

Міністерство освіти і науки України
Український державний університет науки і технологій

Факультет «Комп'ютерних технологій і систем»

Кафедра «Автоматика та телекомунікації»

Пояснювальна записка

до кваліфікаційної роботи

бакалавра

(ступінь вищої освіти)

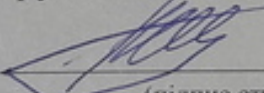
на тему: Моделювання фільтрів Баттерворта і Чебишева

за освітньою програмою Системи керування рухом поїздів

зі спеціальності: 273 Залізничний транспорт

(шифр і назва спеціальності)

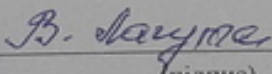
Виконав: студент групи СК19120


(підпис студента)

/ Сергій БЄЛЬДЄЙ /

(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Керівник:

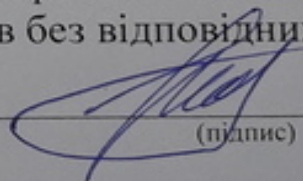

(підпис)

/ доцент, Василь ЛАГУТА /

(посада, Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Засвідчую, що у цій роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент


(підпис)

Дніпро – 2022 рік

Ministry of Education and Science of Ukraine
Ukrainian State University of Science and Technologies

Computer technology and systems
(faculty)

Automation and telecommunications
(department)

Explanatory Note
to Master's Thesis
bachelor
(higher education degree)

on the topic: Modeling of Butterworth and Chebyshev filters

according to educational curriculum Train traffic control systems

in the Speciality: 273 Railway transport
(speciality and its code)

Done by the student of the group: CK19120 / Serhii BIELDIEI /
(name, surname)

Supervisor / docent, Vasyl LAHUTA /
(position, name, surname)

Dnipro – 2022

Міністерство освіти і науки України
Український державний університет науки і технологій

Факультет: Комп'ютерних технологій і систем
Кафедра: Автоматика та телекомунікації
Рівень вищої освіти: Перший (бакалаврський)
Освітня програма: Системи керування рухом поїздів
Спеціальність: 273 Залізничний транспорт

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри АТ

Володимир ГАВРИЛЮК

(підпис)

(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

«_____» _____ 2022 р.

6. Консультанти розділів роботи:

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Завдання видав: (підпис консультанта, дата)	Завдання прийняв: (підпис студента, дата)
Аналітична частина	Лагута В.В., доцент		
Основна частина	Лагута В.В., доцент		

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Вступ	28.02.2022	
2	Сигнали та фільтрація	28.03.2022	
3	Фільтри Чебишева та Баттерворта	25.04.2022	
4	Моделювання фільтрів в математичній системі	23.05.22	
5	Висновки	23.05.22	
6	Подання кваліфікаційної роботи до кафедри	30.05.2022	
7	Захист кваліфікаційної роботи на засіданні Екзаменаційної комісії	13.06.2022 – 24.06.2022	

Студент

(підпис)

Сергій БЄЛЬДЄЙ
(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Керівник роботи

(підпис)

Василь ЛАГУТА
(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

Відомості про об'єм пояснювальної записки:

- 43 сторінок,
- 0 таблиць,
- 25 рисунків,
- 20 джерел використаної літератури.

Ключові слова: фільтр Чебишева, фільтр Баттерворда, цифрова фільтрація, математичне моделювання.

Завданням даної дипломної роботи є моделювання процесу обробки сигналу за допомогою методів цифрової фільтрації.

Метою роботи є моделювання фільтрів Чебишева та Баттерворда за допомогою прикладних математично-програмоного пакета MathCad.

В першому розділі розглянуті методи аналогової і цифрової фільтрації, характеристики фільтрів Чебишева, Баттерворта.

В другому розділі розглянуто амплітудно-частотні характеристики цифрових фільтрів Чебишева та Баттерворта, їх схемна реалізація.

В третьому розділі виконано математичне моделювання характеристик фільтрів за допомогою MathCad для цифрових фільтрів 8ого порядку. Здійснено аналіз синтезу фільтрів Чебишева і Баттерворта, визначені їх амплітудно-частотні і динамічні характеристики. Для реалізації моделювання використано швидке перетворення Фур'є.

Результати роботи можуть бути використані при проектуванні та дослідженні систем залізничної автоматики та зв'язку (СЗАЗ).

Матеріали роботи застосовуються в учбовому процесі університету в дисциплінах «Теорія автоматичного керування» та комп'ютерні методи моделювання СЗАЗ.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1. СИГНАЛИ І ФІЛЬТРАЦІЯ	6
1.1. Аналогова фільтрація	6
1.2. Цифрова фільтрація	11
2. ФІЛЬТРИ БАТТЕРВОРДА ТА ЧЕБИШЕВА	14
2.1. Характеристики фільтра Чебишева	14
2.2. Схемна реалізація фільтра Чебишева	22
2.3. Характеристики фільтра Баттерворта	17
2.4. Схемна реалізація фільтра Баттерворда	19
2.5. Порівняння різних типів аналогових фільтрів Чебишева, Баттерворда, Бесселя	19
3. МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРІВ В МАТЕМАТИЧНІЙ СИСТЕМІ	27
3.1. Початкові дані. Моделювання характеристик фільтрів	27
3.2. Реалізація математичного моделювання фільтрів в MathCad	33
ВИСНОВКИ	41
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК	42

ВСТУП

Актуальність роботи. Істотним недоліком базових аналогових фільтрів, тобто таких, як простий RC-фільтр, є те, що крутість їх АЧХ не перевищує 6 дБ на октаву (подвоєння частоти). У багатьох завданнях хотілося б мати більш круту АЧХ, і тоді застосовують інший дизайн фільтрів. Сучасний рівень мікросхемотехніки і засобів програмування дозволяє проектувати та застосовувати нові типи фільтрів з більш крутою амплітудно-частотною характеристикою, що дозволить покращити якість передачі та прийняття сигналу в системах залізничного зв'язку.

Мета роботи – моделювання фільтрів Чебишева та Баттерворда за допомогою прикладних математично-програманого пакета MathCad.

Об'єкт дослідження фільтри Баттерворда і Чебишева.

Відомо, що пасивні фільтри складаються з конденсаторів і котушок. Активні фільтри використовують операційні підсилювачі, резистори та конденсатори. Активні фільтри не працюють для сигналів із високою частотою. За великим рахунком, вони використовуються тільки при роботі зі звуком. Пасивні фільтри позбавлені цього недоліку. Але на відміну від активних фільтрів пасивні фільтри не можуть посилювати сигнал [1 –10]. Активні фільтри можна поділити на фільтри Баттерворта, фільтри Бесселя та фільтри Чебишева [5 –20].

Порівняння АЧХ фільтрів Баттерворта та Чебишева показує, що фільтр Чебишева забезпечує більше ослаблення у смузі пропускання, ніж фільтр Баттерворта такого ж порядку. Нестача фільтрів Чебишева полягає в тому, що їх фазочастотні характеристики у смузі пропускання значно відрізняються від лінійних [5]. Для фільтрів Баттерворта і Чебишева є докладні таблиці, у яких наведено координати полюсів та коефіцієнти передавальних функцій різних систем. При аналізі фільтрів і розрахунку їх параметрів завжди використовуються деякі стандартні терміни і має сенс дотримуватися їх із самого початку.

Нехай потрібно побудувати фільтр нижніх частот з плоскою характеристикою смуги пропускання і різким переходом до смуги придушення. Остаточний нахил характеристики в смузі затримування завжди буде $6n$ дБ/октава, де n - число «полюсів». На кожен полюс потрібен один конденсатор (або котушка індуктивності), тому вимоги до остаточної швидкості спаду частотної характеристики фільтра, власне кажучи, визначають його складність.

При використанні 8-полюсного фільтра нижніх частот. Вам гарантовано остаточний спад характеристики на високих частотах 36 дБ/октава. У свою чергу тепер можна оптимізувати схему фільтра в сенсі забезпечення максимально плоскої характеристики смуги пропускання за рахунок зменшення крутості переходу від смуги пропускання до смуги затримування. З іншого боку, допускаючи деяку нерівномірність характеристики у смузі пропускання, можна досягти крутішого переходу від смуги пропускання до смуги затримування. Третій критерій, який може бути важливим, визначає здатність фільтра пропускати сигнали зі спектром, що лежить у смузі пропускання, без спотворень їх форми, що викликаються фазовими зсувами. Можна також цікавитися часом наростання, викидом та часом встановлення.

Відомі методи проектування фільтрів, придатні для оптимізації будь-якої з цих характеристик або їх комбінацій. Справді, розумний вибір фільтра відбувається не так, як описано вище; як правило, спочатку задаються необхідна рівномірність характеристики смуги пропускання і необхідне згасання на деякій частоті поза смуги пропускання та інші параметри. Після цього вибирається найбільш підходяща схема з кількістю полюсів, достатньою для того, щоб задовольнялися всі ці вимоги.

Аналіз застосування найбільш популярних типів активних фільтрів показує, що саме фільтр Баттерворта має максимально плоску характеристика в смузі пропускання, а фільтр Чебишева має найбільш крутий перехід від смуги пропускання до смуги придушення. Ці фільтри підходять для побудови фільтрів нижніх і верхніх частот і смугових фільтрів [1 – 8].

1. СИГНАЛИ І ФІЛЬТРАЦІЯ

1.1. Аналогова фільтрація

Аналоговий фільтр — різновид електронних, механічних або звукових фільтрів, що мають справу з аналоговими або безперервними сигналами, такими як напруга, звук або механічний рух. На відміну від них, цифрові фільтри мають справу з дискретними сигналами.

Аналогові фільтри використовуються головним чином обробки сигналів в електроніці. Серед найбільш популярних додатків відзначають антиаліасинг-обробку, вибірку певної радіостанції в радіоприймачах, поділ звукового сигналу перед відтворенням (бас, середньочастотний діапазон, твітер) та інші. Електронні аналогові фільтри складаються зазвичай з конденсаторів, котушок індуктивності та резисторів.

В даний час у багатьох програмах замість аналогових фільтрів використовуються цифрові, проте в деяких програмах заміни аналоговим фільтрам немає.

Найпопулярніша реалізація аналогових фільтрів - у вигляді пасивних RLC-ланцюжків, однак є тенденція до використання у складі таких фільтрів активних елементів, таких як операційні підсилювачі.

Також набули певного поширення механічні аналогові фільтри, в яких за допомогою механічних компонентів здійснюється фільтрація механічних вібрацій або акустичних хвиль. Подібні фільтри можуть використовуватися як коригувальних ланок у системах автоматичного регулювання. З погляду математичного опису лінійних аналогових фільтрів фізична сутність їх складових елементів важлива.

Інший вид аналогових фільтрів - кристалічні фільтри, що використовуються зокрема для вузькосмугової фільтрації сигналів. Сигналом у таких фільтрах є механічна акустична хвиля, яка за допомогою перетворювача перетворюється на електричний сигнал на виході кристала.

Порівняння з цифровими фільтрами.

З поширенням цифрової техніки аналогові фільтри активно витіснялися цифровими фільтрами, проте існують програми, у яких використання цифрових фільтрів недоцільно.

Нижче наведено порівняльні характеристики двох типів фільтрів за деякими ключовими параметрами:

- вартість: цифрові фільтри в цілому дешевші за аналогові, оскільки зазвичай не вимагають складної елементної бази (котушки індуктивності, конденсатори, резистори, операційні підсилювачі), хоча іноді потрібні плати цифро-аналогового, аналого-цифрового перетворення, мікроконтролери тощо;

- швидкість: швидкість роботи аналогових фільтрів вища за швидкість цифрових фільтрів. Це з обмеженістю обчислювальних ресурсів мікроконтролерів, у яких зазвичай виконані цифрові фільтри;

- шум квантування: цифрові фільтри можуть мати значний шум квантування, тоді як аналогові фільтри позбавлені цього недоліку;

- зовнішній шум: цифровий сигнал практично неможливо змінити під дією зовнішнього шуму, тому цифрові фільтри дуже стійкі до зовнішніх сигналів і шумів. Аналогові фільтри піддаються цьому впливу;

- дрейф параметрів: цифрові фільтри мають постійні в часі параметри. Зокрема, коефіцієнти передавальної функції для лінійних цифрових фільтрів є постійними, тоді як електричні елементи, на яких побудовані аналогові фільтри можуть мати дрейф характеристик часу, залежно від температури, номінальні допуски та інші помилки, які призводять до зміни коефіцієнтів передавальної функції;

- динамічний діапазон: відношення амплітуд максимального та мінімального сигналів, з якими може працювати фільтр, для аналогових фільтрів зазвичай набагато вище, ніж для цифрових фільтрів. Це відношення цифрових фільтрів часто обмежується розрядністю аналогово-цифрового перетворювача;

- частотний діапазон: частотний діапазон цифрових фільтрів обмежується частотою Найквіста, тоді як аналогових фільтрів такого обмеження немає.

1.2. Цифрова фільтрація

Цифровий фільтр – в електроніці будь-який фільтр, що обробляє цифровий сигнал з метою виділення та/або придушення певних частот цього сигналу. На відміну від цифрового, аналоговий фільтр має справу з аналоговим сигналом, його властивості не дискретні, відповідно передавальна функція залежить від внутрішніх властивостей його елементів.

Цифрові фільтри на сьогоднішній день застосовуються практично скрізь, де потрібна обробка сигналів, зокрема в спектральному аналізі, обробці зображень, обробці відео, обробці мовлення та звуку та багатьох інших додатках.

Характеристики цифрових фільтрів. Незважаючи на те, що цифрові фільтри можуть бути нелінійними та нестационарними, найбільшого поширення набули лінійні стаціонарні фільтри в силу простоти їхньої поведінки та математичного опису. Лінійність фільтра має на увазі, що якщо подати на вхід арифметичну суму відліків деяких сигналів, то на виході фільтра буде арифметична сума відгуків фільтра на ці сигнали. Основними характеристиками стаціонарних лінійних дискретних фільтрів є:

імпульсна характеристика;

комплексна частотна характеристика;

амплітудно-частотна та фазочастотна характеристики;

системна функція (передавальна функція).

Імпульсною характеристикою дискретного фільтра називається його реакція на одиничний імпульс за нульових початкових умов: Лінійний стаціонарний цифровий фільтр характеризується функцією передавання. Передатна функція може описати, як фільтр реагуватиме на вхідний сигнал. Таким чином, проектування фільтра складається з постановки завдання (наприклад, фільтр

восьмого порядку, фільтр нижніх частот з конкретною частотою зрізу), а потім розрахунок передавальної функції, яка визначає характеристики фільтра.

Передатна функція фільтра має вигляд:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_M z^{-M}}, \quad (1.1)$$

де порядок фільтра – більше N або M.

У разі це формула БИХ-фільтра. Якщо знаменник дорівнює одиниці, отримуємо формулу КІХ-фільтра (без зворотного зв'язку).

Переваги і недоліки цифрових фільтрів.

Перевагами цифрових фільтрів перед аналоговими є:

- висока точність (точність аналогових фільтрів обмежена припущеннями на елементи).
- стабільність (на відміну аналогового фільтра передавальна функція залежить від дрейфу параметрів елементів).
- гнучкість налаштування, легкість зміни.
- компактність - аналоговий фільтр на дуже низьку частоту (частки герца, наприклад) зажадав би надзвичайно громіздких конденсаторів або індуктивностей.
- повторюваність при серійній реалізації та висока ідентичність характеристик.

Недоліками цифрових фільтрів у порівнянні з аналоговими є:

- циклічна повторюваність частотних показників;
- проблема роботи з високочастотними сигналами. Хоча смуга робочих частот не обмежується частотою Найквіста, що дорівнює половині частоти дискретизації сигналу, для високочастотних сигналів застосовують аналогові фільтри, необхідні придушення внеполосного прийому сигналів. Якщо на високих частотах немає корисного сигналу, спочатку пригнічують високочастотні компоненти за допомогою аналогового фільтра нижніх частот, потім обробляють сигнал цифровим фільтром;

- труднощі роботи в реальному часі - обчислення повинні бути завершені протягом періоду дискретизації;

Для великої точності та високої швидкості обробки сигналів потрібен не тільки потужний процесор, але й додаткове, можливо дороге, апаратне забезпечення у вигляді високоточних та швидких ЦАП та АЦП.

Види цифрових фільтрів.

Фільтр з кінцевою імпульсною характеристикою (нерекурсивний фільтр, КІХ-фільтр) - один із видів електронних фільтрів, характерною особливістю якого є обмеженість за часом його імпульсної характеристики (з якогось моменту часу вона стає точно рівною нулю). Знаменник передавальної функції такого фільтра — певна константа.

Фільтр з нескінченною імпульсною характеристикою (рекурсивний фільтр, БІХ-фільтр) - електронний фільтр, що використовує один або більше своїх виходів як вход, тобто утворює зворотний зв'язок.

2. ФІЛЬТР БАТЕРВОРТА ТА ЧЕБИШЕВА

2.1. Характеристики фільтра Чебишева

Фільтр Чебишева – один з типів лінійних аналогових або цифрових фільтрів, відмінною особливістю якого є більш крутий спад амплітудно-частотної характеристики АЧХ і суттєві пульсації амплітудно-частотної характеристики на частотах смуг пропускання фільтр Чебишева I роду та придушення фільтра ніж у фільтрів інших типів. Фільтр отримав назву на честь відомого російського математика XIX століття Пафнутія Львовича Чебишева, оскільки характеристики цього фільтра ґрунтуються на багаточленах Чебишева. Фільтри Чебишова зазвичай використовуються там, де потрібно за допомогою фільтра невеликого порядку забезпечити необхідні характеристики АЧХ, зокрема, хороше придушення частот зі смуги придушення, і при цьому гладкість АЧХ на частотах смуг пропускання та придушення не така важлива. Це найчастіше зустрічається модифікація фільтрів Чебишева. У смузі пропускання такого фільтра видно пульсації, амплітуда яких визначається показником пульсації [8].

Фільтри Чебишева зазвичай використовуються там, де потрібно за допомогою фільтра невеликого порядку забезпечити необхідні характеристики АЧХ, зокрема, гарне придушення частот зі смуги придушення, і при цьому гладкість АЧХ на частотах смуг пропускання та придушення не така важлива.

Розрізняють фільтри Чебишева I та II пологів.

Фільтр Чебишева I роду. Це найчастіше зустрічається модифікація фільтрів Чебишева. У смузі пропускання такого фільтра видно пульсації, амплітуда яких визначається показником пульсації ϵ . У разі аналогового електронного фільтра Чебишева його порядок дорівнює числу реактивних компонентів, використаних при реалізації. Більш крутий спад характеристики може бути отриманий якщо допустити пульсації не тільки в смузі пропускання, але і в смузі придушення, додавши в функцію передавання нулів на уявній осі $j\omega$ в комплексній площині.

Це, однак, призведе до меншого ефективного придушення смуги придушення. Отриманий фільтр є еліптичним фільтром, також відомим як фільтр Кауера.

АЧХ для фільтра Чебишева нижніх частот I роду четвертого порядку представлена рис.2.1.

АЧХ для фільтра Чебишева нижніх частот I роду четвертого порядку

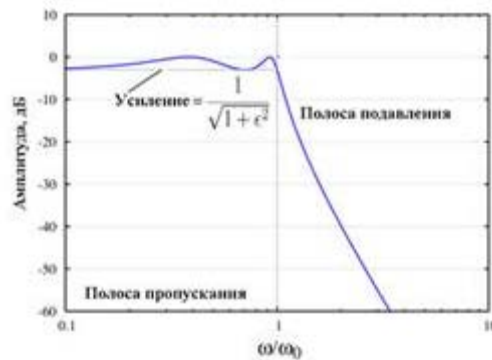


Рисунок.2.1 – АЧХ для фільтра Чебишева нижніх частот I роду четвертого порядку

Фільтр Чебишева II роду (інверсний фільтр Чебишева) використовується рідше, ніж фільтр Чебишева I роду через менш крутий спад амплітудної характеристики, що призводить до збільшення числа компонентів. У нього відсутні пульсації у смузі пропускання, проте є у смузі придушення.

АЧХ для фільтра Чебишева нижніх частот II роду четвертого порядку представлена на рис.2.2.

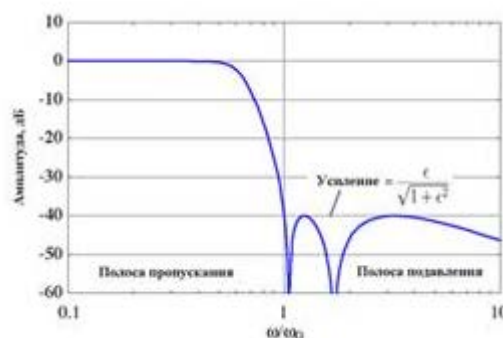


Рисунок. 2.2 – АЧХ для фільтра Чебишева нижніх частот II роду

2.2. Схемна реалізація фільтра Чебишева

На рис.2.3. представлені схемні реалізації ФВЧ Чебишева I та II порядку.

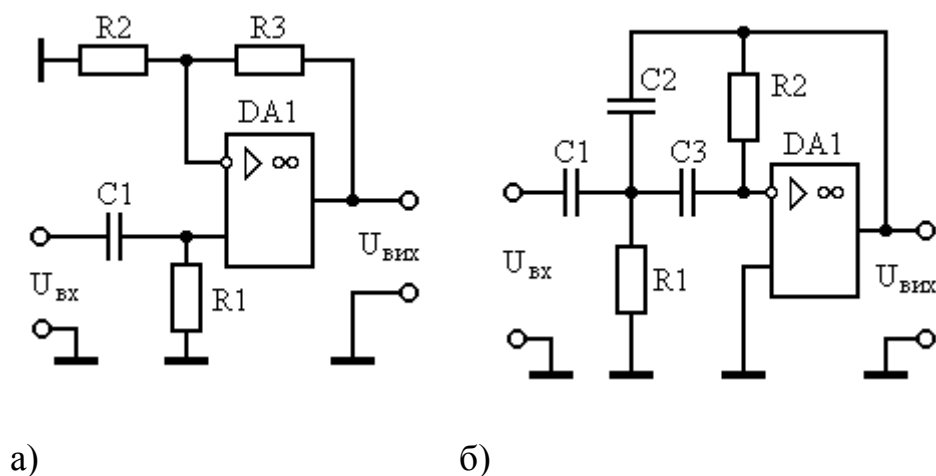


Рисунок.2.3– ФВЧ Чебишева: а) I порядку; б) II порядку

Властивості частотних характеристик фільтрів Чебишева:

$$|H(j\omega)|^2 |H(j0)|^2 = 1 \quad |H(j0)| = \sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon^2}}$$

1) У смузі пропускання АЧХ має рівнохвильовий характер. На інтервалі $(-1, 1)$ є n точок, у яких функція досягає максимального значення, що дорівнює 1, або мінімального значення, що дорівнює $\frac{1}{1+\varepsilon^2}$. Якщо n непарно, якщо n парно;

$$\frac{1}{1+\varepsilon^2}$$

2) значення АЧХ фільтра Чебишева на частоті зрізу дорівнює

$$|H(j\omega_c)| = \sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon^2}} \quad \omega_c \geq 1$$

3) При функція монотонно зменшується і прагне нуля.

4) Параметр ε визначає нерівномірність АЧХ фільтра Чебишева у смузі пропускання:

$$A_{max} = 10 \lg(1 + \varepsilon^2)$$

Порівняння АЧХ фільтрів Баттерворта та Чебишева показує, що фільтр Чебишева забезпечує більше ослаблення у смузі пропускання, ніж фільтр Баттерворта такого ж порядку. Нестача фільтрів Чебишева полягає в тому, що їх фазочастотні характеристики у смузі пропускання значно відрізняються від лінійних.

2.3. Характеристики фільтра Баттерворта

Фільтри Баттерворта, як зазначалося вище, мають максимально плоску АЧХ у смузі пропускання та монотонну характеристику у смузі затримування. АЧХ фільтра Баттерворта описується виразом

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^{2n}}},$$

де ω_{oc} – гранична частота, n – порядок фільтра.

Амплітудно-частотні характеристики типових ФНЧ дано на рис.2.4.

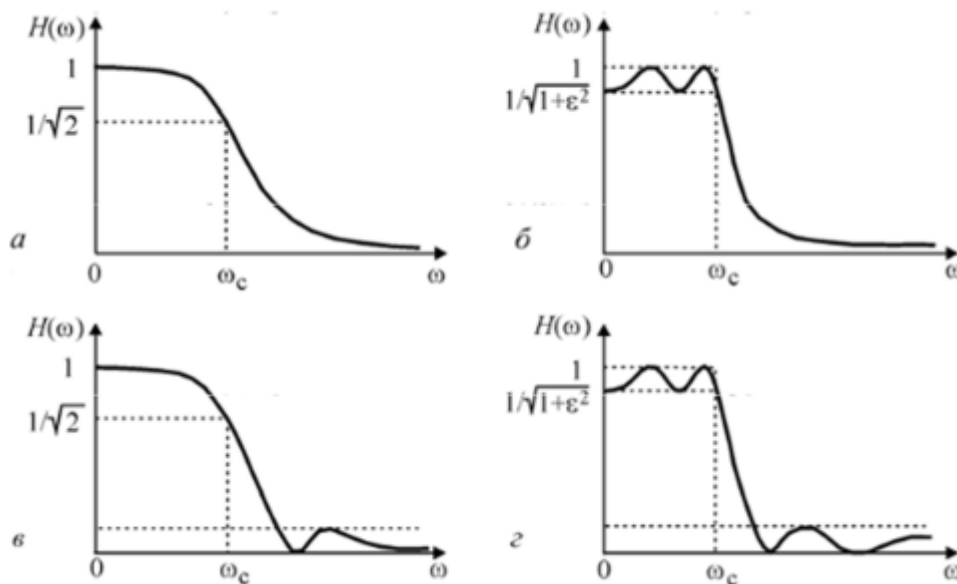


Рисунок 2.4. – Амплітудно-частотні характеристики типових ФНЧ: а – фільтр Баттерворта; б – фільтр Чебишева першого роду; в – фільтр Чебишева другого роду; г - еліптичний фільтр

АЧХ фільтрів Баттерворта різних порядків показані на рис.2.5. У міру зростання порядку n фільтра Баттерворта коефіцієнт передачі в смузі пропускання все більшою мірою наближається до одиниці, перехідна область все більшою мірою звужується, а в смузі затримування функція передачі все ближче і ближче підходить до нуля. При $n=2$ АЧХ фільтра Баттерворта наближається до ідеальної.

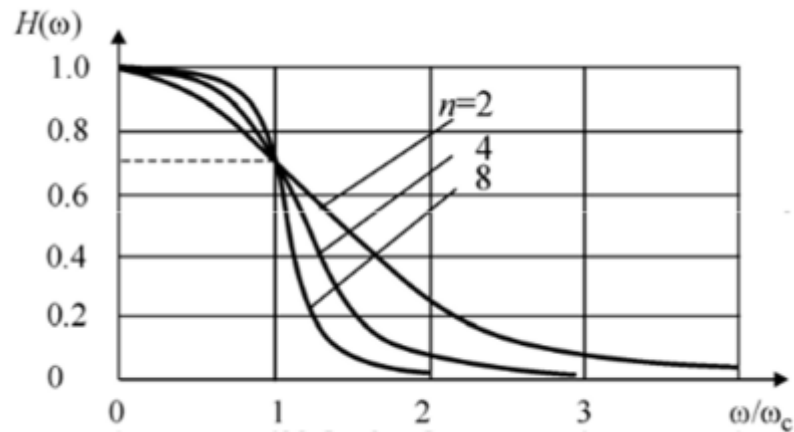


Рисунок. 2.5– АЧХ фільтрів Баттерворта різних порядків

Таким чином, порядок фільтра та гранична частота ω_{oc} є тими параметрами, вибір яких дозволяє задовольнити заданий набір вимог до АЧХ фільтра в смузі пропускання та смузі затримування.

Наведемо основні характеристики частотних параметрів фільтрів Баттерворта.

Властивість 1. За будь-якого n справедливі співвідношення:

$$H(0)=1; \quad H(\omega_c)=1/\sqrt{2}; \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} H(\omega)=0.$$

Властивість 2. Функція фільтрів $H(\omega)$ Баттерворта монотонно убиває при $\omega > 0$. Отже, АЧХ має максимальне значення при $\omega = 0$.

Властивість 3. Перші $(2n-1)$ похідні АЧХ фільтра нижніх частот Баттерворта n -го порядку дорівнюють нулю при $\omega = 0$.

Властивість 4. Крутизна фільтра АЧХ Баттерворта n -го порядку на високих частотах становить $20n$ дБ/дек.

Властивість 5. Фазо-частотна характеристика фільтра Баттерворта n -го системи при зміні частоти від 0 до ∞ змінюється від 0 до $-\pi/2$ рад [7].

2.4. Схемна реалізація фільтра Баттерворта

На рис.2.6 представлена схемна реалізація ФВЧ Баттерворт.

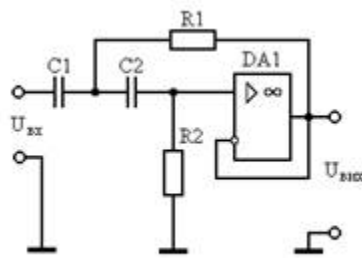


Рисунок.2.6 – ФВЧ-II Баттерворт

Перевагою фільтра Баттерворта є максимально гладка АЧХ на частотах смуги пропускання та її зниження до нуля на частотах смуги придушення. Фільтр Баттерворта – єдиний з фільтрів, що зберігає форму АЧХ для більш високих порядків (за винятком більш крутого спаду характеристики на смузі придушення) тоді як інші різновиди фільтрів (фільтр Бесселя, фільтр Чебишева, еліптичний фільтр) мають різні форми АЧХ при різних порядках.

Однак у порівнянні з фільтрами Чебишева I і II типів або еліптичним фільтром, фільтр Баттерворта має більш пологий спад характеристики і тому повинен мати більший порядок (що складніше в реалізації) для того, щоб забезпечити потрібні характеристики на частотах смуги придушення.

2.5. Порівняння різних типів аналогових фільтрів Чебишева, Баттерворда, Бесселя

Фільтри Баттерворта та Чебишева. Фільтр Баттерворта забезпечує найбільш плоску характеристику в смузі пропускання, що досягається ціною плавності

характеристики перехідної області тобто. між смугами пропускання та затримування. Як буде показано далі, у нього також погана фазочастотна характеристика. Його амплітудно-частотна характеристика задається такою формулою:

$$U_{\text{вих}}/U_{\text{вх}} = 1/[1 + (f/f_c)^{2n}]^{1/2},$$

де n визначає порядок фільтра (кількість полюсів). Збільшення числа полюсів дає можливість зробити більш плоским ділянку показника в смузі пропускання і збільшити крутість спаду від смуги пропускання до смуги придушення, як це показано на рис. 2.7.

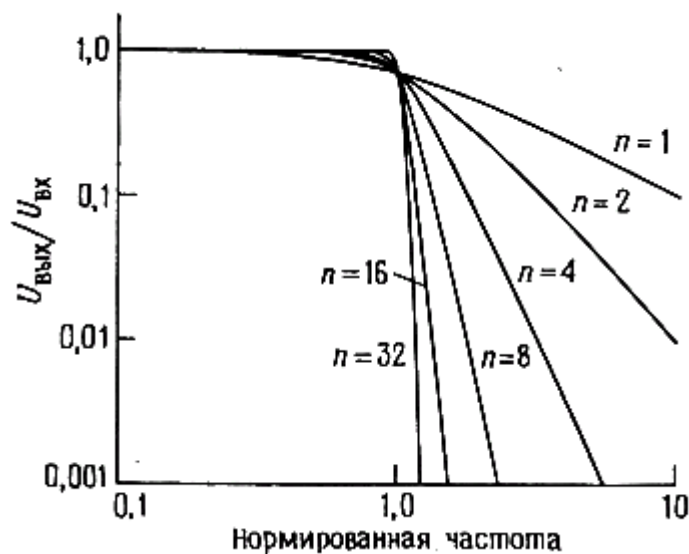


Рисунок. 2.7 – Нормовані характеристики фільтрів нижніх частот Баттерворта. Зверніть увагу на збільшення крутості спаду характеристики зі збільшенням порядку фільтра

Вибираючи фільтр Баттерворта, ми заради максимально плоскої характеристики поступаємося всім іншим. Його характеристика йде горизонтально, починаючи від нульової частоти, перегин її починається на частоті зрізу - ця частота зазвичай відповідає точці -3 дБ.

У більшості застосувань найістотнішим обставиною і те, що нерівномірність характеристики у смузі пропускання має перевищувати певної певної величини, скажімо 1 дБ. Фільтр Чебишева відповідає цій вимозі, у своїй допускається деяка

нерівномірність характерності у всій смузі пропускання, та заодно сильно збільшується гострота її зламу. Для фільтра Чебишева задають кількість полюсів та нерівномірність у смузі пропускання. Допускаючи збільшення нерівномірності у смузі пропускання, отримуємо гостріший злам. Амплітудно-частотна характеристика цього фільтра визначається наступним співвідношенням

$$U_{\text{вих}}/U_{\text{вх}} = 1/[1 + \varepsilon^2 C_n^2(f/f_c)]^{1/2}, \quad (2.1)$$

де C_n -поліном Чебишева першого роду ступеня n , а ε - константа, що визначає нерівномірність характеристики в смузі пропускання. Фільтр Чебишева, як і фільтр Баттерворта, має фазочастотні характеристики, далекі від ідеальних. На рис. 2.8 представлені для порівняння характеристики 6-полюсних фільтрів нижніх частот Чебишева та Баттерворта. Як легко помітити, і той, і інший набагато кращий за 6-полюсний RC-фільтр.

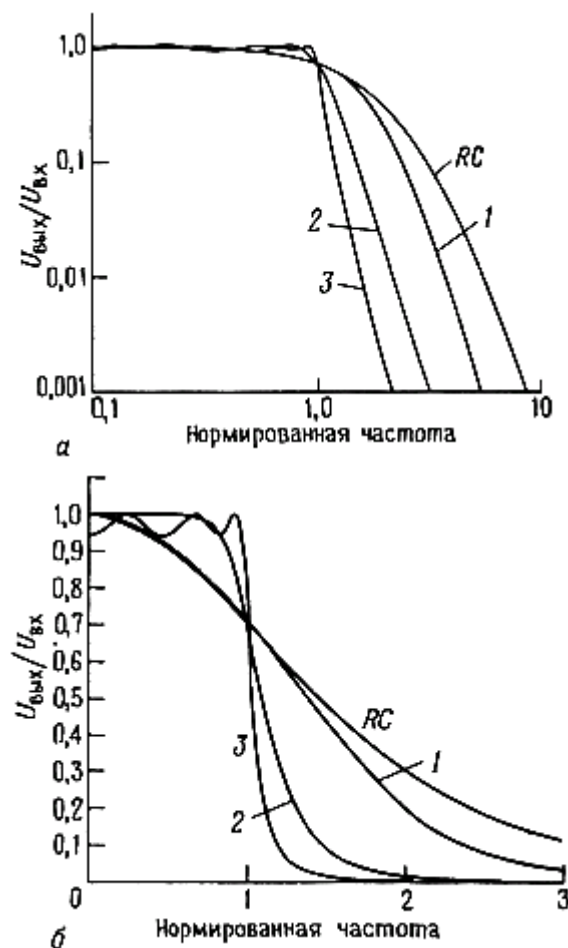


Рисунок. 2.8 – Порівняння характеристик деяких 6-полюсних фільтрів нижніх частот. Характеристики тих самих фільтрів зображені і в логарифмічному (вгорі), і

в лінійному (внизу) масштабі. 1 – фільтр Бесселя; 2 – фільтр Баттерворта; 3 – фільтр Чебишева (пульсації 0,5 дБ)

Насправді фільтр Баттерворта з максимально плоскою характеристикою в смузі пропускання не настільки привабливий, як це може здатися, оскільки в будь-якому випадку доводиться миритися з деякою нерівномірністю в смузі пропускання (для фільтра Баттерворта це буде поступове зниження характеристики при наближенні до частоти C , а для фільтра Чебишева-пульсації, розподілені по всій смузі пропускання). Крім того, активні фільтри, побудовані з елементів, номінали яких мають деякий допуск, матимуть характеристику, що відрізняється від розрахункової, а це означає, що насправді на характеристиці фільтра Баттерворта завжди матиме деяка нерівномірність у смузі пропускання. На рис. 2.9 проілюстровано вплив найбільш небажаних відхилень значень ємності конденсатора та опору резистора на характеристику фільтра.

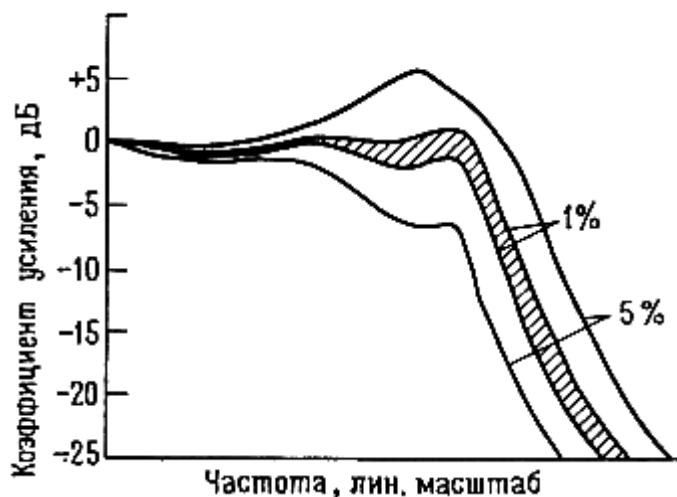


Рисунок. 2.9 – Вплив змін параметрів елементів на характеристику активного фільтра

У світлі вищевикладеного дуже раціональною структурою є фільтр Чебишева. Іноді його називають рівнохвильовим фільтром, так як його характеристика в області переходу має велику крутість за рахунок того, що по смузі пропускання розподілено кілька рівновеликих пульсацій, кількість яких зростає разом із порядком фільтра. Навіть при порівняно малих пульсаціях

(порядку 0,1 дБ) фільтр Чебишева забезпечує набагато більшу крутість характеристики в перехідній області, ніж фільтр Баттерворт. Щоб висловити цю різницю кількісно, припустимо, що потрібен фільтр з нерівномірністю характеристики смуги пропускання не більше 0,1 дБ і загасанням 20 дБ на частоті, що відрізняється на 25% від граничної частоти смуги пропускання. Розрахунок показує, що в цьому випадку потрібен 19-полісний фільтр Баттерворта або лише 8-полісний фільтр Чебишева.

Думка про те, що можна миритися з пульсаціями характеристики у смузі пропускання задля збільшення крутості перехідної ділянки, доводиться до свого логічного завершення в ідеї так званого еліптичного фільтра (або фільтра Кауера), в якому допускаються пульсації характеристики як у смузі пропускання, так і у смузі затримки для забезпечення крутості перехідної ділянки навіть більшої, ніж у параметри фільтра Чебишева. За допомогою ЕОМ можна сконструювати еліптичні фільтри так само просто, як і класичні фільтри Чебишева та Баттерворта.

На рис. 2.10 наведено графічне завдання амплітудно-частотної характеристики фільтра. У цьому випадку (фільтр нижніх частот) визначаються допустимий діапазон коефіцієнта передачі фільтра (тобто нерівномірність) у смузі пропускання, мінімальна частота, на якій характеристика залишає смугу пропускання, максимальна частота, де характеристика переходить у смугу затримування, та мінімальне згасання у смузі затримування.

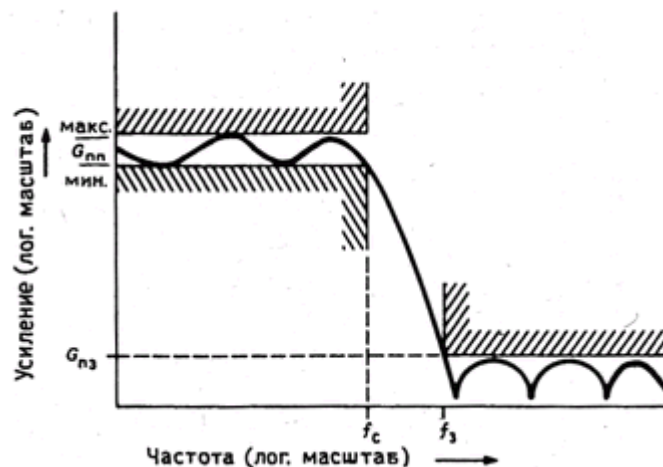


Рисунок. 2.10 – Визначення параметрів частотної характеристики фільтра

Фільтри Бесселя. Як було встановлено раніше, амплітудно-частотна характеристика фільтра не дає повної інформації. Фільтр із плоскою амплітудно-частотною характеристикою може мати великі зрушення фаз. Внаслідок цього форма сигналу, спектр якого лежить у смузі пропускання, буде спотворена при проходженні через фільтр. У ситуації, коли форма сигналу має першорядне значення, бажано мати у розпорядженні лінійно-фазовий фільтр (фільтр з постійним часом запізнювання). Пред'явлення до фільтра вимоги забезпечення лінійного зміни зсуву фази в залежності від частоти еквівалентно вимоги сталості часу запізнення для сигналу, спектр якого розташований у смузі пропускання, тобто відсутності спотворень форми сигналу. Фільтр Бесселя (також званий фільтром Томсона) має найбільш плоску ділянку кривої часу запізнення в смузі пропускання, подібно до того, як фільтр Баттерворта має найбільш плоску амплітудно-частотну характеристику. Щоб зрозуміти, яке покращення у часовій області дає фільтр Бесселя, подивіться на рис. 2.11, де зображені нормовані за частотою графіки часу запізнення для 6-полюсних фільтрів нижніх частот Бесселя і Баттерворта. Погана характеристика часу запізнення фільтра Баттерворт обумовлює появу ефектів типу викиду під час проходження через фільтр імпульсних сигналів. З іншого боку, за сталість часів запізнення у фільтра Бесселя доводиться розплачуватися тим, що його амплітудно-частотна характеристика має ще більш пологий перехідний ділянку між смугами пропускання і затримування, ніж навіть у характеристики фільтра Баттерворта.

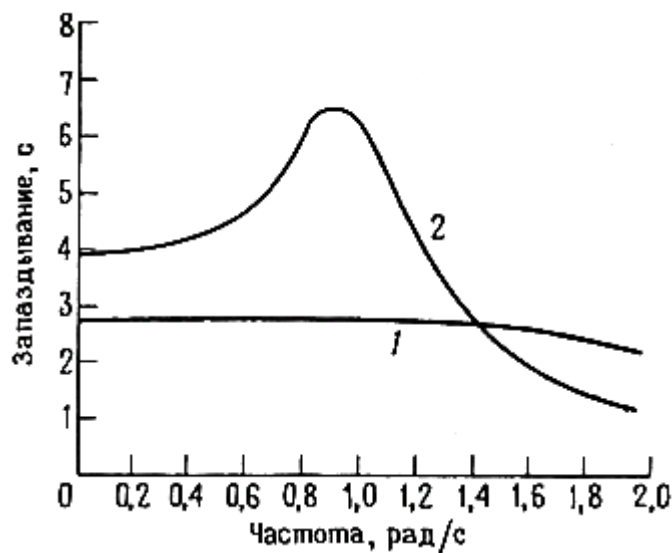


Рисунок 2.11 – Порівняння часових запізнювань для 6-смугових фільтрів нижніх частот Бесселя (1) та Баттерворта (2). Фільтр Бесселя завдяки своїм чудовим властивостям у часовій області дає найменше спотворення форми сигналу.

Існує багато різних способів проектування фільтрів, в яких робляться спроби покращити робочі параметри фільтра Бесселя у часовій області, частково жертвуючи постійністю часу запізнення заради зменшення часу наростання та покращення амплітудно-частотної характеристики. Фільтр Гауса має майже так само хороші фазочастотні характеристики, як і фільтр Бесселя, але при покращеній перехідній характеристиці. Інший цікавий клас являють собою фільтри, що дозволяють домогтися однакових за величиною пульсацій кривої часу запізнення в смузі пропускання (аналогічно пульсації амплітудно-частотної характеристики фільтра Чебишева) і забезпечують приблизно однакове запізнення для сигналів зі спектром аж до смуги затримування. Ще один підхід до створення фільтрів з постійним часом запізнення - це застосування фільтрів, що пропускають, інакше коректорами в тимчасовій області. Ці фільтри мають постійну амплітудно-частотну характеристику, а зсув фази може змінюватися відповідно до конкретних вимог. Таким чином, їх можна застосовувати для

вирівнювання часу запізнення будь-яких фільтрів, зокрема фільтрів Баттерворта та Чебишева.

Порівняння фільтрів. Незважаючи на раніше висловлені зауваження про перехідну характеристику фільтрів Бесселя, він все ж таки має дуже хороші властивості в часовій області порівняно з фільтрами Баттерворта і Чебишева. Сам фільтр Чебишева за його дуже підходящої амплітудно-частотної характеристики має найгірші параметри у часовій області з усіх цих трьох типів фільтрів. Фільтр Баттерворта дає компроміс між частотами та часовими характеристиками. На рис. 2.12 надано інформацію щодо робочих характеристик цих трьох типів фільтрів у часовій області, що доповнює наведені раніше графіки амплітудно-частотних характеристик. За цими даними можна дійти невтішного висновку, що у випадках, коли важливі параметри фільтра у часовій області, бажано застосовувати фільтр Бесселя.

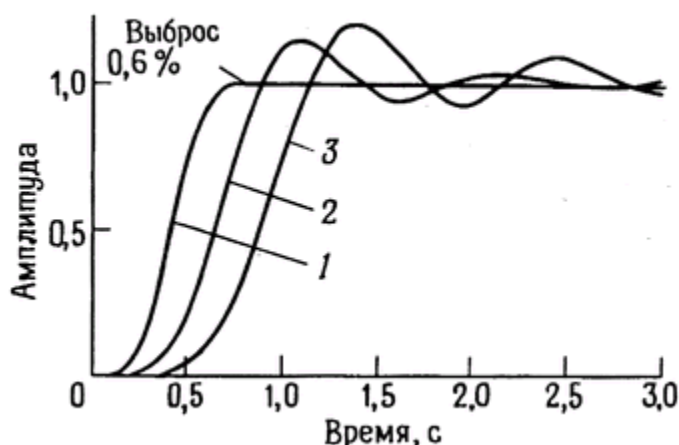


Рисунок. 2.12 – Порівняння перехідних процесів 6-полюсних фільтрів нижніх частот. Криві унормовані приведенням значення ослаблення 3 дБ до частоти 1 Гц. 1 – фільтр Бесселя; 2 – фільтр Баттерворта; 3 – фільтр Чебишева (пульсації 0.5 дБ)

3. МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРІВ В МАТЕМАТИЧНІЙ СИСТЕМІ

3.1. Початкові дані. Моделювання характеристик фільтрів

Діапазон зміни аргументу (часу): $t:=0..20$

Величина інтервалу зміни рівня шуму: $M:=20$

Коефіцієнт нерівномірності частотної передатної функції 0,8

порядок фільтру $n:=8$

Смуга пропускання ФНЧ (гранична частота): $F:=30$

Діапазон частот спектру сигналів: $f:=0..1024$

Генерація шуму: $s_t := \text{md}(M) - \frac{M}{2}$

Розрахунок спектральної функції шуму: $v := \text{fft}(s)$

Визначимо вхідний і вихідний сигнали, а також основні компоненти цифрового фільтра.

Вхідний сигнал $x(n)$. Вхідний сигнал цифрового фільтра являє собою послідовність дискретних відліків, формовану в результаті дискретизації вхідного аналогового сигналу. Частота дискретизації повинна задовольняти критерієм Найквіста (теоремі відліків Шеннона).

Елемент затримки z^{-1} . Елемент затримки z^{-1} відповідає тимчасовій затримці, яка дорівнює періоду дискретизації. Також його називають одиничною затримкою. Отже, кожен елемент z^{-1} затримує відліки сигналу на один період дискретизації.

Вагові коефіцієнти і відводи фільтра. Вихід кожного елемента затримки називають відводом. Відліки з відводів зазвичай надходять на схеми масштабування, які змінюють величини затриманих відліків до необхідних значень. Коефіцієнти масштабування називають ваговими коефіцієнтами. Затримані значення відліків множаться на коефіцієнти.

Недоліки притаманні цифровим фільтрам при синтезі по аналоговому

прототипу методом інваріантної імпульсної характеристики - неможливість отримати нескінченно малу смугу пропускання, виникнення ефекту накладення спектрів на краях діапазону за рахунок дискретизації і т.д.

Далі визначимо частотно-часові характеристики цифрових фільтрів Баттерворта і Чебишева другого порядку, необхідні для аналізу динамічних режимів їх роботи та визначення їх динамічних похибок методом z-перетворення, який дозволяє виключити зазначені недоліки. У цьому випадку в якості вихідних даних використовується операторний коефіцієнт передачі.

$$K(p) = \frac{M(p)}{N(p)} \quad (3.1)$$

де $M(p)$ і $N(p)$ – поліноми, які задаються шляхом вибору типу фільтра, наприклад Баттерворта або Чебишева. При цьому проводиться заміна оператора

$$p = \frac{2}{T} \frac{1 - z^2}{1 + z^2} \quad (3.2)$$

де T – період дискретизації.

В результаті отримаємо новий вираз:

$$K(z) = \frac{M(z)}{N(z)} \quad (3.3)$$

Фільтр Баттерворта другого порядку описується операторним коефіцієнтом передачі

$$K_1(p) = \frac{1}{p^2 + \sqrt{2}p + 1}. \quad (3.4)$$

Фільтр Чебишева другого порядку:

$$K_2(p) = \frac{0,5}{p^2 + 0,645p + 0,707} \quad (3.5)$$

Амплітудно-частотна характеристика фільтра Баттерворта другого порядку описується виразом

$$K_1(\omega) = \left| \frac{1}{(j\omega)^2 + \sqrt{2}j\omega + 1} \right| \quad (3.6)$$

фільтра Чебишева другого порядку:

$$K_2(\omega) = \left| \frac{0,5}{(j\omega)^2 + 0,645j\omega + 0,707} \right| \quad (3.7)$$

За допомогою програми MathCad розраховані амплітудно-частотні характеристики фільтрів за вище вказаними формулами.

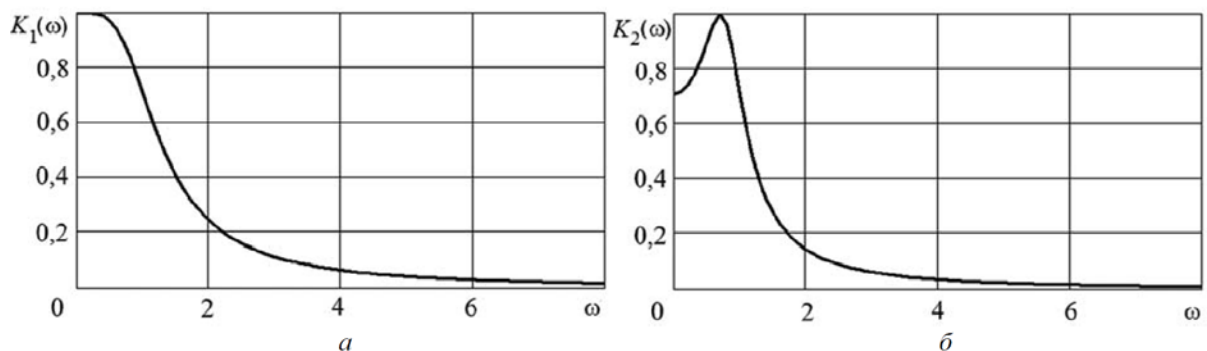


Рисунок. 3.1 – АЧХ фільтрів другого порядку Баттерворта (а) і Чебишева (б)

Частотні характеристики фільтрів Баттерворта і Чебишева, побудовані на підставі формул без використання методу z-перетворення, досягають нуля на нескінченній частоті. Для цифрових фільтрів частотний діапазон обмежують частотою ω_m , тобто хвіст характеристики обмежується, що призводить до похибки у подальших розрахунках. Для уникнення накладення спектрів пропонується перехід до z-перетворення шляхом заміни оператора p на підставі (1), попередньо денормуючи коефіцієнти передачі (2) і (3).

$$K_1(p) = \frac{\omega_c^2}{p^2 + p\omega_c\sqrt{2} + \omega_c^2} \quad (3.8)$$

$$K_2(p) = \frac{0,5\omega_c^2}{p^2 + 0,645p\omega_c + 0,707\omega_c^2} \quad (3.9)$$

де ω_c – частота зрізу фільтра.

Після підстановки (1) в (6) і (7) отримані коефіцієнти передачі для фільтра Баттерворта і Чебишева становлять:

$$K_1(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{R^2 + \sqrt{2}R + 1 + 2z^{-1}(1 - R^2) + z^{-2}(R^2 - \sqrt{2}R + 1)} \quad (3.10)$$

$$K_2(z) = \frac{0,5 + z^{-1} + 0,5z^{-2}}{R^2 + 0,645R + 0,707 + 2z^{-1}(0,707 - R^2) + z^{-2}(R^2 - 0,645R + 0,707)} \quad (3.11)$$

У розрахунках використовується коефіцієнт $R = \frac{\omega_T}{\pi\omega_c}$, який пов'язує тактову частоту ω_T з частотою зрізу фільтра ω_c через кількість вибірок частотної характеристики N , а через r – кількість вибірок в межах смуги пропускання, тоді $R = \frac{N}{\pi r}$.

Для переходу з z -області в частотну область слід здійснено заміну $z = e^{j\omega T}$.

Обчислені модулі і фази комплексних коефіцієнтів передачі $K_1(j\omega)$ та $K_2(j\omega)$, визначені вибірки амплітудно-частотних (АЧХ) і фазо-частотних (ФЧХ) характеристик, на підставі яких будуємо графіки рис. 3.2 та 3.3 відповідно.

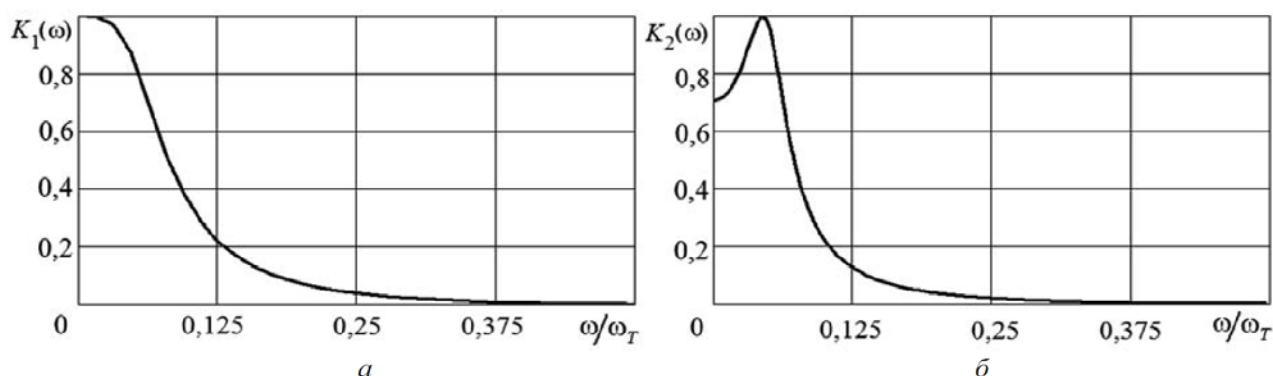


Рисунок. 3.2 – АЧХ фільтрів другого порядку Баттерворта (а) і Чебишева (б), розраховані при використанні методу z -перетворення

Як видно, в даному випадку виключається накладення спектрів, бо

амплітудно-частотні характеристики досягають нуля, а фазо-частотні – -180° . Амплітудно-частотна характеристика фільтра Чебишева має більш різкий спад, що говорить про більший рівень вибіркової спроможності фільтра Чебишева в порівнянні з фільтром Баттерворта, тобто, динаміка такого фільтра буде більш різко виражена.

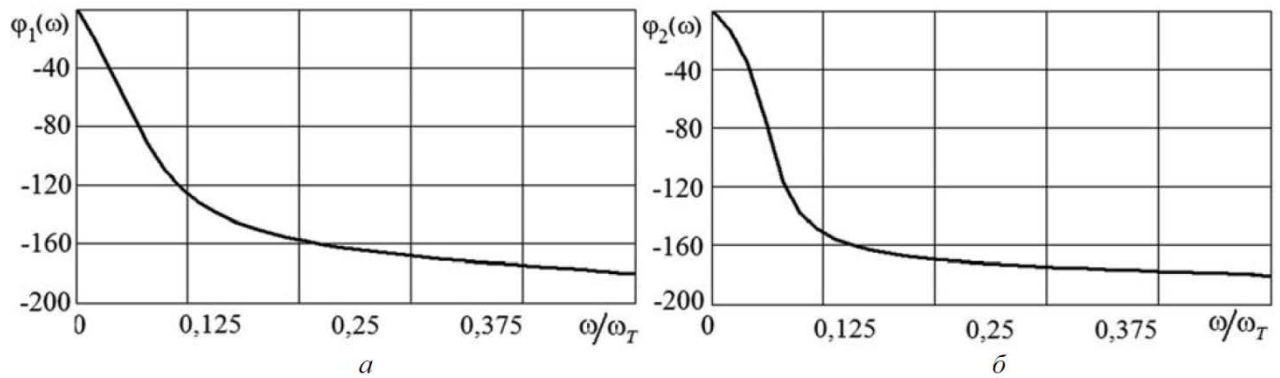


Рисунок. 3.3 – ФЧХ фільтрів другого порядку Баттерворта (а) і Чебишева (б), розраховані при використанні методу z-перетворення

Для аналізу роботи цифрових фільтрів використовуються дискретні перетворення Фур'є (ДПФ): пряме

$$K(jn\Omega) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k e^{-jnk\Omega T} = \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad (3.12)$$

і зворотне (ЗДПФ)

$$h_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} K(jk\Omega) e^{j\frac{2\pi nk}{N}} e^{-jnk\Omega T} \quad (3.13)$$

динамічний коефіцієнт передачі цифрових фільтрів описується виразом

$$K(jn\Omega, kT) = \sum_{k=0}^{kT} h_k e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad (3.14)$$

де $\Omega = 2\pi/T_c$;

T_c – час існування сигналу;

h_k – вибірки імпульсної характеристики;

$n = 1, 2 \dots N-1$;

$k = 1, 2 \dots N-1$;

$N = \frac{T_c}{T}$ – кількість вибірок часової і частотної характеристик кола.

За допомогою ЗДПФ обчислені їх тимчасові характеристики – імпульсна $h(t)$ і перехідна $g(t)$. Пряме і зворотне ДПФ розраховується за допомогою матриць ДПФ і ОДПФ. У першому випадку визначається стаціонарна частотна характеристика $K(jn\Omega)$, а в другому - імпульсна характеристика фільтра $h(t)$. Для аналізу роботи фільтра в динамічному режимі необхідно призвести усічення матриці прямого ДПФ, тобто залишити останню вибірку імпульсної характеристики h_k на рівні 0,001, 0,01 і т.д. Причому, для аналізу відгуку фільтра на сигнал з частотою $n\Omega$ проводиться рядкове обчислення n -го рядка, а для визначення АЧХ в динамічному режимі – k -го стовпця.

Імпульсні $h(t)$ та перехідні $g(t)$ характеристики фільтрів Баттерворта (а, в) і Чебишева (б, г) дано на рис.3.4. Обчислена залежність зміни обвідної фільтра на резонансній частоті (крива 1) і на кордоні смуги пропускання (крива 2) (рис. 3.5).

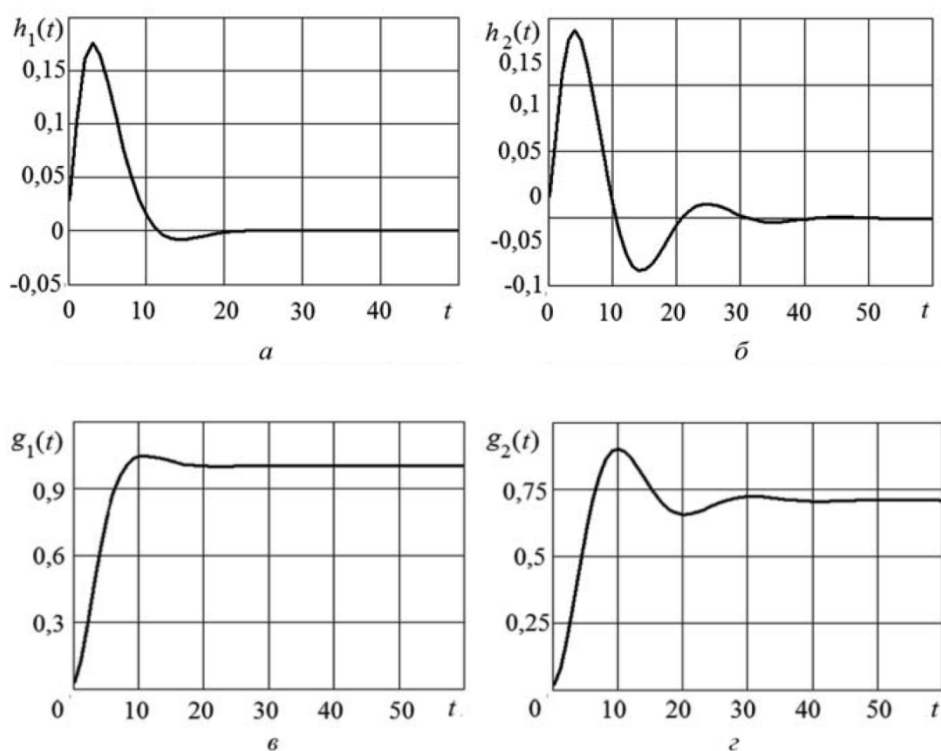


Рисунок. 3.4 – Імпульсні $h(t)$ та перехідні $g(t)$ характеристики фільтрів Баттерворта (а, в) і Чебишева (б, г)

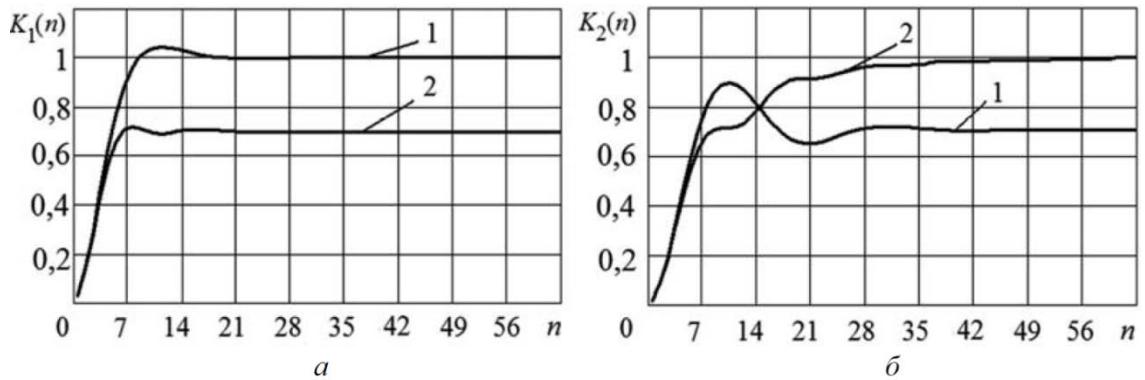


Рисунок . 3.5 – Зміна обвідної фільтрів Баттерворта (а) і Чебишева (б) на резонансній частоті (1) і на кордоні смуги пропускання (2)

Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити наступні висновки:

- синтез цифрових фільтрів Чебишева і Баттерворта методом z - перетворення дозволяє зменшити похибку обчислень;
- АЧХ фільтра Чебишева має більш різкий спад, що говорить про більшу вибірковість порівняно з фільтром Баттерворта;
- для визначення динамічних характеристик цифрових фільтрів після обчислення вибірок імпульсного відгуку слід використовувати матрицю ДПФ;
- при частоті $\Omega = 0$ динамічні коефіцієнти передачі $K(jn\Omega, kT)$ цифрових фільтрів Баттерворта і Чебишева приймають вид перехідних характеристик;
- динамічні коефіцієнти передачі $K(jn\Omega, kT)$ цифрових фільтрів Баттерворта і Чебишева як функція часу при $t \rightarrow \infty$ плавно переходять до стаціонарного значення.

3.2. Реалізація математичного моделювання фільтрів в MathCad

В попередньому пункті ми з'ясували що багато задач, які вирішуються радіоелектронними системами забезпечуються завдяки використанню електричних фільтрів і, напевно чи знайдеться хоча б одна, яка не має фільтрів у своєму складі.

Перетворення електричного коливання в частотному фільтрі здійснюється відповідно з модельним перетворенням Фур'є (рис. 3.6).



Рисунок. 3.6 – Модель частотної фільтрації коливання:

$$u_{\text{вх}} \rightarrow F(u_{\text{вх}}) = \int_0^T u_{\text{вх}} e^{-j\omega t} dt \rightarrow F(u_{\text{вих}}) = H \cdot F(u_{\text{вх}}) \rightarrow F^{-1}(u_{\text{вих}}) = \int_0^T H \cdot F(u_{\text{вх}}) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.15)$$

Ця модель може бути легко реалізована в середовищі Mathcad за допомогою вбудованої функції дискретного прямого і зворотного перетворень Фур'є fft і ifft відповідно.

Сучасна теорія електричних фільтрів базується на апроксимації ідеальної робочої передавальної функції поліномами різного виду. Найбільшого поширення набули два види апроксимції – Баттерворта і Чебишева. Апроксимація Баттерворта – це використання класичного статечного полінома, тому характеристика фільтра виходить максимально гладкою (рис.2). Передавальна функція фільтра в даному випадку задається виразом:

$$H(f) = \frac{1}{2(1 + \varepsilon^2 (\frac{f}{f_{\text{зр}}})^{2n})} \quad (3.16)$$

де ε^2 – коефіцієнт нерівномірності характеристики, що визначає наскільки падає значення передавальної функції фільтра на граничній частоті ($f_{\text{зр}}$) смуги пропускання в порівнянні з найбільшим значенням;

n – порядок апроксимуючої функції, (порядок фільтра).

Апроксимація Чебишева заснована на застосуванні однойменних функцій (функцій Чебишева $T_n(x) = \cos(n - \arccos(x))$). Передатній функції фільтра з характеристикою Чебишева відповідає вираз:

$$H(f) = \frac{1}{2(1 + \varepsilon^2 T_n^2)} \quad (3.17)$$

Як і в попередньому виразі, n – порядок фільтра (апроксимуючої функції).

Передатна функція фільтра з характеристикою Чебишева також наведена на рис. 3.7, має рівномірно-коливальний характер. Таку апроксимацію називають рівнохвильовою. Якщо передавальна функція Баттерворта досягає максимального відхилення тільки на кордоні смуги пропускання (на графіку це відповідає абсцисі рівний 1), то передавальна функція Чебишева (при тому ж порядку n) робить це не один раз, проте за кордоном смуги пропускання вона йде вниз набагато крутіше, тобто в значно більшому ступені послаблює небажані коливання присутні на сусідніх частотах. Тобто фільтр Баттерворта вносить похибку в корисний сигнал менше, ніж фільтр Чебишева, зате сусідні коливання відфільтровує гірше

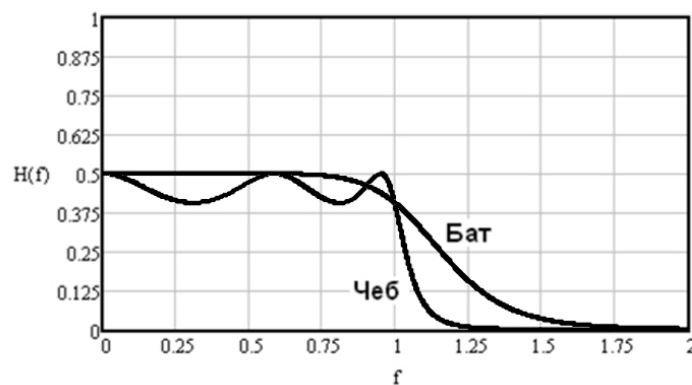


Рисунок. 3.7 – Передатні функції фільтрів з характеристиками Баттерворта і Чебишева

Який з фільтрів має перевагу можна визначити тільки для конкретних умов використання. Це завдання дуже трудомістке і аналітичне рішення неможливо, проте моделювання може допомогти дати відповідь на це питання.

Розглянемо фільтрацію імпульсного сигналу при дії адитивних шумів (шум – випадкове коливання, що заважає правильно прийняти корисний сигнал, називається адитивним, якщо підсумовується (складається) з корисним сигналом).

Графік імпульсного сигналу наведено на рис. 3.8.

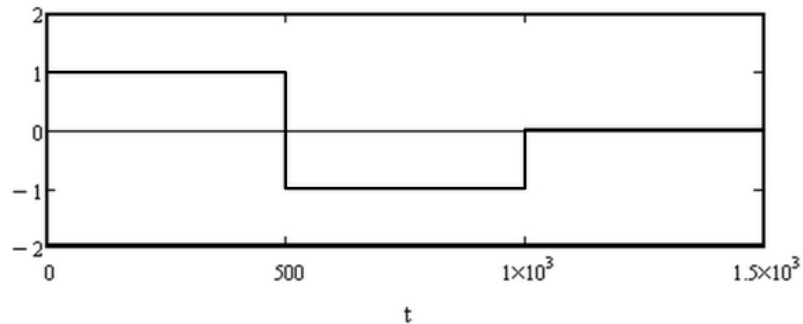


Рисунок. 3.8 – Телеграфний сигнал

Шуми, що діють на телеграфний сигнал, можна представити як додавання в кожному мить до сигналу деякої випадкової напруги, випадкової величини з нульовим середнім і дисперсією, що перевищує потужність сигналу в кілька разів

$$(M^2 \gg 12): st := md(M) - \frac{M}{2}$$

Приймаємо $M=30$. Адитивна суміш сигналу з шумом має вигляд, показаний на рис. 3.9.

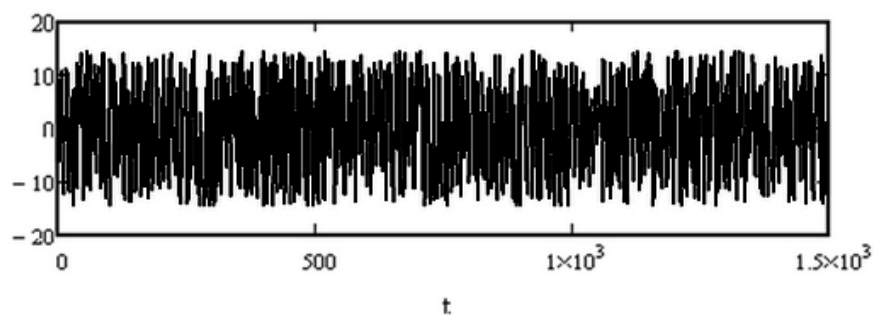


Рисунок . 3.9 – Суміш телеграфного сигналу і шуму

Як видно, на тлі шумів сигнал тепер абсолютно невиразний і виділити його можна тільки за допомогою частотного фільтра, що пропускає нижні частоти і

затримує верхні. Такий фільтр називають фільтром нижніх частот (ФНЧ). Пропустимо цю суміш через фільтри Баттерворта і Чебишева. При $n=3$ (фільтри третього порядку), передатні функції і вихідні напруги фільтрів показані на рис. 3.10. Як видно, фільтр Чебишева виявляється набагато краще, що можна пояснити набагато більшою крутизною характеристики в області межі смуги пропускання. Цей виграш значно перекиває високу нерівномірність характеристики Чебишева. Таким чином, можна впевнено сказати, що при невисокому порядку фільтрів спостерігається безумовна перевага фільтрів Чебишева перед фільтрами Баттерворта.

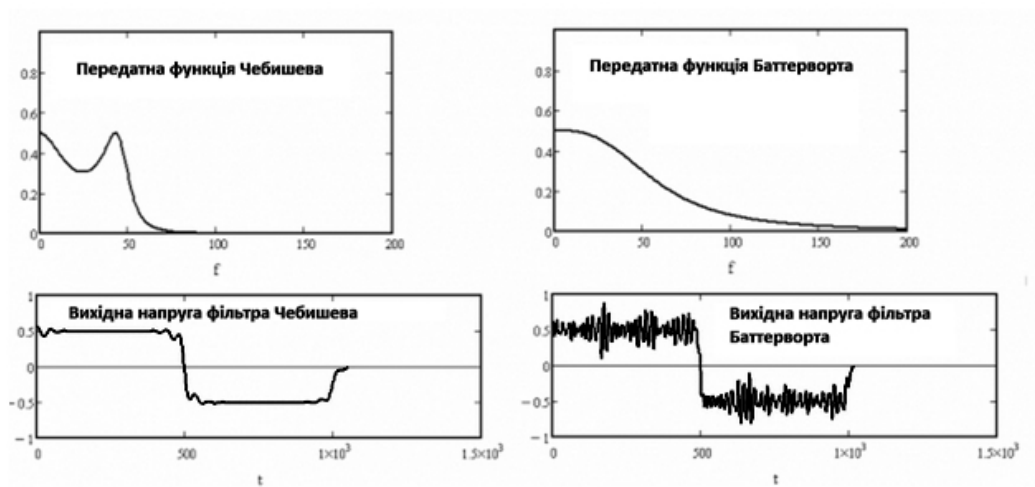


Рисунок. 3.10 – Передатні функції і вихідні напруги фільтрів Чебишева та Баттерворта 3-го порядку

Розглянемо інший випадок – фільтри з порядком 8. Передатні функції і вихідні напруги показані на рис. 3.11.

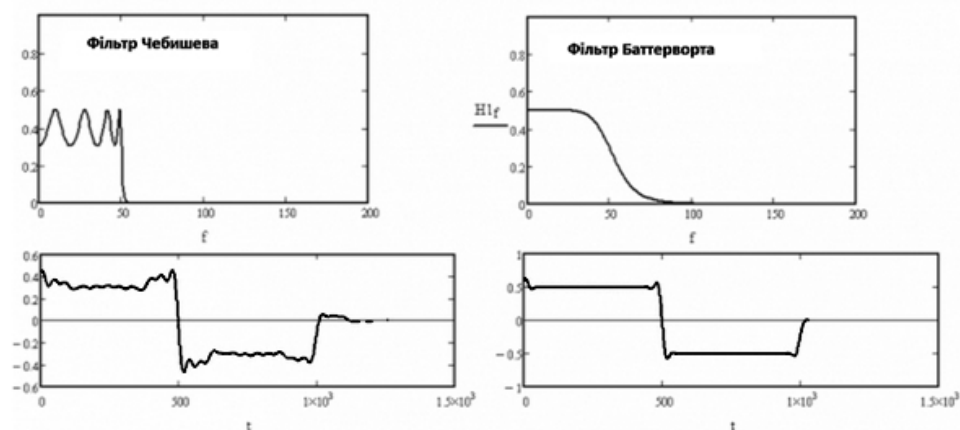


Рисунок. 3.11 – Передатні функції і вихідні напруги фільтрів Чебишева та Баттерворта 8-го порядку

З рис. 3.11 випливає, що фільтр Чебишева виявився гірше фільтра Баттерворта. Це можна пояснити тим, що менша крутизна спаду характеристики Баттерворта вже не настільки критична, як великі спотворення частотної характеристики Чебишева. Зі збільшенням порядку характеристика фільтра Баттерворта стає все краще, а спотворення, які вносить фільтр Чебишева практично не змінюються, - хвиль в характеристиці стає більше, але їх величина постійна. Таким чином, можна зробити висновок, що при помітній нерівномірності ($\epsilon=0,8$) і фільтрах невисокого порядку слід віддавати перевагу фільтрам Чебишева, а для фільтрів високого порядку слід віддавати перевагу фільтрам Баттерворта.

Розрахунок:

діапазон зміни аргументу (часу): $t:=0..20$

Величина інтервалу зміни рівня шуму: $M:=20$

Коефіцієнт нерівномірності частотної передатної функції 0,8
порядок фільтру $n:=8$

Смуга пропускання ФНЧ (гранична частота): $F:=30$

Діапазон частот спектру сигналів: $f:=0..1024$

Генерація шуму: $s_t:=md(M)-\frac{M}{2}$

Розрахунок спектральної функції шуму: $v:=fft(s)$

Передатна функція фільтра, яка поміщає шум у суміжних канал:

$$H_{s_f} := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq f \leq 80 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

спектр на виході цього фільтру, при шумі на вході

$$sl_f := s_f \cdot H_{s_f}$$

Напруга шуму на виході цього фільтра (шум в сусідньому каналі)

$$us:=ifft(sl)$$

Суміш шуму і телеграфного сигналу

$$u_t := \begin{cases} (1+us_t) & \text{if } 0 \leq t \leq 500 \\ -1+us_t & \text{if } 500 \leq t \leq 1000 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Спектр суміші шуму і телеграфного сигналу

$$z := \text{fft}(u)$$

Передатна функція фільтра Чебишева

$$H_f := \frac{1}{2 + 2\varepsilon^2 \left(\cos \left(n \cdot a \cos \left(\frac{f}{F} \right) \right) \right)^2}$$

Передатна функція фільтра Баттерворта (рис.3.12)

$$H1_f := \frac{1}{2 \cdot \left[1 + \varepsilon^2 \left(\frac{f}{F} \right)^n \right]}$$

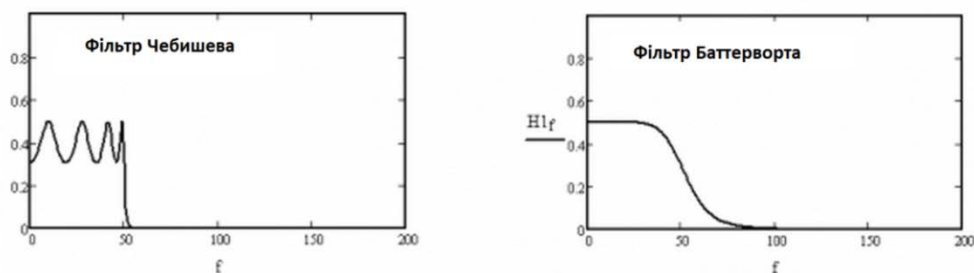


Рис. 3.12 – Графік передатних функцій фільтрів Чебишева та Баттерворта

Спектр на виході фільтра Чебишева $z1_f := Hf \cdot zf$, спектр на виході фільтра Баттерворта $z1_f := H1f \cdot zf$, напруга на виході фільтра Баттерворта $u1 := \text{ifft}(z1)$ дано на рис.3.13.

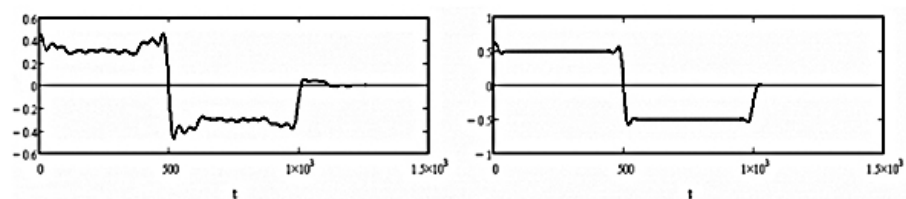


Рисунок. 3.13 – Напруги на виході фільтрів Чебишева та Баттерворта (n=8)

Висновок. Наявність на мережі залізниць України систем автоблокування різних типів, різних видів тяги рухомих одиниць, наявності завад різної природи схиляє до розробки уніфікованих фільтрів з регулюючими параметрами. При моделюванні фільтрів Чебишева та Баттерворта для використання в системах залізничної автоматики слід враховувати особливості функціонування встановлених систем та систем, які перебувають на стадії проектування. Значна увага приділялася змінним параметрам рейкової лінії, як середовища для передачі сигналу. Окрім того, при моделюванні фільтрів до уваги приймалися вимоги до них: простота регулювання; наявність мінімальної кількості елементів; малий вплив розкиду параметрів елементів; відсутність високих вимог до застосовуваного операційного підсилювача. Параметри фільтра, які дозволяють зменшити ймовірність виникнення помилки при прийомі сигналу: зазначений рівень пульсацій; крутий спад в перехідній області; великий рівень затухання в полосі затримки.

Вдосконалення систем фільтрації покращує роботу різноманітних систем залізничної автоматики в цілому, розширює функціональні можливості систем, підвищує якість обробки сигналів.

ВИСНОВКИ

RC і LC-фільтри типу k і типу m мають такі недоліки, крутість їх АЧХ не перевищує 6 дБ на октаву (подвоєння частоти). У багатьох завданнях хотілося б мати більш круту амплітудно-частотну характеристику. Сучасний рівень мікросхемотехніки і засобів програмування дозволяє проектувати та застосовувати нові типи фільтрів, що дозволить покращити якість передачі та прийняття сигналу в системах залізничного зв'язку.

Мета роботи – моделювання фільтрів Чебишева та Баттерворда за допомогою прикладних математично-програмового пакета MathCad.

Для використання в системах залізничної автоматики і зв'язку фільтрів Чебишева та Баттерворта слід враховувати особливості функціонування цих систем. Значна увага приділялася змінним параметрам лінії передачі (рейкове коло, лінії зв'язку), як середовища для передачі сигналу. Розроблені фільтри з регулюючими параметрами повинні бути уніфікованими.

Окрім того, при моделюванні фільтрів до уваги приймалися вимоги до них: простота регулювання; наявність мінімальної кількості елементів; малий вплив розкиду параметрів елементів; відсутність високих вимог до застосовуваного операційного підсилювача. Параметри фільтра, які дозволяють зменшити ймовірність виникнення помилки при прийомі сигналу: зазначений рівень пульсацій; крутий спад в перехідній області; великий рівень затухання в полосі затримки.

Вдосконалення систем цифрової фільтрації покращує роботу систем залізничної автоматики і зв'язку в цілому, розширює функціональні можливості систем, підвищує якість обробки сигналів.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Джонсон Д., Джонсон Дж., Мур Г. Справочник по активным фильтрам: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 128 с.
2. Сергиенко, А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. — 2-е изд. — СПб.: Питер, 2007. — 751 с.
3. Оппенгейм, А. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер. — 2-е изд.: Пер. с англ. — М.: Техносфера, 2009. — 856 с.
4. Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов / И. С. Гоноровский. — 5-е изд., испр. — М.: Дрофа, 2006. — 719 с.
5. Фільтр Батерворда [Електронний ресурс] Режим доступу: https://studbooks.net/2368617/tehnika/filtr_battervorta
6. Філіпський, Ю. К. Динаміка сигнальних перетворень: навч. посіб. для студентів ВНЗ / Ю. К. Філіпський. — Одеса: ОДПУ, 2006. — 89 с.
7. Фільтри Батерворта [Електронний ресурс] Режим доступу: https://studme.org/181333/matematika_himiya_fizik/filtry_battervorta
8. Мистецтво схемотехніки. [Електронний ресурс] Режим доступу: <https://www.skilldiagram.com/gl5-5.html>
9. Очков В. Ф. O-95 Mathcad 14 для студентов и инженеров: русская версия. — СПб.: БХВ-Петербург, 2009. — 512 с.: ил.
10. MathCAD для студентов: Учебный практикум / С. В. Алябьева, Е. П. Борматова, М. В. Данилова, Е. Е. Сем ~~Вновіт~~ ^{Вновіт} ~~МЗ~~ ^{МЗ} – Петрозаводск, 2007. – 154 с.
11. Мироновский Л. А. Моделирование линейных систем: учебное пособие / Л. А. Мироновский. – СПб.: ГУАП, 2009. – 244 с.: ил.
12. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. - М.: Высшая школа, 1988.- 448 с.
13. Гольденберг Л.М. и др. Цифровая обработка сигналов: Справочник. - М.: Радио и связь, 1985.- 312с.

14. Гольденберг Л.М. и др. Цифровая обработка сигналов: Учебное пособие для вузов. - М.: Радио и связь, 1990.- 256 с.
15. Гутников В.С. Фильтрация измерительных сигналов. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 192 с.
16. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2-х томах. - М.:Мир, 1983.
17. Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1979. – 416 с.
18. Сиберт У.М. Цепи, сигналы, системы. – М.: Мир, 1988. – 336 с.
19. Хемминг Р.В. Цифровые фильтры. – М.: Недра, 1987. – 221 с.
20. Корн Г., Корн Е. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука