СССР МПС

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

Аспирант СОЛДАТОВ К. И.

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ РЕГУЛЯРНЫХ БАЛОК И НЕКОТОРЫХ МОСТОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА УПРУГИХ ОПОРАХ

(Специальность № 05431 «Искусственные сооружения на железнодорожном транспорте»)

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

(на русском языке)

Днепропетровск
1971

СССР МПС
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

Аспирант СОЛДАТОВ К. И.

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ РЕГУЛЯРНЫХ БАЛОК И НЕКОТОРЫХ МОСТОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА УПРУГИХ ОПОРАХ

(Специальность № 05431 «Искусственные сооружения на железнодорожном транспорте»)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

(на русском языке)

Днепропетровск
1971

Работа выполнена в Днепропетровском институте инженеров железнодорожного транспорта.

Научный руководитель доктор технических про-фессор БОНДАРЬ Н. Г

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор А. И. ПРУСАКОВ
кандидат технических наук, доцент С. И. КОНАШЕНКО

Ведущее предприятие — Днепропетровский филиал ЦНИИ «Проектстальконструкция».

Автореферат разослан 14 ноября 1971 года.

Защита диссертации состоится 16 декабря 1971 года на заседании Совета Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта (г Днепропетровск-10, улица Университетская, 2, ДИИТ).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Просим Вас и сотрудников Вашего учреждения, интересующихся темой диссертации, принять участие в заседании Ученого Совета или прислать свои отзывы о работе по адресу:

Днепропетровск-10, ул. Университетская, 2, ДИИТ

Ученый секретарь Совета

Реферируемая диссертационная работа состоит из введения и четырех глав.

Во введении сформулировано основное направление диссертационной работы: получение точным методом простых зависимостей для определения частот и форм собственных колебаний регулярной неразрезной балки на равноупругих опорах с учетом инерций вращения, деформации сдвига и продольной силы и применение полученных результатов для динамического расчета реальных мостовых конструкций на упругих опорах, а также дан краткий обзор и анализ работ, посвященных динамическому расчету, в частности вопросу свободных колебаний многопролетных неразрезных балок на упругих опорах. Из работ, наиболее полно освещающих данный вопрос, отмечены труды А. П. Филиппова, А. А. Уманского, В. П. Кутукова, В. Л. Цывильского, А. Г Барченкова, В. Колоушека, Ю. К. Лина, А. С. Велетсоса, Н. М. Неймарка, Д. Ф. Мильса и других. Для решения поставленной задачи автор остановился на методе деформаций и способе проф. В. Колоушека (ЧССР), разработки которого являются наиболее полными по глубине и где решение доведено до конкретных функций концевых сил и моментов колеблющегося стержня, аналогичных общеизвестным функциям К. Гогенемзер и В. Прагера. Здесь же отмечено, что автор старался дать простой аппарат, позволяющий проектировщику быстро и точно определять собственные частоты колебаний реальных мостовых конструкций. Для этих целей расчет частоты сведен к определению относительной жесткости упругой опоры и простому пользованию графиком или таблицей, где интервалы взяты такими, чтобы интерполяция между двумя точками на графике или двумя числами в таблице давала погрешность не более 2—3 процентов по сравнению с точным решением.

В первой главе кратко изложена суть метода деформаций и способа В. Колоушека для конструкций с повторяющимися элементами, где использование циклической симметрии приводит к значительным упрощениям динамического (и статического) расчета регулярных систем.

Для шарнирно опертой по концам балки с упругими промежуточными опорами уравнение частот имеет вид.

$$a_i^{11}\quad a_i\quad \left(c_i^{12}\right)^2\quad 0, \tag{1}$$

собственная форма определится отношением коэффициентов из (1)

$$\beta_i\qquad \frac{a_i^{11}}{c_i^{12}}l\qquad -\frac{c_i^{12}}{a_i^{22}}\qquad 1, \tag{2}$$

где a_i^{11} a_i^{22} c_i^{12} коэффициенты при неизвестных [1]*.

Подстановка в (1) значений a_i^{11} a_i^{22} c_i^{12} согласно [1] дает развернутое трансцендентное частотное уравнение, которое, однако, не может быть практически использовано ввиду громоздкости. Первым этапом явилось его упрощение до вида, пригодного для решения практических задач. После многочисленных преобразований уравнение частот n — пролетной неразрезной регулярной балки, шарнирно опертой по концам, с промежуточными упругими опорами с учетом вышеупомянутых факторов приняло вид

$$\frac{\mathrm{sh}d}{f\quad(\mathrm{ch}d-\cos\frac{\pi}{n}i)}\qquad \frac{\sin a}{k\quad(\cos a-\mathrm{sos}\frac{\pi}{n}i)}\qquad \frac{ka\quad fd}{c'} \tag{3}$$

аналогичный уравнению для двухпролетной балки с упругой опорой посередине, где k, a, f, d — параметры, подобные λ $\left(\lambda_i^{l}\quad \frac{\mu\omega_i^2 l^4}{EJ}\right)$, однако определенные с учетом инерции вращения, деформации сдвига и продольной силы; n — количество пролетов неразрезной балки; i — порядковый номер формы колебаний; c′ — относительная жесткость упругой опоры.

Аналогичное упрощение получено и для собственной формы.

Вторая глава полностью посвящена анализу корней уравнения частот балок на равноупругих опорах без учета продольной силы, инерции вращения, сдвигов. В этом случае

$$k\quad a = f\quad d\quad \lambda,$$

* Колоушек В. Динамика строительных конструкций. М., Изд-во литературы по строительству, 1965.

а уравнение (3) преобразуется в следующее

$$\frac{\mathrm{sh}\lambda}{\mathrm{ch}\lambda - \cos\frac{\pi}{n}i} - \frac{\sin\lambda}{\cos\lambda - \cos\frac{\pi}{n}i} \qquad 2\lambda \tag{4}$$

Для более полного освещения вопроса уравнение (4) записано для случая, когда в местах упругих опор сосредоточены массы. Следуя А. П. Филиппову, для знаменателя правой части получим

$$c' - 2\alpha\lambda^4 \quad \text{где} \quad \alpha \quad \frac{P}{\gamma F l}$$

Проведен подробный анализ решений частных случаев частотного уравнения (4), с учетом сосредоточенных масс в местах опор, а именно:

а) c' 0, $\alpha=0$; б) c' α 0;

в) c' α 1; г) c' 0, α 0;

д) c' 0, 0 α 1; е) c' 0, 0 α 1;

ж) $c'>0$, 0 α 1, n 1—0,

на основе которого получены некоторые результаты и упрощения. Так для регулярной балки на абсолютно жестких опорах, используя результаты точного решения, получаем приближенные (с погрешностью не более 4%) зависимости собственных частот первой зоны сгущения от отношения i/n.

$$\gamma_i = \frac{\pi}{2}\left[1 + \frac{5}{4}\left(1 - \frac{i}{n}\right)\right]\sqrt{\frac{EJ}{\mu l^4}}, \qquad \frac{i}{n} \quad 0,5;$$

$$\gamma_i \quad \frac{\pi}{2}\left[1 \quad \frac{5}{4}\cdot\left(1 - \frac{i}{n}\right) - 0,15\sin\frac{2\pi}{n}i\right]\sqrt{\frac{EJ}{\mu l^4}}, \qquad \frac{i}{n} > 0,5.$$

Точно определены области «критической» жесткости упругих опор (случай раздвоения форм). При этом левой границей ($n=2$) будет общая точка c' $2\pi^3$ $\mathrm{cth}\pi = 62,249$, правой верхней c' $2\pi^3$ $\mathrm{cth}\frac{\pi}{2} = 67,612$, правой нижней — $c'=0$ (верхняя ветвь определяется равенством частот для форм $i=n$ и $i=n-1$, а нижняя для форм $i=1$ и $i=2$).

Для определения собственных частот основного тона n-пролетной балки построен график-номограмма, позволяющий определять n 1 частоту в диапазоне изменения относительной жесткости упругих опор от 0 до   Погрешность определения частоты по графику не более 1 2% по сравнению с точным решением.

Используя свойство гиперболических функций ($sh\lambda \approx ch\lambda$ при λ 5) получаем значительное упрощение частотного уравнения при определении высших частот. Первый член уравнения (4) принимается равным единице с максимальной погрешностью $\Delta\lambda \quad \frac{200}{e^{\lambda} \quad 1}$ При определении частоты такое допущение дает погрешность порядка 0,07%. Полученные простые зависимости для высших частот позволили довольно просто исследовать спектр и границы спектров частот (автор ограничился первыми восьмью зонами сгущения) балок: на абсолютно жестких опорах, на упругих опорах и на упругих опорах с сосредоточенными массами в местах упругих опор.

Предельный переход, осуществленный в уравнении (4) при $l \to 0$, n , а следовательно — $\lambda \to 0$, дал уравнение частот балки на сплошном упругом основании в таком виде

$$\lambda^4_i \quad 2c' \quad \frac{\pi^4 i^4}{n^4} \tag{5}$$

которое в точности совпадает с уравнением, полученным другими авторами.

Для форм колебаний, помимо перемещений и углов поворота на упругих опорах, определено перемещение в середине пролета $l_{к,\,к \quad 1}$. Перемещение на упругой опоре находим по формуле.

$$y_к \quad \sin\frac{k\pi}{n} i, \qquad k = 0,1,2, \quad n,$$

а в середине пролета $l_{к,\,к \quad 1}$ из зависимости

$$y_{к,\,к \quad 1} \quad R\left(\frac{\lambda i}{2}\right) \quad \sin\frac{(2k \quad 1)\pi}{2n} i$$

$$x\left(\frac{\beta i}{2} \quad \sin\frac{\pi i}{2n} - \cos\frac{\pi i}{2n}\right)$$

Необходимые величины $R\left(\frac{\lambda i}{2}\right)$ и βi находятся по приводимым формулам и графикам. Приведены примеры построения форм колебаний двенадцатипролетной балки для различных значений относительной жесткости упругих опор.

Третья глава освещает вопросы, относящиеся к качественному и количественному анализу влияния различных факторов на частоту собственных колебаний. Прежде всего показано, что ограничение в расчетной схеме количества пролетов до 3—4 при действительном $n>4$ (например, в балках проезжей части металлических однопутных железнодорожных мостов) приводит к погрешности тем большей, чем больше отношение действительного количества пролетов к принимаемому и чем больше абсолютная величина разности между относительной жесткостью упругой опоры и верхней границей критической жесткости. При прочих равных условиях погрешность больше для форм колебаний $i \frac{n}{2}$. Так, при $n_д = 12$, $n_{пр} - 3$ и относительной жесткости упругих опор равной — 20; 100; 150; 200, погрешность в определении частоты по первой форме составит соответственно — 2,6; 4,4: 6,8; 9,2 процента.

Анализ влияния граничных условий проведен для двух случаев: замена опоры типа «заделка» и «относительно жесткой» шарнирной опоры шарнирной абсолютно жесткой опорой. Согласно [1] граничные условия типа «заделка» при определении частот собственных колебаний по формам $i=1, 2, 3 \ldots n-1$ могут быть заменены условиями для шарнирного опирания. Для форм колебаний $i=0$ и $i=n$ такая замена приводит к большим погрешностям. Уравнения частот балки на упругих опорах в случае заделки по концам приводятся в работе и имеют аналогичный уравнению (3) вид. Другой тип граничных условий анализировался применительно к определению частот собственных колебаний балок проезжей части железнодорожных мостов для обоснования возможности замены в расчетной схеме крайних опор (домкратных поперечных балок), имеющих лишь повышенную жесткость по сравнению с промежуточными, абсолютно жесткими опорами. При реальных соотношениях жесткостей поперечных балок $J_{оп} : J_{пр.} = 8$ 1 и количестве пролетов n 6 такая замена приводит к погрешности 2—3%, если же количество пролетов $n<6$, погрешность резко возрастает и при малой относительной жесткости опор может достигать 15—20%. Так, при $n=3$ и $c'=60$ погрешность равна 10,8%.

Влияние отклонений жесткости отдельных опор исследовалось при помощи уравнения частот двухпролетной неразрезной балки с тремя разноупругими опорами. Показано, что погрешность в определении частоты составляет менее 5% (при определении частоты балки по уравнениям для балки с опорами равной жесткости), если жесткость одной из опор имеет отклонение до 23%.

Качественно известно, что такие факторы, как инерция вращения и деформации сдвига, оказывают значительное влияние на высшие частоты, в то время, как продольная сила больше влияет на низшие частоты. Количественная оценка влияния перечисленных факторов исследовалась на ЭВМ «Промінь» по приводимой в приложении 3 программе. Исследовались следующие вопросы:

1. На какие формы колебаний данный фактор оказывает большее влияние.

2. При какой относительной жесткости упругих опор влияние больше.

3. Какие частоты (1, 2 n) наиболее чувствительны к изменениям параметра.

4. При каких минимальных значениях данный фактор оказывает влияние больше чем на 5%.

Определялись четыре первые частоты в широком диапазоне изменения величин (при n=12)

а) относительной жесткости упругих опор
c' 0; 0,0001, 0,001; 0,01; 0,1; 1,00;

б) порядкового номера формы колебаний $i = 1; 6; 11;$

в) параметра, учитывающего инерцию вращения

$$= \frac{r^2}{2l^2} = 0;\ 0{,}0001;\ 0{,}001;\ 0{,}01;\ 0{,}1,\ 1{,}00;$$

г) параметра, учитывающего деформации сдвига

$$q = \rho \frac{E}{K_x G} = 0;\ 0{,}0001;\ 0{,}001;\ 0{,}01;\ 0{,}1;\ 1{,}00;$$

д) параметра, учитывающего продольную силу

$$s = \frac{Nl^2}{2EJ} = 0;\ 0{,}1;\ 0{,}5;\ 1{,}0;\ 5{,}0;\ 100;$$

е) параметра, учитывающего сосредоточенную массу

$$\alpha \quad \frac{P}{\gamma F l} = 0;\ 0{,}01;\ 0{,}1,\ 1{,}00.$$

Для случаев в) — е) указаны точные значения перечисленных величин, оказывающих влияние более чем на 5% Соответственно;

$\rho = 0{,}004;$ $q = 0{,}04;$ $s = 0{,}25;$ $\alpha = 0{,}06.$

Результаты расчетов приведены в приложениях 1 и 2 в виде графиков и таблиц. Аналогичное исследование проведено и для балки на сплошном упругом основании, однако непосредственно по уравнениям без привлечения ЭВМ.

При анализе влияния продольной силы освещены такие вопросы, как устойчивость n-пролетной сжатой балки на упругих опорах и упругом основании и определение минимальной жесткости упругих опор и упругого основания сжатой многопролетной балки при потере устойчивости по i-й форме колебаний. Для балки на упругих опорах и упругом основании получены соответственно зависимости:

для критической силы

$$N_{кр} = \frac{c' \cdot \sin a}{\left(\cos \frac{\pi}{n} i - \cos a\right) a} \cdot \frac{EJ}{l^2} \qquad N_{кр} = \left(2c' \frac{n^2}{\pi^2 i^2} + \frac{\pi^2 i^2}{n^2}\right) \cdot \frac{EJ}{l^2}$$

для минимальной жесткости упругих опор

$$c' = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{n} i - \cos a\right) a^3}{\sin a} \qquad c' = \frac{\pi^2 i^2}{n^2} \left(\frac{\pi^2 i^2}{n^2} - a^2\right), \text{ где}$$

$$a = \sqrt{\frac{N_{кр} l^2}{EJ}}$$

В четвертой главе, самой большой по объему, результаты первых трех глав применяются к определению собственных частот реальных мостовых конструкций на упругих опорах.

При определении собственных частот балок проезжей части однопутных железнодорожных мостов показана необходимость учета в расчетной схеме всего количества пролетов (панелей), а также массы поперечной балки. Отмечается, что при c' близком к $c_{кр.} = 2\pi^3 \operatorname{cth} \pi$ расчетной схемой может служить трехпролетная балка с промежуточными упругими опорами. Сравнение расчетных данных с экспериментом для двух объектов (поперечные балки очень гибкие и очень жесткие) характеризуется следующими величинами.

Таблица 1

Характеристика	Объект I	Объект II
Относительная жесткость опор	21,8	111,4
Коэффициент	0,127	0,098
Частота из эксперимента	20,5	42.0
Частота в гц с учетом:		
а) 3 панелей	24,8	40,6
б) n панелей	23,65	42,8
в) массы поперечной балки	21.3	41,2

Далее рассматриваются свободные колебания радиально-вантовых мостов как балки на упругих опорах (вантах) различной жесткости. Однако, как показали исследования, частота по первой форме с достаточной степенью точности может быть определена и по уравнениям для балок на равноупругих опорах, если жесткость упругой опоры определять по жесткости первой (от середины) ванты. Расстояния между точками крепления вант при этом приняты равными. Для относительной жесткости упругой опоры получена зависимость

$$c' = \frac{E_к F_к \, d_o^3 \, \sin^2 \alpha_к}{E_б J_б \, l_к} \qquad (6)$$

где $E_к$, $F_к$, $l_к$, $\alpha_к$ — модуль упругости, площадь сечения, длина и угол наклона К-й ванты;

$E_б$, $J_б$, d_o — модуль упругости, момент инерции и длина панели балки жесткости.

Пригодность предлагаемого способа для расчета собственной частоты по первой форме была проверена на двух примерах: Киевского радиально-вантового моста (натура) и его модели, изготовленной в 1:20 натуральной величины. По обеим объектам НИЛ динамики мостов ДИИТа были проведены обширные эксперименты. В таблице 3 приводятся результаты экспериментов, а также расчетов, проведенных Эйхе Г. Н. по точным и приближенным уравнениям, которые сравниваются с полученными автором описываемым способом.

Таблица

Метод и уравнения для определения частоты	Линейная частота гц			
	Модели		Натуры	
	форма I	форма II	форма I	форма II
Энергетический метод с учетом податливости пилонов [2]*	4,20	9,77	0,046	0,107
Эксперимент	6,50	12,7	1,34	1,81**
Расчет по методике [2]:				
а) по точным уравнениям	—	—	1,355	
б) по приближенным уравнениям	—	—	1,38	1,97**
По уравнениям (4) и (6)	6,7867		1,3216	

Как видно, простота определения собственной частоты первой формы колебаний в данном случае сочетается с достаточной для практических расчетов точностью.

Определение собственных частот висячих мостов и систем до настоящего времени разработано довольно слабо, несмотря на имеющееся довольно обширное количество работ. Общеизвестная формула

$$\omega_i^2 = \frac{\pi^4 i^4}{\mu}\frac{EJ}{l^4} + H_0\frac{\pi^2 i^2}{\mu l^2}$$

не только не дает надежных результатов, но и не отражает действительной работы висячего моста, а поэтому определение частоты по приводимой формуле для нечетных форм колебаний дает заведомо неверный результат, особенно для частоты по первой форме. Погрешности достигают 1000% и более. Из работ, где данная неточность устранена, отмечены разработки А. В. Червякова, В. А. Смирнова, А. Пагсли.

В данной работе висячий мост рассматривается как балка на упругих опорах, где упругими опорами являются подвески и кабель. Такая расчетная схема автоматически дает для частоты по первой форме частоту большую или меньшую чем по второй при определенных значениях относительной жесткости опор, а поэтому представление висячего моста как балки на упругих опорах вполне уместно. В литературе известны публикации

* Эйхе Г. Н. Кандидатская диссертация. Днепропетровск, 1969.
Приведены результаты для частот по третьей форме.

(А. Пагели, Л Кроссуайт), в которых висячие мосты больших пролетов представлены балкой на сплошном упругом основании, но в приводимой аналитической зависимости коэффициента постели фигурирует коэффициент α вопросу определения величины которого было посвящено большое количество работ и итог которым подвела дискуссия, посвященная обоснованию его величины. В результате пришли к выводу, что он должен подбираться эмпирически. Границы указаны А. Пагели: $\alpha = 10-20$. Рассматривая висячие мосты как балку на упругих опорах в силу того, что при всех дальнейших выкладках в основном оперируем с нитью (кабелем), автор принял классификацию нитей, предложенную В. К. Качуриным. Вывод формулы для определения жесткости упругой опоры для различных типов висячих мостов проводился с учетом и без учета растяжения кабеля по методике В. К. Качурина и С. А. Цаплина. Рассмотрены следующие типы висячих мостов:

а) однопролетный распорный (гибкий и жесткий);

б) трехпролетный распорный с разрезной балкой жесткости (гибкий и жесткий),

в) трехпролетный распорный с неразрезной балкой жесткости;

г) трехпролетный безраспорный с неразрезной балкой жесткости.

Отдельно рассмотрены висячие трубопроводные переходы и система гибкая арка с балкой жесткости. В результате получены простые зависимости для определения относительной жесткости упругих опор для расчета собственных частот колебаний вышеприведенных висячих систем. Рассматривая висячий однопролетный распорный мост (гибкий), для жесткости упругой опоры получим зависимость

$$c_0 \quad \frac{ql}{2f_0} \tag{7}$$

которая справедлива и для висячих мостов больших пролетов. Если теперь от балки на упругих опорах перейти к балке на сплошном упругом основании (следуя А. Пагели), то для коэффициента получим простую зависимость $\alpha = \frac{n}{2}$. В рассмотренных далее многочисленных примерах n имеет значения 40, 27, 20, 18, а следовательно для α получаем тот же интервал, который эмпирически определен А. Пагсли и другими исследователями, рассматривающими висячий мост как балку на сплошном упругом основании.

Приводимые графики и таблицы позволяют вычислять все $n+1$ частоты первой зоны сгущения висячих мостов. Для висячих трубопроводных переходов получены очень простые приближенные формулы для первых трех частот. Проверка пригодности предлагаемой методики была проведена на ряде висячих мостов различных систем, по которым имеются экспериментальные данные или расчеты точными методами. Примеры взяты из известных работ А. В. Червякова, К. К. Якобсона, С. И. Конашенко. Кроме того, использованы результаты испытаний, проведенных МАДИ на Киевском Парковом мосту и ДИИТом, с участием автора, на пешеходном висячем мосту в г. Кривом Роге. Модель моста системы гибкая арка с балкой жесткости испытывалась в ДИИТе С. И. Конашенко и результаты испытаний описаны им в диссертационной работе.

Данные расчетов и сравнение приведены в табл. 4.

Как видно, во всех случаях точность вычисления собственных частот по предлагаемой методике довольно высокая, у А. В. Червякова она достигается лишь в третьем-четвертом приближении, причем с каждым последующим шагом вычисления усложняются.

Система гибкая арка с балкой жесткости исследовалась С. И. Конашенко на модели, которая доводилась до резонанса. Значение низшей собственной частоты при этом было получено $\gamma_2 = 33{,}3$ гц, С. И. Конашенко по предлагаемой им методике получил $-34{,}1$ гц, для колебаний по первой форме вычисления дают ${}_1 = 45{,}040$ гц. По способу автора были вычислены первые шесть частот, которые соответственно равны:

$\gamma_1 = 47{,}479$ гц; $= 34{,}125$ гц; ${}_3 = 89{,}796$ гц;

$\gamma_4 = 136{,}50$ гц; $218{,}14$ гц; $\gamma_6 = 307{,}12$ гц.

Первые две частоты совпадают довольно хорошо как с экспериментом, так и с расчетом по формулам С. И. Конашенко.

По схеме балки на упругих опорах могут рассчитываться виадуки, особенно в тех случаях, когда они выполнены неразрезными по всей длине. Автор, однако, счел необходимым распространить данный способ и уравнения на более сложную систему, а именно для определения частот горизонтальных ко-

Таблица 2

Параметры			Особенности системы	Круговая частота в сек$^{-1}$			
	$\sqrt{\frac{EJ}{\mu d^4}}$	10^5		по способу автора	по методу Червякова	экспери-мент	%
1	2	3	4	5	6	7	8
	475,0	7,54	гибкий	7,0156	—	7,36	—4,9
2			(lср. 80 м)	12,982	—	13,00	—1,0
1	23,20	342	гибкий	2,1108	2,1033	—	+0,5
2			(lср. 200 м)	3,5854	3,5854	—	0,0
1	19,45	256	большого пролета	1,4206	1,4000	—	+1,4
3				2,7559	2,7042	—	+1,8
5				6,7454	6,8475	—	—1,6
7				13,007	13,108	—	—0,8
9				21,429	21,456	—	—0,1
1	11,22	556	без учета примыкающих пролетов	1,1523	1,1917	—	—3,6
3			(lср. 853 м)	2,7100	2,8496	—	—5,0
5				6,8750	7,2271	—	—4,9
1			учетом примыкающих пролетов	1,2970	1,1917	—	+4,2
3				2,9172	2,8496	—	+1,1
5				7,0417	7,2271	—	—2,3

1		3	4	5	6		8
1	39,60	783	без учета распора в балке	5,0991	—	4,71	+8,6
2				5,0384	—	5,02	+0,4
1			учетом распора в балке	4,8301	—	4,71	+2,5
2				5,0384	—	5,02	+0,4
1	44,051	2000	без учета распора в балке	9,1309	9,4445	—	—3,1
2			(l_a 101 м)	6,0178	6,1318	—	—1,9
3				16,258	14,533	—	+10,5
4				24,071	24,515	—	—1,8
5				38,679	38,393	—	+0,7
1			учетом распора	9,6674	9,4445	—	+2,3
2				6,0178	6,1318		—1,9
				16,598	14,533	—	+10,8
4				24,071	24,515	—	—1,8
				38,982	38,393	—	1,4

лебаний многопролетного арочного виадука. При испытаниях такого виадука с целью установления максимальной допустимой скорости движения подвижной нагрузки из условия безопасности, в 1965 и 1969 году было замечено, что горизонтальные колебания происходят не по первой форме (если рассматривать отдельно стоящую арку) Это подтверждалось и тем, что во время испытаний наблюдались значительные перемещения замка и опор седьмой арки, в то время как поезд шел по первым. Следовательно, колеблется не отдельный пролет, а вся система в целом. Экспериментально были получены соответственно в 1965, 1969 году такие значения частот собственных горизонтальных колебаний: $\gamma = 1{,}100$ гц и 1,176 гц. Расчеты, проведенные несколькими методами, в том числе и методом аналогий на ЭМСС-7М без учета взаимного влияния пролетов и податливости опор, дали следующие значения первой частоты:

0,93 гц, 0,92 гц, 0,884 гц.

Предлагаемая расчетная схема и способ позволяют определить весь спектр частот первой зоны сгущения $\gamma_{1\,n}$ 0,57125 1,2818 гц. Верхняя граница спектра соответствует первой частоте отдельно стоящей арки. И, как видно, несмотря на грубое приближение (горизонтальная жесткость арки с надарочным строением принята постоянной по длине), данные расчета близко совпадают с экспериментом.

Рассмотренное далее пролетное строение с вертикально подъемной проезжей частью встречается в практике мостостроения очень редко, но в тех случаях, когда необходимо определить его динамические характеристики, в частности, частоты собственных вертикальных колебаний подвесного пролета, встречаются с большими трудностями, обусловленными решением системы уравнений высокого порядка. С достаточной для практических расчетов точностью подвесной пролет может быть представлен как балка на упругих опорах, причем упругими опорами служат подвески. Жесткость основного пролета при этом принималась бесконечно большой. При таких же предположениях определяются частоты продольных балок и балки жесткости. Частоты продольной балки и балки жесткости являются парциальными по отношению к частотам подвесного пролета в целом, а поэтому приближенная проверка правильности заложенных предпосылок, а следовательно и достоверности частот, проведена по формуле Донкерлея. В 1971 г НИЛ динамики мостов ДИИТа были проведены динамические испытания пролетного строения данного типа, что позволило сравнить результаты эксперимента с расчетами по предлагаемому способу Данные приведены в таблице 5.

Таблица 5

Элемент пролетного строения	Диапазон частот первой зоны сгущения в гц	
	Расчет	Эксперимент
Балка жесткости	27,924÷30,086	
Продольная балка	17,014÷18,703	
Подвесной пролет	12,612÷13,910	13,5

Сравнение показывает достаточную точность предлагаемого способа при большой простоте.

В заключение четвертой главы отмечена возможность эффективного применения предлагаемого способа к определению частот и форм собственных колебаний монорельсовых дорог.

Результаты выполненной в диссертации работы могут быть кратко изложены следующим образом:

— Точным методом (деформаций) для регулярной многопролетной неразрезной балки на упругих опорах и упругом основании с учетом инерции вращения, деформации сдвига и продольной силы получено уравнение частот и форм собственных колебаний в виде, аналогичном уравнениям для двухпролетной балки.

Анализ частных случаев общей задачи позволил:

а) получить приближенные зависимости для определения частот основного тона регулярной балки на абсолютно жестких опорах (с погрешностью не более 4%);

б) построить универсальный график-номограмму, позволяющий быстро определять все n-1 частоты первой зоны сгущения при любой относительной жесткости упругих опор;

в) определить точные границы «критической» жесткости упругих опор (случай раздвоения форм);

г) значительно упростить определение высших частот;

д) построить график-номограмму для определения собственной формы и получить простую формулу для перемещения в середине любого пролета;

Проведен подробный анализ влияния различных факторов на частоту собственных колебаний и, в частности, показано, что:

а) ограничение в расчетной схеме количества пролетов до 3—4 возможно при определенной жесткости упругих опор;

б) отклонение в расчетной схеме жесткости отдельных опор дает незначительную погрешность в определении собственной частоты, если расчеты вести по уравнениям балки с равноупругими опорами;

в) если параметры, учитывающие инерцию вращения деформации сдвига q, продольную силу s и сосредоточенную массу в местах упругих опор α соответственно более—0,004; 0,25; 0,04; 0,06, то влияние их на частоты первой зоны сгущения будет превышать 5%.

— Проведен анализ устойчивости регулярных балок на упругих опорах и балок на сплошном упругом основании и получены аналитические выражения для критической силы.

— Решена задача об определении минимальной жесткости упругих опор сжатой многопролетной балки.

Применение полученных результатов к определению собственных частот реальных мостовых конструкций позволило значительно упростить их динамический расчет при высокой точности получаемых результатов.

Получена аналитическая зависимость для α в выражении для коэффициента постели, предлагаемого А. Пагсли для проведения аналогии между висячим мостом и балкой на сплошном упругом основании.

Результаты теоретических разработок применены к довольно большому числу мостов и мостовых конструкций на упругих опорах: балки проезжей части однопутных железнодорожных мостов; радиально-вантовые мосты; висячие мосты однопролетные и трехпролетные, с разрезной и неразрезной балкой жесткости, распорные и безраспорные; мосты системы гибкая арка с балкой жесткости; виадуки, в том числе и арочные (горизонтальные колебания); пролетное строение с вертикально подъемной проезжей частью и, наконец, монорельсовые дороги.

Проведены вычисления и сделаны сравнения с экспериментом или с расчетом точными методами для 14 объектов, по 9 из которых проведены эксперименты.

Вычисления частот и форм собственных колебаний доведены до простого пользования приводимыми графиками или таблицами.

Общий вывод

Предлагаемый способ разработан применительно к проектным организациям и позволяет проектировщику достаточно просто и с большой точностью не только определить частоты собственных колебаний мостовых конструкций, но и «проектировать» частоту нужной величины, что особенно важно в висячих мостах.

Диссертация изложена на 203 страницах машинописного текста, включая 3 приложения, 21 таблицу, 41 иллюстрацию и библиографию, содержащую 161 название.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих статьях:

1. **Солдатов К. И.** Применение метода деформаций к определению частот собственных колебаний балок на упруго оседающих опорах. Труды ДИИТ, вып. 110, Днепропетровск, «Промінь», 1970.

Солдатов К. И., Казакевич М. А. Определение собственных частот колебаний однопролетных внешне распорных радиально-вантовых систем. Реферативный сборник «Межотраслевые вопросы строительства»; вып. 8, М., 1970.

3. **Солдатов К. И., Едвабный В. И.** К вопросу о колебаниях балок проезжей части железнодорожных мостов. Тезисы докладов первой республиканской конференции молодых ученых-железнодорожников. Днепропетровск, 1969.

4. **Солдатов К. И.** Свободные колебания некоторых мостовых конструкций на упругих опорах. Материалы юбилейной научно-технической конференции института. Днепропетровск. 1970.

Кроме того, основные разделы работы докладывались на кафедре мостов Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта в период 1968—1971 гг. В полном объеме диссертация доложена на заседании кафедры «Мосты» и НИЛ динамики мостов ДИИТа в октябре 1971 г. и на заседании кафедры сопротивления материалов Днепропетровского инженерно-строительного института в ноябре 1971 г.

БТ 11215. Подп. к печ. 1. XI 1971 г Зак. № 5447—200. Объем 1,25 п. л.
ДГТ № 3, цех № 1 облуправления по печати, пр. Калинина, 55.