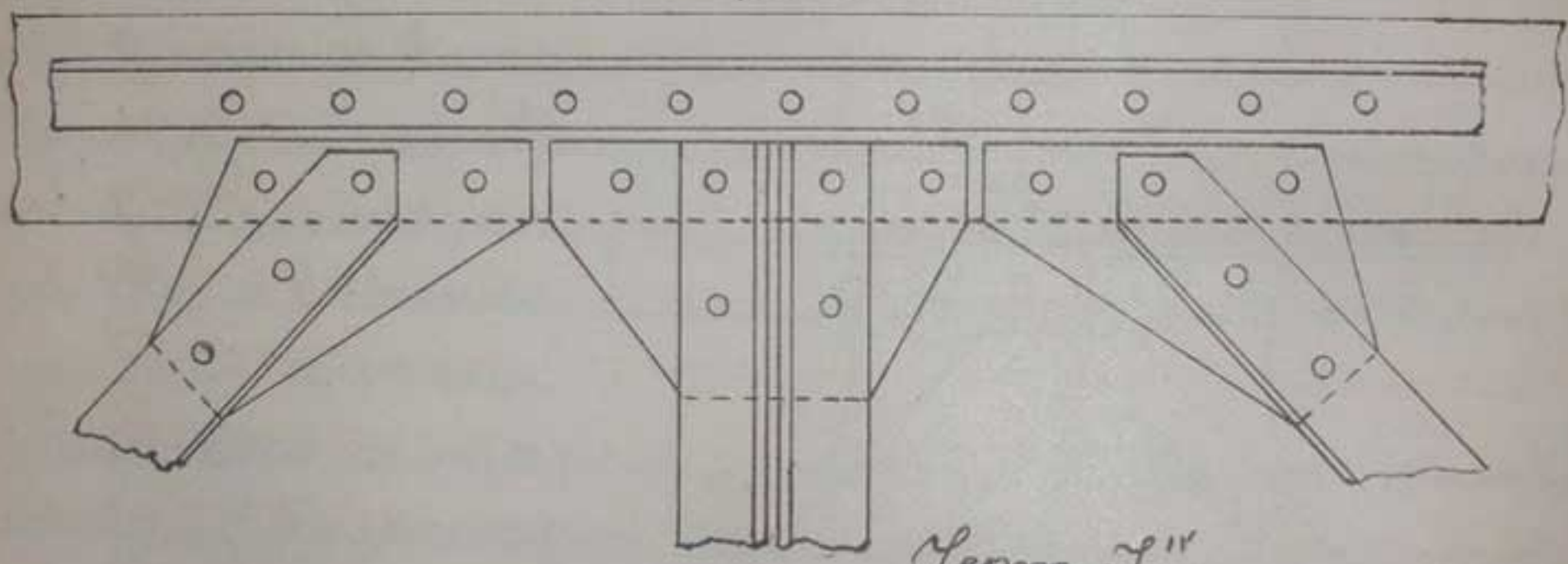
Тотъ же результатъ, очевидно, получится взявъ равнодѣйствующую отъ двухъ отдѣльныхъ равнодѣйствующихъ N и P. Слѣдовательно, количество заклепокъ должно быть опредѣлено по равнодѣйствующей усилій N и P, т.е. по:

$$R = \sqrt{N^2 + P^2 - 2PN\cos(180-\alpha)} = \sqrt{N^2 + P^2 + 2PN\cos\alpha}$$

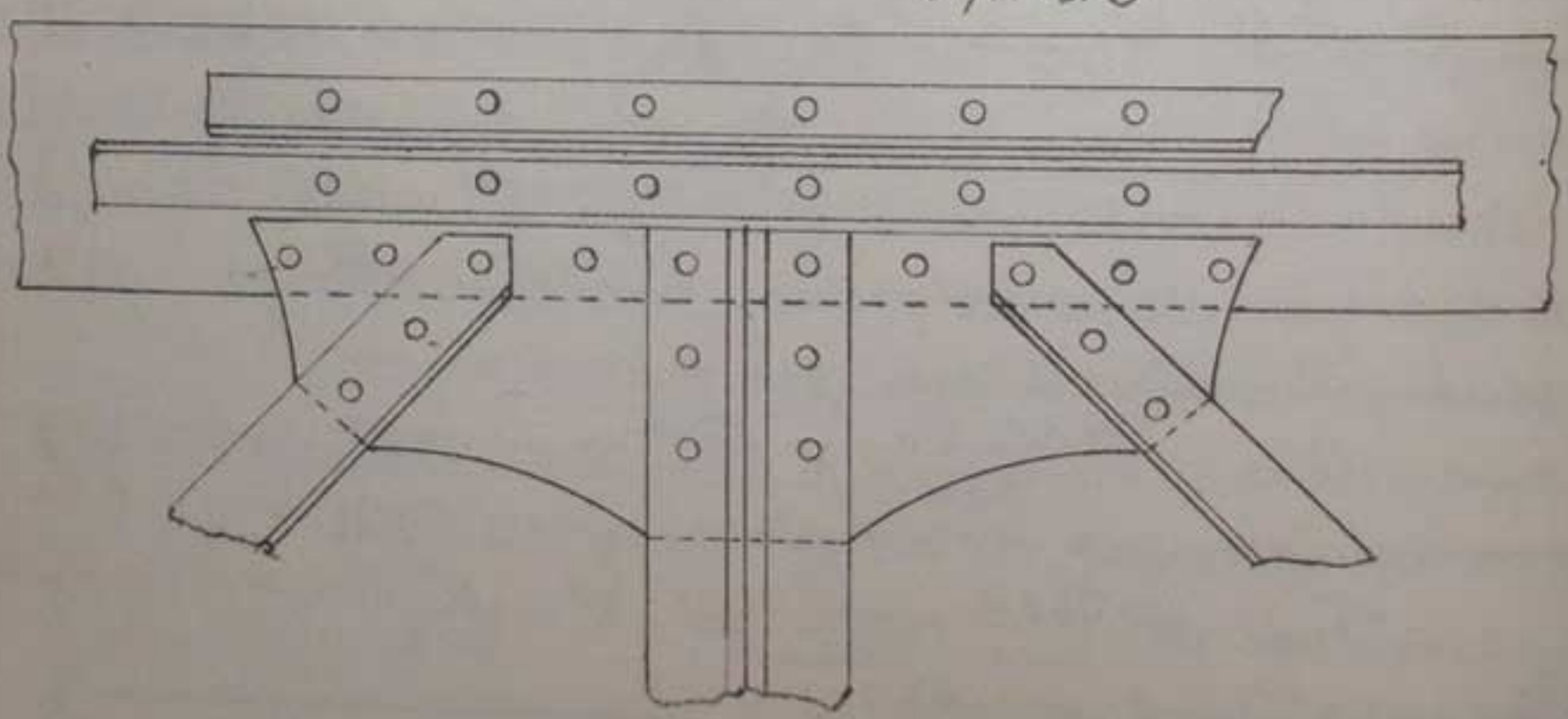
То же будетъ и въ типѣ (Черт. I').

Такъ какъ горизонтальныя связи обыкновенно устраиваются изъ системы вытянутыхъ раскосовъ и сжатыхъ стоекъ, причемъ, въ зависимости отъ направленія дѣйствія вѣтра, полагаютъ раскосы обоихъ направлений, то хотя въ одномъ узлѣ встрѣчаются два раскоса и стойка (Черт. I''' и I''), но одновременно работаетъ

Черт. I'''



Черт. I''



только одинъ раскосъ и стойка, а потому при

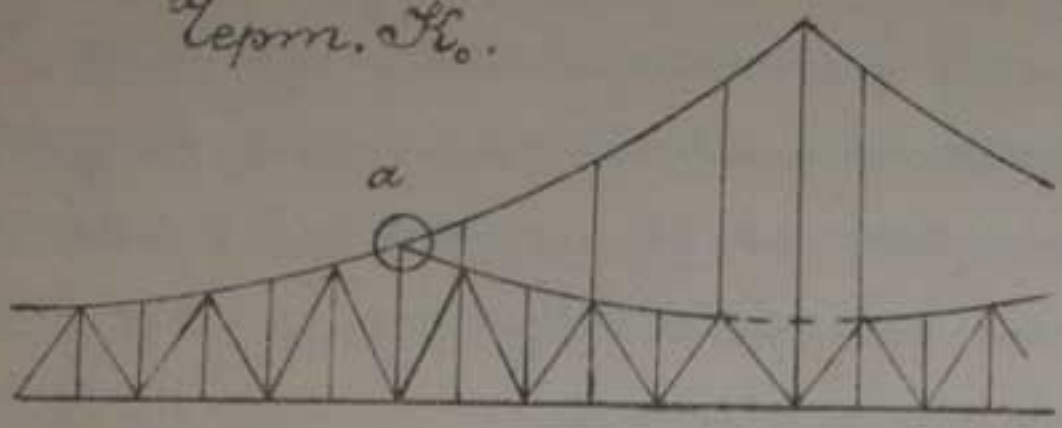
отдѣльныхъ прокладкахъ (Черт. I''') количество заклепокъ для прикрытія прокладокъ должно отвѣчать усилію соотвѣтственной части, а при общей прокладкѣ (Черт. I'') – количество заклепокъ опредѣляется по равнодѣйствующей-имѣя въ виду работу одного только раскоса и стойки. При сложныхъ раскосныхъ системахъ, когда въ одномъ узлѣ встрѣчается одновременно работающіе два раскоса и стойка (Черт. I''), то количество заклепокъ опредѣляется по общей равнодѣйствующей объихъ системъ.

в.) Если фасонная прокладка служитъ выкрѣсъ тѣмъ и для перекрытія стыка (Черт. K'), тогда количество заклепокъ опредѣляется согласно вышеуказанному, но во всякомъ случаѣ должно быть не менѣе количества заклепокъ, необходимыхъ для перекрытія стыка, такъ какъ и въ данномъ случаѣ получится какъ бы мѣстное уширеніе вертикальнаго листа пояса. Иногда, впрочемъ, количество заклепокъ приравниваютъ суммѣ заклепокъ при удовлетвореніи порознь каждому изъ условій. Это особенно имѣетъ основаніе, когда накладка имѣетъ запасъ въ сѣченіи противъ вертикальнаго листа; такое увеличеніе сѣченія вертикальнаго листа вблизи узла весьма полезно, чтобы уменьшить добавочное напряженіе въ вертикальномъ листѣ, происходящее отъ невозможности сразу передать усиліе отъ раскоса полному сѣченію пояса (См. подробнѣе объ этомъ въ отдѣльномъ параграфѣ).

Приведемъ еще два примѣра, гдѣ фасонныя вста-

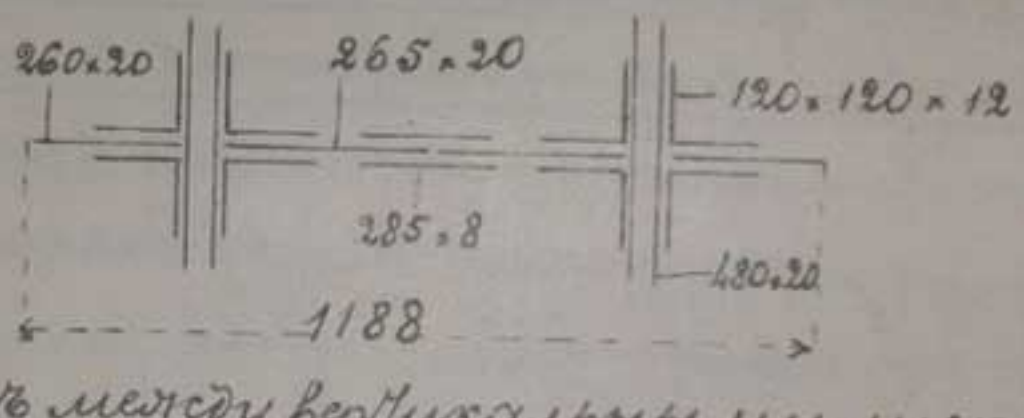
ки служатъ одновременно для прикрытія частей рѣшетки и для перекрытія стыковъ. На (черт. К)[17] показана деталь устройства узла (а) [черт К₀] въ фермѣ Манчестерскаго моста чрезъ р. Рекжаръ. Ферма со свободными концами и узелъ (а) представляетъ соединеніе средняго узла верхняго пояса съ привѣсной цѣпью. Двѣ

Черт. К₀.



среднія панели верхняго пояса имѣютъ сѣченія:

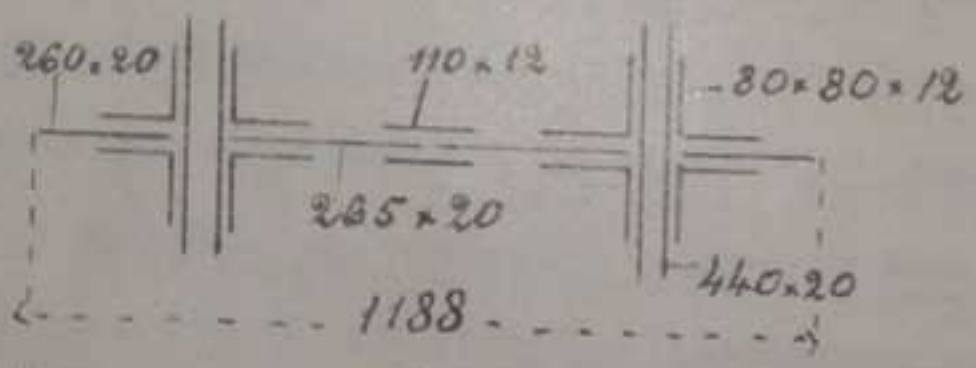
4, 480/20
8 ⌐ 120×12
2 × 265/20
2 × 260/20
2 × 285/8



съ промежуткомъ между вертикальными листами въ 28 м/м.

Привѣсная цѣпь сѣченія:

4 × 440/20
8 ⌐ 90/12
2 × 265/20
2 × 260/20
1 × 110×20×12



Какъ указано на чертежѣ въ промежутокъ между двумя вертикальными листами вставлена фасонная прокладка толщиною 28 м/м., которая служитъ какъ для перекрытія нѣкоторыхъ стыковъ, такъ и для прикрѣпленія подвѣски. Вертикальные листы нижней панели, верхніе уголки, средній и верхній горизонтальные листы продолжены за узелъ

[17] Отд. чер.

Главная ферма
Панель (6) (5)

К стр. 558

(VI)

(VI)

Черт. К
Мостъ черезъ р. Некаръ
въ Мангеймѣ

К стр. 558.

Масштабъ 1:25

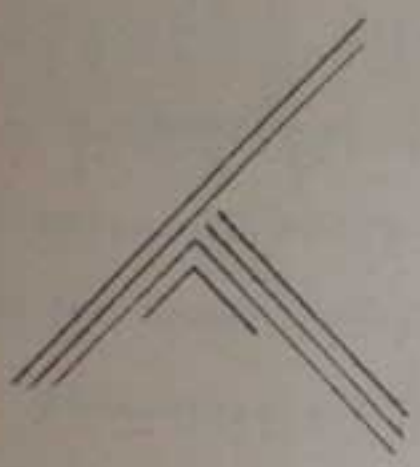
Мостъ въ Балибергѣ

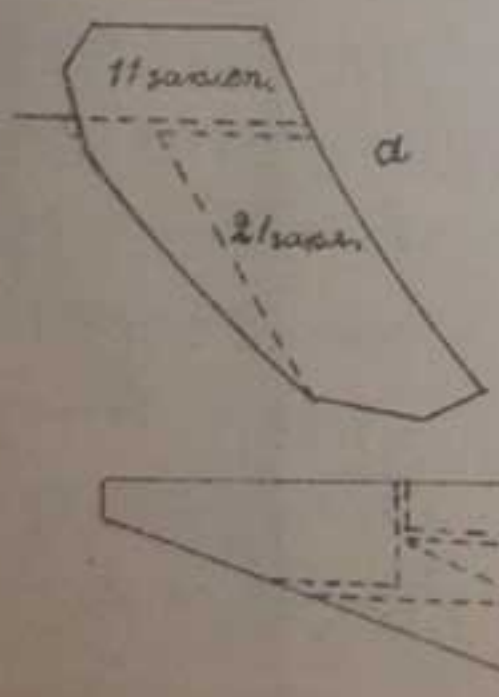
Черт. М.

К стр. 563

Масштабъ 1:20

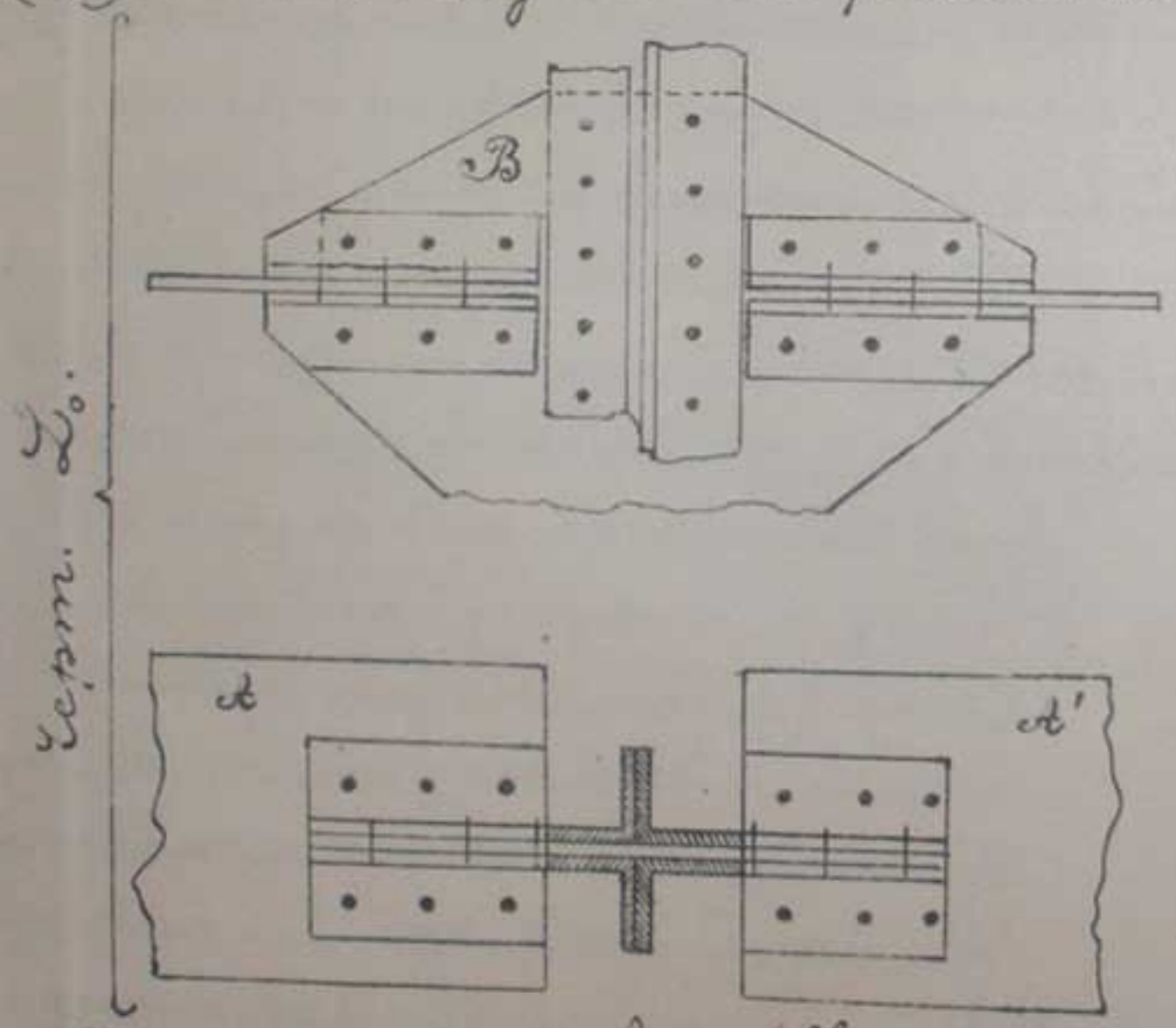
(а) въ предълахъ привѣсной части, гдѣ и сдѣланы стыки. Нижніе уголки и нижній горизонтальный листъ прерваны въ лѣвой панели передъ узломъ (а), причемъ уголокъ замѣненъ другимъ изогнутымъ уголкомъ того же сѣченія, переходящимъ въ правую панель, гдѣ, въ свою очередь, онъ стыкается съ уголкомъ пояса. Нижній горизонтальный листъ переходитъ чрезъ узелъ и входитъ въ составъ правой панели. Перекрытіе примыканія средняго горизонтальнаго листа къ среднему горизонтальному листу лѣвой панели сдѣлано помощью особо изогнутой накладки. Вертикальный листъ правой панели примыкаетъ въ притыкъ къ нижнему ребру вертикальнаго листа лѣвой панели и перекрытъ съ одной стороны фасонной прокладкой, а съ другой - плоской накладкой, толщиною $28\frac{м}{м}$, поставленной поверхъ полокъ уголковъ, что потребовало примѣненія прокладокъ, выдвинутыхъ изъ за очертанія накладки на нѣсколько заклепокъ. Стыкъ нижней половины стыка перекрытъ накладкой (а), причемъ въ одной половинѣ 11 заклепокъ, а въ другой - 21, такъ какъ часть накладки и заклепокъ служитъ для перекрытія стыка нижняго уголка. Стыкъ верхней половины перекрывается вставкой, прокладкой и накладкой (β), которая служитъ одновременно для перекрытія





стыка между вертикальными листами левой и правой панели, а также левой панели и привъсной цъпи. Стыки уголковъ въ предълахъ привъсной цъпи перекрыты двумя самостоятельными узкими накладками. Такимъ образомъ здъсь тол. стая фасонная прокладка, помимо своего прямого назначенія и непосредственнаго перекрытія нъкоторыхъ стыковъ, служитъ, сверхъ того для связи нижнихъ уголковъ подвъски и верхняго горизонтального листа правой панели съ уголками и листомъ лъвой панели, причемъ передача усилія не вполнъ прямая, непосредственная.

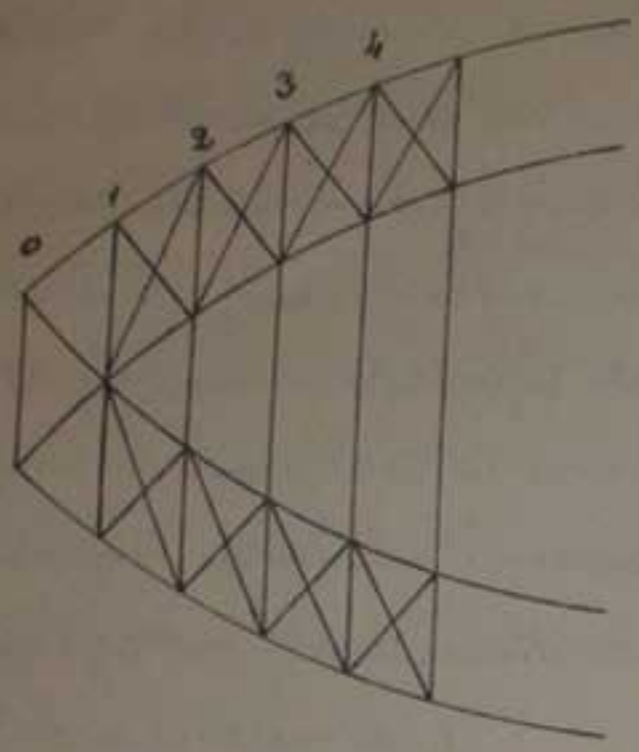
Другой примъръ подобной косвенной передачи усилія отъ одного горизонтальнаго листа (A) къ другому (A') показанъ на (черт. L_0), гдъ передача совершится помощью двухъ вертикальныхъ листовъ (B). Такіе случаи встръчаются очень часто при взаимномъ пересъченіи двухъ поясовъ или при соединеніи поясовъ со стойками, какъ это, напримъръ, имъетъ мъсто въ новомъ горбатомъ мосту чрезъ р. Эльбу въ Гамбургъ съ фермами системы Лозе (Черт L_{00}). На (Черт L)[*] пока-

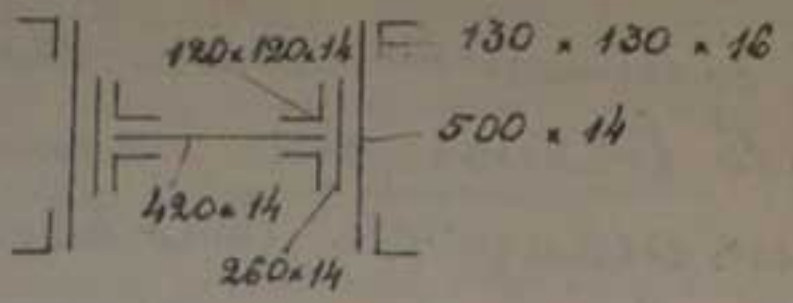


(*) Чер. на отд. листъ.

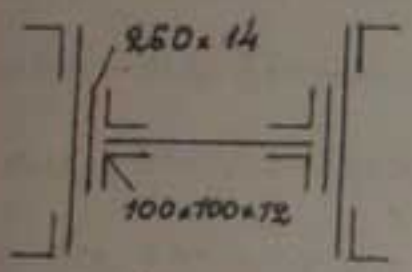
заны деталей пересѣченія нижней вѣтви верхняго пояса съ верхней вѣтвью нижняго пояса, а также соединенія поясовъ съ опорной стойкой. Нижняя вѣтвь верхняго пояса сѣченія:

Черт. 200

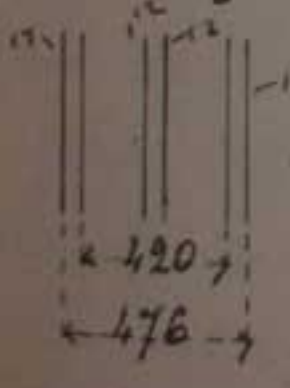




и верхняя вѣтвь нижняго пояса того же типа, но нѣсколько иного сѣченія съ замѣной четырехъ внутреннихъ уголковъ 120 × 120 × 14 — уголками 100 × 100 × 12. Для удобства взаимнаго пересѣченія поясовъ



горизонтальный листъ въ верхней и нижней вѣтви верхняго (сжатаго пояса) сдѣланъ переменной ширины отъ 420 до 476 м/м въ предѣлахъ отъ узла 2 до 1 и затѣмъ эта ширина сохранена безъ измѣненія въ предѣлахъ первой панели между узлами 1 и 0. Верхняя вѣтвь нижняго пояса при подходѣ къ узлу № 1 измѣняетъ типъ сѣченія H въ три парныхъ вертикальныхъ листа, изъ которыхъ два внутреннихъ, толщиною по 12 м/м, а четыре - наружныхъ по 14 м/м,



разстояніе между внутренними гранями крайнихъ листовъ 420 м/м, а между наружными гранями крайнихъ листовъ: 420 + 4 × 14 = 476 м/м. Въ виду сего листы

500×14 и наружные уголки нижней вѣтви верхняго пояса оказалось возможнымъ перевести чрезъ узелъ не прерывая, съ полнымъ прилеганіемъ ихъ съ наружной стороны вертикальныхъ листовъ верхней вѣтви нижняго пояса. Листъ же 260×14 прерванъ; мѣсто его занято фасонной большой вставкой. Площадь прерваннаго листа 260×14 возмѣщена такимъ же листомъ, приклепаннымъ снаружи. Что касается горизонтальнаго листа и внутреннихъ уголковъ того же пояса, то, какъ видно изъ сѣченія по VV, внутренніе уголки перемѣщены къ серединѣ горизонтальнаго листа, по серединѣ (середина) и по краямъ котораго вырѣзъ для пропуска Jрезъ парныхъ листовъ видоизмѣненной верхней вѣтви нижняго пояса. Какъ показываетъ чертежъ (разрѣзъ по VV и JU) при перемѣщеніи уголковъ къ серединѣ горизонтальныя полки уголковъ перекрыты при переходѣ общей узкой накладкой. Преобразованіе верхней вѣтви нижняго пояса изъ H въ три двойныхъ вертикальныхъ листа объяснено слѣдующимъ образомъ.

Крепкой листъ 500×14 въ узлѣ №1 стыкается съ листомъ постепенно упирающимся къ опорной рейкѣ; стыкъ перекрытъ выгнутой большой фасонной вставкой; второй (внутренній) вертикальный листъ толщиною 14 мм начинается ранѣе узла №1 и стыкается съ листомъ 260×14; стыкъ перекрытъ съ наружной стороны накладкой той же ширины; накладка эта, помѣщаясь между наружными уголками и доведенная до фасонной вставки, служитъ вмѣстѣ съ тѣмъ прокладкой

поверхъ которой помѣщается накладка высотою $500 - 2 \cdot 16 = 468$ м/м и передающая усиліе отъ наружныхъ уголковъ пояса на большую фасонную вставку; внутренніе уголки и горизонтальный листъ переведены въ средній двойной вертикальный листъ такимъ же способомъ (см. сѣченіе по ГИ), т.е. горизонтальный листъ въ концѣ вырѣзанъ по серединѣ для помѣщенія двухъ вертикальныхъ листовъ и двухъ накладокъ, къ которымъ прикленаны короткіе уголки, передающіе усиліе отъ горизонтальнаго листа и отъ внутреннихъ уголковъ - среднимъ вертикальнымъ листамъ; поверхъ полокъ уголковъ положены узкія плоскія накладки (см. сѣченіе по ZZ). При соединеніи всѣхъ четырехъ поясовъ съ опорной частью, состоящей изъ 12 уголковъ, Н - сѣченіе вездѣ преобразовано въ сѣченіе изъ трехъ парныхъ вертикальныхъ стѣнокъ. Наконецъ фасонныя вставки могутъ служить для облегченія соединенія верхняго криволинейнаго пояса съ нижнимъ или для соединенія, напримѣръ, арки съ затяжкой, какъ это указано на (черт. №)(*).

б.) Опредѣленіе количества заклепокъ для перекрытія стыка частей пояса.

Количество заклепокъ для перекрытія стыковъ составныхъ частей пояса должно соотвѣтствовать передающемуся данной частью усилію.

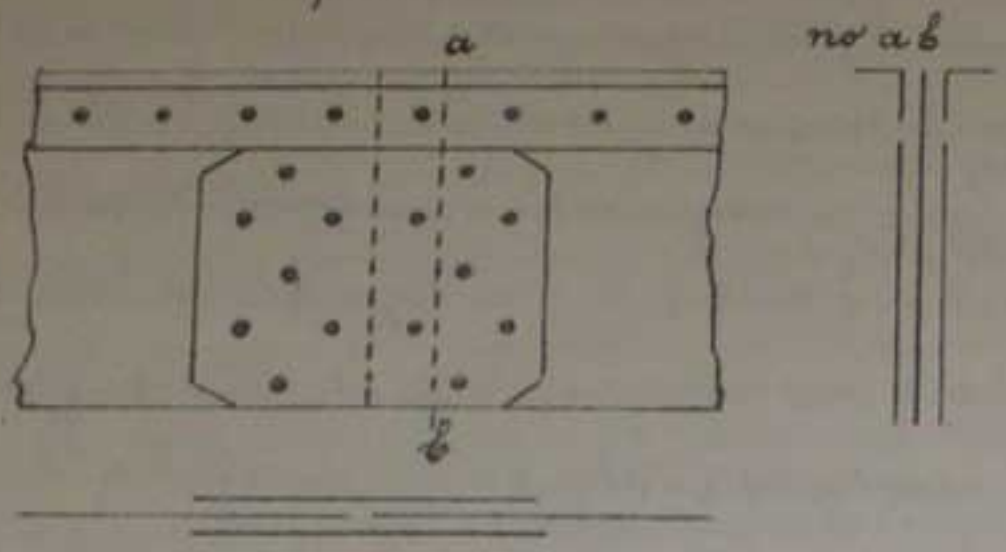
а.) Перекрытіе стыка вертикальныхъ листовъ.

Если листъ одиночный, то стыкъ перекрывается всегда двойной накладкой, ширина которой дѣлается обыкновенно менѣе ширины листа на величину полки уголка (черт. №). Очевидно, что при такомъ расположеніи на поясной уголокъ, на заклеп-

(*) Черт. на отд. листѣ.

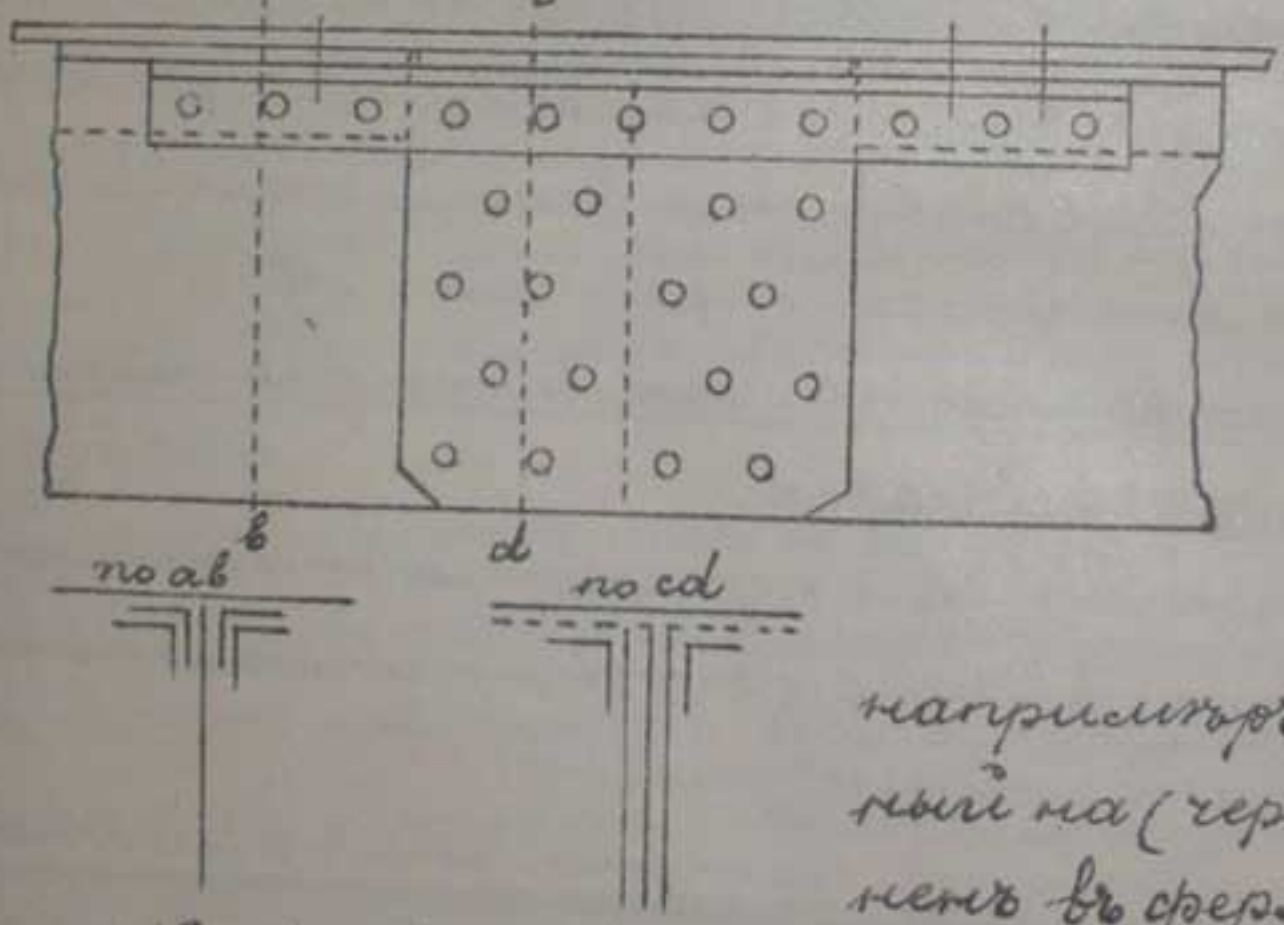
ки, помѣщенныя въ предѣлахъ поясного уголка, не могутъ служить для перекрытія стыка вертикальнаго листа.

Черт. №



Пріемъ этотъ можно допустить лишь въ тѣхъ случаяхъ, когда ширина листа довольно значительна, въ противныхъ случаяхъ, во избѣжаніе неравномѣрной передачи усилія отъ одного листа другому чрезъ узкую накладку, слѣдуетъ накладку дѣлать во всю ширину, накладывая на нее поясные уголки, или же примѣнить пріемъ, указанный на (черт. №'). Не только при узкихъ листахъ,

Черт. №'

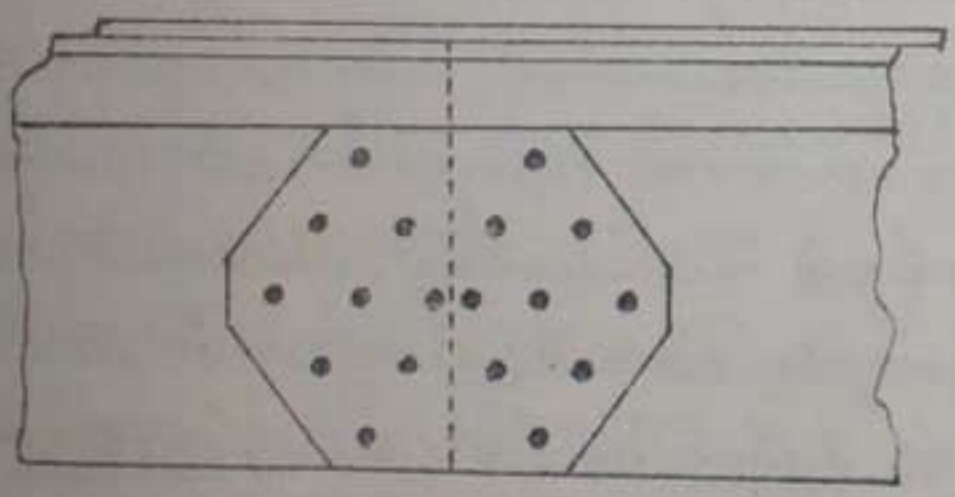


но вообще, независимо отъ ширины листа, можно дѣлать накладку во всю высоту пояса. Такъ, напримѣръ, пріемъ, указанный на (черт. №'), примѣненъ въ фермахъ моста чрезъ Nord-ost-see Kan[illegible], гдѣ высота пояса 24'. При этомъ требуется вырѣзать поясные уголки на длину накладки и перекрыть разъединенные уголки уголковой накладкой, такъ какъ эта послѣдняя накладка будетъ ближе поясныхъ уголковъ, то

по длинѣ накладки между угловой накладкой и горизонтальным листомъ придется подложить прокладку (показано пунктиромъ), которою можно воспользоваться и для перекрытія стыка горизонтальнаго листа. Всѣ заклепки, поставленныя по длинѣ накладки, включая и тѣ, которыя находятся въ предѣлахъ уголка - служатъ для перекрытія стыка вертикальнаго листа. Для перекрытія стыка уголковъ служатъ заклепки, помѣщенныя въ уголкахъ внѣ очертанія накладки вертикальнаго листа.

При размѣщеніи заклепокъ въ накладкахъ слѣдуетъ руководствоваться тѣми же правилами какъ и въ прикрѣпленіи плоскихъ раскосовъ, т.е. если поясъ <u>растягивается</u>, то для меньшаго ослабленія листа слѣдуетъ помѣщать въ первомъ ряду накладки и около стыка по одной заклепкѣ, постепенно увеличивая на одну заклепку (Черт. №").

Черт. №"

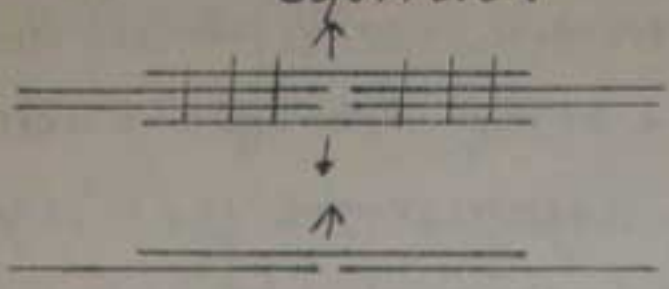


Если же поясъ <u>сжатый</u>, то въ первомъ ряду и около стыка слѣдуетъ помѣщать не менѣе двухъ-трехъ заклепокъ (Черт №) и (Черт. №"), увеличивая постепенно число на одну-двѣ заклепки.

Если вертикальная стѣнка пояса <u>двойная</u>, то, при помѣщеніи <u>обоихъ</u> стыковъ <u>въ одномъ сѣченіи</u>, каждый стыкъ будетъ перекрытъ <u>одиночной</u> накладкой съ одиночнымъ перекрываніемъ заклепокъ

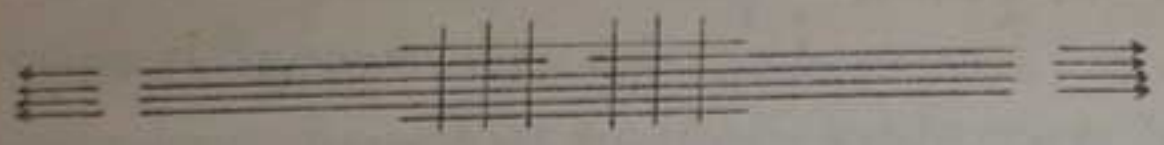
(Черт. XV''') и следовательно количество заклепокъ при одинаковыхъ условіяхъ будетъ вдвое больше, чѣмъ въ предыдущемъ случаѣ. Хотя при такомъ расположеніи не можетъ быть бокового выпучиванія, которое всегда имѣетъ мѣсто при перекрытіи стыка одиночнаго листа одиночной же накладкой, но передача будетъ правильнѣе, если каждый изъ стыковъ перекрывается двойной накладкой. При этомъ является весьма существенный вопросъ - на сколько слѣдуетъ раздвинуть оба стыка? Вопросъ этотъ не сложный, такъ какъ здѣсь, очевидно, играетъ роль неравномѣрное вытягиваніе, неодинаковыя удлиненія близъ стыка накладокъ и стыкаемаго листа и пр. Практикой установлено правило раздвигать стыки на столько, чтобы въ среднемъ участкѣ можно было помѣстить полуторное число заклепокъ, противъ числа въ крайнихъ участкахъ, гдѣ число заклепокъ опредѣляется по двойному перерѣзыванію, предполагая, что усиліе отъ перерѣзаннаго листа передается полностью и поровну на каждую накладку. Можно, однако, встрѣтить примѣры, гдѣ количество заклепокъ въ среднемъ участкѣ вдвое больше или равно числу заклепокъ въ крайнихъ участкахъ.

Черт. XV'''



Чтобы составить себѣ, однако, нѣкоторое представленіе о законѣ передачи усилій накладкамъ, допустимъ, что число заклепокъ достаточное, чтобы каждый изъ стыковъ удлиненія накладокъ и всѣхъ остальныхъ цѣльныхъ листовъ - одинаковы, что будетъ

имѣть, очевидно слѣдствіемъ, что въ стыкѣ общее усиліе
распредѣляется пропорціонально площадямъ. Такъ, на-
примѣръ, если имѣемъ m листовъ, площадью каждый
ω и подверженные каждый усилію P, то, перерѣзавъ одинъ
листъ и замѣнивъ его двойной накладкой площадью $2\omega'$,



прежнее усиліе т. P распредѣлится те-
перь между $m-1$ листами и двумя накладками пропор-
ціонально площадямъ. Слѣдовательно на двѣ накладки
придется усиліе $\frac{mP.2\omega'}{(m-1)\omega+2\omega'}$, а на одну накладку:
$P' = \frac{Pm\omega'}{(m-1)\omega+2\omega'}$; затѣмъ на цѣльные $m-1$ листовъ
будетъ передано $\frac{mP(m-1)\omega}{(m-1)\omega+2\omega'}$, а на каждый цѣльный
листъ $P'' = \frac{mP\omega}{(m-1)\omega+2\omega'}$. Слѣдовательно, если число
листовъ $m=1$ и $\omega' = \frac{\omega}{2}$, то на накладку передастся

$$P' = \frac{P\frac{\omega}{2}}{2.\frac{\omega}{2}} = \frac{P}{2}.$$

При $m=2$ и $\omega' = \frac{\omega}{2}$ — $P' = \frac{P.2\frac{\omega}{2}}{\omega+2\frac{\omega}{2}} = \frac{P}{2}$;

$$P'' = \frac{P.2\omega}{\omega+2\frac{\omega}{2}} = P.$$

При $m=3$ и $\omega' = \frac{\omega}{2}$; $P' = \frac{1}{2}P$; $P'' = P$ и вооб-
ще при какомъ угодно числѣ m, но при $\omega' = \frac{\omega}{2}$

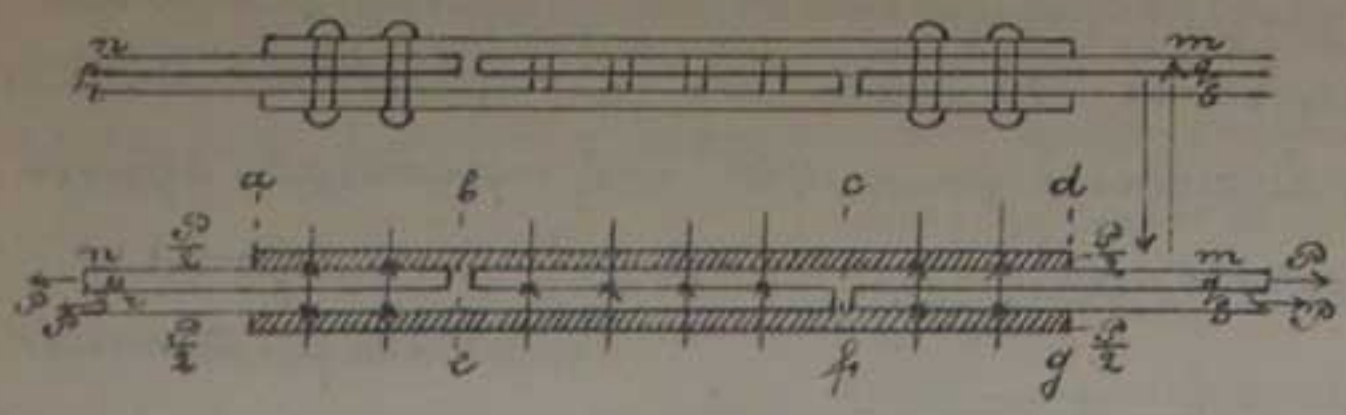
$$P' = \frac{P}{2}; \quad P'' = P.$$

Если $\omega' = \omega$, то всегда $P' = P''$ и при $m=1$;
$P' = \frac{P}{2}$. При $m=2$; $P' = P'' = \frac{2}{3}P$. При $m=3$;
$P' = P'' = \frac{3}{4}P$. При $m=4$ $P' = P'' = \frac{4}{5}P$. При $m=\infty$
$P' = P'' = P$. При $m=5$; $P' = P'' = \frac{5}{6}P$.

Если ω' заключается между $\frac{\omega}{2}$ и ω, то получа-
ются промежуточныя значенія. Предположимъ сначала
что сѣченіе каждой изъ накладокъ вдвое менѣе сѣче-
нія стыкаемаго листа, слѣдовательно, на каждую
накладку передается по $\frac{P}{2}$. Тогда передачу усилій
(Черт. X^{IV}) можно себѣ объяснить слѣдующимъ об-

разомъ. Въ сѣченіи ве работаетъ нижній листъ

Черт. № IV



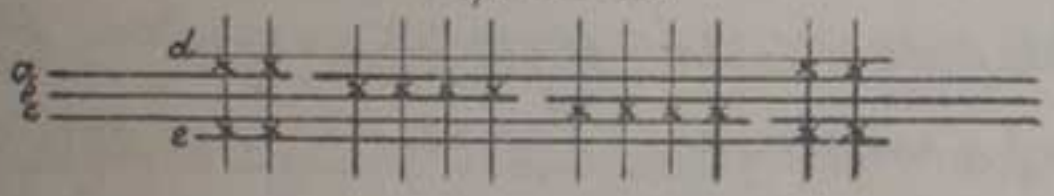
и двѣ накладки; усиліе изъ верхняго прерваннаго листа могло передаться накладкамъ только путемъ перерѣзыванія заклепокъ по линіямъ nn и zs. Положимъ, что для передачи усилія $\frac{P}{2}$ необходимо n перерѣзываній.

Верхняя накладка прилегаетъ непосредственно къ стыку; слѣдовательно здѣсь передача непосредственная. Такъ какъ усиліе $\frac{P}{2}$ передается накладкѣ при помощи заклепокъ обыкновеннаго перерѣзыванія, то n перерѣзываніямъ будетъ соотвѣтствовать n заклепокъ. Вторая половина усилія т.е. $\frac{P}{2}$, должна передаться нижней накладкѣ, которая не прилегаетъ непосредственно къ стыку. Слѣдовательно, путь передачи усилія можно объяснить двоякимъ образомъ: усиліе чрезъ стержень заклепокъ передается нижней накладкѣ, заставляя заклепки перерѣзаться по линіи zs, или же усиліе $\frac{P}{2}$ передается сначала второму листу, путемъ перерѣзыванія заклепокъ по линіи rq. Такимъ образомъ, во второмъ листѣ получается усиліе $P + \frac{P}{2} = 3\frac{P}{2}$. Въ виду того, что всѣ листы склепаны съ накладками и удлиненіе предположено одинаковымъ, то избытокъ усилія $3\frac{P}{2}$ противъ P, т.е. $\frac{3P}{2}$ соотвѣтствующій сѣченію нижней накладки, передается этой накладкѣ путемъ перерѣзыванія заклепокъ по линіи zs; результатъ, очевидно, тотъ

же, какъ и при первомъ объясненіи.

Такимъ образомъ усиліе верхняго листа P, разбившись на два по $\frac{P}{2}$ и передавшись обѣимъ накладкамъ, для чего потребовалось 2n перерѣзываній, что удовлетворено и заклепками, работающими при передачѣ усилій – накладкамъ на двойное перерѣзываніе. Перерѣзываніе заклепокъ въ первомъ участкѣ по линіи pq служитъ лишь для промежуточной передачи усилія отъ одного листа къ другому и не передаетъ усилія непосредственно накладкѣ; такими сѣченіями заклепокъ могутъ быть только сѣченія, непосредственно примыкающія къ накладкамъ, сколько бы промежуточныхъ листовъ не было, напримѣръ, три (Черт. N°), или, вообще, т листовъ, т.е. при двухъ накладкахъ, передача усилія накладкамъ, независимо отъ числа листовъ можетъ быть только путемъ двойного перерѣзыванія. Въ сѣченіи cf работаютъ двѣ накладки и верхній листъ, слѣдовательно здѣсь

Черт. N°



накладки напряжены прежнимъ усиліемъ по $\frac{P}{2}$, а усиліе P изъ нижняго листа должно было перейти въ верхній листъ, а такъ какъ для передачи усилія P – нужно 2n перерѣзываній и передача усилій изъ одного листа въ другой совершается здѣсь помощью заклепокъ одиночнаго перерѣзыванія по линіи pq, то въ среднемъ участкѣ слѣдуетъ помѣстить 2n заклепокъ, причемъ заклепки могли бы быть потайными, не проходя чрезъ накладки. Въ сѣченіи dg работаютъ только 2 листа; верхній листъ про-

должаетъ быть напряженнымъ усиліемъ $\frac{P}{2}$ и слѣдовательно изъ обѣихъ накладокъ усиліе должно было перейти въ нижній листъ путемъ 2n перерѣзываній, а такъ какъ здѣсь каждая изъ накладокъ, передавая свое усиліе, перерѣзываетъ каждую заклепку по линіямъ n m и ч ѣ, то для 2n перерѣзываній нужно только n заклепокъ.

Отсюда слѣдуетъ, что если парныя накладки имѣютъ сѣченіе не болѣе половины сѣченія каждаго изъ стыкаемыхъ листовъ, то стыки должны быть такъ раздвинуты, чтобы въ среднемъ участкѣ можно было помѣстить вдвое большее число заклепокъ противъ крайнихъ участковъ, гдѣ число заклепокъ опредѣляется по двойному перерѣзыванію въ зависимости отъ усилія, передаваемаго на парныя накладки, т. е. въ размѣрѣ $\frac{P}{2}$.

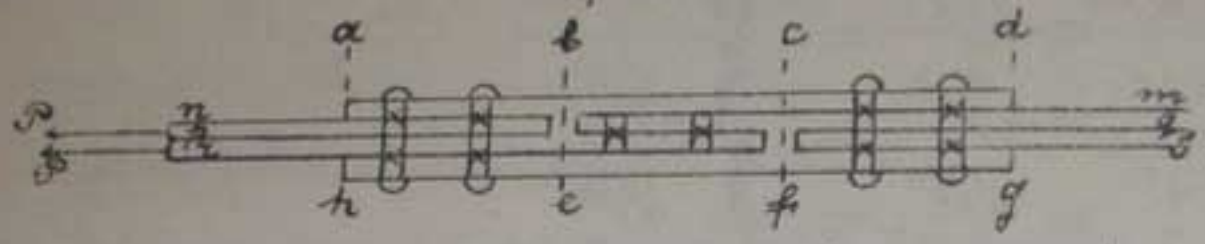
То же самое будетъ имѣть мѣсто, если парными накладками перекрываются стыки въ разъѣзжку тройного листа (Черт. X[v]) и т. д. Усиліе отъ листа a передается накладкамъ d и e — двойнымъ перерѣзываніемъ заклепокъ; въ слѣдующемъ участкѣ усиліе передается отъ листа b къ листу a — чрезъ заклепки одиночнаго перерѣзыванія; такая же передача усилій происходитъ въ слѣдующемъ участкѣ отъ листа c къ листу b; наконецъ, въ послѣднемъ участкѣ путемъ двойного перерѣзыванія происходитъ передача усилій въ обѣихъ накладокъ къ листу c.

Слѣдовательно, сколько бы листовъ не было на накладку при вышеуказанныхъ условіяхъ, всегда

будетъ передаваться $\frac{P}{2}$, а въ среднихъ участкахъ листы будутъ передавать одинъ другому полное усиліе P, т.е. въ среднихъ участкахъ число заклепокъ вдвое больше, чѣмъ въ крайнихъ участкахъ.

Положимъ теперь, что сѣченіе каждой изъ накладокъ равняется сѣченію листа. (черт. №). Въ сѣченіи

Черт. К"



ak, какъ и прежде, усиліе $2P$ распредѣлено поровну между обоими листами; въ сѣченіи be работаетъ нижній листъ и двѣ накладки при томъ же усиліи $2P$. такъ какъ накладки того же сѣченія какъ листъ, то на каждую накладку и на листъ приходится по $\frac{2P}{3}$, т.е. нижній листъ будетъ облегченъ на $\frac{P}{3}$. Чтобы для передачи усилія $\frac{2P}{3}$ накладкѣ — требуется n перерѣзываній; для передачи такого же усилія другой накладкѣ нужно также n -перерѣзываній, а такъ какъ здѣсь заклепки перерѣзываются два раза, то $2n$ перерѣзываній получится при n заклепкахъ. Въ слѣдующемъ сѣченіи cf - работаетъ верхній листъ и двѣ накладки; слѣдовательно, изъ нижняго листа должна была совершиться передача усилія верхнему листу; усиліе же, которое слѣдуетъ передать — это $\frac{2P}{3}$, чему соотвѣтствуетъ n перерѣзываній; а такъ какъ здѣсь заклепки могутъ перерѣзаться только по одному сѣченію, именно, по линіи pq, то n перерѣзываніямъ соотвѣтствуетъ n заклепокъ. Въ четвертомъ участкѣ, очевидно, столько же заклепокъ, сколько и въ первомъ. Слѣдовательно, сами сѣченіе каждой изъ парныхъ накладокъ равно сѣ-

чению каждого изъ стыкаемыхъ листовъ, то отвер-
ки должны быть такъ разставлены чтобы въ средней участокъ можно было помѣстить то-же
число заклепокъ, какъ въ крайнихъ участкахъ, гдѣ число заклепокъ опредѣляется по двойному перер-
зыванію въ зависимости отъ усилія, передаваемаго на парныя накладки. Это усиліе равно:

При $m = 1$; $\mathfrak{P}' = \mathfrak{P}'' = \frac{\mathfrak{P}}{2}$;

$m = 2$; $\mathfrak{P}' = \mathfrak{P}'' = \frac{2}{3}\mathfrak{P}$;

$m = 3$; $\mathfrak{P}' = \mathfrak{P}'' = \frac{3}{4}\mathfrak{P}$;

. . . . . .

$m = \infty$; $\mathfrak{P}' = \mathfrak{P}'' = \mathfrak{P}$.

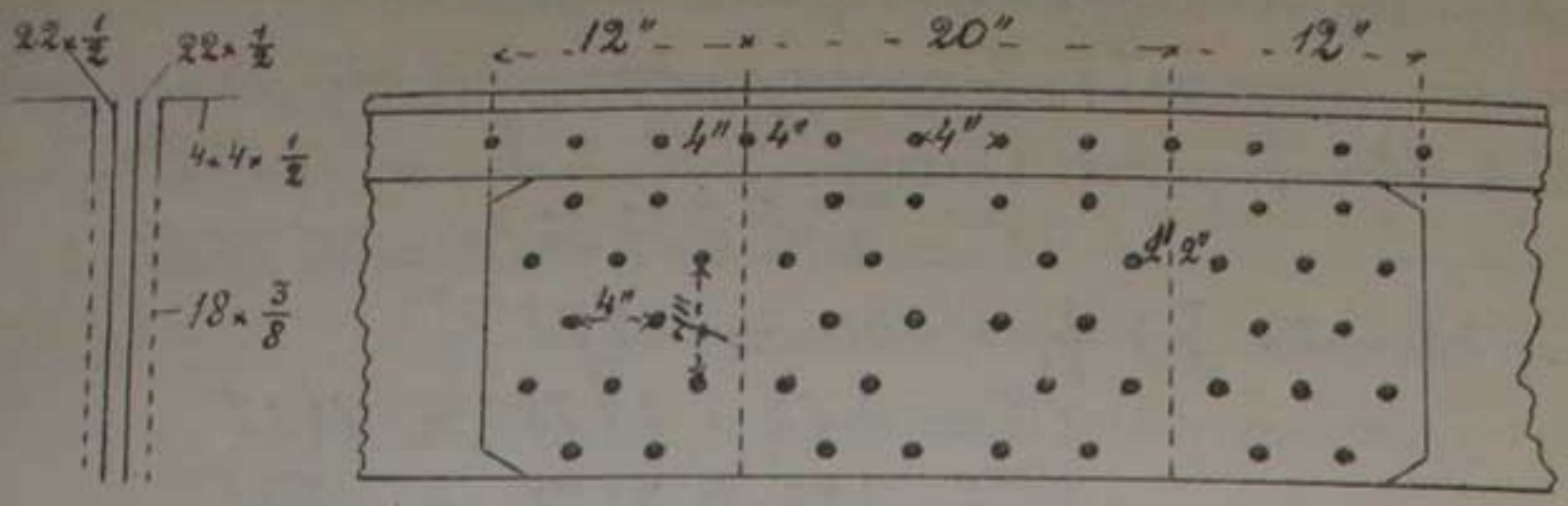
Въ отличіе отъ предыдущаго случая, гдѣ всегда

$$\mathfrak{P}' = \frac{\mathfrak{P}}{2}\ ;\quad \mathfrak{P}'' = \mathfrak{P}.$$

въ данномъ случаѣ всегда $\mathfrak{P}' = \mathfrak{P}''$ и равно $\mathfrak{P}$
только при очень большомъ числѣ листовъ.

Обыкновенно сѣченія каждой изъ накладокъ дѣ-
лаются менѣе полнаго сѣченія и болѣе половины
сѣченія каждаго изъ стыкаемыхъ листовъ, почему
помѣщаютъ въ среднемъ участкѣ полуторное
число заклепокъ противъ числа заклепокъ въ край-
нихъ участкахъ. Правильнѣе, конечно, приближа-
ся къ тому, либо другому предѣлу (т.е. къ двойно-
му или одиночному числу заклепокъ) въ зависимос-
ти отъ сѣченія накладокъ. Такъ, напримѣръ,
положимъ стыки вертикальной стѣнки изъ двой-
ного листа сѣченія $22 \times \frac{1}{2}$ перекрываются двумя
накладками сѣченія $18 \times \frac{3}{8}$, что возможно, такъ
какъ $2 \times 18 \times \frac{3}{8} > 22 \times \frac{1}{2}$. На каждую накладку
передается $\mathfrak{P}' = \frac{2\mathfrak{P} \cdot 18 \times \frac{3}{8}}{22 \times \frac{1}{2} + 2 \times 18 \times \frac{3}{8}} = \frac{54}{94}\mathfrak{P} = 0{,}55\mathfrak{P}$

Если $P = (22 - 2 \times \frac{7}{8}) \frac{1}{2} \times 300 = 3037,5$ нуз.,



то $0,55\,P = 0,55 \times 3037,5 = 1671$.

Количество заклепокъ двойного перерѣзыванія въ первомъ участкѣ:

$$n' = \frac{2 \times 1671}{2 \times \frac{3,14}{4} \times (\frac{7}{8})^2 \times 0,8 \times 300} = \frac{2 \times 1671}{2 \times 147,2} = 11,4 \infty 12.$$

Въ среднемъ участкѣ листъ $22 \times \frac{1}{2}$ передаетъ усилiе:

$$2P - 2 \times 0,55P = 0,9P = 0,9 \times 3037,5 = 2734 \text{ нуз.}$$

Число заклепокъ одиночнаго перерѣзыванія:

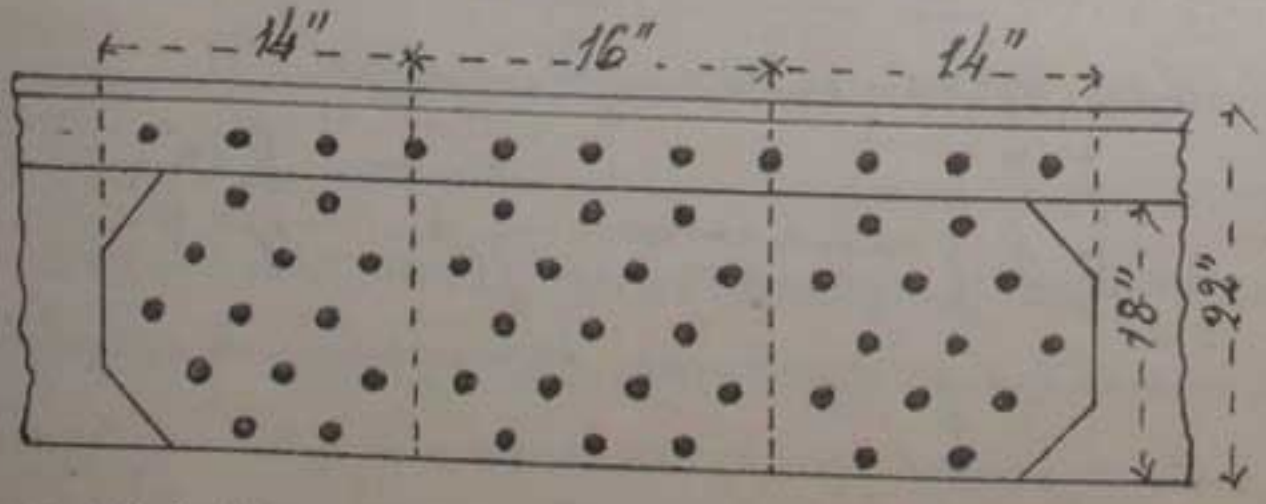
$$n'' = \frac{2734}{147,2} = 18,6 \infty 19.$$

Если всѣ стыки перекрываются накладкой сѣченія $18 \times \frac{1}{2}$, то $P' = \frac{2P \times 18 \times \frac{1}{2}}{22 \times \frac{1}{2} + 2 \times 18 \times \frac{1}{2}} = 0,62P =$
$= 0,62 \times 3037,5 = 1883$.

Число заклепокъ двойного перерѣзыванія въ первомъ участкѣ: $n' = \frac{2 \times 1883}{2 \times 147,2} = 12,8 \infty 13$, т.е. число заклепокъ больше, чѣмъ въ предыдущемъ случаѣ.

Въ среднемъ участкѣ усилiе, передаваемое отъ одного листа другому:

$2P - 2 \times 0,62P =$
$= 0,76P =$
$0,76 \times 3037,5 =$
$= 2309$



Число заклепокъ одиночнаго перерѣзыванія.

$n'' = \frac{2309}{147,5} = 15,7 \infty 16$, т.е. число заклепокъ именно, тѣмъ въ предъидущемъ случаѣ.

Если листъ $22 \times \frac{3}{8}$ перекрываются двумя накладками въ $18 \times \frac{3}{8}$, то $\mathfrak{P}' = \frac{2\mathfrak{P} \times 18 \times \frac{3}{8}}{22 \times \frac{3}{8} + 2 \times 18 \times \frac{3}{8}} = 0,62\mathfrak{P}$.

$\mathfrak{P}'' = 2\mathfrak{P} - 2 \times 0,62\mathfrak{P} = 0,76\mathfrak{P}$

$\mathfrak{P} = (22 - 2 \times \frac{7}{8}) \frac{3}{8} \times 300 = 2278$ пуд.

$\mathfrak{P}' = 0,62 \times 2278 = 1412$;

$\mathfrak{P}'' = 0,76\mathfrak{P} \times 2278 = 1731$.

Число заклепокъ двойного перекрытія въ первомъ участкѣ: $n' = \frac{2 \times 1412}{2 \times 147,2} = 9,6 \infty 10$

Число заклепокъ одиночнаго перекрытія во второмъ участкѣ: $n'' = \frac{1731}{147,2} = 11,8 \infty 12$.

Если бы всѣ эти три примѣра пересчитать тѣмъ пріемомъ, какой установленъ практикой, т.е. допустить, что на каждую изъ накладокъ всегда передается половина усилія отъ стыкаемаго листа и что въ среднемъ участкѣ помѣщается полуторное число заклепокъ противъ крайняго участка, то для перваго примѣра:

$n' = \frac{3837,5}{2 \times 147,2} = 10,3$
$n'' = 10,3 \times 1,5 = 15,45$
} вмѣсто: $n' = 11,4$, $n'' = 18,6$

для второго примѣра:

$n' = 10,3$
$n'' = 15,45$
} вмѣсто: $n' = 12,8$; $n'' = 15,7$;

для третьяго примѣра:

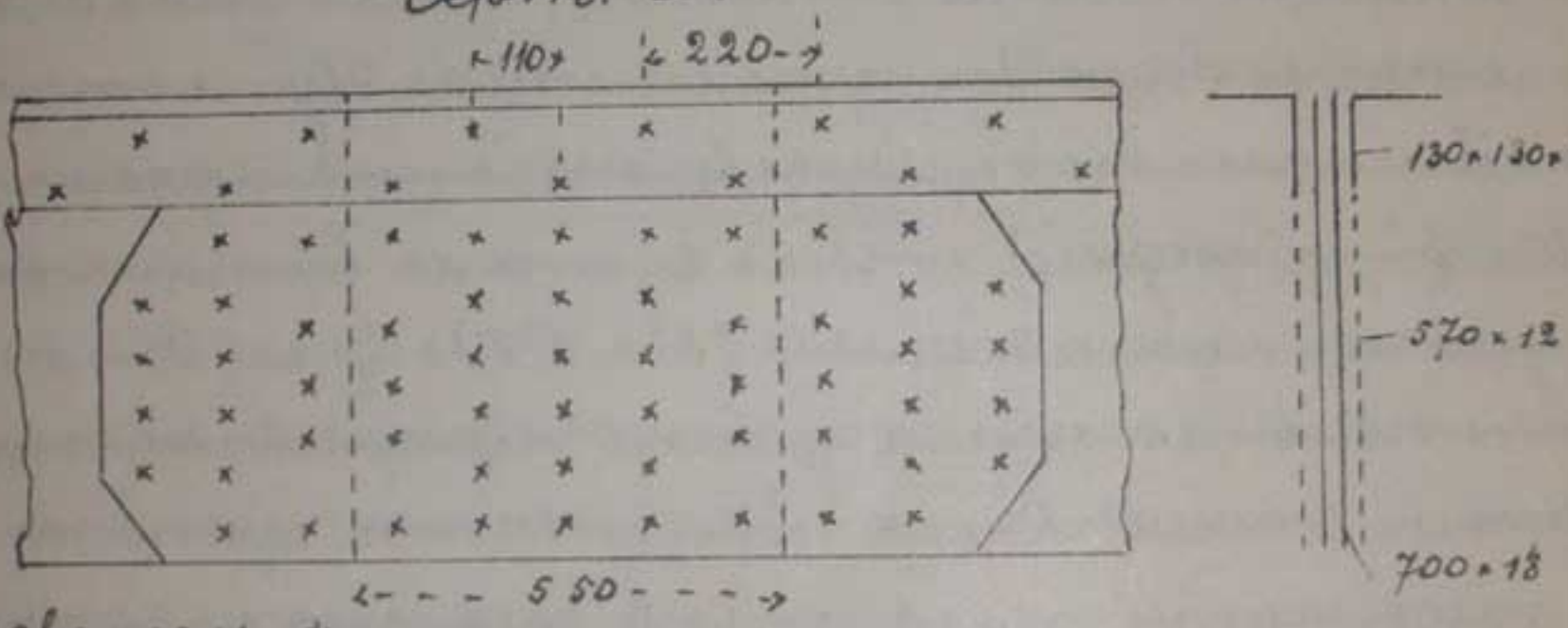
$n' = \frac{2278}{2 \times 147,2} = 7,7$
$n'' = 15,4$
} вмѣсто: $n' = 9,6$, $n'' = 11,8$,

т.е. по предлагаемому пріему въ первомъ участкѣ слѣдуетъ помѣщать нѣсколько болѣе заклепокъ, чѣмъ по установившемуся правилу и тѣмъ бо-

ньше, чѣмъ больше приближается сѣченіе накладки къ сѣченію листа; въ среднемъ участкѣ – количество заклепокъ превышаетъ количество заклепокъ въ крайнемъ участкѣ въ предѣлахъ отъ 1 до 2 разъ и можетъ быть больше или меньше соотвѣтственнаго числа заклепокъ, опредѣленнаго предѣльнымъ пріемомъ.

Того же, повидимому, правила держались и при проектированіи перекрытія стыка листовъ пояса моста чрезъ р. Рейнъ близъ Кенигена (N VII), гдѣ вертикальные листы двойной стѣнки имѣютъ сѣченіе 700 × 18, а каждая изъ накладокъ: 570 × 12.

Черт. N VII.



Слѣдовательно:

$$P' = \frac{2P \times 570 \times 12}{700 \times 18 + 2 \times 570 \times 12} = 0,52P;$$

$$P'' = 2P - 2 \times 0,7P = 0,96P.$$

Слѣдовательно $\frac{n''}{n'} = \frac{0,96}{0,52} = 1,846$,

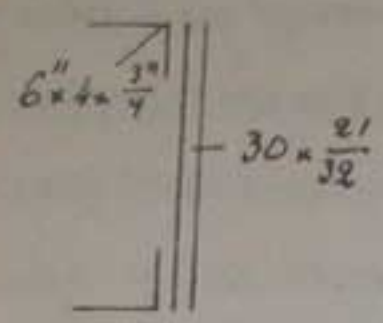
въ дѣйствительности:

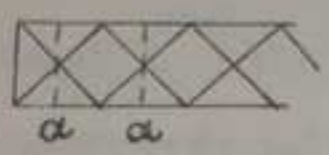
$$\frac{n''}{n'} = \frac{28}{15} = 1,87.$$

Американцы придаютъ, повидимому, большое значеніе жесткости стыка и поэтому нерѣдко стыки стѣнки, состоящей изъ двухъ или трехъ листовъ, перекрываются иногда четырьмя накладками.

Въ сооруженіяхъ въ послѣднее время мостъ чрезъ

р. Миссисипи (Memphis bridge) при величинѣ отд. ѣльныхъ пролетовъ въ $\frac{621'.06}{7} = 88,7^{\text{дюйм}}$; нижній по. ясъ состоитъ изъ четырехъ стыковъ, каждая съченіемъ:





Стыки расположены не въ главныхъ, а въ промежуточныхъ узлахъ (a), гдѣ не имѣется раскосовъ. Одинъ изъ вертикальныхъ листовъ и поясные уголки стыкаются въ узлѣ, а въ другомъ второго листа помѣщена вставка такого же съченія, какъ и листъ, такъ что всего получается три стыка. Не вполнѣ ясно замѣна листа вставкой, такъ какъ безъ вставки можно было бы ограничиться двумя стыками. Крайніе стыки перекрываются накладками $18\times\frac{3}{4}$ и $30\times\frac{1}{2}$", а средній стыкъ и стыкъ вертикальной полки уголка-накладками $(28''-5,5)\times\frac{1}{2}$ и $(30-6)\frac{1}{2}$; горизонтальная полка уголка перекрывается сплошнымъ листомъ. Какъ показываетъ чертежъ 0, стыки раздвинуты такъ, что въ среднемъ участкѣ помѣщено почти вдвое болѣе заклепокъ, чѣмъ въ каждомъ изъ крайнихъ, что, повидимому, преувеличено, а равнымъ образомъ условіе прочности стыка было бы удовлетворено и безъ двухъ среднихъ короткихъ накладокъ. Такъ какъ съченіе двухъ накладокъ $18\times\frac{3}{4}$ и $30\times\frac{1}{2}$, составляя въ суммѣ $28,5^{\text{кв.д.}}$, болѣе съченія листа $30\times\frac{21}{32} = 20^{\text{кв.д.}}$ приблизительно на 33%, то число заклепокъ въ среднемъ участкѣ (одиночнаго перекрытія) согласно изложенной

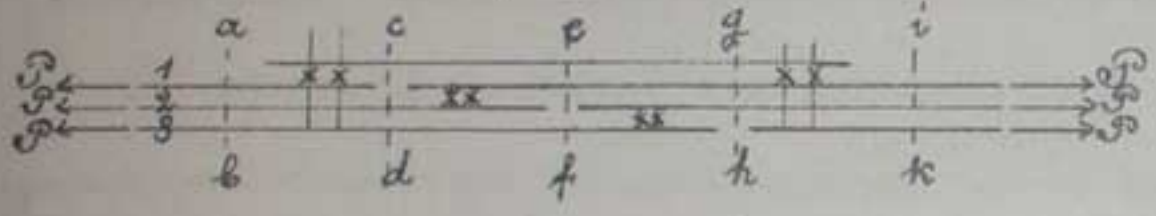
теоріи, должно бы превосходить количество заклепокъ въ крайнихъ участкахъ (двойного перекрытія) въ $\frac{2 \times \frac{1}{2\frac{1}{3}}}{2 \times \frac{1\frac{1}{3}}{2\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{2}} = 1{,}5$ раза.

б.) Перекрытіе стыка горизонтальныхъ листовъ.

Въ тавровыхъ и коробчатыхъ поясахъ стыки горизонтальныхъ листовъ приходится по необходимости перекрывать большею частью одной накладкой, которая имѣетъ тоже сѣченіе какъ каждый изъ листовъ.

Примѣняя вышеуказанный пріемъ разсужденія, замѣчаемъ (Черт. O') что въ сѣченіи ab - работаютъ три листа, въ сѣченіи cd - второй и третій листы и накладка, одинаковаго сѣченія съ перекрывающимъ листомъ; слѣдовательно на накладку передалось усиліе P путемъ заклепокъ одиночнаго перекрытія.

Черт. O'

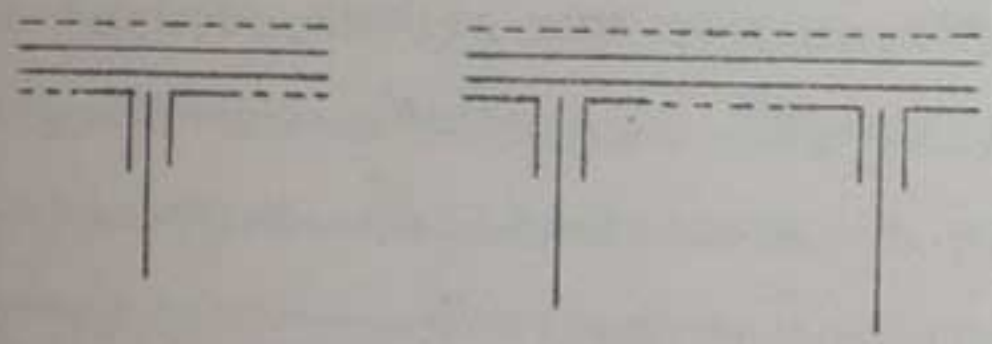


Пусть для передачи усилія P - потребовалось n одиночныхъ перекрытій, т.е. n заклепокъ; въ сѣченіи ef - работаетъ накладка, первый и третій листъ; слѣдовательно передача усилія имѣла мѣсто отъ втораго листа къ первому, такъ какъ это усиліе P, то необходимо n одиночныхъ перекрытій или n заклепокъ; въ сѣченіи gh - работаетъ накладка, первый и второй листъ; слѣдовательно, для передачи усилія P отъ третьяго ко второму листу потребовалось также n заклепокъ; наконецъ, въ сѣченіи ik работаютъ три листа. Слѣдовательно, между gh и ik произошла

передача усилія отъ накладки – третьему листу чрезъ первый и второй листы.

Такимъ образомъ всѣ стыки должны быть раздвинуты на одинаковую величину, причемъ въ крайнихъ и среднихъ участкахъ должно быть помѣщено одинаковое количество заклепокъ, соотвѣтствующее передачѣ усилія отъ одного листа другому путемъ одиночнаго перерѣзыванія заклепокъ. Въ послѣднемъ участкѣ между dh и ik, гдѣ передача усилія отъ накладки къ третьему листу не непосредственная, а чрезъ рядъ листовъ – полезно увеличивать число заклепокъ – обыкновенно прибавляютъ еще одинъ запасный рядъ. Иногда встрѣчается перекрытіе стыковъ горизонтальныхъ листовъ тавроваго и коробчатаго поясовъ двойными накладками въ тѣхъ частяхъ пояса, гдѣ это возможно сдѣлать (Черт. P)

Черт. (P.



Такъ напримѣръ, въ мостѣ чрезъ р. Лехъ близъ Гохцдля имѣется слѣдующая деталь перекрытія стыковъ горизонтальныхъ листовъ пояса арочной фермы съ затяжкой (Черт. P')[∞]. Въ этомъ примѣрѣ крайнія боковыя части широкаго листа 480×14 перекрываются накладкою съ двухъ сторонъ: сверху общей шириной 480×14, а снизу двумя узкими размѣровъ 140×10; средняя же часть листа перекрывается сверху одиночной накладкой (средней частью широкой накладки 480×14). Здѣсь еще одна интересная деталь: накладка, прилегающая непосредственно къ стыку, продолжена отъ сто-

∞ Отд. чер

ка на меньшую длину, чѣмъ накладка, перекрывающая стыкъ черезъ листъ. Такимъ образомъ въ лѣвомъ концѣ имѣется $2 \times 4 + 8 = 16$ перерѣзываний; въ среднемъ 18 перерѣзываний; въ правомъ концѣ $2 \times 6 + 12 = 24$ перерѣзываній (повидимому, 6 перерѣзываній лишнихъ, вызванныхъ необходимостью продолжить нѣсколько далѣе широкую накладку). Уголковая накладка расположена несимметрично относительно стыка; одна половина перекрываетъ частью стыкъ вертикальнаго листа, хотя и не введена въ рабочую площадь, что во всякомъ случаѣ полезно.

На (черт. Р")[x] представленъ другой примѣръ перекрытія стыковъ (мостъ чрезъ р. Майнъ близъ Кассельма). Поясъ коробчатый, первый горизонтальный листъ состоитъ изъ двухъ частей; второй — болѣе узкій занимаетъ промежутокъ между двумя уголками. Стыки вертикальнаго листа двухъ горизонтальныхъ и уголковъ расположены въ разбѣжку, но расположены въ одномъ мѣстѣ. Всѣ горизонтальные листы перекрыты одиночными накладками. Стыкъ широкаго листа, т.е. пп перекрытъ накладкой а'-на 26 заклепкахъ, расположенной поверхъ узкаго листа. Что потребовало подложить прокладки б', выдвинутыя съ одного края на одну заклепку, съ другого края онѣ выдвинуты на 3 заклепки, такъ какъ служатъ перекрытіемъ стыка горизонтальныхъ полокъ уголковъ; стыки вертикальныхъ полокъ перекрыты самостоятельными полосками

[x] Отд. Чр

ми накладками (d'); стыкъ узкаго листа (c) т.е. pq перекрытъ узкой накладкой (c') на 12 заклепкахъ.

Другой примѣръ перекрытія стыка изображенъ на (черт. P III)(XI) — [Мостъ чрезъ Ost-see-Kanal]. Поясъ коробчатый и состоитъ изъ двухъ двойныхъ вертикальныхъ стѣнокъ, двухъ составныхъ горизонтальныхъ листовъ 2 × 2 × 500 × 14, одного широкаго: 600 × 14 и двухъ узкихъ: 2 × 200 × 14 — всего 5 рядовъ листовъ. Стыки уголковъ перекрыты двумя уголковыми накладками, причемъ уголки доведены только до сѣченій ab и cd и перекрыты накладкой; вертикальныя накладки стыка оказалось, такимъ образомъ, возможнымъ довести до верху листа. Стыки двухъ нижнихъ широкихъ горизонтальныхъ листовъ 1000 × 14 размѣщены въ одномъ сѣченіи съ вертикальнымъ стыкомъ. Стыки двухъ этихъ горизонтальныхъ листовъ перекрыты широкими накладками nn и pq: накладка nn заполняетъ пустоту, образованную помѣщеніемъ стыковой уголковой накладки и состоитъ изъ 2×144×14 и 600 × 14; накладка же pq поставлена внизъ отъ листа 600 × 14, въ которомъ сдѣланъ вырѣзъ на длину 800 м/м и замѣненъ листомъ сѣченія 1000×14; стыки r и q — между листами 600 × 14 и 1000 × 14 перекрыты листомъ 76 — широкимъ 1000 × 14 — поставленнымъ внизъ отъ листа 200 × 14; наконецъ стыки r и S — между листами 200 × 14 и 1000 × 14 перекрыты накладкой t сѣченія 200 × 14. Нижс-

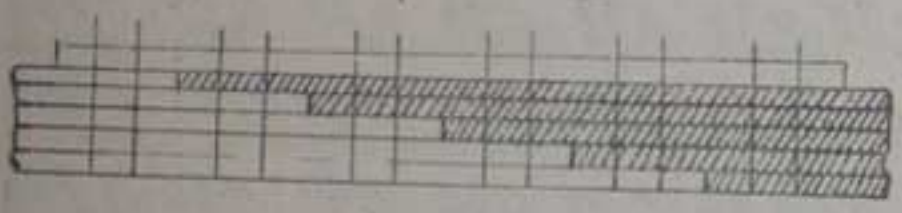
(X) отд. 4гр.

ний узкій листъ 200 × 14 прерванъ на длину 800 м/м замѣненъ листомъ 600 × 14, служащимъ накладкой; стыки между прерваннымъ листомъ и полосой 600 × 14 — перекрыты накладкой и-сѣченія 200 × 14.

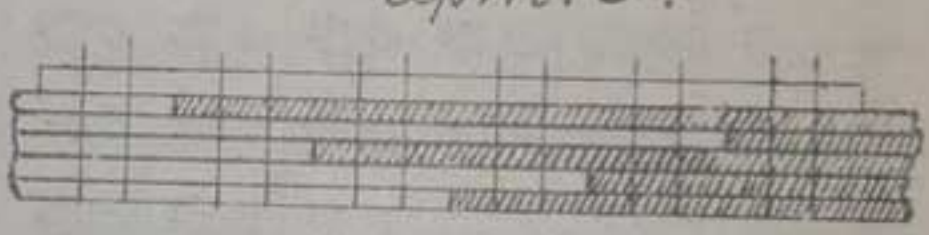
Если въ числѣ горизонтальныхъ листовъ хотя одинъ большей толщины, то размѣры накладки и число заклепокъ между стыками разсчитываются по этому листу съ наибольшимъ сѣченіемъ.

Вмѣсто такъ называемаго ступенчатаго расположенія стыка (черт. O)[x] и (черт. O') иногда примѣняютъ перекрестное расположеніе (черт. O'') которое при томъ же числѣ заклепокъ, даетъ болѣе прочный стыкъ при числѣ листовъ болѣе трехъ.

Черт. O'



Черт. O''.



Такъ напримѣръ, въ типѣ (O'), если въ каждомъ участкѣ на ширинѣ листа l помѣщается n заклепокъ, то при n листахъ сопротивленіе стыка разрыву:

$$n.\ n.\frac{\pi d^2}{4}.\mathcal{R}' = n(l-d)\,\delta.\mathcal{R}$$

въ типѣ же (O''):

$$n.\ n\frac{\pi d^2}{4}.\mathcal{R}' + n'(l-d)\,\delta.\mathcal{R} = n(l-d)\,\delta\mathcal{R},$$

гдѣ n' - число листовъ, размѣщенныхъ между правильными ступенями, такъ что при:

$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots$

$n' = 0, 0, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, \ldots$

Слѣдовательно относительная прочность стыка

(x) Отд. 2ав.

$\varphi = \frac{l-d}{l}$, если $R' = \frac{4}{5} R$,

въ точкѣ O':

$$\varphi' = \frac{l-d}{l} = \frac{\frac{m\pi d^2}{5\delta}}{d + \frac{m\pi d^2}{5\delta}} = \frac{1}{1 + \frac{5\delta}{m.\pi d}}$$

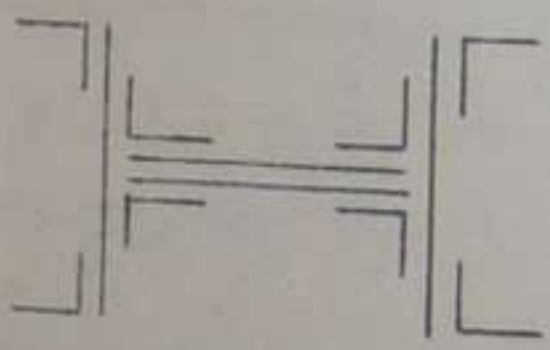
въ точкѣ O'':

$$\varphi'' = \frac{l-d}{l} = \frac{\frac{m.n.\pi d^2}{5.\delta(n-n')}}{d + \frac{m.n.\pi d^2}{5.\delta(n-n')}} = \frac{1}{1 + \frac{5\delta(n-n')}{m.n\,\pi d}}$$

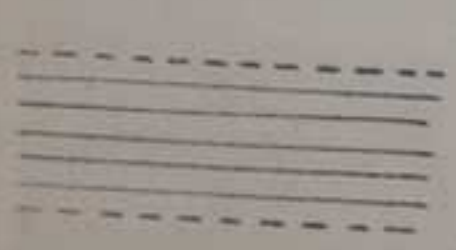
Такъ напримѣръ, если $d = 2\delta$, то при:

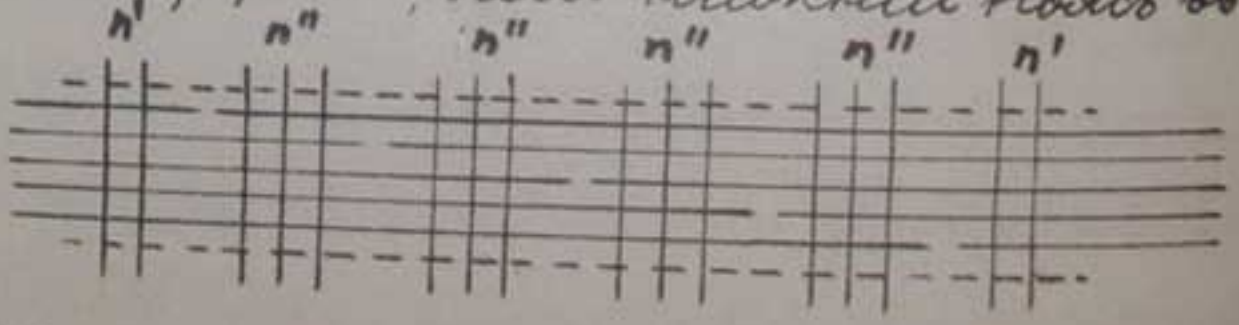
	$n=1$ $n'=0$		$n=2$ $n'=0$		$n=3$ $n'=1$		$n=4$ $n'=2$		$n=5$ $n'=2$		$n=6$ $n'=3$	
	φ'	φ''	φ'	φ''	φ'	φ''	φ'	φ''	φ'	φ''	φ'	φ''
$m=1$	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,66	0,55	0,72	0,55	0,68	0,55	0,72
$m=2$	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,79	0,71	0,83	0,71	0,81	0,71	0,83
$m=3$	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79	0,85	0,79	0,88	0,79	0,86	0,79	0,88
$m=4$	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84	0,88	0,84	0,90	0,84	0,90	0,84	0,90
$m=5$	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,90	0,86	0,92	0,86	0,91	0,86	0,92

Если горизонтальные листы пояса, какъ напр. въ двойные и допускаютъ прилежаніе двухъ накладокъ, то разсчетъ дѣлается какъ изложено въ предыдущемъ пунктѣ. Равнымъ образомъ, сами напримѣръ затяжка арочной



фермы, или нижній поясъ въ фер-





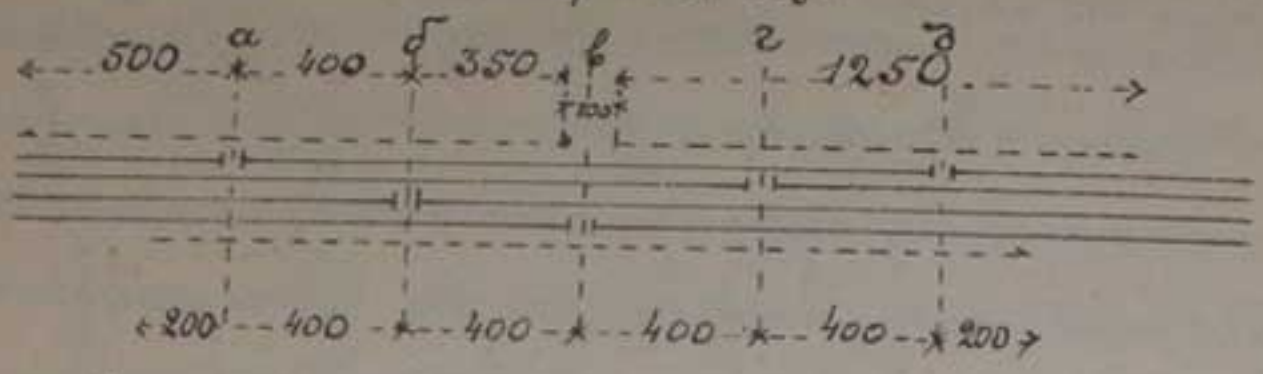
мы Гаупи состоитъ изъ нѣсколькихъ горизонталь-

ныхъ листовъ и возможно помѣстить двѣ накладки, то также слѣдуетъ примѣнить ранѣе изложенный пріемъ. Такъ, напримѣръ, при пяти листахъ, если сѣченіе накладки вдвое менѣе листа, то $n'' = 2n'$, причемъ n' соотвѣтствуетъ двойному перерѣзыванію при передачѣ усилія P. Если сѣченіе накладки равно сѣченію листа, то $n'' = n'$, причемъ n' соотвѣтствуетъ двойному перерѣзыванію при передачѣ усилія $\frac{2.5}{6} P = \frac{5}{3} P$. На (Черт. Q)[10] показано перекрытіе стыковъ листовъ затяжки арочнаго моста Людвига въ Бамбергѣ. Затяжка состоитъ изъ четырехъ рядовъ рядами расположенныхъ листовъ сѣченія 300 × 16. Въ узлѣ верхній листъ вырѣзанъ и замѣненъ фасонной вставкой для возможности прикрѣпленія связей и поперечной балки. Стыкъ втораго листа расположенъ на 400 м/м вправо отъ узла; стыкъ третьяго листа - на 400 м/м влѣво отъ узла; а стыкъ четвертаго листа - надъ узломъ. Подвѣска прикрѣплена помощью двухъ консолей, которыя обхимаются внизу двумя уголками 160 × 90 × 12; подъ уголками проложена прокладка, шириной 100 м/м, что сдѣлано для выравниванія поверхности подъ уголками, опирающимися на накладки. Два стыка верхняго листа перекрыты сверху накладкой длиною 1250 м/м, доведенной до прокладки надъ подвѣской. По одну сторону стыка 22 заклепки, а по другую 36 заклепокъ. Такая неравномѣрность объясняется, вѣроятно, тѣмъ, что нужно было выравнить поверхность подъ уголками, прикрѣпляющими консоли. Три стыка: 2-й, 3-й и 4-й листовъ перекрыты снизу общей накладкой; разстояніе между

(№ отд. Чер.

стыками 400 м/м; поэтому, казалось бы, что накладку слѣдовало сдѣлать длиною 4 × 400 = 1600, между тѣмъ она въ дѣйствительности 2000, при такихъ условіяхъ стыки а, б, г и д (черт. Q₀) часто перекрыты какъ бы двойными накладками; стыкъ же в – во всякомъ случаѣ перекрыть только одиночной накладкой, такъ какъ прокладку, длиною всего 100 м/м, нельзя считать за накладку.

Черт. Q₀.

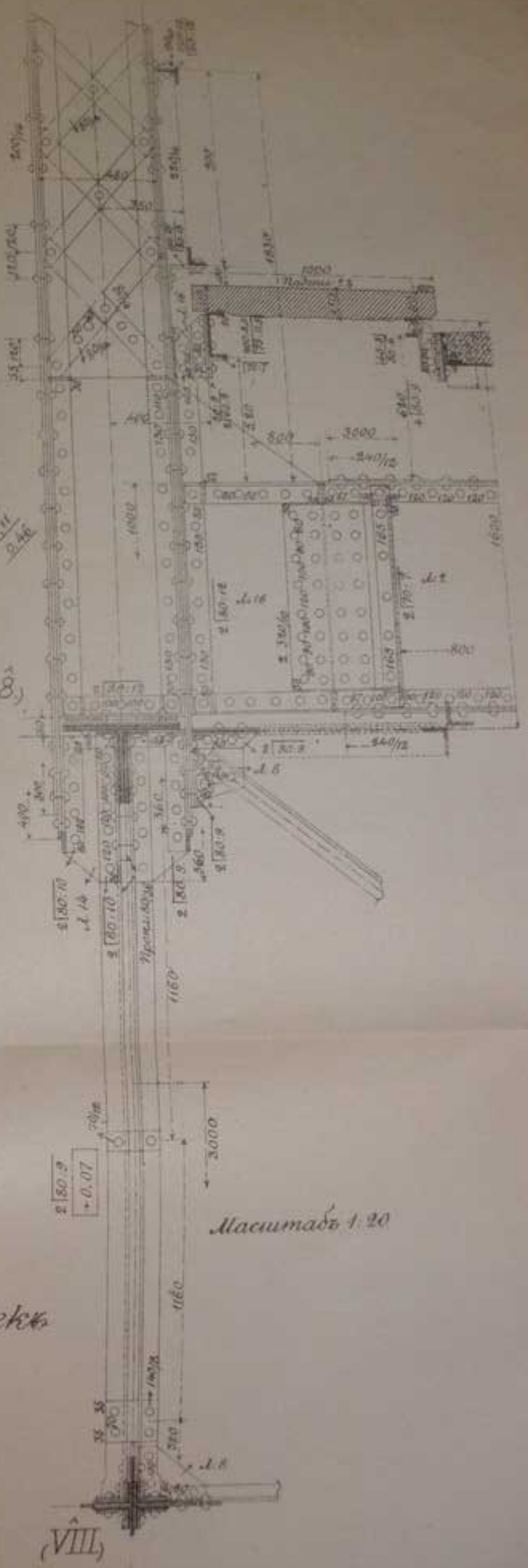


Фа (черт. Q 1/10) изображена въ разрѣзѣ деталь соединенія арки съ подвѣской, причемъ прерванные уголки замкнуты накладкой.

Иногда прерванные уголки замкняются не одной, а двумя листами, наклепанными въ ступенчатомъ порядкѣ. Это особенно важно при соединеніи подвѣски съ затяжкой или фермой, въ случаѣ если въ нѣкоторыхъ узлахъ нельзя помѣстить верхнія связи, какъ это, напримѣръ, сдѣлано въ фермахъ моста чрезъ р. Лехъ (арка съ рѣшеткой), гдѣ затяжку замкняетъ ферма, составленная изъ двухъ поясовъ и рѣшетки.

б.) Перекрытіе стыка уголковъ.

Уголки большею частью перекрываются такими же накладками съ одиночнымъ перекрываніемъ заклепокъ. Вмѣсто угловыхъ накладокъ можно для перекрытія стыка взять двѣ отдѣльныя планки. Если стыки уголковъ пояса помѣщаются не въ одномъ



Черт. Q"

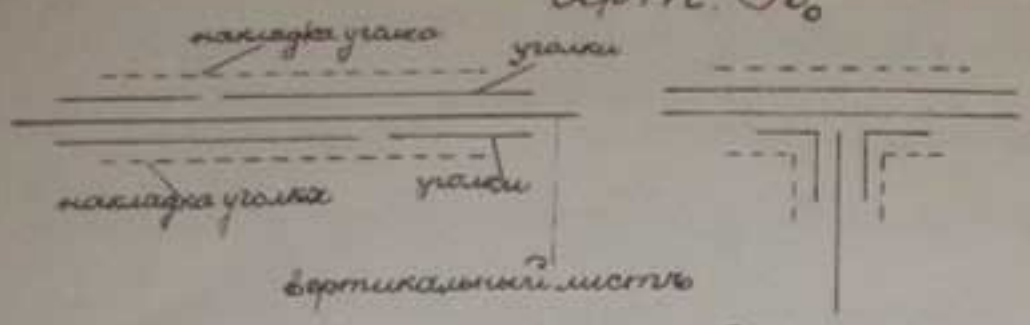
Масштабъ 1:20

Мостъ черезъ р. Лекъ

близъ Гохцоля

сѣченіи, то полезно ихъ на столько раздвинуть, что-бы вертикальныя полки перекрывались двумя накладками съ двойнымъ перекрываніемъ заклепокъ; разстояніе

Черт. R_0

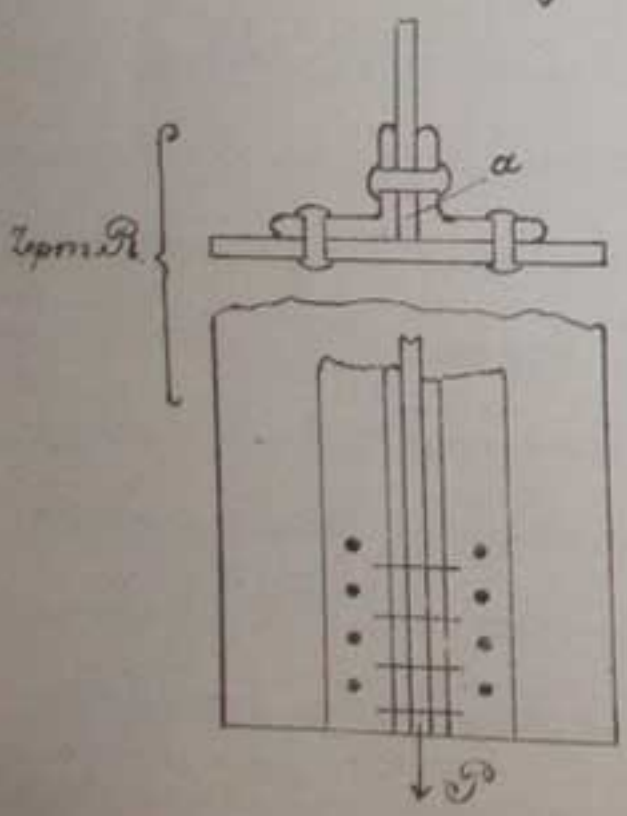


между стыками опредѣляется на основаніи тѣхъ же соображеній, кото-рыя изложены были выше. Если есть возможность перекрыть съ двухъ сторонъ стыки горизонтальныхъ полокъ уголковъ, то полезно это сдѣлать (Черт. R_0).

<u>Е.) Опредѣленіе количества заклепокъ для взаимнаго соединенія составныхъ частей поясовъ, раскосовъ и стоекъ.</u>

Вопросъ этотъ недостаточно еще разъясненъ, но казалось бы, можно руководствоваться слѣдующими соображеніями.

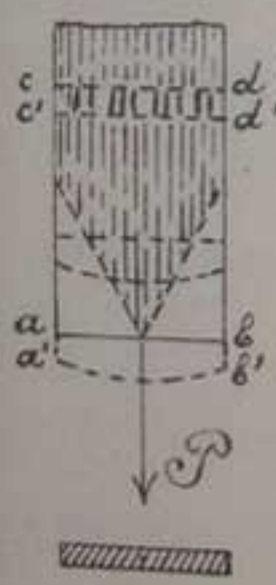
Если бы какая либо часть ферма была <u>постояннаго</u> сѣченія, какъ это имѣетъ мѣсто въ раскосахъ, и усиліе, развитое на части, пропорціональныя составнымъ частямъ, было бы приложено въ центрахъ тяжести къ каждой отдѣльной составной части, то



въ <u>вытянутой</u> части можно было бы обойтись безъ заклепокъ; въ сжатой же части заклепки были бы нужны для воспрепятствованія отдѣленію одной части отъ другой и для сопротивленія скалыванію при изгибѣ отъ бокового выпучиванія. Но если усиліе приложено къ <u>одной</u> какой-либо изъ

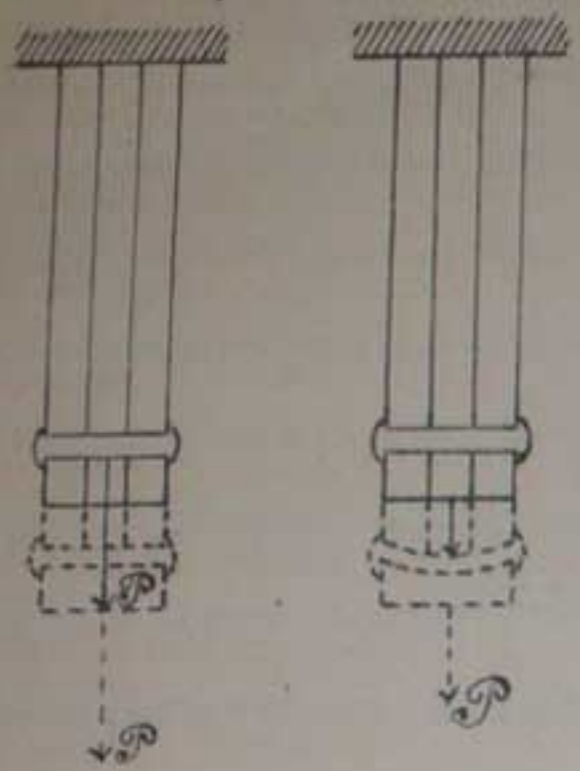
составныхъ частей и должно быть распредѣлено между всѣми частями, то эта передача можетъ быть сдѣлана только помощью заклепокъ. Напримѣръ, пусть полоса или раскосъ тавровый (Черт. R) и усиліе приложено въ центрѣ тяжести всего сѣченія, причемъ центръ тяжести помѣщается въ предѣлахъ вертикальнаго листа. Согласно общепринятой теоріи растяженіе должно быть въ этомъ случаѣ равномѣрное; слѣдовательно на уголки и на горизонтальный листъ передается доля усилія, пропорціональная ихъ сѣченіямъ. Передача усилія на все сѣченіе произойдетъ въ дѣйствительности, надо полагать, не въ концевомъ сѣченіи, а на нѣкоторомъ разстояніи отъ него. Такъ, напримѣръ, Если разсмотрѣть болѣе простой случай, напримѣръ, цѣльное прямоугольное сѣченіе (Черт. R'), то, вѣроятно, въ концевомъ сѣченіи усиліе приметъ только тѣми фибрами, къ которымъ оно непосредственно приложено и затѣмъ, благодаря боковому сцѣпленію, удлиненіе среднихъ фибръ будетъ увлекать за собою удлиненіе смежныхъ фибръ, т. е. распредѣлитъ усиліе по всему сѣченію. Такимъ образомъ, только на нѣкоторомъ разстояніи отъ сѣченія, гдѣ приложено усиліе, промежуточное сѣченіе cd (Черт. R') останется плоскимъ c'd'; концевое или ближайшія къ нему сѣченія образуютъ нѣкоторую криволинейную поверхность. Въ цѣльномъ сѣченіи передача совершается при посредствѣ бокового сцѣпленія, а въ составномъ сѣченіи – помощью заклепокъ

Черт. R'.



Пусть, напримѣръ, имѣемъ три полосы одинаковаго сѣченія съ усиліемъ, приложеннымъ къ средней полосѣ, причемъ полосы соединены однимъ рядомъ заклепокъ (Черт. R"). Если сѣченіе и матеріалъ заклепки таковы, что надавливаніе на нее сверху средней полосы при удлиненіи не вызываетъ въ ней замѣтнаго искривленія, то концевыя части заклепки опустятся внизъ на одинаково сколько и средняя часть; тогда, слѣдовательно, всѣ три полосы будутъ одинаково растянуты, т.е. усиліе распредѣлится пропорціонально площадямъ сѣченій. Если же сѣченіе и материалъ заклепки на столько несоотвѣтственны, что заклепки при передачѣ усилій покривятся, то не можетъ уже быть одинаковаго удлиненія всѣхъ трехъ полосъ; средняя полоса, какъ наиболѣе удлиняющаяся, будетъ болѣе напряжена; если сѣченіе ея таково, что она отъ этого перенапряженія не разорвется, то, поставивъ второй рядъ заклепокъ, можно снова передать часть избытка усилія на крайнія полосы и т.д., пока передаваемый избытокъ, который постепенно уменьшается, не вызоветъ никакого прогиба въ заклепкахъ, т.е. пока не достигнется одинаковаго удлиненія всѣхъ трехъ полосъ. Обыкновенно предполагается, что заклепки при передачѣ усилій не искривятся, если напряженіе въ нихъ не превосходитъ простого сопротивленія.

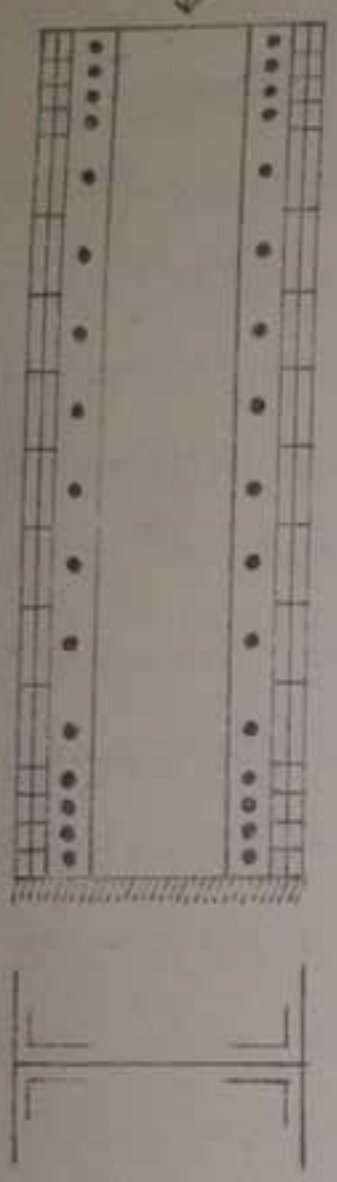
Черт. R".



Отсюда слѣдуетъ, что количество заклепокъ, необходимое для взаимной связи составныхъ частей растянутаго пояса или раскоса должно отвѣчать передаваемому на эти части усилію. Такъ, напримѣръ, въ данномъ примѣрѣ (черт. 88), если усиліе P, непосредственно приложенное къ вертикальному листу, слѣдуетъ распредѣлить между вертикальнымъ листомъ, уголками и горизонтальнымъ листомъ, то число перерѣзываній, заклепокъ, соединяющихъ вертикальный листъ и уголки, должно соотвѣтствовать усилію—передаваемому на уголки и на горизонтальный листъ—при равномѣрномъ распредѣленіи усилій; число же перерѣзываній заклепокъ, соединяющихъ уголки съ горизонтальнымъ листомъ—должно соотвѣтствовать усилію, приходящемуся на горизонтальный листъ. За помѣщеніемъ этой группы заклепокъ, всѣ остальныя заклепки по длинѣ составной части не составляютъ уже безусловной необходимости. Если бы раскосъ или поясъ были сжаты, то, при тѣхъ же условіяхъ, нельзя, однако, ограничиться только группой заклепокъ, которыя необходимы для распредѣленія усилія между всѣми составными частями; слѣдуетъ ставить заклепки и по всей длинѣ сжатой части; число и взаимное разстояніе между этими заклепками должно отвѣчать скалывающему усилію при изгибѣ отъ бокового выпучиванія. То же относится и къ случаю неравномѣрнаго вытягиванія, когда заклепки должны сопротивляться скалыванію при изгибѣ. Обыкновенно эти заклепки ставятъ на разстояніи

отъ 3" до 10". Заклепки же, служащія для распредѣленія усилія между всѣми составными частями, ставятъ чаще (черт. R'''), т.е. на такомъ взаимномъ разстояніи, которое отвѣчаетъ равенству между сопротивленіемъ срѣзыванію, смятію и выкалыванію листа.

Черт. R'''

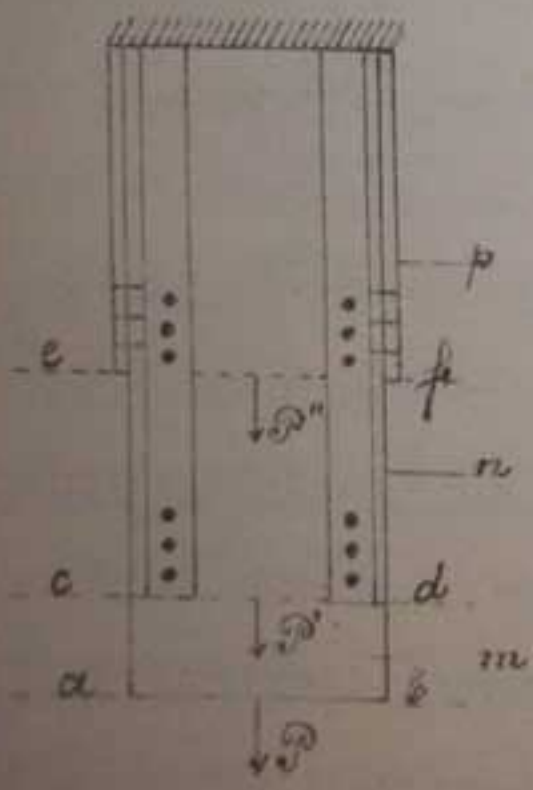


По концамъ сжатой части-заклепки слѣдуетъ ставить болѣе тѣсно, чѣмъ по серединѣ – такъ какъ по концамъ наибольшее скалывающее усиліе при продольномъ изгибѣ.

Разсмотримъ теперь болѣе сложный случай, когда составное сѣченіе вытянутой или сжатой части <u>измѣняется</u> по длинѣ и когда прибавляются послѣдовательно усилія, прилагаемыя постепенно только къ <u>одной</u> изъ составныхъ частей и которыя необходимо передавать на вновь накленываемыя части.

Такой случай имѣетъ мѣсто въ <u>поясахъ фермъ со сквозной стѣнкой.</u>

Черт. S



Положимъ (черт. S), что составной брусъ подвергается <u>вытягиванію</u> въ сѣченіи ab – усиліемъ P; въ сѣченіи cd усиліемъ: P + P', а въ сѣченіи ef – усиліемъ P + P' + P'', причемъ, для удовлетворенія условіямъ прочности при дѣйствіи усилій P, P+P' и P+P'+P'' необходимо имѣть соотвѣтственныя сѣченія изъ одного листа (m), изъ

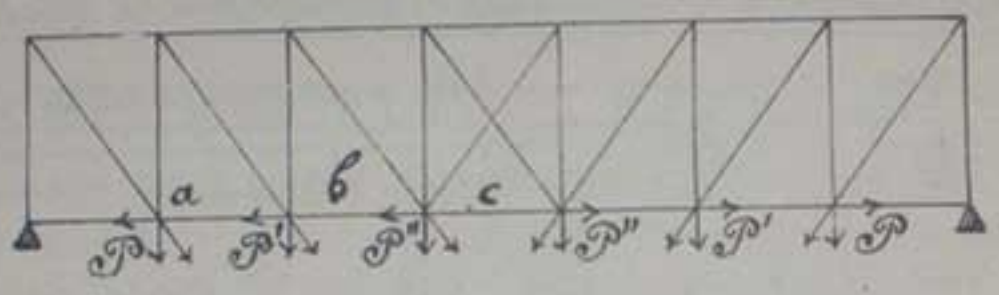
одного листа и четырехъ уголковъ (n), изъ листа, четырехъ уголковъ и двухъ листовъ (p). Такъ, что $P = R\omega$, $P' = R\omega'$, $P'' = R\omega''$, если ω, ω' и ω'' - сѣченія листа m, четырехъ уголковъ n и двухъ листовъ - p. Тогда количество заклепокъ, служащихъ для прикрѣпленія четырехъ уголковъ, опредѣляется изъ условія $P' = n' \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot R'$, причемъ на остальныхъ протяженіи, если брусъ подвергается равномѣрному вытягиванію, заклепки не необходимы. Затѣмъ въ сѣченіи ef, гдѣ прибавляется новое усиліе P'' — необходимо это усиліе передать сначала уголкамъ, а затѣмъ листамъ p. Слѣдовательно, число заклепокъ или перерѣзываній для передачи этого усилія найдется изъ $P'' = n'' \frac{\pi d^2}{4} R'$, гдѣ n'' - одинаковое число перерѣзываній при прикрѣпленіи уголковъ къ листу m и при прикрѣпленіи листовъ p къ уголкамъ. Если часть подвергается сжатію, то сохраняются тѣ же разсужденія, съ тѣмъ лишь отличіемъ, что необходимо поставить заклепки и на всемъ остальномъ протяженіи на разстояніи не менѣе 8" — 10".

Изъ приведенныхъ соображеній слѣдуетъ между прочимъ, что, пока не произошло полнаго распредѣленія между составными частями, всегда должно имѣть мѣсто на извѣстномъ протяженіи <u>перенапряженіе</u> въ нѣкоторыхъ составныхъ частяхъ. Такъ, въ приведенномъ примѣрѣ пока усиліе P' не передалось еще на уголки, <u>листъ m перенапряженъ</u> равнымъ образомъ, пока не произошла передача усилія P'' листамъ, — <u>перенапряжены листы m и уголки n</u>. Это слѣдуетъ имѣть ввиду при проек-

тированіи съченія поясовъ, стараясь по возможности уменьшить ихъ или другими мѣрами это не. избѣжное перенапряженіе.

Разсмотримъ, напримѣръ, нижній поясъ раскосной фермы (черт. Г). Усилія въ разныхъ панеляхъ пояса получаются путемъ накопленія усилій отъ горизонтальныхъ составляющихъ раскосовъ P, P' и P''. Пусть во второй панели, гдѣ дѣйствуетъ усиліе P — необходимо съченіе изъ вертикальнаго листа и двухъ уголковъ $(\omega_0 + 2\omega)$; въ третьей панели, гдѣ усиліе $P + P'$, необ-

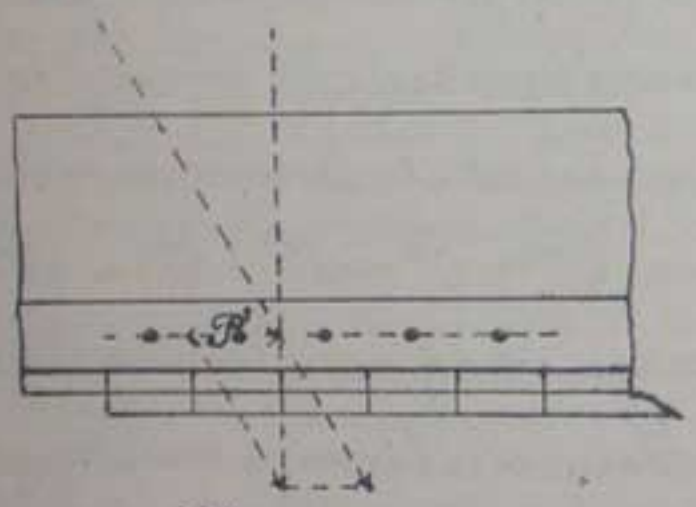
(черт Г)



a — ⊥|⊥ ; $P = R(\omega_0 + 2\omega)$.

b — ⊥|⊥ ; $P + P' = R(\omega_0 + 2\omega + \omega')$.

c — ⊥|⊥ ; $P + P' + P'' = R(\omega_0 + 2\omega + \omega' + \omega'')$.



ходимо прибавить первый горизонтальный листъ съченія $\omega' = \frac{P'}{R}$, а въ четвертой панели — съ усиліемъ $P + P' + P''$ необходимо прибавить второй горизонтальный листъ: $\omega'' = \frac{P''}{R}$. Для передачи усилія отъ листа чрезъ уголки первому горизонтальному листу, необходимо для каждой изъ передачъ всего n перерѣзываній: $n = \frac{P'}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot R'}$. Въ предѣлахъ протяженія, занимаемаго этими заклепками, будетъ извѣстное перенапряженіе вертикальнаго листа и уголковъ. Наибольшее перенапряженіе будетъ

передъ первой заклепкой. Въ этомъ сѣченіи полное напряженіе составитъ:

$$R_o = \frac{R\omega_o + P'}{\omega_o} = R + \frac{P'}{\omega_o}.$$

Если $\alpha P'$ есть доля усилія P', принятая первой заклепкой, то перенапряженіе уголковъ до передачи этого усилія $\alpha P'$ горизонтальному листу:

$$R_o' = \frac{R.2\omega + \alpha P'}{2\omega} = R + \frac{\alpha P'}{2\omega} \text{ и т. д.}$$

Равнымъ образомъ въ четвертой панели перенапряженіе вертикальнаго листа: $R_o = R + \frac{P''}{\omega_o}$;

перенапряженіе уголковъ: $R_o' = R + \frac{\alpha P''}{2\omega}$.

Такимъ образомъ <u>въ началѣ каждой панели повышенному, неизбѣжному перенапряженію матеріала въ вертикальномъ листѣ и въ поясныхъ уголкахъ.</u>

Выраженія R_o и R_o' показываютъ, что для уменьшенія этого напряженія необходимо или уменьшить значеніе членовъ: $\frac{P'}{\omega_o}$ и $\frac{P'}{2\omega_o}$, или уменьшить напряженіе R въ листѣ и въ уголкахъ на столько, чтобы уменьшенное R, сложенное съ $\frac{P'}{\omega_o}$ или $\frac{\alpha P'}{2\omega_o}$ не превосходило допускаемаго напряженія R.

Принимая первый пріемъ, необходимо такъ подобрать сѣченія вертикальнаго листа и уголковъ, чтобы изъ общаго усилія $P + P' + P''$ $P + P'$ на долю листа и уголковъ приходилась наибольшая часть усилія, т. е. выгодно увеличивать площадь сѣченія вертикальнаго листа и уголковъ, что при прочихъ одинаковыхъ условіяхъ сводится къ увеличенію ихъ толщины.

Второй пріемъ будетъ состоять въ уменьшеніи напряженія R въ вертикальномъ листѣ и въ уголкахъ, пока не произошла полная передача добавоч-

нaго усилія. Этого можно достигнуть двумя пріема-
ми:

α.) Удлинить горизонтальный листъ за предѣлы узла на длину полунакладки и соединить заклепками съ уголками. Тогда передъ узломъ напряженіе въ каждой составной части, а слѣдовательно и въ вертикальномъ листѣ и въ уголкахъ будетъ:
$(\mathfrak{R}) = \frac{\mathfrak{P}}{\omega_0 + 2\omega + \omega'}$, что менѣе $\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{P}}{\omega_0 + 2\omega}$
и слѣдовательно въ началѣ слѣдующей панели напряженіе въ вертикальномъ листѣ:

$$(\mathfrak{R}_0) = \frac{(\mathfrak{R}) \cdot \omega_0 + \mathfrak{P}'}{\omega_0} = (\mathfrak{R}) + \frac{\mathfrak{P}'}{\omega_0},$$

а въ уголкѣ:

$$(\mathfrak{R}_0') = \frac{(\mathfrak{R})\ 2\omega + (\mathfrak{P}')}{2\omega} = (\mathfrak{R}) + \frac{(\mathfrak{P}')}{2\omega}.$$

Это есть одна изъ причинъ почему всѣ добавляемые листы обыкновенно начинаютъ на длину полунакладки ранѣе узла.

β.) Можно увеличить сѣченіе вертикальнаго листа въ предѣлахъ передачи усилія накленкой накладки сѣченія $\Omega = \frac{\mathfrak{P}'}{\mathfrak{R}}$; тогда:
$(\mathfrak{R}_0) = \frac{\mathfrak{R}\,\omega_0 + \mathfrak{P}'}{\omega_0 + \Omega}$, что менѣе $\mathfrak{R}_0 = \mathfrak{R} + \frac{\mathfrak{P}'}{\omega_0}$. За-
тѣмъ этотъ пріемъ является самъ собою, когда для удобства прикрѣпленія раскосовъ, вертикальный листъ приходится заключать фасонной вставкой, но это въ сосѣдствѣ поясовъ не особенно желательно.(*)

Естественно, что выгодно, по возможности, умень-
шить протяженіе, гдѣ имѣется листъ перемѣнаго-

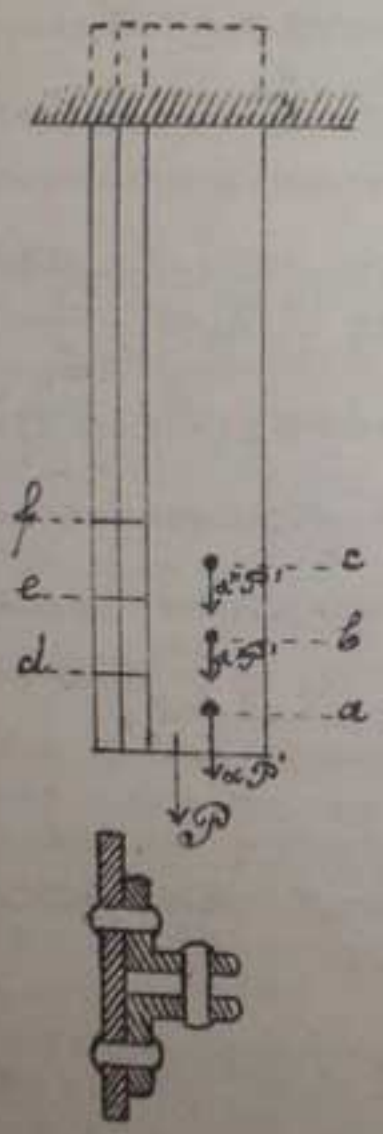
(*) Польза увеличенія толщины поясныхъ уголковъ видна еще изъ слѣдующаго соображенія. Усилія $\alpha\mathfrak{P}'$, $\alpha'\mathfrak{P}'$, $\alpha''\mathfrak{P}'$,... .

нение. Наименьшее протяжение будетъ, однако, ограничено наименьшимъ продольнымъ разстояніемъ между заклепками. Этимъ, вѣроятно, объясняется почему во многихъ заграничныхъ мостахъ заклепки въ начальныхъ панеляхъ разставлены болѣе тѣсно чѣмъ на остальномъ протяженіи панели.

Такимъ образомъ передача въ узлахъ усилій отъ раскосовъ горизонтальнымъ листамъ пояса черезъ вертикальные листы и поясные уголки вызываетъ въ на-

---

(черт. S') , получаемыя полкой уголка отъ вертикальнаго листа черезъ заклепки a, b, c – должны быть переданы черезъ заклепки d, e, f горизонтальному листу, предполагая при этомъ, что уголокъ подверженъ равномѣрному вытягиванію усиліемъ P. Переносъ добавочнаго усилія изъ одного ряда заклепокъ на другой, параллельный, можетъ быть сдѣланъ

(Черт. S'). не иначе какъ путемъ появленія пары силъ съ моментами $pa\mathfrak{P}$, $pa'\mathfrak{P}'$, $pa''\mathfrak{P}''$, ... гдѣ p – плечо момента разстояніе между заклепочными отверстіями на объихъ полкахъ. Добавочное напряженіе будетъ, очевидно, тѣмъ менѣе, чѣмъ болѣе при одинаковыхъ прочихъ условіяхъ толщина угольковъ. [Здѣсь нужно взять въ расчетъ напряженіе при расположеніи силы внѣ центра и внѣ главныхъ осей сѣченія]. a

Необходимость увеличенія толщины угольковъ сказывается также въ уголкахъ, прикленываемыхъ не во всю длину пояса, т.е. не подвергающихся ни вытягиванію, ни сжатію, а служащихъ лишь для передачи усилія листамъ пояса.

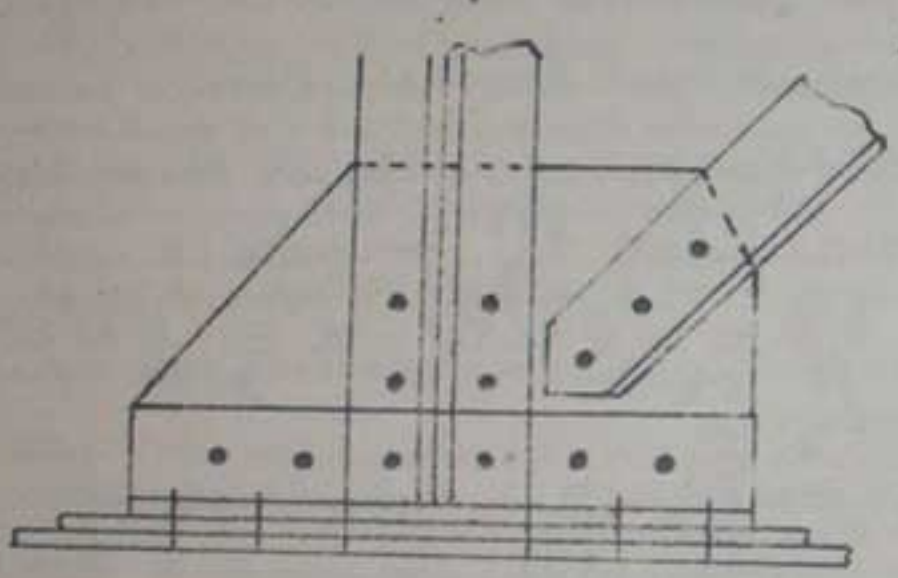
Здѣсь уголокъ находится въ условіяхъ балки, защемленной однимъ концомъ въ стѣну, ось нормальнаго къ длинѣ

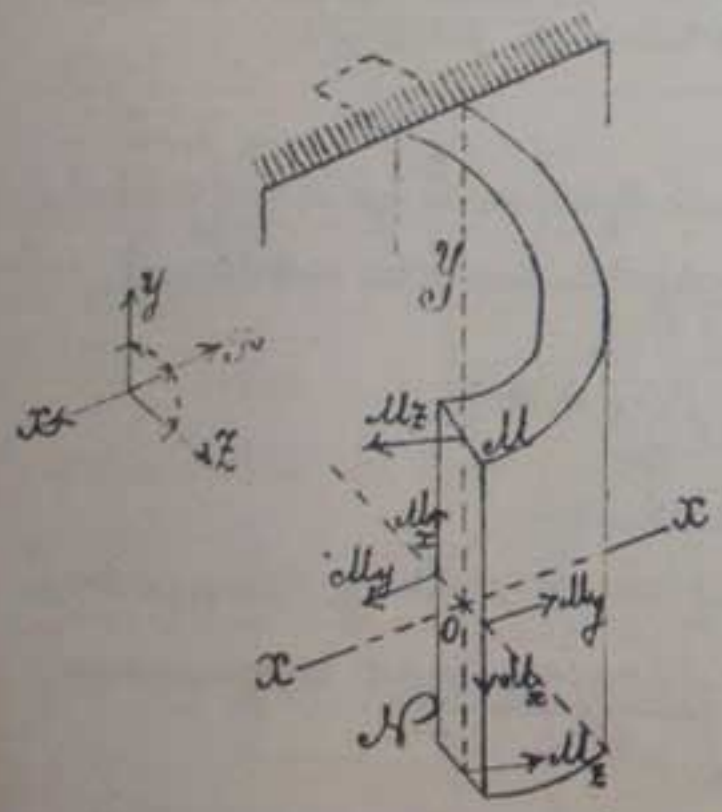
a См. Справ. кн.

чалъ каждой панели, неизбѣжное перенапряженіе матерьяла въ вертикальномъ листѣ и въ уголкахъ; въ послѣднихъ появляется еще другое дополнительное напряженіе вслѣдствіе необходимости передачи усилій отъ линій заклепокъ одной полки на заклепки другой полки уголка. Дополнительныя напряженія такого рода могутъ быть уменьшены путемъ увеличенія сѣченія листа и уголковъ, за счетъ уменьшенія сѣченія горизонталь-

---

ныхъ усилій сѣченія коихъ представляютъ не прямую линію, а какую-нибудь кривую. Если мысленно пересѣчь такую балку плоскостью нормальной къ касательной къ оси бруса и разсмотрѣть дѣйствіе какой-нибудь силы P на полученное сѣченіе MM-балки, то представляются слѣдующія соображенія. Примемъ начало координатъ въ центрѣ тяжести сѣченія, причемъ пусть оси $y^{=}$ и $z^{=}$ находятся въ этомъ сѣченіи, а ось $x^{=}$ нормальна къ касательному сѣченію. Предположимъ далѣе, что оси $y^{=}$ и $z^{=}$ вмѣстѣ съ тѣмъ оси симметріи сѣченія. Если составляющія силы P, продолженной до встрѣчи съ плоскостью MM, т.е. силы P_x, P_y и P_z, будутъ перенесены въ центръ тяжести сѣченія, то составляющія P_y и P_z вызовутъ дополнительный моментъ M_x съ плоскостью дѣйствія въ сѣченіи MM;





ныхъ листовъ или пластинъ увеличением сѣченія. Дополнительныя напряженія второго рода (въ уголкахъ) уменьшаются только путемъ увеличенія толщины уголковъ. Поэтому казалось бы, что вертикальные листы и поясные уголки, помимо другихъ соображеній, слѣдуетъ избѣгать дѣлать тонкими. Если бы поясные уголки подвергались лишь равномѣрному сжатію или вытягиванію, то при двухъ уголкахъ толщина ихъ при

а перенось составляющей P_x вызоветъ два момента: M_y съ плоскостью дѣйствія въ XOZ и моментъ M_z съ плоскостью дѣйствія въ плоскости YOX.

Если далѣе для какого либо элемента сѣченія съ координатами y и z, N - напряженіе при вытягиваніи или сжатіи, вызванное какъ непосредственнымъ вытягиваніемъ или сжатіемъ усиліемъ P_x, такъ и моментами M_x и M_y, если $B = \int z^2 d\omega$, $C = \int y^2 d\omega$, то $N = \pm \frac{P_x}{\omega} \pm M_y \cdot \frac{z}{B} \pm M_z \cdot \frac{y}{C}$.

Моментъ M_x вызываетъ скручиваніе и наибольшее напряженіе отъ этого скручивающаго момента выражается для прямоугольнаго сѣченія такъ:

$$\max \tau = \frac{3}{2} \frac{M_x}{b^2 c} \quad (*)$$

если b-наименьшее изъ двухъ измѣреній прямоугольника в пс. Собственно для прямоугольнаго сѣченія наибольшее значеніе напряженія:

$$\max. \tau = \frac{3\sqrt{b^2 + c^2}}{b^2 \cdot c^2} \cdot M_x \quad (**)$$

Вліяніемъ силъ P_y и P_z - пренебрегаемъ.

Что касается общаго напряженія отъ совокупнаго дѣйствія N и τ, то, какъ ниже (въ главѣ о болтовыхъ соединеніяхъ) будетъ показано: $R_0 = \frac{3}{8} N + \frac{5}{8} \sqrt{N^2 + 4\tau^2}$

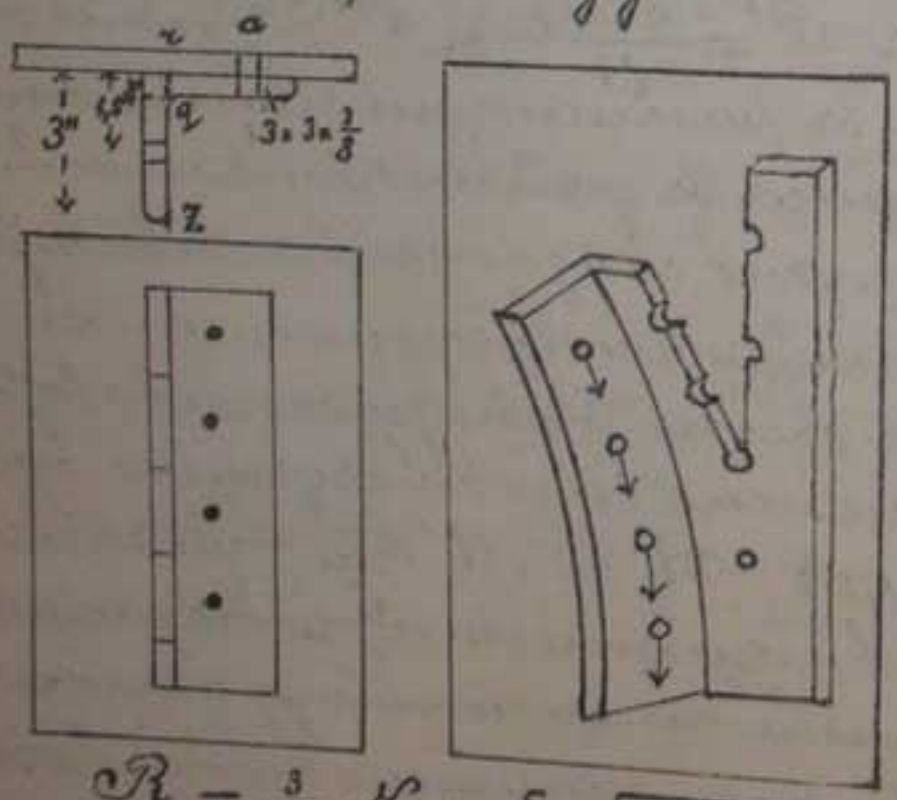
(*) Grashof: Theorie der Elasticität (Стран. 140 и 293)

(**) См. Reuleaux, die Hütte и др. справочныя книжки.

данной разстояніи между заклепками повърялась бы лишь на выкалываніе и слъдовательно толщина ихъ могла бы быть вдвое менъе толщины вертикальнаго листа, а при одной уголкъ - толщину слъдовало бы дълать равной толщинъ листа. Но такъ какъ поясной уголокъ подвергается не извъстнаго протяженія неравномърному сжатію или вытягиванію, то вызываемое этимъ дополнительное напряженіе должно быть понижено пуще

[См. Grashof Theorie der Elasticität. Стр. 38 и 295, гдъ дана формула: $R_0 = \frac{m-1}{2m} N + \frac{m+1}{2m}\sqrt{N^2+4T^2}$, въ которой Grashof полагаетъ $m=3$, причемъ $R_0 = \frac{N}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{N^2+4T^2}$. Если же согласно S. Venant'y $m=4$, то $R_0 = \frac{3}{8}N + \frac{5}{8}\sqrt{N^2+4T^2}$]

Возьмемъ примъръ. Пусть на уголокъ съченія $3\times3\times\frac{3}{8}$ и длиною 20", приклепанный къ стънъ, передается 4 заклепками усиліе $4\times140 = 560^{пуд.}$, приложенное къ другой свободной полкъ уголка. Это усиліе вызываетъ сгибающій моментъ относительно съченія pq, скручивающій моментъ относительно съченія qr и затъмъ сгибающій и скручивающій моменты относительно съченія a, которое и будетъ самымъ опаснымъ съченіемъ



Такъ какъ сила $P = 560^{пуд.}$ параллельна оси y'овъ, то

$P_x = 0;\ P_y = 560;\ P_z = 0.$

$M_x = 560\left(1,5 - \frac{3}{16}\right) = 635^{п.д.}$

$M_y = 0.$

$M_z = 560\left(1,5 - \frac{3}{16}\right) = 635^{п.д.}$

$N = M_x \frac{y}{C} = \frac{635\cdot 6}{\frac{3}{8}\times 20^2} = 25,40\ \frac{пуд}{дюйм^2}.$

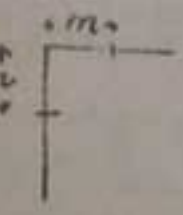
$T = \frac{q}{2}\cdot\frac{M_x}{b^2 C} = \frac{q}{2}\cdot\frac{635}{\left(\frac{3}{8}\right)^2\cdot 20} = 10,17^{пуд.}$

$R_0 = \frac{3}{8}N + \frac{5}{8}\sqrt{N^2+4T^2} > \frac{5}{4}T$ т.е. $> 12,70\ \frac{пуд}{дюйм^2}.$

Это напряженіе имъло бы, вѣроятно, много, если бы

увеличения размѣровъ и преимущественно толщины уголка и можетъ быть только было бы не менѣе чѣмъ $3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} \times \frac{7}{16}$". Поэтому можно бы рекомендовать такое правило: При составленіи сѣченія пояса полезно увеличивать толщины вертикальнаго листа и уголковъ причемъ при двойныхъ уголкахъ толщина ихъ должна быть не менѣе толщины листа, если послѣдняя не превосходитъ $\frac{1}{2}$" и во всякомъ случаѣ толщина должна

уголокъ находился въ тѣхъ условіяхъ, какъ это предположено. Въ узлахъ мостовыхъ фермъ условія нѣсколько иныя. Жесткій раскосъ или стойка препятствуютъ возможности проявленія этого скручивающаго момента въ полной силѣ, но нѣкоторая доля этого момента вполнѣ обнаруживаетъ свое вліяніе. Такъ напримѣръ, если балка, задѣланная однимъ концомъ въ стѣнку и свободная на другомъ, подвергается дѣйствію усилія P, то стрѣла прогиба $f = \frac{Pl^3}{3EJ}$ и напряженіе въ опасномъ сѣченіи $R = Pl \cdot \frac{z}{J}$. Если подъ свободный конецъ подставить опору на разстояніи $f' < f$ отъ свободнаго конца, то при дѣйствіи силы P - брусъ прогнется на величину f' съ напряженіемъ $R' = P'l \cdot \frac{z}{J}$, гдѣ $P' = \frac{3EJf'}{l^3} < P$. Подобное же имѣетъ мѣсто, вѣроятно, и въ разсматриваемомъ случаѣ. Какъ великъ проявляющійся въ дѣйствительности скручивающій моментъ - трудно сказать: все зависитъ отъ податливости склепки, жесткости планки, стойки и проч. Можетъ быть, во имя этого обстоятельства, напряженіе можно было бы грубымъ путемъ оцѣнить по формулѣ: $R = M' \cdot \frac{z}{J}$, причемъ $M' = P(n+m) = Pl$, гдѣ l - фиктивное плечо момента, n и m - сумма плечъ по обводу уголка. Слѣдовательно, M' - фиктивный моментъ, вызывающій то же напряженіе, какъ совокупное



быть не менѣе $\frac{7}{16}$"; при большей толщинѣ листа, толщина уголка должна быть не менѣе $\frac{3}{4}$ большей толщины пояса и во всякомъ случаѣ не менѣе $\frac{1}{2}$".

Уголки съ широкими полками (отъ 5" и больше) допуска. ющими помѣщеніе двухъ рядовъ заклепокъ, имѣютъ значительно преимущество предъ уголками съ од- нимъ рядомъ заклепокъ. [Въ сооруженномъ недавно въ Америкѣ Memphis bridge – размѣры полокъ уго. ковъ $6 \times 6 \times \frac{7}{8}$". Въ мостѣ чрезъ р. Дунай близъ Черновод-

---

дѣйствіе сгибающаго и скручивающаго моментовъ. Замѣтимъ здѣсь, кстати, что если бы поперечное вертикальное сѣченіе уголка было не прямоугольное, а круго. вое, то, замѣняя въ точной формулѣ $R = \frac{3}{8} N + \frac{5}{8}\sqrt{N^2 + 4T^2}$, ея значеніями: $N = M \cdot \frac{z}{J} = P_m \cdot \frac{32}{\pi d^3}$

$$T = M'' \cdot \frac{\varrho}{J_\varrho} = P_r \cdot \frac{16}{\pi d^3}, \text{ такъ какъ}$$

$$J_\varrho = 2J = \frac{2\pi d^4}{64} = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$R = M' \cdot \frac{z}{J} = Pl \cdot \frac{32}{\pi d^3},$$

гдѣ l – неизвѣстное фиктивное плеча момента. Тогда:

$$\frac{Pl \cdot 32}{\pi d^3} = \frac{3}{8} P_m \frac{32}{\pi d^3} + \frac{5}{8}\sqrt{\left(\frac{P_m 32}{\pi d^3}\right)^2 + 4\left(\frac{P_r \cdot 16}{\pi d^3}\right)^2}$$

или:

$$l = \frac{3}{8} m + \frac{5}{8}\sqrt{m^2 + n^2}.$$

Для квадрата:

$$\frac{J_\varrho}{\varrho} = \frac{h^3}{3\sqrt{2}}$$

Слѣдовательно: $N = \frac{P_m 6}{h^3}$; $T = \frac{P_r 3\sqrt{2}}{h^3}$; $R = Pl \cdot \frac{6}{h^3}$.

$$Pl\frac{6}{h^3} = \frac{3}{8} \cdot P_m \frac{6}{h^3} + \frac{5}{8}\sqrt{\left(\frac{P_m 6}{h^3}\right)^2 + 4\left(\frac{3\sqrt{2} P_r}{h^3}\right)^2}$$

или: $l = \frac{3}{8} m + \frac{5}{8}\sqrt{m^2 + 2n^2}$

Для прямоугольнаго сѣченія получится болѣе сложная формула. Напримѣръ, для того, чтобы $l = m + n$, какъ это было принято при плеча, т. е. чтобы:

толщина вертикальнаго листа и двойныхъ уголковъ $\frac{9}{16}$". Уголки съ широкими полками встрѣчаются въ Американскихъ мостахъ не только въ частяхъ главныхъ фермъ, но также и въ прикрайней части].

F) О центрированіи раскосовъ.

Для равномѣрнаго напряженія поясовъ фермы, обыкновенно направляютъ осевую линію раскосовъ къ точкѣ пересѣченія осевыхъ линій стойки (или другого раскоса) и пояса. Повидимому, при такихъ условіяхъ нельзя достигнуть равномѣрнаго напряженія, такъ какъ по линіи центра тяжести пояса будетъ направлена только одна вновь добавленная составляющая, а не равнодѣйствующая

$$Pl.\frac{z}{J} = \frac{3}{8}Pm\frac{z}{J} + \frac{5}{8}\sqrt{(Pm\frac{z}{J})^2 + 4(Pn\frac{\varrho}{J_0})^2} = P(m+n)\frac{z}{J}$$

необходимо, чтобы:

$$\sqrt{(m\frac{z}{J})^2 + 4(n\frac{\varrho}{J_0})^2} = m\frac{z}{J} + \frac{3}{5}n\frac{z}{J}$$

или:

$$\cancel{m^2\frac{z^2}{J^2}} + 4n^2\frac{\varrho^2}{J_0^2} = \cancel{\frac{m^2z^2}{J^2}} + \frac{16}{5}mn\frac{z^2}{J^2} + \frac{64}{25}n^2\frac{z^2}{J^2}$$

Но:

$$\frac{z}{J} = \frac{6}{bh^2}\ ;\ \frac{\varrho}{J_0} = \frac{3\sqrt{b^2+h^2}}{b^2h^2}$$

Слѣдовательно:

$$\frac{4n^2\cdot 9(b^2+h^2)}{b^4h^4} = \frac{16}{5}mn\cdot\frac{36}{b^2h^4} + \frac{64}{25}n^2\cdot\frac{36}{b^2h^4}$$

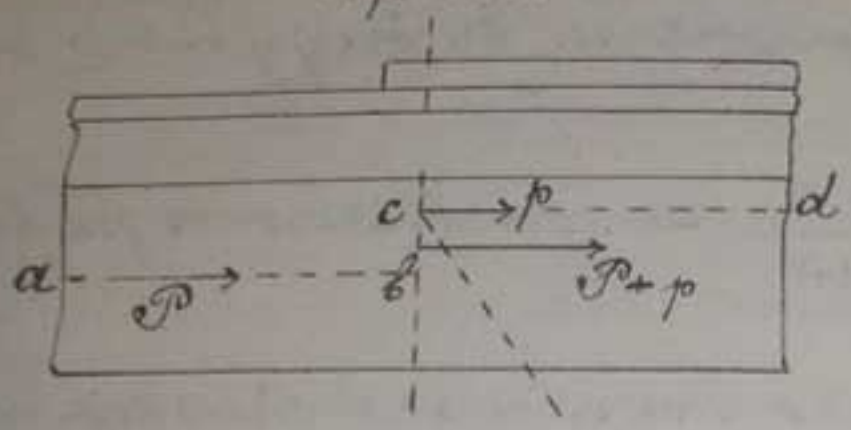
$$\frac{n(b^2+h^2)}{b^2} = \frac{16}{5}m + \frac{64}{25}n$$

При $m = n$; $b^2+h^2 = \frac{145}{25}b^2$; $b = h\sqrt{\frac{25}{119}} = 0{,}46h$

Но очевидно $b = \frac{3}{8}h$ значительно менѣе $h = 20"$ и слѣдовательно въ приближеніи къ короткимъ уголкамъ фиктивное плечо слѣдовало бы брать значительно больше суммы двухъ плечъ, но, въ виду представляемаго стойкой нѣкотораго сопротивленія проявленію полнаго скручивающаго момента, можетъ быть ошибка фиктивнаго плеча въ видѣ суммы двухъ плечъ допустима какъ грубое приближеніе

изъ усилій: добавляемаго и переходящаго изъ предыдущей панели. Необходимо направлять осевую линію раскосовъ къ точкѣ пересѣченія осевыхъ линій стойки вновь добавленной части пояса. Такъ, напримѣръ, если (черт. 1) ab есть осевая линія пояса въ предыдущей панели, вдоль которой направлено усиліе P, а cd осевая линія пояса въ слѣдующей панели, причемъ усиліе p- доставленное раскосомъ, направленно по этой линіи, то равнодѣйствующая P+p- будетъ, очевидно вѣсь линіи центра тяжести пояса разсматриваемой панели и

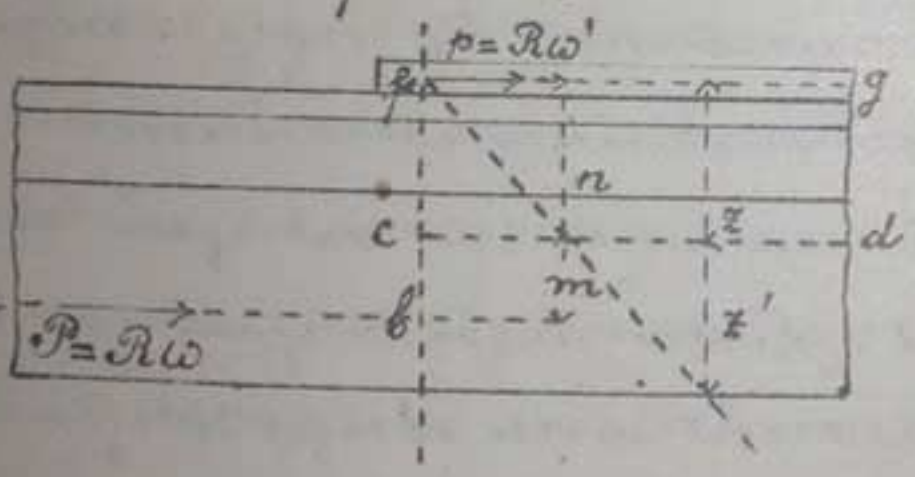
Черт. 1



напряженіе не можетъ быть равномѣрнымъ.

При указанномъ же на (черт. 2) направленіи осевой линіи раскоса напряженіе будетъ равномѣрнымъ.

Черт. 2



Если ab, cd и fg соотвѣтственныя осевыя линіи пояса въ предыдущей панели, въ разсматриваемой панели и вновь добавленной части; ω и ω'- площади сѣченія: пояса въ предыдущей панели и добавленнаго листа, то, на основаніи свойствъ центра тяжести:

$$\omega . m = \omega' . n; \quad R\omega m = R\omega' n; \quad P . m = p n.$$

Если J- моментъ инерціи сѣченія пояса въ разсматриваемой панели, взятый относительно оси, проходящей чрезъ центръ тяжести, то напряженія

в верхнем и нижнем волокне, вызванные усилием P:

$$S = \frac{P}{\omega+\omega'} - Pn.\frac{z}{J} \; ; \quad S' = \frac{P}{\omega+\omega'} + Pn.\frac{z'}{J}.$$

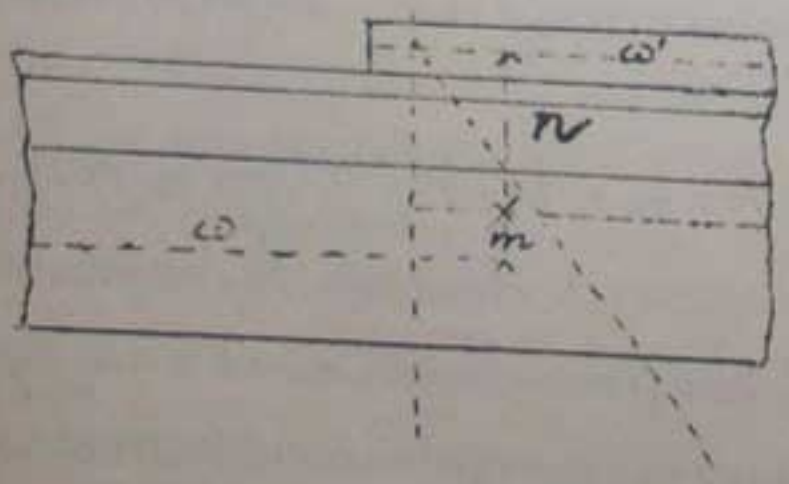
Напряжения в тех же волокнах, вызванные усилием p:

$$S_1 = \frac{p}{\omega+\omega'} + pn\frac{z}{J} \; ; \quad S_1' = \frac{p}{\omega+\omega'} - pn.\frac{z'}{J}$$

Следовательно общее напряжение в виду того, что $Pn = pn$,

$$S_0 = S + S_1 = S' + S_1' = \frac{P+p}{\omega+\omega'}$$ — отвечает равномерному напряжению.

Вышеприведенное правило остается справедливым лишь до тех пор пока: $\frac{P}{p} = \frac{\omega}{\omega'}$, т.е. пока сжатие добавленной части пояса отвечает тому же напряжению, как и сжатие пояса в предыдущей панели. Если же предположить, что в добавленном сечении имеется известный запас, т.е что $P = R.\omega$ тр. $= R'\omega'$, где $R' < R$, то осевая линия распора должна быть направлена еще круче, а именно - к точке пересечения ее стойки с линией параллельной линии общего центра тяжести и отстоящей от нея на: $n.\frac{R}{R'}$, где n - расстояние центра тяжести добавочного сечения от общего центра тяжести.



Действительно, на основании свойств центра тяжести: $\omega'.m = \omega'.n$

Вставляя вместо ω и ω' их значения, получим:

$$\frac{P}{R}.m = \frac{p}{R'}.n.$$

$$Pm = p\ n.\ \frac{R}{R'}$$

Следовательно, для того чтобы равнодействующая силъ Pm p и въ этомъ случаѣ была направлена по линіи общаго центра тяжести, необходимо, чтобы p было приложено на разстояніи n. $\frac{R}{R'}$, гдѣ болѣе n.

Опредѣленіе діаметра болта въ нарѣзныхъ соединеніяхъ мостовой фермы.

Поперечные размѣры болта должны быть такъ разсчитаны, чтобы стѣнки (кромки) болтоваго отверстія въ соединяемыхъ частяхъ не сминались и чтобы болтъ представлялъ достаточное сопротивленіе перерѣзыванію и изгибу. Первое условіе не имѣетъ ничего общаго съ двумя послѣдними и поэтому, опредѣливъ размѣры болта такъ, чтобы удовлетворены были два послѣднихъ требованія, провѣряютъ, выполнено-ли первое условіе. Замѣтимъ при этомъ, что, если бы это условіе не было удовлетворено, то діаметръ болта можно оставить безъ измѣненія, увеличивъ соотвѣтственно толщину полосы, если только этому не препятствуютъ другія какія либо соображенія.

Діаметръ болта опредѣляется изъ того условія, чтобы напряженіе, проявляющееся при одновременномъ дѣйствіи перерѣзыванія и изгиба, не превосходило допускаемаго напряженія.

Опредѣленіе напряженія, при совокупномъ дѣйствіи обѣихъ причинъ, довольно сложно и поэтому нѣтъ возможности опредѣлить діаметръ болта въ зависимости отъ удовлетворенія порознь каждому изъ

требований и затѣмъ выбираютъ наибольшее значеніе діаметра.

Приведемъ оба способа разсчета, начавъ съ послѣдняго, какъ наиболѣе простого.

Пусть δ – толщина полосы, P – усиліе, передаваемое полосой, R – прочное сопротивленіе разрыву или раздробленію, R' – прочное сопротивленіе срѣзыванію, R'' – прочное сопротивленіе смятію [причемъ: $R'' = 2R$, а по Герберу при тщательной работѣ: $R'' = 2R$; $R' = (0{,}75 - 0{,}80)R$], Q – наибольшее значеніе перерѣзывающаго усилія, M – наибольшее значеніе момента, d_1, d_2, d_3 различныя значенія діаметра болта, удовлетворяющія порознь требованію сопротивленія смятію, перерѣзыванію и изгибу. Тогда:

$$d_1 = \frac{P}{\delta \cdot R''} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Затѣмъ $\frac{\pi d_2^2}{4} \cdot R' = Q$, откуда:

$$d_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{R'}} = 1{,}13\sqrt{\frac{Q}{R'}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Наконецъ:

$$\frac{\pi d_3^3}{32} \cdot R = M, \text{ откуда:}$$

$$d_3 = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi}} \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{R}} = 2{,}17\sqrt[3]{\frac{M}{R}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

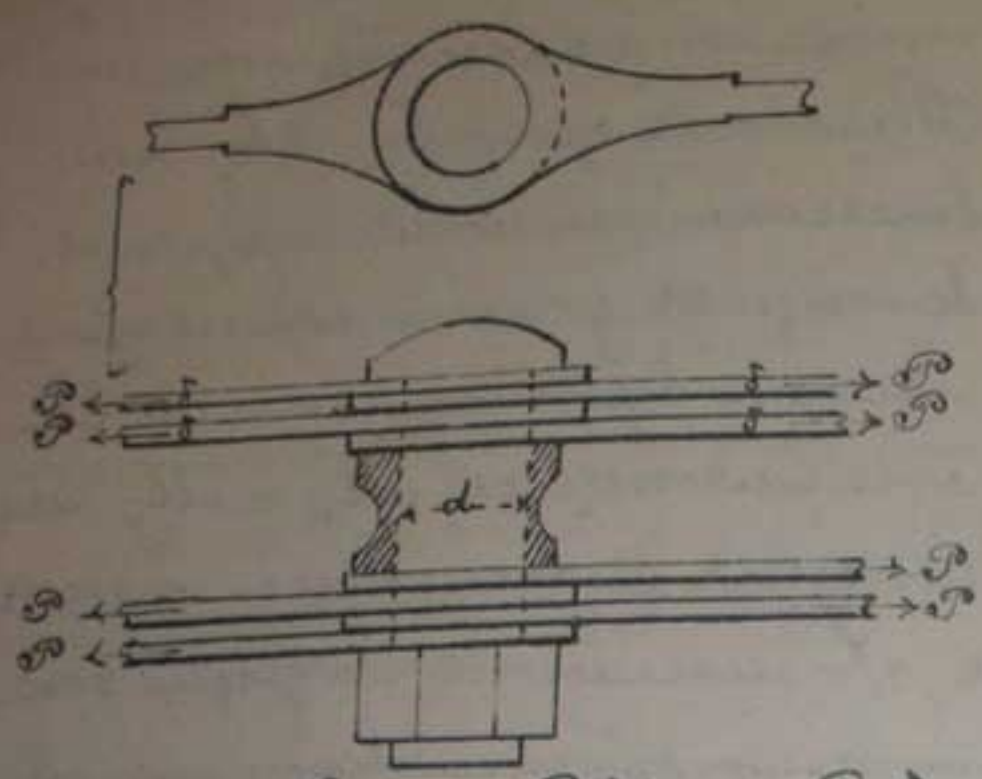
Изъ трехъ значеній d, опредѣляемыхъ по формуламъ: (1), (2) и (3), слѣдуетъ выбрать наибольшее.

Разсмотримъ нѣсколько случаевъ.

а.) Пусть звенья расположены во взаимно-параллельныхъ плоскостяхъ, попарно одно возлѣ другого, какъ показано на чертежѣ, причемъ направленія звеньевъ взаимно-параллельны.

Наибольшее значеніе Q – будетъ, очевидно, P – такъ какъ при переходѣ отъ одного сѣченія къ другому

имѣетъ послѣдовательно слѣдующія значенія перерѣзывающаго усилія: P; 0, P; 0.



Полагая далѣе, что усиліе расположено по оси каждаго звена, наибольшее значеніе M будетъ, очевидно $M = P.2\delta$, такъ какъ имѣемъ послѣдовательно:

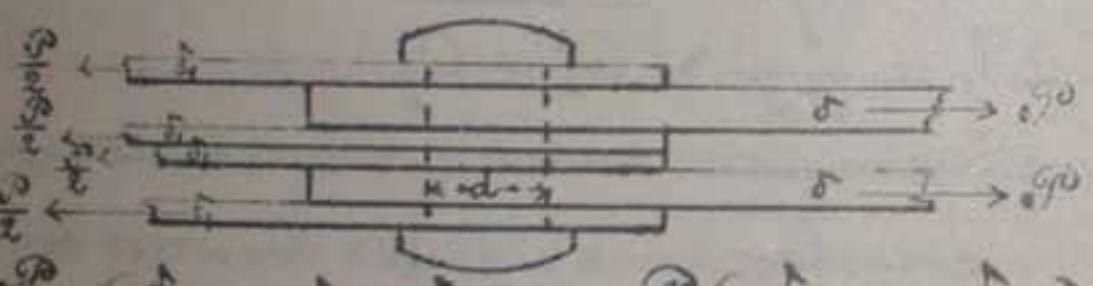
$$0;\ P.\delta;\ (P.2\delta - P.\delta) = P.\delta;\ (P.3\delta - P.2\delta + P\delta) = P.2\delta.$$

Поэтому:

$$d_1 = \frac{P}{\delta.R''};\quad d_2 = 1,13\sqrt{\frac{P}{R'}};\quad d_3 = 2,17\sqrt[3]{\frac{2P.\delta}{R}} \quad \ldots\ (4)$$

б.) Пусть каждая группа звеньевъ состоитъ изъ трехъ звеньевъ и всего двѣ группы.

Послѣдовательныя значенія перерѣзывающаго усилія: $\frac{P}{2}$; $-\frac{P}{2}$, 0. Слѣдовательно: maxim. $Q = \frac{P}{2}$.



Послѣдовательныя значенія моментовъ:

$$0;\ \frac{P}{2}\left(\frac{\delta_1}{2} + \frac{\delta_2}{2}\right);$$

$$\frac{P}{2}\left(\frac{\delta_1}{2} + \delta + \frac{\delta_1}{2}\right) - P\left(\frac{\delta}{2} + \frac{\delta_1}{2}\right) = 0.$$

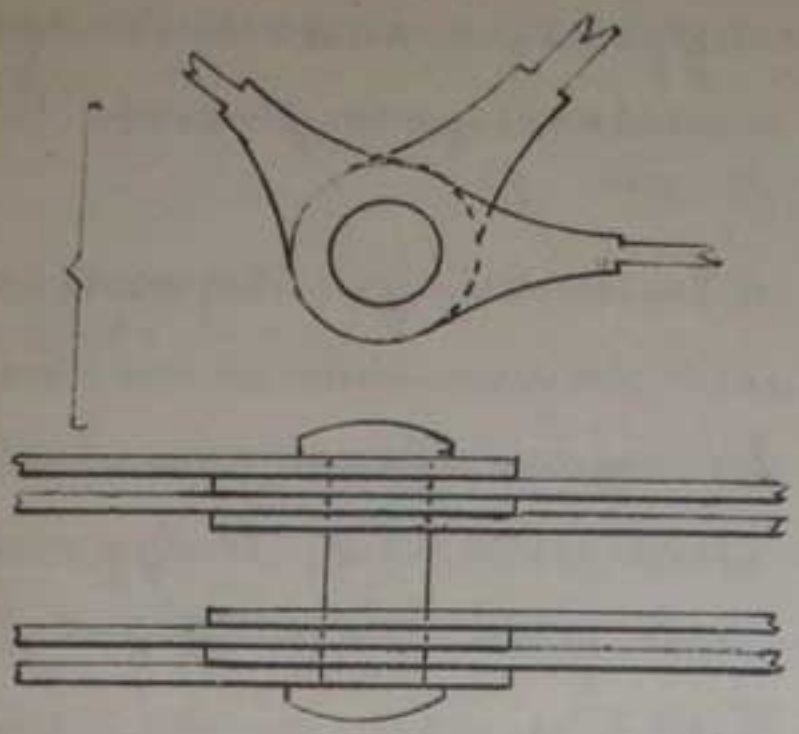
Слѣдовательно maxim $R = P\frac{(\delta_1+\delta)}{4} = \frac{P.3\delta}{8}$, если $\delta_1 = \frac{\delta}{2}$.

Поэтому:

$$d_1 = \frac{P}{\delta R''},\ \text{или:}\ d_1 = \frac{\frac{P}{2}}{\delta_1 R''},\ \text{если}\ \delta_1\ \text{не равно}\ \frac{\delta}{2},$$

$$d_2 = 1,13\sqrt{\frac{P}{2R'}};\quad d_3 = 2,17\sqrt[3]{\frac{3P\delta}{8R}},\ \text{или}\ d_3 = 2,17\sqrt[3]{\frac{P(\delta_1+\delta)}{4R}} \quad \ldots\ (5)$$

в.) Пусть звенья расположены во взаимно параллельныхъ плоскостяхъ (нормальныхъ къ продольной оси болта) и пусть они составляютъ между собою произвольные углы.



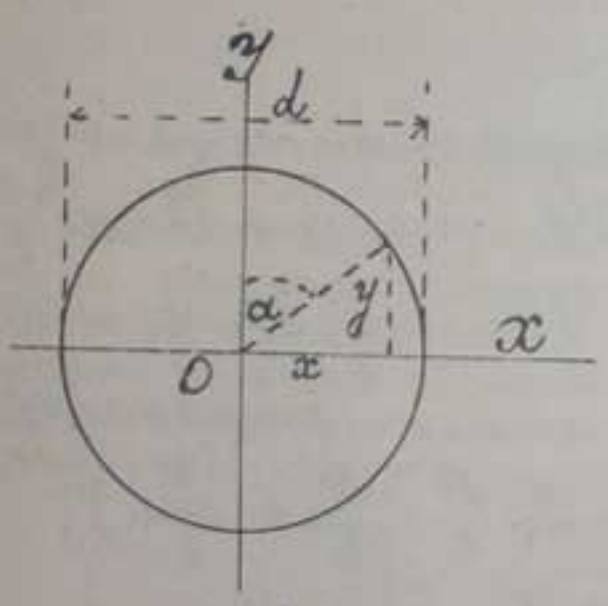
Разложимъ каждое изъ усилій на горизонтальную и вертикальную составляющія. Назовемъ чрезъ Q_x и Q_y наибольшія значенія перерѣзывающихъ усилій горизонтальныхъ и вертикальныхъ составляющихъ, M_x и M_y наибольшія значенія моментовъ тѣхъ же составляющихъ, $\mathcal{J}$ – моментъ инерціи болта относительно горизонтальной или вертикальной оси. Тогда, очевидно: $d_1 = \frac{\mathcal{P}}{\delta \cdot R''}$,

$$d_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{Q}{R_1}} = 1{,}13\sqrt{\frac{Q}{R_1}} = 1{,}13\sqrt{\frac{1}{R_1}\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}} = 1{,}13\sqrt[4]{\frac{Q_x^2+Q_y^2}{R_1^2}} \quad \ldots (6),$$

такъ какъ равнодѣйствующая Q_x и Q_y равна $\sqrt{Q_x^2+Q_y^2}$.

Изъ этой формулы имѣемъ также, что:

$$R_1 = \frac{4}{\pi d^2}\sqrt{Q_x^2+Q_y^2} \quad \ldots\ldots (6')$$



Вертикальныя составляющія производятъ изгибъ болта въ вертикальной плоскости, что сопровождается вытягиваніемъ и сжатіемъ волоконъ; равнымъ образомъ горизонтальныя составляющія изгибаютъ брусъ въ горизонтальной плоскости, что также имѣетъ слѣдствіемъ растяженіе и сжатіе. Поэтому, если R_x и R_y – напряженія, проявляющіяся отъ изгиба въ какой либо точкѣ (x, y) окружности болта, то по отношенію момента M_x:

$$R_x = \frac{M_x \cdot z}{\mathcal{J}} = \frac{M_x \cdot x}{\mathcal{J}} = \frac{M_x \cdot z \cdot \sin\alpha}{\mathcal{J}} = \frac{M_x \cdot d_3 \sin\alpha}{2\mathcal{J}}.$$

Равными образом: $\mathcal{R}_y = \frac{M_y \cdot d_3 \cos\alpha}{2\mathcal{J}}$

Поэтому общее напряжение (въ случаѣ одновременнаго напряженія):

$$\mathcal{R}_x + \mathcal{R}_y = \frac{d_3}{2\mathcal{J}} (M_x \sin\alpha + M_y \cos\alpha).$$

Наибольшее значеніе этого выраженія будетъ, очевидно при $\operatorname{tang}\alpha = \frac{M_x}{M_y}$. Слѣдовательно:

$$\max(\mathcal{R}_x + \mathcal{R}_y) = \frac{d_3}{2\mathcal{J}} (M \operatorname{tang}\alpha + M_y) \frac{1}{\sec\alpha} = \frac{d_3}{2\mathcal{J}} (M_x \operatorname{tang}\alpha + M_y) \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tang}^2\alpha}} = \frac{d_3}{2\mathcal{J}} \cdot \frac{(M_x^2+M_y^2)}{M_y} \cdot \frac{M_y}{\sqrt{M_x^2+M_y^2}} = \frac{d_3}{2\mathcal{J}} \sqrt{M_x^2+M_y^2}.$$

Но такъ какъ $\max(\mathcal{R}_x + \mathcal{R}_y)$ должно быть равно $\mathcal{R}$, то:

$$\mathcal{R} = \frac{d_3}{2\mathcal{J}} \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

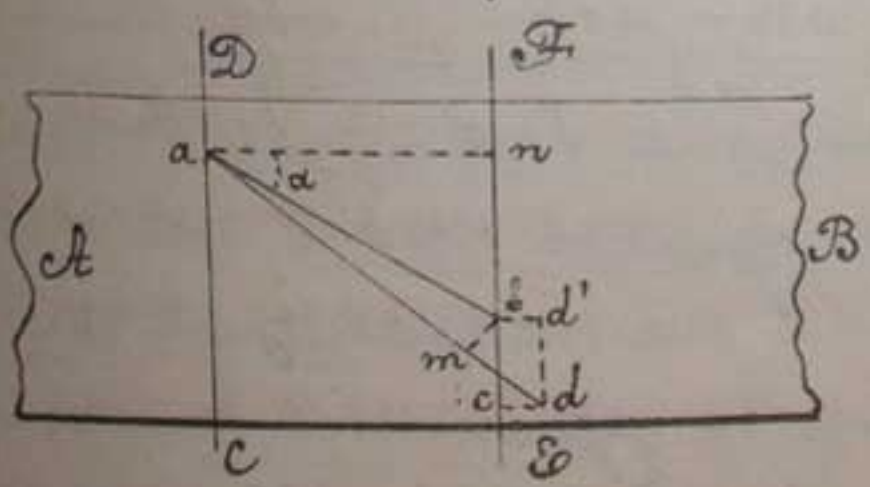
Для круга: $\frac{z}{\mathcal{J}} = \frac{d_3}{2\mathcal{J}} = \frac{32}{\pi d_3^3}$. Слѣдовательно

$$\mathcal{R} = \frac{32}{\pi d_3^3} \sqrt{M_x^2 + M_y^2}, \text{ откуда:}$$

$$d_3 = 2{,}17 \sqrt[6]{\frac{M_x^2 + M_y^2}{\mathcal{R}^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

При второмъ способѣ разсчета слѣдуетъ разсмотрѣть одновременное вліяніе перерѣзывающаго усилія и изгиба или, другими словами, перерѣзывающаго усилія и продольнаго вытягиванія или сжатія, вызываемаго изгибомъ (*).

Разсмотримъ дѣйствіе обоихъ этихъ обстоятельствъ на какое либо волокно ab бруса или стержня AB, составляющее уголъ α съ направленіемъ, параллельнымъ продольной оси бруса, найдемъ анали-



(*) Нижеприведенный выводъ формулъ сдѣланъ по S. Venant'y.

ческое выражение напряжения, проявляющагося въ этомъ волокнѣ и затѣмъ такое значеніе a, при которомъ это напряженіе достигаетъ наибольшаго значенія. Пусть an - разстояніе между нормальными сѣченіями CD и EF, совпадающими съ конечными точками разсматриваемаго волокна. Хотя при одновременномъ дѣйствіи обѣихъ причинъ оба сѣченія DC и EF, вообще говоря, получаютъ продольное и поперечное перемѣщенія, но для опредѣленія относительнаго ихъ перемѣщенія, что и обусловливаетъ собою появленіе усилія въ волокнѣ ab, можно разсматривать одно изъ этихъ сѣченій, напримѣръ DC, какъ бы постояннымъ.

Чтобы опредѣлить положеніе волокна ab при одновременномъ вліяніи обоихъ обстоятельствъ, замѣтимъ, что отъ вліянія одного изгиба, вызывающаго продольное удлиненіе или сжатіе, конецъ волокна ab перемѣстился бы на величину $bd' = cd$, а отъ дѣйствія перерѣзывающаго усилія перемѣщеніе выразилось бы величиной $dd' = bc$. Такимъ образомъ измѣненное положеніе волокна ab будетъ ad. Слѣдовательно, единичное удлиненіе этого волокна:

$$\delta = \frac{ad - ab}{ab} = \frac{ad - am}{ab} = \frac{md}{ab}$$

Но такъ какъ по малости угла bad - дугу bm - можно принимать за перпендикуляръ къ ad, то md - есть, очевидно, проекція: bc + cd на направленіе ad. Назовемъ буквою β продольное удлиненіе волокна длиною единица, тогда, если: E коэфиціентъ продольной упругости, N-напряженіе на квадр. единицу, то:

$$E \cdot \beta = N \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

[Если $\mathcal{N}$ – продольное напряжение на квадратную единицу, вызванное действием изгиба, то $\mathcal{N} = M.\frac{z}{J}$; если же $\mathcal{N}$ – напряжение отъ действия продольнаго усилия u, то $\mathcal{N} = \frac{u}{\omega}$, где ω – площадь сечения бруса]

Развивая далѣе чрезъ y – поперечное перемѣщеніе сѣченія, находящагося на разстояніи единицы отъ сѣченія CD, т.е. перемѣщеніе каждаго изъ волоконъ этого сѣченія и если δ – коэфиціентъ поперечной упругости, T – напряженіе на квадр. единицу, то

$$\delta . \gamma = T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10);$$

[если Q – перерѣзывающее усиліе, то $T = \frac{Q}{\omega}$]

Кромѣ того: $bc = \gamma . an$, $cd = \beta . an$, такъ какъ γ и β относятся къ сѣченію, удаленному отъ CD на разстояніи, равномъ единицѣ. Затѣмъ проекція bc на ad есть: $bc . \mathrm{Sin}\,\alpha = \gamma . an . \mathrm{Sin}\,\alpha$; проекція cd на ad есть: $cd . \mathrm{Cos}\,\alpha = \beta . an . \mathrm{Cos}\,\alpha$. Слѣдовательно:

$$\delta = \frac{ad - ab}{ab} = \frac{md}{ab} = \frac{\text{проекц.}(bc + cd)}{ab} = \frac{an.\gamma \mathrm{Sin}\alpha + an.\beta \mathrm{Cos}\alpha}{ab}$$

$$= \frac{an(\gamma \mathrm{Sin}\,\alpha + \beta \mathrm{Cos}\,\alpha)}{an} . \mathrm{Cos}\,\alpha = \gamma \mathrm{Sin}\,\alpha \mathrm{Cos}\,\alpha + \beta . \mathrm{Cos}^2\alpha =$$

$$= \frac{\gamma . \mathrm{Sin}\,2\alpha}{2} + \frac{\beta(1 + \mathrm{Cos}\,2\alpha)}{2} = \frac{\beta}{2} + \frac{1}{2}(\gamma \mathrm{Sin}\,2\alpha + \beta \mathrm{Cos}\,2\alpha).$$

Наибольшее значеніе δ получится изъ условія $\frac{d\delta}{d\alpha} = 0$, или $\gamma . \mathrm{Cos}\,2\alpha - \beta . \mathrm{Sin}\,2\alpha = 0$, откуда $\mathrm{tang}\,2\alpha = \frac{\gamma}{\beta}$. Но

$$\delta = \frac{\beta}{2} + \frac{1}{2}(\gamma . \mathrm{Sin}\,2\alpha + \beta . \mathrm{Cos}\,2\alpha) = \frac{\beta}{2} + \frac{1}{2}(\gamma \mathrm{tang}\,2\alpha + \beta)\frac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{tang}^2 2\alpha}}$$

Слѣдовательно:

$$\max \delta = \delta_0 = \frac{\beta}{2} + \frac{1}{2}\frac{(\gamma^2 + \beta^2)}{\beta} . \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}} = \frac{\beta}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\beta^2 + \gamma^2} = \frac{\beta}{2} + \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \frac{\gamma^2}{4}} \quad \ldots (11)$$

Называя чрезъ R_0 наибольшее напряженіе на квадрат.

Листъ 39. Т. III. Лит. Маркова, Невскій, № 34.

Профессоръ Линдман

ную единицу отъ совокупнаго дѣйствія перерѣзывающаго усилія и вытягиванія или сжатія, на основаніи (9): $\mathfrak{R}_0 = \delta_0 . E$, а такъ какъ изъ (9) и (10) слѣдуетъ, что $\mathfrak{N} = E . \beta$, $\mathfrak{T} = g . \gamma$, то, замѣняя единичное удлиненіе напряженіемъ, получимъ:

$$\frac{\mathfrak{R}_0}{E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{N}}{E} + \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{\mathfrak{N}}{E}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\mathfrak{T}}{g}\right)^2} .$$

Но для однородныхъ тѣлъ коэфиціентъ поперечной упругости g составляетъ $\frac{2}{5}$ отъ коэфиціента продольной упругости, т.е. $g = \frac{2}{5} E$. Слѣдовательно:

$$\frac{\mathfrak{R}_0}{E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{N}}{E} + \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{\mathfrak{N}}{E}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{5}{2} \cdot \frac{\mathfrak{T}}{E}\right)^2} , \text{ или:}$$

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{1}{2}\,\mathfrak{N} + \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{N}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{4}\,\mathfrak{T}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Если наибольшее напряженіе отъ вытягиванія или сжатія вызывается дѣйствіемъ изгиба, то $\mathfrak{N} = \frac{Mz}{J}$ и если далѣе наибольшее перерѣзывающее усиліе Q, то: $\mathfrak{T} = \frac{Q}{\omega}$. Слѣдовательно:

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{Mz}{J}\right) + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{Mz}{J}\right)^2 + \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{Q}{\omega}\right)^2}$$

Если $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$, то: $\frac{J}{z_0} = \frac{2J}{d} = \frac{\pi d^3}{32}$. Слѣдовательно предыдущая формула въ приложеніи къ круглому валу:

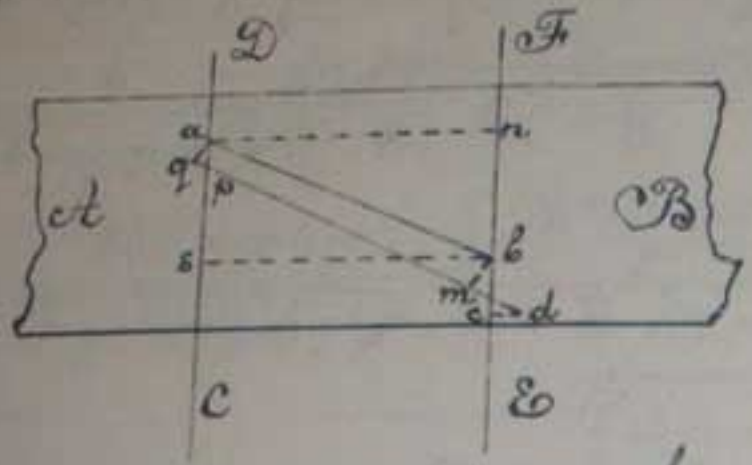
$$\mathfrak{R}_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{M . 32}{\pi d^3} + \sqrt{\left(\frac{M . 32}{2\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{Q . 4}{\pi d^2}\right)^2} .$$

Если внѣшнія силы расположены въ плоскостяхъ нормальныхъ къ продольной оси бруса, но направлены въ этихъ плоскостяхъ подъ различными углами, то наибольшее напряженіе $\mathfrak{N}$, вызванное изгибомъ, выразится какъ показываетъ формула (7): $\mathfrak{N} = \mathfrak{R} = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{M_x^2 + M_y^2}$, а на основаніи формулы (6''): $\mathfrak{T} = \mathfrak{R}' = \frac{4}{\pi d^2}\sqrt{Q_x^2 + Q_y^2}$. Находя далѣе $\mathfrak{T}_x = \frac{4Q_x}{\pi d^2}$ и $\mathfrak{T}_y = \frac{4Q_y}{\pi d^2}$, причемъ $\mathfrak{T} = \sqrt{\mathfrak{T}_x^2 + \mathfrak{T}_y^2}$,

формула (12) перепишется такъ:

$$R_0 = \frac{1}{2} N + \sqrt{\left(\frac{1}{2} N\right)^2 + \left(\frac{5}{4}\right)^2 (T_x^2 + T_y^2)} \quad \ldots (13).$$

Вместо формулы (13) часто применяютъ другую, вводя поправку, вызываемую тѣмъ, что при всякомъ продольномъ удлиненіи происходитъ поперечное сужженіе, сжатіе.



Сохраняя прежнія обозначенія, предположимъ, что при удлиненіи въ продольномъ направленіи на величину cd произошло сужженіе, относительная величина котораго выражается величиною ap.

Но $ap = \varepsilon . \beta . as = \varepsilon . \beta . an . tang\alpha$, гдѣ ε – нѣкоторая дробь, показывающая, какую долю единичнаго продольнаго удлиненія β – составляетъ единичное поперечное сужженіе. Значеніе ε принимается по S. Venant'y равнымъ $\frac{1}{4}$. Такимъ образомъ, единичное удлиненіе волокна ab:

$$\delta = \frac{pd - ab}{ab}.$$

Проектируя ab на qd, по малости угла можемъ принять что $ab = qm$. Слѣдовательно:

$$pd - ab = pd + pq - ab - pq = dq - qm - pq = md - pq.$$

Но md, какъ раньше найдено, есть:

$$md = an . \gamma \sin\alpha + an . \beta \cos\alpha.$$

Затѣмъ: $pq = ap \sin\alpha = \varepsilon . \beta . an tang\alpha . \sin\alpha = an . \varepsilon . \beta \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$.

Слѣдовательно:

$$\delta = \frac{pd - ab}{ab} = \frac{md - pq}{ab} = \frac{an\left(\gamma . \sin\alpha + \beta . \cos\alpha - \varepsilon . \beta . \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)\cos\alpha}{an} =$$

$$= \gamma \sin\alpha . \cos\alpha + \beta \cos^2\alpha - \varepsilon . \beta . \sin^2\alpha = \gamma . \sin\alpha . \cos\alpha + \beta \cdot (\cos^2\alpha -$$

$$- \varepsilon . \beta + \varepsilon . \beta . \cos^2\alpha = \gamma \frac{\sin 2\alpha}{2} - \varepsilon . \beta + \beta . \cos^2\alpha (1 + \varepsilon) =$$

$$= \gamma\frac{\sin^2\alpha}{2} - \varepsilon\cdot\beta + \frac{\beta}{2}(1+\cos 2\alpha)(1+\varepsilon) = \gamma\frac{\sin 2\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} - \frac{\varepsilon\beta}{2} + \frac{\cos 2\alpha}{2}(1+\varepsilon)\beta.$$

Наибольшее значение δ найдется изъ условія, чтобы:

$$\gamma\cdot\cos 2\alpha - \sin 2\alpha(1+\varepsilon)\beta = 0, \text{ откуда:}$$

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{\gamma}{(1+\varepsilon)\beta}.$$

Но

$$\delta = \frac{\beta}{2}(1-\varepsilon) + \gamma\frac{\sin 2\alpha}{2} + \frac{\cos 2\alpha}{2}(1+\varepsilon)\beta = \frac{\beta}{2}(1-\varepsilon) +$$

$$+\left[\frac{\gamma\operatorname{tang} 2\alpha}{2} + \frac{(1+\varepsilon)\beta}{2}\right]\frac{1}{\sec 2\alpha} = \frac{\beta}{2}(1-\varepsilon) + \left[\frac{\gamma\operatorname{tang} 2\alpha}{2} + \frac{(1+\varepsilon)\beta}{2}\right]\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tang}^2 2\alpha}}$$

Слѣдовательно:

$$\text{maxim. } \delta = \delta_0 = \frac{\beta}{2}(1-\varepsilon) + \left[\frac{\frac{\gamma^2}{2} + \frac{(1+\varepsilon)^2\beta^2}{2}}{(1+\varepsilon)\cdot\beta}\right]\cdot\frac{(1+\varepsilon)\beta}{\sqrt{(1+\varepsilon)^2\beta^2+\gamma^2}} =$$

$$= \frac{\beta}{2}(1-\varepsilon) + \sqrt{\frac{(1+\varepsilon)^2\beta^2}{2} + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}$$

Но $\beta = \frac{N}{E}$; $\delta_0 = \frac{R_0}{E}$; $\gamma = \frac{T}{g} = \frac{5T}{2E}$; слѣдовательно:

$$R_0 = \frac{N}{2}(1-\varepsilon) + \sqrt{\left(\frac{1+\varepsilon}{2}\right)^2\cdot N^2 + \left(\frac{5}{4}\cdot T\right)^2}$$

Полагая, согласно S.-Venant'y: $\varepsilon = \frac{1}{4}$

$$R_0 = \frac{3}{8}N + \sqrt{\left(\frac{5}{8}N\right)^2 + \left(\frac{5}{4}\cdot T\right)^2} = \frac{3}{8}N + \frac{5}{4}\sqrt{\frac{N^2}{4} + T^2} \quad \ldots (14)^{(*)}$$

(*) Такимъ образомъ сложное напряженіе отъ продольнаго и поперечнаго усилій выражается формулой:

$$\frac{R_0}{\varepsilon} = \frac{N}{2\varepsilon} + \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{N}{\varepsilon}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{T}{g}\right)^2},$$

причемъ, если допустить $\varepsilon = g$, то $R = \frac{N}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{N^2+T^2}$

Полагая же, согласно дѣйствительности, что $g = \frac{2}{5}\varepsilon$, то получимъ формулу (12):

$$R_0 = \frac{N}{2} + \sqrt{\frac{N^2}{4} + \left(\frac{5}{4}T\right)^2} = \frac{N}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{N^2 + \left(\frac{5}{2}T\right)^2}$$

если не брать въ разсчетъ сжатія при удлиненіи, а съ принятіемъ во вниманіе этого обстоятельства - напряженіе выражается формулой: (14)

$$R = \frac{3}{8}N + \frac{5}{8}\sqrt{N^2 + 4T^2}.$$

Эти формулы, какъ оказывается, несходны съ той которая была выведена во II части Стр. 259 для косого нормальнаго напряженія:

$$R = \frac{N}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{N^2 + 4T^2};$$

для косого же скалывающаго напряженія было:

Применяя эти формулы къ болту и предполагая, что внѣшнія силы дѣйствуютъ въ плоскостяхъ, нормальныхъ къ продольной оси бруса подъ различными углами и замѣчая, что:

$$N = R = \frac{z}{J}\sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{M_x^2 + M_y^2};$$

$$T = R' = \frac{4}{\pi d^2}\sqrt{Q_x^2 + Q_y^2}$$

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2}, \text{ причемъ } T_x = \frac{4Q_x}{\pi d^2}; \; T_y = \frac{4Q_y}{\pi d^2},$$

имѣемъ:

$$R_0 = \frac{3}{8}N + \frac{5}{4}\sqrt{\frac{N^2}{4} + T_x^2 + T_y^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

или:

$$R_0 = \frac{1}{\pi d^3}\left[12\sqrt{M_x^2 + M_y^2} + 5\sqrt{16(M_x^2 + M_y^2) + (Q_x^2 + Q_y^2)d^2}\right] \ldots (16)$$

$$S = \pm\frac{1}{2}\sqrt{N^2 + 4T^2}$$

При выводѣ этой формулы (по Laissle, Scheffler'у и Resal'ю) не принято во вниманіе вліяніе сжатія продольнымъ напряженіемъ, но съ другой стороны при опредѣленіи усилій, дѣйствующихъ на наклонное сѣченіе, взяты въ разсчетъ продольныя усилія, вертикальныя перерѣзывающія усилія и горизонтальныя скалывающія усилія.

Изъ этой формулы можно получить вышеупомянутую точную формулу, вводя вліяніе поперечнаго сжатія продольнымъ. Такъ, одно изъ значеній: $R_1 = \frac{N}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{N^2 + 4T^2}$

другое значеніе $R_2 = \frac{N}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{N^2 + 4T^2}$

Если ε_1 - единичное удлиненіе по направленію дѣйствія напряженія R_1, а ε_2 — " — " — " — " — " — " — " R_2, $\frac{1}{m}$ коэфиціентъ сжатія отъ вытягиванія, то:

$$R_0 = E.\varepsilon_1 = R_1 - \frac{R_2}{m} = E\varepsilon_2 = R_2 - \frac{R_1}{m} \text{ (Grashof. Стр 38).}$$

Вставляя вмѣсто R_1 и R_2 ихъ значенія, получимъ:

$$R_0 = \frac{m-1}{2m}N \pm \frac{m+1}{2m}\sqrt{N^2 + 4T^2},$$

что при $m = 4$, обращается въ:

$$R_0 = \frac{3}{8}N \pm \frac{5}{8}\sqrt{N^2 + 4T^2}.$$

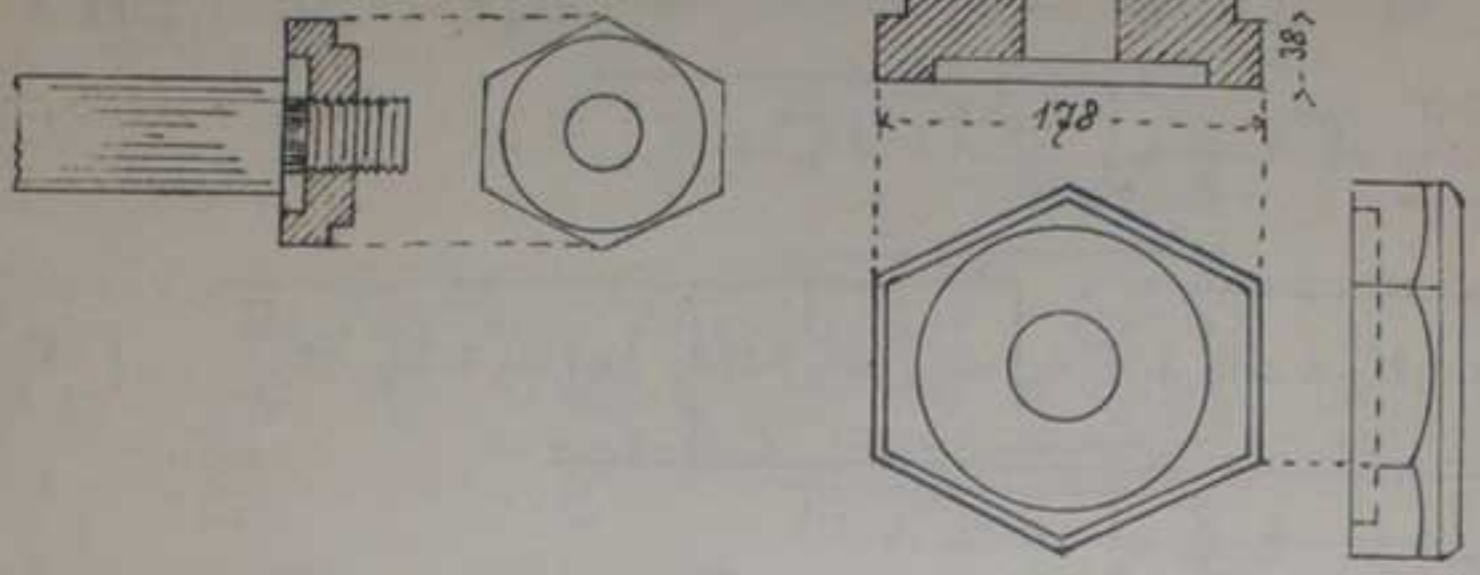
Эта формула имѣетъ всеобщее примѣненіе при сложныхъ напряженіяхъ при совмѣстномъ дѣйствіи напряженій,

формула данная Винклеромъ на стран. 171 сочиненія „die Sitterträger und Lager gerader Träger", изд. 1875.

Практическія данныя относительно болтовыхъ соединеній и проектированія сѣченій элементовъ фермы съ болтовыми соединеніями.

а.) Болты приготовляются большею частью изъ мягкой или средней твердости стали. Они обтачиваются на станкѣ (снимается около $\frac{1}{16}$) и снабжаются на одномъ или на обоихъ концахъ винтовой нарѣзкой, сдѣланной на выступающихъ: 1.) сжатіемъ или вытягиваніемъ, 2.) сдвиганіемъ, 3.) скальываніемъ и 4.) крученіемъ, причемъ одновременно можно себѣ представить вліяніе двухъ, трехъ или даже четырехъ причинъ. Въ этихъ случаяхъ подъ N и T слѣдуетъ понимать сумму продольныхъ и поперечныхъ напряженій, вызванныхъ каждой изъ причинъ.

Черт. 1.



Напримѣръ, пусть на валъ, подверженный продольному вытягиванію, насажено на-глухо тяжелое колесо, скручивающее этотъ валъ. Тогда, очевидно, если D - вытягивающее усиліе, M - сгибающій моментъ, то:

$$N = \frac{D}{\omega} + M \cdot \frac{z}{J},$$

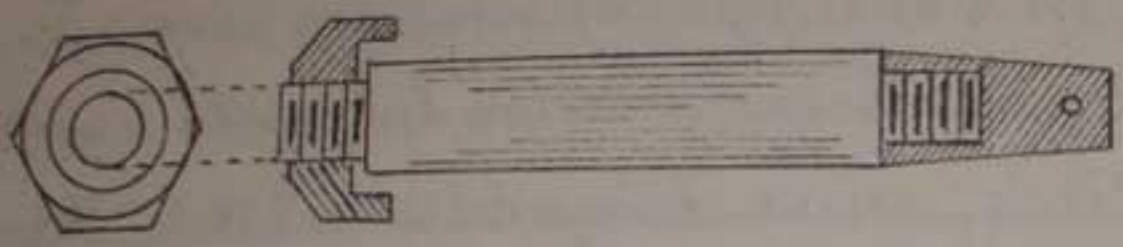
[гдѣ z - разстояніе разсматриваемаго элемента отъ нейтральной оси].

Что касается T - то это будетъ сумма напряженій отъ поперечнаго скальыванія и скручиванія. Если ΣP - перерѣзывающее усиліе, J — линейный моментъ инерціи, M' — скручивающій моментъ и J_0 - полярный моментъ инерціи; δ — толщина бруса на разстояніи z отъ нейтраль-

пъ (шпиндель) [черт 1] толщиною около $\frac{2}{3}$ діаметра болта; для прикрытія второстепенныхъ частей, напримѣръ, вътровыхъ связей употребляютъ болты съ головкой и съ нарѣзкой на одномъ концѣ.

Гайки большею частью шестигранныя и очень не высокія; діаметръ гайки обыкновенно вдвое больше діаметра шпинделя.

Черт. 2.



Чтобы предохранить при сборкѣ моста рѣзьбу болтовъ отъ смятія при насаживаніи на нихъ звеньевъ, они часто снабжаются предохранительными гайками (Pilot nuts) [Черт. 2]. Показанная на этомъ чертежѣ другая обыкновенная гайка съ закраинами (Lomas nut)

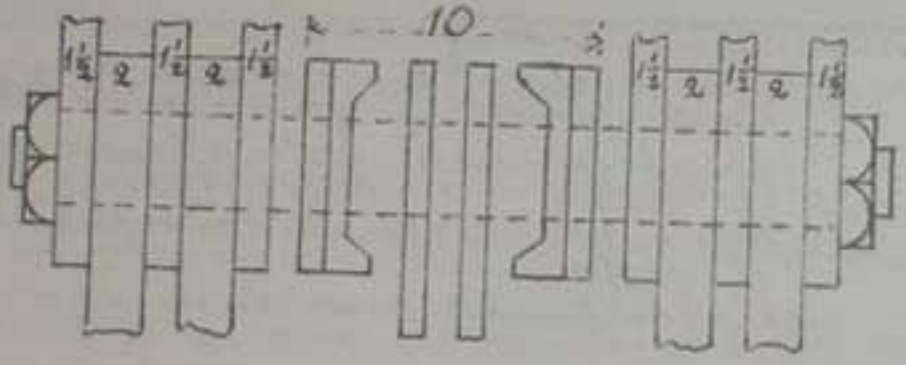
наго волокна; φ – уголъ наклоненія къ направленію ΣP, составленнаго касательной, проведенной къ наружному периметру сѣченія въ точкахъ пересѣченія съ прямой, опредѣляющей ширину δ; наибольшее значеніе $Z_1 - Z_0$, то:

$$T = \frac{\Sigma P}{J \delta \cos \varphi} \int_{z_1}^{z_0} z d\omega + M' \cdot \frac{S}{J_0} .$$

Для вертикальныхъ перерѣзывающихъ усилій и для сѣченій, ограниченныхъ вертикальными и горизонтальными листами $\varphi = 0$ [Диаграф. Стр. 147, 204, 217]. Естественно, что всѣ эти формулы слѣдуетъ приложить къ одному и тому же элементу – причемъ, очевидно, не всегда такіе будутъ совпадать. Такъ, N получаетъ наибольшее значеніе при $Z = Z_0$, а значеніе T, зависящее отъ перерѣзывающаго усилія, имѣетъ обратно наибольшее значеніе для $Z = 0$; значеніе же T – зависящее отъ скручивающаго момента, также увеличится вмѣстѣ съ возрастаніемъ Z, а слѣдовательно и φ и т. д.

имѣетъ въ настоящее время большое распространеніе. При большихъ или меньшихъ закатываніяхъ гайки, закраины ея плотно прижимаются къ звеньямъ, въ толщинѣ которыхъ можетъ быть нѣкоторая неточность.

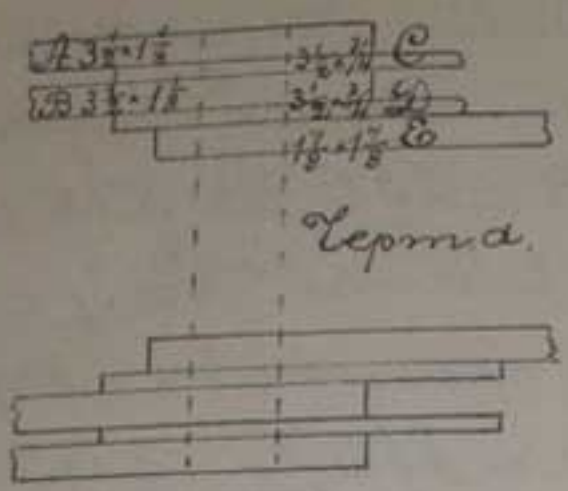
Допускаемое напряженіе при изгибѣ въ шарнирѣ принимается для желѣза въ 10 $\frac{кил.}{м.кв.}$, а для стали въ 12–14 $\frac{кил.}{м.кв.}$; для смятія допускается $\frac{1}{3}$ — $\frac{3}{2}$, а для срѣзываній $\frac{1}{2}$ отъ вышеуказанныхъ нормъ. Наиболѣе употребляемый діаметръ болтовъ изм. мѣняется отъ 100 до 150 $\frac{м.м.}{м.}$ хотя встрѣчаются и въ 250 $\frac{м.м.}{м.}$. Длина болта зависитъ отъ числа звеньевъ и доходитъ до 5'—6'; при опредѣленіи длины болта на каждое звено прибавляется отъ $\frac{1}{25}$ до $\frac{1}{16}$ дюйма, а на склепанную часть рѣшетки $\frac{1}{4}$ д. Такъ, напримѣръ, на указанномъ чертежѣ сумма толщинъ звеньевъ 27", а дѣйствительная длина болта $27\frac{7}{8}$". Если звенья расположены парами, то для возможности окраски между ними оставляется промежутокъ около $\frac{1}{2}$".



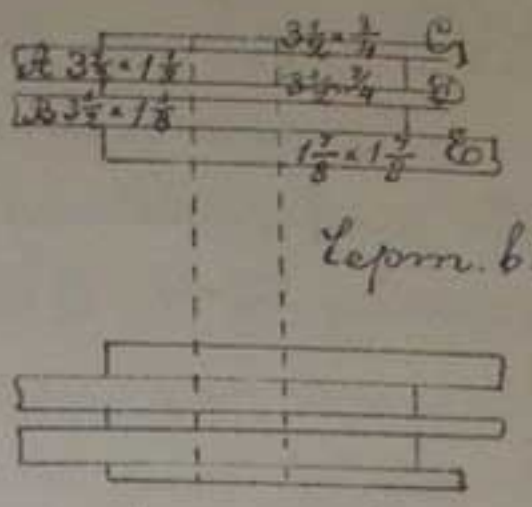
Для возможнаго уменьшенія напряженія отъ изгиба стараются такъ размѣстить звенья, чтобы они вызывали наименьшій моментъ, для чего нерѣдко наружныя звенья дѣлаютъ вдвое тоньше среднихъ.

Иногда незначительное измѣненіе относительнаго расположенія звеньевъ можетъ вызвать замѣт-

ное измѣненіе значенія перерѣзывающаго усилія и момента, какъ это видно изъ слѣдующаго примѣра, приведеннаго Osborn'омъ (Engineering News. 1888).



Черт. а.



Черт. в.

Горизонтальныя перерѣзывающія усилія и моменты.

Черт. а					
Звенья	Усилія	Перерѣзывающія усилія	Планки	Моменты	
				Частные	Общіе въ фунто-дюймахъ
A	+45600	+45600	1ª	45600	45600
C	−30200	+15400	1	15400	61000
B	+45600	+61000	1	61000	122000
D	−30200	−30800	1⅜	42300	164000
E	−30800	0			

Черт. в.					
Звенья	Усилія	Перерѣзывающія усилія	Планки	Моменты	
				Частные	Общіе въ фунто-дюймахъ
C	−30200	−30200	1	−30200	−30200
A	+45600	+15400	1	+15400	−14800
D	−30200	−14800	1	−14800	−29600
B	+45600	+30800	12/16	+48100	+18500
E	−30800	0			

Американцы повѣряютъ размѣры болтовъ отдѣльно относительно срѣзыванія, изгиба и смятія, не разсматривая совмѣстное дѣйствіе срѣзыванія и изгиба. При повѣркѣ на срѣзываніе они берутъ иногда во вниманіе, равномѣрность распредѣленія по сѣченію напряженія, а именно, опредѣляютъ напряженіе по формулѣ:

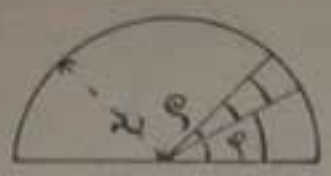
$$S_o = \frac{\Sigma P . \int_o^y z\,y\,dy}{J . \delta} \qquad \delta = 2r$$

Для круга $J = \frac{\pi r^4}{4}$;

$$\int^y z\,y\,dy = \int_o^z \int_o^{\pi} \rho\,d\varphi . d\rho . \rho \operatorname{Sin}\varphi = \int_o^{\pi} \operatorname{Sin}\varphi\,d\varphi \int_o^z \rho^2 d\rho = \frac{z^3}{3}\left(-\operatorname{Cos}\varphi\right)_o^{\pi} = \frac{2z^3}{3}$$

Слѣдовательно: $S_o = \frac{\Sigma P . 2r^3}{3 . \frac{\pi r^4}{4} . 2r} = \frac{4}{3}\frac{\Sigma P}{\pi r^2}$, но $S_o' = \frac{\Sigma P}{\pi r^2}$ есть

напряженіе при срѣзываніи въ предположеніи равномѣрнаго распредѣленія напряженія по всему сѣченію; слѣдовательно $S_0 = \frac{4}{3} \cdot S'_0$. Часто однако, въ виду малаго допускаемаго коэфиціента напряженія на срѣзываніе,

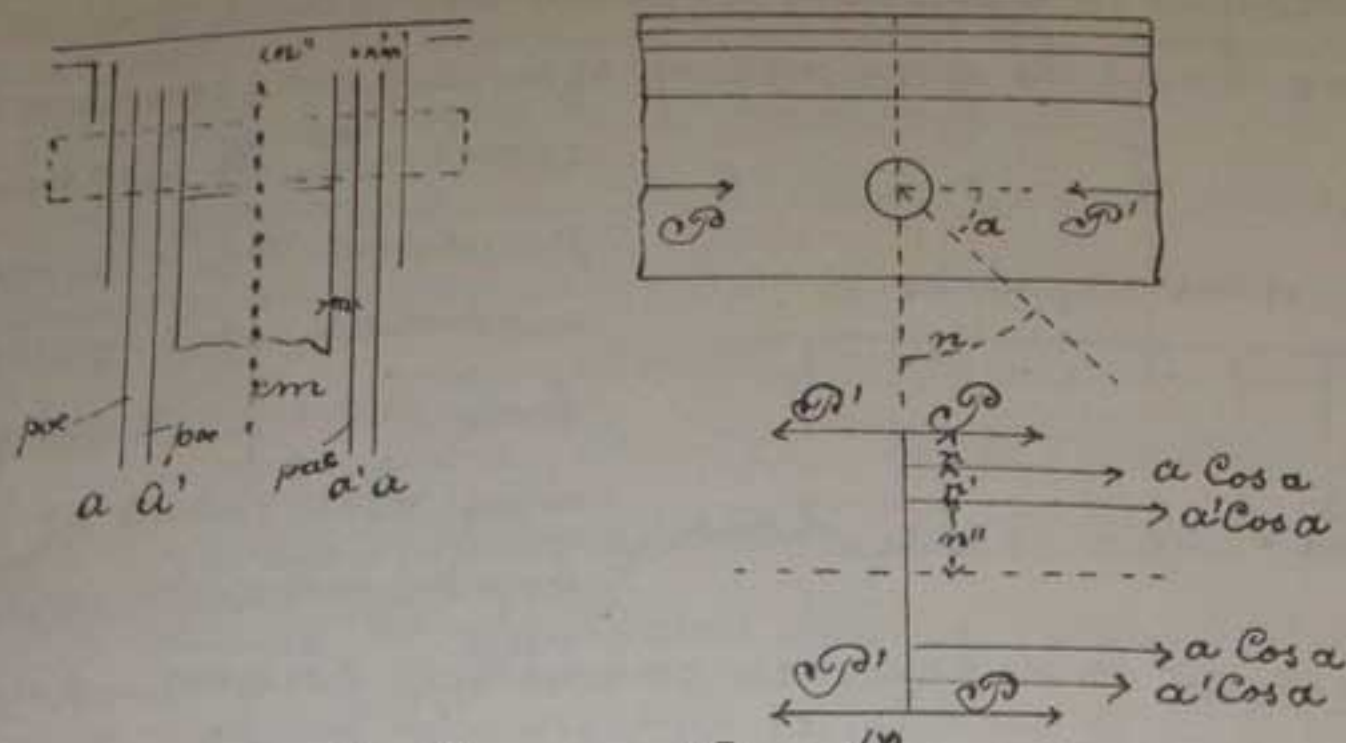


$R = 200 \frac{\text{кгр}}{\text{дюйм}^2}$ для желѣза и $R = 250 \frac{\text{кгр}}{\text{дюйм}^2}$ для стали, пользуются формулой $R = S' = \frac{\Sigma P}{\pi r^2}$, вмѣсто $R = S_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{\Sigma P}{\pi r^2}$.

Допускаемое напряженіе при изгибѣ по грубымъ даннымъ: $375 \frac{\text{кгр}}{\text{дюйм}^2}$ для желѣза и $450 \frac{\text{кгр}}{\text{дюйм}^2}$ для стали, а на смятіе $300 \frac{\text{кгр}}{\text{дюйм}^2}$ и $375 \frac{\text{кгр}}{\text{дюйм}^2}$ для желѣза и стали въ желѣзнодорожныхъ мостахъ и $375 \frac{\text{кгр}}{\text{дюйм}^2}$ и $450 \frac{\text{кгр}}{\text{дюйм}^2}$ для желѣза и стали въ мостахъ подъ обыкновенную дорогу. Сопротивленіе изгибу повѣряется по формулѣ $R = \frac{M\,4}{\pi r^3}$, при чемъ подъ ΣP и M слѣдуетъ разумѣть: $\Sigma P = \sqrt{\Sigma P_x^2 + \Sigma P_y^2}$; $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$.

При опредѣленіи величины M_x и M_y, кромѣ дѣйствующихъ силъ, нужно знать величину пролета (для болта) и въ какихъ условіяхъ находится болтъ (какъ балка). Благодаря симметричности расположенія нагрузки и тому, что въ каждомъ узлѣ сумма горизонтальныхъ и вертикальныхъ силъ порознь равна нулю, болтъ можно разсматривать, какъ балку закрѣпленную въ среднемъ своемъ сѣченіи и свободную на другомъ концѣ. Такъ, напримѣръ, пусть раскосъ состоитъ изъ четырехъ звеньевъ съ усиліями a, a'. Слѣдовательно дѣйствующія на болтъ горизонтальныя силы: $-P' + P$, $+a\,\text{Cos}\,\alpha$ и $a'\,\text{Cos}\,\alpha$, причемъ $P' - P = a\,\text{Cos}\,\alpha + a'\,\text{Cos}\,\alpha$. Поэтому значенія M_x:

въ концѣ болта 0:



по оси раскоса a: $-(a\cos\alpha + a'\cos\alpha)\,n$ (10)

по оси раскоса a': $-(a\cos\alpha + a'\cos\alpha)(n+n') + a\cos\alpha \cdot n' =$

$= -(a\cos\alpha + a'\cos\alpha)\,n - a'\cos\alpha \cdot n'$

по середине болта: $-(a\cos\alpha + a'\cos\alpha)(n+n'+n'') + a\cos\alpha(n'+n'') + a'\cos\alpha\, n'' =$

$= -(a\cos\alpha + a'\cos\alpha)\,n - a'\cos\alpha \cdot n'$,

т.е. моменты по середине болта и по сжатию, соответствующему точке приложения ближайшей к середине болта силы - одинаковы, что, благодаря указанной зависимости между силами и нужно было ожидать. Если $2V$ - усилие стойки и m - расстояние между осью грани стойки и ближайшего к нему раскоса, то действующия на болты вертикальныя силы: $-V$, $a\sin\alpha$ и $a'\sin\alpha$ и $V = a\sin\alpha + a'\sin\alpha$. По этому значения M_y:

по оси раскоса a: — 0;

по оси раскоса a': $+a\sin\alpha \cdot n'$

по оси грани стойки: $+a\sin\alpha(n'+m) + a'\sin\alpha \cdot m$

по середине болта: $+a\sin\alpha(n'+m+m'') + a'\sin\alpha(m+m'') - Vm'' =$

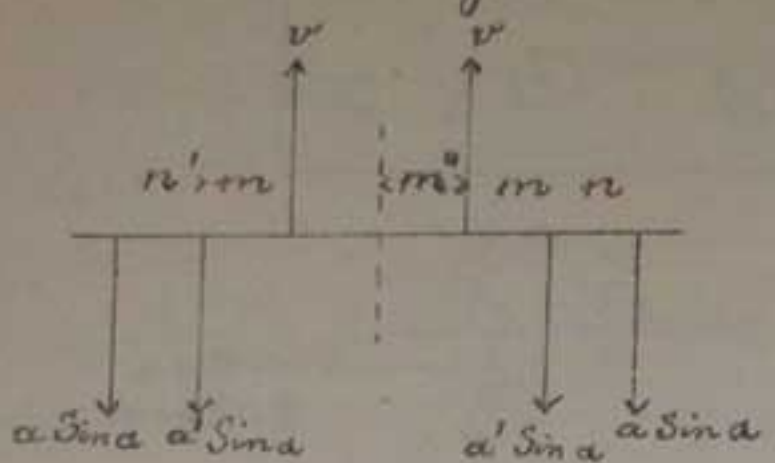
$= a\sin\alpha(n'+m+m'') + a'\sin\alpha(m+m'') - (a\sin\alpha + a'\sin\alpha)m'' =$

$= a\sin\alpha(n'+m) + a'\sin\alpha \cdot m$,

(10) Так как $(P'-P) = a\cos\alpha + a'\cos\alpha$

т.е. тотъ же моментъ какъ по оси грани стойки.

Такъ какъ въ данномъ примѣрѣ наибольшее значеніе M_x въ сѣченіи по оси раскоса a', которое сохраняется постояннымъ по всей остальной средней части болта и съ другой стороны наибольшее M_y въ сѣченіи по оси грани стойки, сохраняющееся постояннымъ также по остальной средней части болта, то равнодѣйствующую $\sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ слѣдуетъ составить изъ этихъ двухъ выраженій. Подобнымъ же образомъ составляются моменты для поясовъ изъ звеньевъ.



Въ пунктѣ 3- будетъ приведенъ числовой примѣръ, гдѣ изложенъ нѣсколько иной способъ разсужденія, приводящій однако къ одинаковымъ результатамъ съ изложеннымъ здѣсь пріемомъ. Примѣръ опредѣленія діаметра болтовъ приведенъ въ концѣ 5.

Замѣтимъ здѣсь, что болтовыя соединенія, имѣющія значительныя преимущества въ смыслѣ быстроты сборки, едва-ли имѣютъ приписываемыя имъ достоинства относительно отсутствія дополнительныхъ напряженій вслѣдствіе возможности свободнаго вращенія концовъ раскосовъ и стоекъ. Если послѣдніе насажены слабо, то происходитъ быстрое разнашиваніе сѣченія; поэтому они насаживаются иногда даже подъ нѣкоторымъ давленіемъ и ихъ дово-

тельно при деформации фермы неизбѣжно искривленіе. Если даже допустить, что раскосъ насаженъ свободно, то, благодаря нажавливанію раскоса на болтъ, получится довольно значительное треніе.

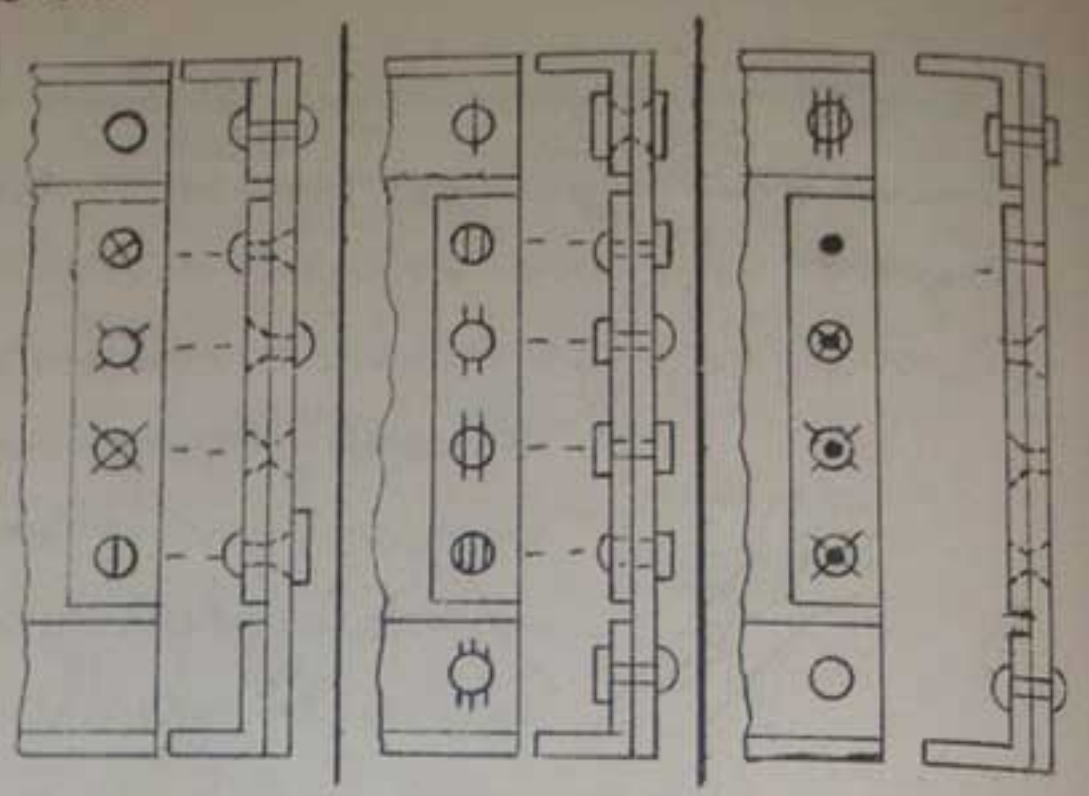
Такъ, напримѣръ, если r радіусъ шарнира, то, для того чтобы раскосъ могъ повернуться на нѣкоторый уголъ, сила P должна быть приложена внѣ оси на нѣкоторую величину p. Если $f = t.\varphi$, коэффиціентъ треніе, то сила, задерживающая вращеніе Pf и сопротивляющійся моментъ $P.f.r$. Слѣдовательно: $P.f.r = P.p$, откуда $p = rf = r.t.\varphi$
Если для оселка $tg\,\varphi = \frac{1}{6}$, и предположить, что $2r = \frac{3}{4}b$, гдѣ b – ширина раскоса, то $p = \frac{1}{6}\cdot\frac{3}{8}\cdot b = 0{,}062\,b$. Если δ – толщина раскоса, то напряженіе въ верхней части раскоса вслѣдствіе внѣцентреннаго приложенія усилія $\frac{P}{b\delta} + \frac{P.0{,}062\,b}{\frac{1}{6}b^2.\delta} = \frac{P}{b\delta}(1+0{,}37)$ т.е. добавочное напряженіе составляетъ 37% отъ основного, что весьма значительно.(x)

Кромѣ того болтовыя соединенія имѣютъ еще то неудобство, что добавляемыя усилія отъ раскосовъ, требуютъ расположенія добавочныхъ площадей симметрично относительно нейтральной оси; иначе неизбѣжно появленіе неравномѣрнаго сжатія.

Замѣтимъ здѣсь о полезномъ въ Сѣверной Америкѣ пріемѣ одинаковаго изображенія на чертежахъ по схемѣ Осборна, вида заклепочныхъ головокъ:

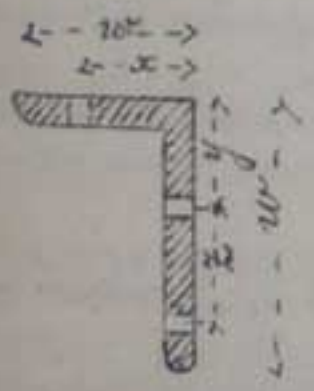
(x) Формула $P.f.r = P.p$ показываетъ также, что если діаметръ болта очень великъ т.е. $P.f.r > P.p$ не можетъ быть вращенія

Объ головки выпуклы . . ○ •
Внутр. головка вдавлена . . ⊗ ⊗
Наружн. головка вдавлена . . ⊠ ⊙
Объ головки вдавлены . . ⊗ ⊙
Внутр. головка сплюснута . . ⊞ ⊛
Внѣшн. головка сплюснута . . ⊠ ⊙
Объ головки сплюснуты . . ⊞ ⊛



При сплюснутыхъ головкахъ три черты обозначаютъ толщину сплюснутой головки до $\frac{3}{8}$ дюйм. ($9^{мм}$); двѣ черты до $\frac{2}{8}$ дюйм. – $6^{мм}$, а одна черта – до $\frac{1}{8}$ дюйм. ($3^{мм}$).

Что касается расположенія заклепочныхъ отверстій въ уголкахъ, то въ Америкѣ придерживаются слѣдующихъ нормъ:

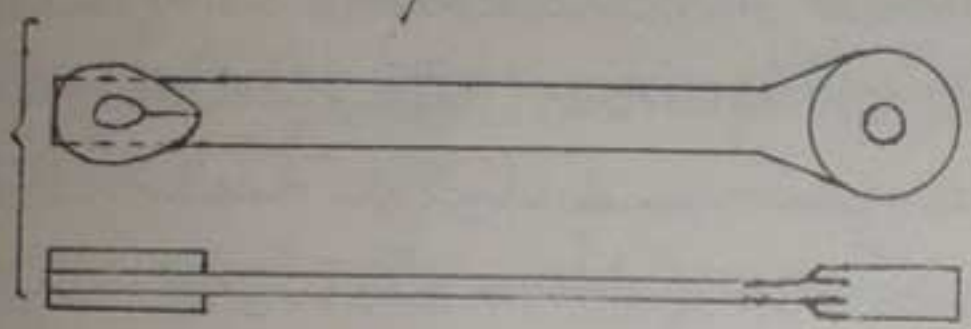


w	y	z	x	w	y	z	x
$1\frac{3}{4}$ дюйм.	не употребляется		1	$3\frac{1}{4}$	"	"	$1\frac{7}{8}$
2 "	"	"	$1\frac{3}{16}$	$3\frac{1}{2}$	"	"	2
$2\frac{1}{4}$ "	"	"	$1\frac{3}{8}$	4	"	"	$2\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{2}$ "	"	"	$1\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	"	"	$2\frac{3}{4}$
$2\frac{3}{4}$ "	"	"	$1\frac{5}{8}$	5	$1\frac{3}{4}$	2	3
3 "	"	"	$1\frac{3}{4}$	6	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	4

б) Зенья, употребляемыя только для вытянутыхъ главныхъ частей фермъ, снабжаются въ послѣднее время почти исключительно круглыми головками **проушинами** (Eyebars) копуежгрическими съ болтовымъ отверстіемъ. Шейка головки очерти-

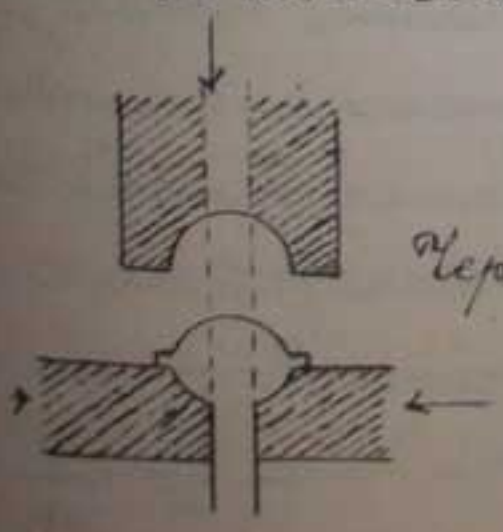
вается по дугѣ, описанной радіусомъ въ предѣлахъ отъ 1 до 2 разъ болѣе діаметра головки. Продолговатая форма головки оставлена. Звенья приготовляются или изъ эксельза или изъ мягкой стали съ сопротивленіемъ отъ $35\frac{кг}{мм^2}$ до $42\frac{кг}{мм^2}$. Для приготовленія головки въ звеньяхъ изъ сварочнаго эксельза — накладываютъ по концамъ по обѣ стороны раскаленнаго звена такія же планки (въ видѣ подковы) и пракованиваютъ подъ паровымъ молотомъ, т.е. свариваютъ [Черт. 3] Послѣ вторичнаго нагрѣва, кладутъ ихъ подъ штампъ и сообщаютъ головкѣ круглое очертаніе и затѣмъ

Черт. 3.



высверливаютъ отверстіе, предварительно высверливъ или продавивъ въ центрѣ небольшое отверстіе, которое служитъ для направленія вращенія сверла. Въ виду того, что трудно обнаружить недостатки неудовлетворительной сварки и присутствіе пережженаго матеріала — отдаютъ преимущество звеньямъ изъ мягкой стали, не допускающей такого пріема сварки для образованія головки. Для сего нагрѣваютъ добѣла конецъ звена и вставляютъ въ сжимы, имѣющіе сверху углубленіе.

[Черт 4.] Особымъ рычагомъ сближаютъ сжимы съ боковъ и подъ прессомъ сдавливаютъ, осаживаютъ выступающій конецъ звена и образуютъ го-



Черт. 4

ловку. Невизбъжныя при семъ бородки снимаютъ напильникомъ; затѣмъ высверливаютъ центръ, пропускаютъ звено для сглаживания поверхности между вальцами и, послѣ отжига, высверливаютъ отверстіе полнымъ діаметромъ. Излишекъ длины звена, необходимый для образованія головки, считая отъ излишекъ отъ центра отверстія, опредѣляется по формулѣ

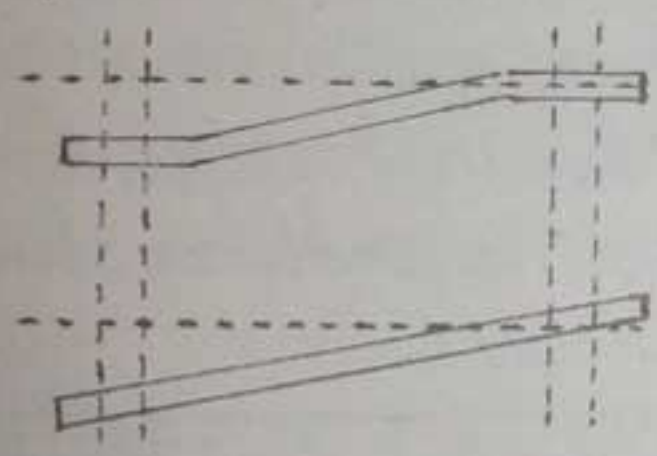
$$L = \frac{\pi E^2}{4A},$$

гдѣ E - діаметръ головки, A - ширина звена. Толщина головки дѣлается одинаковой съ толщиною звена или нѣсколько болѣе. Въ послѣднемъ случаѣ при данномъ сопротивленіи смятію діаметръ болта можетъ быть соотвѣтственно уменьшенъ, но одновременно увеличивается изгибающій моментъ. Обыкновенно въ звеньяхъ поясовъ головка - одинаковой толщины со звеномъ, а въ звеньяхъ раскосовъ - нѣсколько толще. Если, какъ въ большинствѣ американскихъ мостовъ, допустить, что сопротивленіе смятію составляетъ $\frac{4}{3}$ отъ сопротивленія разрыву, то діаметръ болта при неутолщенной головкѣ долженъ быть не менѣе $\frac{3}{4}$ ширины звена b. При утолщенной головкѣ діаметръ - d - можетъ быть менѣе $\frac{3}{4}$ b. По Дюбуа при $d > \frac{3}{4}b$, при неутолщенной головкѣ, ширина головки равна: $1{,}25\,d + 1{,}29\,b$, а при утолщенной головкѣ ($d < \frac{3}{4}b$), ширина головки равна: $d + 1{,}5\,b$. Въ послѣднемъ случаѣ, если δ - толщина звена, то толщина головки: $\delta' = \frac{3}{4} \cdot \frac{b\delta}{d}$.

По сортаментамъ звеньевъ завода Edge-Moor, ширина головки такова, что площадь сѣченія (netto) головки на 33% — 40% больше площади сѣченія (netto) полосы.

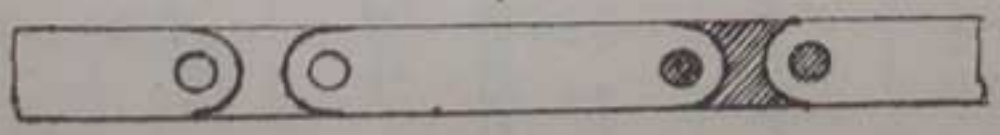
Число звеньевъ въ поясахъ доходитъ до 10 и больше. Для того, чтобы всѣ звенья работали необходимо, чтобы они были одинаковой длины, вслѣдствіе чего обыкновенно отверстія во всѣхъ звеньяхъ данной панели высверливаются разомъ и, если возможно, то одновременно на обоихъ концахъ. Техническими условіями предполагается отступленіе отъ длины въ $\frac{1}{20000}$, что соотвѣтствуетъ перенапряженію около $1\frac{кг}{мм^2}$ (*).

Другое необходимое условіе равномѣрности работы звеньевъ это то, чтобы они были взаимно параллельны; допускается, въ крайнемъ случаѣ, отклоненіе не больше какъ на $\frac{1}{8}$



(*) Здѣсь кстати замѣтить объ употребляемомъ на Американскихъ заводахъ пріемѣ получать одинаковой длины полосы для образованія рѣшетки въ составныхъ сѣченіяхъ. Полоса автоматически продвигается подъ штемпель машины, который продавливаетъ

Черт. а.



заштрихованныя на (чертежѣ а) части

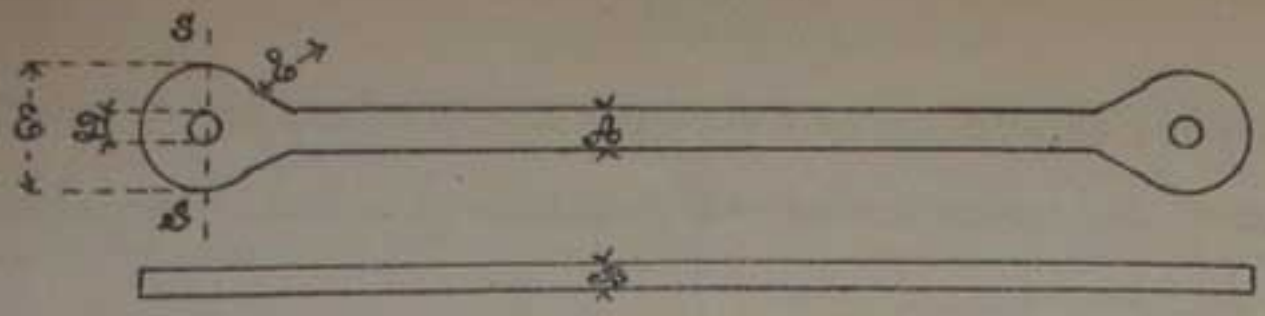
дюйма на футъ длины. При большомъ отклоненіи необходимо или изогнуть звено, или, не изгибая, высверлить отверстія наклонно къ продольной оси звена, причемъ къ объемистымъ мѣстамъ прибѣгаютъ лишь въ крайности.

Между шириной полосы и ея толщиной должна существовать извѣстная зависимость; тонкія звенья выгучиваются при неравномѣрномъ вытягиваніи. Толщина увеличивается вмѣстѣ съ шириной и діаметромъ болта. Въ нижеслѣдующей таблицѣ приведены наиболѣе употребительныя соотношенія, рекомендуемыя заводомъ Edge Moor. Минимальная толщина $\frac{3}{4}$", наибольшая — 2". Въ зависимости толщины должна быть нѣсколько болѣе указанной въ таблицѣ минимальной толщины; толщина однако не должна быть чрезмѣрной толщины. Такъ, напримѣръ, при ширинѣ звена въ 6" — толщина въ 2" крайній предѣлъ.

Таблица завода Edge Moor для полосовыхъ звеньевъ.

Мѣры въ дюймахъ

A	B	E	D	C	A	B	E	D	C
Ширина звена.	Наименьшая толщина	Діаметръ головки	Діаметръ наибольшаго отверстія		Ширина звена.	Наименьшая толщина	Діаметръ головки	Діаметръ наибольшаго отверстія	
3	$\frac{3}{4}$	$6\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	33%	6	$\frac{7}{8}$	$13\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{4}$	37½
3	$\frac{3}{4}$	8	4	33	6	$\frac{7}{8}$	$14\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{4}$	37
3	$\frac{1}{4}$	9	5	33	6	1	$15\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{4}$	37
4	$\frac{3}{4}$	$9\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{8}$	33	7	$\frac{15}{16}$	$15\frac{1}{2}$	$5\frac{5}{8}$	40
4	$\frac{3}{4}$	$10\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{8}$	33	7	$\frac{15}{16}$	17	$7\frac{1}{8}$	40
4	$\frac{3}{4}$	$11\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{8}$	33	8	1	17	$5\frac{3}{4}$	40
5	$\frac{3}{4}$	$11\frac{1}{2}$	$4\frac{5}{8}$	37½	8	1	18	$6\frac{3}{4}$	40
5	$\frac{3}{4}$	$12\frac{1}{2}$	$5\frac{5}{8}$	37	8	1	19	8	37
5	1	13	$6\frac{1}{8}$	37	9	$1\frac{1}{8}$	$19\frac{1}{2}$	7	39
5	1	14	$7\frac{1}{8}$	37	9	$1\frac{1}{8}$	$21\frac{1}{2}$	9	39

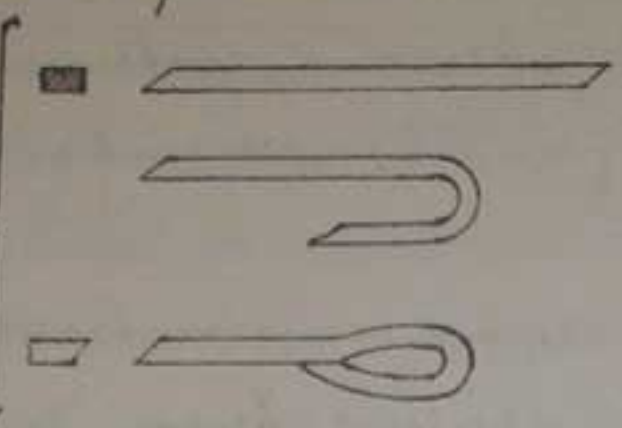


Примѣчаніе 1. Въ графѣ Q показано превышеніе площади сѣченія netto по головкѣ (по SS) противъ площади сѣченія звена.

Примѣчаніе 2. Непосредственные опыты показали, что сопротивленіе разрыву цѣльнаго звена – даетъ обыкновенно меньшее сопротивленіе разрыву, чѣмъ небольшой образецъ, вырѣзанный изъ полосы, изъ которой приготовлено звено, что, по объясненію Lewis (Trans act. Am. S. Civ. Eng. 1892) происходитъ между прочимъ отчасти: а) что образецъ для испытанія вырѣзывается изъ цѣльной полосы такъ, что результаты превышаютъ среднее значеніе сопротивленія полосы разрыву, б.) что отжигъ, которому подвергается звено, уменьшаетъ сопротивленіе разрыву и в.) что сталь не однородна и что поэтому болѣе шансовъ обнаружить слабое мѣсто въ длинномъ звенѣ. Въ виду сего онъ полагаетъ назначать минимальное сопротивленіе для цѣльныхъ звеньевъ въ $35 \frac{кил.}{м.м.}$, а для образцовъ въ 37, 5 кил. съ максимальнымъ сопротивленіемъ въ обоихъ случаяхъ въ $43,7 \frac{кил.}{м.м.}$.

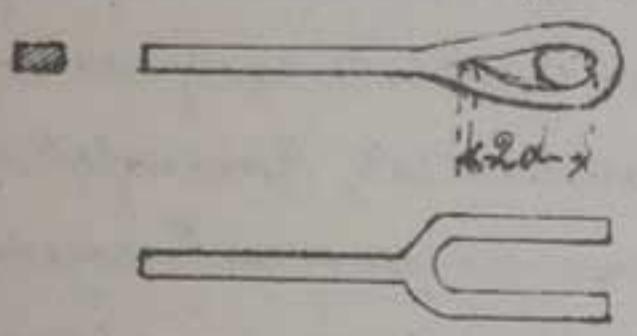
б.) Круглыя и квадратныя тяги употребляются для обратныхъ раскосовъ и для вѣтровыхъ связей. Оконечности подобныхъ тягъ могутъ заканчиваться петлями, проушинами и винтовой нарѣзкой. Въ первомъ случаѣ исключительно примѣняется сварочное железо.

Петли подобныхъ тягъ приготовляются отъ руки. На (черт. 5) показаны различныя стадіи этой кузнечной работы.


Черт. 5.

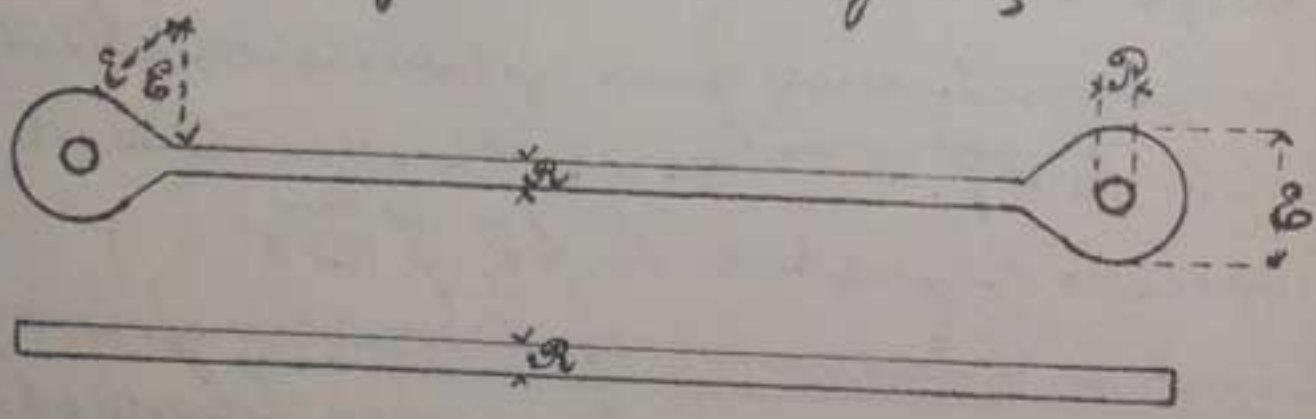
Закругленіе въ петлѣ обрабатывается напильникомъ. Такъ какъ подобныя тяги всегда снабжены стяжными муфтами, то въ назначеніи длины не требуется особой точности.

Если на одинъ и тотъ же болтъ должны быть насажены двѣ тяги, которыя должны быть въ одной плоскости, то одна изъ тягъ имѣетъ вилкообразную оконечность, которая также отковывается отъ руки. Длина



петли отъ начала ея до центра закругленія - должна равняться удвоенному діаметру шарнира.

Размѣры прорѣзей и винтовыхъ нарѣзокъ, которыхъ придерживается заводъ Edge-Moor приведены въ слѣдующихъ таблицахъ.



(Мѣры въ дюймахъ).

Квадратныя тяги.

Линейные поперечные размѣры	Діаметръ головки Б.	Діаметръ наибольшаго отверстія Р.
$\frac{7}{8} \times \frac{7}{8}$	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$
$1 \times 1\frac{1}{16}$	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{4} \times 1\frac{5}{16}$	$4\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$
$1\frac{3}{8} \times 1\frac{7}{16}$	5	$2\frac{7}{8}$
$1\frac{1}{2} \times 1\frac{5}{8}$	$5\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{8}$
$1\frac{11}{16} \times 1\frac{15}{16}$	6	$3\frac{1}{4}$
$2 \times 2\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{4} \times 2\frac{3}{8}$	$7\frac{1}{2}$	4
$2\frac{1}{2} \times 2\frac{3}{4}$	8	4

Круглыя тяги.

Діаметръ стержня	Діаметръ головки Б.	Діаметръ наибольшаго отверстія Р.
$\frac{7}{8}$	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{4}$
Отъ $1 - 1\frac{1}{8}$	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{4} - 1\frac{3}{8}$	5	$2\frac{3}{4}$
$1\frac{1}{2} - 1\frac{5}{8}$	$5\frac{1}{2}$	3
$1\frac{3}{4} - 1\frac{7}{8}$	6	$3\frac{1}{4}$
$2 - 2\frac{1}{8}$	$6\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{4} - 2\frac{3}{8}$	$7\frac{1}{2}$	4
$2\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}$	8	4.

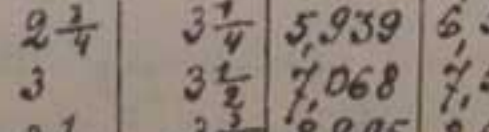
Тяги съ винтовой нарѣзкой.

(Мѣры въ дюймахъ).

Квадратныя

А	В	С	D	Ф	Н
Сторона квадрата	Діаметръ нарѣзки	Площадь полосы	Площадь по нарѣзкѣ	Длина нарѣзки.	Число нитей на 1 погон. дюймъ
$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{8}$	0,56	0694	$3\frac{3}{4}$	7
$\frac{7}{8}$	$1\frac{1}{4}$	0,76	0891	$3\frac{3}{4}$	7
1	$1\frac{1}{4}$	1,00	1295	4	6
$1\frac{1}{8}$	$1\frac{5}{8}$	1,27	1496	$4\frac{1}{4}$	5
$1\frac{1}{4}$	$1\frac{7}{8}$	1,56	2,051	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$1\frac{3}{8}$	2	1,89	2,302	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	2,25	3023	$4\frac{3}{4}$	4
$1\frac{5}{8}$	$2\frac{3}{8}$	2,64	3298	5	4
$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	3,06	3,719	5	$4\frac{1}{2}$
$1\frac{7}{8}$	$2\frac{3}{4}$	3,53	4,629	$5\frac{1}{4}$	4
2	$2\frac{7}{8}$	4,00	4,924	$5\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{8}$	3	4,52	5428	$5\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	5,06	6,510	$5\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$
$2\frac{3}{8}$	$3\frac{1}{2}$	5,64	7,548	6	3
$2\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	6,25	8641	$6\frac{1}{4}$	3
$2\frac{5}{8}$	4	6,89	9,998	$6\frac{1}{2}$	3

Круглыя

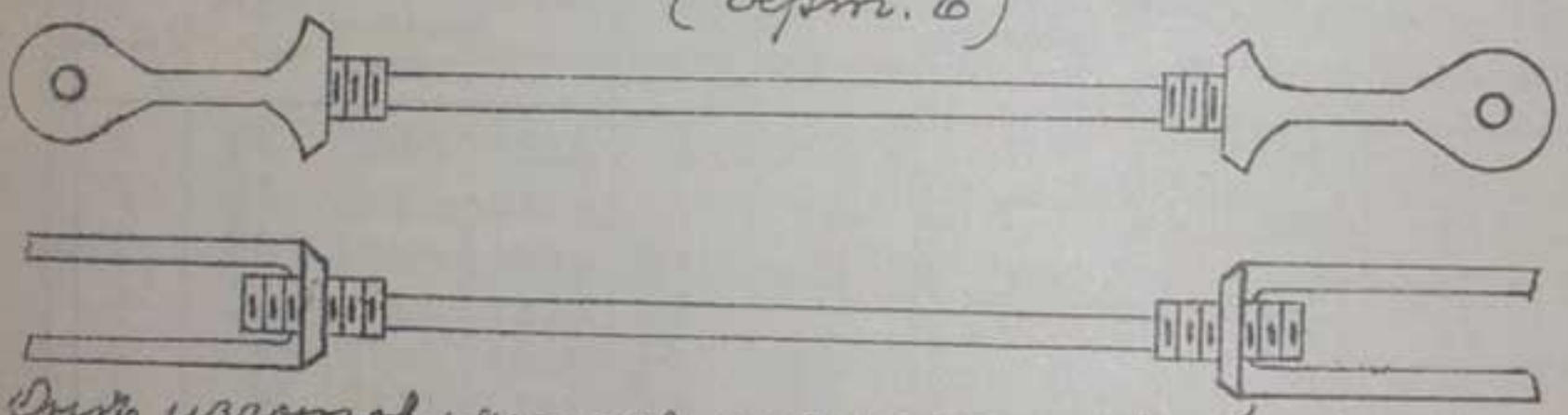


А	В	С	D	Ф	Н
Діаметръ полосы	Діаметръ нарѣзки	Площадь полосы	Площадь у основанія нарѣзки	Длина нарѣзки	Число нитей на 1 дюймъ
$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$	0307	0420	$3\frac{1}{2}$	9
$\frac{3}{4}$	1	0,442	0,550	$3\frac{1}{2}$	8
$\frac{7}{8}$	$1\frac{1}{8}$	0,601	0,694	$3\frac{3}{4}$	7
1	$1\frac{1}{4}$	0,785	0891	$3\frac{3}{4}$	7
$1\frac{1}{8}$	$1\frac{3}{8}$	0,894	1,057	4	6
$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	1,221	1,295	4	6
$1\frac{3}{8}$	$1\frac{3}{4}$	1,484	1,744	$4\frac{1}{4}$	5
$1\frac{1}{2}$	$1\frac{5}{8}$	1,767	2,051	$4\frac{1}{2}$	5
$1\frac{5}{8}$	2	2,073	2,302	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{8}$	2405	2,651	$4\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$
$1\frac{7}{8}$	$2\frac{1}{4}$	2,761	3,023	$4\frac{3}{4}$	4
2	$2\frac{3}{8}$	3,141	3,298	5	4
$2\frac{1}{8}$	$2\frac{1}{2}$	3,546	3,719	5	4
$2\frac{1}{4}$	$2\frac{5}{8}$	3,976	4,159	$5\frac{1}{4}$	4
$2\frac{3}{8}$	$2\frac{3}{4}$	4,430	4,622	$5\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{2}$	3	4,908	5,428	$5\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{4}$	5,939	6,510	$5\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$
3	$3\frac{1}{2}$	7,068	7,548	6	$3\frac{3}{4}$
$3\frac{1}{4}$	$3\frac{3}{4}$	8,295	8,641	$6\frac{1}{4}$	3
$3\frac{1}{2}$	4	9,621	9,993	$6\frac{1}{2}$	3

Примѣчаніе. Сѣченіе по меньшему діаметру нарѣзки во всѣхъ случаяхъ больше сѣченія тяги. Нарѣзка производится всегда на утолщенныхъ осаженныхъ концахъ. Раскаленный до бѣла конецъ стержня кладутъ въ чугунную форму и сверху сильнымъ давленіемъ прессуютъ вторую соотвѣтственную форму. Въ формѣ такъ отпечатывается, что плотно обхватываетъ стержень и имѣетъ будущей шейки утолщенія и плитъ цилиндрическое углубленіе по концамъ. Затѣмъ дѣйствіемъ пресса штемпель вдавливаютъ въ форму и осаживаютъ конецъ стержня.

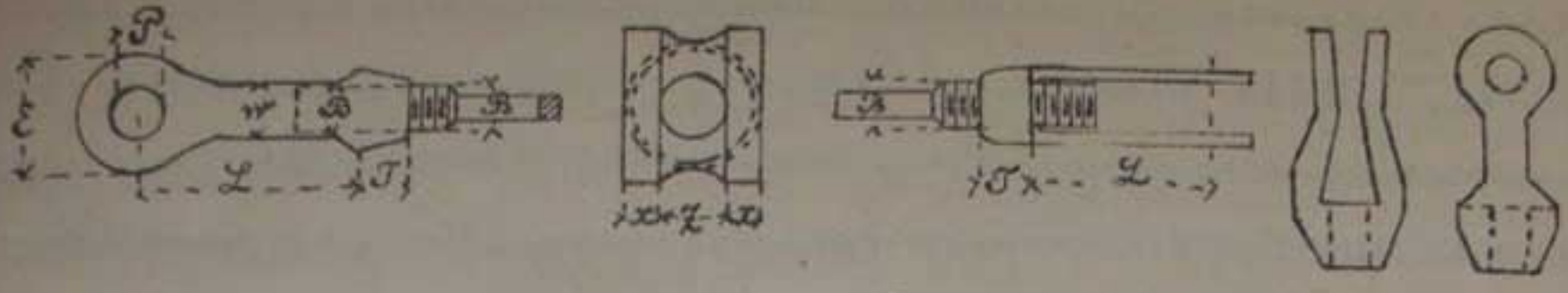
Для винтовую нарѣзку тягъ надѣвается особаго рода вилкообразная гайка (Clevises) съ отверстіями для пропуска шарнирнаго болта (Черт. 6).

(Черт. 6)



Онѣ изготовляются слѣдующимъ образомъ: дѣйствіемъ гидравлическаго пресса и штампа обрѣзуютъ раскаленный кусокъ плоскаго эксцентриситета утолщенія по серединѣ и закругленіями по концамъ. Затѣмъ продавливаются одновременно три отверстія, концы загибаются и производится внутренняя нарѣзка.

Соотношеніе между размѣрами частей гайки помѣщено въ прилагаемой таблицѣ:



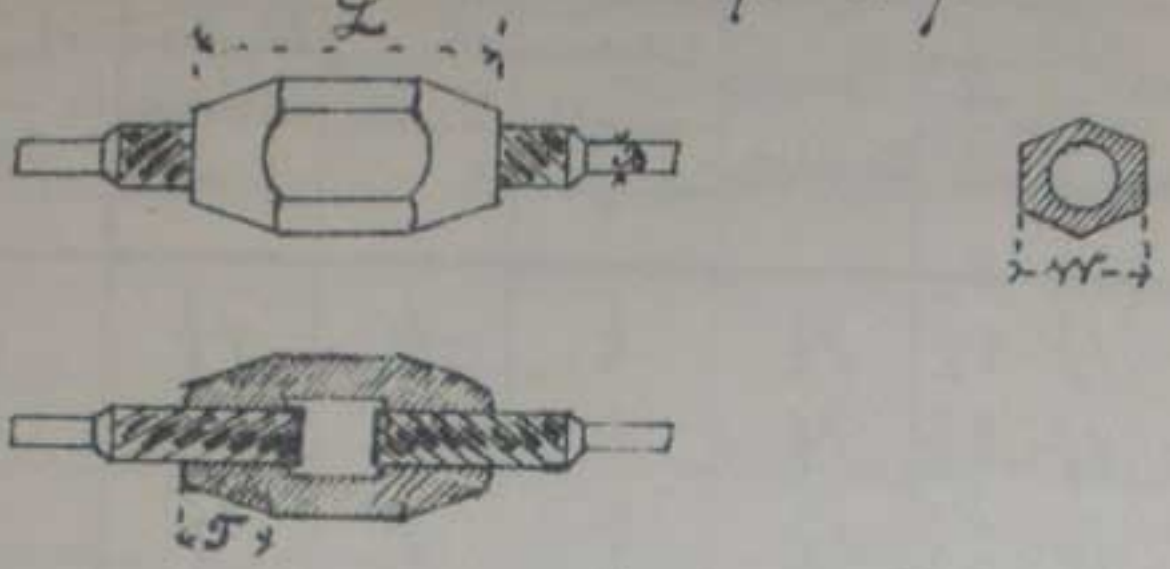
(Мѣры въ дюймахъ).

B	E	L	P	T	W	X	Z	
Діаметръ винтовой нарѣзки.	Діаметръ головки	Длина вилки	Діаметръ шарнира болта	Длина нарѣзки	Ширина головы вилки	Толщина ея.	Разстояніе между полосами	Вѣсъ въ фунтахъ
$\frac{7}{8}$ - 1	4	$5\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{8}$ - $2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{8}$	$5\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{8}$ - $1\frac{1}{4}$	4	$5\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{8}$ - $2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{8}$	$6\frac{1}{2}$
$1\frac{3}{8}$ - $1\frac{1}{2}$	4	$5\frac{1}{4}$	$1\frac{5}{8}$ - $2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	$1\frac{5}{8}$	$7\frac{1}{4}$
$1\frac{5}{8}$ - $1\frac{3}{4}$	4	$5\frac{1}{4}$	2	$1\frac{3}{4}$	2	$\frac{5}{8}$ - $\frac{3}{4}$	$1\frac{7}{8}$	9
$1\frac{7}{8}$ - 2	$4\frac{7}{8}$	7	$2\frac{1}{4}$	2	2	$\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{8}$	$13\frac{1}{4}$
$2\frac{1}{8}$ $2\frac{1}{4}$	$5\frac{7}{8}$	7	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{8}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{8}$	$20\frac{1}{4}$
$2\frac{3}{8}$ - $2\frac{1}{2}$	$6\frac{3}{8}$	7	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$	$2\frac{5}{8}$	$25\frac{1}{4}$
$2\frac{5}{8}$ - $2\frac{3}{4}$	$6\frac{7}{8}$	$8\frac{3}{4}$	3	$2\frac{3}{4}$	3	1	$2\frac{7}{8}$	—

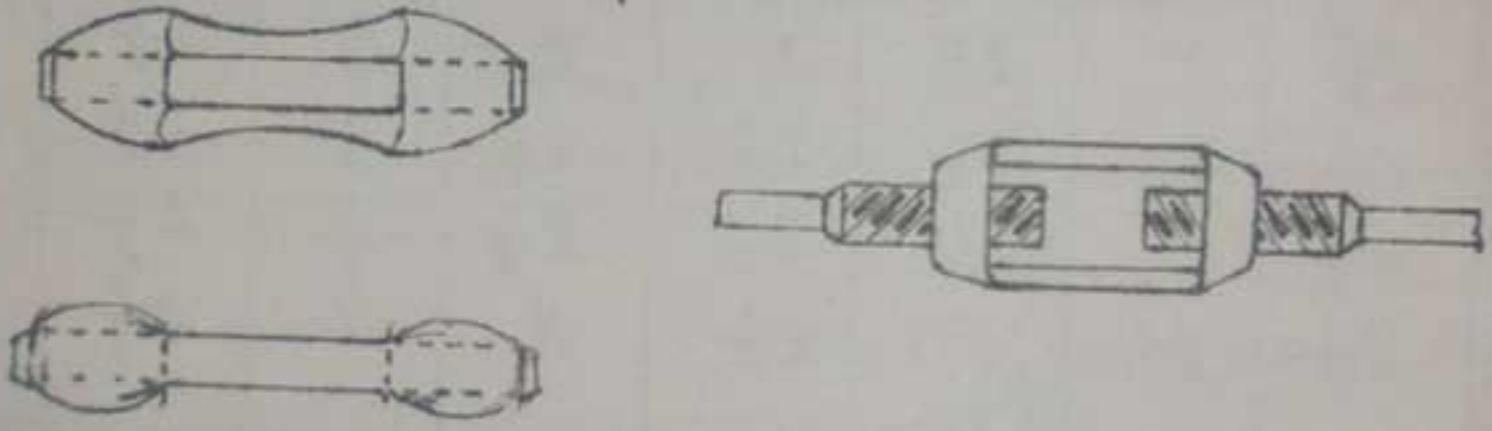
Для урегулированія длины подобныхъ раскосовъ, они соединяются по длинѣ стяжными муфтами съ нарѣзкою въ обѣ стороны. Муфты бываютъ закрытыя или открытыя. Закрытыя муфты приготовляются на заводѣ Edge-Moor слѣдующимъ образомъ. Прямоугольный листъ, соотвѣтственныхъ размѣровъ накаливаютъ и сгибаютъ въ трубку. Вторично накаливаютъ, насаживаютъ на круглый металлическій стержень и подвергаютъ нарѣзкую поверхность дѣйствію пресса для полу-

чения шестигранного очертания. Затѣмъ въ третій разъ накаливаютъ, насаживаютъ на стержень нѣсколько меньшаго діаметра, сужаютъ и закругляютъ концы ударами молотка и въ заключеніе дѣлаютъ внутренюю нарѣзку. Ѳва (Черт. 7 и 8) показаны типы закрытыхъ и открытыхъ муфтъ. Открытыя муфты имѣ-

Черт. 7.



Черт. 8.

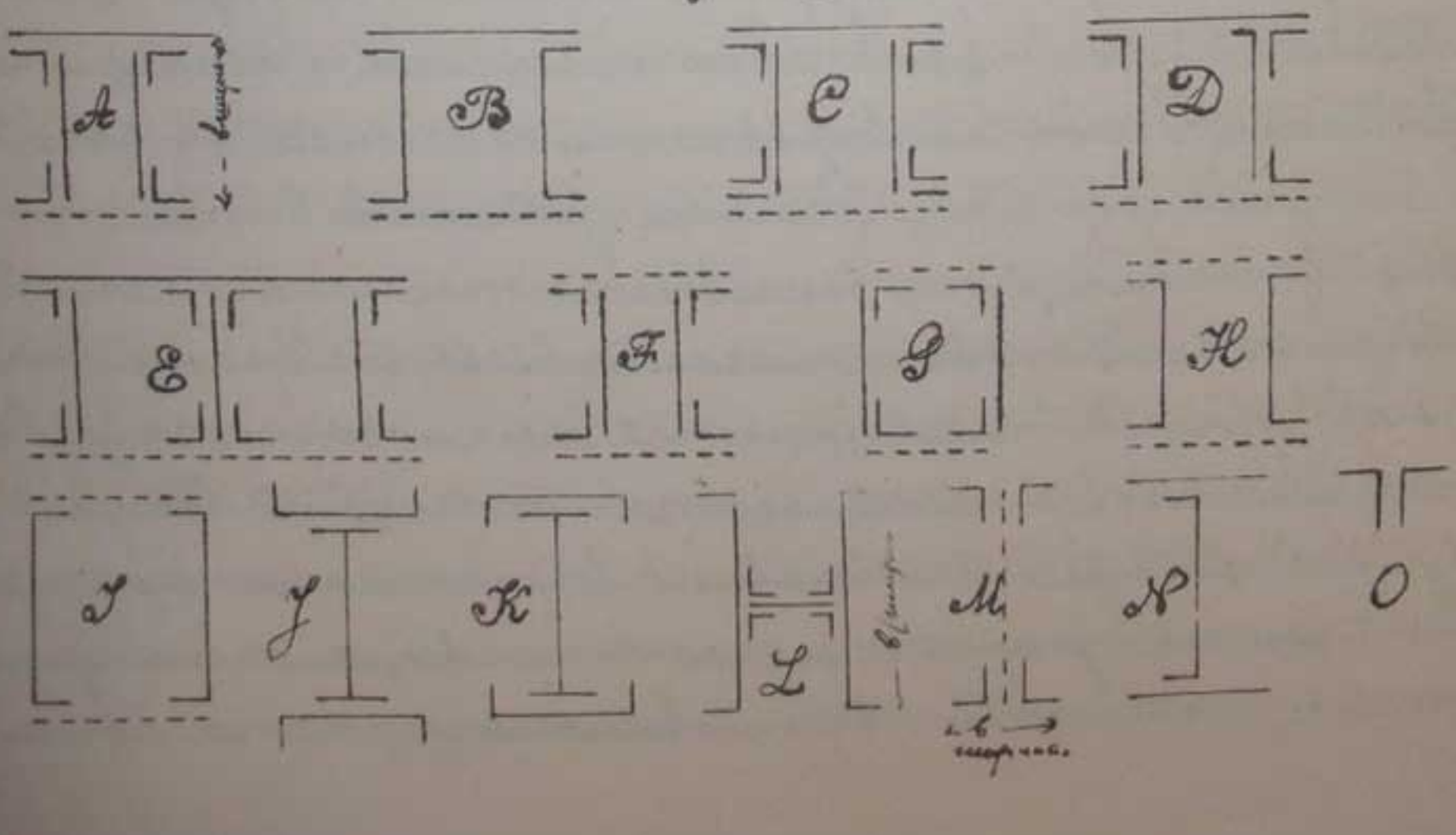


ютъ то преимущество, что концы стержней доступны для осмотра и положеніе муфты отличается по нитямъ нарѣзки, но, съ другой стороны, легко поворачивать, чтобы повернуть муфту помощью рычага, вставленнаго въ пазовъ.

Въ слѣдующей таблицѣ приведены данныя о размѣрахъ муфтъ:

B	E	F	W	
Діаметръ нарѣзки.	Длина муфты	Длина на рѣзки въ муфтѣ	Діаметръ средней части.	Вѣсъ въ фунтахъ.
$\frac{7}{8}$ — 1"	6"	$1\frac{7}{16}$	$1\frac{5}{8}$	$1\frac{3}{4}$
$1\frac{1}{8}$ — $1\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{2}$	$1\frac{5}{8}$	2	3
$1\frac{5}{8}$ — $1\frac{3}{4}$	$7\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{16}$	$2\frac{3}{4}$	$6\frac{3}{4}$
$2\frac{1}{8}$ - $2\frac{1}{4}$	$8\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{2}$
$2\frac{5}{8}$ - $2\frac{3}{4}$	$9\frac{1}{2}$	$2\frac{15}{16}$	$4\frac{1}{4}$	$21\frac{1}{2}$
$2\frac{7}{8}$ — 3	10	$3\frac{3}{16}$	$4\frac{5}{8}$	$26\frac{1}{2}$
$3\frac{1}{4}$	$10\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{8}$	5	32
$3\frac{1}{2}$	11	$3\frac{5}{8}$	$5\frac{3}{8}$	$38\frac{1}{4}$
$3\frac{3}{4}$	$11\frac{1}{2}$	$3\frac{13}{16}$	$5\frac{3}{4}$	45
4	12	$4\frac{1}{16}$	$6\frac{1}{8}$	$53\frac{1}{2}$

г) <u>Для сосатныхъ частей</u> (раскосовъ, стоекъ и поясовъ) наиболее употребительные типы сѣченія показаны на нижеслѣдующихъ чертежахъ:

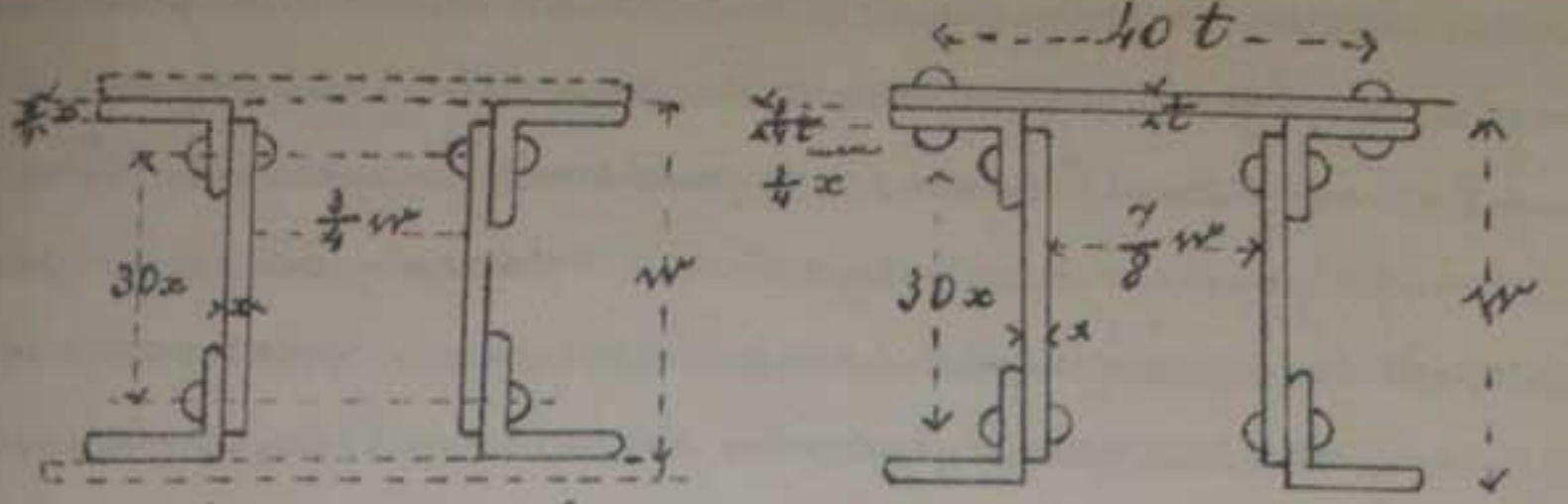


Стоимость того или другого типа пропорціональна числу заклепокъ, необходимыхъ для образованія даннаго составного сѣченія. Такъ, напримѣръ, для типа E необходимо 14 рядовъ заклепокъ, для M и N — два ряда. Типы A, B, C, D, E — преимущественно употребляются для сжатыхъ поясовъ и опорной стѣнки; F, G, H, J, K и L — для промежуточныхъ стоекъ главныхъ фермъ, а N, O, M — для распорокъ связей.

Наименѣе выгодный типъ отвѣчаетъ наибольшему значенію радіуса инерціи: $\rho = \sqrt{\frac{J}{\omega}}$. Всѣ указанные типы даютъ при одинаковой ширинѣ имѣютъ различные радіусы инерціи. Такъ, принимая для A, B, C, D и E — $\rho = 0{,}4$ ширины, т.е. $\rho = 0{,}4\,b$; для F, G, H и J — $\rho = \frac{3}{8}\,b$; для L — $\rho = \frac{5}{16}\,b$; для M $\rho = \frac{1}{4}\,b$. Типы A, B, C, D и E поэтому наиболѣе выгодные; кромѣ того они требуютъ помѣщенія „безполезнаго" матеріала только по одной грани.

Американцы придерживаются слѣдующихъ правилъ при назначеніи ширины и толщины отдѣльныхъ частей коробчатаго типа въ сжатыхъ частяхъ фермы. Уголки должны быть не тоньше $\frac{3}{4}$ толщины наиболѣе толстаго изъ соединяемыхъ листовъ; горизонтальныя грани поясныхъ уголковъ помѣщаются обыкновенно на $\frac{1}{8}$ д. выше кромки вертикальнаго листа, что всегда требуется заводами и вызвано вѣроятно затруднительностью получать листы съ правильными кромками; толщина вертикальнаго листа не менѣе

$\frac{1}{30}$ разстоянія между крайними рядами заклепокъ;



разстояніе между вертикальными листами въ Уголкахъ не менѣе $\frac{3}{4}$, а въ поясахъ не менѣе $\frac{7}{8}$ высоты пояса; толщина горизонтальнаго листа не менѣе $\frac{1}{40}$ разстоянія между крайними продольными рядами заклепокъ. Если же усиліе передается непосредственно, а не чрезъ болтъ, то наименьшая толщина горизонтальнаго листа $\frac{1}{30}$ ширины. Свободная длина сжатой части должна быть не болѣе 50 разъ взятой наименьшей ширины.

При подборѣ сѣченій для сжатаго пояса, разстояніе между стѣнками опредѣляется изъ того условія, чтобы между ними умѣщались наиболѣе напряженныя части рѣшетки (раскосы и стойки), что обыкновенно имѣетъ мѣсто въ первомъ узлѣ. Ширина вертикальнаго листа также опредѣляется по усилію въ первой панели, гдѣ оно — наименьшее и ширина эта сохраняется большею частью постоянной по всей длинѣ фермы. Толщина Уголка должна быть не менѣе установленныхъ нормъ. Наименьшій радіусъ инерціи сѣченія пояса не долженъ значительно отличаться отъ 0,4 высоты пояса, если площадь стѣнокъ составляетъ около половины всей площади сѣченія пояса. Высота стѣнки

должна быть достаточной для возможности помѣщенія болтового отверстія на такомъ разстояніи отъ вершины, чтобы головка раскоса не задѣвала за верхній горизонтальный листъ. Болтовое отверстіе помѣщается обыкновенно нѣсколько ниже нейтральной оси и именно настолько ниже, чтобы уравновѣсить моментъ по серединѣ панели отъ собственнаго вѣса пояса между двумя узлами. Такъ какъ обыкновенно болтовыя отверстія помѣщаются во всѣхъ панеляхъ на одной высотѣ, то необходимо выбрать такое среднее положеніе для болта, при которомъ получался бы наименьшій дополнительный изгибающій моментъ, причемъ во всякомъ случаѣ алгебраическая сумма напряженій отъ эксцентриситета и собственнаго вѣса не должна превосходить допускаемаго напряженія болѣе чѣмъ на 10% [См. числовый примѣръ въ концѣ § пункт. 3].

Если поясъ можетъ подвергаться какъ вытягиванію, такъ и сжатію, то, при значительныхъ сжимающихъ усиліяхъ, поясъ дѣлаютъ жесткаго сѣченія, если же сжимающія усилія сравнительно невелики, то часть плоскихъ звеньевъ замѣняютъ коротко-раздѣленными звеньями и соединяютъ ихъ плоской рѣшеткой. Въ исключительно сжатыхъ поясахъ — стыки почти никогда не перекрываются; стыковыя — незначительнаго сѣченія планки, служатъ лишь для предупрежденія бокового отклоненія. Если же поясъ сжато-вытянутый, то при жесткомъ сѣченіи дѣла-

ется или полное перекрытіе стыковъ или внутри жесткаго пояса помѣщаютъ звенья, которыя должны сопротивляться вытягиванію [черт 9[a]] или, наконецъ, жесткій поясъ надѣвается на шарниры на подобіе звеньевъ [Черт. 38[a]]

Назначеніе рѣшетки, помѣщаемой въ сжатыхъ составныхъ частяхъ, такъ связывать отдѣльныя части, чтобы онѣ работали какъ одно цѣлое, чтобы препятствовать выпучиванію отдѣльныхъ вѣтвей и передавать поперечное перерѣзывающее усиліе концевымъ частямъ. Первое условіе будетъ удовлетворено, если рѣшетка тянется непрерывно и если толщина планокъ не менѣе $\frac{1}{50}$ длины. Второе условіе выполняется если разстояніе между двумя смежными узлами не больше 16 разъ взятой ширины связываемыхъ полосъ въ плоскости рѣшетки. Наконецъ, для возможности удовлетворенія третьему условію, необходимо знать поперечную нагрузку, вызывающую изгибъ. Приблизительно можно такъ поступить. Такъ напримѣръ. Если взять употребляемую въ Америкѣ формулу, выражающую допускаемое напряженіе при продольномъ изгибѣ: $R = 9000 - 40 \cdot \frac{l}{\rho}$ [въ фунтахъ и дюймахъ], гдѣ l – длина; ρ – радіусъ инерціи, то членъ $40\frac{l}{\rho}$ – выражаетъ добавочное напряженіе отъ изгиба. [Въ формулѣ Шварцъ-Ржикша: $R_m = \frac{\frac{P}{\omega}}{1 + \kappa\omega\frac{el}{J}}$ или $R_m = \frac{P}{\omega}\left(1 - \kappa\omega\frac{l^2}{J}\right)$ членъ $P\kappa\frac{l^2}{J}$ – выражаетъ добавочное напряженіе отъ изгиба].

---

[a]) На отдѣльномъ листѣ.

) На отдѣльномъ листѣ

Если W - равномерно-распределенная нагрузка по длине раскоса, вызывающая то же напряжение, то: $W \cdot \frac{l}{8} \cdot \frac{z}{J} = 40 \cdot \frac{l}{s}$; $W = 320 \cdot \frac{J}{s \cdot z} = \frac{320 \cdot \omega \cdot s^2}{s \cdot z} = \frac{320 \cdot \omega \cdot s}{z} = \frac{320 \cdot \omega}{b}$, если $z = b \cdot s$. Поэтому, если решетки на двух гранях с планками под углом 45°, то наибольшее усилие, которому будет подвергнуть раскос решетки:

$$\frac{320 \cdot \omega}{4 \cdot b} \times 1,4 .$$

Ширина и толщина полок решетки изменяется вместе с шириной грани. Обыкновенно придерживаются следующей зависимости:

Ширина грани.	Размеры полок.
7 дюйм.	$1\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$ дюйм.
8	$2 \times \frac{5}{16}$
9	$2 \times \frac{5}{16}$
10	$2 \times \frac{3}{8}$
12	$2\frac{1}{4} \times \frac{3}{8}$
14	$2\frac{1}{4} \times \frac{3}{8}$
15	$2\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}$
16	$2\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}$
18	$4 \times \frac{3}{8}$ одинарн. $2\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}$ двойн.
свыше 18	$4 \times \frac{7}{16}$ одинарн. $2\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}$ двойн. $3 \times 2 \times \frac{1}{4}$ уголок

По концам сжатого раскоса решетка должна быть замкнута сплошной планкой (tie plate), длину которой обыкновенно делают в $1\frac{1}{2}$ раза

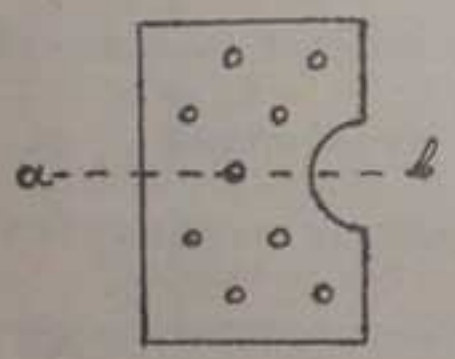
большие ширины. Иногда планка по концам окаймляется уголками. Назначение этой планки сопротивляться сгибающему моменту, проявляющемуся вследствіе того, что давленіе отъ шарнира передается хотя по оси стойки, но внѣ центра тяжести каждой изъ двухъ отъемокъ стойки.

Если элементъ фермы, составленный изъ нѣсколькихъ частей и подвергающійся сжатію, передаетъ свое усиліе слѣдующему элементу, не непосредственнымъ соприкасаніемъ (square ended member), а помощью шарнирнаго болта (pin ended member), то необходимо, по концамъ мѣстное утолщеніе стѣнки этого составного элемента, непосредственно принимающей или передающей давленіе болту. Утолщеніе это имѣетъ различное назначеніе; во первыхъ оно должно увеличить сопротивленіе смятію стѣнки, усилить сѣченіе стѣнки на всемъ томъ протяженіи, гдѣ проходитъ передача доли усилія на остальныя части

сѣченія и способствовать болѣе равномѣрному распредѣленію усилія по всей ширинѣ стѣнки. Указанное утолщеніе достигается наклепкой на стѣнку одной или нѣсколькихъ планокъ (bearing or pin plate).

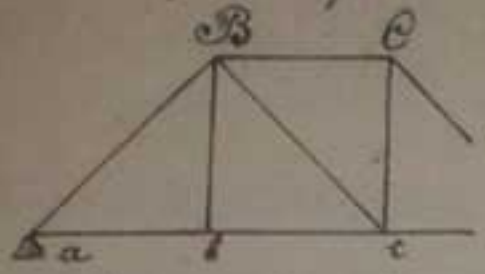
Толщина и длина наклепки опредѣляются слѣдующимъ образомъ. Общая толщина наклепки опредѣляется изъ условія, чтобы напряженіе на смятіе не превосходило допускаемаго напряженія. Длина же наклепки должна удовлетворять такимъ требованіямъ: а) длина каждой планки должна быть достаточной для помѣщенія необходимаго числа заклепокъ для передачи на стѣнку того усилія, которое должно быть принято данной планкой; б) разстояніе края наклепки отъ маркирнаго отверстія должно обезпечивать противъ возможности выкалыванія полнаго допускаемаго сопротивленія (ab, Черт. d) [всего лучше опредѣлять это разстояніе изъ условія, чтобы планка, разсматриваемая какъ балка, задѣланная по серединѣ, не могла сломаться отъ усилій, приложенныхъ къ центрамъ заклепокъ] и г) длина, по крайней мѣрѣ одной изъ планокъ, усиливающей сѣченіе стѣнки должно занимать все то протяженіе, гдѣ можно ожидать передачу усилія отъ стѣнки на остальныя части сѣченія. Поясненіе примѣромъ, заимствованнымъ изъ Pre theory and practice of modern formed structures. Johnson)

Черт. a.

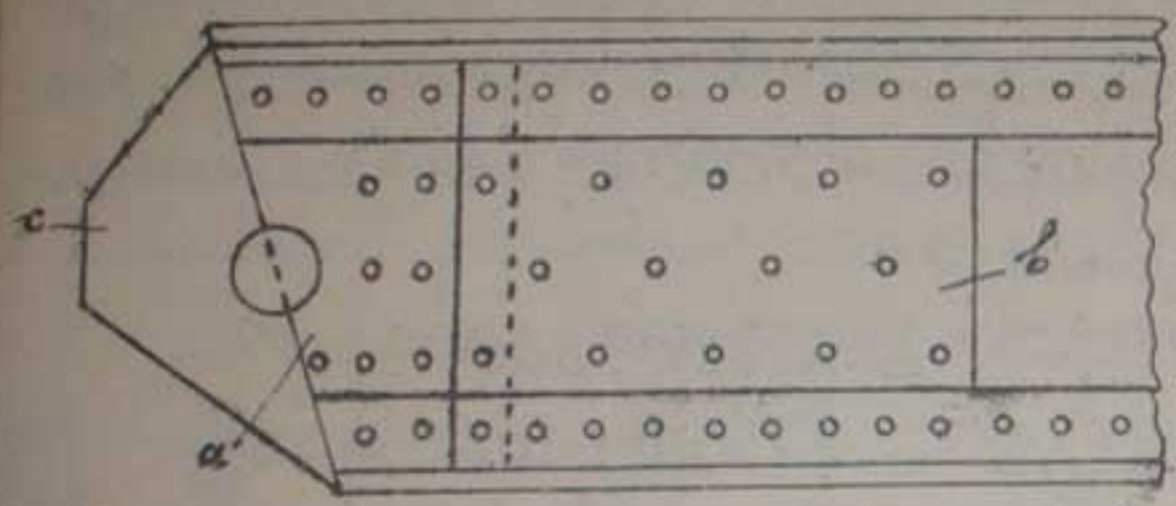


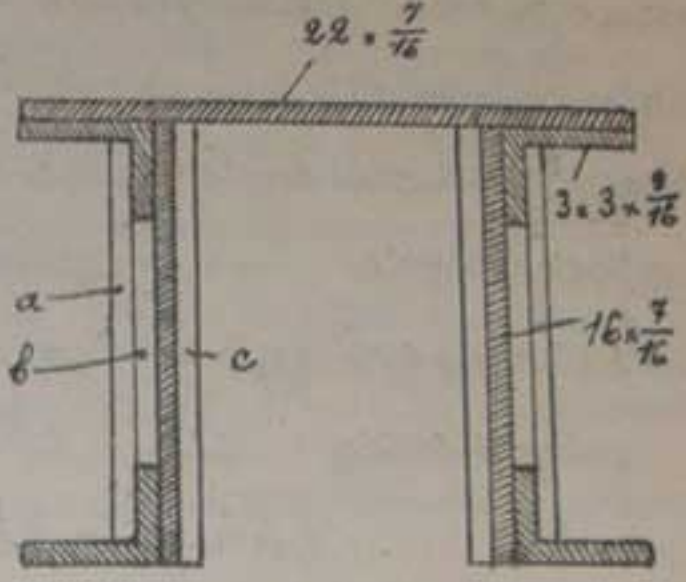
Пусть [черт. β] наклонная опорная стойка aB, или, правильнее, первая панель верхняго пояса сжата усиліемъ 231.000 фун. и проектирована ко. робчатаго типа указанныхъ на (черт γ) размѣровъ:

черт. β.



Черт. γ.





Допускаемое напряженіе въ крайнихъ волокнахъ опредѣлено по формулѣ:

$$R_o = \frac{R_1}{1 + \frac{l^2}{18.000\,\varphi^2}},$$

гдѣ $R_1 = 6500\left(1 + \frac{\min N}{\max N}\right)$.

Для данной части: $\min N = +64{,}4$; $\max N = +231{,}0$; $\varphi = 6{,}34$; $l = 450{,}5$; при каковыхъ условіяхъ $R_1 = 8300\frac{\text{ф.}}{\text{кв. д.}}$ $R_o = 6460$. Слѣдовательно: $\omega = \frac{231000}{6460} = 35{,}5$ кв. д.; въ дѣйствительности $\omega = 35{,}6$ кв. д.

Допускаемое напряженіе на смятіе должно составлять $1\frac{1}{2}$ противъ допускаемаго нормальнаго напряженія для сжатія данной части. Слѣдовательно $1\frac{1}{2} \times 8300 = 12.450$ фун. Для передачи усилія въ 231.000 ф. потребуется $\frac{231000}{12.450} = 18\frac{9}{16}$ кв. д. площади, сопротивляющейся смятію. При діаметрѣ болта въ $d = 4\frac{15}{16}$ д., необходимая толщина $18\frac{9}{16} : 4\frac{5}{16} = 3\frac{3}{4}$ д.

Листъ 41. Ч. III Лит. Маркова, Невскій, №34.

Профессоръ Никитинъ

Такъ какъ двѣ стѣнки имѣютъ толщину $2 \times \frac{7}{16} = \frac{7}{8}$, то остается накленать $3\frac{3}{4} - \frac{7}{8} = 2\frac{7}{8}$, для чего должны быть взяты двѣ планки b по $\frac{9}{16}$, двѣ a по $\frac{5}{16}$ и двѣ c по $\frac{9}{16}$.

Для опредѣленія количества заклепокъ, необходимыхъ для прикрѣпленія каждой изъ этихъ трехъ планокъ, найдемъ то усиліе, которое принимается каждой планкой. Это усиліе будетъ, очевидно, пропорціонально ихъ толщинѣ. Если сопротивленіе заклепки $\frac{3}{4}$ — перерѣзыванію 3000 ф., то количество заклепокъ для прикрѣпленія

планки a. $\frac{231000 \times \frac{5}{16}}{3\frac{3}{4}} = 10.500 : 3000 = 7.$

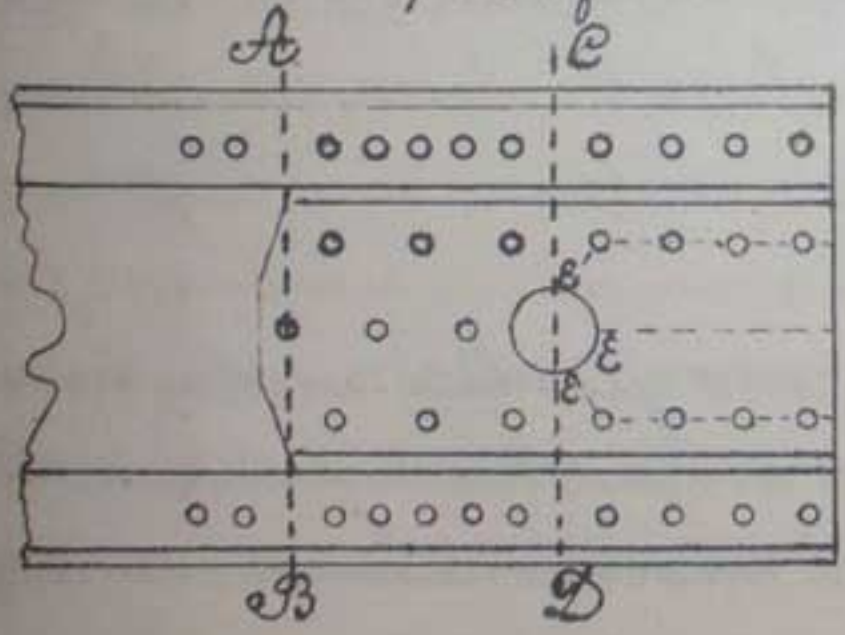
b и c. $\frac{231000 \times \frac{9}{16}}{3\frac{3}{4}} = 34.650 : 3000 = 12,$

т.е. для прикрѣпленія планокъ a и b необходимо всего 19 заклепокъ одиночнаго перерѣзыванія, а для прикрѣпленія c — 12 заклепокъ. Въ дѣйствительности планка a прикрѣплена 13 заклепками, а c — 17 заклепками. Послѣдняя планка имѣетъ выступъ и служитъ для удержанія противъ бокового передвиженія (hinge-plate — цеховая планка); выступъ за предѣлами болтового отверстія не менѣе 2". Планка c — сдѣлана значительно длиннѣе; она служитъ имѣетъ съ тѣмъ для усиленія стѣнки на всемъ ея протяженіи, гдѣ, приходящееся на уголки и верхній листъ, усиліе не успѣло еще туда передаться. Въ данномъ примѣрѣ это усиліе составляетъ 101.300 ф., что потребуетъ для передачи 34 заклепки, которыя могутъ быть помѣщены только въ уголкахъ. Для уменьшенія этого протяженія желательно конечно, чтобы заклепки работали по возможности

на двойное перерѣзываніе, что и заставило проектировать планку а во всю высоту пояса. Такимъ образомъ передача усилія 101.300 ᵏ уголкамъ и верхнему листу совершается 8 заклепками, работающими на двойное перерѣзываніе и 18 заклепками одиночнаго перерѣзыванія. На всемъ протяженіи, занятомъ этими заклепками, протянута планка b. Изъ этого примѣра ясно также, что для уменьшенія протяженія передачи усилія и слѣдовательно и протяженія перенапряженія стѣнки, требующей усиленія - заклепки въ уголкахъ слѣдуетъ ставить возможно тѣсныя, чрезъ $3'' - 3\frac{1}{2}''$, а за этими предѣлами, онѣ могутъ быть разставлены рѣже.

д.) Вытянутые составные раскосы изъ листа и уголковъ снабжаются по концамъ планкой для увеличенія сопротивленія смятію; размѣры и длина ея опредѣляются такъ же какъ въ сжатыхъ раскосахъ; она должна быть продолжена до того мѣста, гдѣ можно уже считать законченной передачу усилія изъ вертикальнаго листа уголкамъ; Болтовое отверстіе должно быть на такомъ разстояніи отъ края, чтобы не могло произойти выкалыванія по наиболѣе слабой части; заклепки слѣдуетъ такъ располагать, чтобы вездѣ было наименьшее ослабленіе; такъ напримѣръ въ сѣченіи по шарниру - не слѣдуетъ помѣщать заклепокъ въ уголкахъ; это со-

Черт. у'



чение netto должно быть на 25% больше наибольшаго сѣченія netto въ крайней части раскоса, напримѣръ, въ сѣченіи AB [черт. 9*].

г.) Стыки верхняго пояса перекрываются въ Америкѣ лишь на столько, чтобы препятствовать боковому перемѣщенію [что, во всякомъ случаѣ, нельзя рекомендовать]. Передача усилій - непосредственная, для чего требуется тщательное пристругиваніе торцевъ составныхъ частей пояса. На чертежахъ [10, 11, 12*] показаны типы перекрытія стыковъ промежуточныхъ узловъ [стыки угольковъ не перекрываются]. На [черт. 13*] показанъ не перекрытый стыкъ узла между наклонной опорной стойкой и верхнимъ поясомъ. Одна изъ наружныхъ планокъ сжатія [hinge-plate] продолжена за стыкъ для удержанія отъ бокового перемѣщенія.

дс.) При вычерчиваніи частей фермы принимается въ разсчетъ подъемъ, который должна имѣть ферма въ ненагруженномъ состояніи. Если c - подъемъ въ дюймахъ, i - превышеніе длины верхняго пояса противъ нижняго въ дюймахъ; h и l - высота и длина фермы въ футахъ, то:

$$i = \frac{8\,c\,h}{l}.$$

Подъемъ опредѣляется изъ того условія, чтобы, подъ дѣйствіемъ собственнаго вѣса и половины подвижной нагрузки - ферма приняла горизонтальное положеніе.

3.) Численный примѣръ опредѣленія діаметра болтовъ, толщины и длины планокъ сжатія.

(*) На отдѣльномъ листѣ.

[Заимствовано изъ Johnson: The theory and practice...]
Пусть величина расчетнаго пролета 150 ф. Наивыгоднѣйшая высота фермы составляетъ $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ пролета. Выбирается высота въ 28 ф. при длинѣ панели въ 25 ф.; разстояніе между осями стѣнокъ 16 ф.
Допускаемыя напряженія [по нормамъ Пенсильванской желѣзной дороги]:
при одноименныхъ усиліяхъ $a = u(1 + \gamma)$,
при разноименныхъ усиліяхъ $a = u(1 - \gamma_1)$,
гдѣ a – допускаемое напряженіе для сжатія или вытягиванія;

$u = \begin{cases} 7500 \frac{\text{фунт.}}{\text{кв. д.}} \text{ на вытягиваніе для желѣза, прокатаннаго въ универсальномъ станѣ (звенья)} \\ 7000 \frac{\text{фунт.}}{\text{кв. д.}} \text{ на вытягиваніе для однопрокатнаго желѣза (полосы, листы).} \\ 6500 \frac{\text{фунт.}}{\text{кв. д.}} \text{ на сжатіе для однопрокатнаго желѣза.} \end{cases}$

$$\gamma = \frac{\text{Min } K}{\text{Max } K}; \qquad \gamma_1 = \frac{\text{Max. } K \text{ одного напр.}}{2 \text{ Max } K \text{ другого напр.}}.$$

Въ сжатыхъ частяхъ допускаемое напряженіе a уменьшается въ виду продольнаго изгиба по формулѣ:

$$b = \frac{a}{1 + \frac{l^2}{18000 \cdot \rho^2}},$$

гдѣ a – допускаемое напряженіе [среднее] ранѣе найденное;
b – допускаемое напряженіе въ крайнихъ волокнахъ;
l – длина въ дюймахъ между центрами балочныхъ опорныхъ;
ρ – наименьшій радіусъ инерціи.
Допускаемое напряженіе на вытягиваніе въ длинныхъ подъемахъ должно быть уменьшено на 10%.
Въ поясахъ сплошныхъ балокъ допускаемое напряженіе не должно превосходить

$$c = \frac{a}{1 + \frac{l^2}{5000 \cdot W^2}},$$

гдѣ l – длина листа между осями въ дюймахъ; W – моментъ

на листа въ дюймахъ.

Для эксплуатационныхъ болтовъ допускаемое напряженіе на изгибъ – $15000 \frac{\text{ф}}{\text{дюйм}^2}$.

Допускаемое напряженіе на смятіе въ болтахъ не болѣе $1\frac{1}{2}$ напряженія a – для сжатія.

Допускаемое напряженіе на смятіе въ заклепкахъ не болѣе $2^{\text{хъ}}$ напряженія a для сжатія.

Допускаемое напряженіе на срѣзываніе не болѣе допускаемаго напряженія a для сжатія.

Напряженіе на вытягиваніе въ связяхъ не болѣе 15.000 ф. для эксплуза, прокатаннаго въ универсальномъ станѣ и 12.000 ф для однопрокатнаго эксплуза

Напряженіе въ распоркахъ связей не болѣе:

$$c = \frac{12000}{1 + \frac{l^2}{cg^2}},$$

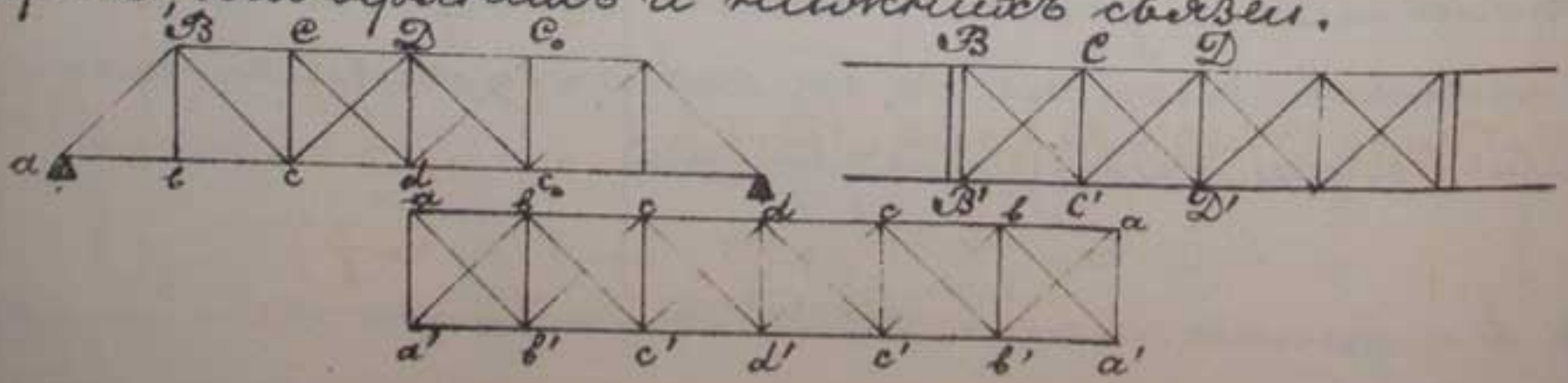
гдѣ l и g имѣютъ прежнія значенія,

а c $\begin{cases} 36000 \text{ при обоихъ закрѣпленныхъ концахъ,} \\ 24000 \text{ при одномъ закрѣпленномъ, другомъ свободномъ} \\ 18000 \text{ при обоихъ свободныхъ концахъ.} \end{cases}$

Наименьшая толщина элементовъ $\frac{3}{8}$ д. за исключеніемъ связей, гдѣ допускается $\frac{5}{16}$; наименьшая площадь стержней – 1 кв. д.

Для стальныхъ звеньевъ и болтовъ допускаемыя напряженія могутъ быть увеличены на 20%.

Въ слѣдующихъ таблицахъ сгруппированы усилія и проектированныя сѣченія для частей главныхъ фермъ, для верхнихъ и нижнихъ связей.



1.) Главныя фермы.

Названіе частей	Усилія: отъ постоянной нагрузки.	Усилія: отъ подвижной нагрузки.	Усилія: Min	Усилія: Max	Допускаемое напр. α	Длина въ дюймахъ	Радіусъ инерціи	Допускаемое напряженіе въ крайнихъ фибрахъ b.	Требуемая площадь.	Составъ сѣченія.	Дѣйствительная площадь.	Матеріалъ.
ab	-42,9	-111,0	42,9	153,9	11.5			11.5	13.4	Двѣ полосы $6 \times 1\frac{1}{8}$"	13,5	Сталь
bc	-42,9	-111,0	42,9	153,9	11.5			11.5	13.4	— „ — „ — $6 \times 1\frac{1}{8}$	13,5	—„—
cd	-68,6	-169,5	68,6	238,1	11.6			11.6	20.5	— „ — „ — $6 \times 1\frac{3}{4}$	21.0	—„—
Bc	-38,6	+8,4 / -110,8	30,2	149,4	10.8			10.8	13.8	— „ — „ — $5 \times 1\frac{3}{8}$	13.75	—„—
Cd	-12,9	-64,9	12,9	77,8	9.0			9.0	8.7	— „ — „ — $5 \times \frac{7}{8}$	8.75	—„—
1c		-17,5	0,0	17,5	7.5			7.5	2.3	Одинъ $1\frac{1}{2}$ квадр. стержень	2.25	Желѣзо
Bb	-12,8	-59,4	12,8	72,2	10.6			9.5	7.6	Двѣ полосы $4 \times \frac{15}{16}$	7.5	Сталь
Cc	+16,0	+48,4	16.0	64.4	8.1	336	3,8	5.64	11.4	Двѣ ⌊ 10"—58ф. въ хрдтѣ	11.6	Желѣзо
2d	+6,4	+13,1	6.4	19.5	8.6	336	2.54	4.360	4.5	Двѣ ⌊ 7"—38ф. въ хрдтѣ	7.6	—„—
ac	+64,4	+166,6	64,4	231,0	8.3	450,5	6,34	6,460	35,5	Верхній листъ $22 \times \frac{7}{16}$ Два уголка $3 \times 3 \times \frac{9}{16}$ Два верхн. листа $16 \times \frac{7}{16}$ Два уголка $3 \times 4 \times \frac{7}{16}$	35.6	Желѣзо
BC	+68,6	+169,5	68,6	238,1	8,4	300	6,44	7,470	31,9	$22 \times \frac{7}{16}$ $2\left(3 \times 3 \times \frac{3}{8}\right)$ $2\left(16 \times \frac{3}{8}\right)$ $2\left(3 \times 3 \times \frac{3}{8}\right)$	31.9	Желѣзо
CD	+77,1	+192,9	77,1	270,0	8,4	300	6,44	7,470	36,2	$22 \times \frac{7}{16}$ $2\left(3 \times 3 \times \frac{9}{16}\right)$ $2\left(16 \times \frac{7}{16}\right)$ $2\left(3 \times 4 \times \frac{1}{2}\right)$	36.2	Желѣзо

Примѣчаніе. Площади въ квадратныхъ дюймахъ, усилія – въ тысячахъ фунтовъ; + означаетъ сжатіе; – вытягиваніе.

2.) Верхнія и нижнія связи.

Названіе частей	Полное усиліе	Длина въ дюймахъ	Радіусъ шарнира	Допускаемое напряженіе	Требуемая площадь	Составъ сѣченія.	Дѣйствительная площадь	Матеріалъ
DD'	1.625	192	1.19	7.000	0,23	Четыре $2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} \times \frac{5}{16}$	6.0	Уголки
CC'	3.250	192	1.19	7.000	0,47	Тоже	6.0	—„—
CD'	3.014			15.000	0,20	Стержень квадр. въ 1"	1.	—„—
BC'	9.043			15.000	0,60	Тоже	1.	—„—
aa'	33.100	84	0.94	9.900	3,4	Два $3 \times 3 \times \frac{5}{16}$	3.6	Желѣзо
bb'	19.600	„	„	„	„	Нижній поясъ поперечной балки		
cc'	8.600	„	„	„	„			
dd'	4.750	„	„	„	„			
ab'	61.400			15.000	4,1	Два кв. стержня $1\frac{7}{16}$	4.12	—„—
bc'	38.300			15.000	2,55	—„— „ —„— $1\frac{1}{8}$	2.53	—„—
cd	17.400			15.000	1,2	Одинъ кв. стержень $1\frac{1}{8}$	1.27	—„—

Опредѣливъ сѣченіе сжатаго пояса, необходимо остановиться на выборѣ положенія шарнирнаго отверстія въ стыкѣ, положенія одинаковаго по всей длинѣ фермы. Въ слѣдующей таблицѣ сгруппированы для сѣченія пояса въ каждой панели: e – разстояніе оси стыковки отъ центра тяжести всего сѣченія; M_w – вѣсъ пояса, въ предѣлахъ панели, M_m – моментъ вѣса пояса по серединѣ панели; S – усиліе въ послѣ; $d = \frac{M_w}{S}$ разстояніе точки приложенія усилія во

пояса отъ центра тяжести сѣченія при удовлетвореніи условію, чтобы моментъ, вслѣдствіе эксцентрическаго приложенія усилія, былъ равенъ моменту отъ собственнаго вѣса ($S.d = M_{вт}$)
e_1 — искомое разстояніе оси шарнира отъ оси стѣнки пояса.

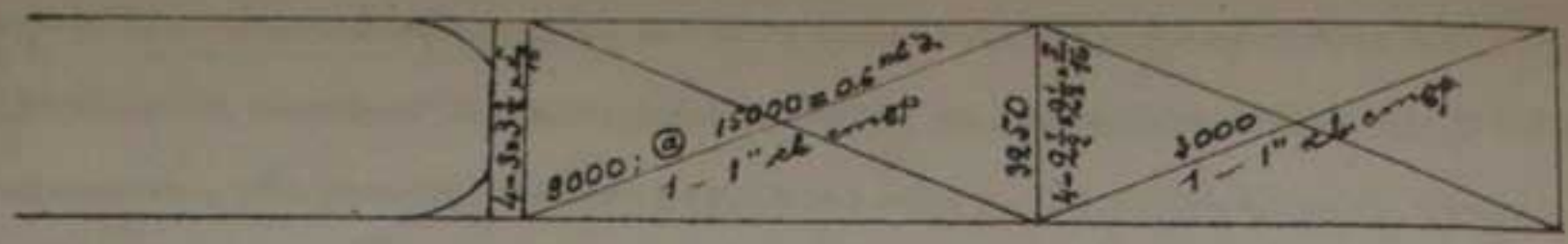
Названіе частей	e	W	$M_{вт}$	S	$d = \frac{M_{вт}}{S}$	$e' = e - \frac{M_{вт}}{S}$
aB	2.23	5.100	191.200	231.000	0,83	1.40
BC	2.11	3.000	112.500	238.100	0,48	1.63
CD	2.08	3.400	127.500	270.000	0,47	1.51

Изъ этой таблицы слѣдуетъ, что, сдѣлавъ во всѣхъ узлахъ $e' = 1\frac{5}{8}^{д}$, условіе будетъ почти удовлетворено; запасъ же необходимъ въ виду возможнаго, со временемъ, увеличенія подвижной нагрузки, что вызоветъ увеличеніе e'.

Окончательные результаты вычисленій, допущеннаго напряженія ⓐ, и подборъ сѣченій обыкновенно вписываются на схематическомъ чертежѣ, какъ указано на чертежѣ II [см. страницу 650].

Переходимъ теперь къ опредѣленію размѣровъ болтовъ.

Узелъ a. Опредѣляютъ сначала размѣры болта въ зависимости отъ сдвига; затѣмъ дѣлаютъ вторую повѣрку на изгибъ — если сѣченіе удовлетворяетъ, то довольствуются этими двумя повѣрками.

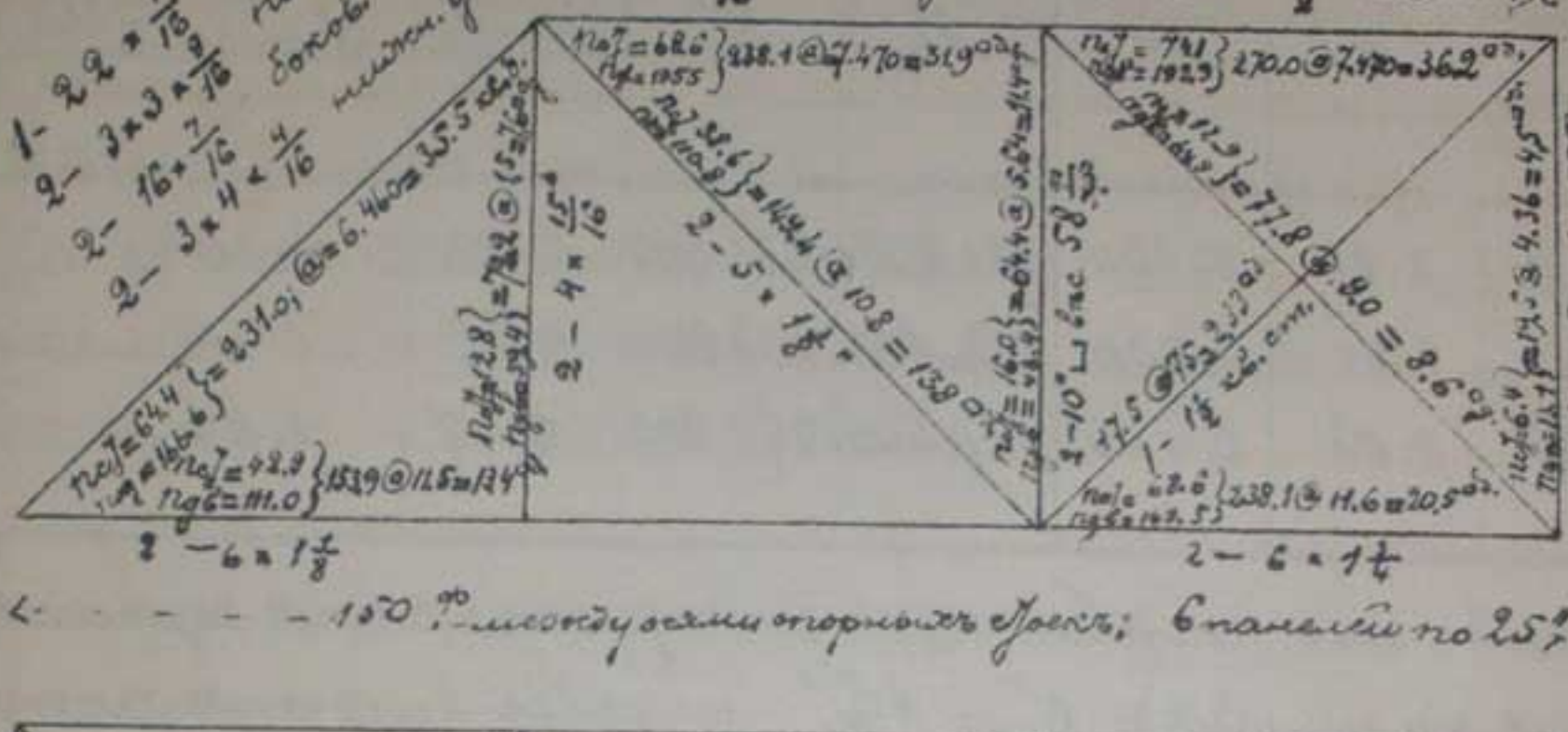


Черт. и.

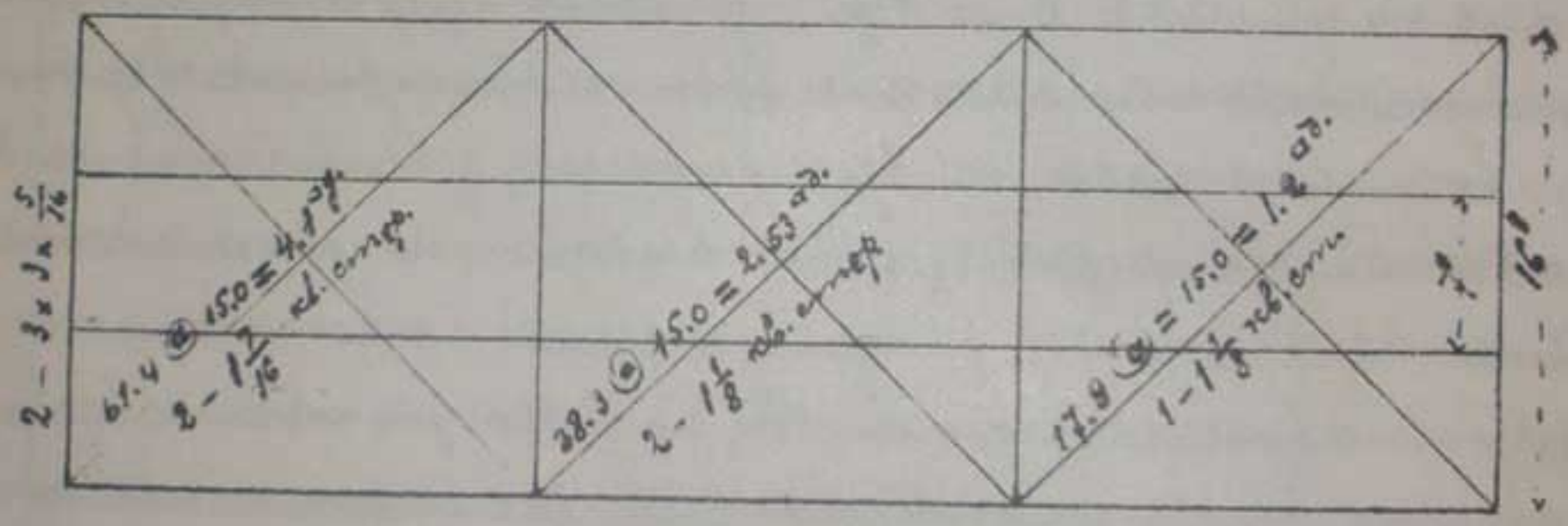
1 - 22 × 7/16 вер. лис.
2 - 3 × 3 × 3/8 пояс. уг.
2 - 16 × 7/16 вер. ст.
2 - 3 × 4 × 7/16 нижн. уг.

1 - 22 × 7/16 гор. лис.
2 - 3 × 3 × 3/16 пояс. уг.
2 - 16 × 7/16 гор. ст.
2 - 3 × 4 × 1/2 нижн. уг.

1 - 22 × 7/16 - верт. лис.
2 - 3 × 3 × 3/16 пояс. угол.
2 - 16 × 7/16 боков. стенки
2 - 3 × 4 × 4/16 нижн. уг.



← - - - - - 150 ft. между осями опорных узлов; 6 панелей по 25 ft →



Поперечная балка

Зад. пояса: 62.6 @ 7.366 = 2.5 кг/см²
2 — 5 × 3 × 3/8
1 — 12 × 5/16

Ст. пояса 55 1/4 × 1/2

Ст. пояса: 61.6 @ 8.0 = 2.7 кг/см²
2 — 6.4 × 1/2

Продольная балка

Верхний пояс 67.8 @ 6.4 = 10,6
2 — 5 × 3 1/2 × 3/8
1 — 12 × 3/8

Стенки 47 3/4 × 3/8

Нижний пояс 67.8 @ 7.75 = 8.8
2 — 6 × 4 × 5/8"

Сначала задаются размерами болта, исходя из соображений, что наиме-

ніе размѣры діаметра $\frac{3}{4}$ ширины полосы, а среднее значеніе около $\frac{9}{10}$ той же ширины. Послѣдняя норма опредѣляется тѣмъ, что, въ виду затруднительности осаживанія значительной массы — діаметръ головки *Этого* болта долженъ быть не болѣе $2\frac{1}{4}$ отъ ширины полосы, а такъ какъ сѣченіе по болту должно имѣть запасъ около 30-40% противъ сѣченія полосы, то діаметръ шарнира опредѣляется вмѣстѣ съ тѣмъ около $\frac{9}{10}$ отъ ширины. Задаемся діаметромъ $d = 4\frac{15}{16}$", что болѣе $\frac{3}{4} \cdot b = \frac{3 \cdot 6}{4} = 4\frac{1}{2}$" и менѣе $0{,}9 \times b = 5{,}4$". Въ узлѣ a сходятся части aв а aВ; причемъ aВ подвергается сжатію. Такъ какъ для сжатія допускается $1\frac{1}{2}$ напряженіе отъ допущеннаго напряженія на сжатіе для сходящихся въ узлѣ частей, то въ данномъ случаѣ слѣдуетъ взять полуторное напряженіе отъ напряженія допущеннаго для aВ, т.е. $1\frac{1}{2} \times 8300 = 12.450$ ℔. Усиліе aВ — 231000. Слѣдовательно требуемая площадь сѣченія $\frac{231000}{12450} = 18\frac{9}{16}$. При діаметрѣ болта въ $4\frac{15}{16}$", толщина сминающейся стѣнки $\frac{18\frac{9}{16}}{4\frac{15}{16}} = 3\frac{3}{4}$", что при толщинѣ двухъ стѣнокъ накладной отойки въ $2 \times \frac{7}{16} = \frac{7}{8}$, потребуетъ накладки всего $3\frac{3}{4} - \frac{7}{8} = 2\frac{7}{8}$". Эта толщина можетъ быть получена какъ указано на (черт. ℣) накладкой 2 листовъ по $\frac{5}{16}$ и четырехъ листовъ по $\frac{9}{16}$".

Для опредѣленія толщины стѣнокъ опорной подушки (эксцентрной) замѣчаемъ, что вертикальная или составляющая усилія раскоса $231000 \frac{28}{37.5} = 172.500$ ℔. Необходимая площадь: $\frac{172500}{12450} = 13{,}8$ кв.

Толщина отливокъ $\frac{13,85}{4\frac{15}{16}} = 2,8$. Если сдѣлать щековыя планки наружныя въ $\frac{3}{8}$", то остается: $2,8 - 0,75 = 2",05$; въ дѣйствительности каждая изъ отливокъ опорной подушки проектирована въ $1\frac{7}{16}$". Оставляя въ обоихъ случаяхъ (черт. б) запасъ въ $\frac{1}{4}$" между внутренней гранью щековой планки и гранью примыкающей части раскоса или подушки и въ виду того, что разстояніе между отливками пояса $14\frac{5}{8}$ - разстояніе между внутренними гранями щековыхъ планокъ будетъ:

$$14\frac{5}{8} + 2\left(\frac{7}{16} + \frac{9}{16} + \frac{5}{16}\right) + 2\left(\frac{1}{4}\right) = 17\frac{3}{4}".$$

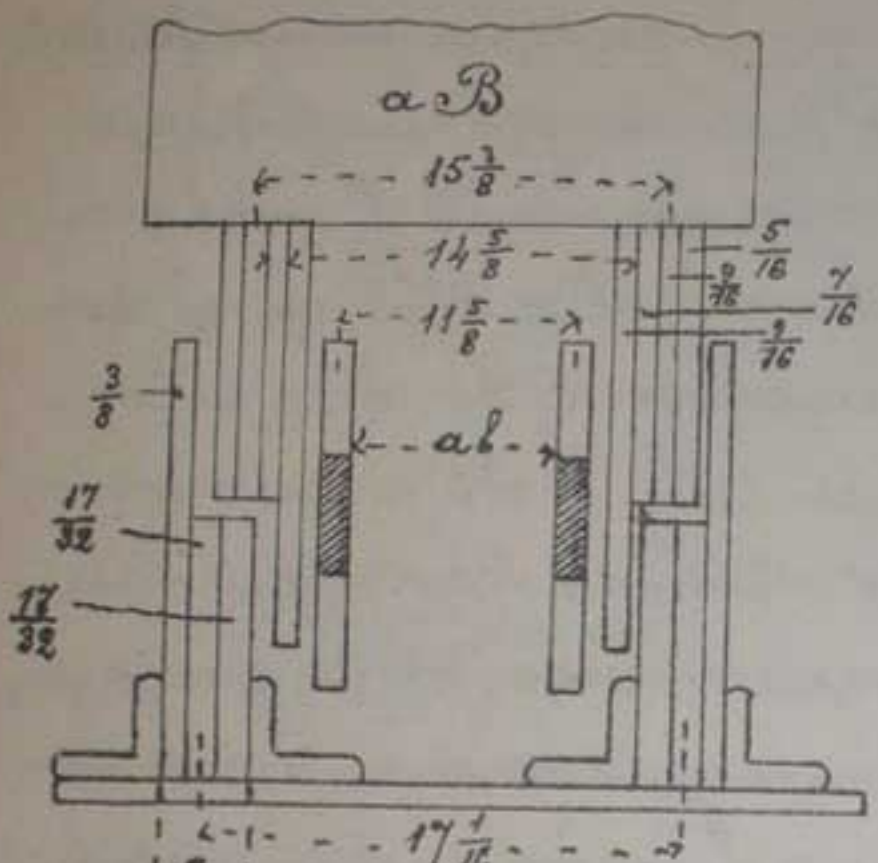
Разстояніе между осями отливокъ подушки $17\frac{3}{4} - 1\frac{7}{16} = 17\frac{1}{16}$". Опредѣливъ размѣры толщины сходящихся въ узлѣ элементовъ фермы, остается убѣдиться - насколько проектированные размѣры болта удовлетворяютъ сгибающимъ моментамъ. Въ отношеніи момента въ горизонтальной плоскости - болтъ разсматривается какъ балка на двухъ опорныхъ кроватяхъ, равныхъ разстоянію между осями сжатаго раскоса aB (въ свѣтѣ по проушинамъ: $14\frac{5}{8} - 2 + \frac{9}{16} + \frac{9}{16} + \frac{7}{16} + \frac{9}{16} + \frac{5}{16} = 15\frac{3}{8}$"), нагруженная двумя грузами (усиліемъ горизонтальныхъ звеньевъ — ab) на взаимномъ разстояніи - $11\frac{5}{8}$".

Такъ какъ усиліе пояса въ панели ab - 154000 или усиліе одной полосы 77.000 пуд., то сгибающій моментъ:

$$M_x = 77.000\left(\frac{15\frac{3}{8} - 11\frac{5}{8}}{2}\right) = 144.400 \text{ фун.}$$

Согласно гиль-

Черт б.



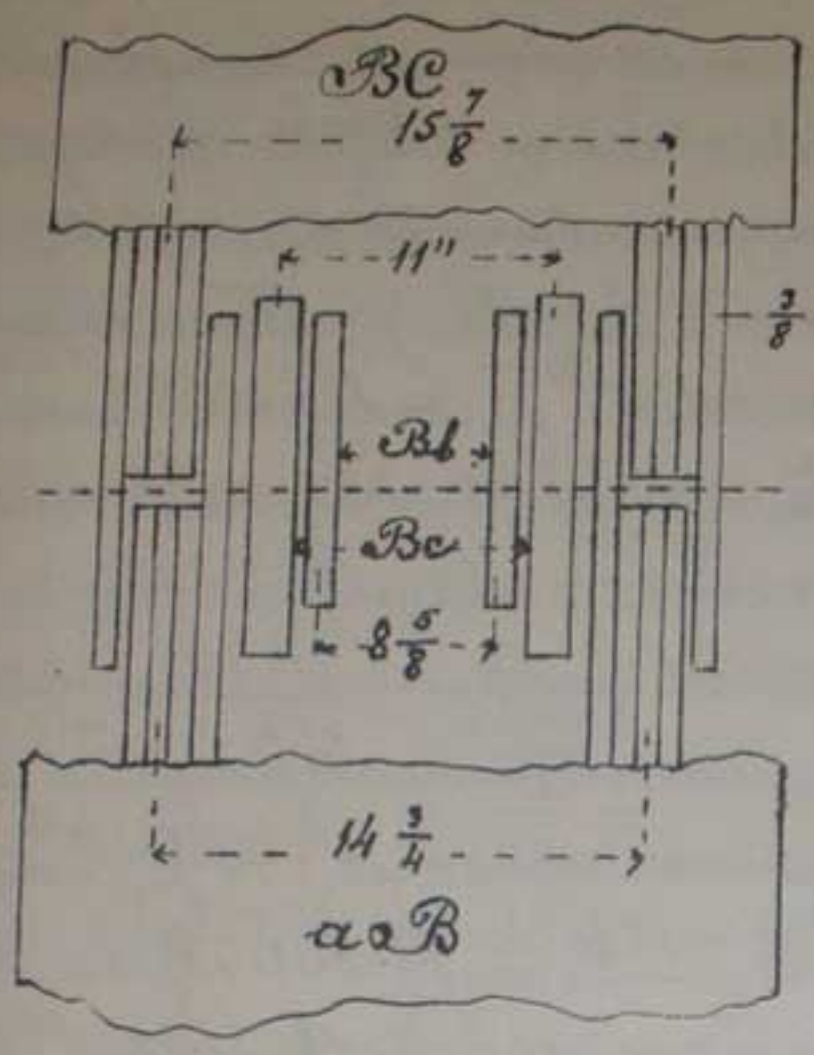
эксцентриц въ пункт a пріемъ — горизонтальныя составляющія усилія: горизонтальная составляющая раскоса $aB - \frac{154.000}{2}$ и усиліе звена $ab + \frac{154.000}{2}$. Слѣдовательно, моментъ по серединѣ болта или, что то же, по оси раскоса ab: $77.000\left(\frac{15\frac{3}{8} - 11\frac{5}{8}}{2}\right)$. При опредѣленіи момента въ вертикальной плоскости разсматриваемъ болтъ какъ балку пролетомъ равнымъ разстоянію между осями стѣнокъ подушки $\left(17\frac{1}{16}\right)$ нагруженной двумя вертикальными грузами $\frac{172.500}{2} = 86.250$ ф. на взаимномъ разстояніи, соотвѣтствующемъ разстоянію между осями стѣнокъ раскоса: $15\frac{3}{8}$. Слѣдовательно: $M_y = 86.250\ \frac{17\frac{1}{16} - 15\frac{3}{8}}{2} = 72.800$. Оба момента сохраняютъ постоянныя въ средней части болта. Слѣдовательно равнодѣйствующая моментовъ въ сѣченіи, совпадающемъ съ осями звеньевъ:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{144.400^2 + 72.800^2} = 162.000 \text{ фун. д.},$$

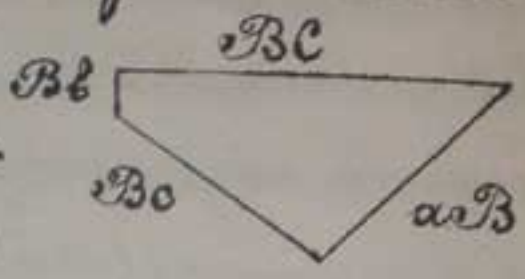
что, при допускаемомъ напряженіи на изгибъ для стальнаго болта въ 18.000 ф., требуетъ болтъ діаметромъ $4\frac{9}{16}$ д. Слѣдовательно, проектированный діаметръ $4\frac{15}{16}$ удовлетворяетъ и этому условію.

Узелъ B. Предполагая толщину болта также въ $4\frac{15}{16}$. Необходимая площадь смятія для aB, какъ найдено: $3\frac{3}{4}$ д., для BC — $238.000 : 12.600 = 18,89$ кв. д., гдѣ $12.600 = 1,5 \times 8400$. Толщина стѣнки $\frac{18.89}{4\frac{15}{16}} = 3,82$ д. Щековыя планки раскоса aB съ внутренней стороны, а раскоса BC — съ наружной стороны и толщиною $\frac{3}{8}$ д. Между обоими элементами оставленъ зазоръ въ $\frac{1}{4}$ д. Наибольшій моментъ можетъ имѣть мѣсто при двухъ предположеніяхъ: при наибольшемъ усиліи въ раскосѣ Bc или въ стойкѣ aB [фиг. 8]

Черт. E.



α.) <u>Пусть наибольшее усилiе въ Bc</u>. Величина этого усилiя Bc = = 142.400. Соотвѣтственное усилiе въ Bb (отъ собственнаго вѣса) 20.800. Изъ многоугольника силъ



для этого узла можемъ получить значенiя aB, BC.

Такимъ образомъ вертикальныя силы: Bb = 20.800 ф.

Bc = 111.600

aB = 132.400.

Наибольшiй вертикальный моментъ:

$$10.400 \times 3\tfrac{1}{16} + 55.800 \times 1\tfrac{7}{8} = 136.500 \text{ ф.д.}$$

Горизонтальныя силы: Bc = 99.600

aB = 118.200

BC = 217.800

Наибольшiй горизонтальный моментъ:

$$49.800 \times 2\tfrac{7}{16} + 59.100 \times \tfrac{17}{32} = 152.800 \text{ ф.д.}$$

Общiй наибольшiй моментъ въ сѣченiи по оси подвѣски Bb:

$$\sqrt{136.500^2 + 152.800^2} = 205.000 \text{ ф.д.},$$ для чего требуется $d = 4\tfrac{15}{16}$ д.

β.) <u>Наибольшее усилiе въ aB</u>. Этому условiю соотвѣтствуетъ положенiе подвижной нагрузки, надвинутой за узелъ b. Усилiе въ Bb – 72.200, aB = = 231.000. Изъ многоугольника силъ получимъ:

$Bc = 125.800$ и $BC = 232.100$.

Вертикальныя силы: $aB = 166.100$; $Bb = 72.200$; $Bc = 93.900$. [Вертикальной силой BC — вѣсомъ пояса на протяженіи полупанели — пренебрегаемъ]

Вертикальный моментъ:

$$36.100 \times 3\frac{1}{16} + 46.950 \times 1\frac{7}{8} = 198.600 \text{ ф. д.}$$

Горизонтальныя силы: $aB = 148.300$; $Bc = 83.800$; $BC = 232.100$.

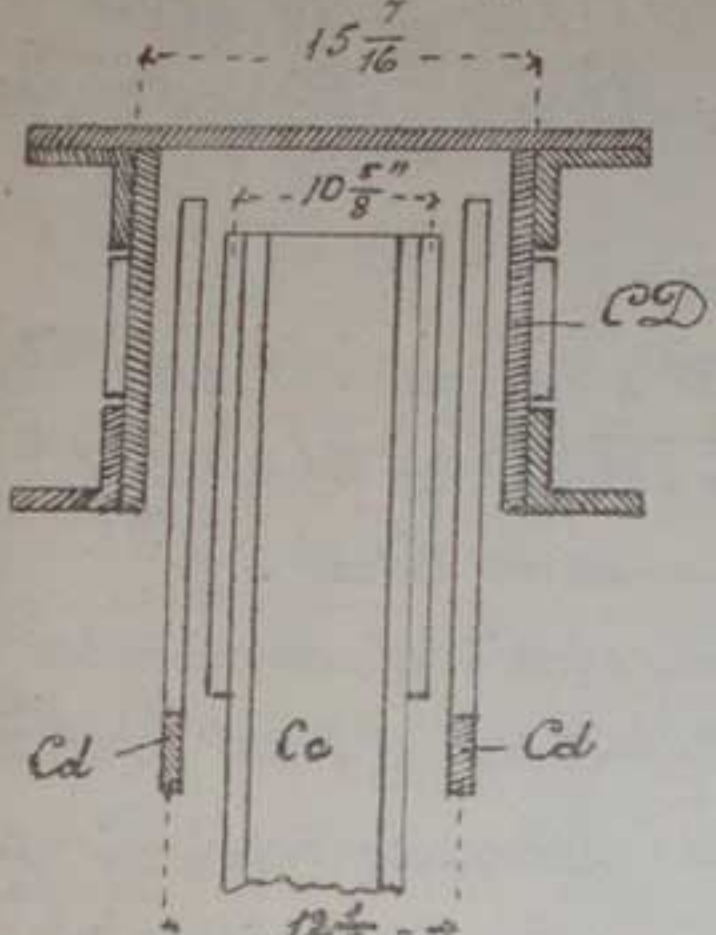
Горизонтальный моментъ:

$$41.900 \times 2\frac{7}{16} + 74.150 \times \frac{17}{32} = 141.600 \text{ ф. д.}$$

Общій моментъ: $\sqrt{198600^2 + 141.600^2} = 244.000$ ф. д., для чего необходимъ діаметръ болта въ $d = 5\frac{3}{16}$ д.

<u>Узелъ C.</u> Проектируется болтъ діаметромъ $4\frac{7}{16}$", при ширинѣ раскоса въ 5" (около $0,9 \times 5$). Площадь смятія должна быть достаточной для сопротивленія дѣйствію горизонтальныхъ составляющихъ раскоса Cd, такъ какъ усиліе отъ стѣнки передается непосредственно. Допускаемое напряженіе на смятіе: $8400 \times 1\frac{1}{2} = 12.600$ ф. Горизонтальная составляющая Cd — 52.000. Площадь смятія: $\frac{52.000}{12.600} = 4\frac{1}{8}$ кв. д. Толщина смятія $4\frac{1}{8} : 4\frac{7}{16} = \frac{15 \text{ д}}{16}$. Такъ какъ толщина стѣнки пояса $\frac{7}{16}$, то необходимая толщина смятія съ запасомъ будетъ удовлетворена помѣщеніемъ двухъ стыковыхъ планокъ по $\frac{3}{8}$". Необходимая толщина смятія для стойки Cc — $\frac{64.400}{12.100} = 5\frac{3}{8}$, гдѣ $12.100 = 1,5 \times 8100$. Толщина смятія $5\frac{3}{8} : 4\frac{7}{16} = 1\frac{1}{4}$; слѣдовательно, на вершину стойки слѣдуетъ наклепать по листу толщиною $\frac{5}{8}$ д., причемъ разстояніе между осями этихъ листовъ $10\frac{5}{8}$".

Наибольший моментъ будетъ при наибольшемъ усиліи Cd. Дѣйствующія на болтъ силы: Cd = 77.800; Cc = 64.400; CD = 51.900 - горизонтальныя и CD = 6.400 - вертикальныя [черт. i]. (гдѣ 6.400 - вѣсъ пояса на протяженіи панели).



Черт. i.

Такимъ образомъ вертикальныя силы: Cd = 58.000; Cc = 64.400; CD = 6.400 и вертикальный моментъ относительно сѣченія по оси граней стойки:

$$3200 \times 2\frac{13}{32} + 29.000 \times \frac{15}{16} = 34.900.$$

Горизонтальныя силы: Cd = 51.900 и CD = 51.900.

Горизонтальный моментъ относительно сѣченія по оси стѣнки пояса: $25.950 \times 1\frac{15}{32} = 38.100.$

Общій моментъ $\sqrt{34.900^2 + 38.100^2} = 51.700$ фн.д., для чего достаточно $d = 3\frac{3}{16}$". Но болтъ слѣдуетъ сдѣлать $d = 3\frac{15}{16}$", такъ какъ это наименьшій допускаемый діаметръ для пояса въ 5". Слѣдовательно, необходимая толщина смятія: $5\frac{2}{8} : 3\frac{15}{16} = 1\frac{3}{8}$, для чего вмѣсто проектированныхъ $\frac{5}{8}$" планокъ слѣдуетъ взять планки толщиною $\frac{11}{16}$".

Узелъ ⑤. Болтъ того же діаметра $3\frac{15}{16}$".

Узелъ d. Проектируемъ $d = 5\frac{3}{16}$". Такъ какъ раскосъ Cd удовлетворяетъ условіямъ смятія при $d = 3\frac{15}{16}$ (въ узлѣ C), а звенья проектированы такой толщины при данной ширинѣ, что они удовлетворяютъ этому условію, постольку остается опредѣлить не-

обходимую толщину слоя только для стойки Dd. Наибольшее усилие этой стойки, какъ показываетъ таблица, 19.500. Нижняя часть стойки, т.е. ниже уровня прикрѣпленія поперечной балки, подвержена большему сжимающему усилію отъ нагрузки панели подвижнымъ грузомъ, такъ какъ, благодаря плоскимъ раскосамъ, направленнымъ къ узлу D, вытягивающее усиліе не можетъ быть передано въ точку D. Нагрузка узла отъ собственнаго вѣса 12.800; отъ подвижнаго груза (при сосредоточенной нагрузкѣ) 59.400. Итого наименьшее усиліе:

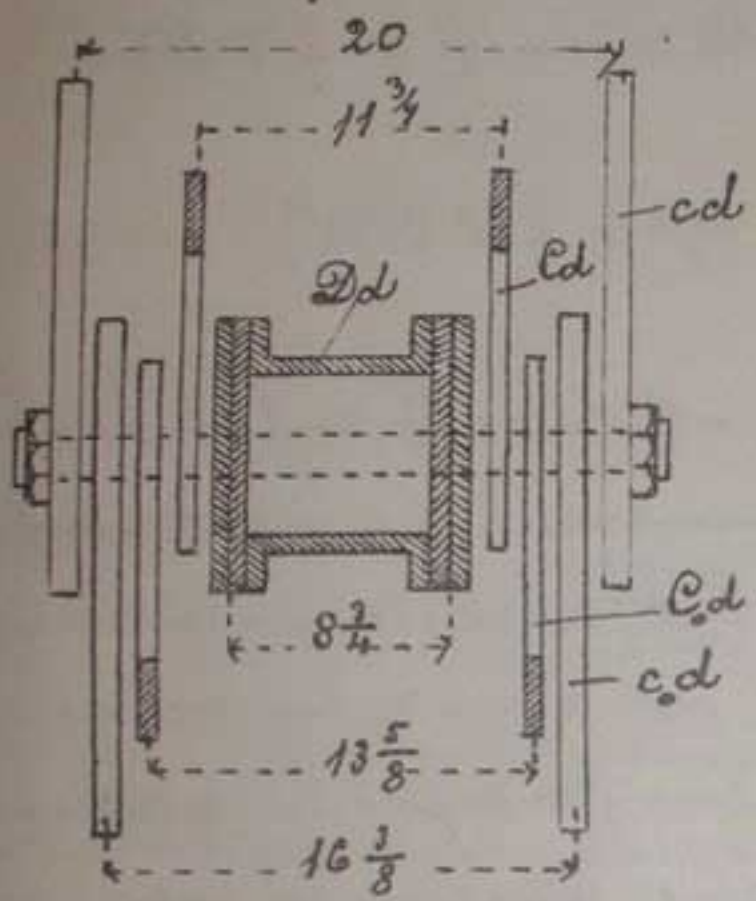
6.400 + 12.800 = 19.200, наибольшее: 19.200 + 59.400 = 78.600.

Допускаемое напряженіе на сжатіе:

$$1,5 \times 6500 \left(1 + \frac{19.200}{78.600}\right) = 11.100^{\text{к.}}$$

Площадь сѣченія: $\frac{78.600}{11.100} = 7,08^{\text{кв.д.}}$; толщина сѣченія $\frac{7,08}{5\frac{3}{16}} = 1\frac{3}{8}$". Слѣдовательно на конецъ стойки слѣдуетъ наклепать по двѣ планки, каждая толщиною $\frac{3}{8}$" [Черт. k].

Черт. k.



Наибольшій моментъ имѣетъ мѣсто при наибольшемъ значеніи cd. Дѣйствующія на болтъ усилія: $cd = 238.100$; $c_0d = 234.500$ [при сосредоточенной нагрузкѣ, при сплошной подвижной нагрузкѣ, очевидно, $c_0d = cd = 238.100$]. Соотвѣт-

---

Листъ 42. Т. III Лит. Маркова, Невскій, №34.

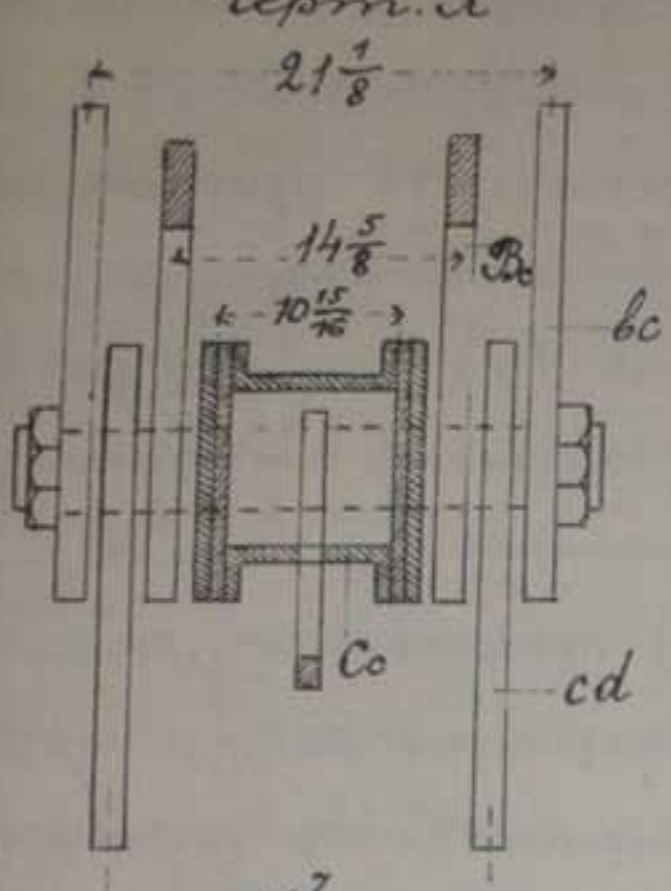
Профессоръ Инженеръ

ственныя значенія $Dd = 74.500$ и изъ многоугольника силъ $Cd = 47.200$ и $C_0d = 52.700$. Такимъ образомъ:
Вертикальныя силы $Cd = 35.200$; $C_0d = 39.300$ и $Dd = 74.500$;
Горизонтальныя силы $cd = 238.100$; $c_0d = 234.500$; $Cd = 31.500$; $C_0d = 35.100$.
Вертикальные моменты
относительно оси Cd: $19.650 \times \frac{15}{16} = 18.400^{\text{тм.}}$
относительно оси боковой грани Dd
$$19.650 \times 2\tfrac{7}{16} + 17.600 \times 1\tfrac{1}{2} = 74.300^{\text{тм.}}$$
Горизонтальные моменты:
относительно оси C_0d: $119.050 \times 1\frac{13}{16} = 215.800^{\text{тм.}}$
относительно оси C_0d:
$$119.050 \times 3\tfrac{3}{16} - 117.250 \times 1\tfrac{3}{8} = 218.300^{\text{тм.}}$$
относительно оси Cd:
$$119.050 \times 4\tfrac{1}{8} - 117.250 \times 2\tfrac{5}{16} - 17.550 \times \tfrac{15}{16} = 203.500^{\text{тм.}}$$
Хотя наибольшій горизонтальный моментъ 218.300 соотвѣтствуетъ оси звена C_0d [вертикальный моментъ въ этомъ сѣченіи $= 0$], но, при совмѣстномъ разсмотрѣніи съ наибольшимъ вертикальнымъ моментомъ, нужно, очевидно, взять за горизонтальный моментъ 203.500, который будетъ имѣть мѣсто какъ въ Cd, такъ и въ Dd. Слѣдовательно, общій наибольшій моментъ:
$$\sqrt{74.300^2 + 203.500^2} = 217.000$$
и достаточно было бы назначить $d = 5\frac{1}{16}$. Изъ виду же все сопротивленія смятію, необходимо оставить $d = 5\frac{3}{16}$.

Узелъ е. Сохраняемъ для однообразія $d = 5\frac{3}{16}$.
Для опредѣленія площади смятія въ стѣнкѣ Cc замѣчаемъ, согласно предъидущему, что наименьшее сжимающее усиліе ниже поперечной балки:

16.000 + 12.800 = 28.800. Наибольшее сжимающее усилие 28.800 + 82.700 = 111.500 ф. Допускаемое напряжение на смятие $1,5 \times 6500 \left(1 + \frac{28800}{111500}\right) = 12.200$ ф. Требуемая площадь смятия $\frac{111500}{12200} = 9.17$ кв. д. Необходимая толщина смятия $\frac{9,14}{5\frac{3}{16}} = 1\frac{13}{16}$. На каждую фермочку стыковки необходимо наклепать две планки, одну – толщиною $\frac{3}{8}$ д., а другую $\frac{9}{16}$ д. [Чертежъ К]. Слѣдуетъ разсмотрѣть два случая: когда Bc – max и когда bc – max.

Черт. К



а) Пусть Bc – max. Дѣйствующія усилія:
Bc = 149.400; Cc = 111.500; bc = 123.800; cd = 223.400.
Вертикальныя усилія: Bc = 111.500; Cc = 111.500.
Вертикальный моментъ: $55.750 \times 1\frac{27}{32} = 102.800$ ф. д.
Горизонтальный моментъ относительно оси cd:
$$61.900 \times 1\frac{5}{8} = 100.600 \text{ ф. д.}$$
Горизонтальный моментъ относительно оси Bc:
$$61.900 \times 3\frac{1}{4} - 111.700 \times 1\frac{5}{8} = 19.700 \text{ ф. д.}$$
Общій моментъ (въ одномъ сѣченіи)
$$\sqrt{102.800^2 + 19.700^2} = 104.700 \text{ ф. д.}$$

б.) Пусть bc – max. Дѣйствующія усилія:
Bc = 120.300; bc = 153.900; cd = 234.100; Cc = 89.800;
Вертикальныя силы: Bc = 89.800; Cc = 89.800;
Вертикальный моментъ: $44.900 \times 1\frac{27}{32} = 82.800$.
Горизонтальныя силы: Bc = 80.200; bc = 153.900; cd = 234.100.
Горизонтальный моментъ:

относительно оси cd: $76.950 \times 1\frac{5}{8} = 125000^{\#.}$

относительно оси Bc:

$$76.950 \times 3\frac{1}{4} - 117.050 \times 1\frac{5}{8} = 59.900^{\#.}$$

Общій моментъ (въ одномъ сѣченіи)

$$\sqrt{82.800^2 + 59.900^2} = 102.200.$$

Достаточно взять наименьшій допускаемый при 6" поясъ діаметръ: $4\frac{7}{16}$", что потребуетъ увеличить площадь смятія въ стойкѣ до $\frac{9.14}{4\frac{7}{16}} = 2{,}06^{\square'}$, вслѣдствіе чего одну планку слѣдуетъ взять въ $\frac{7}{8}$, а другую въ $\frac{11}{16}$".

Узелъ b. На чертежѣ (14*) показано детальное изображеніе этого узла. Поперечная балка прикле-пана къ планкѣ A, подвѣшанной къ подвѣскѣ B и надѣтой вильчатостью съ тылу на балку въ нижняго пояса. Горизонтальныя связи прикле-паны къ нижнему поясу поперечной балки. До-пускаемое напряженіе какъ для составной части проѣзжей части $5000\frac{\#.}{\text{дюйм}^2}$. Такое незначительное напряженіе, около $\frac{2}{3}$ нормальнаго, допущено въ виду того, что эксцентр будетъ работать попе-рекъ прокатки. Вблизи шарнира b, планка на-ходится въ условіяхъ головки звена, а потому го-ризонтальное сѣченіе по болту b_1 должно быть на 25% болѣе сѣченія netto, требуемаго напря-женіемъ $5000\frac{\#.}{\text{дюйм}^2}$. Площадь смятія около бол-та b_1 должна соотвѣтствовать напряже-нію: $6500\left(1 + \frac{12800}{72.200}\right) 1{,}5 = 11.500\frac{\#.}{\text{д}^2}$.

Подвѣска подвержена изгибу отъ горизонталь-

---

*) На отдѣльномъ листѣ.

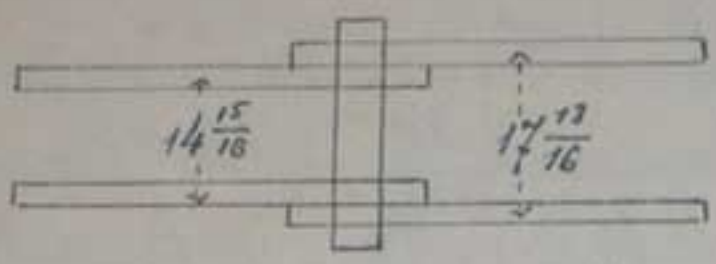
ныхъ составляющихъ усилій связей $a b'$, $b' c$, передаваемыхъ нижнему поясу. Усиліе это передается подъ̀ской болтамъ b и b_1. Часть усилія, переданнаго въ b_1 – воспринимается поясомъ $b_1 c$ или $a_1 b$ и подъ̀ской $B b$. Послѣдняя составляющая очень незначительна и ею пренебрегаютъ. Часть усилія, переданнаго въ b – переходитъ на звенья пояса bc.

Болтъ b_1 – діаметромъ $3\frac{15}{16}$. Площадь смятія $\frac{72.200}{11.500} = 6{,}29$ кв.д.; толщина смятія $\frac{6{,}29}{3\frac{15}{16}} = 1{,}6$ д. Сѣченіе netto подъ̀ски $A - \frac{72.200}{5000} = 14.44$ кв.д., что удовлетворяется листомъ $16 \times 1\frac{1}{16}$ за вычетомъ двухъ $\frac{7''}{8}$ заклепочныхъ отверстій. Площадь netto по сѣченію BC требуется $14.44 \times 1{,}25 = 18{,}05$, что будетъ удовлетворено, составивъ подъ̀ску A изъ двухъ листовъ $16 \times \frac{1}{2}$ и $16 \times \frac{9}{16}$. Толщина смятія $1{,}6$ д.; слѣдовательно, необходимо вверху и внизу приклепать еще по двѣ планки толщиною $\frac{3}{8}$ д. Полная толщина $1\frac{1}{16} + \frac{3}{4} = 1\frac{13}{16}$. Площадь по вертикальному сѣченію выше болта b_1, во избѣжаніе выкалыванія должна быть: $\frac{3}{4} \times 18{,}05 = 13.54$ кв.д., что будетъ удовлетворено если высоту планки d сдѣлать въ $\frac{13.54}{1\frac{13}{16}} = 7.5$ д.

Горизонтальная составляющая раскоса $a b'$ [см. таблицу] $61400 \times \frac{25}{29.68} = 51.700$ ф. вызываютъ въ стержнѣ $b_1 c$ усиліе $51.700 \times \frac{11}{74} \times \frac{25{,}75}{25{,}0} = 7900$ ф. Достаточно употребить для сего стержень наименьшаго размѣра въ 10 д. Срѣзающій моментъ въ болтѣ, прикрѣпляющемъ стержень $b_1 c$ — $\frac{7900 \times 1\frac{7}{16}}{2 \times 2} = 2840$ ф.д., для чего достаточно болта

діаметромъ $1\frac{3}{16}$". Наибольшій моментъ, сгибающій подъ̀ску – $51.700 \times \frac{63}{74} \times 11 = 484.200$ ф.д. Допускаемое напряженіе – 12000 ф.д. наибольшее напряженіе для коротких частей въ связяхъ. Этотъ моментъ требуетъ сѣченіе $16 \times \frac{15}{16}$ – слѣдовательно, проектированное сѣченіе $16\frac{1}{16}$ – достаточно.

Діаметръ болта в – опредѣляется такимъ образомъ: Моменты отъ усилій въ звеньяхъ поясовъ:



$$76.950 \times 1\frac{7}{16} = 110.700 \text{ ф.д. [См. таблицу]}.$$

Горизонтальныя составляющія отъ связей дадутъ моментъ: $\frac{51.700}{2} \times \frac{63}{74} \times \frac{17\frac{13}{16}}{2} = 196.000$ ф.д. Итого $110.700 + 196.000 = 306.700$ ф.д. Увеличивая для этого совмѣстнаго дѣйствія допускаемое напряженіе въ $1\frac{1}{2}$ раза, т. е. до 27.000, окажется, что нужно имѣть болтъ діаметромъ $4\frac{15}{16}$".

Діаметръ болта в, – опредѣляется по сгибающему моменту: $\frac{72\,200}{2} \times \frac{3\frac{1}{8}}{2} = 56400$ ф.д.

На [черт. 15(*)] изображены главнѣйшія части разсмотрѣннаго примѣра.

Деталли устройства опорной металлической подушки показаны на [черт. 16(*)]. Общая толщина двухъ стѣнокъ $2\frac{7}{8}$". Предѣльное давленіе на кладку назначено въ $300\frac{\text{ф}}{\text{д.д}}$, что потребовало площадь въ $2^{\text{д}}/_{5}$ кв. д. Діаметръ и число катковъ опредѣлено по формулѣ $p = 500\sqrt{d}$, гдѣ p – допускаемое напряженіе на пог. дюймъ катка, d – діаметръ. При $d = 2^{\text{д}}$, $p = 707$.

(*) На отдѣльномъ листѣ.

Слѣдовательно потребуется всего $\frac{172.500}{707} = 244^{т.}\ 2^{хорд.\ узл.}$ ловыхъ катковъ. Нижній листъ подушки и нижняя опорная подушка дѣлаются не толще $\frac{3}{4}$ д. Такъ какъ горизонтальныя связи обыкновенно прикрѣпляются къ стѣнкѣ опорной подушки, то для увеличенія жесткости между ними помѣщается діафрагма или сзади помѣщается листъ. Поперечному перемѣщенію подушекъ препятствуютъ два болта, задѣланные въ кладку и пропущенные чрезъ овальное отверстіе въ нижнемъ листѣ подушки.

Описаніе нѣкоторыхъ деталей мостовыхъ фермъ съ болтовыми соединеніями.

а.) Прикрѣпленіе связей.

На [чертежахъ 17, 18, 19, 20, 21*] показаны схематически различные типы прикрѣпленія діагональ верхнихъ горизонтальныхъ связей при верхнемъ сжатомъ поясѣ, а на [чертежахъ 23, 24, 25, 26, 27, 28*] — типы прикрѣпленія нижнихъ горизонтальныхъ связей.

Если верхній поясъ подвергается вытягиванію въ фермахъ со свѣсами (Cantilever-bridge) и ѣзда по верху, то связи прикрѣпляются къ поперечной балкѣ, прикленываемой къ стойкѣ [Черт 22(*)]. Если же при вытянутомъ верхнемъ поясѣ ѣзда по низу то верхнія связи прикрѣпляются къ особымъ планкамъ, приклепаннымъ къ выступающимъ въ узлахъ жесткимъ элементамъ фермы [См. детальные чертежи Memphis-bridge].

---

*) На отдѣльномъ листѣ

Всѣ приведенные типы имѣютъ тотъ недостатокъ, что усиліе отъ связей передается на поясъ эксцентрично, что составляетъ одинъ изъ недостатковъ мостовъ съ болтовыми соединеніями. Въ этомъ отношеніи заслуживаетъ вниманіе приспособленіе, примѣненное недавно Инженеромъ Морсе'омъ и изображенное на [Черт 29 (*)]. Звенья пояса поміщены въ два ряда.

Къ толстой доскѣ (hanger plate) надѣтой на оба болта даннаго узла прикленана поперечная балка и къ этой же доскѣ прикрѣпленъ на шарнирѣ раскосъ съ направленіемъ къ центру тяжести двухъэтажнаго пояса. Горизонтальныя связи также центрированы.

Распорками связей въ мостахъ съ ѣздой поверху служатъ въ верхнемъ поясѣ поперечныя балки [черт. 34_6 и 34_8 *)], а въ нижнемъ - особыя распорки двутавровыя или трубчатыя, прикрѣпленныя къ вилкообразной планкѣ, надѣваемой на шарнирный болтъ [Черт. 31*] и закрѣпленный гайкой. Въ мостахъ съ ѣздой по низу нижними распорками служатъ поперечныя балки, а верхними распорками - двутавровыя балки, положенныя поверхъ горизонтальныхъ листовъ верхняго пояса или особыя распорки, надѣваемыя на шарнирный болтъ [Черт. 31*], сквозныя распорки трубчатаго или двутаврового сѣченія, приклепываемыя [черт 32*] къ горизонтальному листу пояса и къ

(*) На отдѣльномъ листѣ.

поясными уголками, охватывающими листы пояса [въ послѣднемъ случаѣ для помѣщенія большаго числа заклепокъ полезно прилѣпить фасонную прокладку]. Это [черт. 31*] показаны деталь — на шпилькѣ маркированнаго болта насажена сначала петля раскоса, идущаго ко второй нижележащей распоркѣ, затѣмъ надѣта вилкообразная планка, прижатая гайкой. Сквозь обѣ полки изогнутой планки пропущенъ болтъ съ чекой, который обхватывается петлей горизонтальной діагонали и затѣмъ къ тѣмъ же планкамъ приклепаны уголки распорки, которая можетъ быть и трубчатой: Это [черт. 32*] петли горизонтальныхъ раскосовъ зажаты между двумя планками; одна изъ нихъ приклепана къ поясными уголкамъ снизу, а другая, болѣе короткая, наложена на полки уголковъ распорки и склепана съ предъидущей. Прикрѣпленіе верхней распорки — въ случаѣ наклонной опорной стойки изображено на [Черт. 33*]. Нижній поясъ распорки помощью кронштейна связанъ со стойкой, а верхній поясъ — помощью изогнутаго листа связанъ съ поясами главной фермы. Подобнымъ приспособленіемъ исключается одна-ко возможность свободнаго вращенія пояса и стойки въ узлѣ.

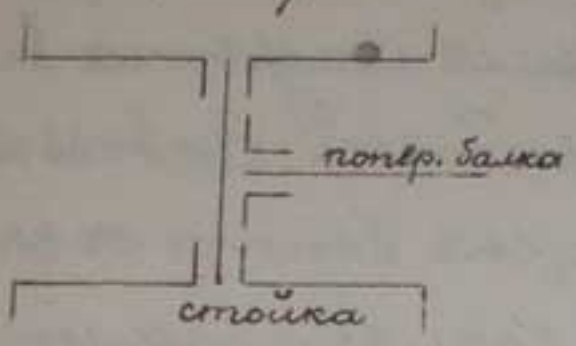
Что касается <u>прикрѣпленія поперечныхъ балокъ при ѣздѣ по верху</u>, то при жесткихъ поясахъ онѣ помѣщаются поверхъ пояса, а если поясъ

---

*) На отдѣльномъ листѣ.

вытянутый» состоять изъ звеньевъ, то поперечина прикрепляется къ стойкѣ [Черт. 22*], причемъ для уничтоженія неравномѣрной передачи давленія стойкамъ придаютъ сѣченіе [Черт. 21], составленное изъ вертикальнаго листа и четырехъ

Черт. 21.



Типы прикрѣпленія поперечныхъ балокъ <u>къ нижнему вытянутому или сжатому</u> поясу очень разнообразны.

Различные типы прикрѣпленія поперечныхъ балокъ при ѣздѣ по низу и по верху и расположеніе изображены схематически на [чертежахъ 34_1, 34_2, 34_3, 34_4, 34_5, 34_6, 34_7, 34_8*].

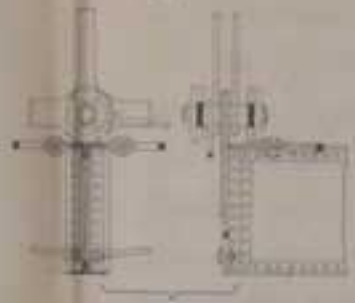
Если нижній поясъ изъ звеньевъ, то прежній типъ прикрѣпленія, нынѣ уже почти оставленный, состоитъ въ подвѣскѣ поперечной балки [Черт 34*] на шарнирѣ. На [черт. 35*] показано прикрѣпленіе діагональной связи къ стойкѣ поперечной балки.

Этотъ типъ, очень несовершенный, особенно въ отношеніи передачи усилій отъ горизонтальныхъ связей чрезъ подвѣску звеньямъ пояса. Болѣе совершенный типъ въ отношеніи меньшей гибкости показанъ на [Черт. 36, 25 и 29*], гдѣ поперечная балка прикрепляется къ планкѣ подвѣшанной къ балкѣ; горизонтальныя связи прикрѣпляются къ верхнему поясу поперечной балки [Черт. 36*] и для уменьшенія колебанія поперечной балки помѣщены еще вертикальныя діагональныя связи, или же

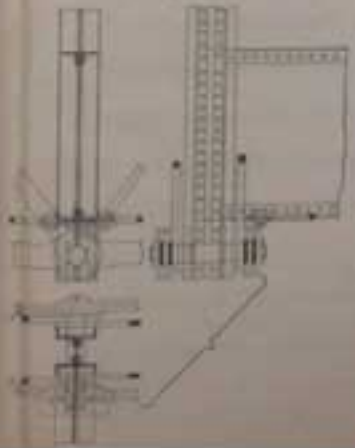
(*) На отдѣльномъ листѣ.

Черт. 35.

Черт. 36

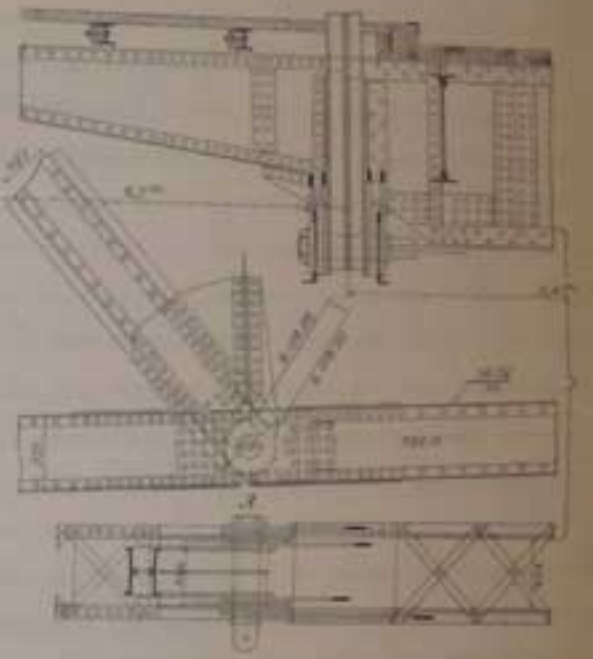


Черт. 37

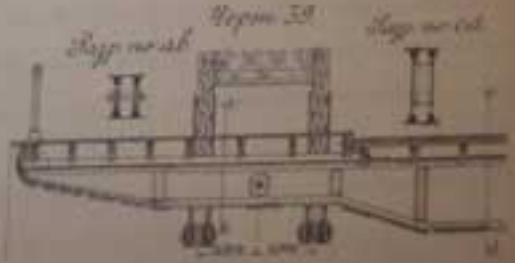


Мостъ подъ проѣзжую дорогу бо 31 Кил.

Черт. 38.



Черт. 39



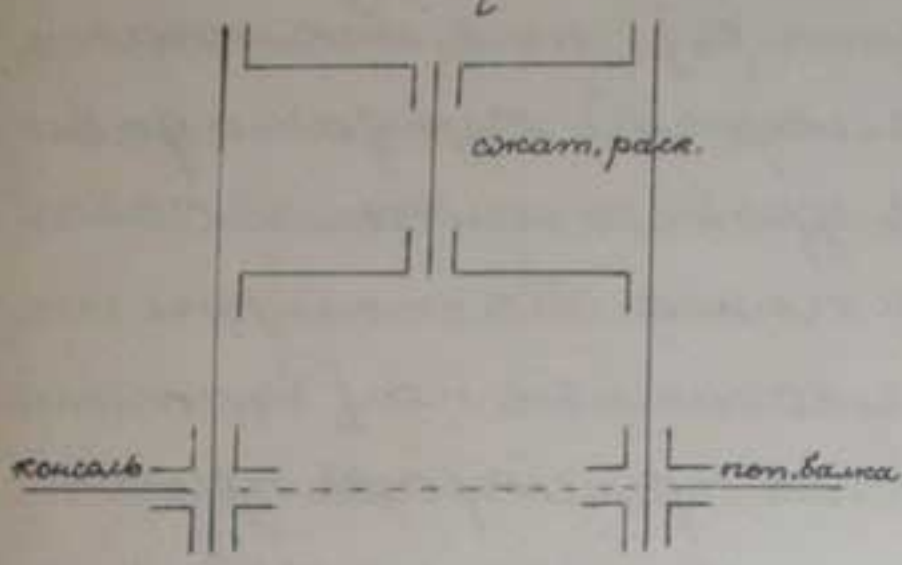
прикрѣпляются къ маркированному болту [черт 25*] что требуетъ повидимому расположенія продольныхъ балокъ поверхъ поперечныхъ, или же связи прикрѣпляются по оси поперечной балки [черт. 29*]. Наконецъ въ типѣ, изображенномъ на [черт. 37*] эксцентрость почти устранена, такъ какъ поперечная балка прикленана къ стойкѣ. Типъ стойки такой же какъ на [черт м], т.е. исключается возможность неравномѣрной передачи давленія. Связи помѣщены въ уровнѣ нижняго пояса поперечной балки и выше пояса. Къ тому же тутъ относятся примѣры, указанные на [чертежахъ 24, 26, 27 и 28*] Во всѣхъ этихъ примѣрахъ прикрѣпленіе поперечной балки эксцентричное, но, очевидно, можно было измѣнить типъ стойки на подобіе [черт. м]. Типъ [черт 24*] заслуживаетъ вниманія по своей относительной жесткости и сосредоточенія прикрѣпленія поперечной балки и связей вблизи пояса. Около пояса стѣнка поперечной балки имѣетъ вырѣзъ, такъ что она прикрѣплена къ стойкѣ только въ своей верхней половинѣ, нижній же поясъ балки помощью горизонтальнаго листа связанъ съ нижнимъ краемъ стойки и къ этому листу прикрѣплены связи. Типъ этотъ въ настоящее время очень распространенъ. Онъ встрѣтится въ дальнѣйшемъ при описаніи нѣкоторыхъ образцовъ сооруженій.

Если ферма при съѣздѣ по низу не имѣетъ проѣзъ

(*) На отдѣльномъ листѣ.

и поперечная балка должна быть помѣщена выше пояса, то она прикленывается къ особой планкѣ, надѣтой на болтъ. Во избѣжаніе же коробленія планки, ей придаютъ такое очертаніе, что ее можно склепать съ жесткимъ раскосомъ. Такъ на [черт. 38*] изображенъ такой типъ. Сжатый раскосъ имѣетъ форму, изображенную схематически на [Черт. μ']; въ нижней части раскоса къ боковымъ гранямъ приклепаны фасонные листы, а къ нимъ уже - поперечная балка и консоль продольнаго. Для

Черт μ'



центральной передачи усилія правильнѣе было бы прикрѣплять поперечную балку и консоль къ среднему листу, выпущенному наружу или же помѣстить между двумя фасонными листами діафрагму какъ показано пунктиромъ [на черт μ']. Иногда же планка, къ которой прикленывается поперечная балка, не приводится во взаимную связь со жатыми раскосами [См. чертежи, относящіеся къ Memphis-bridge], а неизмѣнное вертикальное положеніе планки обезпечивается связью - продольными балками. На этихъ же чертежахъ показаны прикрѣпленія поперечныхъ балокъ къ подвѣскамъ и связь поперечныхъ балокъ съ нижнимъ поясомъ жесткаго сѣченія.

(*) На отдѣльномъ листѣ.

Если двойныя стыжки фермы очень раздвинуты, то для центральной передачи давленія отъ попереч-ной балки на обѣ фермы, принимается пріемъ, по-добный тому, который употребленъ въ мостѣ чрезъ р. Сунгу на Гомель Кременчугской эксп. ж. д. [Атласъ кур-са техниковъ] Такъ напримѣръ въ Broad-way bridge at S. Paul - фермы полупараболической системы и въ виду того, что въ нѣкоторыхъ на-мѣткахъ нельзя было помѣстить верхнія связи, увеличили боковую жесткость фермъ тѣмъ, что каждую ферму составили изъ двухъ стыжекъ, взаимно раздвинутыхъ на 1,83 м.: Къ нижней час-ти стыжекъ трубчатой стойки [Черт. 39*] при-клепаны стальные листы, на которые попереч-ная балка помощью шарнира передаетъ свое давленіе, распредѣляя его поровну на обѣ стыжки фер-мы. Поперечная балка также трубчатаго сѣченія. Замѣтимъ здѣсь, что этотъ типъ прикрѣпленія поперечной балки былъ недавно принятъ въ нѣ-сколькихъ конкурсныхъ проектахъ моста чрезъ р.

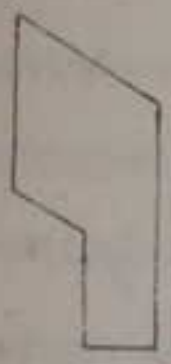
Переходимъ теперь къ краткому описанію нѣсколь-кихъ Американскихъ мостовъ.

а.) Мостъ подъ два пути чрезъ р. Миссисипи близъ Мьютоны [проектъ Моррисона]. Шесть про-летовъ по 64 м. одинъ въ 109,7 м. и подъ поворотнымъ мостомъ въ 137 м. Общій вѣсъ моста 3580 тон. На [чер-тежѣ 40*] изображены нѣкоторыя детали одного

---

*) На отдѣльномъ листѣ.

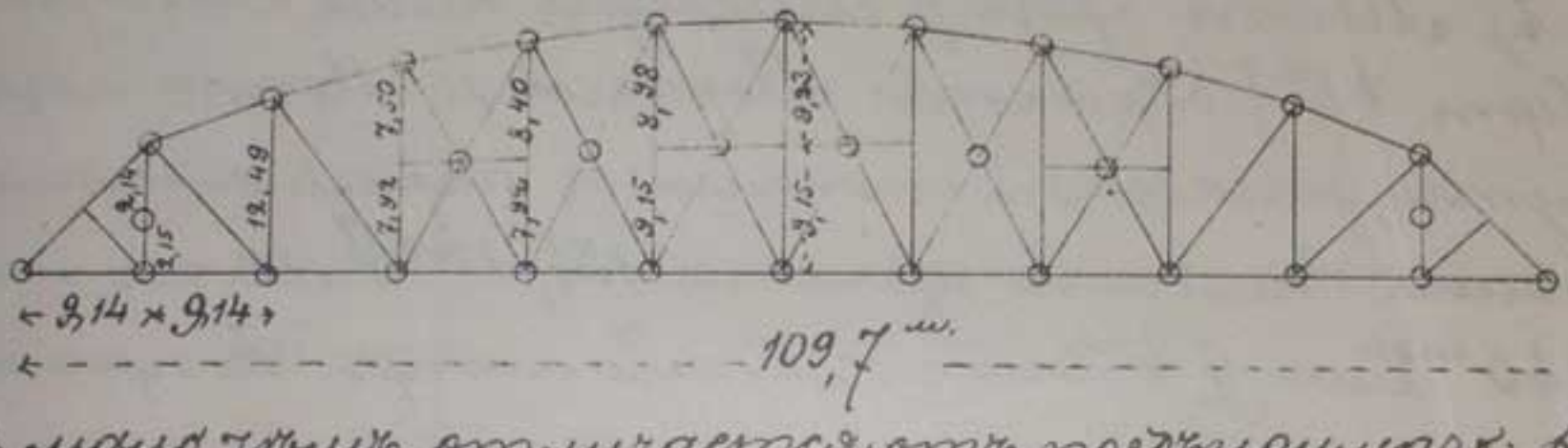
изъ малыхъ профилей въ 64.4 мм. Двѣ первыя пары нижняго пояса жесткаго сѣченія, чтобы при торможеніи представить достаточное сопротивленіе сжатію. Наклонная опорная стойка поперта подкосомъ для увеличенія сопротивленія относительно бокового выпучиванія. Стойки состоятъ изъ двухъ корытъ, соединенныхъ рѣшеткой; внизу въ мѣстѣ прикрѣпленія поперечной балки помѣщена діафрагма. Одновременное прикрѣпленіе поперечной балки къ подвѣскѣ и къ жесткому поясу или къ стойкѣ – выше и ниже пояса изъ звеньевъ достигается тѣмъ, что въ концѣ поперечной балки вертикальный листъ замѣняется другимъ листомъ, имѣющимъ очертаніе, показанное на [чер 7],



Черт. 7. что дозволяетъ устроить такое соединеніе. Стыковыя накладки помѣщаются внѣ предѣловъ поясныхъ уголковъ. Нижній поясной уголокъ тянется непрерывно и загибается на концахъ кверху. Для соединенія же поперечной балки съ листомъ, прилегающимъ къ жесткому нижнему поясу или къ нижнему концу стойки, служатъ особые два уголка меньшихъ размѣровъ. Въ виду того, что панели большія въ 9.139 м. и двойной путь, поперечная балка очень солидныхъ размѣровъ – уголки сѣченія $152 \times 152 \times 21$ $\left(6 \times 6 \times \frac{7}{8}''\right)$. Вообще, какъ видно изъ чертежей, во всѣхъ главныхъ частяхъ фермы, въ прикрѣпленіи поперечныхъ балокъ къ главнымъ фермамъ и пр. американскіе инженеры всюду принимаютъ уголки, допускающіе помѣщеніе двухъ

рядовъ заклепокъ и приполкъ уголковъ съ толстыми полками, что заслуживаетъ подражанія.

Верхняя часть поперечной балки усилена еще тѣмъ, что подъ уголками помѣщаются листы. Во избѣжаніе нагиванія уголковъ, прикрѣпляющихъ продольную балку къ поперечной, поставлены прокладки. Связи между продольными балками помѣщены чрезъ каждые 3,05 м. На чертежѣ (С) - показано детальное устройство этой связи. Детали узловъ большого пролетаго, имѣющаго неизслѣдованный



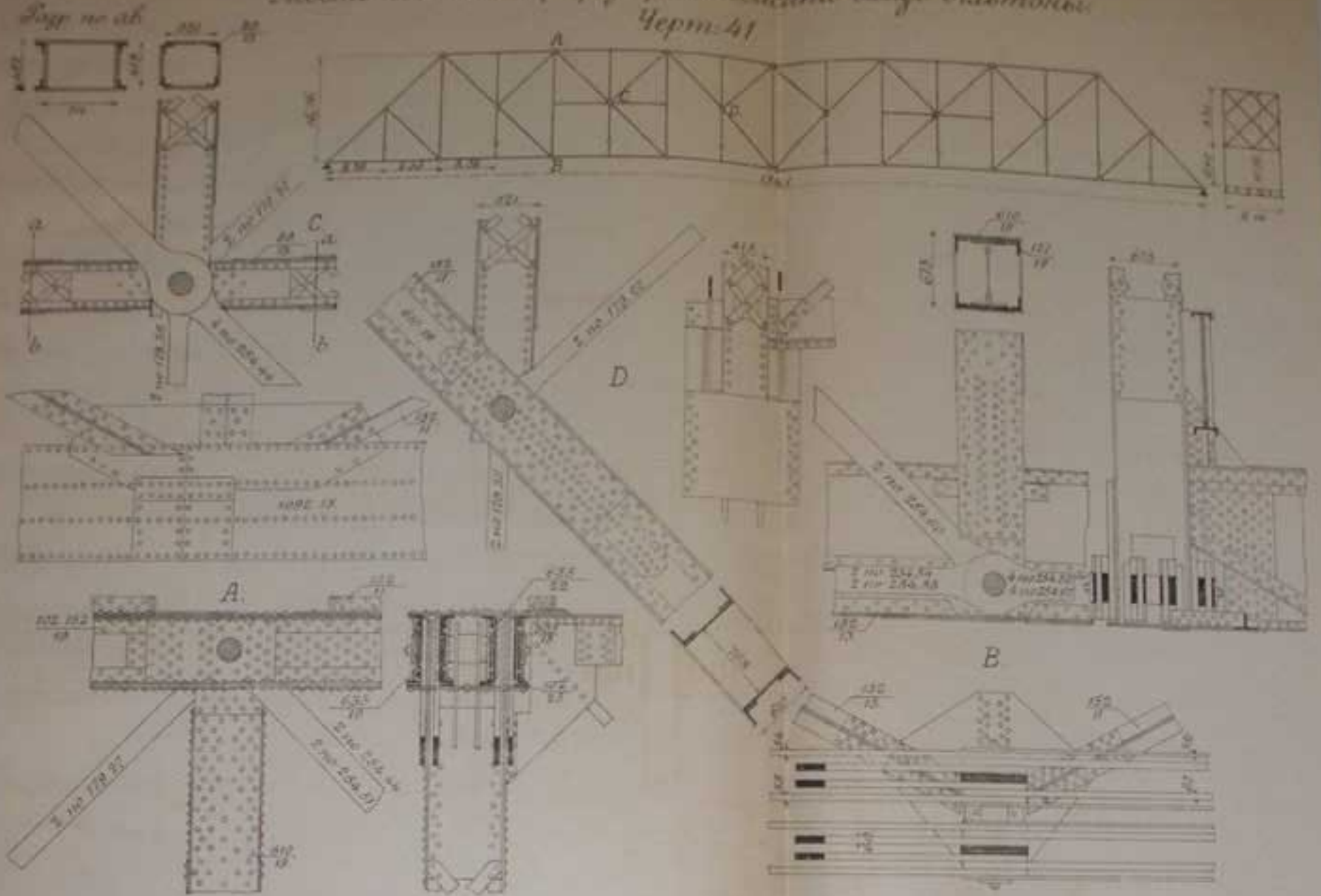
видъ мало чѣмъ отличается отъ предъидущаго: величина панели также 9,14 м.; высота по серединѣ 18,38 м., что составляетъ $\frac{1}{6}$ пролета. Ширина жесткости 0,58 м., т.е. $\frac{1}{13}$ пролета. Для увеличенія сопротивленія стоекъ боковому выпучиванію, онѣ соединены попарно распорками. На этихъ же чертежахъ показана предложенная Моррисономъ замѣна шарнира между двумя балансирами вкладышемъ, обточеннымъ вверху и внизу по двумъ противоположнымъ направленіямъ по цилиндрической поверхности - такъ что получается сферическій шарниръ; этимъ достигается передача опорнаго давленія въ одну точку. Катки со срѣзанными боками. Планка, связывающая нижніе цилиндрическіе выступы катковъ - короче верхней планки, имѣющей въ кон-

ль очертаніе крюка, что ограничиваетъ опредѣленнымъ протяженіемъ перемѣщеніе катковъ. Для обезпеченія равномѣрной передачи давленія на кладку, катки опираются на рядъ высокихъ рельсовъ, прикленныхъ въ потайную къ толстой асфальтной доскѣ. Головки рельсовъ срѣзаны въ плоскость для возможнаго сближенія рельсовъ пяты ихъ срѣзаны наклонно, какъ показываетъ чертежъ, такъ что одной заклепкой одновременно прикрѣпляются пяты двухъ рельсовъ.

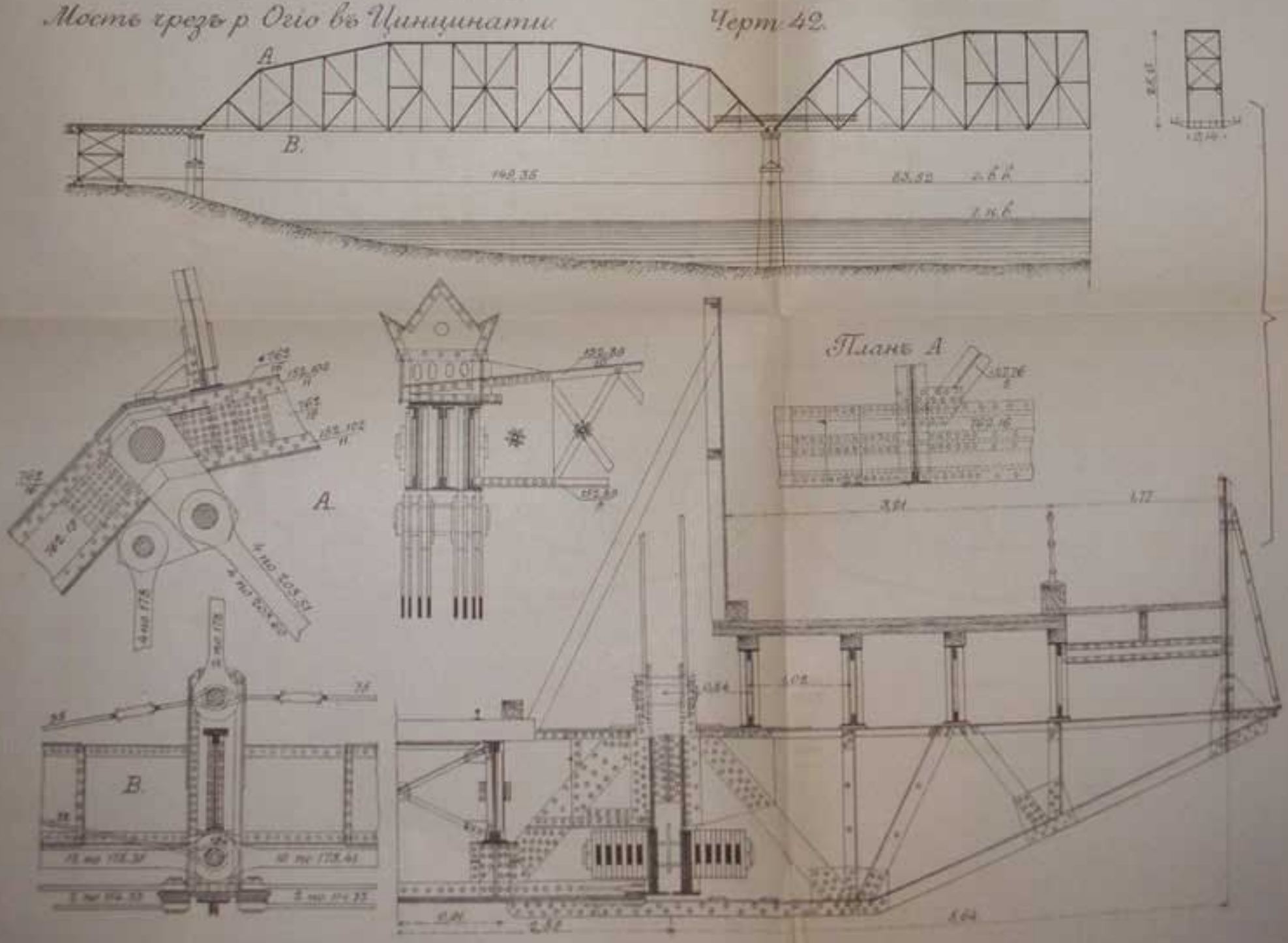
в.) Мостъ чрезъ р. Миссури близъ Bellefontaine. [Черт. 41*] Проектъ Морисона. Мостъ подъ два пути, раскосной системы съ параллельными поясами. Величина пролета 134,1 м. Вѣсъ моста 1260 тон. или 9,4 т. на погонный метръ. По примѣру большинства американскихъ мостовъ – ферма однораскосная; для уменьшенія длины продольныхъ балокъ большая панель въ 16,76 м. раздѣлена подвѣской на двѣ части по 8,38 м. [система Петти], съ передачей груза помощью двухъ вытянутыхъ раскосовъ на смежные узлы верхняго пояса. Верхній поясъ состоитъ изъ четырехъ вертикальныхъ стѣнокъ, 8 уголковъ, одного верхняго горизонтальнаго узла и четырехъ нижнихъ узкихъ листовъ; въ среднихъ панеляхъ каждая стѣнка состоитъ изъ двухъ листовъ. Число звеньевъ въ первыхъ панеляхъ-4; въ узлѣ В – число увеличивается до 8, причемъ въ четвертой панели звенья сѣченія: 2 по 254×54

(*) На отдѣльномъ листѣ.

Мостъ подъ жел дор чрезъ р. Миссисипи близъ Альтоны.
Черт. 41.



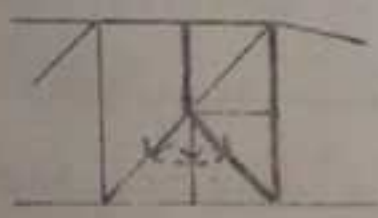
Мостъ чрезъ р Огіо въ Цинцинати
Черт. 42.



и 2 по 254×58; въ пятой панели 4 по 254×32 и 4 по 254×67. Чтобы сохранить симметрію въ расположеніи звеньевъ, около средняго узла помѣщены три шарнира. Такъ какъ въ этомъ мостѣ исключены обратные раскосы, то это вынудило нисходящіе раскосы въ двухъ среднихъ панеляхъ сдѣлать жесткаго сѣченія. Другая особенность этого моста та, что всѣ связи уголковаго сѣченія и приклепаны какъ къ верхнему поясу, такъ и къ нижнему поясу помощью особой планки (См. узелъ B), приклепанной въ свою очередь къ низу стойки и къ поперечной балкѣ.

c.) Мостъ чрезъ р. Огіо въ Цинцинати [Черт. 42*]

Мостъ подъ два пути въ три пролета: 2 по 149 м. и одинъ въ 167 м. Фермы полигональнаго очертанія; высота по срединѣ 25,6 м. или $\frac{25,6}{167} = \frac{1}{6,5}$ пролета; ширина 9,14 м. или $\frac{9,14}{167} = \frac{1}{17,2}$ пролета; ферма однораскосная. Для уменьшенія длины продольной балки въ 16,7 м. большая панель подраздѣлена подвѣсками на двѣ части, при чемъ усиліе передается не на два смѣжные узла верхняго или нижняго пояса, а на два узла верхняго и нижняго пояса, расположенные на одной вертикали (ближайшей къ опорѣ, что очевидно выгодно, такъ какъ уменьшаетъ моментъ, перенося всѣ нагрузки ближе къ опорѣ). Это потребовало очевидно распредѣленія нагрузки между верхними и нижними узлами съ примѣненіемъ добавочнаго жесткаго раскоса. Для увеличенія сопро-

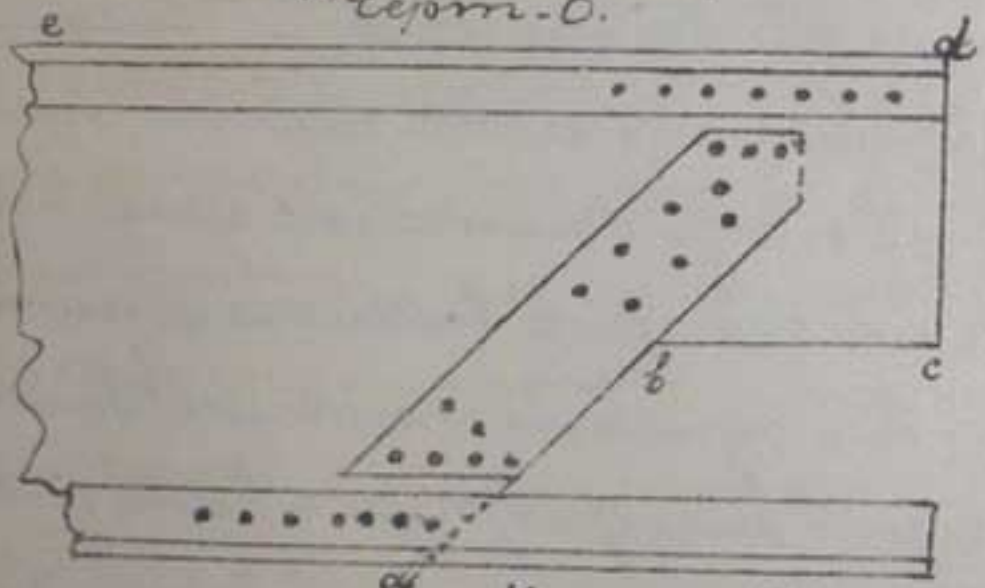


---

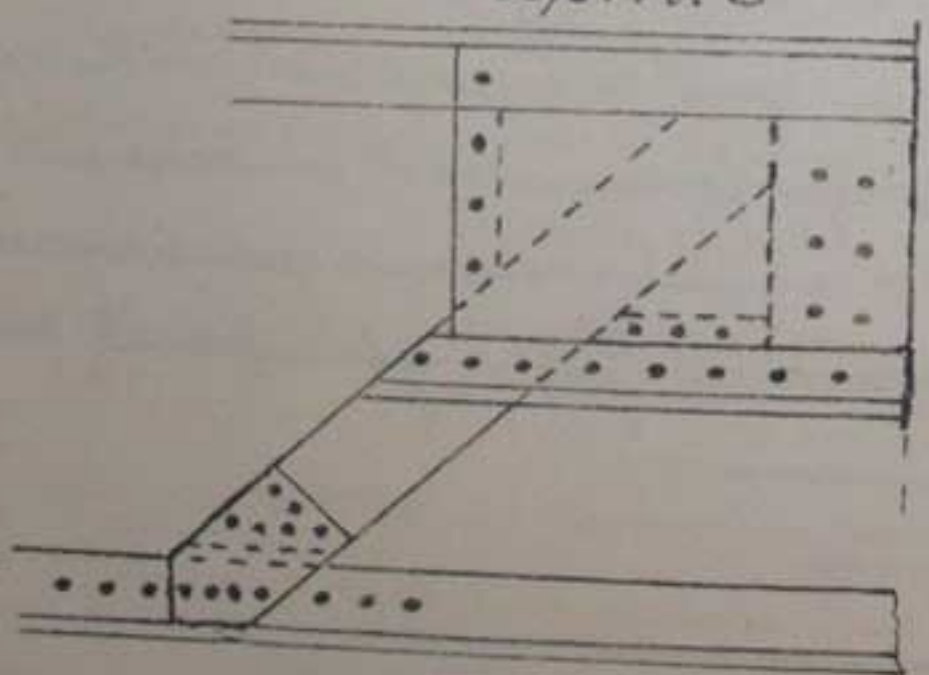
*) На отдѣльномъ листѣ.

тивления продольному сжатію стойки и верхняго пояса — поставлены добавочныя распорки и панель верхняго пояса подраздѣлена жесткой подпоркой [Типъ этой фермы заслуживаетъ подражанія и при заклепочныхъ соединеніяхъ]. Показанный на чертежѣ разрѣзъ относится къ нижнему узлу B. На болтѣ подвѣски надѣты двѣ толстыя планки къ которымъ прикрѣпляется верхняя часть поперечной балки и консоль, на которой устроенъ проѣзъ для экипажей и для пѣшеходовъ; между объими планками помѣщена діафрагма; къ нижнему концу планокъ приклепанъ горизонтальный листъ, который связанъ заклепками съ уголками нижняго пояса поперечной балки; къ этому же листу прикрѣплены діагонали раскосовъ. Вертикальный

Черт. O.



Черт. O'



листъ поперечной балки въ концѣ обрѣзанъ какъ показано на [чертежѣ O] по линіи a b c d e. По направленію линіи ab наклепана широкая полоса въ видѣ раскоса, который соединенъ съ поясными уголками внизу помощью короткой накладки, а вверху — помощью широкаго квадратнаго листа [Черт. O']. Квадратная накладка

окаймлена внизу уголком. Продольная балка опирается на короткий горизонтальный уголок, горизонтальная полка которого подпирается двумя уголками. Эта последняя деталь встречается почти во всех американских мостах с большими панелями и такое приспособление значительно облегчает работу на разрыв верхних заклепок. Уголок нижнего пояса косынками связан с нижним уголком поперечной балки. Консоль со сквозным заполнением. Шарниры смежных подвесок соединены тягами с муфтами, дозволяющими точную установку подвесок. Нижний пояс состоит из звеньев, число которых изменяется от 10 до 18; верхний пояс состоит из трех стоек, 8 уголков и одного горизонтального листа. Въ узлъ a необходимо было прикрѣпить 8 звеньевъ раскоса и 4 звена подвески; чтобы не ущирять безполезно поясъ, раскосы подняты не на главный шарниръ, а на два второстепенныхъ, что потребовало примѣнения 4 короткихъ подвесокъ, изъ которыхъ 2 внутреннія имѣютъ три шарнирныхъ отверстія, а двѣ наружныя — только два отверстія. Экипажный проѣздъ отдѣленъ отъ желѣзнодорожнаго проѣзда сплошной перегородкой.

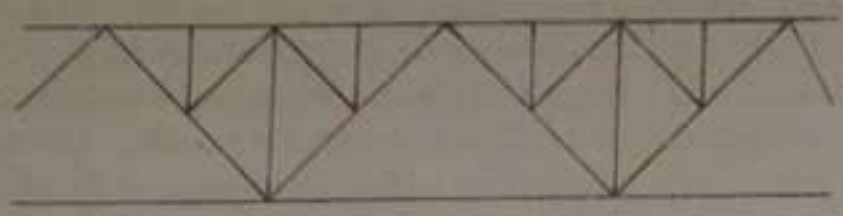
d.) Віадукъ подъ обыкновенную дорогу чрезъ долину р. Миссисипи, близъ St. Paul [Черт. 43*].

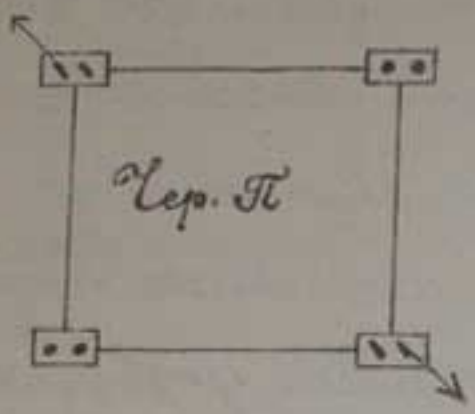
Ширина проѣзжей части моста съ ѣздою по верху 12м; три фермы на взаимныхъ разстояніи 6,7м;

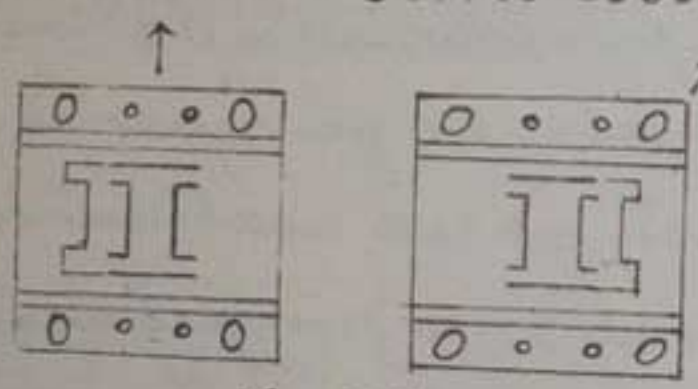
---

*На отдѣльномъ листѣ.

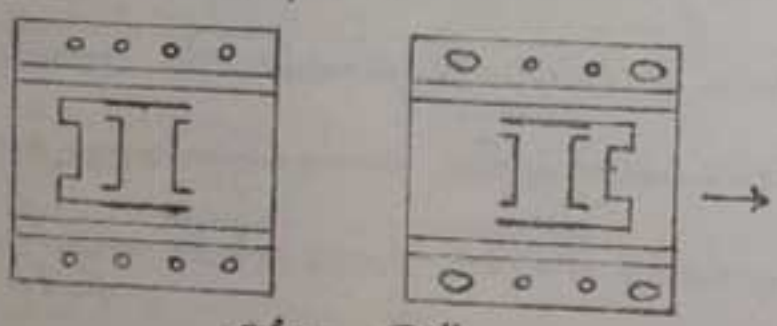
уклонъ полотна 4% Фермы треугольной системы, причемъ панель подразделена на части промежуточными стойками. Уклонъ реберъ высокихъ опоръ, достигающихъ высоты 40м — $\frac{1}{8}$, противъ дѣйствія температуры принимаетъ слѣдующія мѣры. Въ главныхъ пирамидальныхъ опорахъ два изъ четырехъ реберъ наглухо прикрѣплены къ кладкѣ; два остальные ребра опираются на подушки съ катками или на скользящія подушки [чер. П] съ свободнымъ перемѣщеніемъ по діагонали двухъ направленій. Въ другихъ примѣрахъ наглухо прикрѣпляется только одно ребро — остальныя же имѣютъ возможность свободнаго перемѣщенія какъ указано на чер. П' и П". Распорки должны быть сдѣланы на столько прочными, насколько, чтобы сопротивляться тренію по подушкѣ при измѣненіи температуры.







Чер. П'



Чер. П"

Промежуточныя опоры состоятъ только [черт. 43*] изъ двухъ реберъ (качающіяся), нижній конецъ ихъ опи

*) На отдѣльномъ листѣ.

растся на шарнирѣ, а верхній – одно ребро прикрытаго кронштейна лухо къ фермѣ, а на другомъ – ферма лежитъ свободно.

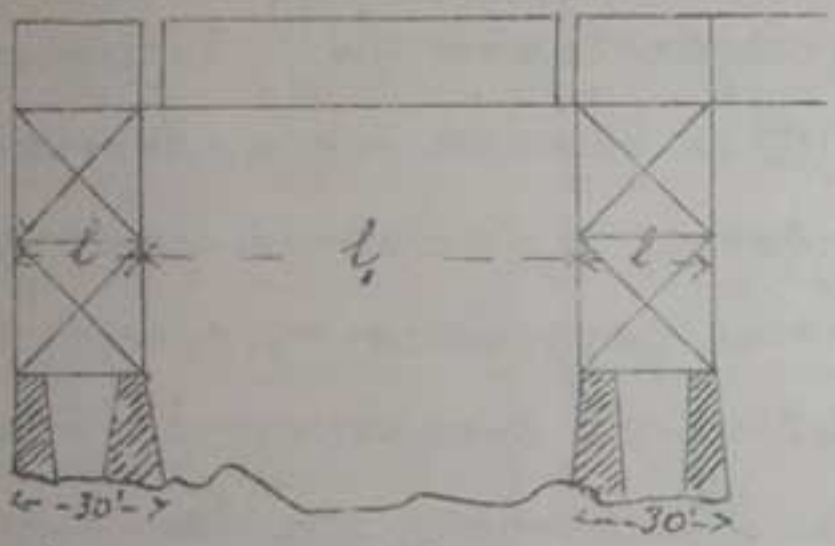
По американскимъ даннымъ для желѣзнодорожныхъ мостовъ наивыгоднѣйшая величина пролета между пирамидальными стойками, ребра которыхъ раздвинуты на величину $l = 30'$, опредѣляется по формулѣ:

$$l_1 + l = \sqrt{\frac{21200}{9 - \frac{h}{25}}}$$

гдѣ h – высота опоры.

(Всѣ мѣры въ футахъ.) Такъ при:

$h = 77,5'$	$l_1 = 30'$
$117'$	$40'$
$142'$	$50'$
$159'$	$60'$
$172'$	$70'$.



Вѣсъ эти въ фунтахъ погоннаго фута опоры опредѣляется по формулѣ:

$$W_1 = 10,3\,h - \frac{h.l}{25}$$

е.) На чертежахъ 44* изображены детали моста подъ обыкновенную дорогу чрезъ р. Ohio въ Цинцинати; мостъ консольной системы. Общая длина моста $900^{м.}$, величина средняго пролета $158,5^{м.}$ Ширина проѣзжей части: $7,3 + 2 \times 2,15 = 11,6^{м.}$. Общій вѣсъ металла $1936^{т.}$, а въ фермахъ консольной системы $1174^{т.}$ или $3,75^{т.}$ на пог. метръ. Боковые про-

---

*.) На отдѣльномъ листѣ.

леты консольной части на столько малы по сравнению съ средней частью, что вызываютъ въ крайнихъ опорахъ отрицательное сопротивленіе въ 61 т., потребовавшее проектированіе мѣръ противъ возможности поднятія конца [фиг. F]. Такъ какъ здѣсь опорная подушка въ видѣ качающейся балки (сектора), то катки, повидимому, излишни. [Сравнить съ качающейся опорой Ніагарскаго моста] [Черт. 48*]. Въ боковыхъ пролетахъ поясъ работаетъ на вытягиваніе и сжатіе; въ виду затрудненія устроить въ криволинейномъ поясѣ (по мѣстнымъ составителя проекта) прочное перекрытіе стыка-вставленъ внутри жесткаго пояса звеньевъ, которыя должны работать на вытягиваніе. Свободная часть средняго пролета начинается въ узлѣ (n) [См. схематическій чертежъ фасада черт. 44*]; такимъ образомъ панели Ат и Вп пояса не работаютъ и въ нихъ можно быть устроено приспособленіе для удаленія свободной части средняго пролета; продольныя балки около узла В опираются на катки,-для той же цѣли. Для того, чтобы можно было собрать свободную часть средняго пролета безъ подмостей постепеннымъ наращиваніемъ элементовъ, нужно было панель Ат сдѣлать способной принять вытягивающее усиліе, а панель Вп-сжимающее усиліе. Для этого сверхъ необходимыхъ для устройства приспо-

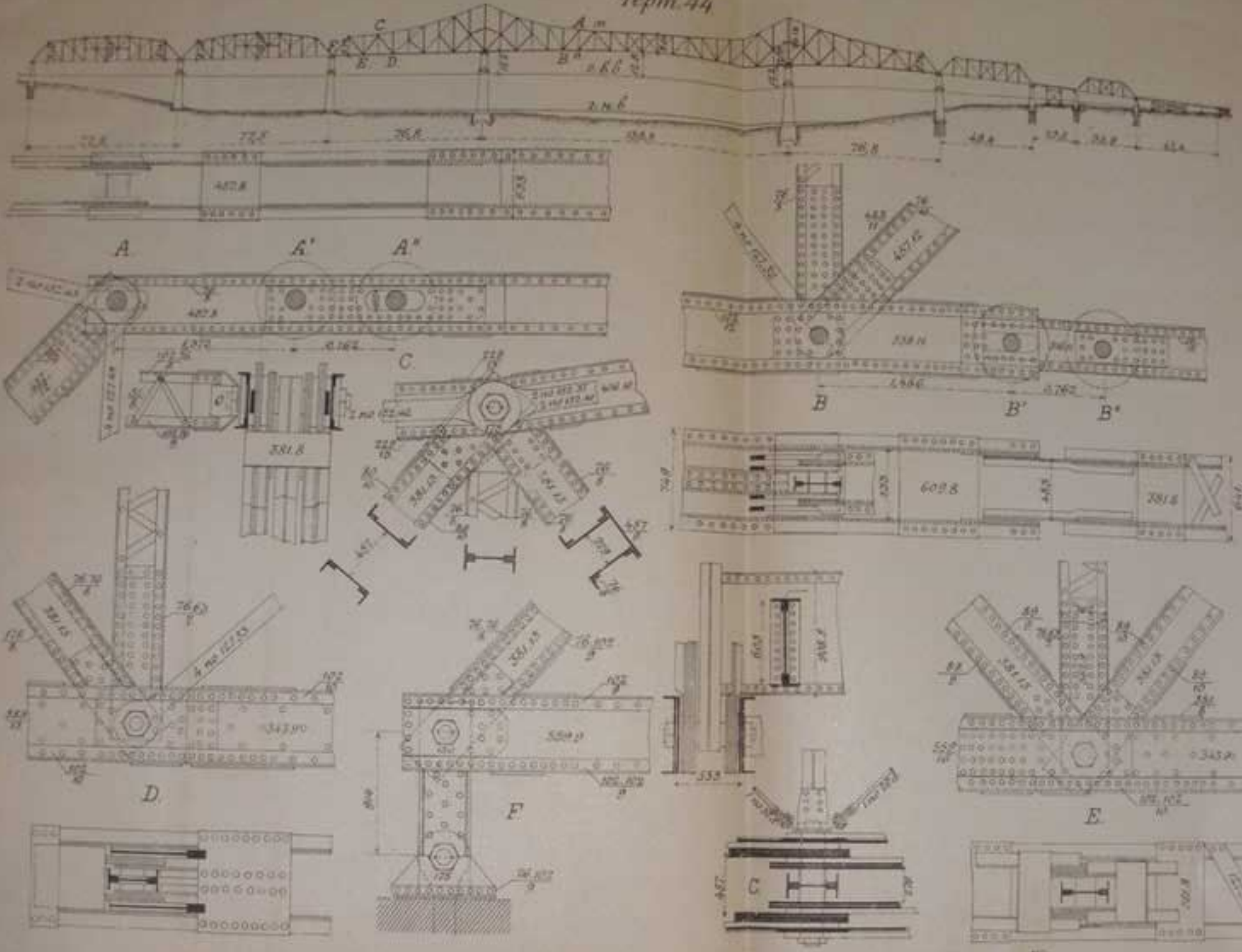
---

*) На отдѣльномъ листѣ.

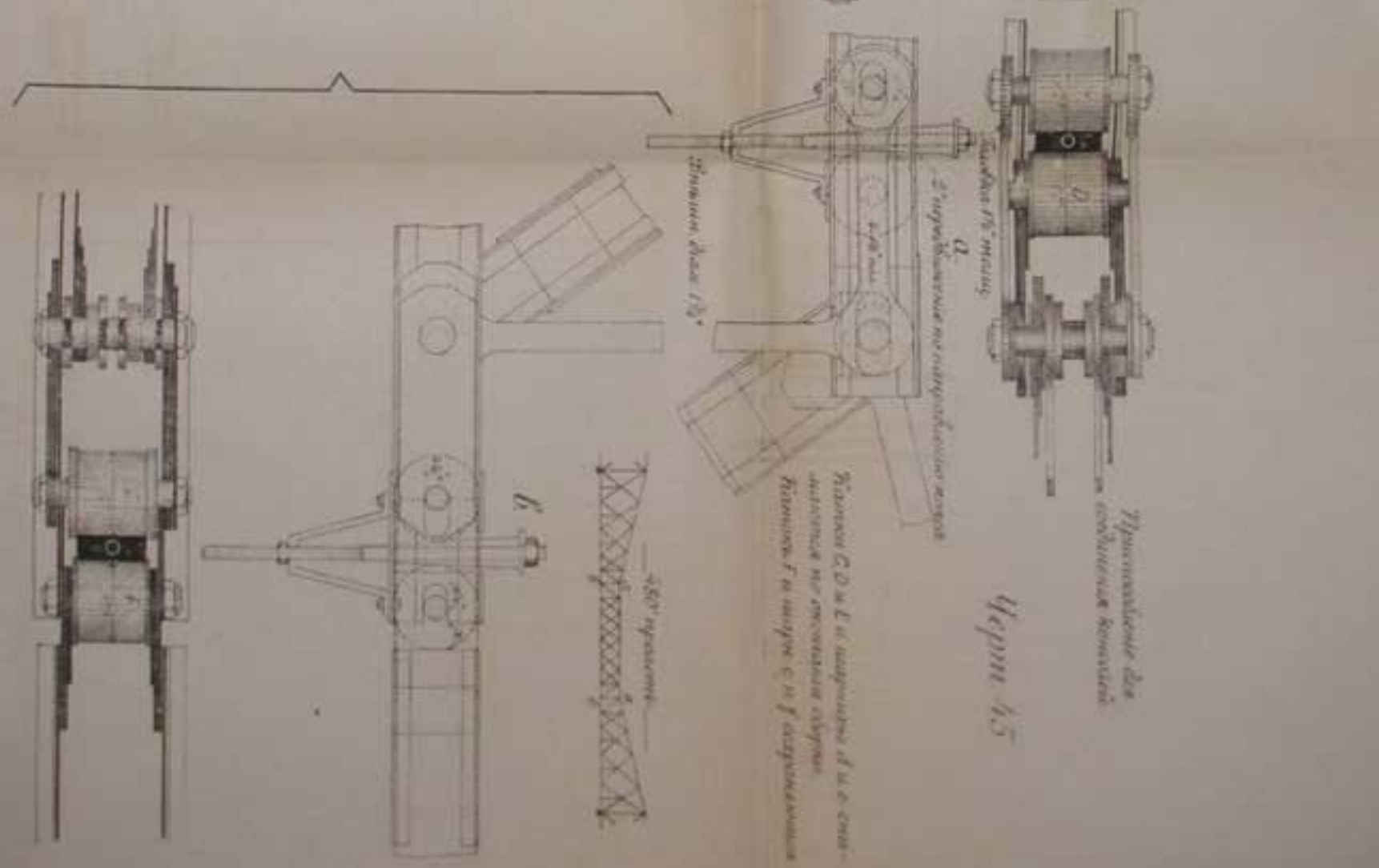
Черт. 43

Консольный мостъ гредъ р. Огіо въ Цинцинати.

Черт. 44



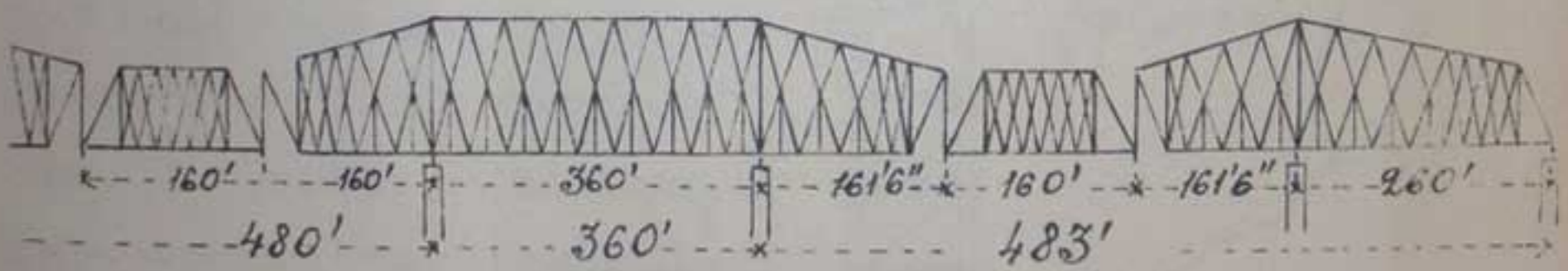
Черт. 45



собленія противъ измѣненія температуры, — болтовъ B' и a" [черт. 44*], поставили еще два шарнира B" и a' насадили на нихъ круглыя гайбы, діаметромъ $60^{сант.}$ и шириною $30^{сант.}$, между которыми вогнали клинъ помощью винтового зацѣпленія [См. детальный черт. 45*]. Помѣстивъ предварительно между шарнирами a и a" два коротких звена, можно было при достаточномъ раздвиженіи шарниров a' и a", B' и B" достигнуть того, что вытягивающее усиліе передавалось отъ a" въ a, а сжимающее-отъ B" чрезъ B' въ B. Когда свободная часть была собрана-были уфхлены клинья, гайбы и коротжія звенья aa"

На чертежѣ №45* показано детальное изображеніе этого приспособленія, примѣненнаго и при сборкѣ свободной части среднихъ пролетовъ моста Kentucky and Indiana Bridge схематически изображенной на чертежѣ №6; [два изъ быковъ поставлены наклонно къ продольной оси моста].

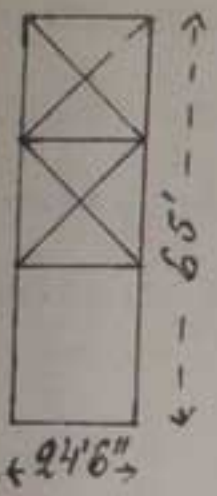
Черт. 46.



Главные пролеты моста, подходъ къ которымъ на быкахъ, состоятъ изъ 5 пролетовъ консольной

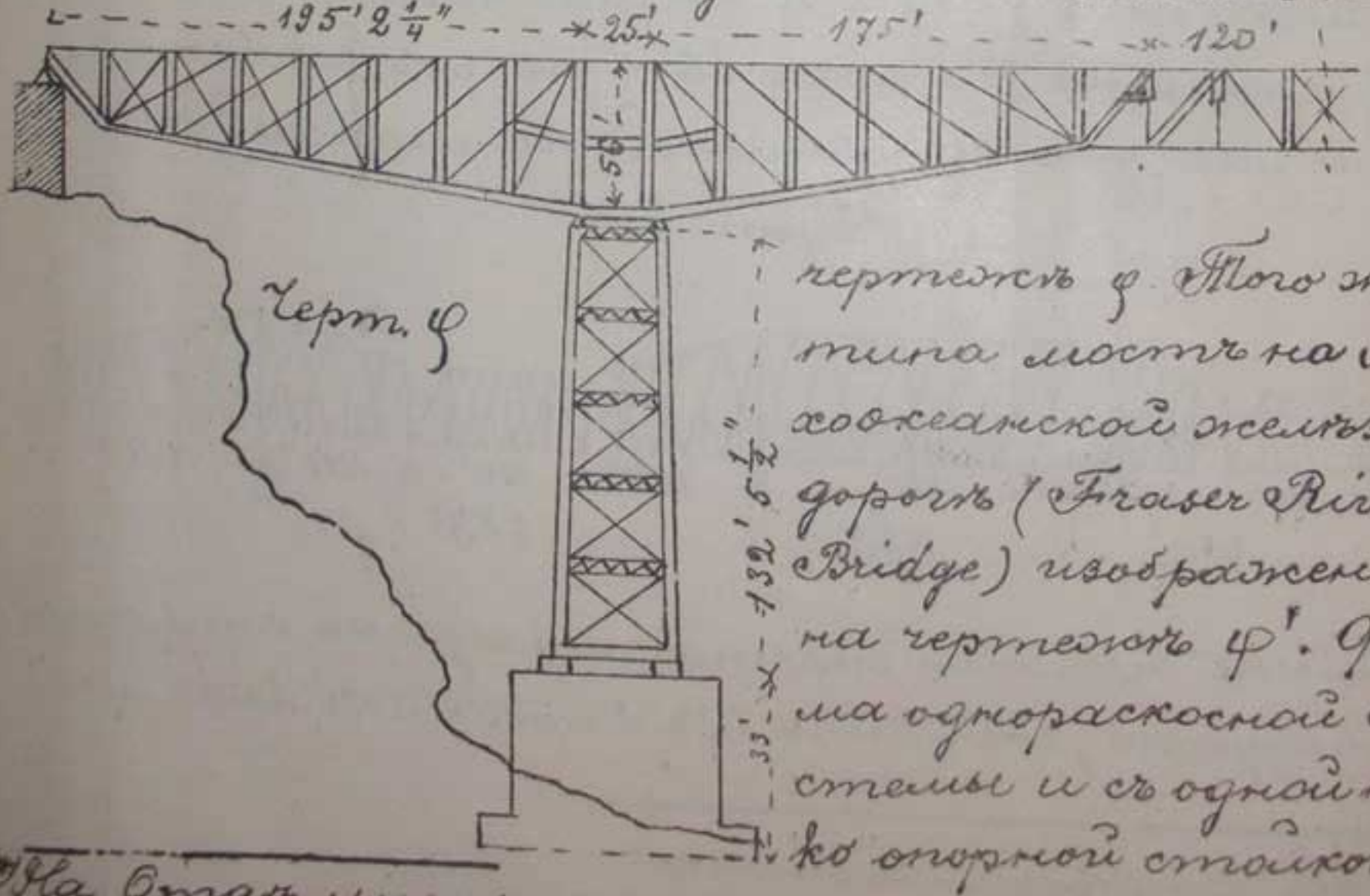
*) На отдѣльномъ листѣ.
1.

системы 260', 485', 360', 480' и 260'; затѣмъ двухрукавный поворотный мостъ при величинѣ каждаго пролета между центрами опоръ въ 185' и наконецъ седьмой пролетъ въ 240', перекрытый однопролетной фермой. Мостъ подъ эксплоатную дорогу подъ одинъ путь и подъ обыкновенную дорогу; пѣшеходные тротуары устроены



внутри фермъ, а эксплоатный проѣздъ на консоляхъ [Черт. 47*]. Ширина моста 24'6", наибольшая высота 65', что составляетъ $\frac{65}{360} = \frac{1}{5,54}$ долю пролета, а ширина моста 24'6" или $\frac{24'6''}{360} = \frac{1}{14,7}$ долю пролета. Величина малой панели 20'.

*) Мостъ консольной системы чрезъ р. Niagara. Мостъ съ ѣздой по верху подъ два пути. Общій схематическій видъ моста показанъ на

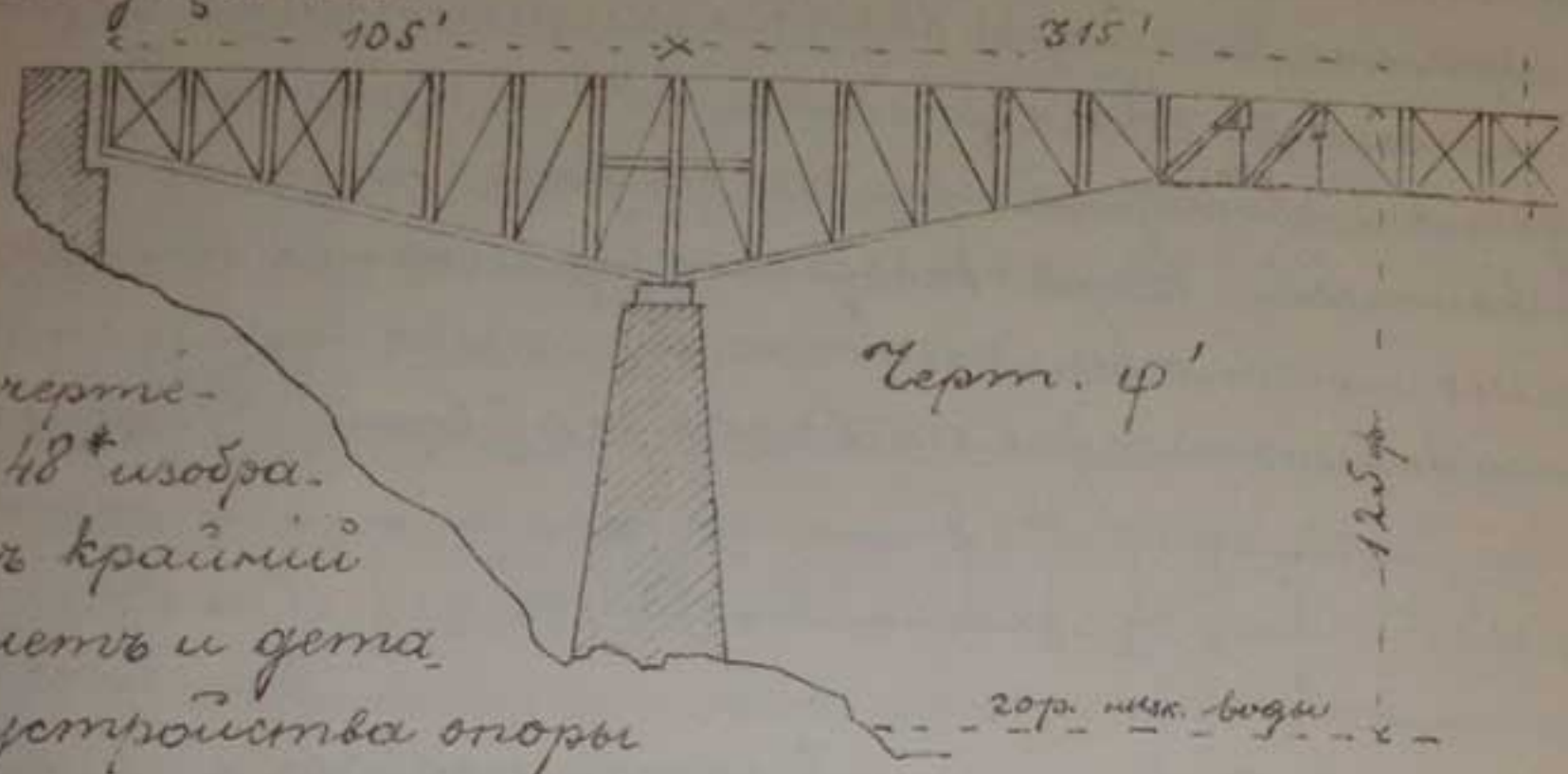


Черт. ф

чертежѣ ф. Того же типа мостъ на Тихоокеанской эксплоатной дорогѣ (Fraser River Bridge) изображенный на чертежѣ ф'. Ферма однораскосной системы и съ одной такъ-ко опорной стойкой,

*) На отдѣльномъ листѣ.

что въ отношеніи точности разсчета имѣетъ преимущество.



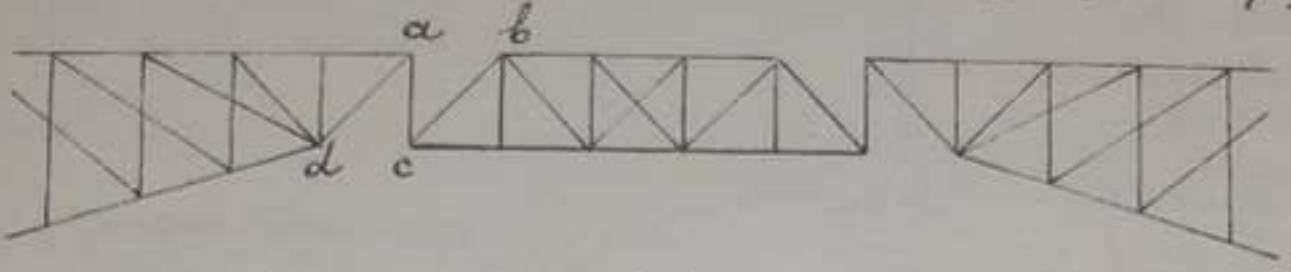
На чертежѣ 48* изображенъ крайній пролетъ и детали устройства опоры съ отрицательнымъ сопротивленіемъ. Концы фермы опираются на качающуюся планку, которая можетъ вращаться около оси, опирающейся на чугунную подушку. На эту же ось надѣта четыре стержня квадратнаго сѣченія по $3\frac{1}{4}$" въ сторонѣ, отнесенныхъ въ кладку на глубину до 30". Давленіе отъ этихъ стержней передается на всѣ массивъ кладки помощью двухъ перекрестныхъ рядовъ балокъ двутаврового сѣченія. Верхній поясъ, подвергающійся сжатію и выпучиванію, состоитъ изъ двухъ до двѣнадцати плоскихъ звеньевъ, шириною 8" и затѣмъ еще изъ двухъ корытообразныхъ звеньевъ, составленныхъ изъ вертикальнаго листа 18" x $\frac{3}{4}$" и окаймляющихъ уголковъ, толщиною $\frac{5}{8}$", но съ перемѣнной шириной пояса. Около шарнировъ, стѣнки корытныхъ звеньевъ утолщены. Стойки, составленныя изъ двухъ

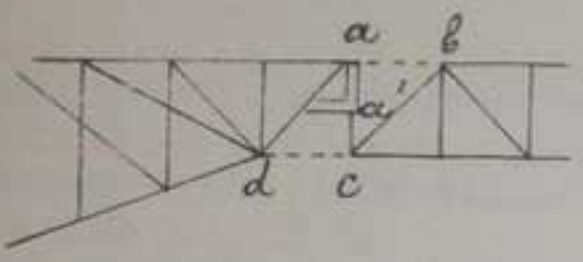
---

*) На отдѣльномъ листѣ.

корыть, связанныхъ рѣшеткой; раскосы состоятъ изъ 4 полосъ: двухъ внутреннихъ и двухъ внѣшнихъ. Поперечные размѣры всѣхъ элементовъ помѣщены на чертежахъ. На чертежѣ 49* изображена деталь подвѣски свободной фермы средняго пролета на концы консолей. Для свободнаго удлиненія свободной фермы можно было бы ограничиться тѣмъ, что дать возможность подвѣскѣ ac [Черт. φ"] вращаться около d. Но такъ какъ къ верхней части подвѣски прикленана поперечная балка и для послѣдней нельзя было бы допустить колебаніе, то верхняя часть подвѣски при помощи распорки сдѣлана неподвижной и ось вращенія перенесена ниже въ точку a'. Звенья ab и dc, очевидно не принимаютъ никакого участія въ распредѣленіи усилій и служатъ лишь для возстановленія непрерывности. Эти звенья должны имѣть овальныя отверстія въ точкахъ a и d, чтобы не препятствовать измѣненію длины свободнаго пролета.

Черт. φ"





ж.) Мостъ чрезъ р. Миссисипи близъ Мемфиса (Memphis bridge) (1888 – 1892 г) [Черт. 50*]. Общая длина четырехъ главныхъ пролетовъ 2258'4". длина трехъ малыхъ пролетовъ, сопрягающихъ мостъ съ восточнымъ берегомъ – 84'7".5; длина пролета, составляющаго переходъ къ віадуку 338'6" и того общая

*) На отдѣльномъ листѣ.

на 2681'9"5; длина металлическаго віадука, расположеннаго на уклонѣ въ $i = 0{,}0125$ и примыкающаго съ западной стороны: 2290'7½". Полотно моста горизонтально; въ пролетѣ, примыкающемъ къ віадуку, проѣзжая часть расположена по кривой въ вертикальной плоскости, сопрягающей горизонтальную часть съ уклономъ.

По техническимъ условіямъ величина главнаго пролета была опредѣлена не менѣе 700', а остальныхъ не менѣе 600'. Такъ какъ главный пролетъ былъ назначенъ на мѣстѣ около Восточнаго берега, то, установивъ перекрыть главнымъ пролетомъ меженныя русло и во избѣжаніе необходимости устройства дорогихъ струенаправляющихъ дамбъ, около восточнаго берега, рѣшено было поставить первый быкъ почти внѣ предѣловъ горизонт. высокихъ водъ, что выгодно увеличить первый пролетъ до 770'. Такимъ образомъ съ прибавленіемъ 20' на толщину опоръ въ уровнѣ меженн. водъ - разстояніе между осями опоръ моста опредѣлилось для одного пролета въ 790', а для другихъ въ 620'.

Примѣненіе системы консольныхъ фермъ, при условіи имѣть первый отъ берега судоходный пролетъ наибольшимъ, требовало вмѣстѣ съ тѣмъ помѣщеніе около этого пролета другого пролета, ближайшаго къ берегу, перекрываемаго фермами съ отрицательнымъ опорнымъ сопротивленіемъ, такъ называемаго - закрытаго пролета. Первоначально имѣлось въ виду сдѣлать длину консолей въ 790 − 620 = 170' причемъ слѣдовательно длина свободной [подвѣсной]

фермы опредѣлилась въ 620 – 170 = 450'. Такъ какъ желательно было всѣ пролеты сдѣлать кратными отъ одной панели, то въ виду отсутствія общаго дѣлителя для 170' и 450' - длину консоли пришлось назначить въ 169'4 1/2", длину свободнаго пролета въ 451'8" при общей большой панели въ 56'5 1/2". Такъ какъ восточный берегъ круто поднимался вверхъ, то длина закрѣпнаго пролета [anchorage span] назначена была въ четыре большія панели или всего 225'10".

Такимъ образомъ окончательно назначена:

длина закрѣпнаго пролета	225'10" [междуосевое опор.]
длина главнаго пролета	790' 5"
длина средняго пролета	621' 1/2"
длина западнаго пролета	621' 1/2"
Всего . . .	2258' 4"

Высота опоръ, заложенныхъ на деревянныхъ кессонахъ, около 159'; толщина по верху - 12'; уклонъ граней 1/30. Глубина опусканія на 40' ниже межени. При опредѣленіи ширины моста руководствовались тѣмъ, чтобы онъ былъ достаточно устойчивъ. При наибольшей длинѣ фермы въ 621' – ширина назначена въ 30' исходя изъ того, что въ существующихъ сооруженіяхъ, какъ напримѣръ - въ Cairo Bridge съ наибольшимъ пролетомъ въ 518', ширина 25' оказалась вполнѣ достаточной, что соотвѣтствуетъ отношенію $\frac{25}{518} = \frac{1}{20,7}$, тоже и для Memphis bridge $\frac{30}{621} = \frac{1}{20,7}$.

Высоту фермы не считали благоразумнымъ увеличивать болѣе чѣмъ въ 2 1/2 раза противъ ширины и поэтому назначили ее въ 1/8 пролета, что для сред-

него пролета дало высоту въ $77'7\frac{13}{16}''$, а для свободныхъ подвѣсныхъ пролетовъ $56'5\frac{1}{4}''$.

Рѣшетка фермы состоитъ изъ двухъ системъ раскосовъ съ одними пересѣченіями; отъ точки пересѣченія раскосовъ спускается внизъ подвѣска, къ которой прикрѣплена поперечная балка, раздѣляющая большой панели на двѣ части; вверхъ же направляется подпорка для поддержанія верхняго пояса по серединѣ панели; подпорка эта трубчатаго сѣченія и прикленана къ поясу. Для того, чтобы всѣ панели были одинаковыхъ размѣровъ пришлось точки пересѣченій раскосовъ помѣстить надъ серединой панелей, что въ консоляхъ, имѣющихъ переменную высоту, потребовало сдѣлать панели верхняго пояса неодинаковой длины. Неподвижная опора помѣщена на быкѣ № II.

Главнѣйшія детали. Для придания фермамъ большей жесткости, а также въ виду того, что въ среднемъ пролетѣ верхній поясъ работаетъ на сжатіе и вытягиваніе и что при сборкѣ свободныхъ (подвѣсныхъ) пролетовъ безъ подмостей, нижній поясъ работаетъ на сжатіе, признано было необходимымъ сдѣлать нижній поясъ на всемъ протяженіи жесткаго сѣченія, а въ верхнемъ - сдѣлать изъ звеньевъ лишь пояса консолей и закрытаго пролета [Исключеніе сдѣлано лишь на протяженіи помѣщенія верхняго пояса средняго пролета, составленнаго также изъ звеньевъ].

Особеннаго вниманія заслуживаютъ связи въ поперечныхъ плоскостяхъ, которыя представляютъ собою рѣшетчатыя фермы; жесткіе раскосы связаны не только въ уровнѣ верхней линіи габарита, но и на всемъ протяженіи до верху. Такимъ путемъ имѣлось въ виду заставить работать обѣ фермы какъ одна ферма, такъ какъ сжатые элементы фермы, связанные почти по всей высотѣ солидными рѣшетчатыми распорками, значительно содѣйствуютъ достиженію этой цѣли. Въ крайнихъ рамахъ, а также надъ опорами поперечная связь усилена еще тѣмъ, что къ стойкамъ во всю высоту приклепана выступающіе внутрь сплошные листы, соединяющіеся съ поперечной балкой [Черт. 51 и 52].

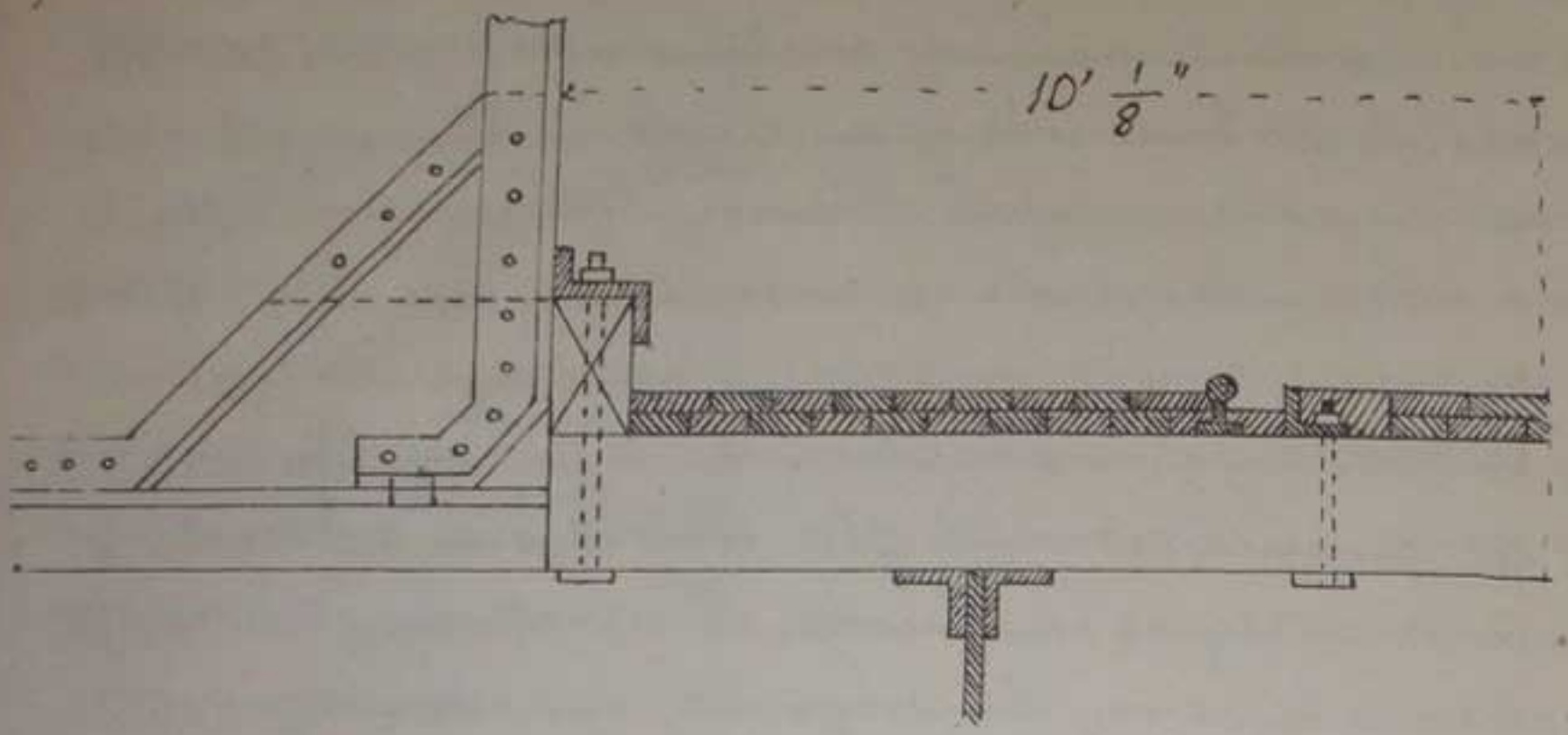
Разстояніе между продольными балками 8'; размѣры панелей: $8\frac{3}{4} \times 8\frac{3}{4}$. Для уменьшенія работы заклепокъ на отрываніе, продольныя балки опираются на короткій горизонтальный уголокъ, подпертый въ свою очередь двумя малыми вертикальными уголками.

Поперечныя балки приклепаны въ главныхъ узлахъ къ особымъ планкамъ, надѣтымъ на шарниръ, а въ промежуточныхъ узлахъ къ подвѣскамъ [Черт. 51*]; детали прикрѣпленія ясно видны на чертежахъ. По требованію Правительства мостъ приспособленъ и для экипажнаго проѣзда на ширинѣ въ 20', для чего на пилоны настланъ двойной настилъ, нижній продольный, а верхній — по діагоналямъ. Ферма проѣзжей части

---

*) На отдѣльномъ листѣ.

въ видѣ рѣшетчатой фермы прикленаны къ попе-
речнымъ балкамъ.



Жесткія пояса составлены изъ четырехъ вертикаль-
ныхъ стѣнокъ, что сдѣлано ради уменьшенія
сгибающаго момента для шарнирныхъ болтовъ;
діаметръ болтовъ доходитъ до 10"; въ нѣкоторыхъ
панеляхъ поясъ имѣетъ только двѣ стѣнки. Сты-
ки расположены на разстояніи 28'3
Каждая изъ стѣнокъ составлена изъ двухъ листовъ
сѣченія $30" \times \frac{9}{16}"$; сѣченіе поясныхъ угловиковъ $6 \times 4 \times \frac{3}{4}"$
Стыки обоихъ листовъ и обоихъ угловиковъ помѣще-
ны въ одномъ сѣченіи, причемъ общій стыкъ перекры-
вается тремя вертикальными листами $28 \times \frac{1}{2}$, $18 \times \frac{3}{4}$,
$30 \times \frac{1}{2}$ и двумя горизонтальными листами; два вертикаль-
ные листа помѣщены съ наружной стороны, а третій
съ внутренней стороны. На [черт. 53*] изображено закрѣпле-
ніе конца фермы съ отрицательнымъ опорнымъ сопро-
тивленіемъ. Кладка этой опоры выведена на
металлической платформѣ, состоящей изъ на-

---

*) На отдѣльномъ листѣ.

крестъ положенныхъ балокъ двутаврового сѣченія. Подъ эту платформу подложена толстая стальная доска съ коническими отверстіями для пропуска закрытыхъ болтовъ, діаметромъ $3\frac{1}{2}$", задѣланныхъ на цинкъ въ кладку. Выступающая поверхъ кладки часть болтовъ утоплена до $3\frac{1}{8}$", что сдѣлано ради того, чтобы можно было надѣть на болтъ плоскую гайку для закрѣпленія доски. По краямъ этой доски имѣются два выступа, состоящіе изъ клина и двухъ планокъ. Клиньями можно регулировать высоту выступовъ; на послѣднихъ располагаются 8 балокъ, сквозь которыя проходятъ утопленныя части (16) закрытыхъ болтовъ; сквозь эти же балки проходитъ горизонтальный шарнирный болтъ, на который насажены 4 планки, представляющія качающуюся опору.

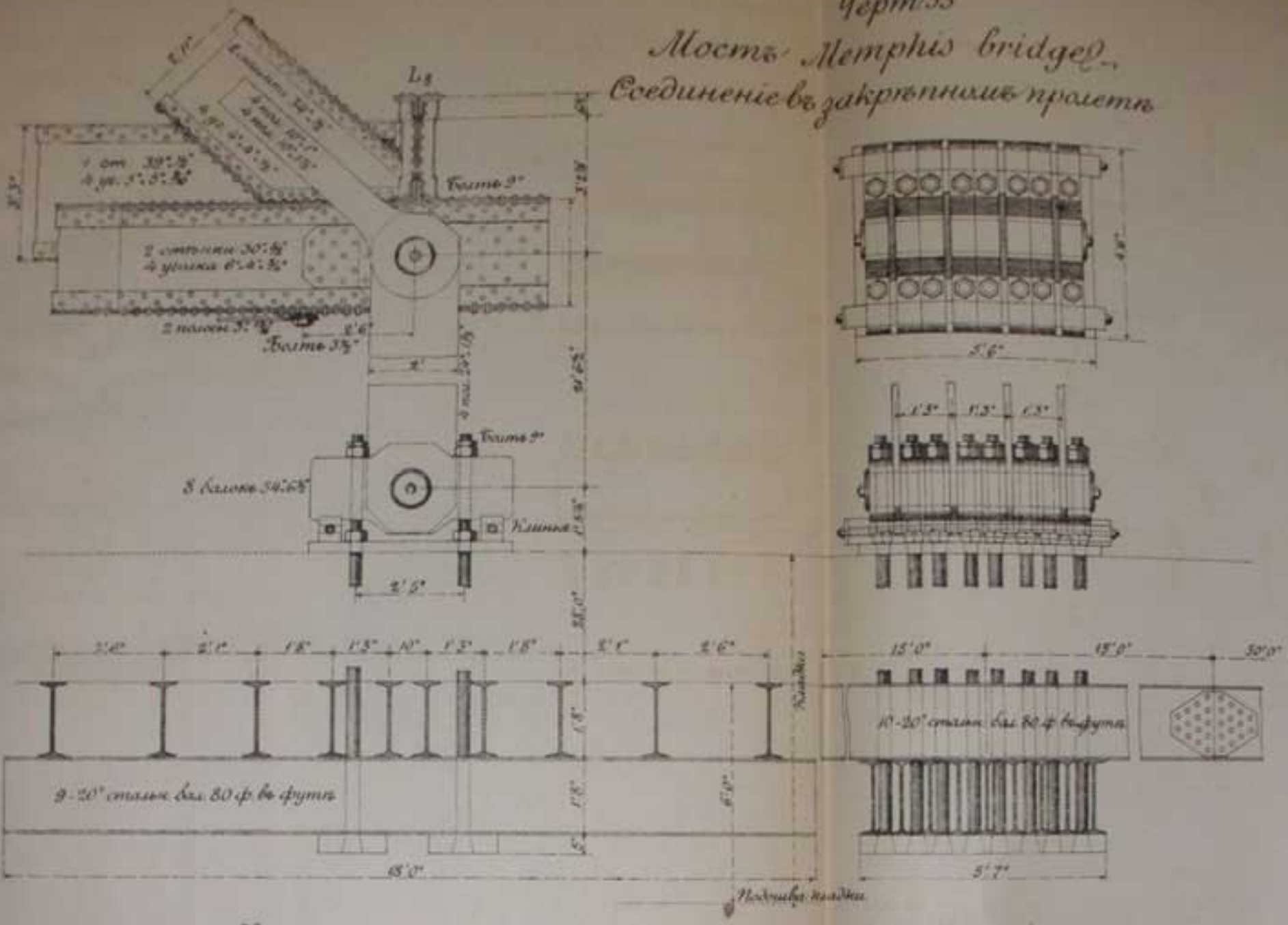
Особаго вниманія заслуживаетъ также подушка неподвижной опоры . Давленіе на опору около 2000 тонъ; такое значительное давленіе потребовало увеличить площадь сѣченія до 100 кв. фт. и придать ей значительную высоту; разстояніе отъ шарнира до основанія подушки 9'10". Подушки, въ виду ихъ громаднаго вѣса, нельзя было отлить цѣльными; онѣ состоятъ изъ сваренныхъ частей; для обезпеченія же совмѣстной работы частей - между ними проложена толстая стальная вертикальная доска съ выступами.

Діаметръ шарнирнаго болта - 14", діаметръ та-

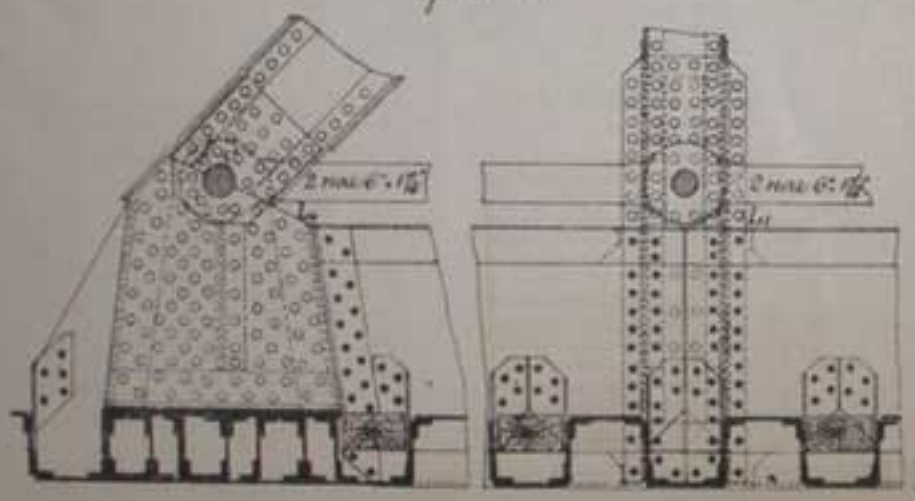
Черт. 53

Мостъ Memphis bridge.

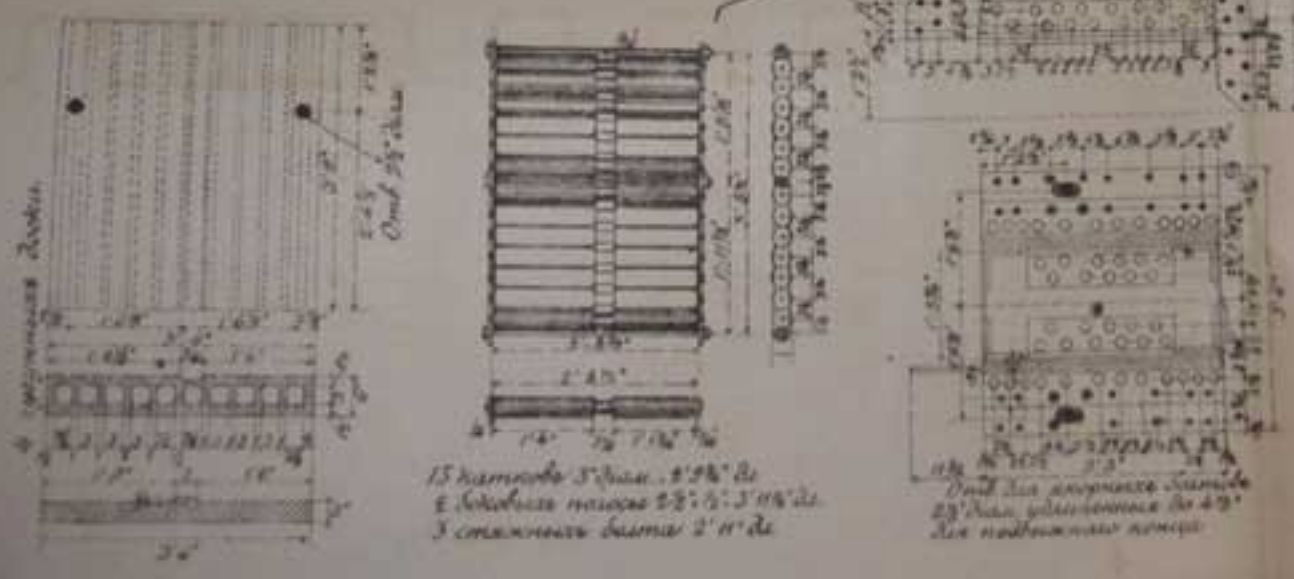
Соединение въ закрѣпленномъ пролетѣ



Черт. 55



Черт. 56.



На 4 опоры подушки требуется лѣса

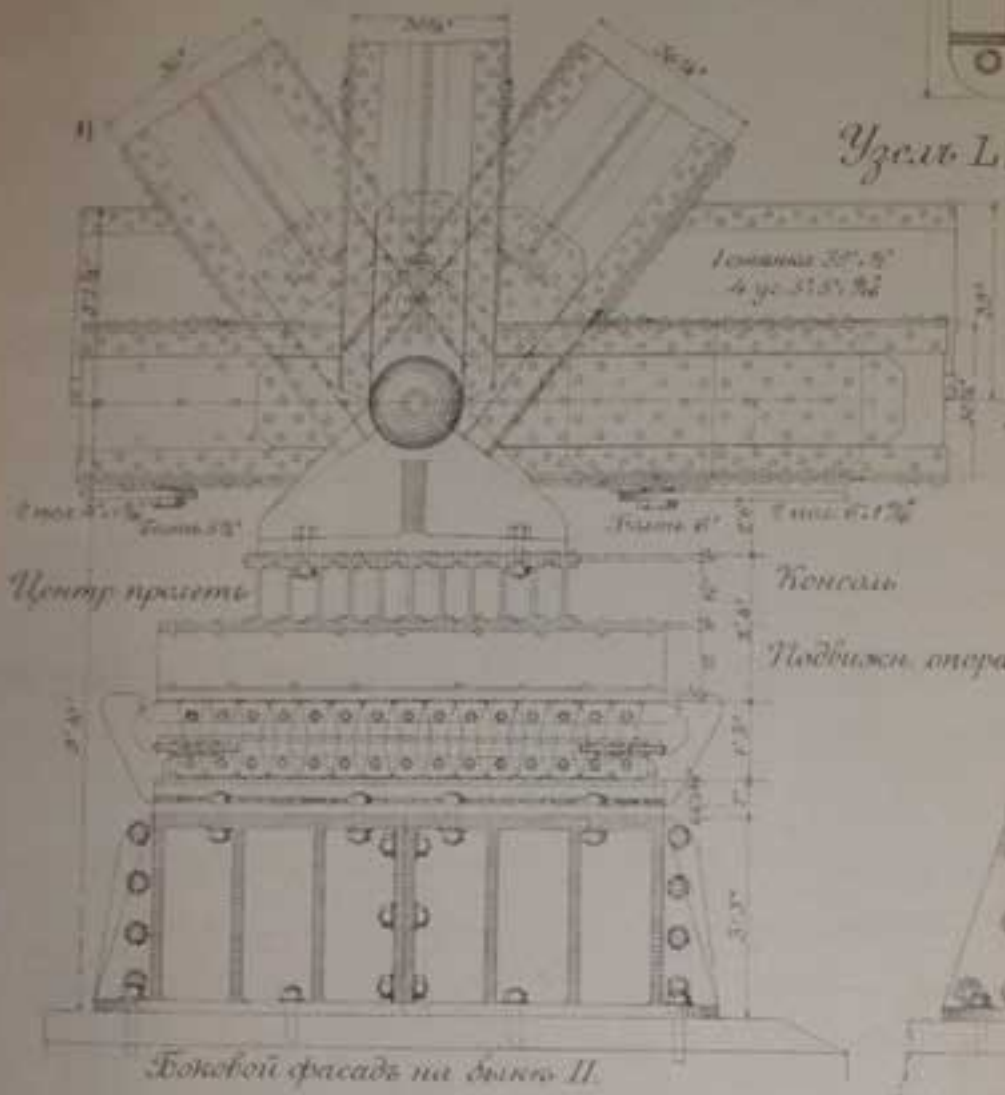
Мистерные:

4 Нижнихъ доски 30'	30'. 1.	30.0 фт.
4 Боковыхъ доски	40½. ½	40 фт.
8 ——— доски	30'. ½	30 фт.
12 ———	30'. ½	30 фт.
4 Концевыхъ крайнихъ стоекъ	16½. ½	8'.0".
4 ———	16½. ½	8'.0".
4 Среднихъ ———	16½. ½	8'.0".
4 Угловыхъ стоекъ	13½. ½	6'.8".
4 Среднихъ угловыхъ	13½. ½	6'.8".
8 Нижнихъ ———	6'.6". ½	3'.3".
8 ——— ———	6'.6". ½	3'.3".
8 Концевыхъ ———	6'.6". ½	3'.3".
4 ——— ———	6'.6". ½	3'.3".
4 Среднихъ ———	6'.6". ½	3'.3".
8 Угла съ ———	6'.6". ½	3'.3".

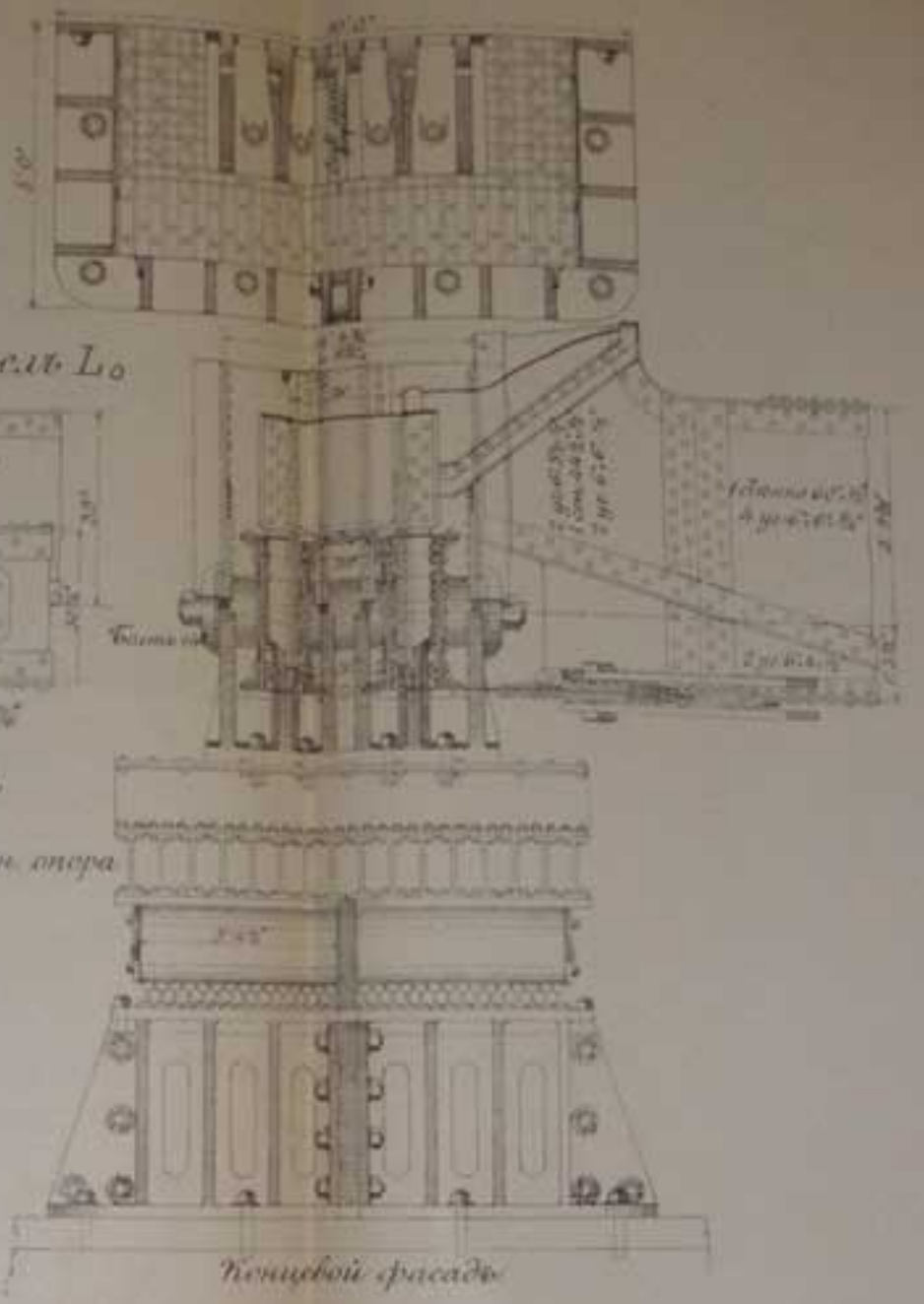
Черт. 54

Мостъ Memphis bridge

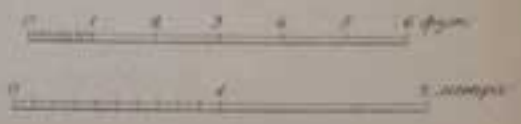
Подвижная опора



Боковой фасадъ на быкъ II.

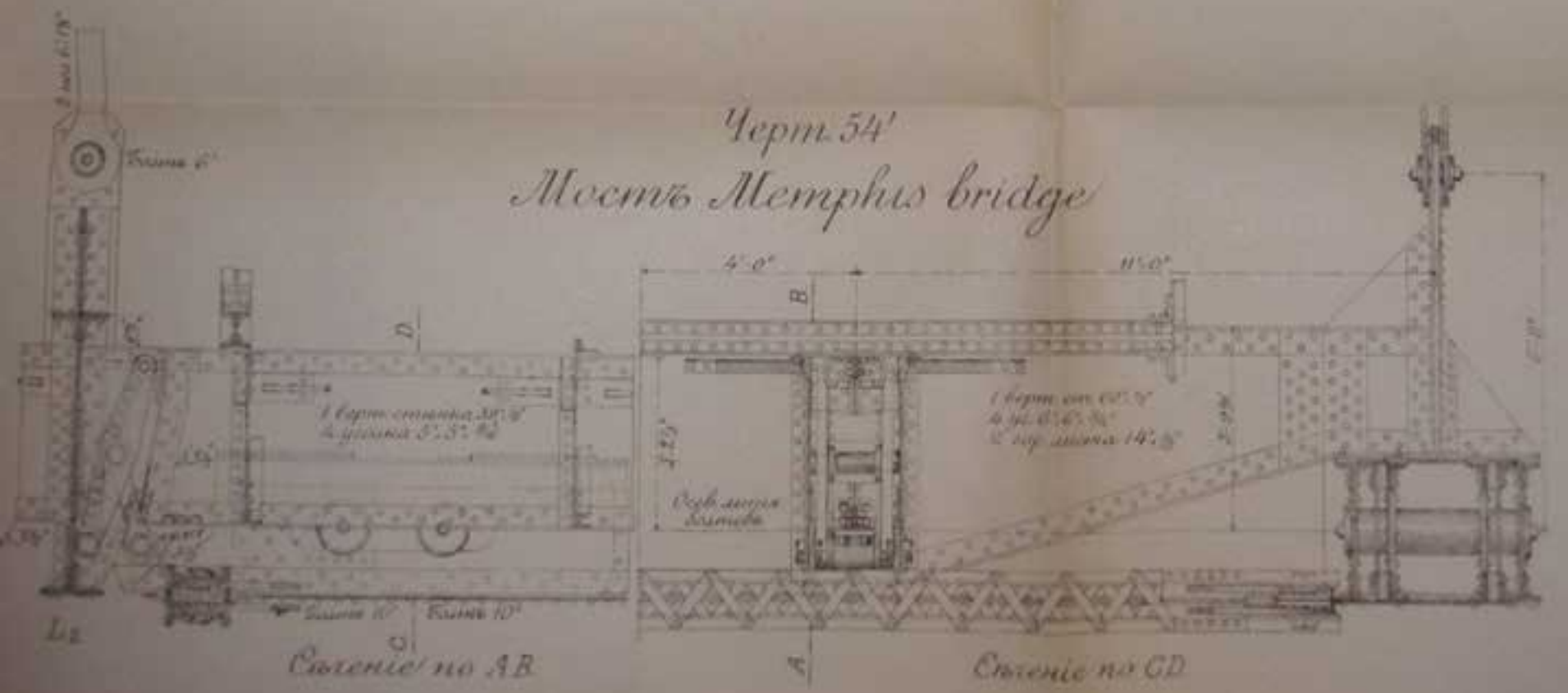


Торцовой фасадъ



Черт. 54'

Мостъ Memphis bridge



Сѣченіе по AB

Сѣченіе по CD

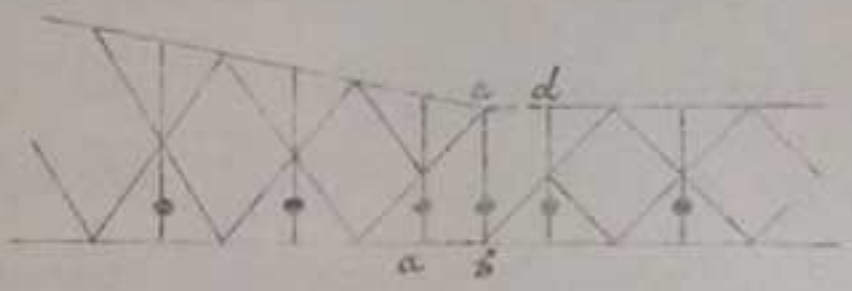
ныхъ размѣровъ требованія офицiальныя условія сопротивленія сжатію, не принимая въ разсчетъ изгиба; для того, чтобы не было изгиба балки нужно было раскосы и стойки расположить непосредственно надъ ребрами верхней подушки, для чего эти элементы фермы насажены на балку сверху; въ нихъ не имѣется продушинъ, отъ которыхъ возможно было отказаться въ виду громадности давленія. Въ этомъ узлѣ сходятся опорная вертикальная стойка и два раскоса; стойка имѣетъ 4 стѣнки и раскосы – 2 стѣнки; подушка же имѣетъ всего 6 стѣнокъ: двѣ наружныя и двѣ внутреннія предназначены для пріема давленія отъ опорной стойки; а каждая изъ двухъ среднихъ, болѣе толстыхъ, ограничена вверху по двумъ различнымъ кривымъ: одна приподнята болѣе другой, что допускаетъ возможность упора на это раздвоивающееся ребро стѣнокъ двухъ раскосовъ, у которыхъ притомъ же уголки обращены въ разныя стороны. Не менѣе интересна подвижная опора [Черт. 54*]. Давленіе отъ верхней подушки передается чрезъ на-крестъ положенныя двутавровыя балки на срѣзанные катки діаметромъ 15", опирающіяся на остроганную верхнюю поверхность рельсовъ, прикрѣпленныхъ къ нижней чугунной подушкѣ. Между двутавровыми балками поверхъ и подъ ними имѣются стальныя доски, одна изъ нихъ, нижняя, – наиболѣе толстая. Такъ

---

*) На отдѣльномъ листѣ.

Профессоръ

что образуется цѣльная сплошная платформа; между головками рельсовъ оставленъ промежутокъ въ $\frac{1}{4}$".
Катки состоятъ по длинѣ изъ двухъ частей по 3' 4 $\frac{1}{2}$".
Между обѣими половинами помѣщены двѣ вертикальныя направляющія доски: нижняя, вставленная между половинами нижняго чугуннаго стула, возвышается немного надъ головками рельсовъ, а вторая помѣщена между стяжными болтами. Эти послѣдніе проходятъ во всю длину катковъ, параллельно между которыми удерживаются планками; верхняя планка длинные нижнихъ и имѣетъ очертаніе крюка, не препятствующаго возможности перемѣщаться долины извѣстнаго предѣла. Поперечному перемѣщенію катковъ препятствуетъ средняя вертикальная планка. Средняя ферма поддѣта къ боковымъ помощью подвѣски (св), вращеніе коей около узла с позволяетъ свободное удлиненіе, которое достигаетъ 8"; панели ab и cd-ой видно не работаютъ, въ нихъ поясъ одной фермы входитъ внутрь другой, причемъ для болта сдѣлано овальное отверстіе. Для возстановленія непрерывности поставленъ въ этомъ мѣстѣ не работающій раскосъ и стяжка [Черт. 50*]. Изъ показанныхъ на чертежѣ 57** двухъ болтовъ — одинъ необходимъ былъ для сборки фермъ [См. объ этомъ ранѣе]. Въ виду такого значительнаго удлиненія нужно было также проектировать въ этомъ мѣстѣ особаго рода



---

*) На отдѣльномъ листѣ.

прикрѣпленіе продольной балки къ поперечной. По предложенію инженера Modjeski продольная балка вблизи поперечной балки прервана и помощью двойной тяги привѣшена къ шарнирному болту (Чер. 54) опирающимся на центральную часть двухъ планокъ, ромбоидальнаго очертанія, прикрѣпленныхъ въ свою очередь вверху и внизу помощью болтовъ къ стѣнкѣ двойной консоли. Осевая линія этой двойной консоли соотвѣтствуетъ продолженію продольной балки. Такъ какъ въ закрѣпленномъ пролетѣ - верхній поясъ на всемъ протяженіи состоитъ изъ звеньевъ, то для полученія концевой жесткой рамы, проектирована независимая рама, помѣщенная внутри звеньевъ, что изображено на [Чертежѣ 53*].

При заложеніи основанія опоръ, опущенныхъ на глубину 13' въ глину (clay), опредѣлялли непосредственнымъ опытомъ сопротивленіе грунта сжатію. Для сего вырѣзывали изъ грунта довольно большой кусокъ, вынесши его на открытый воздухъ и, не давая ему времени высохнуть, обдѣлывали верхнюю часть куска въ видѣ куба въ два дюйма въ сторонѣ и подвергали верхнюю грань куба давленію. Такъ, напримѣръ, въ бл. №2 были сдѣланы опыты надъ четырьмя образцами: Первый разрушился при давленіи 432 фунт., второй - 343; третій - 303, четвертый 343, причемъ передъ разрушеніемъ величина сжатія доходила до $\frac{1}{32}$ дюйма, за исключеніемъ третьяго, который сразу разрушился, будучи очень сухимъ. Не принимая его въ разсчетъ, среднее значеніе временнаго сопротивленія: $\frac{432+343+343}{3\times 4} = 93$ фунт.

*) На отдѣльномъ листѣ.

на кв. дюйм или около 2,3 тонн.

Действительное давление нагрузки исчислено соста-
вителем проекта следующим образом:

Площадь основания	47 × 92 = 4324	кв. ф.
Вес опоры	37.352.250	фунт.
Вес пролетной части	4.908.000	
Вес подвижной нагрузки	3.164.000	
	45.424.250 или 10.505	тонн на кв. ф., т.е. 73 тонн/дюйм²

Вычитая вес вытесненной воды при меженнем горизонте
считая в куб. ф. 62,5 фунт.

а в. 257.500	куб. фут	— 16.093.750
Вес в воде	29.330.500 или 6783	тонн на кв. ф.; = 47 тонн/дюйм²

Полагая, что опора будет постоянно находиться в
слое песку толщиною 40 и считая вес кубического фу-
та песку в воде в 58 фунт. - вес 4324 × 40 = 172.960 тонн

смеси воды и песку		— 10.032.000 тонн
Давление на подошву основания	19.248.500 фунт или 4463	тонн на кв. ф = 31 тонн/дюйм²

Вычитая наконец боковое трение о отпорки по 400 тонн на кв. ф.

а всего на 11.120	кв. ф	— 4.448.000
Окончательное давление	14.850.500 фунт или 3.434	тонн на кв. ф = 24 тонн/дюйм²

Едва ли правильно было вычитать вес вытесненной воды, особенно если основание заложено в глине, и поэтому вероятное давление на грунт 73 тонн/дюйм² с
вводящимся коэффициентом запаса в $\frac{93}{73} = 1,28$

Вес пролетных частей моста определяется
следующим образом:

Три малых пролета, сопрягающих с восточ-
ным берегом	66.812 фунт
Закрытой пролет	1.606.727
Консоль у быка № 1	1.252.365

Восточный свободный пролетъ	2.329.759 пуд.
Консоль у быка №2	1.284.674
Средній пролетъ	5.122.252
Консоль у быка №3	1.260.452
Западный свободный пролетъ	2.827.846
Пролетъ сопрягающій съ віадукомъ	1.072.951
	16.323.837 пуд.

Стоимость:	всего:	на пог. фунъ	на тонну
Металла . . .	739.532,77 руб.	275.76	90.61
Сборки	211.746,86	78.96	25.94
Окраски	8.692,60	3.24	1.07
	959.972,23	357.96	117.62

b) Мосты съ американскою проъзжею частью типа Robinson'a. Детали устройства этой проъзжей части изложены были въ Ч. II [Стран 323]. Здѣсь же на [Черт. 55, 56*] указаны детали устройства опорныхъ подушекъ при примѣненіи этого типа проъзжей части. Изъ чертежа видно, что непрерывное металлическое полотно моста, прикленанное къ особой балкѣ, продолжается и надъ подферменной площадкой моста и на него уже ставится опорная подушка. Полотна, приходящіяся подъ подушкой, нѣсколько усилены добавленіемъ промежуточныхъ балокъ и опираются въ свою очередь на неподвижной опорѣ на чугунную доску [большею частью пустотѣлую], высотою 6", а на подвижной опорѣ на рядъ катковъ, имѣющихъ по серединѣ утолщеніе; нижняя доска

*) На Отдѣльномъ листѣ.

подъ катками имѣетъ по серединѣ продольный выступъ, чѣмъ и задерживается перемѣщеніе катковъ. Подушка, обыкновенно составленная изъ желѣзныхъ или стальныхъ листовъ, имѣетъ форму коробки съ двумя поперечными стѣнками по концамъ и съ діафрагмой по серединѣ. Къ передней поперечной стѣнкѣ приклепанъ конецъ балки, къ которой прикрѣплена на всемъ протяженіи моста металлическая проѣзжая часть. Стѣнки опорной подушки состоятъ изъ 3 листовъ толщиною $\frac{9}{16}$"; два листа сращены наклонно и въ нихъ вырѣзано полукруглое отверстіе для болта; внутренній листъ возвышается больше и въ немъ сдѣлано полное отверстіе для болта; выступающая часть листа служитъ внутренней щековой планкой; стѣнки наклонной опорной стойки, опираясь на болтъ, приходятся непосредственно надъ стѣнками подушки, такъ что болтъ не подвергается изгибу; къ нижней части опорной стойки приклепана съ наружной стороны короткая щековая планка съ полнымъ отверстіемъ для болта.

Опредѣленіе усилій въ связяхъ.

А.) Общія соображенія.

Связи помѣщаются между смежными фермами; онѣ могутъ связывать пояса или соотвѣтственныя части рѣшетки обѣихъ фермъ; въ первомъ случаѣ онѣ называются продольными связями [въ частномъ случаѣ при прямыхъ поясахъ - горизонтальными связями], а во второмъ случаѣ - поперечными связями [въ частномъ случаѣ, если помѣщается въ пло-

костяхъ нормальныхъ къ продольной оси моста – вертикальными связями].

Что касается внѣшнихъ силъ, возбуждающихъ усилія въ связяхъ, то сюда слѣдуетъ причислить главнымъ образомъ: давленіе вѣтра, центробѣжную силу въ кривыхъ, неодинаковую нагрузку обѣихъ фермъ и колебательное движеніе паровоза около вертикальной оси. Значенія двухъ первыхъ внѣшнихъ силъ указаны были въ Части I [стр. 101]. Что же касается упомянутой причины, то хотя Redlenbacher и даны указанія опредѣлить значенія горизонтальной силы, съ которой паровозъ надавливаетъ на рельсы при своемъ синусоидальномъ движеніи, но къ сожалѣнію, не выяснена еще отдѣльно вліяніе этой силы на усилія въ связяхъ – которыя должны препятствовать тому, чтобы фермы не принимали волнообразнаго очертанія.

Между тѣмъ несомнѣнно, что связи главнымъ образомъ напряжены отъ этихъ послѣднихъ усилій; въ виду сего полезно увеличить сѣченія тѣхъ связей, которыя, будучи разсчитанными относительно однихъ вѣтровыхъ усилій, получаютъ весьма малыхъ размѣровъ.

Замѣтимъ еще, что при опредѣленіи усилій въ связяхъ, надо будетъ отличать постоянную нагрузку отъ подвижной. Постоянной нагрузкой будетъ давленіе вѣтра на боковую поверхность пролетныхъ частей моста; а подвижной – давленіе вѣтра на движущійся поѣздъ, который нужно расположить такимъ образомъ, чтобы въ каждомъ данномъ случаѣ

получалось наибольшее усилiе.

Разсмотримъ сначала каковы должны быть условiя и число связей для того, чтобы усилiя въ нихъ могли быть опредѣлены на основанiи условiй статики.

Если бъ вопросъ шелъ объ опредѣленiи усилiй въ связяхъ, представляющихъ собою плоскую (горизонтальную) ферму, то здѣсь, очевидно, сохранялся бы силъ всѣ выведенныя ранѣе условiя статической опредѣлимости или неопредѣлимости плоскихъ фермъ. Но мостовыя пролетныя части состоятъ по меньшей мѣрѣ изъ двухъ фермъ, между которыми помѣщены продольныя и поперечныя связи, причемъ на узловыя точки дѣйствуютъ горизонтальныя силы. Слѣдовательно, здѣсь идетъ рѣчь о статической опредѣлимости фермъ въ пространствѣ, что, какъ извѣстно, выражается условiемъ $m = 3n - 6$, гдѣ m - число связей, n - число узловъ, 6 - число уравненiй, выражающихъ условiе равновѣсiя между внѣшними силами въ пространствѣ и помощью которыхъ можно опредѣлять значенiя опорныхъ сопротивленiй. *)

Такъ, напримѣръ, если пролетныя части состоятъ изъ двухъ фермъ съ тремя четырехугольными

---

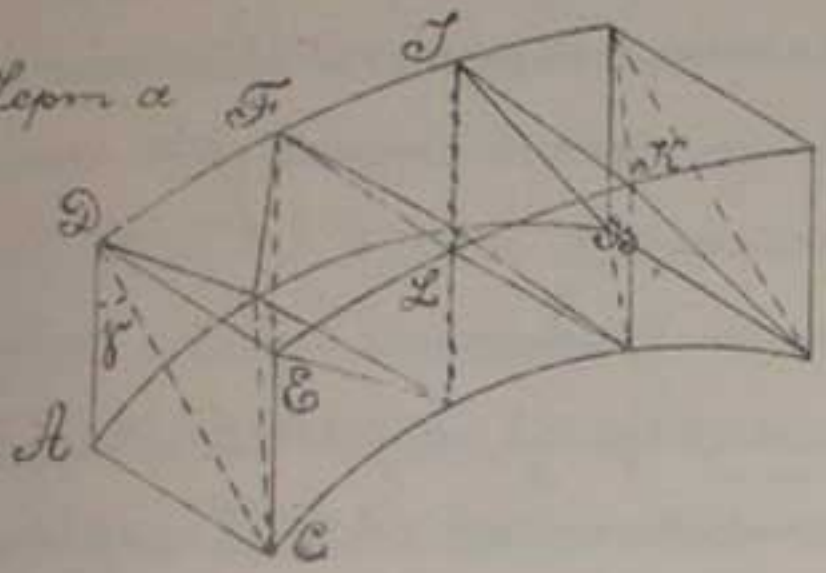
*) Число 6 - представляетъ число условiй для опредѣленiя 6 - элементовъ опорныхъ сопротивленiй. Для того, чтобы группа точекъ, соединенныхъ связями, подъ дѣйствiемъ какихъ угодно данныхъ внѣшнихъ силъ, не могла перемѣщаться, - число и родъ опорныхъ сопротивленiй должны быть въ крайнемъ случаѣ таковы, чтобы одна опора была неподвижна по всѣмъ тремъ направленiямъ (3 ч.)

панелями, т.е. имѣется всего $n = 16$ узловъ [число панелей $\left(\frac{n}{4} - 1\right)$], то наибольшее число стержней, усилія въ которыхъ могутъ быть опредѣлены на основаніи законовъ статики: $m = 3 \cdot 16 - 6 = 42$. Такъ какъ наименьшее число элементовъ въ двухъ такихъ фермахъ $2\left\{\left(\frac{n}{4} - 1\right) 4 + 1\right\} = 26$, то наибольшее возможное число связей: $42 - 26 = 16$, т.е.

$$3n - 6 - 2\left\{\left(\frac{n}{4} - 1\right)4 + 1\right\} = n.$$

Этому условію можно удовлетворить <u>двоякимъ</u> образомъ: 1.) помѣстить по распоркѣ и по діагональной связи въ каждой панели въ уровнѣ верхнихъ и нижнихъ поясовъ или діагонали въ плоскости двухъ опорныхъ стоекъ:

Черт. а



$$2\left\{\left[\left(\frac{n}{4} - 1\right)^{\text{расп.}} + 1\right] + \left(\frac{n}{4} - 1\right)^{\text{диаг.}}\right\} + 2 = n$$

(черт. а), или же 2.) помѣстить діагональныя связи только въ верхнихъ (уровня) или нижнихъ поясовъ

другая - неподвижна по двумъ направленіямъ (2 элем) а третья по одному направленію (1 элем.), т.е. минимальное число опорныхъ сопротивленій - опредѣленныхъ на основаніи законовъ статики - 3. Если группа связанныхъ между собою точекъ, напримѣръ, двѣ мостовыя фермы имѣютъ четыре опорныя точки, то 6-элементовъ недостаточно для опредѣленія такихъ опорныхъ сопротивленій, при которыхъ мостовыя фермы были бы неподвижны. Напримѣръ, если одна опора неподвижна по тремъ направленіямъ (3 элем) а другія 3- только по одному направленію (3 элем) фермы подъ дѣйствіемъ силъ могутъ вращаться около неподвижной опоры, опираясь на другія три опоры. При симметричныхъ фермахъ симметрично нагруженныхъ можно опредѣлить опорныя сопротивленія и въ случаѣ 4-хъ опоръ.

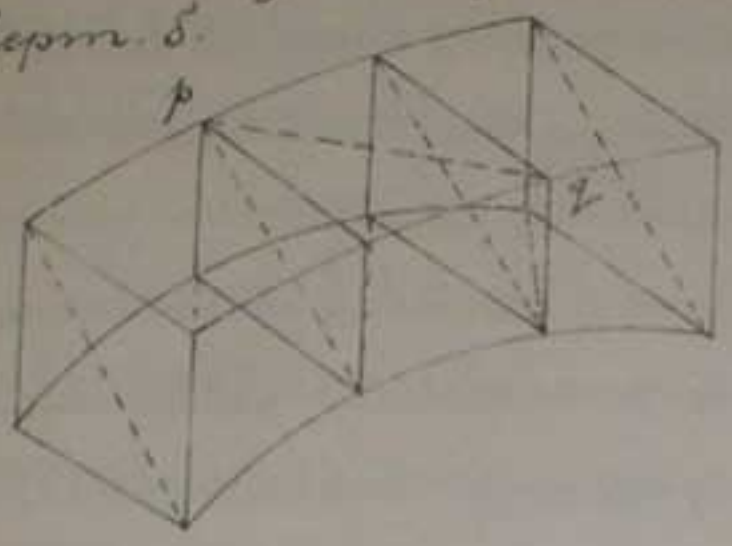
и по діагонали въ каждой поперечной рамѣ, оставивъ сверхъ того еще одну діагональ вверху или внизу:

$$2\left[\left(\frac{n}{4}-1\right)+1\right]+\left[\left(\frac{n}{4}-1\right)+1\right]+\left[\frac{n}{4}-1\right]+1=n \quad \text{(черт. 6.)}$$

(рамор; діаг. попер.; діаг. продольн.)

Эта послѣдняя діагональ рд можетъ быть помѣщена въ любой изъ панелей верхнихъ связей. Если ея не помѣщать, то можно опредѣлить при несимметричной фермѣ 7 элементовъ для опорныхъ сопротивленій, т.е. поставить ферму на 4 опоры, изъ которыхъ одна неподвижна (3 элем.) другая можетъ перемѣщаться только по одному направленію (2 элем.), а остальныя двѣ только по одному направленію (по 1 элем.).

Черт. 6.

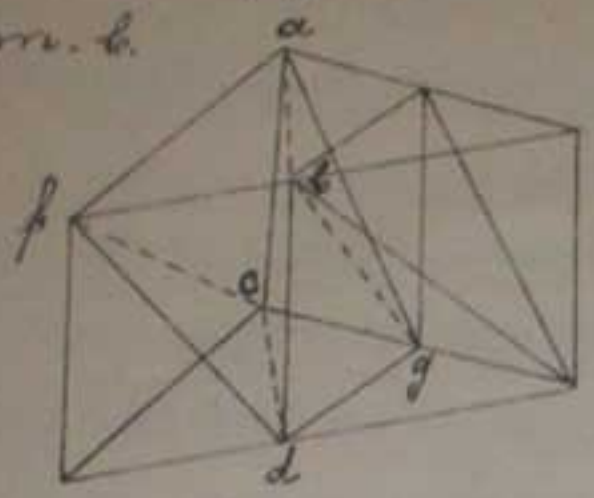


Такимъ образомъ помѣщеніе діагональныхъ продольныхъ связей только внизу или вверху съ добавочнымъ помѣщеніемъ діагонали поперечныхъ связей позволяетъ на основаніи условій статики опредѣлить усилія въ нихъ и въ главныхъ элементахъ фермъ, предполагая, что всего имѣется четыре опоры (съ 7 элементами для опредѣленія значеній четырехъ опорныхъ сопротивленій).

Помѣщеніе діагональныхъ продольныхъ связей внизу и вверху съ діагональными поперечными связями въ двухъ опорныхъ рамахъ — также позволяетъ опредѣлить усилія во всѣхъ элементахъ двухъ связанныхъ между собою фермъ, предполагая, однако, что имѣется всего три опоры (съ 6 элементами — для опредѣленія значеній трехъ опорныхъ сопротивленій)

[черт. 6]. Но при симметричных фермах симметрично нагруженных можно определить и в этом случае указанныя усилія на основаніи законовъ статики предполагая, что число опоръ не три, а четыре.

Черт. 6.



Само собою разумѣется, что если сложныя фермы безъ верхнихъ связей (распорокъ и діагоналей), имѣющія пробалльныя связи также статически опредѣлимы.

Замѣтимъ еще, что связи остаются статически опредѣлимыми, если въ каждой панели связей продольныхъ или поперечныхъ помѣщается не одна діагональ, какъ мы предполагали, а двѣ взаимно пересѣкающіяся діагонали, но при условіи, что каждая изъ діагоналей такого сѣченія, что она не можетъ принять сжимающаго усилія. Тогда при одномъ направленіи горизонтальныхъ силъ работаетъ одна система діагоналей, а при обратномъ направленіи - другая. Хотя при такихъ условіяхъ діагонали разсчитываютъ на вытягиваніе, но часто дѣлаютъ ихъ жесткаго сѣченія (изъ уголковъ).

Казалось бы, что въ такомъ случаѣ жесткая діагональ можетъ принять на себя часть сжимающаго усилія и сѣченіе ея можетъ оказаться недостаточнымъ въ смыслѣ сопротивленія боковому выпучиванію. Но, очевидно, если только эта діагональ получитъ ея сѣченіе, при данной длинѣ, т.е. получитъ стремленіе выпучиваться, съ сжимающимъ концомъ,

то, въ виду того, что всякое укорачиваніе одной діагонали четырехугольника вызываетъ удлиненіе другой такой же діагонали - вогнутая діагональ тотчасъ же приметъ на себя избытокъ усилія вызвавшій выпучиваніе.

Если бы оставлена была только одна система раскосовъ, то въ виду того, что съ перемѣной направленія дѣйствія вѣтра, вытянутыя части дѣлаются сжатыми и обратно, то раскосы и распорки слѣдовало бы сдѣлать не только жесткими, но и разсчитать на сжимающія усилія

Система рѣшетчатая изъ одинокихъ раскосовъ безъ распорокъ, причемъ обѣ системы раскосовъ должны быть разсчитаны на сжимающія усилія, не всегда примѣнима, да и менѣе выгодна.

Г.) Опредѣленіе усилій въ горизонтальныхъ связяхъ представляющихъ плоскую ферму.

Усилія въ поясахъ раскосахъ и стойкахъ разсчитываются какъ обыкновенно раскосныя или рѣшетчатыя фермы, разрѣзныя и неразрѣзныя, съ примѣненіемъ выше указанныхъ способовъ разсчета усилій, располагая самымъ невыгоднымъ образомъ подвижную нагрузку (давленіе вѣтра на подвижной составъ).

В.) Опредѣленіе усилій въ связяхъ мостовъ съ низу по-верху.

Покажемъ опредѣленіе усилій отъ горизонтальныхъ силъ въ продольныхъ и поперечныхъ связяхъ и въ частяхъ главныхъ фермъ. 1) когда пояса верхніе или нижніе продольныя связи, расположенныя по нѣкоторой

поверхности (черт. а) и поперечная діагональная связь въ опорныхъ рамахъ и 2.) когда продольныя связи расположены либо вверху или внизу и въ каждой поперечной рамѣ имѣется по діагонали (черт. б) и 3.) когда связи расположены вверху и внизу и кромѣ того имѣются діагональныя связи въ каждой поперечной рамѣ. Во всѣхъ случаяхъ предполагаются шарнирныя соединенія.

В. 1, α. Опредѣленіе усилій въ діагоналяхъ опорной рамы. (Черт. а)

Если K усиліе въ DE верхней распорки опорной рамы, составившееся путемъ накопленія усилій; γ – уголъ составляемый діагональю опорной рамы съ вертикалью то усиліе діагонали DE $R_o = K_o \operatorname{Cos ec} \gamma$.

В. 1, β. Опредѣленіе усилій въ діагоналяхъ продольныхъ связей.

Отдѣлимъ мысленно верхнюю часть отъ нижней, причемъ къ перерѣзаннымъ стойкамъ и раскосамъ главныхъ фермъ приложимъ ихъ усилія какъ внѣшнія силы. Если AB, AC и AD (черт. а) – совпадаютъ съ направленіемъ осей x^{ob}, y^{ob} и z^{ob}, то для опредѣленія, напримѣръ, усилія D въ діагонали EF проведемъ перпендикулярно EF плоскость # плоскости Yoz, т.е. # ADEC и приравняемъ нулю проекціи всѣхъ внѣшнихъ силъ на ось y^{ob}. Тогда составляющія усилій перерѣзанныхъ поясовъ и діагоналей главныхъ фермъ, параллельныя оси y^{ob} сами по себѣ равны нулю. Проекція на ось y^{ob} усилія какой либо діагонали EF: $D \cdot \operatorname{Cos} \delta \cdot \operatorname{Cos} \alpha$, если δ – уголъ, составляемый направленіемъ EF съ горизонтальной плоскостью, а α – уголъ, составляемый

этой проекцией съ направленіемъ оси $y^{ось}$. Остальныя внѣшнія силы, дѣйствующія на лѣвую отсѣченную часть, это-сумма всѣхъ усилій (горизонтальныхъ) приложенныхъ къ узламъ, которую назовемъ H_x и сопротивленіе опоры A. Для верхней отсѣченной части это сопротивленіе опоры есть, очевидно, проекція на ось $y^{ось}$ усилія раскоса DC въ опорной рамѣ. Если это усиліе R и уголъ, составленный съ вертикалью γ, то сопротивленіе опоры: $R\,Sin\,\gamma$. Поэтому, для верхнихъ связей: $D\,Cos\,\delta\,Cos\,\alpha + H_x - R\,Sin\,\gamma = 0$, или

$$D\,Cos\,\delta.\,Cos\,\alpha = R\,Sin\,\gamma - H_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha),$$

а для нижнихъ горизонтальныхъ связей:

$$D\,Cos\,\delta\,Cos\,\alpha = A - H_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha'),$$

[гдѣ A - сопротивленіе опоры].

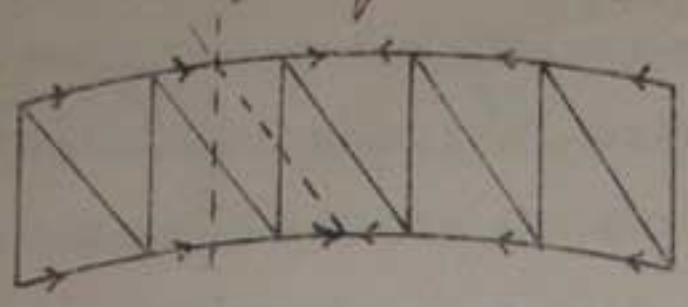
Слѣдовательно <u>горизонтальная составляющая $D\,Cos\,\delta$ усилій D связей, расположенныхъ по нѣкоторой поверхности опредѣляется такъже какъ въ плоскихъ фермахъ, раскосами которыхъ будутъ горизонтальныя проекціи данныхъ раскосовъ и на узлы которыхъ дѣйствуетъ данная нагрузка.</u> Опредѣливъ такимъ образомъ какъ для плоской фермы значеніе $D\,Cos\,\delta = B$, найдемъ затѣмъ:

$$D = B\,Sec\,\delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha'')$$

В. 1, §.) <u>Опредѣленіе усилій въ раскосахъ и стойкахъ главныхъ фермъ.</u>

Выдѣливъ мысленно которую либо изъ фермъ, напримѣръ $CE\,FH$ [черт. α] легко видѣть, что на каждый узелъ главной фермы дѣйствуютъ: усиліе распорки, діагонали, усиліе, направленное вдоль пояса и внѣшнее усиліе, направленное

по распорахъ. Если разложить усилiе діагонали по распорахъ и поясу, то, очевидно, усилiе въ распорахъ окажется равнымъ и прямо противоположнымъ составляющей усилiя діагонали, плюсъ внѣшнее усилiе на узелъ; поэтому усилiя # оси y^{ов}= взаимно уничтожаются. Остаются лишь продольныя усилiя вдоль пояса, приложенныя къ узламъ. Сдѣлавъ ссылки по раскосамъ и стойкамъ и примѣнивъ, напримѣръ, способъ статическихъ моментовъ, найдемъ искомыя усилiя въ раскосахъ и стойкахъ.



Легко видѣть, что по сравненiю съ первой фермы усилiями во второй фермѣ — получатся равныя лишь по прямой противоположныя по знаку и въ такихъ фермахъ съ прямыми параллельными поясами вліяніе вѣтра на раскосы и стойки главныхъ фермъ равно нулю, такъ какъ проекцiя на ось Z^{ов}= составляющихъ усилiй, приложенныхъ къ узламъ вдоль пояса равны нулю.

Это послѣднее заключенiе [Winkler. Eisenconstructionen. Стр. 254], очевидно, справедливо только до тѣхъ поръ, пока въ поясахъ — шарнирное соединенiе и не принимается въ расчетъ упругая деформацiя. Если поясъ непрерывный, то при прямолинейныхъ параллельныхъ поясахъ усилiя въ поясахъ, вызванныя вѣтровыми связями, будутъ-ли они въ обоихъ поясахъ одинаковы — или нѣтъ, вліяютъ на усилiя раскосовъ и стоекъ главныхъ фермъ и тѣмъ болѣе, чѣмъ болѣе неравенство

усилій въ поясахъ.*)

(§3. 1, д.) Опредѣленіе усилій въ поясахъ главныхъ фермъ.

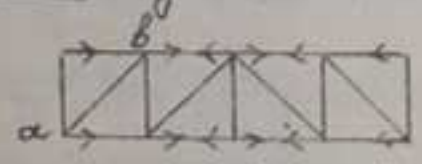
Если в - разстояніе между фермами, то, отдѣливъ мысленно верхнюю половину отъ нижней, и проведя сѣченіе чрезъ какую-либо панель L_K пояса [черт. а], усиліе въ ней опредѣлится, написавъ моменты всѣхъ внѣшнихъ силъ и относительно

---

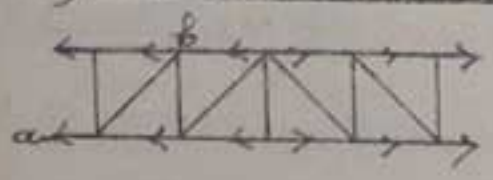
*) Здѣсь слѣдуетъ различать случаи – будутъ-ли раскосы главныхъ фермъ сжаты или вытянуты, а принадлежащіе данной главной фермѣ пояса – будутъ-ли отъ дѣйствія вѣтра оба сжаты или оба вытянуты.
Пусть раскосы главныхъ фермъ сжаты и оба пояса сжаты.
а.) Усилія въ поясахъ одинаковыя. Точка в - передвигается менѣе точки а. Слѣдовательно вліяніе вѣтровыхъ связей вызоветъ сжимающее усиліе въ раскосѣ, а такъ какъ онъ и отъ вертикальной нагрузки сжатъ, то произойдетъ увеличеніе его усилія.

б.) Усилія въ верхнемъ поясѣ менѣе усилій въ нижнемъ поясѣ. Въ данномъ случаѣ еще болѣе будетъ основанія, чтобы точка а перемѣстилась болѣе въ в. Слѣдовательно произойдетъ увеличеніе сжимающаго усилія въ раскосѣ ав.

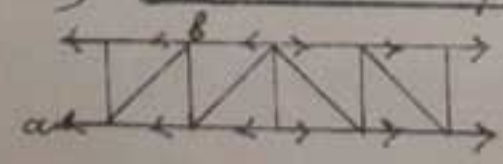
в.) Усилія въ верхнемъ поясѣ болѣе усилій въ нижнемъ поясѣ. Здѣсь точка а можетъ перемѣститься и болѣе и менѣе чѣмъ в; все будетъ зависѣть отъ относительнаго значенія сжимающихъ усилій и величины панели. Поэтому здѣсь можетъ быть и увеличеніе и уменьшеніе напряженій



а') Усилія въ поясахъ одинаковыя. Отъ дѣйствія вѣтровыхъ связей раскосъ ав вытянутъ, а отъ вертикальной нагрузки-сжатъ; слѣдовательно произойдетъ уменьшеніе сжимающаго усилія раскосовъ, т.е. обратное случаю а)



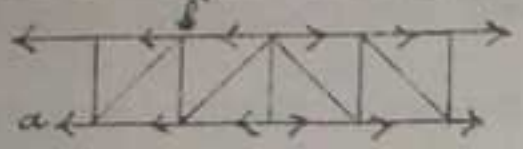
б') Усилія въ верхнемъ поясѣ менѣе усилій въ нижнемъ поясѣ.



Случай противоположный б.)

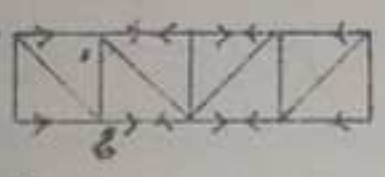
точки I на второй ферме. Въ числѣ этихъ выше-
лежащихъ силъ будетъ искомое усиліе S въ LK и затѣмъ
вызванныя горизонтальными силами усилія во всѣхъ
перерѣзанныхъ стойкахъ и раскосахъ главныхъ фермъ,
находящихся въ лѣвой отсѣченной части. Если б-
уголъ составленный панелью LK съ горизонталью, то
моментъ ея: $S \cos б' \cdot в$; затѣмъ моментъ усилій
перерѣзанныхъ стоекъ и раскосовъ главныхъ фермъ:
$(\Sigma P \sin \beta) в$, если β- уголъ, составленный съ вер-
тикалью и P- усиліе въ частяхъ рѣшетки, вызван-

б') <u>Усилія въ верхнемъ поясѣ больше усилій въ нижнемъ поясѣ.</u>



Случай противоположный б)
<u>Пусть оба пояса сжаты и рас-
косы главныхъ фермъ вытянуты.</u>

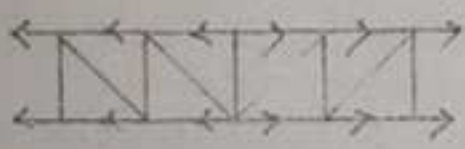
а", б", в"



Результаты сходные съ а', б'
и б' т.е. въ двухъ первыхъ слу-
чаяхъ произойдетъ уменьше-
ніе усилій въ раскосахъ главныхъ фермъ, а въ третьемъ
случаѣ двоякое рѣшеніе.

<u>Оба пояса вытянуты, раскосы главныхъ фермъ вытянуты.</u>

а"', б"', в"'.



Результаты сходные съ а, б, в
[Едва ли поэтому правильно за-
ключеніе, приведенное на стр. 391
Sonne - Handbuch der Ingenieurwissenschaften" а имен-
но, что происходитъ увеличеніе напряженія въ раско-
сахъ главной фермы, обращенной въ сторону вѣтра и обрат-
но]

Очевидно справедливо и обратное положеніе, т.е., что уси-
лія въ поясахъ, вызванныя вертикальной нагрузкой вліяютъ
въ такой же степени на усилія въ діагоналяхъ связей.

Если мостъ подъ одинъ путь, то оба верхнихъ или
оба нижнихъ пояса напряжены отъ вертикальной на-
грузки одинаково. Вышеозначенныхъ здѣсь могутъ быть случаи
а, а' а" и а"'. Если мостъ подъ два пути, то необходимо
принимать случаи б, б', б", б"' или в, в', в" и в"'.

ных горизонтальными силами, причемъ знакъ Σ относится ко всѣмъ перерѣзаннымъ элементамъ лѣвой отсѣченной части; наконецъ если M — моментъ данныхъ внѣшнихъ силъ (горизонтальныхъ) относительно точки $\mathfrak{I}$, то

$$M = S\,\mathrm{Cos}\,\delta \cdot b + (\Sigma P \cdot \mathrm{Sin}\,\beta)\,b, \text{ откуда:}$$

$$S = \frac{M}{b}\,\mathrm{Sec}\,\delta - (\Sigma P \mathrm{Sin}\,\beta)\,\mathrm{Sec}\,\delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta)$$

Если пояса прямые параллельные, то, на основаніи предыдущаго пункта $\Sigma P = 0$, кромѣ того $\delta = 0$.

Слѣдовательно $S = \frac{M}{b}$

Такимъ образомъ, для опредѣленія усилій въ рѣшеткѣ и въ поясахъ верхнихъ плоскихъ связей примѣняются тѣ же самые пріемы, которые относятся къ опредѣленію усилій въ частяхъ плоской фермы, т. е. пояса, раскосы и стойки верхнихъ связей разсчитываются какъ обыкновенныя раскосныя или рѣшетчатыя фермы, разрѣзныя или неразрѣзныя съ соблюденіемъ правила невыгоднѣйшаго расположенія подвижныхъ нагрузокъ (горизонтальныхъ). Если верхнія связи расположены по нѣкоторой поверхности, то сохраняя въ данномъ случаѣ тѣ же пріемы разсчета въ отношеніи горизонтальной проекціи связей, придется лишь въ окончательномъ результатѣ перейти отъ проекціи на дѣйствительное направленіе (форм. α) и (форм. β), причемъ при опредѣленіи усилій въ поясахъ необходимо еще ввести вліяніе усилій въ раскосахъ и стойкахъ главныхъ фермъ, вызванныхъ горизонтальными силами. Но такъ какъ это послѣднее вліяніе уменьшаетъ разсчетное усиліе въ поясѣ [См. форм. β], то часто его пренебрегаютъ и пользуются формулой:

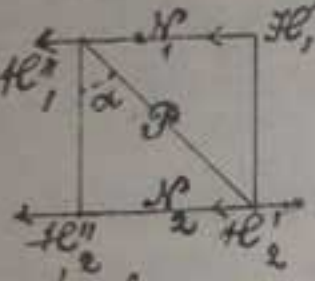
$S = \frac{M}{b^2} \operatorname{Sec} \delta$ ..... (3')

2.) Разсмотримъ теперь случай, когда имѣются верхнія или нижнія продольныя связи и поперечныя діагонали въ каждой рамѣ [черт. 6].

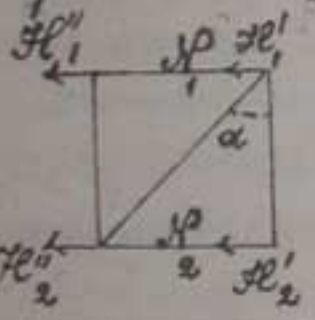
Положимъ, что имѣются нижнія продольныя связи и усиліе вѣтра направлено отъ правой фермы къ лѣвой.

B, 2.a.) Опредѣленіе усилій въ верхнихъ распоркахъ и въ діагонали рамы.

Черт. 7. Если [черт. 7] H_1', H_1'', H_2', H_2'' - усилія вѣтра, приложенныя въ четырехъ узлахъ рамы, то усиліе въ верхней распоркѣ $N_1 = -H_1'$; усиліе въ раскосѣ рамы: $P \sin\alpha = (H_1' + H_1'')$; добавочное усиліе къ нагрузкѣ праваго нижняго узла рамы: $(H_1' + H_1'')$.



[Если бы обратно, продольныя связи были только въ уровнѣ верхняго пояса, то усиліе въ нижней распоркѣ $N_2 = -H_2'$; усиліе въ раскосѣ (вытягивающее) $P \sin\alpha = H_2' + H_2''$. Добавочное усиліе къ нагрузкѣ праваго верхняго узла рамы: $(H_2' + H_2'')$]*)



---

*) Примѣчаніе къ B. 1, α.) и B. 2, α.): Говоря объ устройствѣ опорной или промежуточныхъ поперечныхъ рамъ съ одною діагональю мы разсмотрѣли только наиболѣе простой случай. При высокихъ и широкихъ рамахъ затрудненіе можетъ быть устранено весьма разнообразно. Разсмотримъ нѣсколько случаевъ, предполагая какъ и прежде, что продольныя связи расположены внизу и что вѣтеръ дѣйствуетъ справа налѣво. При обратныхъ расположеніяхъ продольныхъ связей пріемы будутъ аналогичны съ изображенными.

α.) Одна діагональ, способная принять лишь вытягивающее усиліе. Этотъ случай былъ уже ранѣе разсмотрѣнъ

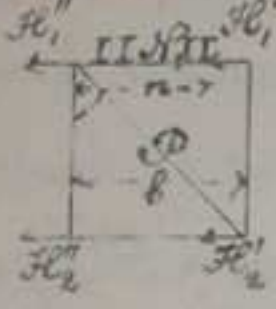
$N_1 = -H_1'$; $P \sin\alpha = H_1' + H_1''$.

В. 2 В. Опредѣленіе усилій въ продольныхъ связяхъ (въ данномъ случаѣ въ нижнихъ). Усиліе въ раскосахъ опредѣляется на основаніи формулы (α'), т.е.

$$D \cos\delta . \cos\alpha = A - H_x,$$

гдѣ подъ A слѣдуетъ понимать сопротивленіе лѣвой опоры въ нижнихъ продольныхъ связяхъ, а подъ H_x — сумму нагрузокъ во всѣхъ нижнихъ узлахъ лѣвой отсѣченной части, имѣя притомъ въ виду, что нагру-

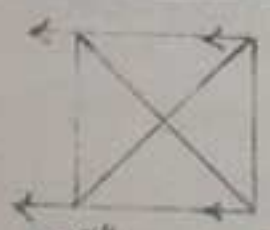
---



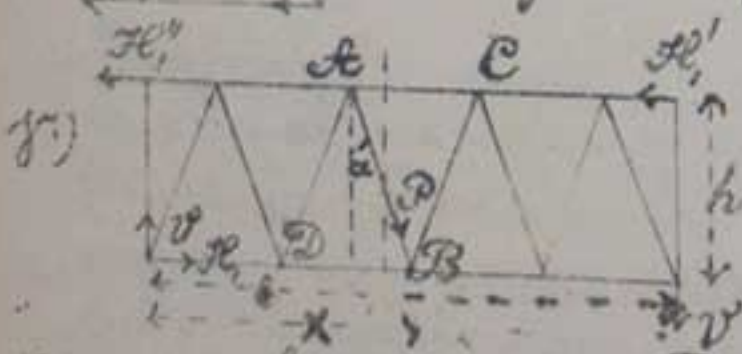
Если давленіе вѣтра на верхній узелъ $H_1 = H'_1 + H''_1$, то $P = H_1 \cos\alpha$ . . . . . (γ)
Затѣмъ можетъ быть, что $H'_1 = H'' = \frac{H}{2}$; $H'_1 = 0$ и $H'_1 = H$, соотвѣтственно чему: $K'_1 = -\frac{H_1}{2}$, 0 или H.

Въ мостахъ съ ѣздой по верху слѣдовало бы за H'_1 считать половину давленія вѣтра на подвижной составъ, предполагая, что вторая половина передается въ H''_1, затѣмъ давленіе на проѣзжую часть, уменьшенное въ отношеніи $\frac{n}{b}$, если n — разстояніе первой продольной балки отъ лѣвой фермы и давленіе вѣтра на половину высоты фермы или же для большаго запаса полное давленіе вѣтра на подвижной составъ и проѣзжую часть (увеличеніе скажется лишь въ повышеніи напряженія распорокъ) и давленіе вѣтра на половину высоты фермы.

β.) Двѣ діагонали жесткаго сѣченія. Связь статически неопредѣлимая. Можно приближно допустить, что усиліе распредѣляется поровну между обѣими раскосами.



γ.) Одна раскосная система между верхнею и нижнею распоркою.



Усиліе въ какомъ-либо раскосѣ AB найдется взявъ проекціи усилій въ лѣвой отсѣченной части на вертикаль. Тогда $P \cos\alpha = \pm V$, но $V = \frac{H_1 h}{b}$, гдѣ $H_1 = H'_1 + H''_1$. Слѣдовательно:

$$P = \pm H'_1 \cdot \frac{h}{b} \sec\alpha \quad . . . . . (ζ),

т.е. если раскосы одинаково наклонены, то всѣ они одинаково нагружены, но съ противоположными знаками въ зависимости отъ направленія. Для отдѣльныхъ усилій въ какой либо панели AC составимъ такую

ка левых нижних узлов H_2'', а нагрузка правых нижних узлов $H_2' + H_1' + H_1''$.

[Если бы продольные связи были расположены между верхними поясами, то нагрузка левых верхних узлов H_1'', а нагрузка правых верхних узлов: $H_1' + H_2' + H_2''$]. Другими словами, в случае нижних продольных связей и поперечных связей в каждой раме и предполагая, что диагонали в раме да-

---

относительно точки B, тогда:

$$N_x h - H_1''.h + V.x = 0,$$

где x – абсцисса противолежащего узла.

$$N_x = H_1'' \frac{V.x}{b} = H_1'' - \frac{H_1 x}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\varepsilon)$$

Если $H_1'' = \frac{H_1}{2}$, то $N_x = \frac{H_1}{2} - \frac{H_1 x}{b} = H_1 \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{b}\right)$.

Следовательно, наибольшия усилия в панелях верхняго пояса по концам, но они противоположных знаков; по средине усилие равно нулю.

Если $H_1' = 0$, то $N_x = H_1 \left(1 - \frac{x}{b}\right)$;

если $H_1' = H_1$, то $N_x = - H_1 \frac{x}{b}$,

т.е. в первом случае усилие постоянно вытягивающее и увеличивается от левого конца к правому, начиная от H_1 до 0, а во втором случае усилие постоянно сжимающее, возрастающее от 0 до H_1.

Таким же образом определяются усилия в панелях нижняго пояса.

Заметим, что если распорка сжата, т.е. правая сторона свободна (относительно) а левая неподвижна, то в левой нижней опоре вызовется горизонтальное сопротивление опоры: $H_1' + H_1'' = H_1$, [оставляя пока в стороне непосредственно приложенныя к нижней распорке усилия H_2' и H_2''].

Для определения усилия в какой либо панели нижняго пояса, например DB, составляя момент относительно противолежащаго узла A с абсциссой x, получим:

$$-N_x'.h - H_1.h + V.x = 0;$$

$$N_x' = \frac{V.x - H_1 h}{h} = -H_1 + \frac{H_1 x}{b} = -H_1\left(1 - \frac{x}{b}\right)^{*)},$$

т.е. нижний пояс сжат по всему протяжению усилием, которое увеличивается от левого конца к правому от 0 до H_1. Независимо от

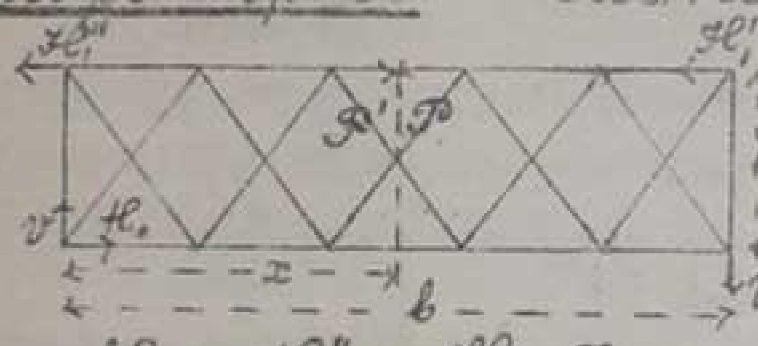
---

*) Ко Винклеру. Стр. 270–271. Overconstruction: усилия в нижнем поясе определяются по той же формуле, вкравшемся в вычислении, что, повидимому, несправедливо.

но такое направленіе, что она работаетъ на вытягиваніе и что вѣтеръ дѣйствуетъ по направленію отъ правой фермы къ лѣвой – нижнія связи находятся въ такихъ условіяхъ, какъ будто бы нагрузка всѣхъ верхнихъ узловъ была перенесена въ соотвѣтственные правые нижніе узлы. Зная усиліе нижней діагонали D, легко найти усиліе въ смежной, ближайшей

сего къ каждой панели нижняго пояса прибавляется усиліе H_2' – отъ давленія вѣтра, непосредственно приходящагося на правый нижній узелъ, а также добавочное усиліе, происходящее отъ общаго разложенія усилій въ нижнихъ продольныхъ связяхъ. Это усиліе, очевидно, не можетъ перейти помощью раскосовъ на верхній поясъ, такъ какъ оттуда усиліе не имѣетъ возможности передаться на неподвижную опору/.

б.) Двураскосная система между верхней и нижней распоркой. Система статически неопредѣлимая.



Приблизительно:

$$P = P' = \pm \frac{H_1 h}{2b} \sec\alpha \quad \ldots (i)$$

Сдѣлавъ же сѣченіе по серединѣ панели, найдемъ, что усиліе въ данной панели верхняго пояса

$$N_x = H_1'' - H_1 \cdot \frac{x}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (k),$$

гдѣ x – разстояніе середины разсматриваемой панели отъ лѣвой опоры. Соотвѣтственныя панели нижняго пояса напряжены усиліемъ, опредѣленнымъ изъ:

$$-N_x' h - H h + V x = 0$$

$$N_x' = -H_1\left(1-\frac{x}{b}\right), \text{ гдѣ } H_1 = H_1' + H_1''.$$

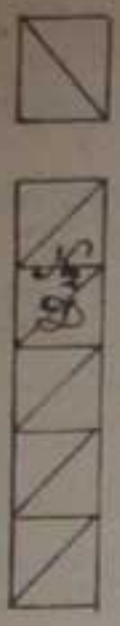
[По Винклеру Quercontructionen. Стран. 272 – усилія въ нижнемъ поясѣ выражаются такой же формулой, какъ въ верхнемъ поясѣ].

Къ найденному N_x' слѣдуетъ прибавить усиліе H_2' – отъ давленія вѣтра, приходящагося на правый нижній узелъ и усиліе какъ распорки отъ общаго распредѣленія усилій въ фермѣ нижнихъ продольныхъ связей.

в.) Нѣсколько панелей по высотѣ между верхней и нижней распоркой; однораскосная система съ вытянутыми раскосами.

Очевидно, $S = -H_1'$

$$N_1 + N_2 + N_3 + \ldots = -H_1' - H_1'' = -H_1$$

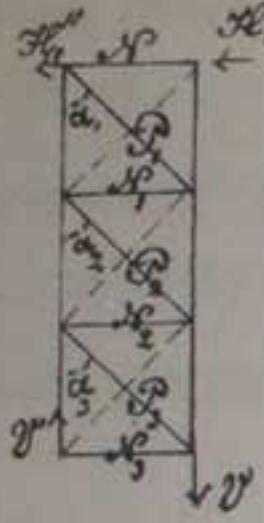


← къ опорѣ распорки, прибавляя къ проекціи усилія нисходящей діагонали нагрузку верхняго узла $H_2'' + H_1' + H_1''$, такъ что:

$$N_2 = D \cos\delta \cos\alpha + H_2'' + H_1' + H_1''.$$

В, 2. γ.) Опредѣленіе усилій въ раскосахъ и стойкахъ главныхъ фермъ.

Поступаютъ такъ же, какъ въ предыдущемъ



Усилія въ раскосахъ:

$P_1 = (H_1' + H_1'') \operatorname{Cosec}\alpha_1 = N_1 \cos\alpha_1$

$P_2 = N_1 \cos\alpha_2 = H_1' \cos\alpha_2$

$P_3 = \qquad\qquad = H_1' \cos\alpha_3$ и т. д.

Если бы система была съ сжатыми раскосами, т. е. при діагоналяхъ направленіе выпрадиагоналей имѣли бы направленіе, показанное пунктиромъ, то очевидно:

$N_1' = + H_1''$ (вытянутое)

$N_1' = + H_1'' + H_1' = H_1$ (вытянутое)

$N_2' = N_3' = N_3' = \ldots = H_1$

$P_1' = -(H_1' + H_1'') \operatorname{Cosec}\alpha_1' = - H_1 \operatorname{Cosec}\alpha_1'$

$P_2' = - H_1 \operatorname{Cosec}\alpha_2'$ и т. д.

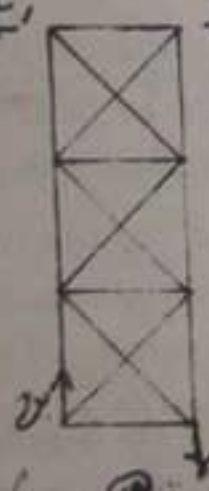
і.) То же съ двумя системами жесткихъ раскосовъ безъ распорокъ.

Система статически неопредѣлимая. Приближенно:

$P_1 = \pm \frac{1}{2} H_1 \operatorname{Cosec}\alpha_1$,

$P_2 = \pm \frac{2H_1}{2} \operatorname{Cosec}\alpha_2$ и т. д.

к.) Тоже, но съ распорками или стяжками.



Система статически неопредѣлимая. Выгодно развить систему на двѣ простыя (случай Е), относя на каждую по $\frac{H_1'}{2}$ и $\frac{H_1''}{2}$ и затѣмъ результаты суммировать.

л.) Ромбондальная система раскосовъ.

Если принять, что въ узлахъ E, F, I, K шарниры, тогда

случаѣ, приченъ и здѣсь оказывается, что усилія въ соотвѣтственныхъ частяхъ рѣшетки двухъ фермъ равны, но противоположны по знаку и что въ фермахъ съ прямыми параллельными поясами горизонтальныя силы не оказываютъ никакого вліянія на усилія въ раскосахъ и стойкахъ главныхъ фермъ.

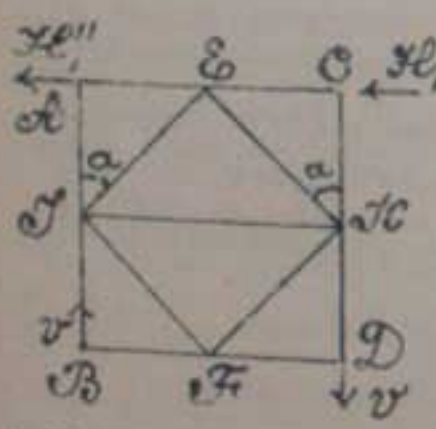
B. 2, δ.) <u>Опредѣленіе усилій въ поясахъ главныхъ фермъ.</u>

Если продольныя связи, какъ мы предполагаемъ, расположены только внизу, то усиліе въ панеляхъ верхняго пояса равно нулю. Для панелей нижняго пояса примѣнима формула (B), помня, что въ нижнихъ узлахъ сосредоточено давленіе вѣтра не только на нижніе, но и на верхніе узлы.

Такимъ образомъ, относительно опредѣленія усилій въ верхнихъ и нижнихъ связяхъ слѣдуетъ сказать то же, что было сказано въ заключеніи случая B, 1.

3. Переходимъ, наконецъ къ наиболѣе употребительному случаю, когда <u>имѣются діагональныя связи вверху, внизу и въ каждой поперечной рамѣ</u> [Черт. 9.] (чтобы не усложнять чертежа, раскосы главныхъ фермъ не показаны). Система эта до-

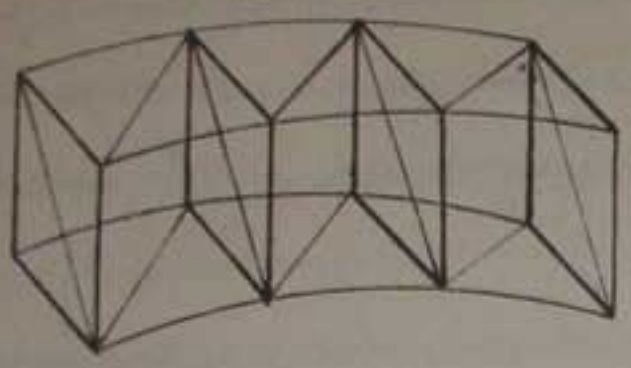
---



вѣ равновѣсія силъ, приложенныхъ къ этимъ точкамъ (усилія связей) требуютъ, чтобы діагонали EJ, EK, затѣмъ EJ и JF и т. д. имѣли одинаковыя, но противоположныя по знаку усилія. Слѣдовательно, составивъ напримѣръ, условіе равновѣсія около точки E и приравнявъ горизонтальную проекцію нулю, получимъ: $-H' - H'' \pm P\sin\alpha \pm P\sin\alpha = 0$, $P = \pm \frac{H}{2\cos\alpha}$. Усиліе въ CE $-H'$ (сжатое); усиліе въ AE $-H''$ (вытянутое); усиліе въ JK $= 0$.

тически неопредѣлимая – въ пространствѣ. Можно примѣнить общій для того пріемъ, но это крайне усложнило бы разсчетъ. Существуетъ нѣсколько

Черт. 2.



приближенныхъ пріемовъ для опредѣленія какая доля общей нагрузки передается на верхнія связи (W_1), на нижнія связи (W_2) и на поперечныя рамы (J). Зная эти величины легко уже найти усилія въ верхнихъ и нижнихъ связяхъ и въ поперечныхъ рамахъ, причемъ послѣднія за исключеніемъ опорной рамы, будутъ, очевидно, всѣ одинаково напряжены.

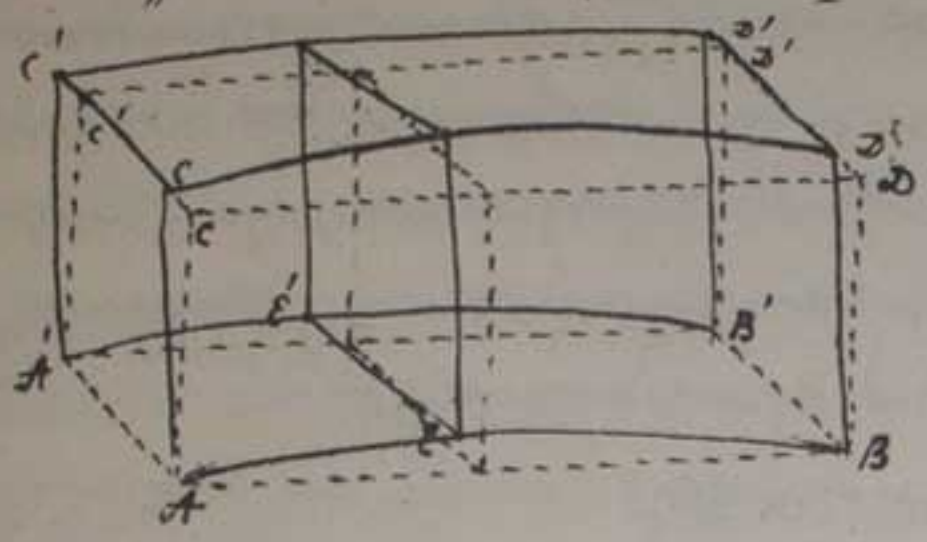
3. а) Пріемъ Винклера.

Винклеръ предлагаетъ приближенный для сего раз-
четъ въ предположеніи, что фермы съ прямыми параллельными поясами и что давленіе вѣтра равномѣрно распредѣлено по длинѣ фермы.

Сущность пріема состоитъ въ томъ, что онъ замѣняетъ мысленно рамы – сплошными прямоугольниками, толщина листовъ коихъ убываетъ къ серединѣ пролета и представляющими то же сопротивленіе искаженію, какъ данныя рамы. Найдя предварительно выраженія горизонтальныхъ стрѣлъ прогиба верхняго и нижняго поясовъ, и выраженіе вертикальной стрѣлы прогиба – при вращеніи фермы отъ дѣйствія вѣтра – выраженія въ функціи искомыхъ нагрузокъ W_1, W_2 и J, онъ опредѣляетъ поперечное искаженіе фермы, опрокидываемое измѣненіемъ угла, составляемаго распоркой рамы со стойкой ея. Приравн-

нять это выражение выражению искажения того же угла въ сложной рамѣ подъ дѣйствіемъ искомой нагрузки J, онъ получаетъ выраженіе J въ функціи данныхъ величинъ и размѣровъ частей фермы, которыми слѣдуетъ предварительно задаться и въ функціи толщины стѣнки рамы. По опредѣленіи J – находятся уже легко W_1 и W_2.

Пусть давленіе вѣтра на пог. единицу верхняго пояса (H_1) и нижняго пояса (H_2). Если затѣмъ дано (H_1), дѣйствующее на верхнія горизонтальныя связи, назовемъ чрезъ W_1 и если J – остальная часть нагрузки (H_1) дѣйствующая на поперечныя рамы, то очевидно:



$$W_1 = (H_1) - J.$$

Если далѣе W_2 равномѣрная нагрузка на нижнія горизонтальныя связи, то

$$W_2 = (H_2) + J,$$ такъ какъ половину поперечныхъ рамъ равномѣрная нагрузка J, принятая рамами, передается внизъ въ каждый узелъ въ видѣ усилія $J.a$, если a – разстояніе между рамами. Отъ вліянія вѣтра, дѣйствующаго, положимъ, справа на лѣво, оба пояса выгнутся въ горизонтальной плоскости, затѣмъ правая ферма приподнимется, а лѣвая опустится, причемъ узлы A' A, B, B' – останутся неподвижными; C, C', D и D' перемѣстятся только въ горизонтальномъ направленіи, а всѣ остальные узлы и въ горизонта-

тальной и вертикальной направленіяхъ. Если b разстояніе между фермами, h - высота ихъ, то равномѣрная нагрузка, приходящаяся одну ферму и опускающая другую, будетъ очевидно: $V = \frac{Wh}{b}$.

Напишемъ выраженія стрѣлъ прогиба по серединѣ фермы, вызванныхъ равномѣрными нагрузками W_1, W_2 и V. Если f_0, φ_0, φ_0' и f, φ и φ' - соотвѣтственно площади сѣченія поясовъ, раскосовъ (двухъ направленій) или раскосовъ и стойекъ - въ опорномъ сѣченіи и по серединѣ пролета; если далѣе α и α' - углы, составленные обѣими системами раскосовъ, или раскосами и стойками съ нормалью; l - величина пролета; a - разстояніе между рамами; b - разстояніе между фермами, то Винклеръ доказываетъ *), что выраженіе стрѣлы прогиба по серединѣ фермы:

$$E\eta_m = \frac{1}{48}\left(1 - \frac{f_0}{5f}\right)\frac{W_1 l^4}{f b^2} + \frac{1}{8}\left[\left(1 - \frac{\varphi}{3\varphi_0}\right)\frac{\mathrm{Sec}^3\alpha}{\varphi_0} + \left(1 - \frac{\varphi'}{3\varphi_0'}\right)\frac{\mathrm{Sec}^3\alpha'}{\varphi_0'}\right]\frac{W_1 l^2 b}{a}$$

Если съ другой стороны разсматривать балку съ параллельными поясами, постояннаго сѣченія F_1, то выраженіе прогиба по серединѣ балки, зависящаго только отъ сѣченія поясовъ и равнаго по величинѣ предыдущему прогибу при той же нагрузкѣ

$$\eta_{m_1} = \frac{W_1 l^4}{48 E F_1 b^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha)$$

Для того, чтобы это имѣло мѣсто необходимо чтобы:

$$\frac{1}{F_1} = \left(1 - \frac{f_0}{5f}\right)\frac{1}{f} + \frac{6b^3}{a l^2}\left[\left(1 - \frac{\varphi}{3\varphi_0}\right)\frac{\mathrm{Sec}^3\alpha}{\varphi_0} + \left(1 - \frac{\varphi'}{3\varphi_0'}\right)\frac{\mathrm{Sec}^3\alpha'}{\varphi_0'}\right] \ldots (\beta)$$

Горизонтальный прогибъ нижняго пояса:

$$\eta_{m_2} = \frac{W_2 l^4}{48 E F_2 b^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\gamma)$$

---

*) Technische Blätter. 1876. Die Durchbiegung der Gitterträger und Querconstructionen. Стр. 289.

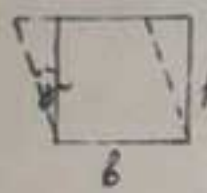
причемъ F_2 выразится въ функціи сѣченій нижняго пояса и раскосовъ подобно формулѣ (β). Наконецъ вертикальный прогибъ по серединѣ:

$$Z_m = \frac{Vl''}{48 E F_3 h^2} = \frac{Jl''}{48 E F_3 b h} \text{ *)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\delta)$$

если:

$$\frac{1}{F_3} = \left(1 - \frac{h_0}{5f}\right)\frac{1}{f} + \frac{6h^3}{\alpha l^2}\left[\left(1 - \frac{\psi}{3\psi_0}\right)\frac{\sec^3\beta}{\psi_0} + \left(1 - \frac{\psi'}{3\psi_0'}\right)\frac{\sec^3\beta'}{\psi_0'}\right] \ldots\ldots (\beta'),$$

гдѣ ψ и β относятся къ раскосамъ вертикальной рѣшетки. Замѣнимъ теперь мысленно каждую изъ промежуточныхъ поперечныхъ рамъ сплошнымъ прямоугольникомъ толщиною d и размѣровъ $b \times h$, а опорную раму прямоугольникомъ $b \times h$, толщиною d_0, причемъ толщины такъ подобраны, что искаженіе прямоугольника такое же какъ въ дѣйствительной рамѣ. Если S та сила, которая вызываетъ искаженіе, оцѣниваемое угломъ γ, то величина этого угла:



[См. Winkler: Theorie der Elasticität. Стр. 21]

$$\gamma = 2\frac{m+1}{m} \cdot \frac{T}{E} \text{ при } m = 4 \text{ и замѣнивъ } T = \frac{S}{\omega} = \frac{S}{bd};$$

$$\gamma = \frac{5}{2E} \cdot \frac{S}{bd}.$$

Если разстояніе между рамами a, равномѣрная нагрузка, передающаяся на рамы J, то $S = Ja$

Слѣдовательно:

$$\gamma = \frac{5}{2} \cdot \frac{J \cdot a}{E b \cdot d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\varepsilon)$$

Съ другой стороны, если η_0 – прогибъ верхней части опорной рамы, то для рамы по серединѣ пролета:

$$\gamma = \frac{\eta_0 + \eta_{m_1} - \eta_{m_2}}{h} - \frac{Z_m}{\frac{b}{2}} = \frac{\eta_0 + \eta_{m_1} - \eta_{m_2}}{h} - \frac{2Z_m}{b} \ldots (i),$$

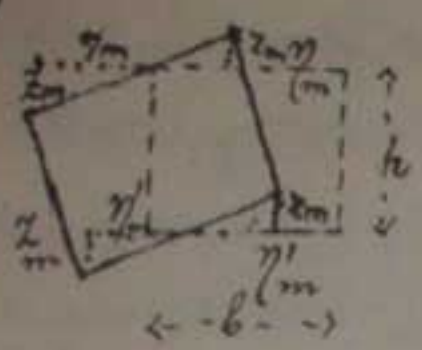
такъ какъ γ – есть измѣненіе прямого угла прямо-

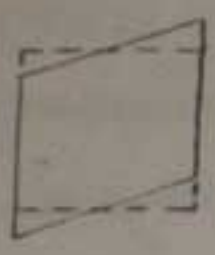
---

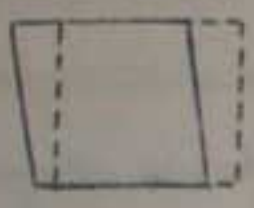
*) У Винклера. Querconstructionen Стр. 290 описка:

$$Z = \frac{Vl^4}{48 E F_3 b^2} = \frac{Jhl^4}{48 E F_3 b^3}$$

угольника. Отъ искаженія въ вертикальной плоскости одинъ изъ прямыхъ угловъ увеличивается, а другой уменьшается на величину $\frac{z_m}{b/2} = \frac{2z_m}{b}$. Отъ искаженія въ горизонтальномъ направленіи одинъ изъ угловъ уменьшается, а другой увеличивается на величину $\frac{\eta_0 + \eta'_{m_1} - \eta_{m_2}}{h}$. Слѣдовательно при совокупномъ дѣйствіи обѣихъ причинъ окончательное измѣненіе прямого угла будетъ разностью обѣихъ измѣненій.







Замѣтимъ, такъ какъ горизонтальная сила, дѣйствующая на опорную раму:

$\frac{W_1 l}{2} = [(H_1) - J]\frac{l}{2}$, то, на основаніи (Е), замѣняя J. а гдѣ $\frac{W_1 l}{2}$:

$$y_0 = \frac{\eta_0}{h} = \frac{2}{5}\cdot\frac{W_1 l}{2 E b d_0} = \frac{5}{4}\cdot\frac{[(H_1) - J] l}{E b . d_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\kappa)$$

если d_0 — толщина листа сплошной рамы, замѣняющей дѣйствительную опорную раму. Вставляя въ формулу (Е) вмѣсто y_0 значеніе его изъ формулы (і), въ которой вмѣсто η_0, η_{m_1} η_{m_2} и z_m вставлены ихъ значенія изъ (α)(γ)(δ) и (κ), получимъ:

$$\frac{5 J . a}{2 b d} = \frac{5[(H_1) - J] l}{4 b d_0} + \frac{[(H_1) - J] l^4}{48 F_1 b^2 h} - \frac{[(H_2) - J] l^4}{48 F_2 b^2 h} - \frac{J l^4}{24 F_3 b^2 h},$$

откуда, рѣшая по J, получимъ:

$$J = \frac{1}{C}\left\{60\frac{(H_1) b h l}{d_0} + \left[\frac{(H_1)}{F_1} - \frac{(H_2)}{F_2}\right] l^4\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\lambda)$$

гдѣ $C = 60 b h \left[2\frac{a}{d} + \frac{l}{d_0}\right] + \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} + \frac{2}{F_3}\right) l^2$. Затѣмъ:

$$W_1 = (H_1) - J = \frac{1}{C}\left[\frac{120 (H_1) b h a}{d} + \frac{\{(H_1) + (H_2)\} l^4}{F_2} + \frac{2 (H_1) l^4}{F_3}\right]$$

$$W_2 = (H_2) + J = \frac{1}{C}\left[60 b h \left\{\frac{2 (H_2) a}{d} + \frac{(H_1) + (H_2)}{d_0} . l\right\} + \frac{\{(H_1) + (H_2)\} l^4}{F_1} + \frac{2 (H_2) b^2 l^4}{F_3 l^2}\right\} \quad (\mu)$$

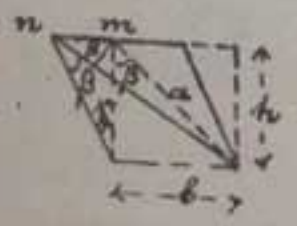
Итакъ, для того, чтобы по Винклеру можно было определить J, W_1 и W_2 – формулы (μ) – нужно знать значенія F_1, F_2, F_3 d_0 и d_1. Значенія F_1, F_2 и F_3 находятся по формуламъ (β) и (β'), опредѣливъ предварительно значенія f_0, f_1, φ_0, φ, φ_0', φ въ предположеніи, что не имѣется поперечныхъ рамъ. Затѣмъ задаются сѣченіемъ промежуточныхъ рамъ, т. е. ея верхней распоркой и діагональю и опредѣляютъ по этому d. А такъ какъ сѣченіе опорной рамы зависитъ отъ $\frac{W_1 l}{2}$, то можно толщину фиктивной стѣнки опорной рамы d_0 выразить въ функціи W_1 и тогда въ формулахъ (λ) и (μ) будутъ только три неизвѣстныхъ J, W_1 и W_2.

Остается показать какъ находятся d и d_0 задавшись сѣченіемъ рамы, т. е. сѣченіемъ распорки и раскоса или, какъ выразить d и d_0 въ функціи усилія, которое приложено къ рамѣ.

Если извѣстны – γ – уголъ искаженія рамы и S горизонтальная сила, производящая это искаженіе, то, какъ раньше было приведено:

$$\gamma = \frac{5}{2}\frac{S}{E b d},$$

откуда и найдется d или d_0.



Замѣтимъ, что γ – можетъ быть выражено въ функціи S. Если разсматривать болѣе простой случай, когда въ рамѣ одна только діагональ, причемъ приводящіемъ фермы Z_m пренебрегаемъ, то, если α – діагональ рамы, имѣемъ

$$\gamma = \frac{nm}{h} = \frac{\Delta a}{\sin\beta . h},$$

но $h = \frac{a}{\cos\beta}$. Слѣдовательно $\gamma = \frac{\Delta a}{a \sin\beta \cos\beta}$

Если Русилие, которому подвергается діагональ рамы сжатіемъ f, то $\frac{\Delta a}{a} = \frac{P}{Ef}$. Слѣдовательно $\gamma = \frac{S}{Ef\sin\beta\cos\beta}$, но если S горизонтальная сила, производящая искаженіе, то $P = \frac{S}{\sin\beta}$. Слѣдовательно $\gamma = \frac{S}{Ef\sin^2\beta\cos\beta}$

Поэтому:

$$\frac{5}{2}\frac{S}{Ebd} = \frac{S}{Ef\sin^2\beta\cos\beta}, \text{ откуда:}$$

$$d = \frac{5f\sin^2\beta\cos\beta}{2Eb}$$

Слѣдовательно, зная сжатіе d діагонали рамы, можемъ найти d.

Если $\frac{W_1 l}{2}$ усилiе, передающееся на опорную раму, то сжатіе раскоса въ опорной рамѣ

$$f_0 = \frac{W_1 l}{2\sin\beta . R}, \text{ гдѣ } R - \text{допускаемый}$$

коэффиціентъ напряженія. Слѣдовательно:

$$d_0 = \frac{5 W_1 l \sin\beta\cos\beta}{4 b R}$$

Формулы, выражающія значенія W_1, W_2 и J, значительно упрощаются при извѣстныхъ предположеніяхъ, причемъ исключается необходимость предварительнаго опредѣленія толщины стѣнки фиктивныхъ стоечныхъ рамъ, а въ нѣкоторыхъ частныхъ случаяхъ исключается зависимость отъ F_1, F_2 и F_3.

Разсмотримъ эти случаи.

Отношеніе между горизонтальной силой, дѣйствующей на опорную раму: $\frac{W_1 l}{2}$ и силой, дѣйствующей на каждую изъ поперечныхъ рамъ: Ja есть:

$$v = \frac{W_1 l}{2Ja}.$$

Если задаться условіемъ, чтобы какъ опорная $Jакъ$ и промежуточныя рамы были одинаково напряжены, то необходимо, чтобы $v = \frac{d_0}{d}$ Слѣдовательно $\frac{d_0}{d} = \frac{W_1 l}{2Ja}$. Вставляя вмѣсто W_1 и J значенія изъ (μ) и (λ), получимъ:

$$\frac{d_0}{d} = \frac{\frac{(kl_1)+(kl_2)}{2F_0} + \frac{(kl_1)}{F_3}}{\frac{(kl_1)}{F_1} - \frac{(kl_2)}{F_2}} \cdot \frac{l}{a}$$

Вставляя это выражение в (k) и (l), получимъ:

$$\left.\begin{aligned} J &= \frac{\frac{(H_1)}{F_1} - \frac{(H_2)}{F_2}}{\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}+\frac{2}{F_3}} \quad \ldots\ldots\ldots \\ W_1 &= \frac{\frac{(H_1)+(H_2)}{F_2} + \frac{2(H_1)}{F_3}}{\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}+\frac{2}{F_3}} \quad \ldots\ldots \\ W_2 &= \frac{\frac{(H_1)+(H_2)}{F_1} + \frac{2(H_2)}{F_3}}{\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}+\frac{1}{F_3}} \quad \ldots\ldots \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (V)$$

При $F_1 = F_2 = F_3$.

$$\left.\begin{aligned} \nu &= \frac{d_0}{d} = \frac{3(H_1)+(H_2)}{2(H_1)-2(H_2)} \cdot \frac{l}{\alpha} \quad \ldots \\ J &= \frac{1}{4}\left\{(H_1)-(H_2)\right\} \ldots\ldots \\ W_1 &= \frac{1}{4}\left\{3(H_1)+(H_2)\right\} \ldots\ldots \\ W_2 &= \frac{1}{4}\left\{(H_1)+3(H_2)\right\} \ldots\ldots \\ \frac{W_1}{W_2} &= \frac{3(H_1)+(H_2)}{(H_1)+3(H_2)} \quad \ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (0)$$

На основаніи этихъ формулъ (0) составлена Винклеромъ слѣдующая таблица:

$\frac{(H_1)}{(H_1)+(H_2)}$	$\frac{(H_2)}{(H_1)+(H_2)}$	J	W_1	W_2	$\frac{W_1}{W_2}$	ν
1	0	+ 0,25	0,75	0,25	3,00	+ 1,50
0,9	0,1	0,20	0,70	0,30	2,33	+ 1,75
0,8	0,2	0,15	0,65	0,35	1,86	+ 1,86
0,7	0,3	0,10	0,60	0,40	1,50	3,00
0,6	0,4	0,05	0,55	0,45	1,22	3,50
0,5	0,5	0,00	0,50	0,50	1,00	∞
0,4	0,6	− 0,05	0,45	0,55	0,82	− 4,50
0,3	0,7	− 0,10	0,40	0,60	0,67	− 2,00
0,2	0,8	− 0,15	0,35	0,65	0,54	− 1,17
0,1	0,9	− 0,20	0,30	0,70	0,43	− 0,75
0	1,0	− 0,25	0,25	0,75	0,33	− 0,50
			$(H_1)+(H_2)$			$\frac{l}{\alpha}$

Эта таблица показываетъ, что при одинаковыхъ горизонтальныхъ давленіяхъ на верхній и нижній пояса $(H_1)=(H_2)$ на промежуточныя рамы ничего не передается ($J=0$), но при этомъ опорная рама должна быть очень солидной по сравненію съ остальными ($\nu=\frac{d_0}{d}=\infty$) для того, чтобы верхняя распорка рамы, подобно нижней распоркѣ d, не могла бы перемѣститься. Если на верхній поясъ передается по сравненію съ нижнимъ поясомъ очень много $\frac{(H_1)}{(H_1)+(H_2)}=1$, то на промежуточныя рамы передается: max. $0,25\{(H_1)+(H_2)\}$, причемъ на верхнія горизонтальныя связи передается: $W_1=0,75\{(H_1)+(H_2)\}$, а на нижнія горизонтальныя связи: $W_2=0,25\{(H_1)+(H_2)\}$ и при этомъ опорная рама должна быть въ $1,5\frac{l}{a}$ солиднѣе промежуточныхъ и т. д. Такъ, напримѣръ, если взять ферму въ 25^c. съ въ-дою по-верху, высотою 2^c,5, причемъ $h=a=2^c,5$; $\frac{l}{a}=10$, то, если примѣрно положить, что боковая поверхность фермы $\omega=0,6.l.h=37,5^{кв.с.}$, боковая поверхность прожжей части $l.h'=25^c\times 0,3=7,5^{кв.с.}$, а боковая поверхность поѣзда: $1^c,15\times 25=28,75^{кв.с.}$, то (H_1) пропорціонально $\frac{37,5+28,75+7,5}{2}=55,00^{кв.с.}$, а (H_2) пропорціонально $\frac{37,5}{2}=18,75^{кв.с.}$. Поэтому: $\frac{(H_1)}{(H_1)+(H_2)}=\frac{55,00}{73,75}=0,74$. Слѣдовательно на промежуточныя рамы передается около $J=0,13\{(H_1)+(H_2)\}$; на верхнія горизонтальныя связи $W_1=0,63\{(H_1)+(H_2)\}$; на нижнія горизонтальныя связи $W_2=0,37\{(H_1)+(H_2)\}$. Опорная рама по сравненію съ промежуточными должна быть солиднѣе въ $2,43\frac{l}{a}=24$ раза. Съ увеличеніемъ величины пролетовъ, отношеніе $\frac{(H_1)}{(H_1)+(H_2)}$ приближается

Профессоръ Кинцлеръ

къ 0,5 и слѣдовательно при одинаковыхъ напряженіяхъ размѣры опорной рамы должны быть весьма значительными по сравненію съ промежуточными.

Б. Э. В.) Пріемъ употребляемый въ Германіи.

Во всякомъ случаѣ способъ Винклера опредѣлять какая доля горизонтальнаго усилія, приходящаяся на верхній поясъ - передается на поперечныя рамы и какая доля дѣйствуетъ на изгибъ верхней горизонтальной вѣтровой фермы - требуетъ довольно утомительныхъ выкладокъ, хотя весьма цѣнны общіе выводы, сгруппированные въ вышеприведенной таблицѣ

Для упрощенія расчета нѣкоторыми Германскими Инженерами предлагается усилія въ опорной рамѣ опредѣлять въ предположеніи, что промежуточныхъ поперечныхъ рамъ не имѣется, а усилія въ поперечныхъ рамахъ опредѣлять при условіи, что верхнія діагональныя связи отсутствуютъ. При этомъ конечно получится нѣкоторый запасъ въ сѣченіи.

В. З. У.) Пріемъ рекомендуемый Циркуляромъ нашего Министерства Путей Сообщенія.

Предполагаютъ, что на верхнія связи передается давленіе вѣтра, приходящееся на верхнюю половину фермы, на боковую поверхность проѣзжей части и на $\frac{3}{5}$ боковой поверхности подвижного состава. Поперечныя связи, т.е. поперечныя рамы, разсчитываются на передачу по нимъ внизъ $\frac{3}{5}$ давленія вѣтра, приходящагося на подвижной составъ, т.е. за исключеніемъ опорной рамы, усилія во всѣхъ промежуточныхъ - одинаковы. Наконецъ нижнія связи разсчитываются на давленіе вѣтра, принимаемое нижн-

ней половиной фермы съ прибавленіемъ доставленнаго вмѣстѣ поперечными рамами $\frac{3}{5}$ давленія на подвижной составъ. Такимъ образомъ измѣненіе давленія, принимаемаго верхними горизонтальными связями сравнительно съ нижними, выражается лишь давленіемъ вѣтра, приходящимся на боковую поверхность проѣзжей части; другими словами – верхнія и нижнія связи подвергаются почти одинаковому давленію.

Сравнивая нашъ пріемъ съ пріемомъ Винклера при $\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}_3$ [форм. 0], замѣчаемъ, что согласно нашимъ правиламъ:

W_1 пропорціонально $\frac{h}{2} + h' + \frac{3}{5} h''$ [если h - высота фермы; h' - высота проѣзжей части; h'' - высота подвижной нагрузки]

W_2 пропорціонально $\frac{h}{2} + \frac{3}{5} h''$

$\mathfrak{J}$ - пропорціонально $\frac{3}{5} h''$.

По правилу же Винклера

$W_1 = \frac{1}{4}\{3(H_1) + (H_2)\}$, гдѣ H_1 пропорціонально $\frac{h}{2} + h' + h''$

$W_2 = \frac{1}{4}\{(H_1) + 3(H_2)\}$, — — H_2 " . . $\frac{h}{2}$

$\mathfrak{J} = \frac{1}{4}\{(H_1) - (H_2)\}$.

Слѣдовательно:

W_1 пропорціонально $\frac{1}{4}\left(\frac{3}{2} h + 3h' + 3h'' + \frac{h}{2}\right) = \frac{h}{2} + \frac{3}{4} h' + \frac{3}{4} h''$

W_2 . . . " $\frac{1}{4}\left(\frac{h}{2} + h' + h'' + 3\frac{h}{2}\right) = \frac{h}{2} + \frac{h'}{4} + \frac{h''}{4}$

$\mathfrak{J}$, " . . $\frac{1}{4}(h' + h'') = \frac{h'}{4} + \frac{h''}{4}$,

т.е разность нагрузокъ по нашимъ правиламъ и по правиламъ Винклера составляетъ для верхнихъ связей

$$\Delta_1 = h' + \frac{3}{5} h'' - \left(\frac{3}{4} h' + \frac{3}{4} h''\right) = 0{,}25 h' - 0{,}15 h'';$$

для нижнихъ связей:

$$\Delta_2 = \frac{3}{5} h'' - \left(\frac{h'}{4} + \frac{h''}{4}\right) = 0{,}35 h'' - 0{,}25 h' .$$

для поперечныхъ рамъ:

$1_3 = \frac{3}{5} h'' - \left(\frac{h'}{4} + \frac{h''}{4}\right) = 0{,}35\, h'' - 0{,}25\, h'$.

Вообще: $h' = 0^c{,}33$; $h'' = 8' = 1^c{,}15$. Следовательно:

Δ_1 пропорционально $0{,}25 \times 0{,}33 - 0{,}15 \times 1{,}15 = -0^c{,}09$

Δ_2 " " " " $0{,}35 \times 1{,}15 - 0{,}25 \times 0{,}33 = +0^c{,}32$.

Δ_3 . . . . . $= +0^c{,}32$,

т. е. по нашим правилам верхния связи расчалятся немного слабее, а нижния и поперечныя связи наоборотъ – съ извѣстнымъ запасомъ.

Принявъ одинъ изъ трехъ указанныхъ пріемовъ для опредѣленія W_1, W_2 и J находятъ усилія въ связяхъ, въ поясахъ, въ рѣшеткѣ главныхъ фермъ пользуясь пріемами, указанными въ случаѣ B (1 и 2).

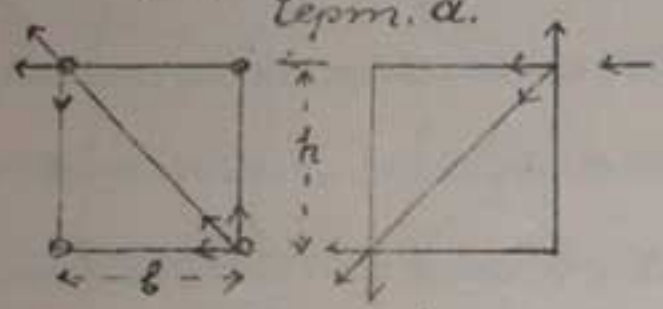
Необходимо еще замѣтить, что во всѣхъ приведенныхъ пріемахъ предполагаютъ, что усиліе, передаваемое помощью поперечныхъ рамъ сверху внизъ, величина постоянная для каждой рамы; именно по Винклеру $Ja = a\left(\frac{h'}{4} + \frac{h''}{4}\right)$, а по нашимъ правиламъ: $Ja = \frac{3}{5} h''a$, но возможно конечно предположить, что діагональю рамы передается внизъ не опредѣленная часть панельной нагрузки, а опредѣленная часть усилія верхней распорки, каковое усиліе, какъ извѣстно, постоянно увеличивается по мѣрѣ приближенія къ опорамъ. При такомъ предположеніи діагонали рамы (за исключеніемъ опорной) не слѣдуетъ дѣлать постояннаго сѣченія по длинѣ фермы, а наоборотъ, необходимо постепенно увеличивать сѣченія по мѣрѣ приближенія къ опорамъ. Такъ, напримѣръ, если считать что каждою рамой передается внизъ $\frac{3}{5}$ усилія распорки, вызванной подвижной нагрузкой, то по сравненію съ предыдущимъ – верхнія связи получатся болѣе слабыхъ сѣченій,

а поперечныя и нижнія связи – болѣе солидныхъ размѣровъ. Поэтому можно было бы поперечныя связи (рамъ) разсчитывать по этому пріему, а верхнія и нижнія связи – по прежнему способу).

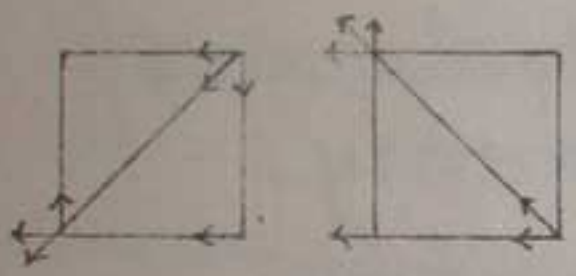
Общее примѣчаніе къ В (1, 2 и 3)

Говоря о вліяніи горизонтальныхъ внѣшнихъ силъ на усилія въ частяхъ главныхъ фермъ (см. В. 2, б.) 2, б.) мы не упомянули еще о наиболѣе замѣтномъ вліяніи вслѣдствіе переноса промежуточными рамами горизонтальнаго усилія сверху внизъ или обратно, что имѣетъ послѣдствіемъ перегруженіе одной изъ главныхъ фермъ съ соотвѣтственнымъ облегченіемъ другой.

Черт. а.



Черт. б



Если (случай В, 2) имѣются нижнія [черт. а] горизонтальныя связи и промежуточныя рамы, то общая нагрузка на два верхнихъ узла одной и тои же рамы (H_1) передается на нижніе узлы, вызывая въ навѣтренной фермѣ разгрузку каждаго узла въ размѣрѣ $\gamma_1 = \frac{H_1 h}{b}$, а въ подвѣтренной фермѣ – наоборотъ – перегрузку въ томъ же размѣрѣ.

Если наоборотъ связи помѣщены въ уровнѣ верхнихъ поясовъ (черт б) и имѣются промежуточныя рамы, то общая нагрузка на два нижнихъ узла одной и той же рамы (H_2) передается вверхъ, вызывая обратно въ навѣтренной фермѣ перегрузку въ размѣрѣ $\gamma_2 = \frac{H_2 h}{b}$, а въ подвѣтренной – разгрузку.

Если (случай В, 3) связи помѣщены вверху и внизу и сверхъ того имѣются въ каждомъ узлѣ промежу-

точныя рамы, то каждой поперечной рамой будетъ передано вниз усилие, пропорціональное, по Винклеру, величинѣ J [см. „В 3, а) форм. 4"], а по циркуляру нашего Министерства Путей Сообщенія, величина пропорціональна $\frac{3}{5}h''$, гдѣ h'' – высота подвижного состава. Слѣдовательно (см. черт. а) наивысшая сторона будетъ разгружена на величину пропорціональную $\gamma_1 = \frac{Jh}{b}$ или $\gamma_1 = \frac{h''h}{2b}$, а подвижная – перегружена.

Что же касается случая (В, 1), когда связи помѣщены внизу и вверху, но не имѣется промежуточныхъ рамъ, то при шарнирныхъ соединеніяхъ, не можетъ быть перенесено усиліе въ промежуточныхъ узлахъ сверху внизъ или обратно. Если же соединенія заклепочныя, то въ зависимости отъ жесткости рамы можетъ быть перенесъ части усилія внизъ съ соотвѣтственной перегрузкой или разгрузкой.

Г.) Опредѣленіе усилій въ связяхъ мостовъ со шпорою по низу.

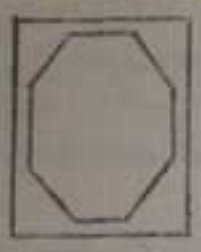
Г. 1) Продольныя связи вверху и внизу.

Ни одинъ изъ указанныхъ въ пункт В трехъ случаевъ не можетъ быть здѣсь примѣненъ во всей полнотѣ. Такъ, напримѣръ, если расположить связи вверху и внизу – нельзя помѣстить діагонали въ опорной рамѣ; если расположить продольныя связи только вверху или внизу – нельзя поставить діагонали въ каждой промежуточной рамѣ; то же относится и къ третьему случаю. Слѣдовательно, въ данномъ случаѣ, отсутствіе діагоналей въ опорной рамѣ – въ первомъ случаѣ и во всѣхъ промежуточныхъ рамахъ во второмъ и третьемъ случаяхъ – требуетъ примѣненія неизмѣняемыхъ рамъ. Усилія въ верх-

нихъ и нижнихъ связяхъ находятся согласно предъ
идущему; усилія же въ поперечныхъ рамахъ опредѣ-
ляются въ зависимости отъ устройства. Неиз-
мѣняемость рамъ можно достигнуть различны-
ми устройствами, какъ напримѣръ:

Черт. α.

Черт. α'.



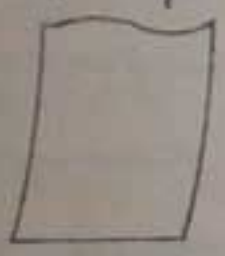
Черт. α"

α.) Непрерывная жесткая рама по всей длинѣ безъ угловыхъ консолей (Черт. α) или съ стоячими консолями (Черт. α') или

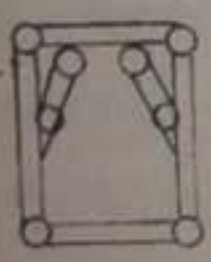
β.) Шарнирное соединеніе внизу и жест-
кое на остальномъ протяженіи или об-
ратно (Черт. β) - Чр. β'

Черт. β

Черт. β'



Черт. γ



Черт. γ'

γ.) Шарнирное соединеніе въ углахъ ра-
мы; цѣльныя стойка и верхняя распор-
ка; связь распорки и стоекъ помощью под-
косовъ, соединенныхъ шарнирами (Чер. γ) или

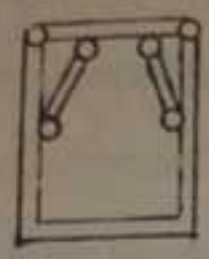
δ.) Тоже, но жесткое соединеніе стоекъ
съ поперечной балкой (Черт. δ.δ')

ε.) Шарнирное соединеніе въ углахъ ра-
мы; цѣльныя стойки; вторая распор-
ка и діагональ между распорками, соединен-
ная со стойками шарнирами. (Чр ε - ε')

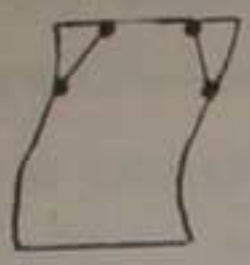
ι.) Тоже - но жесткое соединеніе сто-
екъ съ нижней распоркой. (Чер ι - ι')

Само собой разумѣется, что типы (γ)
и (ε) могутъ имѣть повсюду жест-
кое соединеніе - какъ это и имѣетъ мѣс-
то въ мостахъ съ заклепочными соеди-
неніями. Типы рамъ съ шарнирными
соединеніями показаны какъ крайніе
возможные упрощенія конструкціи не-

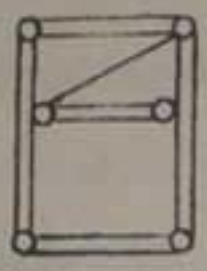
Черт. б



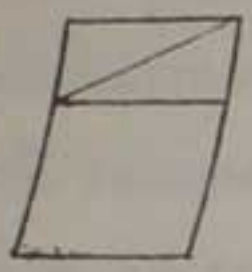
Черт. б'



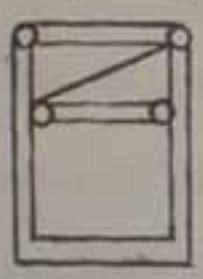
Черт. Е



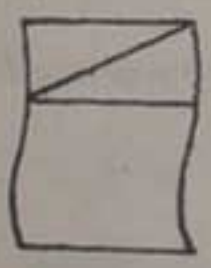
Черт Е'



Черт. і



Черт. і'



неизмѣняемой рамы, кромѣ того рамная наиболѣе вѣроятной системой шарнирныхъ соединеній допускаетъ болѣе простой способъ опредѣленія усилій.

Замѣтимъ еще, что въ типахъ (γ), (δ), (Ε) и (і) неизмѣняемость только тогда можетъ имѣть мѣсто, если стойки цѣльныя, а въ типахъ (γ) и (δ) сверхъ того когда и верхняя распорки цѣльныя, т. е. что шарниры, помощью которыхъ прикрѣпляется вторая распорка и подкосы ригеля, должны быть внѣ очертанія стоекъ и ригеля.

Перейдемъ теперь къ опредѣленію усилій въ частяхъ рамы и разсмотримъ только типы (α), (α'), (γ) и (Ε).

<u>Т. 1, а., Жесткая непрерывная рама безъ консолей.</u>

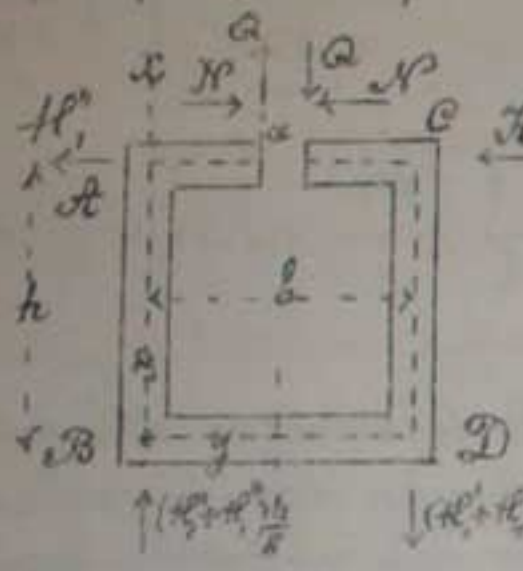
Винклеръ разсматриваетъ раму какъ упругое кольцо. Если M – моментъ въ какомъ либо сѣченіи рамы (кольца) J – перемѣнный моментъ инерціи сѣченія; P – перемѣнное продольное усиліе, F – перемѣнное сѣченіе, то, какъ будетъ доказано въ IV части [объ аркахъ съ защемленными пятами], необходимо, чтобы:

$$\int \frac{M}{J} ds = 0; \int \frac{M.y}{J} ds + \int \frac{P}{F} dx = 0$$

$$\int \frac{M.x}{J} ds + \int \frac{P}{F} dy = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (n)$$

Разрѣзанное кольцо можно разсматривать какъ

двѣ стыкающіяся арки съ защемленной общей пятой. Разрѣзаемъ мысленно верхнюю распорку по серединѣ и приложимъ къ сѣченію вызванное дѣйствіемъ внѣшнихъ силъ H_1' и H_1'' искомое внутреннее напряженіе въ видѣ внѣшней силы, составляющія которой пусть будутъ: Q и N съ моментомъ $M_0 = Na$. Если назовемъ чрезъ M_1, M_2, M_3 и M_4 - моменты въ сѣченіяхъ A, B, D и C, то:

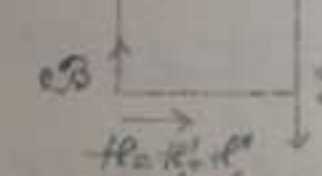


въ A, $M_1 = Na - Q\frac{b}{2} = M_0 - Q\frac{b}{2}$

въ B, $M_2 = N(a+h) - H_1''h - Q\frac{b}{2} =$
$= M_0 + Nh - H_1''h - Q\frac{b}{2}$.

въ D, $M_3 = N(a+h) + Q\frac{b}{2} + H_1'h =$
$= M_0 + Nh + H_1'h + Q\frac{b}{2}$.

въ C, $M_4 = Na + Q\frac{b}{2} = M_0 + Q\frac{b}{2}$.



Продольныя усилія будутъ: въ AC: $+N$, въ BD: $-N$, въ AB: $+Q$, въ CD: $-Q$. Въ виду того, что по направленію BD - дѣйствуетъ горизонтальное сопротивленіе опоры $H = H_1' + H_1''$ прямо противоположное H_1' и H_1'' въ верхней распоркѣ; а по направленію AB и CD - дѣйствуютъ прямо противоположныя вертикальныя сопротивленія опоръ, вызванныя вращеніемъ около точки B.

Если назовемъ далѣе чрезъ J_1, J_2 и J_3 моменты инерціи сѣченій: стоекъ, нижней поперечной балки и верхней распорки, площади сѣченія каждой: F_1, F_2 и F_3, то, считая точку B за начало координатъ, три уравненія (n) примутъ видъ:

$$\left(\frac{M_1 + M_2}{J_1}\right)h + \left(\frac{M_2 + M_3}{J_2}\right)b + \left(\frac{M_3 + M_4}{J_1}\right)h + \left(\frac{M_4 + M_1}{J_3}\right)b = 0 \Big]_{n'}$$

$$\left(\frac{M_2+2M_3}{6J_2}\right)b^2+\left(\frac{M_3+M_4}{2J_1}\right)bh+\frac{2M_4+M_1}{6J_3}b^2=0\ldots$$

$$\left(\frac{2M_4+M_2}{6J_1}\right)h^2+\left(\frac{M_3+2M_4}{6J_1}\right)h^2+\left(\frac{M_4+M_1}{2J_3}\right)bh+\frac{Nb}{F_3}-\frac{Nb}{F_1}=0\ldots \quad (*)$$

$\Big\}\ldots(n')$

Вставляя вместо M_1, M_2, M_3 и M_4 их значения, получим:

$$2M_0\left(\frac{b}{J_3}+\frac{2h}{J_1}+\frac{b}{J_2}\right)+2Nh\left(\frac{h}{J_1}+\frac{b}{J_2}\right)=(Hl_1''-Hl_1')h\left(\frac{h}{J_1}+\frac{b}{J_2}\right)\ldots$$

$$\frac{M_0}{2}\left(\frac{b}{J_3}+\frac{2h}{J_1}+\frac{b}{J_2}\right)+\frac{Nh}{2}\left(\frac{h}{J_1}+\frac{b}{J_2}\right)+\frac{Qb}{12}\left(\frac{b}{J_3}+\frac{6h}{J_1}+\frac{b}{J_2}\right)=\ldots$$

$$=-\frac{Hl_1'h^2}{2J_1}-\frac{(2Hl_1'-Hl_1'')}{6J_2}bh\ldots\ldots\ldots$$

$$M_0\left(\frac{6h}{J_3}+\frac{b^2}{J_1}\right)+\frac{N}{3}\left(\frac{h^3}{J_1}+\frac{3b}{F_3}-\frac{3b}{F_1}\right)=(Hl_1'-Hl_1'')\frac{h^2}{6J_1}\ldots\ldots(**)$$

$\Big\}\ldots(n'')$

---

*) Вывод формулы (n') не приведен у Винклера. Равным образом он не показан и в „Handbuche der Ingenieurwissenschaften Zweiter Band Стр. 392", где формулы переписаны. В нижеследующем приведен этот вывод.

Значение $\int\frac{M}{J}ds$ отнесенное к стойке AB, замыкая, что $ds=dx$.

$$\int\frac{M}{J}ds=\frac{1}{J_1}\int_0^h Mdx=\frac{1}{J_1}\int_0^h\left\{N(a+h-x)-Q\frac{b}{2}-Hl_1''(h-x)\right\}dx=$$

$$=\frac{1}{J_1}\left\{N\left[(a+h)x-\frac{x^2}{2}\right]-\frac{Qb}{2}x-Hl_1''\left(hx-\frac{x^2}{2}\right)\right\}_0^h=\frac{1}{J_1}\left\{N(a+h)-Q\frac{b}{2}-Hl_1''h\right\}h-$$

$$-\frac{1}{J_1}\left\{\frac{Nh}{2}-\frac{Hl_1''h}{2}\right\}h=\frac{1}{J_1}\left(M_2-\frac{Nh}{2}+\frac{Hl_1''h}{2}\right)h.$$

Но:

$$Nh-Hl_1''h=M_2-\left(M_0-\frac{Qb}{2}\right)=M_2-M_1.$$

Следовательно:

$$\int\frac{M}{J}ds=\frac{1}{J_1}\left(M_2-\frac{M_2+M_1}{2}\right)h=\frac{1}{2J_1}\left(M_1+M_2\right)h$$

Значение $\int_c^l\frac{M}{J}ds$ отнесенное к участку CD:

$$\int\frac{M}{J}ds=\frac{1}{J_2}\int_0^l Mdy=\frac{1}{J_2}\int_0^{\frac{b}{2}}\left\{N(a+h)-Q\left(\frac{b}{2}-y\right)-Hl_1''h\right\}dy+\frac{1}{J_2}\int_{\frac{b}{2}}^{b}\left\{N(a+h)+Q\left(y-\frac{b}{2}\right)+Hl_1'h\right\}dy=$$

$$=\frac{1}{J_2}\left\{\left[N(a+h)-Q\frac{b}{2}-Hl_1''h\right]\frac{b}{2}+\frac{Qb^2}{8}\right\}+\frac{1}{J_2}\left\{\left[N(a+h)-\frac{Qb}{2}+Hl_1'h+\frac{Qy^2}{2}\right]\right\}_{\frac{b}{2}}^{b}=$$

**) У Винклера третье уравнение дано под видом:

$$M_0\left(\frac{b}{J_3}+\frac{h}{J_1}\right)+\frac{N}{3}\left(\frac{h^2}{J_1}+\frac{3b}{F_3}-\frac{3b}{F_1}\right)=(Hl_1''-Hl_1')\frac{h^2}{6J_1}$$ [Querconstruction стр. 278]

что, повидимому, не может быть получено из третьего уравнений группы (n'); кроме того члены не однородны.

откуда и могут быть определены M_0, N и Q, а затем и моменты в любом сечении рамы.

Если $H' = H'' = \frac{H}{2}$, то из первого и последнего урав. имеем $M_0 = 0$ и $N = 0$, а затем из второго:

$$Q = -H\frac{h}{b}\,\frac{\frac{3h}{J_1}+\frac{b}{J_2}}{\frac{b}{J_3}+\frac{6h}{J_1}+\frac{b}{J_2}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (p)$$

Моменты в A: $M_1 = -\frac{Qb}{2}$; в C: $M_4 = +\frac{Qb}{2}$

" " " B: $M_2 = -\frac{Qb}{2} - \frac{Hh}{2}$, в D: $M_3 = +\frac{Qb}{2} + \frac{Hb}{2}$

" " " по середине ригеля: $M_0 = 0$.

" " " по середине стоек $M_{\frac{h}{2}} = -\frac{Qb}{2} - \frac{H}{2}\frac{h}{2} = -\frac{Qb}{2} - \frac{Hh}{4}$

Если $J_3 = J_2$, то:

$$= \frac{1}{J_2}\left(M_2\frac{b}{2} + \frac{Qb^2}{8}\right) + \frac{1}{J_2}\left\{N(a+h)\frac{b}{2} + H_1'\frac{hb}{2} - \frac{Qb^2}{4} + \frac{Q}{2}\left(b^2 - \frac{b^2}{4}\right)\right\} =$$

$$= \frac{1}{J_2}\left(M_2\frac{b}{2} + \frac{Qb^2}{8}\right) + \frac{1}{J_2}\left\{N(a+h)\frac{b}{2} + H_1'\frac{hb}{2} + \frac{Qb}{2}\cdot\frac{b}{2} - \frac{Qb^2}{8}\right\} =$$

$$= \frac{1}{J_2}\left(M_2\frac{b}{2} + \frac{Qb^2}{8}\right) + \frac{1}{J_2}\left\{M_3\frac{b}{2} - \frac{Qb^2}{8}\right\} = \frac{1}{2J_2}\left\{M_2 + M_3\right\}b$$

Подобным образом по отношению стойки DC:

$$\int\frac{M}{J}\,ds = \frac{1}{2J_3}(M_3 + M_4)\,h$$

а по отношению распорки AC:

$$\int\frac{M}{J}\,ds = \frac{1}{2J_2}(M_4 + M_1)\,b$$

Сумма $\int\frac{M}{J}ds$ отнесенная ко всем четырем сторонам рамы. Вместе по сокращении на общий множитель $\frac{1}{2}$

$$\frac{h}{J_1}(M_1 + M_2) + \frac{b}{J_2}(M_2 + M_3) + \frac{h}{J_1}(M_3 + M_4) + \frac{b}{J_3}(M_4 + M_1) = 0,$$

что вполне тождественно с первым уравнением группы (n')

Переходим теперь к определению выражения

$$\int\frac{M}{J}\,y\,ds + \int\frac{P}{F}\cdot dx = 0,$$

отнесенного ко всем четырем сторонам рамы.

Значение $\int\frac{M}{J}\,y\,ds$ отнесенное к стороне AB: $\frac{1}{J_1}\int M\,y\,dx = 0$, так как $y = 0$. Затем $\int\frac{P}{F}dx = \int_0^h\frac{Q}{F_2}dx = \frac{Qh}{F_2}$.

Значение первого интеграла по отношению поперечины BD, замечая, что $y = y$, $ds = dy$:

$$\int_0^b\frac{M}{J}\,y\,ds = \frac{1}{J_2}\int_0^{\frac{b}{2}}\left\{N(a+h) - Q\left(\frac{b}{2} - y\right) - H_1''h + (H_1' + H_1'')\frac{h}{b}y\right\}y\,dy +$$

$$+ \frac{1}{J_2}\int_{\frac{b}{2}}^{b}\left\{N(a+h) + Q\left(y - \frac{b}{2}\right) + H_1'h - (H_1' - H_1'')\frac{h}{b}(b-y)\right\}y\,dy =$$

$$= \frac{1}{J_2}\left\{N(a+h)\frac{b^2}{8} - \frac{Qb^3}{16} - H_1''\frac{hb^2}{8} + \frac{Qb^3}{24} + (H_1' + H_1'')\frac{hb^2}{24}\right\} +$$

$$+ \frac{1}{J_2}\left\{N(a+h)\frac{3}{8}b^2 - \frac{3Qb^3}{16} + \frac{3}{8}H_1'hb^2 - \frac{3}{8}H_1'hb^2 - \frac{3}{8}H_1''hb^2 + \frac{7}{24}Qb^3 + \frac{7}{24}H_1'hb^2 + \frac{7}{24}H_1''hb^2\right\} =$$

$$Q = -\frac{Hh}{b}\,\frac{\frac{3h}{J_1}+\frac{b}{J_2}}{2\left(\frac{3h}{J_1}+\frac{b}{J_2}\right)} = -\frac{Hh}{2b}$$

Тогда:

$$M_{\frac{b}{2}} = -\frac{Qb}{2} - \frac{Hh}{4} = +\frac{Hh}{4b}\cdot b - \frac{Hh}{4} = 0,$$

т.е. по середине стойки – точка перелома.

$$M_1 = \frac{Hh}{4};\quad M_2 = \frac{Hh}{4} - \frac{Hh}{2} = -\frac{Hh}{4};\quad M_3 = +\frac{Hh}{4};\quad M_4 = -\frac{Hh}{4}$$

Если $J_1 = \infty$, $J_2 = \infty$, то также $Q = -\frac{Hh}{2b}$.

Если H_1' неравно H_1'', то, очевидно, N неравно нулю, Q и M_3, M_1, M_2 и M_3 и M_4 имеют другия значения.

Т. 1, а'). Жесткая непрерывная рама с консолями.

Къ данному случаю можно применить предыдущий

$$= \frac{1}{J_2}\left\{N(a+h)\frac{b^2}{8} + N(a+h)\frac{b^2}{24} - \frac{Qb^3}{16} - H_1''\frac{hb^2}{8} + \frac{Qb^3}{24} + H_1'\frac{hb^2}{24} \times H_1''\frac{hb^2}{24} + \right.$$
$$\left. + N(a+h)\frac{3}{8}b^2 - N(a+h)\frac{b^2}{24} - \frac{3}{16}Qb^3 - \frac{3}{8}H_1''hb^2 + \frac{7}{24}Qb^3 + \frac{7}{24}H_1'hb^2 + \frac{7}{24}H_1''hb^2\right\} =$$
$$= \frac{1}{J_2}\left\{N(a+h)\frac{b^2}{8} - \frac{H_1''hb^2}{6} + \frac{Qb^3}{12} + N(a+h)\frac{b^2}{3} + H'\frac{hb^2}{3}\right\} =$$
$$= \frac{1}{J_2}\left\{N(a+h)\frac{b^2}{6} - H_1''h\cdot\frac{b^2}{6} - \frac{Qb}{2}\cdot\frac{b^2}{6} + N(a+h)\frac{b^2}{3} + H'\frac{hb^2}{3} + \frac{Qb}{2}\frac{b^2}{3}\right\} = \frac{1}{J_2}\left\{\frac{M_2+2M_3}{6}\right\}b^2.$$

Значение $\int \frac{M}{J}\,y\,ds$ по отношению стойки CD:

$$\int \frac{M}{J}\,y\,ds = \frac{1}{J_1}\int_0^h \left\{N(a+h-x) + \frac{Qb}{2} + H_1'(h-x)\right\}b\cdot dx$$

так как во данном случае $y = b$, $ds = dx$.

Следовательно.

$$\int \frac{M}{J}\,y\,ds = \frac{1}{J_1}\left\{\left[N(a+h) + \frac{Qb}{2} + H_1'h\right]bh - \frac{Nbh^2}{2} - H_1'\frac{bh^2}{2}\right\} =$$
$$= \frac{1}{J_1}\left\{M_3bh - \frac{bh}{2}(Nh + H_1'h)\right\} = \frac{1}{J_1}\left\{M_3bh - \frac{bh}{2}(M_3 - M_0 - \frac{Qb}{2})\right\} =$$
$$= \frac{1}{J_1}\left\{M_3bh - \frac{bh}{2}(M_3 - M_4)\right\} = \frac{1}{2J_1}(M_3 + M_4)bh.$$

$$\int \frac{P}{F}\,dx = -\int_0^h \frac{Q\,dx}{F_1} = -\frac{Qh}{F_1}.$$

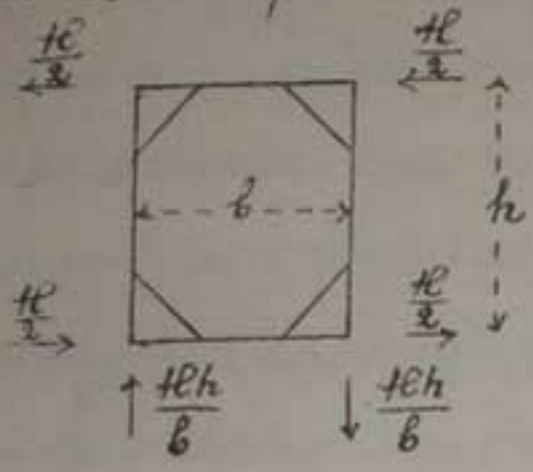
Значение $\int \frac{M}{J}\,y\,ds$ по отношению верхнего ригеля AC:

$$\int \frac{M}{J}\,y\,ds = \frac{1}{J_3}\int_0^{\frac{b}{2}}\left\{Na - Q(\tfrac{b}{2} - y)\right\}y\,dy + \frac{1}{J_3}\int_{\frac{b}{2}}^{b}\left\{Na + Q(y - \tfrac{b}{2})\right\}y\,dy =$$
$$= \frac{1}{J_3}\left\{Na\frac{b^2}{8} - \frac{Qb^3}{16} + \frac{Qb^3}{24} + \frac{7}{8}Nab^2 + \frac{7}{24}Qb^3 - \frac{3Qb^3}{16}\right\} = \frac{1}{J_3}\left\{N\frac{ab}{8} + \frac{Qb^3}{12} + \frac{3}{8}Nab^2\right\} =$$
$$= \frac{1}{J_3}\left\{N\frac{ab^2}{8} + \frac{1}{24}Nab^2 + \frac{Qb^2}{12} + \frac{3}{8}Nab^2 - \frac{1}{24}Nab^2\right\} =$$
$$= \frac{1}{J_3}\left\{Na\cdot\frac{b^2}{6} - \frac{Qb}{2}\cdot\frac{b^2}{6} + Na\cdot\frac{b^2}{3} + \frac{Qb}{2}\cdot\frac{b^2}{3}\right\} = \frac{1}{J_3}\left\{\frac{M_1+2M_4}{6}\right\}\cdot b^2.$$

$$\int \frac{P}{F}\,dx = 0.$$

пріемъ, который однако усложняется тѣмъ, что при интегрированіи пришлось бы брать въ разсчетъ переменное значеніе момента инерціи.

Изложимъ для рѣшенія этой задачи предложенный инженеромъ Зотиховымъ*) крайне простой пріемъ, одинаково приложимый и къ предъидущему случаю.



Предполагаемъ, что на каждую изъ вертикалей рамы дѣйствуетъ одинаковая горизонтальная сила $\frac{H}{2}$, тогда по симметричности рамы, верхняя и нижняя распорка изогнутся такъ,

---

слѣдовательно $\int \frac{M}{J} y ds + \int \frac{P}{F} dx = 0$, отнесенное ко всѣмъ четыремъ ребрамъ, дастъ:

$$0 + \frac{Qh}{F_1} + \frac{b^2(M_2 + 2M_3)}{6J_2} + 0 + \frac{(M_3 + M_4)bh}{2J_1} - \frac{Qh}{F_1} + \frac{b^2(M_4 + 2M_4)}{6J_3} =$$

$$= \frac{(M_2 + 2M_3)b^2}{6J_2} + \frac{(M_3 + M_4)bh}{2J_1} + \frac{(M_4 + 2M_4)b^2}{6J_3} = 0$$

Наконецъ значеніе $\int \frac{M.x}{J} ds + \int \frac{P}{F} dy = 0$ будетъ по отношенію ребра AB:

$$\int \frac{M}{J} x ds = \frac{1}{J_1}\int_0^h M.x dx = \frac{1}{J_1}\int_0^h \left\{N(a+h-x) - \frac{Qb}{2} - H_1''(h-x)\right\} x dx =$$

$$= \frac{1}{J_1}\left\{M_2\frac{h^2}{2} - \frac{Nh^3}{3} + \frac{H_1''h^3}{3}\right\} = \frac{1}{J_1}\left[M_2\frac{h^2}{2} - \frac{h^2}{3}\left(M_2 - M_0 + \frac{Qb}{2}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{J_1}\left[M_2\frac{h^2}{2} - \frac{h^2}{3}(M_2 - M_1)\right] = \frac{1}{J_1}\left\{\frac{M_2h^2}{6} + \frac{h^2M_1}{3}\right\} = \frac{(2M_2 + M_1)h^2}{6J_1}$$

$\int \frac{P}{F} dy = 0$, такъ какъ $y = 0$.

Значеніе $\int \frac{Mx}{J} ds$ и $\int \frac{P}{F} dy$ по отношенію нижней распорки BD:

$\int \frac{Mx\,ds}{J} = \int \frac{Mx}{J_2} dy = 0$, такъ какъ $x = 0$.

$$\int \frac{P}{F} dy = -\int_0^b \frac{N}{F_2} dy = -\frac{Nb}{F_1}$$

Значеніе $\int \frac{Mx}{J} ds$ и $\int \frac{P}{F} dy$ по отношенію стойки DC:

$$\int \frac{Mx\,ds}{J} = \int \frac{M.x\,dx}{J_1} = \frac{1}{J_1}\int_0^h \left\{N(a+h-x) + Q\left(\frac{b}{2}\right) + H_1'(h-x)\right\} x dx =$$

$$= \frac{1}{J_1}\left\{M_3\frac{h^2}{2} - \frac{Nh^3}{3} - H_1'\frac{h^3}{3}\right\} = \frac{1}{J_1}\left\{M_3\frac{h^2}{2} - \frac{h^2}{3}(Nh + H_1'h)\right\} =$$

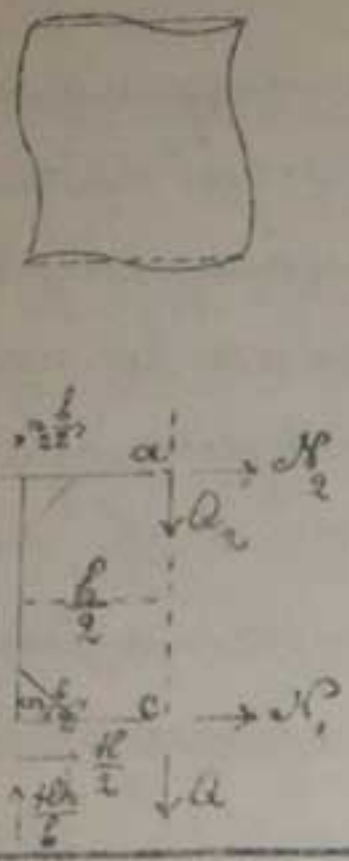
$$= \frac{1}{J_1}\left\{M_3\frac{h^2}{2} - \frac{h^2}{3}\left(M_3 - M_0 - \frac{Qb}{2}\right)\right\} = \frac{1}{J_1}\left\{M_3\frac{h^2}{2} - \frac{h^2}{3}(M_3 - M_4)\right\} =$$

$$= \frac{h^2}{J_1}\left\{\frac{M_3}{6} + \frac{M_4}{3}\right\} = \frac{(M_3 + 2M_4)h^2}{6J_1}$$

---

*) Журналъ Путей Сообщенія, Май и Іюнь 1891 г.

что по середине будет точка перегиба, где изгибающий момент равен нулю. Поэтому сам мысленно разрежем раму, проведя сечение по середине средних распорок, то сила, замыкающая влияние отрезанной правой половины, должна проходить в ц. т. сечений верхней и нижней распорки. Пусть ея горизонтальная и вертикальная составляющия будут: N_2 и Q_2 – в верхней распорке и N_1 и Q_1 в нижней распорке. Ox –



$\int \frac{P}{F} dy = 0$ так как $y = b$.

Значение $\int \frac{M x}{J} ds$ и $\int \frac{P}{F} dy$ по отношению верхней распорки, замечая, что $x = h$, $ds = dy$. Следовательно:

$$\int \frac{M x}{J} ds = \int \frac{M h\, dy}{J} = \frac{h}{J_3}\int_0^{\frac{b}{2}} \left\{ Na - Q\left(\frac{b}{2} - y\right)\right\} dy + \frac{h}{J_3}\int_{\frac{b}{2}}^{b} \left\{ Na + Q\left(y - \frac{b}{2}\right)\right\} dy =$$

$$= \frac{h}{J_3}\left\{ M_1 \frac{b}{2} + \frac{Qb^2}{8}\right\} + \frac{h}{J_3}\left\{ Na\,\frac{b}{2} + \frac{Q}{2}\left(b^2 - \frac{b^2}{4}\right) - Q\,\frac{b^2}{4}\right\} =$$

$$= \frac{h}{J_3}\left\{ M_1 \frac{b}{2} + \frac{Qb^2}{8}\right\} + \frac{h}{J_3}\left\{ M_4 \frac{b}{2} - \frac{Qb^2}{8}\right\} = \frac{(M_1 + M_4)\,bh}{2J_3}$$

$$\int \frac{P}{F} dy = \int \frac{N}{F_3} dy = \frac{N}{F_3} b.$$

Следовательно $\frac{1}{F_3}\int \frac{M x}{J} ds + \int \frac{P}{F} dy = 0$ по отношению всех четырех сторон рамы:

$$\frac{(2M_1 + M_2)h^2}{6J_1} + 0 + 0 - \frac{Nb}{F_1} + \frac{(M_3 + 2M_4)h^2}{6J_1} + 0 + \frac{(M_1 + M_4)bh}{2J_3} + \frac{Nb}{F_3} =$$

$$= \frac{(2M_1 + M_2)h^2}{6J_1} + \frac{(M_3 + 2M_4)h^2}{6J_1} + \frac{(M_1 + M_4)bh}{2J_3} + \frac{Nb}{F_3} - \frac{Nb}{F_1} = 0,$$

что согласно с третьей формулой группы (n')

Вставляя вместо M_1, M_2, M_3 и M_4 их значения получим

$\frac{h}{J_1}(2M_0 + Nh - H_1''h - Qb) + \frac{b}{J_2}(2M_0 + 2Nh - H_1''h + H_1'h) + \frac{h}{J_1}(2M_0 + Nh + H_1''h + Qb) + \frac{b}{J_3}(2M_0) = 0$,

откуда:

$$\frac{b^2}{6J_2}(3M_0 + 3Nh - H_1''h + 2H_1'h + \frac{Qb}{2}) + \frac{bh}{2J_1}(2M_0 + Nh + H_1''h + Qb) + \frac{b^2}{6J_3}(3M_0 + \frac{Qb}{2}) = 0$$

$$\frac{h}{6J_1}(3M_0 - \frac{3}{2}Qb + Nh - H_1''h) + \frac{h^2}{6J_1}(3M_0 + \frac{3Qb}{2} + Nh + H_1'h) +$$

$$+ \frac{6h}{2J_3}(2M_0) + \frac{Nb}{F_3} - \frac{Nb}{F_1} = 0,$$

откуда, по сокращении второго уравнения на b, получим.

тальныя внѣшнія силы, дѣйствующія на лѣвую половину рамы въ верхнемъ узлѣ $-\frac{H}{2}$, а въ нижнемъ $+\frac{H}{2}$ и $+\frac{Hh}{b}$. Для опредѣленія N_1, Q_1, N_1 и Q_1 составимъ выраженія моментовъ относительно точекъ (a) и (c), гдѣ они нули.

$$\frac{Hh}{b}\cdot\frac{b}{2}-\frac{H}{2}\cdot h-N_1=0;\ \text{откуда}\ N_1=0.$$

$$N_2 h-Hh+\frac{Hh}{b}\cdot\frac{b}{2}=0;\ \text{откуда}\ N_2=0.$$

Приравнявъ нулю проекцію вертикальныхъ силъ, получимъ:

$$\frac{Hh}{b}=Q_1+Q_2.$$

Слѣдовательно для опредѣленія силъ Q_1 и Q_2 нужно имѣть еще другую зависимость между ними. Зная Q_1 и Q_2 — легко найти значенія слѣдующихъ моментовъ въ любой точкѣ рамы и стойки между оконечностями консолей.

$$2M_0\left(\frac{2h}{J_1}+\frac{b}{J_2}+\frac{b}{J_3}\right)+2Nh\left(\frac{h}{J_1}+\frac{b}{J_2}\right)=(H_1''-H_1')h\left(\frac{h}{J_1}+\frac{b}{J_2}\right)\cdots$$

$$\frac{M_0}{2}\left(\frac{2h}{J_1}+\frac{b}{J_2}+\frac{b}{J_3}\right)+\frac{Nh}{2}\left(\frac{b}{J_2}+\frac{h}{J_1}\right)+\frac{Qb}{12}\left(\frac{b}{J_2}+\frac{6h}{J_1}+\frac{b}{J_3}\right)=$$

$$=-\frac{H_1' h^2}{2J_1}-\frac{(2H_1'-H_1'')hb}{6J_2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(n_1'')$$

$$M_0\left(\frac{h^2}{J_1}+\frac{6h}{J_3}\right)+\frac{N}{3}\left(\frac{h^2}{J_1}+\frac{3b}{J_3}-\frac{3b}{J_1}\right)=(H_1''-H_1')\frac{h^3}{6J_1}\cdots\cdots$$

Сравнивая эти три уравненія съ (n''), находимъ несогласіе во второмъ и третьемъ уравненіяхъ.

[Замѣтимъ еще, что третье уравненіе (n'') въ томъ видѣ, какъ оно приведено у Винклера, не можетъ быть получено изъ трехъ его уравненій группы (n')]

При $H_1'=H_1''=\frac{H}{2}$; $M_0=0$ и $N=0$ и тогда:

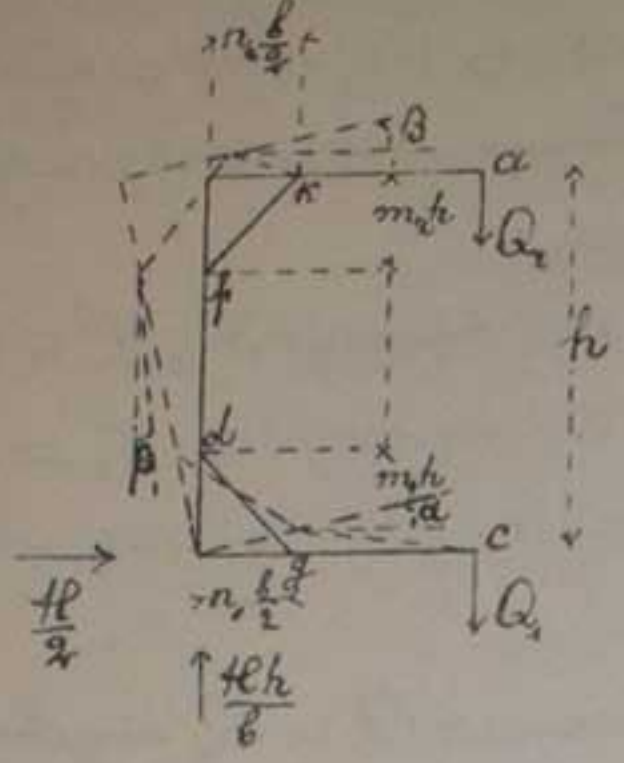
$$Q=-\frac{\frac{Hh^2}{6J_1}-\frac{(3\frac{H}{2}-\frac{H}{2})hb}{8J_2}}{\frac{b}{J_2}+\frac{4h}{J_1}+\frac{b}{J_3}}\times\frac{8}{b}=-\frac{Hh}{b}\,\frac{\frac{2h}{J_1}+\frac{b}{J_2}}{\frac{b}{J_2}+\frac{4h}{J_1}+\frac{b}{J_2}}\cdots\cdots(p')$$

что не сходно съ формулой Винклера (p). При $J_3=J_2$

$$Q=-\frac{Hh}{b}\cdot\frac{\frac{2h}{J_1}+\frac{b}{J_2}}{\frac{2b}{J_2}+\frac{4h}{J_1}}=-\frac{Hh}{2b},$$

что согласуется съ выводами, получаемыми изъ формулы Винклера.

Полагаем, что консоли настолько жесткие, что не существует изгиба рассматриваемой стойки в предположении консолей, т.е. они остаются прямолинейными. Если бы наклонная распорка была свободна, то под действием силы Q_1 конец C прогнулся бы на величину: $f_1 = \frac{Q_1 b^3 (1-n_1)^3}{3 E \cdot J_2 \cdot 8} = \frac{Q_1 b^3 (1-n_1)^3}{24 E J_2}$



Но так как с должно остаться на прежнем месте, то следовательно консоль повернется на такой угол α, чтобы прогнувшийся конец наклонной распорки занял прежнее положение точки C. Для этого, очевидно, необходимо чтобы: $tg\alpha = \frac{f_1}{\frac{b}{2}} = \frac{2f_1}{b} = \frac{Q_1 b^2 (1-n_1)^3}{12 E J_2}$. Средняя часть стойки df также изогнется, оставаясь касательной к нижней и верхней консоли. Угол β, составляемый верхней гранью верхней консоли с вертикалью, найдется продифференцировав выражение: $E J_1 \frac{d^2 y}{dx^2}$. Принимая начало координат в точке d и полагая, что df совпадает с осью x-ов, будем иметь для какого нибудь сечения, удаленного на x от точки d, рассматривая, например, моменты отклоняющие часть

$$E J_1 \frac{d^2 y}{dx^2} = Q_1 \frac{b}{2} - \frac{Hl}{2}(m_1 h + x)$$

$$E J_1 \frac{dy}{dx} = Q_1 \frac{b}{2} x - \frac{Hl}{2}\left(m_1 h x + \frac{x^2}{2}\right) + c$$

При $x = 0$; $\frac{dy}{dx} = tg\alpha$; следовательно:

$$c = E J_1 tg\alpha = \frac{J_1 Q_1 b^2 (1-n_1)^3}{12 J_2}$$

При $x = h(1 - m_1 - m_2)$; $\frac{dy}{dx} = tg\beta$. Следовательно:

$$E J_1 tg\beta = \frac{Q_1 b}{2} h(1-m_1-m_2) - \frac{Hl}{2} m_1 h^2 (1-m_1-m_2) - \frac{Hl}{4} h^2 (1-m_1-m_2)^2 + \frac{Q_1 b^2 (1-n_1)^3 J_1}{12 J_2}$$

$$tg\beta = \frac{Q_1 bh(1-m_1-m_2)}{2EJ_1} - \frac{Hh^2(1+m_1-m_2)(1-m_1-m_2)}{4EJ_1} + \frac{Q_1 b^2(1-n_1)^3}{12EJ_2} =$$

$$= \frac{Q_1 bh(1-m_1-m_2)}{2EJ_1} - \frac{Hh^2[(1-m_2)^2-m_1^2]}{4EJ_1} + \frac{Q_1 b^2(1-n_1)^3}{12EJ_2}$$

Переходя къ отрѣзку верхней распорки замѣтимъ, что если бы онъ былъ свободенъ, то стрѣла прогиба:

$$f_2 = \frac{Q_2 b^3(1-n_2)^3}{24EJ_3}$$

Но такъ какъ въ дѣйствительности точка a остается на одной и той же высотѣ, то:

$$\frac{b}{2} tg\beta - f_2 = 0.$$

$$tg\beta = \frac{2f_2}{b} = \frac{Q_2 b^2(1-n_2)^3}{12EJ_3}$$

Приравнивая два выраженія значеній $tg\beta$, получимъ:

$$\frac{Q_1 bh(1-m_1-m_2)}{2EJ_1} - \frac{Hh^2}{4EJ_1}\left[(1-m_2)^2-m_1^2\right] + \frac{Q_1 b^2(1-n_1)^3}{12EJ_2} = \frac{Q_2 b^2(1-n_2)^3}{12EJ_3}$$

Присоединяя сюда: $Q_1 + Q_2 = \frac{Hh}{b}$

найдемъ:

$$Q_1\left\{\frac{bh(1-m_1-m_2)}{2EJ_1} + \frac{b^2(1-n_1)^3}{12EJ_2} + \frac{b^2(1-n_2)^3}{12EJ_3}\right\} = Hh\left\{\frac{[(1-m_2)^2-m_1^2]h}{4EJ_1} + \frac{b(1-n_2)^3}{12EJ_3}\right\}$$

$$Q_1 = \frac{Hh}{b} \cdot \frac{\frac{3[(1-m_2)^2-m_1^2]h}{J_1} + \frac{(1-n_2)^3 \cdot b}{J_3}}{\frac{b(1-n_1)^3}{J_2} + \frac{6h(1-m_1-m_2)}{J_1} + \frac{b(1-n_2)^3}{J_3}} \quad \ldots\ldots\ldots (c)$$

$$Q_2 = \frac{Hh}{b} \cdot \frac{\frac{3[(1-m_1)^2-m_2^2]h}{J_1} + \frac{(1-n_1)^3 b}{J_3}}{\frac{b(1-n_2)^3}{J_2} + \frac{6h(1-m_1-m_2)}{J_1} + \frac{b(1-n_1)^3}{J_3}} \quad \ldots\ldots\ldots (m)$$

При $n_1 = n_2$, $m_1 = m_2$; $Q_1 = Q_2$.

При $n_1 = 0$, $n_2 = 0$, $m_1 = 0$, $m_2 = 0$, т.е. когда рама безъ консолей.

$$Q_1 = Q_2 = \frac{Hh}{b} \frac{\frac{3h}{J_1} + \frac{b}{J_3}}{\frac{b}{J_2} + \frac{6h}{J_1} + \frac{b}{J_3}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{т.е. формула } (p)$$

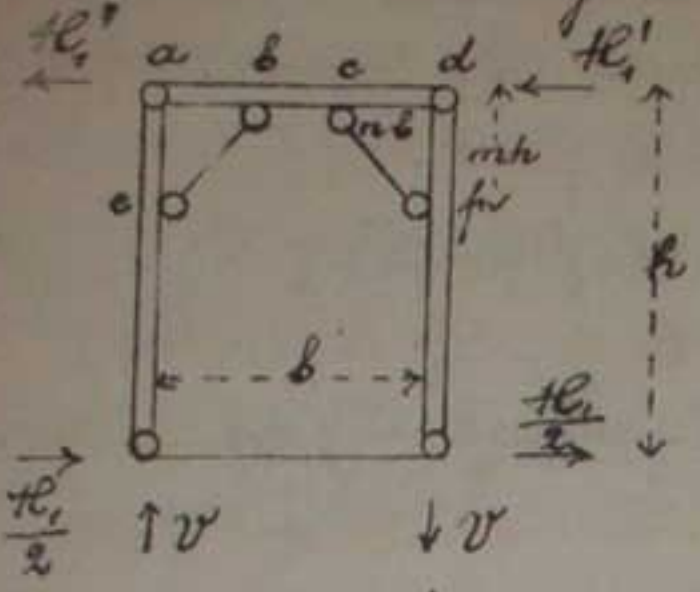
Наибольшее значеніе момента въ верхней и нижней

поперечинъ и въ стойкъ будетъ очевидно въ концъ консолей.
Слъдовательно моменты въ нижней и верхней попере-
чинъ: $M_g = -Q_1 \frac{b}{2}(1-n_1)$ и $M_k = +Q_2 \frac{b}{2}(1-n_2)$;
моментъ въ стойкъ въ f: $M_f = +Q_2 \frac{b}{2} - \frac{H}{2} m_2 h$;
моментъ въ стойкъ въ d: $M_d = +Q_2 \frac{b}{2} - \frac{H}{2} h(1-m_1)$
Эти моменты тъмъ меньше, чъмъ менъе Q, т.е. чъмъ бо-
лъе моменты инерціи J_2 и J_3. Если эти значенія ∞, то $Q_1 = Q_2 =$
$= \frac{Hh}{2b}$ и $M_g = -\frac{Hh}{4}(1-n_1)$; $M_k = +\frac{Hh}{4}(1-n_2)$;
$M_f = +\frac{Hh}{4}(1-2m_2)$; $M_d = -\frac{Hh}{4}(1-2m_1)$.
При тъхъ же условіяхъ если $n_1 = 0$, $n_2 = 0$, $m_1 = 0$, $m_2 = 0$,
$$M_g = M_d = -\frac{Hh}{4}; \qquad M_k = M_f = +\frac{Hh}{4}.$$
Согласно прежнему обозначенію $M_g = M_d$ есть M_2, а
$M_k = M_f$ выражаетъ M_1.
Замътимъ, что такъ какъ въ основаніи этого пріема
положено предположеніе, что по серединъ распорокъ из-
гибающій моментъ нуль, что, въ свою очередь, влечетъ за
собою предположеніе, что объ силы H'_1 и H''_1 равны между
собою, то въ такомъ случаъ, если H'_1 не равно H''_1 (напри-
мъръ, въ опорной рамъ, гдъ H'_1 представляетъ собою не
только панельную нагрузку отъ вътра, но и усилія, пе-
реданныя системою раскосовъ) – выведенная формула имъ-
етъ въ данномъ случаъ лишь приближенное значеніе.
Если бы мы хотъли найти болъе точное значеніе уси-
лій, слъдовало прибъгнуть пріему Винклера и найти
группу формулъ подобныхъ (n'').

Т. 1, §) <u>Стойки и верхняя распорка цъльныя; поперечная балка и распорка соединены шарни-
рами со стойками.</u>

Въ данномъ случаъ, въ виду того, что въ углахъ рамы
вездъ предположены шарниры, нътъ надобности для

облегченія выкладокъ предполагать, что $H_1' = H_1''$.



Замѣтимъ, что какъ въ промежуточныхъ, такъ и въ опорной рамѣ H_1' представляетъ панельное давленіе вѣтра, сложенное съ усиліемъ, доставленнымъ раскосомъ, а H_1'' представляетъ собою только панельное давленіе вѣтра. Слѣдовательно согласно прежнему обозначенію:

$$H_1' = \frac{W_1}{2} \cdot a + R$$

$$H_1'' = \frac{W_1}{2} \cdot a,$$

если W_1 – давленіе вѣтра на пог. единицу верхняго пояса; a – величина панели, R – усиліе доставленное діагональю связей отъ общаго разложенія усилій $V = (H_1' + H_1'') \frac{h}{b}$; горизонтальная составляющая опорныхъ сопротивленій внизу, полагая, что они распредѣляются поровну: $\frac{H_1}{2} = \frac{H_1' + H_1''}{2} = \frac{W_1 a}{2} + \frac{R}{2}$.

Моментъ въ точкѣ f или e стойки:

$$\frac{H_1}{2}(h - mh) = \left(\frac{W_1 a + R}{2}\right) h (1 - m) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha),$$

который будетъ имѣть съ тѣмъ и наибольшимъ моментомъ въ стойкѣ.

Сжимающее усиліе въ лѣвой стойкѣ:

$$V = (W_1 a + R) \frac{h}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta)$$

Горизонтальная составляющая усилія въ подкосѣ cf или ce, взявъ моментъ относительно точки d:

$$\text{Гориз. состав. } cf = \frac{\frac{H_1}{2} \cdot h}{mh} = \frac{(W_1 a + R)}{2 \cdot m} \quad \ldots\ldots (\gamma).$$

Вертикальная составляющая усилія въ подкосѣ:

$$cf = \frac{(W_1 a + R)}{2m} \cdot \frac{mh}{nh} = \frac{(W_1 a + R)}{2n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\delta)$$

Вытягивающее усиліе въ нижней части правой стойки

$$V' = (W_1 a + R) \frac{h}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\varepsilon)$$

Сжимающее усилие въ верхней части правой стойки:

верт. сост. $cf - V = \frac{(W_1 a + R)}{2n} - (W_1 a + R)\frac{h}{b} = (W_1 a + R)\left(\frac{1}{2n} - \frac{h}{b}\right)$ . . (i)

Моментъ въ точкѣ с распорки:

$M = \frac{H_1}{2} \cdot h - V n b = \frac{(W_1 a + R)}{2} h - (W_1 a + R)\frac{h}{b} n b = (W_1 a + R)\left(\frac{1}{2} - n\right) h$ .. (к)

Всимающее усилие въ cd:

$H_1' + \text{гор. сост. } cf - \frac{H_1}{2} = \frac{W_1 a}{2} + R + \frac{(W_1 a + R)}{2m} - \frac{W_1 a + R}{2} = \frac{R}{2} + \frac{W_1 a + R}{2m}$ . . . (л)

Сжимающее усилие въ bc:

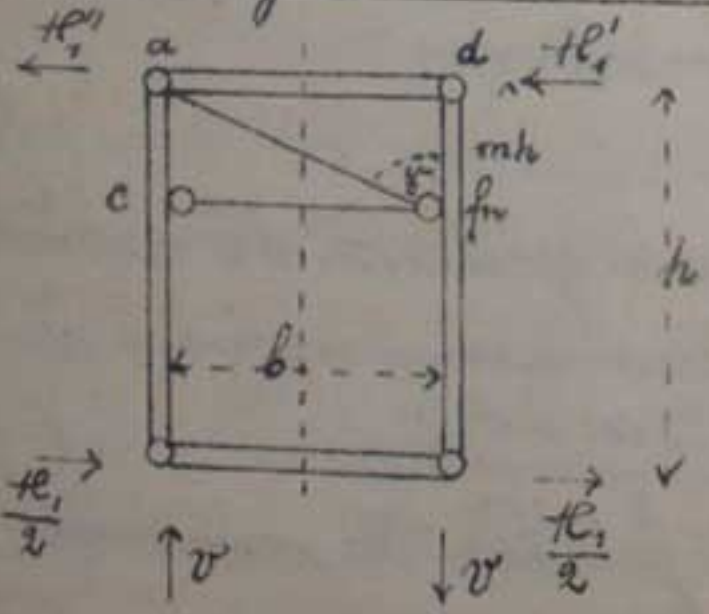
$H_1' - \frac{H_1}{2} = \frac{W_1 a}{2} + R - \frac{W_1 a + R}{2} = \frac{R}{2}$ . . . . . (м)

Вытягивающее усилие въ ab:

$H_1'' + \text{гор. сост. } cb - \frac{H_1}{2} = \frac{W_1 a}{2} + \frac{(W_1 a + R)}{2m} - \frac{W_1 a + R}{2} = \frac{(W_1 a + R)}{2m} - \frac{R}{2}$ . . . (н)

Слѣдовательно, наибольшее напряженіе въ верхней распоркѣ въ точкѣ с, гдѣ слѣдуетъ сложить усилie отъ непосредственнаго сжатія (л) съ сжимающимъ усиліемъ отъ изгиба (к). Наибольшее сжимающее усилie въ стойкахъ опредѣляется по формулѣ (в) или (i) если $\frac{1}{2n} > 2\frac{h}{b}$, $\frac{h}{2nh} > \frac{2h}{b}$, $nh < \frac{b}{4}$ съ присоединеніемъ сжимающихъ усилій отъ изгиба по формулѣ (а).

Г. 1, Е.) Распорка и стойка цѣльныя, взаимно соединенныя шарнирами; такое же соединеніе и съ поперечной балкой. Вторая распорка и діагональ соединены шарнирами со стойками.



Согласно предъидущему:

$H_1' = \frac{W_1 a}{2} + R$; $H_1'' = \frac{W_1 a}{2}$

$V = (H_1' + H_1'')\frac{h}{b}$;

$\frac{H_1}{2} = \frac{H_1' + H_1''}{2} = \frac{W_1 a + R}{2}$.

Для опредѣленія усилій въ верхней распоркѣ, разсѣкаемъ вертикальной плоскостью и беремъ моментъ относительно точки f.

Усилie въ $ad = \frac{H_1' \times mh + H_1 h(1-m)}{mh} = H_1' + \frac{H_1}{2m}(1-m) =$

$= \frac{W_1 a}{2} + R + \frac{W_1 a + R}{2m}(1-m) = \frac{R}{2} + \frac{(W_1 a + R)}{2m}$ ..... (α)

так как усилие в поперечной балке = 0, сам, как предполагаем, по концам ея приложены равныя усилия $\frac{H_1}{2}$ и $\frac{H_1}{2}$.

Составивъ моментъ относительно точки a, найдемъ усилие въ cf:

Усилие въ $cf = \frac{H_1}{2} \cdot \frac{h}{mh} = \frac{(W_1 a + R)}{2m}$ ..... (β),

т.е. меньше усилия въ верхней распоркѣ только на $\frac{R}{2}$.

Усилие въ раскосъ найдется, приравнявъ нулю вертикальныя составляющия. Слѣдовательно

усилия въ $af = \frac{V}{\cos \varphi} = (W_1 a + R) \sec \varphi$ ..... (γ)

Моментъ въ точкѣ c и f стойки:

$M = \frac{H_1 h}{2}(1-m) = \frac{(W_1 a + R)}{2} h(1-m)$ ..... (δ)

Сжимающее усилие въ лѣвой стойкѣ

$V = (W_1 a + R)\frac{h}{b}$ ..... (ε)

Сжимающее усилие въ верхней части правой стойки есть, очевидно, вертикальная составляющая раскоса $af - V$, т. е. $= 0$

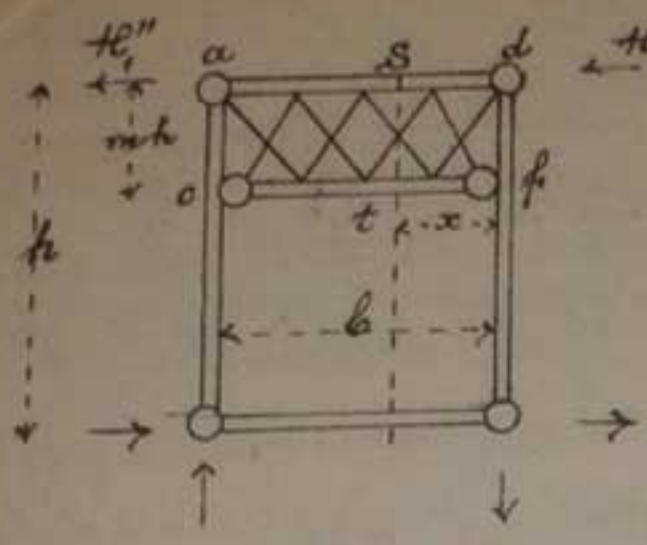
Вытягивающее усилие нижней части правой стойки:

$$V = (W_1 a + R)\frac{h}{b}$$

При опредѣлении поперечныхъ сѣчений стойки слѣдуетъ къ сжимающему усилію отъ вертикальныхъ силъ прибавить сжимающее усилие по формулѣ (ε) и сжимающее усилие, вызванное моментомъ въ c по формулѣ (δ).

Если между верхнею и нижнею распорою помѣщена рѣшетка, то усилие опредѣляется такъ же какъ это изложено ранѣе въ примѣчании къ Б. 1, а) и В. 2, а).

Такъ, напримѣръ, для опредѣления усилия въ какой либо панели верхняго пояса составляемъ моментъ относительно точки t нижняго пояса въ сѣчении, удаленномъ на разстояние x отъ одной изъ стоекъ. За это сѣчение



следует, очевидно, взять точку встречи двух и более систем раскосов или вершину противоположного узла при одиночной системе раскосов.

Следовательно, усилие в верхней распорке, рассматривая правую отсеченную часть:

$$-O_n \cdot mh - H_1' mh - H_1 \frac{h}{2}(1-m) + Vx = 0, \text{ откуда}$$

$$O_n = -\frac{H_1' \cdot mh - H_1 \frac{h}{2}(1-m) + Vx}{mh} = -H_1' - \frac{H_1}{2m}(1-m) + \frac{Vx}{mh} =$$

$$= -\frac{W_1 a}{2} - R - \frac{W_1 a + R}{2m}(1-m) + (W_1 a + R)\frac{x}{mh}\frac{h}{b} = -\frac{R}{2} - \frac{W_1 a + R}{m}\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{b}\right)$$

При $x = \frac{b}{2}$ последний член $= 0$.

При $x = 0$, т.е. в начале распорки сжимающее усилие

$$O_n = -\frac{R}{2} - \frac{W_1 a + R}{2m}.$$

При $x = b$, т.е. в конце распорки сжимающее усилие

$$-\frac{R}{2} + \frac{W_1 a + R}{2m}.$$

Следовательно, верхняя распорка как бы сжата постоянным усилием $\frac{R}{2}$ и в правой половине прибавляется сжимающее усилие от $-\frac{W_1 a + R}{2m}$ до 0, а в левой половине вычитается усилие от 0 до $-\frac{W_1 a + R}{2m}$.

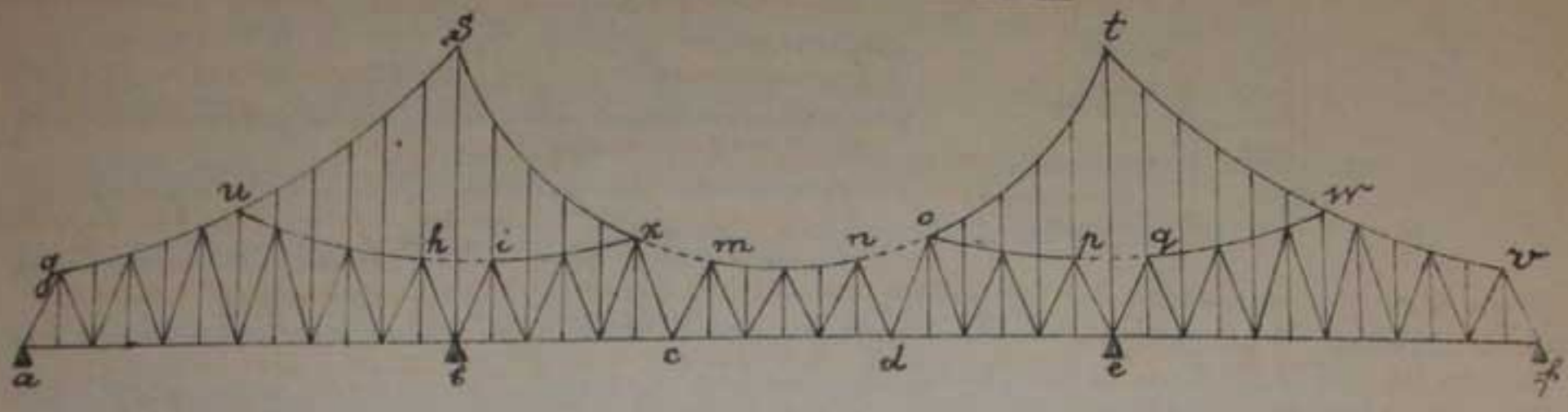
Для определения усилия в нижней распорке, составляем момент относительно точки S в верхней распорке. Тогда усилие в нижней распорке

$$U_n = +\frac{H_1 \frac{h}{2} - Vx}{mh} = \frac{H_1}{2m} - \frac{Vx}{mh} = \frac{W_1 a + R}{2m} - (W_1 a + R)\frac{h}{b}\frac{x}{mh} =$$

$$= \frac{W_1 a + R}{2m} - (W_1 a + R)\frac{x}{bm} = \frac{(W_1 a + R)}{m}\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{b}\right).$$

По сравнении с выражением усилия в панели верхней распорки, мы видим, что численное значение меньше на величину $\frac{R}{2}$ и кроме того они противоположных знаков.

Опредѣленіе усилій въ фермѣ со свободными консолями.

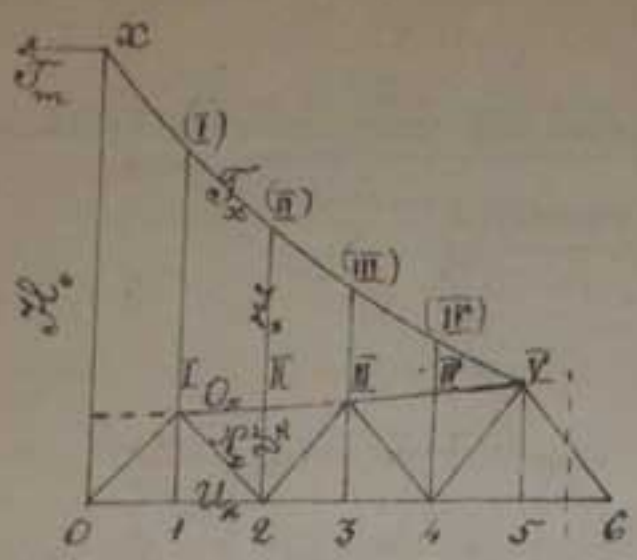


Ферма трехпролетная; крайніе пролеты перекрываются балочными фермами a g k b и e q v p, средній пролетъ состоитъ изъ двухъ свободныхъ консолей b i x c и d o p e, способныхъ вращаться около точекъ b и c. Концы консолей поддерживаются жесткими цѣпями x s и o t, перекинутыми чрезъ свободныя стойки b s и e t и прикрѣпленными къ серединѣ верхняго пояса фермъ крайнихъ пролетовъ. Отъ цѣпей идутъ вниз подвѣски къ соотвѣтственнымъ узламъ фермы. На поддерживаемые концы консолей опирается свободная ферма c m n d. Для возстановленія непрерывности полигональныя части k i, k m, n o и p q – не подвергающіяся усиліямъ.

Благодаря этой прерывности верхняго пояса ферма получается статически опредѣлимой. Опоры b и e – неподвижныя, остальныя – подвижныя.

I.) Средняя свободная балка. Расчетъ усилій ведется какъ въ балкѣ свободно опирающейся на двѣ опоры.

II.) Консоль. На значенія усилій въ частяхъ консолей и цѣпи вліяютъ лишь нагрузки, полигональныя на консоли и на средней фермѣ, опирающейся на консоль. Нагрузка на фермы крайняго пролета, очевидно, не вліяетъ на усилія въ консоли.



Назовемъ чрезъ O_n, U_n, N_n – усилія въ верхнемъ и нижнемъ поясахъ и въ раскосахъ, ставя указатель слѣдующаго узла; β_n, γ_n и φ_n – углы составленные верхнимъ и нижнимъ поясами и раскосами съ горизонтальной осью x-въ. Затѣмъ назовемъ чрезъ T_m усилія въ тягѣ, а чрезъ τ_n – углы составленные элементами тяги съ горизонталью. Наконецъ пусть Z_n – усилія въ подвѣскахъ, а V_n усилія въ стойкахъ; H_n и h_n – высоты узловъ тяги и фермы.

При опредѣленіи усилій въ консоли разсматриваемаго очертанія слѣдуетъ отличать элементы, заключающіеся между узломъ (V), гдѣ прикрѣплена тяга и концомъ консоли (6) и затѣмъ элементы фермы, заключающіеся между узлами (V) и опорой (0).

1.) <u>Опредѣленіе усилій въ крайнемъ раскосѣ и въ крайнемъ нижнемъ поясѣ.</u>

Для опредѣленія усилій въ элементахъ (V,6) и (4,6) слѣдуетъ составить въ правой отсѣченной части моменты внѣшнихъ силъ, относительно точекъ (5) и (V). Такъ напримѣръ, для опредѣленія (V,6) или N_6 имѣемъ:

$$-N_6 h_5 \operatorname{Cos}\varphi_6 + M_5 = 0; \quad N_6 \operatorname{Cos}\varphi_6 = M_{\frac{5}{h_5}}.$$

Для опредѣленія усилій въ (5,6) или въ $U_6 = U_5$, имѣемъ:

$$+U_6 \operatorname{Cos}\gamma_6 \cdot h_5 + M_5 = 0; \quad U_6 \operatorname{Cos}\gamma_6 = -\frac{M_5}{h_5} = -N_6 \operatorname{Cos}\varphi_6 \ldots (1),$$

гдѣ N_6 – вытянуто, а $U_6 = U_5$ – сжато.

2.) <u>Опредѣленіе усилій въ элементахъ тяги и въ остальныхъ элементахъ фермы.</u>

Переходя затѣмъ къ опредѣленію усилій въ остальной группѣ элементовъ, начинаемъ съ первой панели, гдѣ вертикальное сѣченіе встрѣчаетъ только три элемента: тягу,

раскос и нижний пояс. 745.

Для определения T_I составляем моменты относительно точки O.

$$-T_I H_0 \cos\tau_1 + M_0 = 0\,;\quad T_1 \cos\tau_1 = \frac{M_0}{H} = T_m$$

Зная T_m очевидно найдем усилия в любом элементе фермы, так как горизонтальная составляющая усилия фермы величина постоянная, поэтому:

$$T_1 \cos\tau_1 = T_{II}\cos\tau_{II} = \ldots = T_r \cos\tau_r = \frac{M_0}{H} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

<u>по этим формулам и определяются усилия в элементах фермы.</u>

Сделав теперь вертикальное сечение в следующих панелях, мы хотя зацепим 4 элемента, но один из них, – усилие в элементе фермы – величина известная. Так, например, для определения усилий в поясах и в раскосе сделаем, например, сечение во второй панели и рассмотрим правую отсеченную часть, составив моменты относительно точки 2. Получим:

$$-O_{II}\cos\beta_{II}\, h_2 - T_{II}\cos\tau_{II}\, H_2 + M_2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

$$O_{II}\cos\beta_{II} = +\frac{M_2}{h_2} - T_{II}\cos\tau_{II}\frac{H_2}{l_2}$$

Составив моменты относительно точки I получим:

$$+U_2\cos\gamma_2\, h_1 - T_{II}\cos\tau_{II}(H_1 - h_1) + M_1 = 0$$

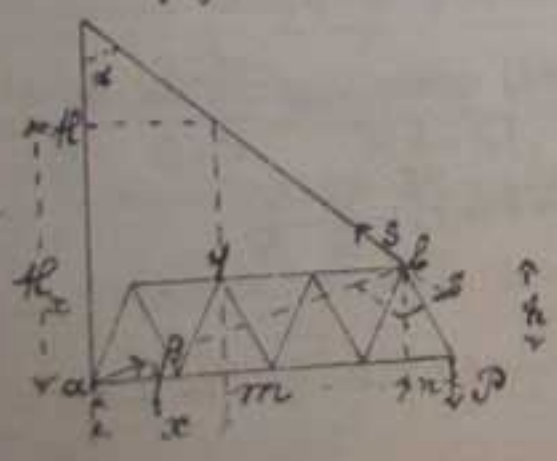
$$U_2\cos\gamma_2 = -\frac{M_1}{h_1} + T_{II}\cos\tau_{II}\frac{(H_1-h_1)}{h_1}\text{*)} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

---

*) Те же формулы получатся если рассматривать консоль как балку на двух опорах, причем второй опорой служит пояс. Так, например, если предположим для простоты, что консоль горизонтальна и подвержена действию сосредоточенного груза P в конце и равномерной нагрузке p на длине m между точкой опоры (a) и точкой приложения, то формула (2), применимая к данному случаю, дает:

$$T\sin\alpha = \frac{M_0}{H} = \left\{\frac{pm^2}{2} + P(m+n)\right\}\frac{1}{H},$$ так как $\tau = 90 - \alpha$,

а формула (4) примет вид:



Для определения усилія въ раскосѣ N_2 беремъ вертикальную проекцію усилій:

$$+T_{\overline{II}}\sin\tau_{\overline{II}} \pm Q_2\sin\beta_2 \pm U_2\sin\varphi_2 \pm U_2\sin\gamma_2 + N_2 = 0$$

или же можно составить моменты относительно узла въ верхнемъ или въ нижнемъ поясѣ. Напримѣръ, составивъ моментъ относительно узла $\overline{II}$, имѣемъ:

$$-T_{\overline{II}}\cos\tau_{\overline{II}}(H_2-h_2)+N_2h_2\cos\varphi_2 \pm U_2\cos\gamma_2 h_2 + M_2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

откуда и найдется N_2.

Если, слѣдовательно N_2 получится положительнымъ, то это означаетъ, что раскосъ вытянутъ, такъ какъ, согласно общему пріему статическихъ моментовъ, всѣ не-

---

$$U = -\frac{p(m-x)^2}{2h} - \frac{P(m+n-x)}{h} + \left\{\frac{pm^2}{2} + P(m+n)\right\}\frac{1}{H}\frac{(H_x-h)}{h}$$

Съ другой стороны, если разсматривать консоль какъ балку на двухъ опорахъ, то вертикальное сопротивленіе опоры:

$$B = \frac{pm}{2} + P\frac{(m+n)}{m}.$$

Составляющая этого сопротивленія по направленію цѣпи:

$$S = B\frac{\sin(90-\beta)}{\sin(90-\alpha+\beta)} = B\frac{\cos\beta}{\cos(\alpha-\beta)}$$

Вторая составляющая будетъ направлена къ опорѣ a, составляя съ горизонталь уголъ β. Если разсматривать правую отсѣченную часть, то въ этой части будетъ только одно сопротивленіе опоры, направленное по цѣпи. Составляя моментъ относительно точки a съ цѣлью опредѣленія u, получимъ:

$$\frac{p(m-x)^2}{2} + P(m+n-x) - S(m-x)\cos\alpha + u'\cdot h = 0$$

$$u' = -\frac{p(m-x)^2}{2h} - P\frac{(m+n-x)}{h} + B\frac{\cos\beta}{\cos(\alpha-\beta)}(m-x)\cdot\frac{\cos\alpha}{h}$$

Но:

$$H = \frac{m}{\tan\alpha} + m\,tg\beta = m\left\{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\sin\beta}{\cos\beta}\right\} = \frac{m\cos(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\cos\beta}$$

Слѣдовательно:

$$\frac{\cos\beta}{\cos(\alpha-\beta)} = \frac{m}{\sin\alpha\cdot H}.$$

Затѣмъ:

$$m - x = \frac{m(H_x-h)}{H-h}$$

Слѣдовательно:

$$u' = -p\frac{(m-x)^2}{2h} - P\frac{(m+n-x)}{h} + \left\{\frac{pm}{2} + P\frac{(m+n)}{m}\right\}\frac{m}{\sin\alpha\cdot H}\,m\,\frac{(H_x-h)}{H-h}\cdot\frac{\cos\alpha}{h} =$$

$$= -\frac{p(m-x)^2}{2h} - P\frac{(m+n-x)}{h} + \left\{\frac{pm^2}{2} + P(m+n)\right\}\frac{H_x-h}{H\cdot h}$$

такъ какъ:

$$\frac{m\cos\alpha}{\sin\alpha(H-h)} = \frac{m\cos\alpha}{H-h} = 1.$$

Слѣдовательно $u = u'$.

неизвестныя нескольня усилія предполагаются вытяжными и если результатъ получался положительный, то это доказываетъ, что сдѣланное предположеніе справедливо.

Для опредѣленія усилій въ слѣдующемъ раскосѣ I_{III} можно составить подобнымъ образомъ моменты относительно узла $\overline{\text{II}}$ или $\overline{3}$.

По формуламъ (3), (4) и (5) найдутся соотвѣтственныя усилія въ обоихъ поясахъ и въ раскосахъ, за исключеніемъ только крайняго раскоса и нижняго пояса, усилія которыхъ опредѣляется по формулѣ (1)

Усилія въ подвѣскахъ опредѣляются приравнивая нулю проекціи силъ около каждаго изъ узловъ цѣпи. Если, напримѣръ ($\mathcal{P}_{\text{II}}$) нагрузка на узелъ цѣпи (собственный вѣсъ, приходящійся на узелъ), то усиліе въ подвѣскѣ $\tilde{z}_{\text{II}}$ найдется изъ:

$$T_{\text{II}} \sin \tau_{\text{II}} - T_{\text{III}} \sin \tau_{\text{III}} \pm \tilde{z}_{\text{II}} - (\mathcal{P}_{\text{II}}) = 0 \ldots\ldots (6),$$

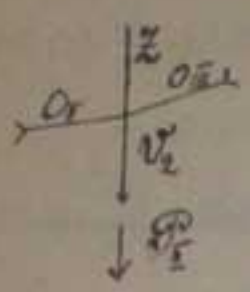
считая положительными силы, направленныя вверхъ. Если слѣдовательно $\tilde{z}_{\text{II}}$ окажется отрицательной, т. е. направленной внизъ, то, слѣдовательно, подвѣска вытянута.

Усилія въ стойкахъ фермы опредѣляются приравнивая нулю вертикальныя силы около нижняго или верхняго узловъ, что удобнѣе, т. е. гдѣ меньше сходится силъ. Такъ, напримѣръ, для стойки V_2 удобнѣе написать условіе равновѣсія силъ сходящихся около узла $\overline{\text{II}}$, для опредѣленія усилія въ стойкѣ V_3 – удобнѣе приравнять нулю вертикальную проекцію силъ, сходящихся у нижняго узла 3.

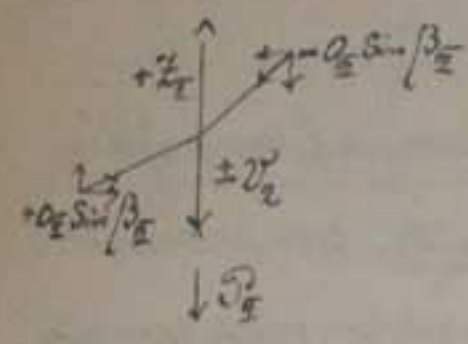
Въ первомъ случаѣ получимъ, если $\mathcal{P}_{\text{II}}$ – нагрузка на узелъ $\overline{\text{II}}$ фермы:

$$\pm \frac{Z}{2} \pm V_2 \pm O_{II} \sin \beta_{II} \mp O_{III} \sin \beta_{III} - P_{II} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

При выборе знака следует имѣть въ виду родъ усилія, условившись при этомъ обозначать, напримѣръ, положительнымъ знакомъ усилія, направленныя вверхъ.



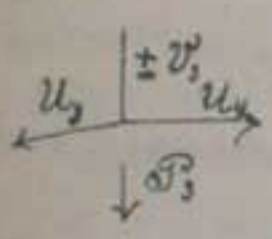
Если, напримѣръ, объ панели верхняго пояса, сжаты, подвѣска вытянута, то имѣемъ:



$$+ Z_I \pm V_2 + O_{II} \sin \beta_{II} - O_{III} \sin \beta_{III} - P_{II} = 0.$$

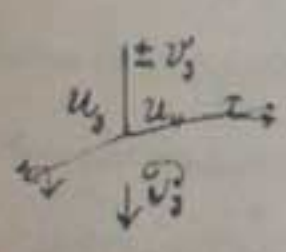
Если, напримѣръ, V_2 получится отрицательнымъ, т.е усиліе будетъ направлено внизъ, то это значитъ, что стойка вытянута и обратно.

Во второмъ случаѣ, называя чрезъ P_3 нагрузку, непосредственно приложенную къ узлу (при ѣздѣ по низу это будетъ приходящійся на узелъ вѣсъ фермы и проѣзжей части если разсматривается вліяніе собственнаго вѣса, или нагрузка узла подвижнымъ грузомъ, если разсматривается вліяніе подвижной нагрузки).



$$\pm U_3 \sin \gamma_3 \mp V_3 \mp U_4 \sin \gamma_4 - P_3 = 0 \quad \ldots\ldots (8)$$

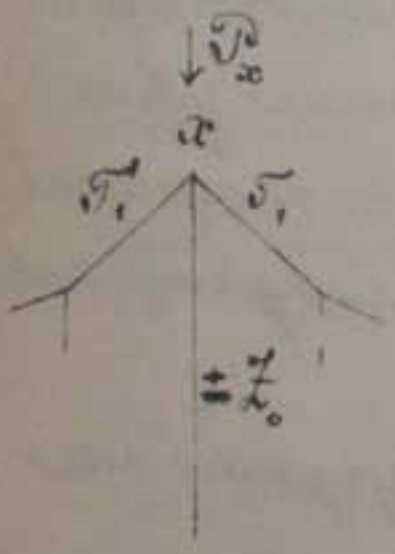
Если оба пояса вытянуты, то при имѣемъ очертаніе фермы:



$$- U_3 \sin \gamma_3 \pm V_3 + U_4 \sin \gamma_4 - P_3 = 0$$

Если, напримѣръ, V_2 получится отрицательнымъ, т.е. направленнымъ внизъ, слѣдовательно стойка сжата и т.д.

Усиліе <u>въ опорной стойкѣ</u> чрезъ которую перекинута цѣпь, найдется изъ уравненія:



$$-T_1 \sin \tau_1 - T_1' \sin \tau_1' - P_x \pm Z_0 = 0 \quad \ldots\ldots (9)$$

если T_1 и T_1', τ_1 и τ_1' усилія въ слѣдующихъ звеньяхъ цѣпи и цѣпи, составляемые ими

съ горизонталь; P_x - нагрузка непосредственно приложенная къ вершинѣ стойки. Такъ какъ T_1 и T_2 выпячивающія усилія, слѣдовательно вертикальная составляющая направлена внизъ какъ и P_x-то, очевидно Z_0 - величина положительная или направленна вверхъ, т. е. стойка сжата.

Имѣя эти формулы легко найти усилія. Разсчетъ усилій удобнее дѣлать отдѣльно для постоянной и подвижной нагрузокъ, такъ какъ прямо выясняется наиболѣе невыгодное положеніе нагрузки.

При опредѣленіи усилій отъ постоянной нагрузки нужно, очевидно, всѣ узлы загрузить приходящимися на нихъ грузами, причемъ на конечный узелъ (6), кромѣ собственнаго вѣса узла фермы, будетъ еще дѣйствовать половина собственнаго вѣса средней свободной фермы.

Для опредѣленія наиболѣе невыгоднаго положенія подвижной нагрузки удобнѣе прибѣгнуть къ пріему послѣдовательной загрузки каждаго узла грузомъ, равнымъ напримѣръ 1, 10, 100 и т. д. и для каждаго такого положенія опредѣлить усилія во всѣхъ элементахъ фермы. Затѣмъ, замѣняя грузъ - единицу - дѣйствительной нагрузкой даннаго узла отъ подвижной нагрузки и суммируя однозначныя усилія, прямо получаются усилія отъ наиболѣе невыгоднаго положенія подвижной нагрузки.

При этомъ для фермы указаннаго очертанія обнаруживается слѣдующій законъ невыгоднаго расположенія подвижной нагрузки.

1.) Элементы цѣпи, подвѣски, верхній поясъ и первый раскосъ $(0, \overline{I})$ или $N_{\overline{I}}$ - всего болѣе напряжены при

полной загрузкъ консоли и свободной фермы — подвижнымъ грузомъ.

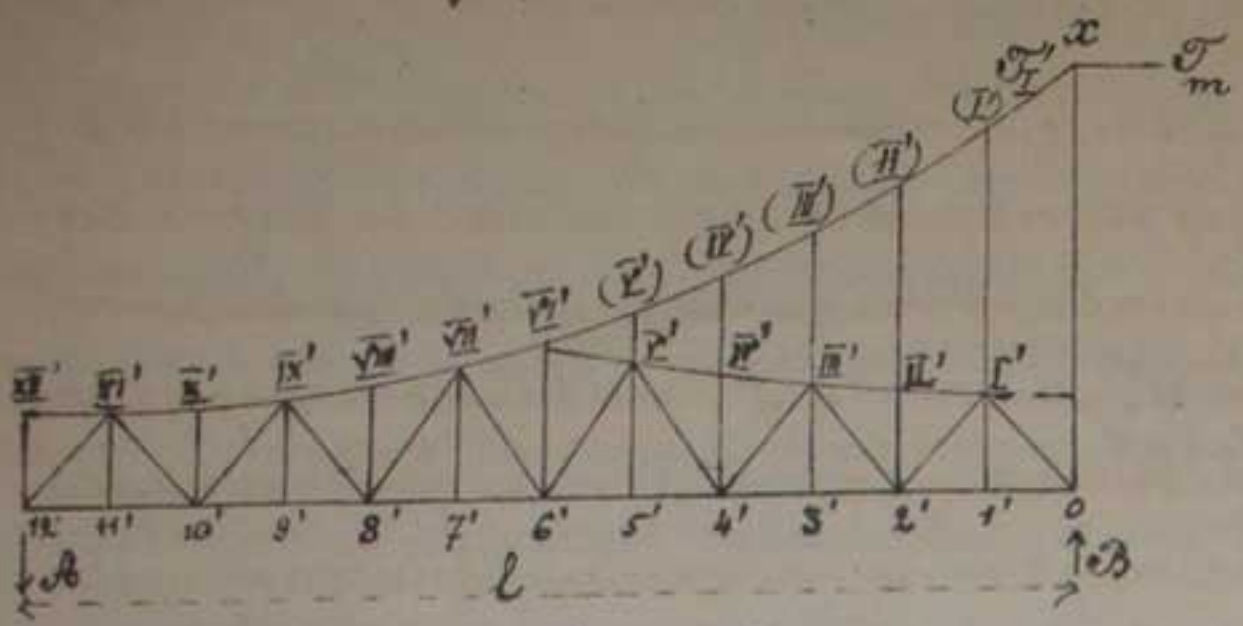
2.) Раскосъ (V, 6) или N_6 и панели нижняго пояса (4, 6) т.е. U_5 и U_6 — наибольше напряжены при наибольшей загрузкъ узла 6; нагрузка остальныхъ узловъ не вліяетъ.

3.) Раскосы между узлами 1 и 5 наибольше напряжены на сжатіе или вытягиваніе при загрузкъ правой части пролета, начиная отъ сѣченія, совпадающаго съ началомъ раскоса, включая и загрузку средней фермы, или при загрузкъ лѣвой части пролета до начала разсматриваемаго раскоса.

4.) Панели нижняго пояса между узлами (0 и 4) При загрузкъ лѣвой части пролета - растянуты всѣ вправо лежащія отъ послѣдняго загруженнаго узла панели, а также прилегающая первая панель влѣво до слѣдующаго главнаго узла фермы (гдѣ сходятся раскосы). При загрузкъ правой части пролета - сжаты всѣ панели влѣво лежащія отъ послѣдняго загруженнаго узла, за исключеніемъ прилегающей лѣвой панели до слѣдующаго главнаго узла. Такимъ образомъ, для наибольшаго напряженія на вытягиваніе панели (0–2) необходимо загрузить узлы (0)–(2);
" " (2–4) " " " " " (0)–(4).
Для наибольшаго напряженія на сжатіе панели (0, 2) необходимо загрузить отъ узла 6 до 3;
" " (2, 4) " " " " " (6 до 5);
" " (4, 6) " " " " " (6 до 6).

III.) Крайній пролетъ. Если нагрузка расположена только на этомъ пролетѣ, то она, очевидно, не вызываетъ никакого усилія въ узлахъ и въ подвѣскѣ и береговой пролетъ разсчитывается какъ обыкновен-

ная балка на двухъ опорахъ. Если же нагрузка расположена гдѣ-ли бо на среднемъ пролетѣ, то, благодаря цѣпямъ, нагрузка эта вызываетъ усилія какъ въ эле-



ментахъ фермы берегового пролета, такъ и въ цѣпи и въ подвѣскахъ того же пролета.

Какъ уже сказано выше, вліяніе постоянной и подвижной нагрузки, расположенной на береговомъ пролетѣ – на элементы фермы этого пролета, опредѣляется общеизвѣстнымъ способомъ.

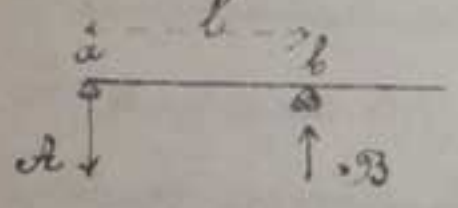
Къ найденнымъ такимъ образомъ усиліямъ придется прибавить усилія, вызванныя постоянной и подвижной нагрузкой на среднемъ пролетѣ, причемъ подвижная нагрузка должна быть такъ расположена, чтобы получилось наибольшее усиліе опредѣленнаго знака, что, очевидно, будетъ соотвѣтствовать полной загрузкѣ средняго пролета подвижнымъ грузомъ.

Искомыя усилія въ элементахъ берегового пролета удобнѣе выразить, какъ и въ предъидущемъ случаѣ, въ функціи моментовъ внѣшнихъ силъ. Вліяніе какой бы то ни было нагрузки на среднемъ пролетѣ вызоветъ отрицательное сопротивленіе лѣвой опоры и вертикальное сопротивленіе опоры на бокъ. Моменты внѣшнихъ силъ въ береговомъ пролетѣ, вызванные нагрузкой на среднемъ пролетѣ, выразятся, очевидно, моментомъ только сопротивленія опоры, лѣвой A или правой B, смотря по тому, разсматриваемъ ли мы

левую или правую отсъченную часть.
Элементы фермы между левой опорой и узлом 1', т.е. прикрытыми узлом, т.е. в данном случае между 1' и 6' узлами - найдутся прямо в зависимости от этого момента. Для определения все усилий в элементах фермы между узлами 6' и 0 необходимо, кроме того, знать предварительно усилия в элементах пояса, так как вертикальное сечение встретит четыре ребра. Благодаря тому, что верхний пояс прерывается на узле 1', легко найти усилие в поясе, составивши моменты относительно узла 0. Так например, если этот момент: $M_0 = -A.l$, то усилие в первом элементе пояса (рассматривая левую отсъченную часть):

$-A.l + T_1'.H_0 \cos\tau_1' = 0$, откуда найдется:

$T_1' \cos\tau_1' = T_m'$, а затем, благодаря постоянству T_m', найдутся усилия и в остальных элементах пояса. Зная величины T', легко найти, согласно предыдущему, усилия в элементах фермы между узлами 6' и 0 в функции момента сопротивления опоры A или B.



Если момент нагрузки, помещенной где либо на среднем пролете относительно опоры 6', $+M_{6'}$, относительно опоры a, $+M_a$, то $A = -\frac{M_{6'}}{l}$, $B = \frac{M_a}{l}$.
Удобнее найти предварительно усилия в элементах фермы берегового пролета в зависимости от сопротивления опоры A, равного например 1 или 100 и т.д. и затем найденные усилия умножить на отношение действительного сопротивления опоры A — от влияния постоянной или под-

вижной нагрузки на средній пролетъ – къ этому условному опорному сопротивленію.

При повѣркѣ устойчивости надо предвидѣть и тотъ случай, когда средній пролетъ загруженъ цѣликомъ подвижнымъ грузомъ, а на береговыхъ пролетахъ не только нѣтъ подвижной нагрузки, но снята и полотно проѣзжей части. Если получится отрицательное сопротивленіе опоры, слѣдуетъ примѣнить соотвѣтственныя приспособленія во избѣжаніе отрицательнаго сопротивленія, загрузивъ чугуномъ или камнемъ конецъ береговой фермы непосредственно надъ опорой. Такимъ образомъ порядокъ расчета усилій въ частяхъ разсматриваемой фермы слѣдующій:

I.) Свободная ферма средняго пролета

Разсчитывается какъ балка на двухъ опорахъ.

II.) Консоль.

Опредѣляются предварительно усилія въ узлахъ, а затѣмъ въ составныхъ частяхъ фермы, разсматривая для удобства отдѣльно вліяніе постоянной нагрузки и подвижной нагрузки. Для опредѣленія вліянія послѣдней нагрузки, загружаютъ послѣдовательно каждый изъ узловъ консоли грузомъ, равнымъ единицѣ и затѣмъ суммируютъ одноименныя усилія, умноживъ на соотвѣтственные коэфиціенты, въ зависимости отъ дѣйствительной нагрузки узловъ.

III.) Ферма берегового пролета.

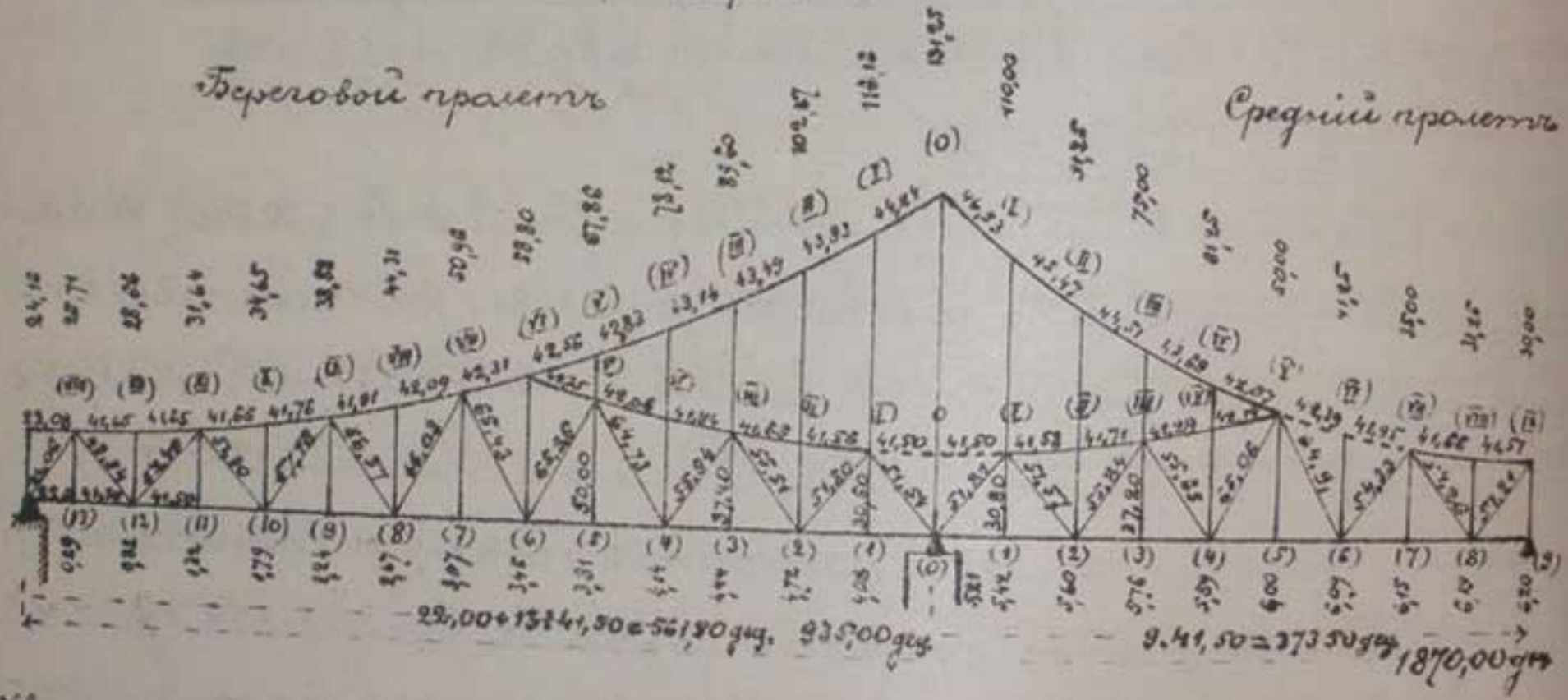
Усилія отъ нагрузки, помѣщенной на береговомъ пролетѣ – опредѣляются какъ въ балкѣ на двухъ опорахъ, имѣя въ виду, что эта нагрузка не вліяетъ на на-

тяженіе цѣпи. Затѣмъ опредѣляютъ усилія во всѣхъ частяхъ фермы и въ цѣпи отъ отрицательнаго сопротивленія лѣвой опоры, принимаемаго за единицу. Найденныя усилія умножаютъ на коэфиціентъ, выражающій отношеніе отрицательнаго значенія сопротивленія лѣвой опоры (при загрузкѣ средняго пролета сплошь постоянными или подвижными грузомъ) къ условному, принятому равнымъ единицѣ и въ заключеніе выбираютъ наибольшія усилія при наиболѣе невыгодныхъ комбинаціяхъ.

Само собою разумѣется, что нѣкоторые элементы фермы будутъ въ условіяхъ сжато-вытянутыхъ частей.

Въ нижеслѣдующемъ приведены главные результаты расчета пролетныхъ частей подобнаго моста чрезъ р. Некаръ въ Манхеймѣ.

Черт. 1.



На чертежѣ 1 приведены основныя данныя въ дец. Ординаты нижняго пояса опредѣлены по формулѣ:

$$u = 6{,}20 - 0{,}0709\left(\frac{x}{100}\right)^2,$$

гдѣ x - разстояніе въ дециметрахъ, отсчитываемое отъ середины пролета. Средній пролетъ состоитъ изъ 18 панелей по $41{,}50^{дец.}$ каждая, а каждый изъ береговыхъ пролетовъ по 13 панелей по $41{,}50^{дец.}$ и одна полупанель въ $22^{дец.}$

Высота фермы по серединѣ средняго пролета $30^{дм.}$

Высота верхняго пояса, отсчитываемая отъ уровня нижняго пояса, опредѣляется для берегового пролета по формулѣ:

$$h_x = 29,22 + 0,60375\,(13 - x)^2,$$

а для средняго пролета:

$$h_x = 30,00 + (9 - x)^2 \cdot 1,25,$$

гдѣ x - разстояніе въ дес. отъ оси быка.

Первая формула примѣнена лишь до узла XI, а дальше до XIV узла поясъ очерченъ по прямой линіи. Ординаты средняго пояса въ береговомъ и среднемъ пролетахъ опредѣлены по формулѣ:

$$h'_x = 30,00 + 0,800 \cdot x^2.$$

Ширина моста между осями фермъ $11,5^{дес.}$, консоли тротуаровъ по $2,5^{дес.}$; итого $20^{дес.}$. Проѣзжая часть состоитъ изъ каменной мостовой на металлической настилкѣ. Нагрузка на кв. дес:

Вѣсъ мостовой высоты $1,2^{дес.}$ по $2,5\frac{кил}{дес}$ — $3,0\frac{кил}{дес^2}$
" " слоя бетона, песку высотою $(0,8+0,7)^{дес.}$ по $1,8\frac{кил}{дес}$ — $2,7\frac{кил}{дес^2}$
" " металлическаго настила . . . $0,7\frac{кил}{дес}$ — $0,7\frac{кил}{дес^2}$
} $6,4\frac{кил}{дес^2}$

При опредѣленіи поперечныхъ размѣровъ проѣзжей части давленіе колеса принято въ $5^{т.}$; вѣсъ снѣга въ $1\frac{кил}{дес^2}$.

Для <u>средней фермы</u> средняго пролета приняты слѣдующія нагрузки на пог. десят.

Главная ферма . . . . . $85\frac{кил}{дес}$
ребро мостоваго полотна и связи . 165 .
полотно моста 440
} . 250
} . $690\frac{кил}{дес}$

подвижная нагрузка . . . . . $408\frac{кил}{дес.}$

Вѣсъ главныхъ фермъ $85\frac{кил}{дес.}$ распредѣляется такъ: на нижній поясъ: $35^{кил.}$, на верхній поясъ $50^{кил.}$ Полная нагрузка узла: $0,690^{т.} \times 41,5 = 28,6^{т.}$ Нагрузка узла подвижнымъ грузомъ: $0,408 \times 41,5 = 16,9^{т.}$

[Замѣтимъ, что въ окончательномъ результатѣ вліяніе усилія отъ подвижной нагрузки увеличены въ $1\frac{1}{2}$ раза, въ виду допущеннаго высокаго коэфиціента напряженія и какъ это всегда принято въ Баваріи.]

Для консоли:

Главная ферма	$85 \frac{\text{кил}}{\text{дец}}$
Цугъ (на длину $207,5^{\text{дец}}$)	$60^{\text{"}}$
Ребра мостового полотна	165.
Полотно моста	440.
Подвижная нагрузка	408.

Такимъ образомъ полная нагрузка постоянной нагрузкой узловъ отъ (1)—(4):

$(0,085+0,060+0,165)^{\text{m}} 41,5 + 0,440 \times 41,5 = 12,9^{\text{m.}} + 18,3^{\text{m.}} = 31,2^{\text{m.}}$

узла (5):

$(0,085+0,030+0,165)\,41,5 + 0,440 \times 41,5 = 11,6 + 18,3 = 29,9$

узла (6): — $3\frac{1}{2}$ панели по $28,6^{\text{m}} =$ $= 100,2.$

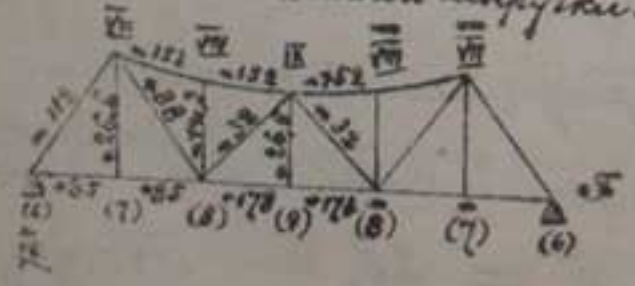
Для берегового пролета:

Главная ферма	$210 \frac{\text{кил}}{\text{дец.}}$
Цугъ (на длину $249^{\text{дец}}$)	60 "
Ребра полотна	170 "
Полотно моста	440.
Подвижная нагрузка	408.

Усилія въ частяхъ средней фермы средняго пролета отъ постоянной и подвижной нагрузки вычислены на черт. (2) и черт. (3), причемъ отъ подвижной нагрузки они увеличены въ $1\frac{1}{2}$ раза.

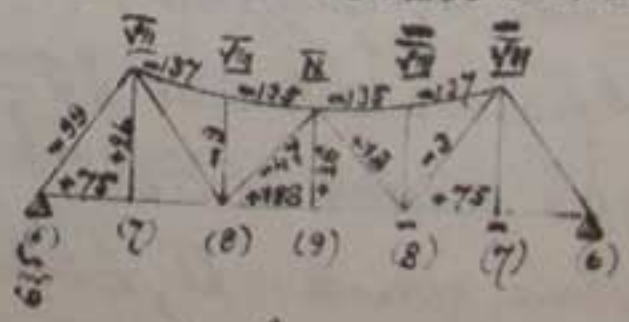
Черт. 2.

Усилія отъ постоянной нагрузки. в тон.



Черт. 3.

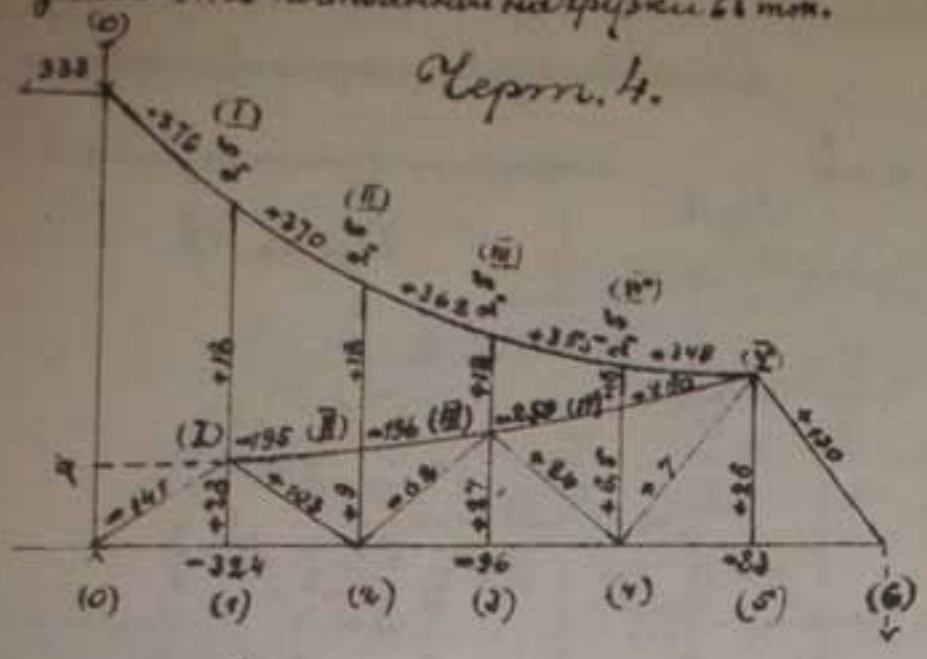
Усилія отъ подвижной нагрузки в тон.



На черт. (4) изображены усилія въ консоли отъ посто-

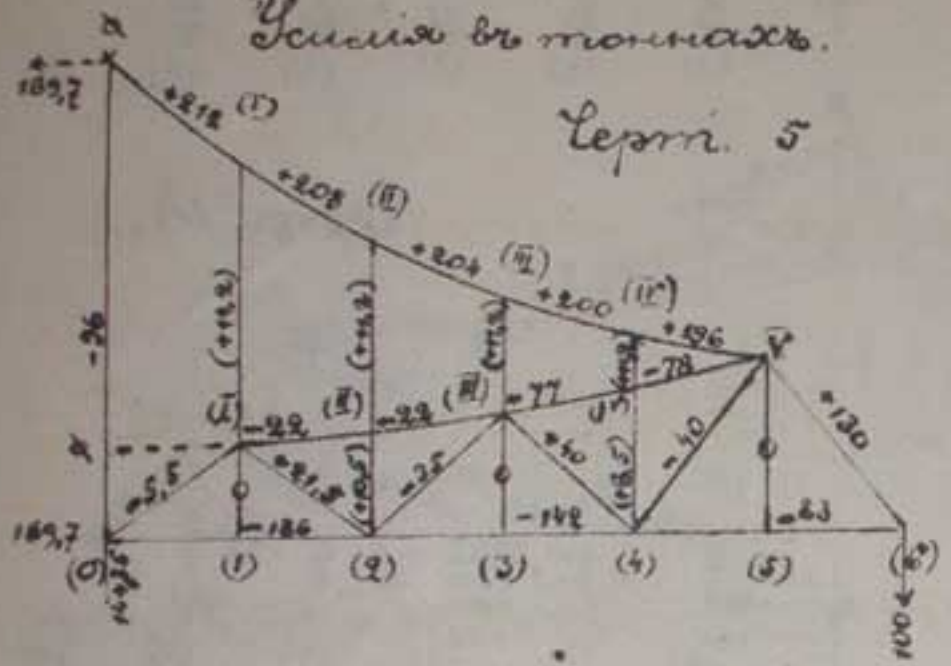
Усилія отъ постоянной нагрузки въ тон.

Черт. 4.

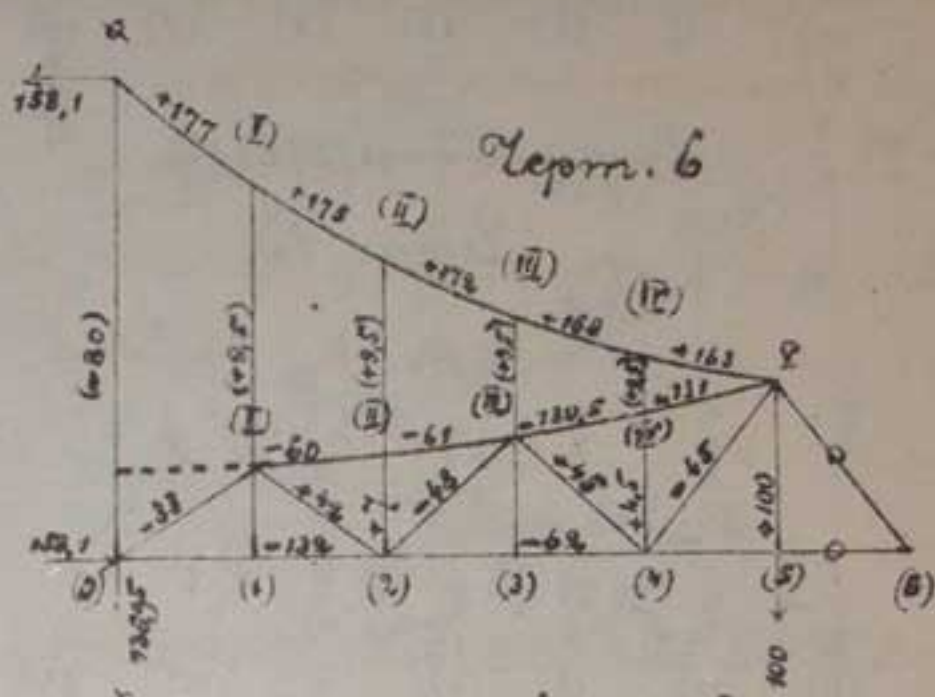


Усилія въ тоннахъ.

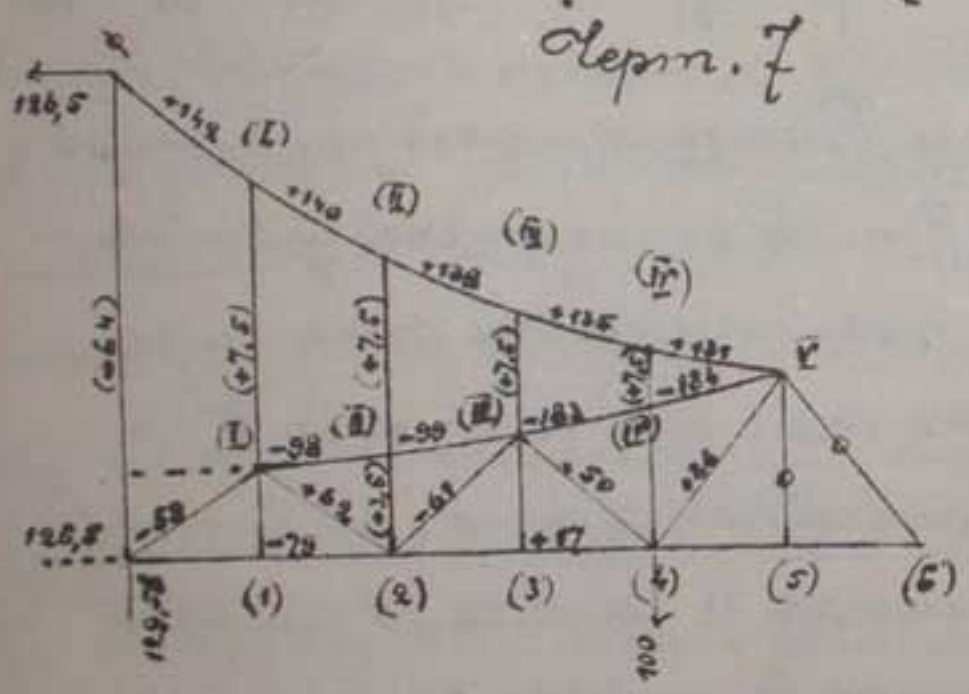
Черт. 5



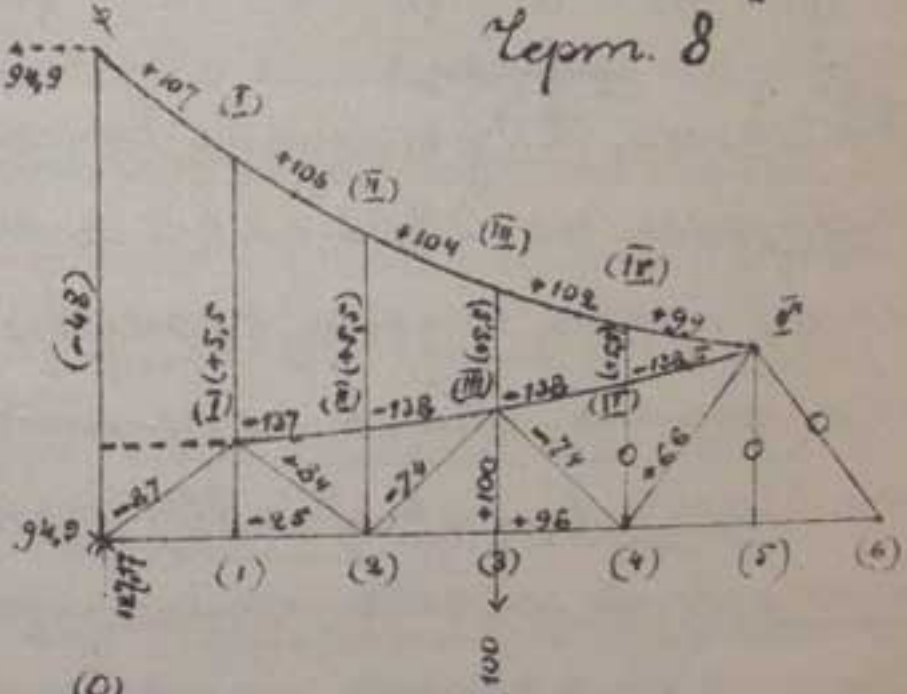
Черт. 6



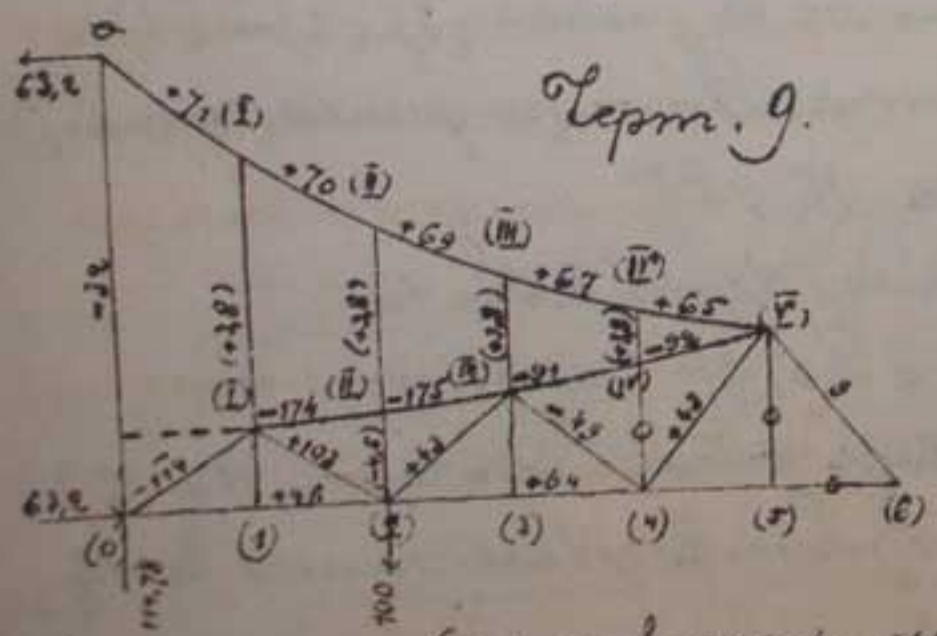
Черт. 7



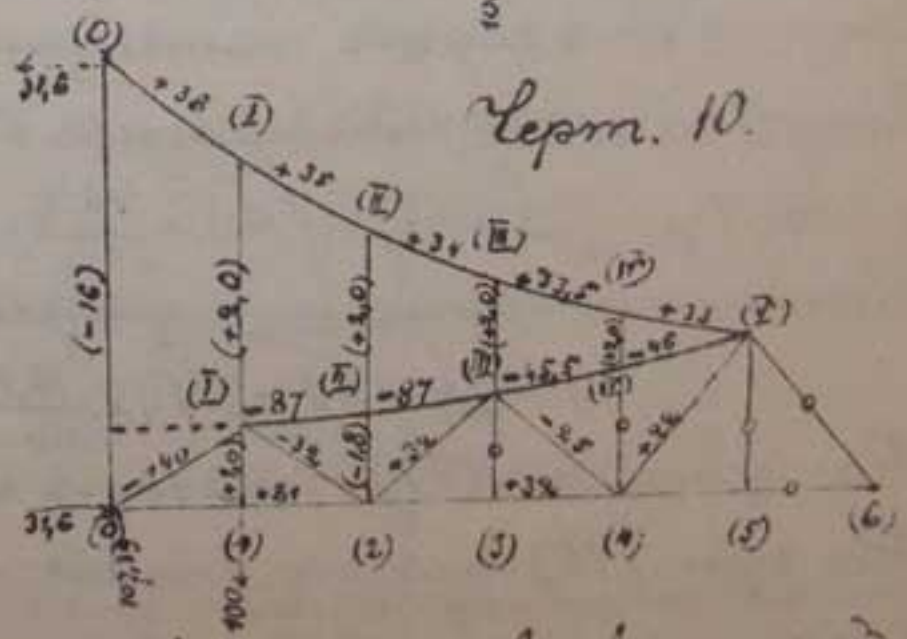
Черт. 8



Черт. 9.



Черт. 10.



янной нагрузки.

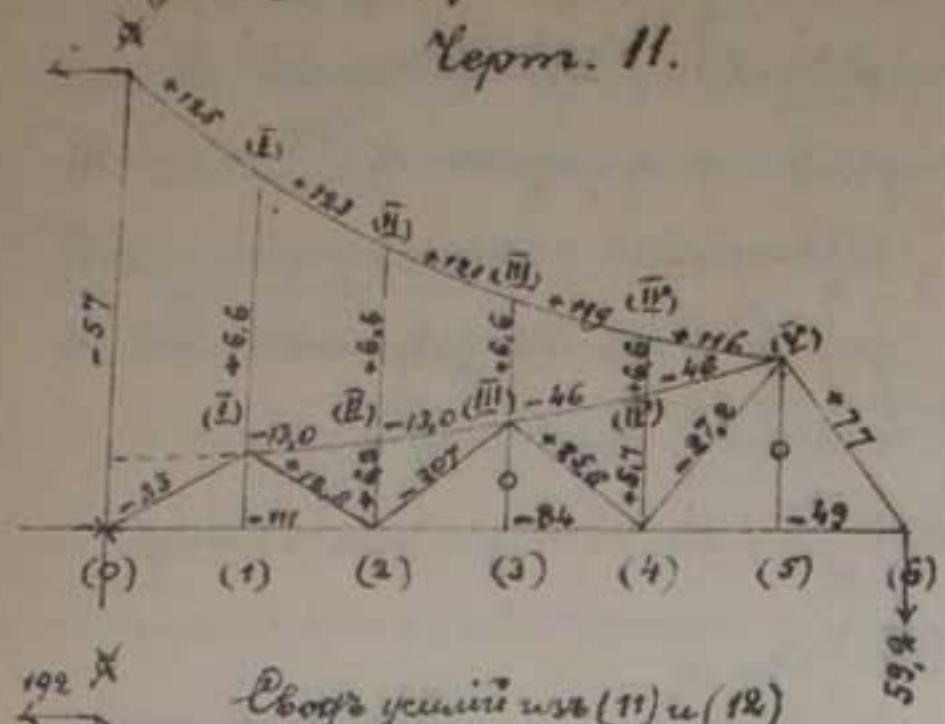
На чертежахъ (5), (6), (7), (8), (9) и (10) - выписаны усилія отъ груза 100^m, полученнаго послѣдовательно во всѣхъ узлахъ консоли.

На чертежѣ (11) показаны усилія въ консоли, возникающія отъ бѣгущей нагрузки, помѣщенной въ узлѣ (6), а именно на-

грузкой: $3,5 \times 0,408 \times 41,5 = 59,2^{m}$

Узелъ (6) нагруженъ $59,2^{m}$

Черт. 11.

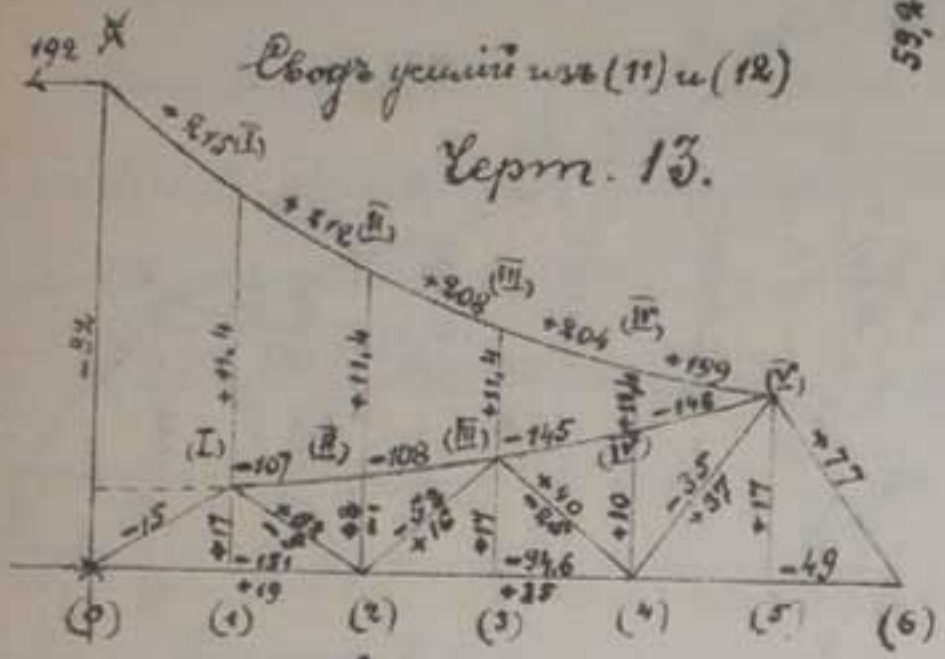


Остальные узлы нагружены соответственно наибольшимъ усиліемъ.

Черт. 12.

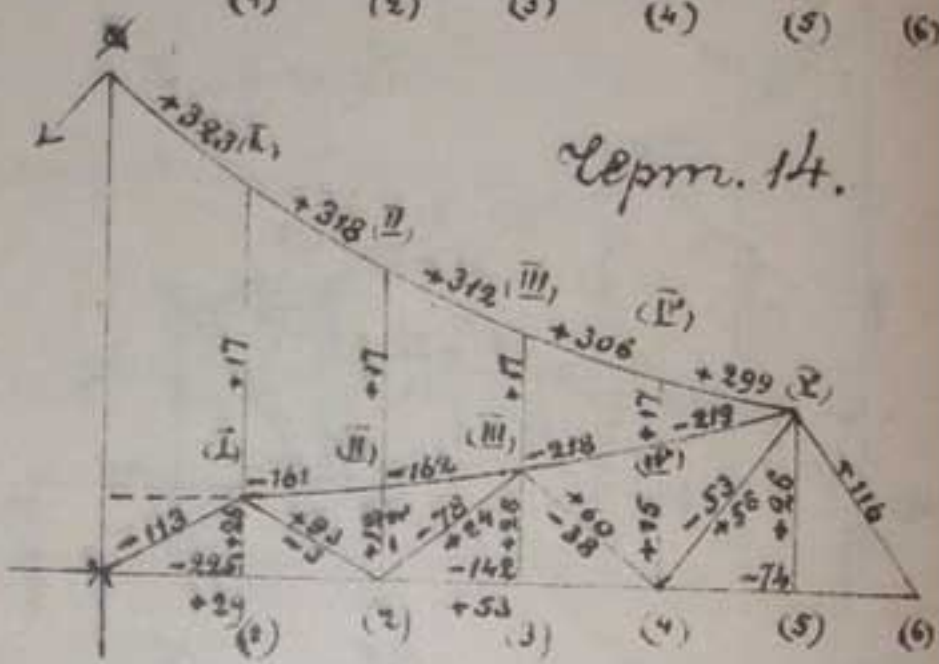
Сводъ усилій изъ (11) и (12)

Черт. 13.



Сводъ усилій изъ (11) и (12)

Черт. 14.



На черт (12) усилія въ консоли, отъ расположенія подвижной нагрузки, по $0,408 \times 41,5 = 16,9$ т. въ остальныхъ узлахъ (1–5) такъ, чтобы каждый разъ получалось max. или min. усилія. Такъ напримѣръ, если взять раскосъ III – 4 то (черт. 6, 7, 8, 9 и 10) показываютъ, что онъ вытягивается отъ грузовъ, помѣщенныхъ въ узлахъ (5) и (4) и сжатъ отъ грузовъ, помѣщенныхъ въ узлахъ (3), (2) и (1). Слѣдовательно наибольшее вытягивающее усиліе (черт. 6–7):

$$(+45 + 50) \times \frac{16,9}{100} = 16,05^{m.}$$

Наибольшее сжимающее усиліе (черт. 8, 9 и 10)

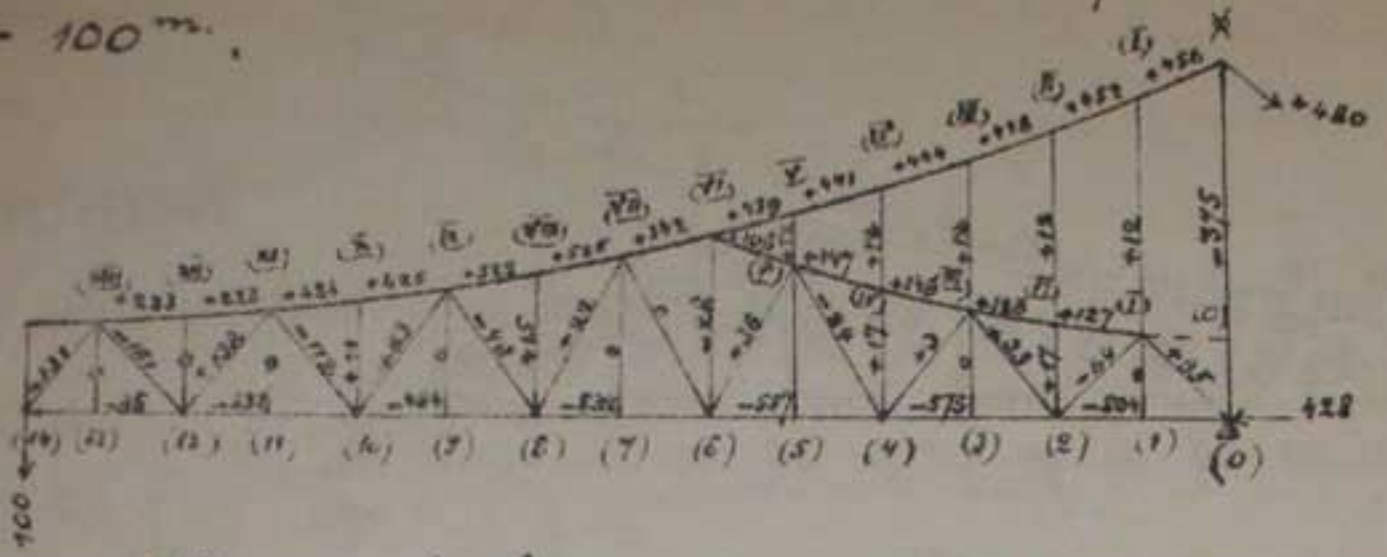
$$(-74 - 49 - 25) \times \frac{16,9}{100} = 25,01^{m.} \text{ и т. д.}$$

На чертежѣ (13) показанъ сводъ усилій изъ черт. (11 и 12)

На черт. (14) – тѣ же усилія, но только увеличенныя въ $1\frac{1}{2}$ раза.

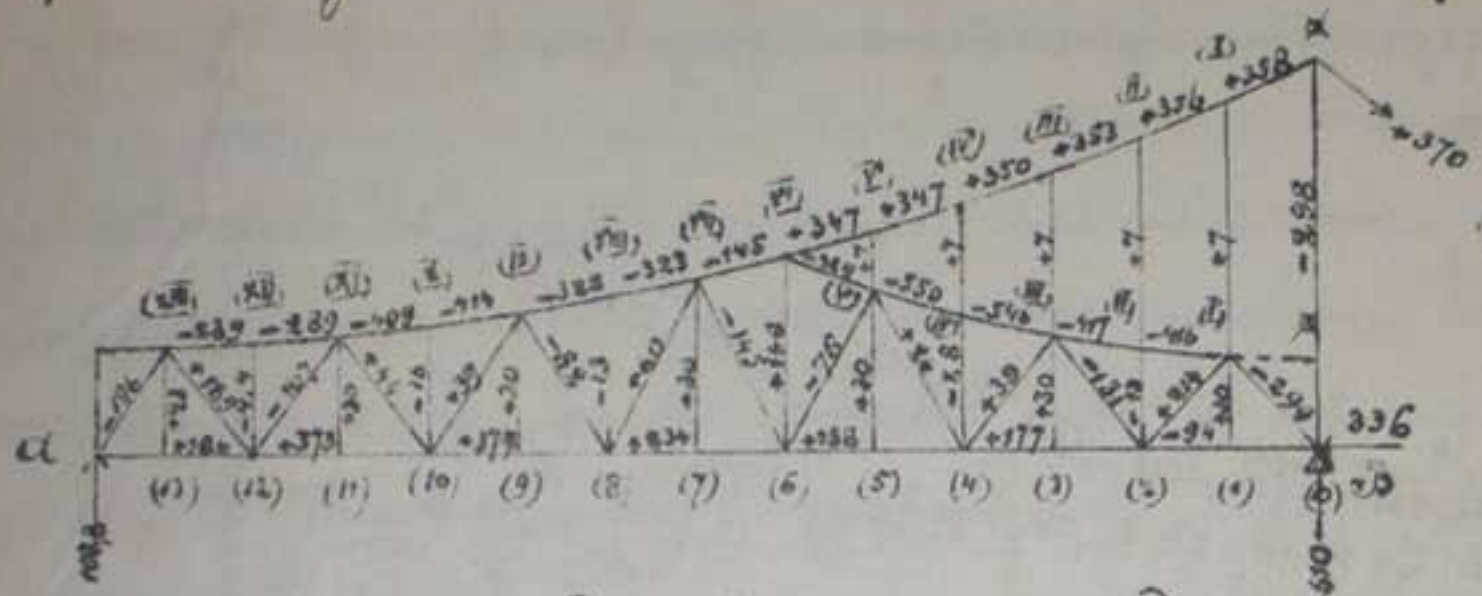
На черт. (15) выписаны усилія въ элементахъ верхн

2го пролета отъ отрицательнаго сопротивленія опоры $A = -100^{m}$.



Черт. 15.

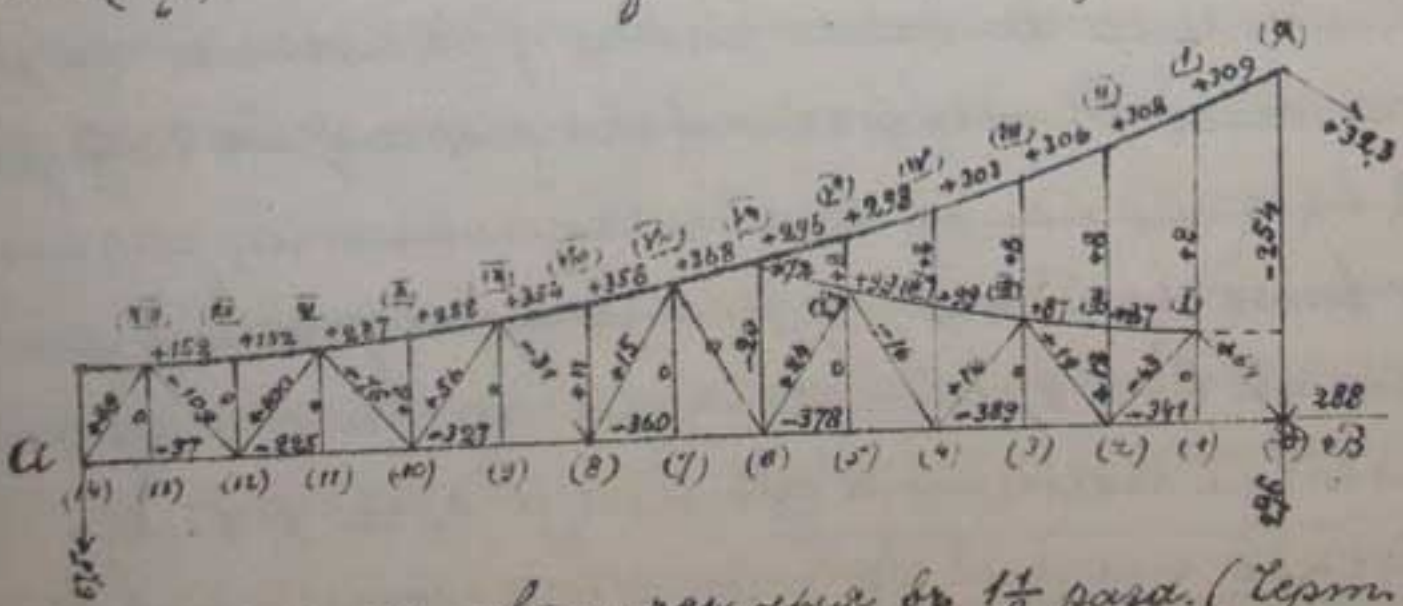
На черт. (16) усилія въ элементахъ того же пролета



Черт. 16.

отъ совмѣстнаго дѣйствія постоянной нагрузки на береговомъ и среднемъ пролетахъ. Такъ какъ постоянная нагрузка на средній пролетъ вызываетъ отрицательное сопротивленіе опоры $A = -78,5^{m}$, то для полученія усилій отъ этой нагрузки слѣдуетъ взять усилія изъ (черт. 15) и умножить на отношеніе $\frac{78,5}{100}$ и затѣмъ прибавить усилія отъ постоянной нагрузки на береговомъ пролетѣ.

На черт. (17.)- показаны усилія отъ подвижной нагрузки на

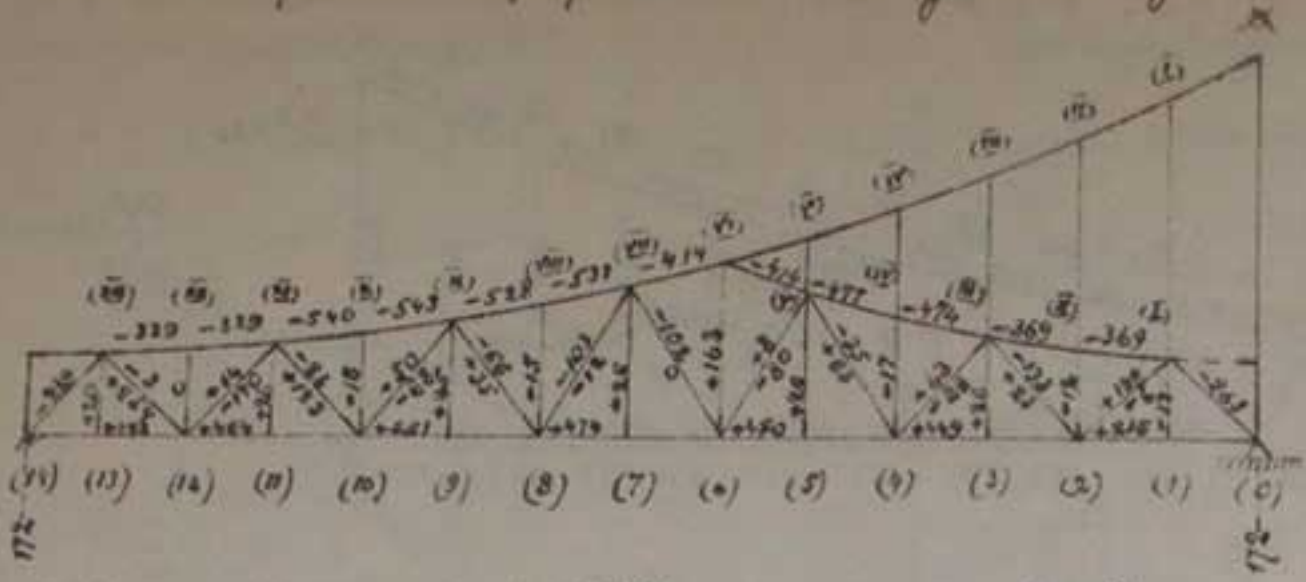


Черт. 17.

средній пролетъ, увеличенныя въ $1\frac{1}{2}$ раза. (Черт. составленъ на основаніи черт. 15).

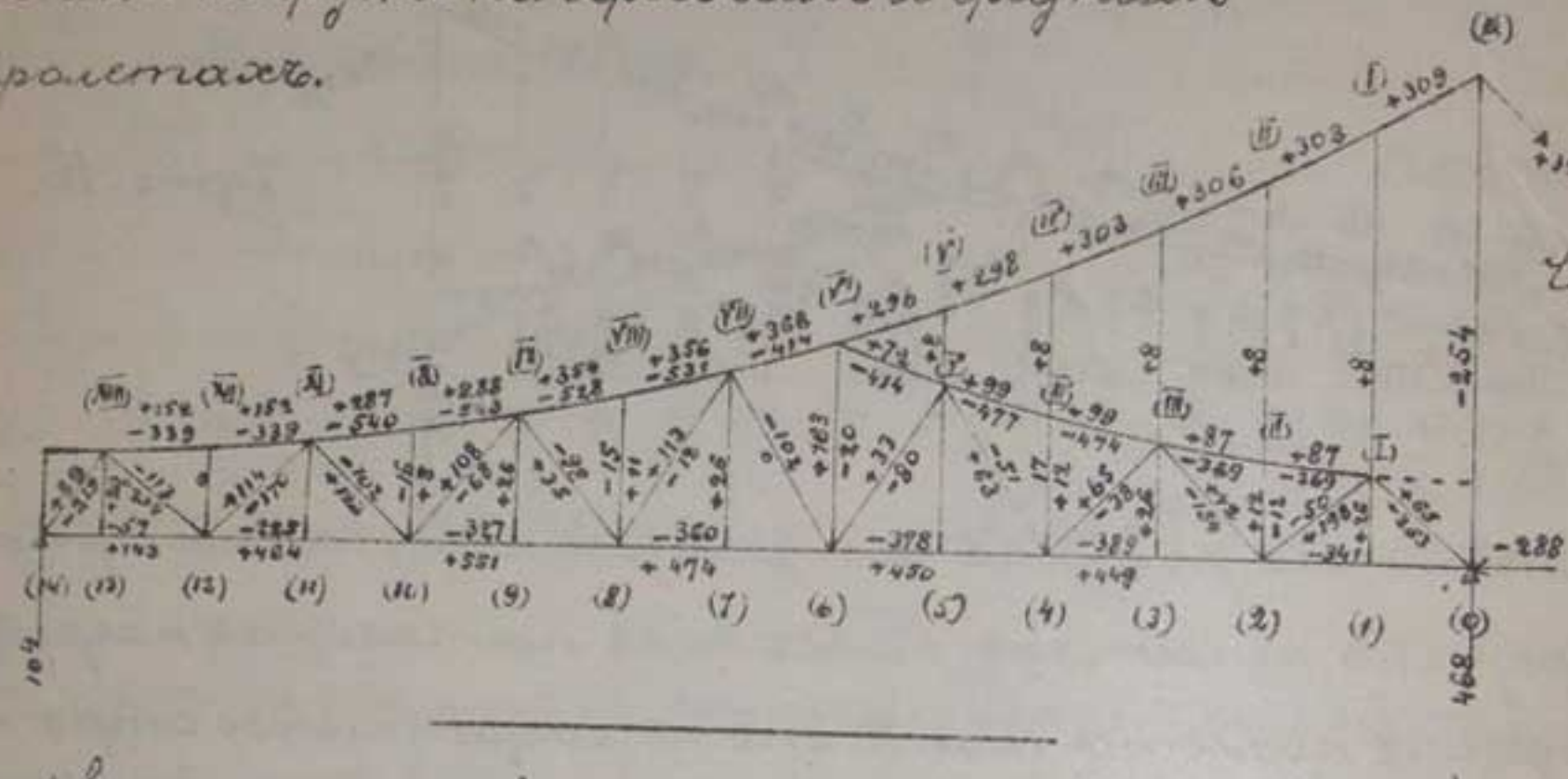
На черт (18) изображены усилія отъ подвижной нагрузки

на береговой пролетъ, причемъ всѣ усилія увеличены въ $1\frac{1}{2}$ раза



Черт. 18

Наконецъ на чертежѣ (19) помѣщены свои усилія отъ подвижной нагрузки на береговой и среднемъ пролетахъ.



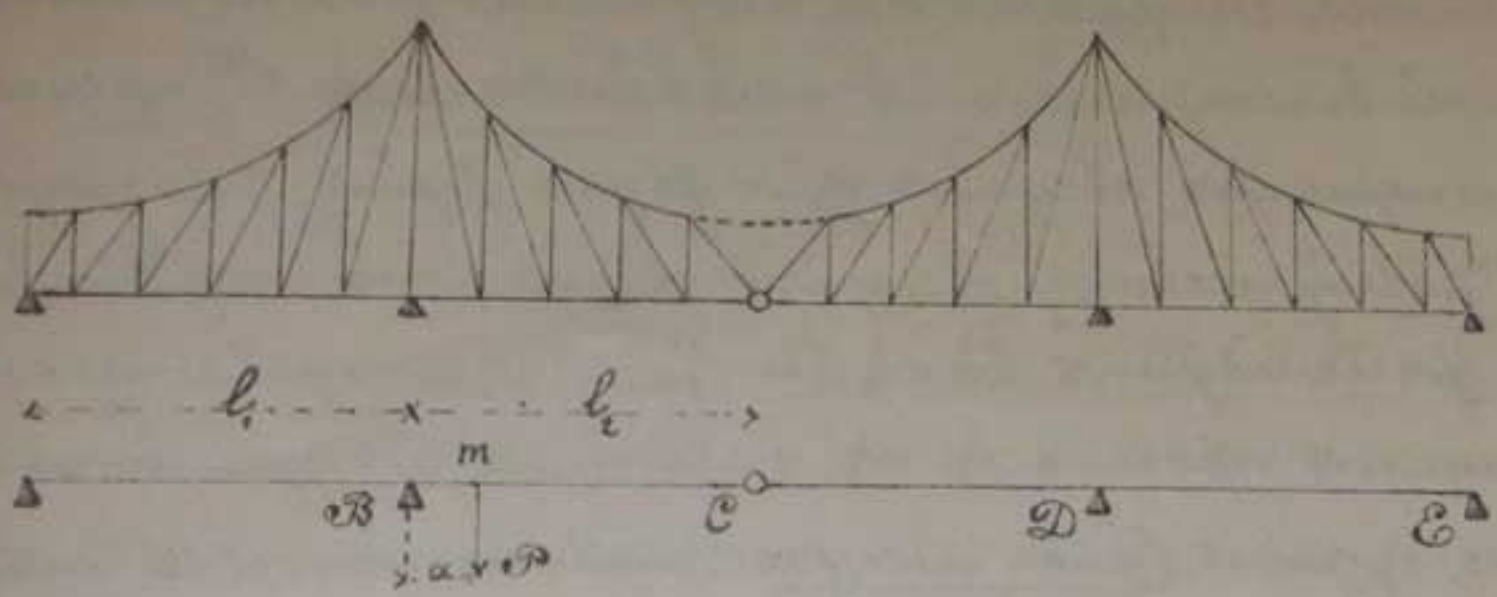
Черт. 19.

Что касается предварительнаго опредѣленія собственнаго вѣса, можно пользоваться тѣми же формулами, которыя даны для фермъ Гербера.

По имѣющимся проектнымъ даннымъ (Инж. Брайкевича) оказалось, что если крайній пролетъ составляетъ $\frac{5}{6}$ отъ средняго и длина консоли равна $\frac{1}{3}$ величины средняго пролета, то если Р вычисленной по формулѣ Шведлера собственный вѣсъ на пог. ед. крайняго пролета, разсматриваемаго какъ крайній пролетъ неразрѣзной фермы, дѣйствительный вѣсъ крайняго пролета на пог. ед $p_1 = 0{,}6\,p$, а вѣсъ консоли на погонную сажень: $p_2 = 0{,}5\,p$.

Опредѣленіе усилій въ трехпролетной фермѣ, представляющей собою двѣ симметричныя балки на двухъ опорахъ со свѣшивающимися встр.

<u>ными консолями, соединенными шарниромъ</u> *)



Черт. 1.

Ферма эта статически неопредѣлимая въ отношеніи опорныхъ сопротивленій. Въ числѣ различныхъ пріемовъ опредѣленія опорныхъ сопротивленій можно, между прочимъ, примѣнить способъ, основанный на свойствѣ этихъ фермъ, состоящемъ въ томъ, что грузъ, помѣщенный гдѣ-либо на пролетѣ вызываетъ въ шарнирѣ прогибъ <u>вдвое</u> меньше сравнительно съ тѣмъ, если бы консоль была совершенно свободна. [Отсюда слѣдуетъ между прочимъ что при полной или, вообще, симметричной загрузкѣ пролетовъ, концы консолей прогибаются на столько же, какъ и въ случаѣ отсутствія шарнира.] Вышеупомянутое свойство фермы можетъ быть доказано различными путями.

Инженеръ Константиновъ доказываетъ это свойство на основаніи извѣстной теоремы о взаимности перемѣщеній точекъ упругаго бруса. На основаніи этой

---

*) Въ числѣ конкурсныхъ проектовъ Троицкаго моста, фирмою Эйфель былъ представленъ проектъ трехпролетнаго моста чрезъ Неву съ фермами разсматриваемаго типа.

По тому же типу, но только обратнаго вида - съ верхними горизонтальными поясами - построенъ фирмою Кайль пѣшеходный мостъ въ Рабат.

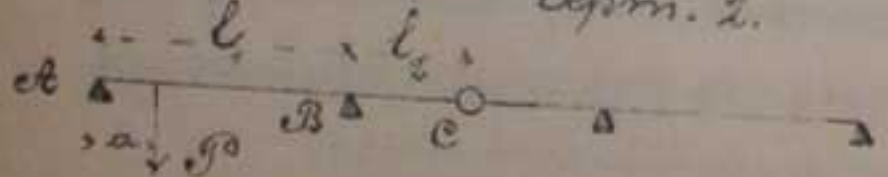
теоремы, прогибъ въ шарнирѣ C отъ силы P, приложенной гдѣ либо въ точкѣ m, равенъ прогибу точки m отъ силы P, приложенной въ шарнирѣ. А такъ какъ сила P, приложенная въ шарнирѣ, общемъ для двухъ фермъ, распредѣляется по ровну между обѣими фермами, т.е. на каждую фермy дѣйствуетъ какъ бы $\frac{P}{2}$, то слѣдовательно въ данной фермѣ прогибъ въ m отъ силы P, приложенной въ шарнирѣ, будетъ вдвое меньше сравнительно съ тѣмъ, если бы не было шарнира. Поэтому обратно. прогибъ въ C отъ дѣйствія силы P на точку m будетъ вдвое меньше сравнительно съ тѣмъ, если бы не было шарнира. Инженеромъ Константиновымъ, а также инженеромъ Соловьевымъ предложены и другія доказательства этого положенія.

Такъ какъ вышеприведенное разсужденіе основано на теоремѣ Maxwell'я, справедливой и для балки переменнаго сѣченія, то выведенное свойство фермы остается справедливымъ и для фермъ переменной высоты.

Установивъ это положеніе, значеніе опорныхъ сопротивленій опредѣляется такимъ образомъ.

Такъ какъ лѣвая или правая половина опирается въ C какъ на опору, способную оказать положительное и отрицательное сопротивленіе, то часть фермы ABC или CDE можно разсматривать какъ

Черт. 2.



трехпролетную балку, причемъ одна изъ опоръ упругая. Если бы опора C была неподвижна, то мы имѣли бы обыкновенную трехпролетную балку съ опорами на одномъ уровнѣ, причемъ для указаннаго на черт. (2) положенія

нагрузки при балкѣ постояннаго сѣченія [См. Т. III стран. 384 исправленныя формулы]:

$$A_1 = P\left(1 - \frac{3al_1^2 + 2al_1l_2 - a^3}{2(l_1+l_2)l_1^2}\right)$$

$$B_1 = \frac{Pa(l_1^2 + 2l_1l_2 - a^2)}{2l_2l_1^2}$$

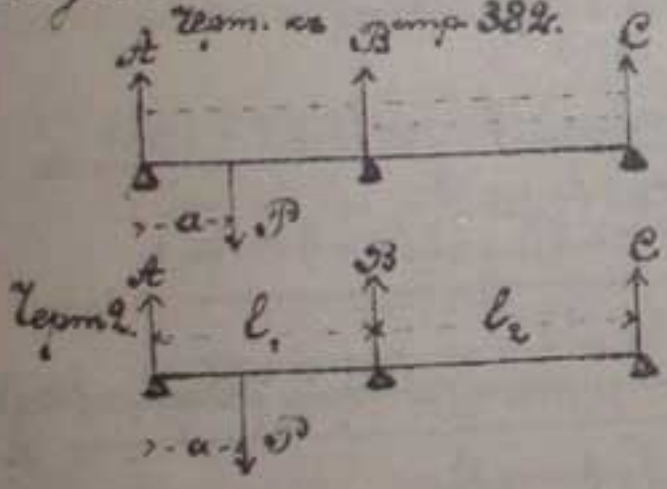
$$C_1 = -\frac{Pa(l_1^2 - a^2)}{2l_1l^2(l_1+l_2)} \quad *)$$

Если бы шарнира не было, то конецъ консали прогнулся бы на извѣстную величину. Желая перейти отъ этого условія къ предыдущему, нужно, очевидно, въ концѣ консоли приложить усиліе равное и прямо противоположное C. Если же отъ случая съ неподвижной консолью желаемъ перейти къ случаю съ шарнирамъ, гдѣ прогибъ не нуль, а только вдвое меньшій, то въ концѣ консоли слѣдуетъ приложить не полное усиліе C_1, а вдвое меньшее

Слѣдовательно въ данномъ случаѣ $C_1' = \frac{C_1}{2} = -\frac{Pa}{4l_1l_2}\frac{(l_1^2 - a^2)}{(l_1+l_2)}$.

---

*) Дѣйствительно согласно приведеннымъ исправленнымъ формуламъ на Стр. 384:



Черт. къ стр. 382.
Черт. 2

$$A = P\left[1 + \frac{am(4l-m) - a(3l^2 - a^2)}{2l(l-m)^2}\right]$$

$$B = -\frac{Pa(m^2 - l^2 + a^2)}{2m(l-m)^2}$$

$$C = \frac{Pa(2ml - m^2 - l^2 + a^2)}{2ml(l-m)}$$

Для согласованія обозначеній на черт. 2 съ обозначеніями на чертежѣ изображенномъ на стран. 382 необходимо положить $a = a$; $m = l_2$; $l = l_1 + l_2$. Тогда:

$$A = P\left[1 + \frac{al_2(4l_1+4l_2-l_2) - a(3l_1^2 + 6l_1l_2 + 3l_2^2 - a^2)}{2(l_1+l_2)l_1^2}\right] = P\left[1 - \frac{3al_1^2 + 2al_1l_2 - a^3}{2(l_1+l_2)l_1^2}\right]$$

$$B = -Pa\frac{(l_2^2 - l_1^2 - 2l_1l_2 - l_2^2 + a^2)}{2l_2l_1^2} = +\frac{Pa(l_1^2 + 2l_1l_2 - a^2)}{2l_2l_1^2}$$

$$C = Pa\frac{[2l_2(l_1+l_2) - l_2^2 - l_1^2 - 2l_1l_2 - l_2^2 + a^2]}{2l_2(l_1+l_2)l_1} = -\frac{Pa(l_1^2 - a^2)}{2l_1l_2(l_1+l_2)}$$

Соотвѣтствующія эксе сопротивленія опоръ A_1' и B_1' найдутся изъ: $A_1' l_1 - P(l_1 - a) - C_1' l_2 = 0$; $P = A_1' + B_1' + C_1'$; причемъ:

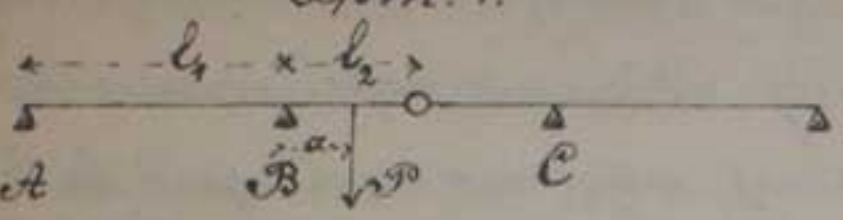
$$A_1' = P\left[1 - \frac{5a l_1^2 + 4a l_1 l_2 - a^3}{4 l_1^2 (l_1 + l_2)}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$B_1' = \frac{Pa\,[4 l_1 l_2 + l_1^2 - a^2]}{4 l_1^2 l_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \Big\} \ldots (a)$$

$$C_1' = -\frac{Pa(l_1^2 - a^2)}{4 l_1 l_2 (l_1 + l_2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Если грузъ помѣщенъ между B и C, то [См. т. III стр. 384].

Черт. 1.



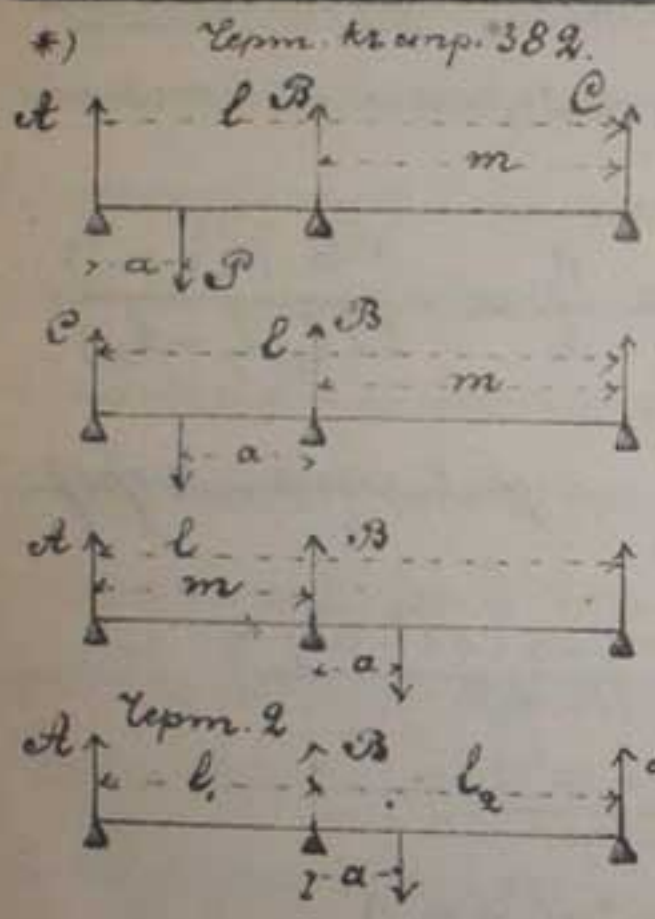
$$A_2 = \frac{Pa(l_2 - a)(a - 2l_2)}{2 l_1 l_2 (l_1 + l_2)}$$

$$B_2 = -\frac{P(l_2 - a)[a^2 - 2l_2(l_1 + a)]}{2 l_1 l_2^2}$$

$$C_2 = \frac{Pa(3a l_2 + 2 l_1 l_2 - a^2)}{2(l_1 + l_2) l_2^2} \; *)$$

Затѣмъ $C_2' = \frac{C_2}{2}$; $A_2' l_1 + Pa - C_2' l_2 = 0$; $A_2' + B_2' + C_2' = P$.

---

*) Черт. къ стр. 382.

Дѣйствительно замѣняя предварительно въ исправленныхъ формулахъ на стран. 384, A чрезъ C_1, C чрезъ A а чрезъ $l - m - a$, для того, чтобы имѣть случай, когда грузъ, расположенъ во вторыхъ пролетѣ на разстояніи a отъ средней опоры получится:

$$A = \frac{P(l - m - a)(2ml - m^2 l^2 + l^2 + m^2 + a^2 - 2lm - 2la + 2ma)}{2ml(l - m)} =$$

$$= \frac{P(l - m - a)(a^2 - 2la + 2ma)}{2ml(l - m)}.$$

$$B = -\frac{P(l - m - a)(m^2 - l^2 + l^2 + m^2 + a^2 - 2lm - 2la + 2ma}{2m(l - m)^2} =$$

$$= -\frac{P(l - m - a)(2m^2 + a^2 - 2lm - 2la + 2ma)}{2m(l - m)^2}$$

$$C = P\left(1 + \frac{(l - m - a)m(4l - m) - (l - m - a)(3l^2 - l^2 m^2 - a^2 - 2lm - 2la - 2ma)}{2l(l - m)^2}\right) =$$

$$= P\left[1 - \frac{(l - m - a)(2l^2 - a^2 - 2lm + 2la - 2ma)}{2l(l - m)^2}\right]$$

Наконецъ замѣняя въ этихъ формулахъ: $a = a$, $m = l_1$, $l = l_1 + l_2$, получимъ окончательно:

$$A = \frac{Pa(l_2 - a)(a - 2l_2)}{2 l_1 l_2 (l_1 + l_2)}$$

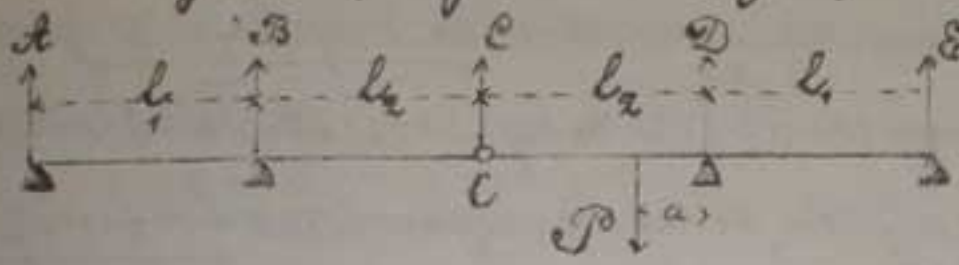
$$B = -\frac{P(l_2 - a)(a^2 - 2l_1 l_2 - 2l_2 a)}{2 l_1 l_2^2} = -\frac{P(l_2 - a)[a^2 - 2l_2(l_1 + a)]}{2 l_1 l_2^2}$$

$$C = \frac{Pa(3a l_2 + 2 l_1 l_2 - a^2)}{2(l_1 + l_2) l_2^2}$$

откуда:

$$A_2' = \frac{Pa(3al_2 - 2l_1l_2 - a^2 - 4l_2^2)}{4l_1l_2(l_1+l_2)} \quad \ldots\ldots\ldots$$
$$B_2' = \frac{P[4l_1l_2^2 - 3a^2l_2 + a^3 + 2al_2(2l_2 - l_1)]}{4l_1l_2^2} \quad \ldots\ldots$$
$$C_2' = \frac{Pa(3al_2 + 2l_1l_2 - a^2)}{4(l_1+l_2)l_2^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (b)$$

Къ тому же результату пришли бы применяя непосредственно пріемъ Ритля.



Помѣщая затѣмъ грузъ между шарнирами и опорой D и называя черезъ a разстояніе точки приложенія груза отъ опоры D, найдемъ очевидно:

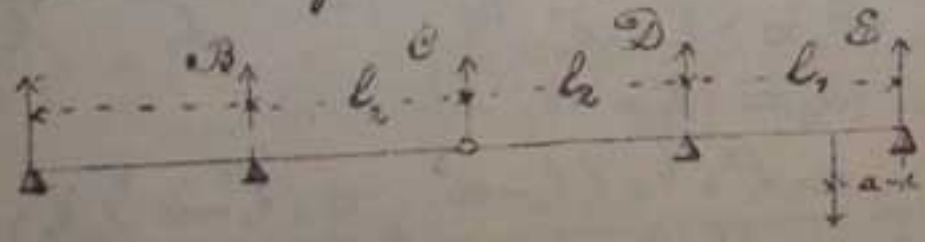
$$D_3' = B_2' \; ; \quad E_3' = A_2' \; ; \quad C_3' = C_2'.$$

Тоже касается соотвѣтственныхъ значеній сопротивленія опоръ A и B, то они найдутся, разсматривая половину фермы ABC, какъ балку на двухъ опорахъ со свѣшивающейся консолью, на концѣ которой дѣйствуетъ усиліе: $-C_3'$, направленное, очевидно, въ сторону противоположную дѣйствія сопротивленія опоры C_3'. Слѣдовательно, получимъ: $A_3'l_1 + C_3'l_2 = 0$; $-B_3'l_1 + C_3'(l_1+l_2) = 0$.

Поэтому:

$$A_3' = -C_3'\frac{l_2}{l_1} = -C_2'\frac{l_2}{l_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$B_3' = C_3'\frac{(l_1+l_2)}{l_1} = C_2'\frac{(l_1+l_2)}{l_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (c)$$

Наконецъ грузъ, помѣщенный между D и E на разстояніе a отъ послѣдней опоры вызоветъ сопротивленіе опоры:



$$E_4' = A_1'$$
$$D_4' = B_1'$$
$$C_4' = C_1'$$

Соотвѣтственныя значенія сопротивленія опоръ A и B найдутся разсматривая ABC какъ балку на двухъ оп-

рахъ на конецъ съъшивающейся консоли которой отвѣчаетъ усиліе равное, но противоположное по знаку C_4'. Такимъ образомъ, согласно предъидущему:

$$A_4' = -C_4'\frac{l_2}{l_1} = -C_1'\frac{l_2}{l_1} \quad \ldots\ldots\ldots$$
$$B_4' = C_4'\frac{(l_1+l_2)}{l_1} = C_1'\frac{(l_1+l_2)}{l_1} \quad \ldots\ldots\ldots$$

} $\ldots(d)$, гдѣ $C_4' = C_1'$ сопротивленіе опоры C.

Изъ сего слѣдуетъ, что для опредѣленія усилій въ частяхъ фермы ABC отъ груза, помѣщеннаго <u>въ первомъ участкѣ</u> слѣдуетъ пользоваться значеніемъ сопротивленія опоръ A_1' и B_1' (группа a); отъ груза, помѣщеннаго <u>во второмъ</u> участкѣ, слѣдуетъ пользоваться значеніемъ сопротивленія опоръ A_2' и B_2' (группа b); отъ груза, помѣщеннаго <u>въ третьемъ</u> участкѣ, слѣдуетъ пользоваться значеніемъ сопротивленія опоръ A_3' и B_3' (группа C); отъ груза, помѣщеннаго <u>въ четвертомъ</u> участкѣ, слѣдуетъ пользоваться значеніемъ сопротивленія опоръ A_4' и B_4' (группа d). *)

Если балка переменнаго сѣченія, слѣдуетъ найти соотвѣтственныя значенія A_1, B_1, C и поступить согласно

---

*) Чтобы провѣрить справедливость формулъ группъ (a), (b), (C) и (d) замѣтимъ, что если помѣстить симметрично два груза въ 1 и 4 участкѣ или во 2 и 3, каждая изъ половинъ фермъ ABC или CDE будетъ находиться въ условіяхъ балки на двухъ опорахъ со свѣшивающейся консолью. Поэтому при помѣщеніи двухъ грузовъ въ 1 и 4 пролетѣ должно быть $A_1 = \frac{P(l_1-a)}{l_1} = P\left(1-\frac{a}{l_1}\right)$; $B_1 = P\frac{a}{l_1}$

При помѣщеніи грузовъ во 2 и 3 пролетѣ $A_2 = P\frac{a}{l_1}$; $B_2 = \frac{P(a+l_1)}{l_1} = P\left(\frac{a}{l_1}+1\right)$

Съ другой стороны $A_1 = A_1' + A_4'$; $B_1 = B_1' + B_4'$;

$A_2 = A_2' + A_3'$; $B_2 = B_2' + B_3'$.

Но $A_1' + A_4' = A_1' - C_1'\cdot\frac{l_2}{l_1} = P\left(1 - \frac{5al_1^2+4al_1l_2-a^3}{4l_1^2(l_1+l_2)} + \frac{a(l_1^2-a^2)\cdot l_2}{4l_1^2l_2(l_1+l_2)l_1}\right) =$

$$= P\left[1-\frac{a}{l_1}\frac{(5l_1^2+4l_1l_2-a^2-l^2+a^2)}{4l_1(l_1+l_2)}\right] = P\left(1-\frac{a}{l_1}\right) = A_1$$

по предыдущему. Большею же частью и въ этомъ случаѣ довольствуются значеніями A, B, C найденными для балки постояннаго сѣченія.

Коль скоро извѣстны сопротивленія опоръ A, B и C, можно опредѣлить усилія въ любой составной части фермы. Для того, чтобы найти въ каждомъ данномъ случаѣ наиболѣе невыгодное положеніе нагрузки, можно аналитически изслѣдовать этотъ вопросъ, или же поступить, напримѣръ, такимъ образомъ: опредѣлить усилія въ частяхъ фермы отъ груза I, помѣщеннаго послѣдовательно во всѣхъ узлахъ четырехъ участковъ; затѣмъ, для опредѣленія усилія отъ подвижной нагрузки, суммовать всѣ значенія усилій, умноживъ предварительно грузъ I, дѣйствительной нагрузкой узла; усилія же отъ подвижной нагрузки найдутся путемъ суммованія однозначныхъ усилій, по умноженіи на дѣйствительную нагрузку узла подвижнымъ грузомъ. Имѣя въ виду, что <u>полная или частная симметричная нагрузка</u> исключаетъ вліяніе шарнира C, для упрощенія выкладокъ можно еще

$$B'_1 + B'_4 = \frac{Pa(4l_1l_2 + l_1^2 - a^2)}{4l_1^2 l_2} - \frac{Pa(l_1^2 - a^2)(\cancel{l_1 + l_2})}{4l_1 l_2 (\cancel{l_1 + l_2})\ l_1} =$$

$$= \frac{Pa(4l_1l_2 + l_1^2 - a^2 - l_1^2 + a^2)}{4l_1 l_2} = \frac{Pa}{l_1} = B_1$$

$$A'_2 + A'_3 = A'_2 - C'_2\frac{l_2}{l_4} = Pa\frac{(3al_2 - 2l_1l_2 - a^2 - 4l_2^2)}{4l_1l_2(l_1+l_2)} - \frac{Pa(3al_2 + 2l_1l_2 - a^2)\cdot l_2}{4(l_1+l_2)l_2^2 \cdot l_1}$$

$$= \frac{Pa}{l_1}\frac{(3al_2 - 2l_1l_2 - a^2 - 4l_2^2 - 3al_2 - 2l_1l_2 + a^2)}{4(l_1+l_2)\cdot l_2} = -\frac{Pa}{l_1}\frac{4(l_1+l_2)\cdot l_2}{4(l_1+l_2)\cdot l_2} = -\frac{Pa}{l_1}$$

$$B'_2 + B'_3 = P\frac{[4l_1l_2^2 - 3a^2l_2 + a^3 + 2al_2(2l_2 - l_1)]}{4l_1l_2^2} + \frac{Pa(3al_2 + 2l_1l_2 - a^2)(\cancel{l_1+l_2})}{4(\cancel{l_1+l_2})l_2^2\ l_1} =$$

$$= P\left(\frac{4l_1l_2^2 - \cancel{3a^2l_2} + \cancel{a^3} + 4al_2^2 - \cancel{2al_1l_2} + \cancel{3a^2l_2} + 2al_1l_2 - \cancel{a^3}}{4l_1l_2^2}\right) = P\left(1 + \frac{a}{l_1}\right)$$

Подобнымъ образомъ справедливость формулъ подтвердилась.

такъ поступить. Опредѣлить усилія во всѣхъ частяхъ фермы отъ

постоянной нагрузки, разсматривая каждую изъ половинъ ея какъ балку на двухъ опорахъ со свѣшивающейся консолью; затѣмъ къ этимъ усиліямъ прибавить (алгебраически) усилія отъ наиболѣе невыгоднаго положенія подвижной нагрузки.

Для опредѣленія этихъ послѣднихъ усилій можно поступить согласно предъидущему, т.е. найти предварительно сопротивленія опоръ: A'_1, B'_1; A'_2, B'_2; A'_3, B'_3 и A'_4 и B'_4; или же ограничиться опредѣленіемъ сопротивленій опоръ только A'_1, B'_1 и A'_2 и B'_2. При нагруженіи же груза, равнаго I въ третьемъ и четвертомъ участкахъ, слѣдуетъ имѣть въ виду, что вызываемое этой нагрузкой усиліе въ частяхъ фермы ст.В. С будетъ дополнять усиліе въ тѣхъ же частяхъ фермы отъ груза I, расположеннаго симметрично во второмъ и первомъ участкахъ до того значенія, которое соотвѣтствуетъ симметричной одновременной загрузкѣ двумя грузами, равными единицѣ (1).

Перечень замѣченныхъ опибокъ и описокъ.

Стран.	Строка	Написано:	Должно быть:
11	Черт. ж	Крайняя опорная плоскость должна быть наклонная.	
122	7 сверху	$H'_n + K'_n \sin\varphi_n + \frac{M'_n}{H_n} tg\gamma_{n+1} = \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\beta = 0.$	$H'_n + K'_n \sin\varphi_n + \frac{M_n}{H_n} tg\gamma_{n+1} - \frac{M'_{n-1}}{H_{n-1}} tg\beta = 0.$
383	5 снизу	$= \frac{C_1(l-a)^2 a}{2} - \frac{C_1(l-a)^3}{6} - \beta a - \beta(l-a).$	$= -\frac{C_1(l-a)^2 a}{2} - \frac{C_1(l-a)^3}{6} - \beta a - \beta(l-a).$
384	8 сверху	$= \frac{2B_1 m^2(2m^2 - l^2)}{6l}.$	$= -\frac{2B(l-m)^2 \cdot 2m^2}{6l}.$

(1) Поступая усилій нагрузки, разсматривая каждую изъ половинъ какъ балку на двухъ опорахъ со свѣшивающейся консолью.—

Стран.	Строка	Напечатано:	Должно быть:
384	12 сверху	вместо $a, -m$	вместо $a, l-m$.
"	13 "	$B_1=\frac{Pa}{m}\cdot\frac{m^2-l^2+a^2}{2m^2-l^2}$	$B=-\frac{Pa(m^2-l^2+a^2)}{2m(l-m)^2}$
"	18 "	$A=\frac{P(l-a)}{l}-\frac{Pa}{m}\frac{m^2-l^2+a^2}{2m^2-l^2}\cdot\frac{m}{l}$	$A=\frac{P(l-a)}{l}+\frac{Pa(m^2-l^2+a^2)}{2l(l-m)^2}$.
"	19 "	$C=\frac{Pa}{l}-\frac{Pa}{m}\frac{(m^2-l^2+a^2)}{2m^2-l^2}\cdot\frac{l-m}{l}$	$C=\frac{Pa}{l}+\frac{Pa(m^2-l^2+a^2)}{2m(l-m)^2}\cdot\frac{l-m}{l}$.
"	8 снизу	$A=\frac{2m^2l+2al-l^3-3m^2a-a^3}{l(2m^2-l^2)}\cdot P$	$A=1+\frac{an(4l-m)-a(3l^2-a^2)}{2l(l-m)^2}$.
"	7 "	$B=\frac{a}{m}\frac{m^2-l^2+a^2}{2m^2-l^2}\cdot P$	$B=-\frac{Pa(m^2-l^2+a^2)}{2m(l-m)^2}$.
"	6 "	исключить	
"	5 "	$C=\frac{a}{m}\frac{3m^3+l^3-2l^2m-m^2l-la^2+ma^2}{l(2m^2-l^2)}$.	$C=\frac{Pa(2ml-m^2-l^2+a^2)}{2ml(l-m)}$.
385	1 сверху		

Добавить: Если бы груз P был помещен во второй пролет на расстоянии a от средней опоры, то, назвав через m величину первого пролета, получили бы:

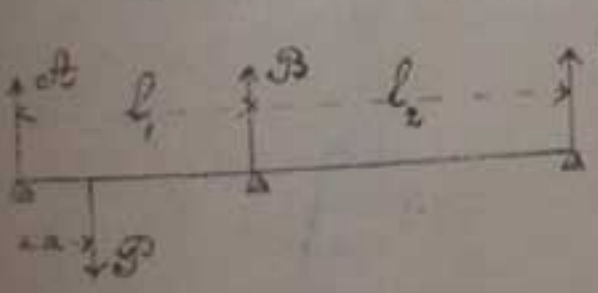
$$A'=\frac{P(l-m-a)(a^2-2la+2ma)}{2ml(l-m)}$$

$$B'=-\frac{P(l-m-a)(2m^2+a^2-2lm-2la+2ma)}{2m(l-m)^2}$$

$$C'=P\left[1-\frac{(l-m-a)(2l^2-a^2-2lm+2la-2ma)}{2l(l-m)^2}\right]$$

Для обозначения всех изображенных на черт. (1) и (2)

Черт. 1.

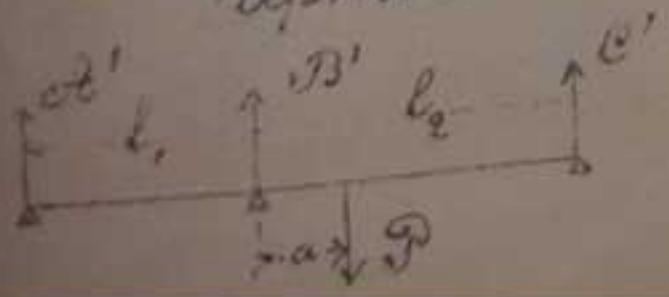


$$A=P\left(1-\frac{3al_1^2+2al_1l_2-a^2}{2(l_1+l_2)l_1^2}\right)$$

$$B=\frac{Pa(l_1^2+2l_1l_2-a^2)}{2l_2l_1^2}$$

$$C=-\frac{Pa(l_1^2-a^2)}{2l_1l_2(l_1+l_2)}$$

Черт. 2.



$$A'=\frac{Pa(l_2-a)(a-2l_2)}{2l_1l_2(l_1+l_2)}$$

$$B'=-\frac{P(l_2-a)[a^2-2l_2(l_1+a)]}{2l_1l_2^2}$$

$$C'=\frac{Pa(3al_2+2l^2l_2-a^2)}{2(l_1+l_2)l_2^2}$$