

Szkoła Główna Politechniczna z siedzibą w Nowym Sączu

GENERAL AND COMPLEX PROBLEMS OF TECHNICAL SCIENCES: EXPERIENCE OF EU COUNTRIES AND IMPLEMENTATION IN THE PRACTICE OF UKRAINE

Collective monograph

Nowy Sącz, Poland 2019

Recommended for publication by the Academic Council of Polytechnic University with headquarters in Nowy Sącz

Responsible for release: prof. nadzw. dr inż. **Sameer Ayyoub**, rector, Polytechnic University with headquarters in Nowy Sącz

General and complex problems of technical sciences: experience of EU countries and implementation in the practice of Ukraine : Collective monograph. Riga : Izdevnieciba "Baltija Publishing", 2019. 384 p.

ISBN 978-9934-571-88-6 © 2019 Polytechnic University with headquarters in Nowy Sącz

CONTENTS

Каталітичні властивості й втрати платиноїдів у процесі окиснення аміаку
ABIHA C. I. Electronics and high-voltage pulse technique for preservation of foodstuffs, water disinfection and purification, and conversion of gas emissions of various productions Boyko M. I., Makogon A. V20
The method of translation the additive and multiplicative error of a torque measuring means in the instrumental component of measurement uncertainty Vasilevskyi O. M., Didych V. M40
Problems of computer modeling of nonlinear filtration processes of underground hydrodynamics Hladka O. M., Karpovych I. M
Шкіряні натуральні матеріали поліфункціонального призначення Данилкович А. Г., Ліщук В. І77
Integrated approach to the modernization of preparation technology of bentonite solutions for trenchless communications Dmytriieva N. V., Agafonova I. P.
Formula development of the nutritional paste of a high biological value Kolesnichenko S. L., Dzyuba N. A.120
Перспективні тенденції формування сучасних міських утворень на основі низьковуглецевої стратегії розвитку Крижановська Н. Я., Смірнова О. В.
Use of pea concentrate in mixed fodder's production Makarynska A. V., Turpurova T. M152
Анализ и выбор концептуальных моделей процессов развития производственных дефектов и отображения информации о техническом состоянии РЭА Невлюдова В. В., Мосьпан Д. В
Математична модель віброагрегата з ланцюгово-розгалуженим способом з'єднання твердих тіл Нісонський В. П., Незамай Б. С.

Areas of application of extraction cake of oat germs and maize germs oil cake in order to increase the nutritional value of wheat bread Oliinyk S. H., Stepankova G. V.	206
Проект автомобіля з додатковим реактивним поштовхом у зоні плями контакту колісного рушія з опорною поверхнею Петров Л. М., Кішянус І. В., Скоріченко О. І.	229
Застосування положень хвильової механіки до моделювання динаміки канатних доріг Ракша С. В., Куроп'ятник О. С.	246
Analysis of approaches to simulation of mixing processes in equipment for polymer processing Sokolskiy O. L., Ivitskiy I. I.	264
Protecting of radio electronic facilities is from influence of powerful electromagnetic radiation Sotnikov O. M., Iasechko M. M.	283
Topological modeling in the technology of construction composite materials Trofimova L. E.	300
DSS controlling a machine manufacturing Havina I. P., Lymarenko V. V	319
Technical characteristics of miscanthus biomass as raw materials of biofuels and biopolymers Kharytonov M. M., Martynova N. V.	338
Prospects of application of chia seeds in candy technology Shydakova-Kameniuka E. G., Shkliaiev O. M	359

ЗАСТОСУВАННЯ ПОЛОЖЕНЬ ХВИЛЬОВОЇ МЕХАНІКИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ КАНАТНИХ ДОРІГ

Ракша С. В., Куроп'ятник О. С.

ВСТУП

Підвісні канатні дороги (далі – ПКД) є універсальним транспортним засобом, який має суттєві переваги над наявними машинами, шо забезпечують перевезення вантажів і людей. Обсяги витрат на спорудження та утримання ПКД є значно меншими, ніж відповідні величини, що характеризують інші види транспорту. При цьому тривалість циклу транспортування скорочується завдяки реалізації можливості поєднання проміжних необхідності) пунктів кінцевих (і за призначення 3a найкоротшою відстанню, що пояснюється малою залежністю траси ПКД від особливостей рельєфу місцевості. Сукупне врахування вказаних переваг підтверджує техніко-економічну доцільність використання канатних доріг як засобу вантажного та пасажирського (зокрема, міського) транспорту.

Аналіз літературних джерел показав, що дослідження канатних доріг здійснюються в кількох напрямах:

- загальні питання досліджень, проектування та експлуатації канатних доріг¹;
- навантаженість канатів і канатних систем²;
- динаміка приводів³.

Kopanakis G.A. Oscillations in ropeways (series of articles). *International Ropeway Review*. 2011 (\mathbb{N}_{2} 6), 2012 (\mathbb{N}_{2} 1, 3, 5), 2013 (\mathbb{N}_{2} 2, 4, 6).

¹ Дукельский А.И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны. Москва – Ленинград, 1966. 484 с.

Беркман М.Б., Бовский Г.Н., Куйбида Г.Г., Леонтьев Ю.С. Подвесные канатные дороги. Москва, 1984. 264 с.

Куроп'ятник О.С. Обгрунтування шляхів підвищення енергоефективності канатних доріг. *Modern methods, innovations, and experience of practical application in the field of technical sciences*: Conference proceedings (Radom, Republic of Poland, December 27–28, 2017). Radom, 2017. P. 159–162.

² Ракша С.В., Горячев Ю.К., Куроп'ятник О.С. Аналіз впливу пружних деформацій несучого каната на зусилля в тяговому канаті підвісної дороги. *Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту.* 2013. № 6. С. 110–119.

³ Raksha S., Kuropiatnyk O., Anofriev P., Onopreychuk D., Kovalov I. Frequency analysis of vehicle drive with cable traction. *MATEC Web Conf.* 2018. № 230. Article Number 01010. URL: https://doi.org/10.1051/matecconf/201823001010.

При цьому основні завдання досліджень ПКД у межах зазначених напрямів розглядаються комплексно, а серед об'єктів досліджень виокремлюються такі:

– підвісні канатні дороги (вантажні, пасажирські, зокрема як засіб міського транспорту)⁴;

- лісотранспортні канатні установки⁵;

надгрунтові канатні дороги⁶;

– інші канатно-транспортні системи⁷ (зокрема, засоби курортного транспорту).

Під час моделювання ПКД як складних динамічних систем виділяються два підходи. Перший із них полягає у дискретизації тягового каната шляхом його заміни системою зосереджених мас, послідовно з'єднаних між собою пружними невагомими елементами сталої жорсткості. Такий підхід є досить простим із погляду математичного апарату, що використовується для дослідження динаміки приводу, однак його точність суттєво знижується у разі застосування з метою розрахунку ПКД з прогонами значної довжини. Другий підхід до моделювання передбачає представлення приводу як дискретно-континуальної системи, у якій тяговий канат розглядається як елемент із розподіленими параметрами. Такий підхід є більш точним за попередній, однак сьогодні його реалізовано лише у вигляді математичних моделей, що дають змогу досліджувати канатні установки, які мають по одному вагону на кожній із віток тягового каната. Це значно обмежує галузь використання таких моделей, тому важливим є завдання розроблення нових, універсальних моделей, які є прийнятними для аналізу ПКД будь-якого типу з довільною кількістю одиниць рухомого складу на вітках тягового каната.

1. Математичні моделі динаміки канатних доріг

Зосередженими масами (для рис. 1) будемо вважати ротор електродвигуна 1, маси деталей редуктора, приведені до вихідного вала 2, приводний шків 3, реальну або умовну масу 5, що характеризує робоче

⁴ Сологуб Б.В. Аналіз конструктивних особливостей та основи синтезу пасажирських доріг з тягово-несним канатом. *Науковий вісник Херсонської державної морської академії*. 2012. № 2. С. 206–216.

Патарая Д.И. Расчет и проектирование канатных систем на примере подвесных дорог. Тбилиси, 1991. 103 с.

⁵ Адамовський М.Г., Мартинців М.П., Бадера Й.С. Підвісні канатні лісотранспортні системи. Київ, 1997. 156 с.

⁶ Денищенко А.В. Шахтные канатные дороги. Днепропетровск, 2011. 160 с.

⁷ Каряченко Н.В. Виведення інтегро-диференційних рівнянь руху канатів вантажотранспортуючих установок з рухомим інерційним навантаженням. *Nauka i studia*. 2017. № 4. С. 97–101.

зусилля натяжного пристрою тягового каната (поняття умовної маси вводиться для натяжних пристроїв невагової дії, наприклад гідравлічних; далі – натяжний вантаж тягового каната) та вагони 6. Ділянки 4 тягового каната є елементами з розподіленими параметрами. Таке представлення ПКД визначає математичну модель руху її елементів у вигляді системи диференційних рівнянь у звичайних і часткових похідних⁸, яка є досить громіздкою та складною для аналізу.



Рис. 1. Розрахункова схема ПКД як системи зосереджених мас та елементів із розподіленими параметрами

Для спрощення загальної математичної моделі можна застосувати один із таких підходів:

– заміна елементів із розподіленими параметрами системою скінченої кількості зосереджених мас (рис. 2), що дає змогу складати математичну модель виключно з рівнянь Лагранжа II роду без використання часткових похідних;

– приведення мас підсистеми «ротор двигуна – маси деталей редуктора, приведені до вихідного вала – приводний шків» до приводного шківа (рис. 3), що дає можливість складати математичну модель виключно з рівнянь хвильової механіки без використання звичайних похідних.

⁸ Савин Г.Н., Горошко О.А. Динамика нити переменной длины. Киев, 1962. 332 с.



Рис. 2. Розрахункова схема тягового контуру за умови заміни елементів із розподіленими параметрами системою зосереджених мас



Рис. 3. Розрахункова схема тягового контуру за умови приведення мас підсистеми «ротор двигуна – маси деталей редуктора, приведені до вихідного вала – приводний шків» до приводного шківа

Далі розглянемо особливості моделювання динаміки ПКД із використанням математичних моделей, розроблених за спрощеною схемою згідно з рис. 3.

З метою формування опису *математичної моделі динаміки канатної дороги на основі рівнянь хвильової механіки* вводимо такі поняття:

– кількість вагонів на одному напрямку руху (n) – кількість вагонів, які одночасно розміщені на ділянці між шківом і натяжним пристроєм як зосередженими масами (конструктивно – між приводною та натяжною станціями) і рухаються в одному напрямку; при цьому загальна кількість вагонів ПКД дорівнює 2n;

- нижній вагон – вагон, який рухається від нижньої станції до верхньої;

- верхній вагон – вагон, який рухається від верхньої станції до нижньої;

– нижній напрямок руху – ділянка траси ПКД, уздовж якої рухаються нижні вагони;

– верхній напрямок руху – ділянка траси ПКД, уздовж якої рухаються верхні вагони.

Ці поняття в абсолютній мірі є дійсними для ПКД, профіль якої змінюється монотонно, тобто різниця висотних відміток двох суміжних опорних точок на верхньому напрямку руху завжди є додатною, а на нижньому напрямку руху – від'ємною. У разі наявності змін кривизни профілю вказані поняття можуть використовуватися для кожного з прогонів окремо з подальшим поєднанням у загальну систему моделювання.



Рис. 4. Схема заміщення (а – загальний вигляд; б – з докладанням додаткових сил)

Для зручності складання математичної моделі доцільним є використання схеми заміщення, у якій всі маси здійснюють поступальний рух⁹ (рис. 4, а). При цьому особливістю такої схеми для ПКД є її замкненість, що зумовлює певну специфіку складання рівнянь. Вона відображається у докладанні до кінцевих мас додаткових сил, які характеризують взаємний вплив цих мас (рис. 4, б).

У схемі заміщення використовуємо такі позначення:

⁹ Степанов А.Г. Динамика машин. Екатеринбург, 1999. 302 с.

 $m_{\rm m}$ – маса приводного шківа (маса всіх рухомих елементів приводу, приведена до приводного шківа);

*m*_{нп} – маса (еквівалент робочого зусилля) натяжного пристрою тягового каната;

 m_i^{H} — маса *i*-ого нижнього вагона ($i = \overline{1, n}$);

 $m_i^{\text{в}}$ – маса *i*-ого верхнього вагона ($i = \overline{1, n}$);

u^{*н*}₁ – пружна деформація ділянки тягового каната між шківом і першим вагоном на нижньому напрямку руху;

 u_i^{H} – пружна деформація ділянки тягового каната між (*i*-1)-им та *i*-им вагонами на нижньому напрямку руху (*i* = $\overline{2, n}$);

u^н_{*n*+1} – пружна деформація ділянки тягового каната між *i*-им вагоном на нижньому напрямку руху та натяжним пристроєм;

u^в – пружна деформація ділянки тягового каната між шківом і першим вагоном на верхньому напрямку руху;

 $u_i^{\text{в}}$ – пружна деформація ділянки тягового каната між (*i*-1)-им та *i*-им вагонами на верхньому напрямку руху (*i* = $\overline{2, n}$);

u^в_{*n*+1} – пружна деформація ділянки тягового каната між *i*-им вагоном на верхньому напрямку руху та натяжним пристроєм);

 S_{1}^{H} , S_{i}^{H} , S_{n+1}^{H} , S_{1}^{B} , S_{i}^{B} , S_{n+1}^{B} – пружні сили, які відповідають деформаціям u_{1}^{H} , u_{i}^{H} , u_{n+1}^{H} , u_{1}^{B} , u_{i}^{B} , u_{n+1}^{B} ;

$$S_i^{\scriptscriptstyle \rm H} = EF \frac{\partial u_i^{\scriptscriptstyle \rm H}}{\partial x}; \quad S_i^{\scriptscriptstyle \rm B} = EF \frac{\partial u_i^{\scriptscriptstyle \rm B}}{\partial x}, \quad i = \overline{1, n+1}, \tag{1}$$

де Е, F – модуль пружності та площа перерізу тягового каната.

Згідно з наведеними позначеннями математична модель динаміки ПКД складається з рівнянь у формі деформацій ділянок тягового каната з використанням положень хвильової механіки¹⁰:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial t^2} U^{\scriptscriptstyle H} = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} U^{\scriptscriptstyle H}; \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} U^{\scriptscriptstyle B} = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} U^{\scriptscriptstyle B}, \end{cases}$$
(2)

де $U^{\text{H}} = [u_i^{\text{H}}]$ – вектор деформацій ділянок тягового каната на нижньому напрямку руху вагонів ($i = \overline{1, n+1}$); $U^{\text{B}} = [u_i^{\text{B}}]$ – вектор деформацій ділянок тягового каната на верхньому напрямку руху вагонів ($i = \overline{1, n+1}$); a – швидкість поширення пружної хвилі в поздовжньому напрямку коливань.

¹⁰ Степанов А.Г. Динамика машин. Екатеринбург, 1999. 302 с.

Оскільки математичну модель складено в загальному формалізованому вигляді, вона є універсальною та дає змогу досліджувати динаміку ПКД різних типів.

2. Математичне забезпечення побудови частотних діаграм канатних доріг

Під час роботи канатної дороги мають місце перехідні режими руху, до яких належать такі:

 розгін вагонів на початку руху біля станцій (зміна швидкості від нуля до номінального значення);

 сповільнення під час проходження вагонами опор (зміна швидкості від номінального значення до меншого значення, яке називається швидкістю проходження вагонами опор);

– розгін під час проходження вагонами опор (зміна швидкості від значення, яке називається швидкістю проходження вагонами опор, до номінального значення);

– сповільнення вагонів наприкінці руху біля станцій (зміна швидкості від номінального значення до нуля).

Етапи зміни швидкості під час проходження вагонами опор можуть бути відсутніми залежно від особливостей конструктивного виконання, призначення та умов експлуатації ПКД.

Зазначимо, що можливим є виникнення резонансних явищ у тяговому контурі ПКД у разі збігу частоти обертання шківа з власними частотами системи, які змінюються під час руху вагонів. Цю зміну відображаємо на частотних діаграмах, що являють собою графічну залежність власних частот тягового контуру ПКД від переміщення вагонів між станціями.

Для побудови частотних діаграм необхідно скласти частотну функцію, яка отримується шляхом перетворень системи рівнянь у формі граничних умов до рівнянь (2).

3 метою спрощення запису вводимо такі позначення ($i = \overline{1, n}$):

 $x_i^{H} = -\sum_{j=1}^{i} l_j^{H}$ – координата *i*-ого вагона на нижньому напрямку руху;

 $x_i^{\text{B}} = \sum_{i=1}^{i} l_j^{\text{B}}$ – координата *i*-ого вагона на верхньому напрямку руху;

 $\alpha_i^{\text{H}} = ql/m_i^{\text{H}}$ – масовий коефіцієнт для *i*-ого вагона на нижньому напрямку руху;

 $\alpha_i^{\text{в}} = ql/m_i^{\text{в}}$ – масовий коефіцієнт для *i*-ого вагона на верхньому напрямку руху;

 $\alpha_{\rm III} = ql/m_{\rm III}$ – масовий коефіцієнт для шківа;

 $\alpha_{_{\rm HII}} = q l / m_{_{\rm HII}}$ — масовий коефіцієнт для натяжного пристрою тягового каната;

 $\lambda = kl$ – власне число частотної функції (k – певна константа, яка використовується під час перетворення системи рівнянь);

А, В (з будь-якими індексами) – амплітудні коефіцієнти.

Також враховуємо параметри тягового каната: E – модуль пружності; F – площа перерізу; q – погонна маса; l – довжина ділянки каната між шківом і натяжним пристроєм як зосередженими масами на одному напрямку руху.

Для подальшого аналізу динаміки ПКД отримаємо вирази, що є граничними умовами до рівнянь системи (2) з урахуванням положення кожного з вагонів на відповідному напрямку руху. У ролі граничних умов використовуємо по два рівняння для кожної із зосереджених мас тягового контуру (див. рис. 4), одне з яких відображає рівність деформацій ділянок тягового каната з обох боків зосередженої маси, а інше є рівнянням руху цієї маси.

Нижній напрямок руху.

Для першого вагона на нижньому напрямку руху граничні умови мають такий вигляд:

$$u_{1}^{H}(x_{1}^{H},t) = u_{2}^{H}(x_{1}^{H},t); \qquad m_{1}^{H} \frac{\partial^{2} u_{1}^{H}}{\partial t^{2}} \bigg|_{x=x_{1}^{H}} = \left(S_{1}^{H} - S_{2}^{H}\right)_{x=x_{1}^{H}},$$
(3)

де u_1^{H} , u_2^{H} – деформації першої та другої ділянок тягового каната на нижньому напрямку руху (рис. 5); $x_1^{\text{H}} = -l_1^{\text{H}}$ – координата першого вагона на нижньому напрямку руху (рис. 5); l_1^{H} – довжина першої ділянки тягового каната на нижньому напрямку руху (відстань між шківом і першим вагоном як зосередженими масами на нижньому напрямку руху, рис. 5); m_1^{H} – маса першого вагона на нижньому напрямку руху; S_1^{H} , S_2^{H} – пружні сили, які відповідають деформаціям u_1^{H} , u_2^{H} .

$$S_1^{\scriptscriptstyle H} = EF \frac{\partial u_1^{\scriptscriptstyle H}}{\partial x};; \qquad S_2^{\scriptscriptstyle H} = EF \frac{\partial u_2^{\scriptscriptstyle H}}{\partial x}.$$
 (4)

Підставляючи (4) до (3), маємо таке:

$$m_{1}^{\mathrm{H}} \frac{\partial^{2} u_{1}^{\mathrm{H}}}{\partial t^{2}} \bigg|_{x=x_{1}^{\mathrm{H}}} = EF\left(\frac{\partial u_{1}^{\mathrm{H}}}{\partial x} - \frac{\partial u_{2}^{\mathrm{H}}}{\partial x}\right) \bigg|_{x=x_{1}^{\mathrm{H}}}.$$
(5)

Для *i*-ого вагона на нижньому напрямку руху граничні умови складаються аналогічним чином з урахуванням виразів для визначення пружних сил:

$$S_i^{\scriptscriptstyle \rm H} = EF \frac{\partial u_i^{\scriptscriptstyle \rm H}}{\partial x}; \qquad S_{i+1}^{\scriptscriptstyle \rm H} = EF \frac{\partial u_{i+1}^{\scriptscriptstyle \rm H}}{\partial x}. \tag{6}$$

Остаточно маємо таке:

$$u_{i}^{\mathrm{H}}\left(x_{i}^{\mathrm{H}},t\right) = u_{i+1}^{\mathrm{H}}\left(x_{i}^{\mathrm{H}},t\right); \quad m_{i}^{\mathrm{H}} \left.\frac{\partial^{2} u_{i}^{\mathrm{H}}}{\partial t^{2}}\right|_{x=x_{i}^{\mathrm{H}}} = EF\left(\frac{\partial u_{i}^{\mathrm{H}}}{\partial x} - \frac{\partial u_{i+1}^{\mathrm{H}}}{\partial x}\right)\right|_{x=x_{i}^{\mathrm{H}}},\tag{7}$$

де u_i^{H} , u_{i+1}^{H} – деформації *i*-ої та (*i*+1)-ої ділянок тягового каната на нижньому напрямку руху (рис. 6); $x_i^{\text{H}} = -\sum_{j=1}^i l_j^{\text{H}}$ – координата *i*-ого вагона на нижньому напрямку руху (рис. 6); m_i^{H} – маса *i*-ого вагона на нижньому напрямку руху.





Рис. 5. Схема деформацій та пружних сил для першого вагона нижнього напрямку руху

Рис. 6. Схема деформацій та пружних сил для і-ого вагона нижнього напрямку руху

Для останнього *n*-ого вагона на нижньому напрямку руху граничні умови складаються аналогічним чином з урахуванням виразів для визначення пружних сил:

$$S_n^{\scriptscriptstyle \rm H} = EF \frac{\partial u_n^{\scriptscriptstyle \rm H}}{\partial x}; \qquad S_{n+1}^{\scriptscriptstyle \rm H} = EF \frac{\partial u_{n+1}^{\scriptscriptstyle \rm H}}{\partial x}. \tag{8}$$

Остаточно маємо:

$$u_n^{\rm H}(x_n^{\rm H},t) = u_{n+1}^{\rm H}(x_n^{\rm H},t); \qquad m_n^{\rm H} \frac{\partial^2 u_n^{\rm H}}{\partial t^2} \bigg|_{x=x_n^{\rm H}} = EF\left(\frac{\partial u_n^{\rm H}}{\partial x} - \frac{\partial u_{n+1}^{\rm H}}{\partial x}\right)\bigg|_{x=x_n^{\rm H}}, \tag{9}$$

де u_n^{H} – деформація *n*-ої ділянки тягового каната на нижньому напрямку руху (рис. 7), тобто ділянки між (*n*-1)-им та *n*-им вагонами як зосередженими масами; u_{n+1}^{H} – деформація (*n*+1)-ої ділянки тягового каната на нижньому напрямку руху (рис. 7), тобто ділянки між останнім вагоном і натяжним пристроєм як зосередженими масами; $x_n^{\text{H}} = -\sum_{j=1}^n l_j^{\text{H}}$ – координата останнього *n*-ого вагона на нижньому напрямку руху (рис. 7); m_n^{H} – маса останнього *n*-ого вагона на нижньому напрямку руху.



Рис. 7. Схема деформацій і пружних сил для n-ого вагона нижнього напрямку руху

Верхній напрямок руху.

Аналогічним чином складаємо рівняння для вагонів верхнього напрямку руху. Опускаючи математичні перетворення, наводимо такі результати:

- для першого вагона:

$$u_1^{\mathsf{B}}\left(x_1^{\mathsf{B}}, t\right) = u_2^{\mathsf{B}}\left(x_1^{\mathsf{B}}, t\right); \qquad m_1^{\mathsf{B}} \frac{\partial^2 u_2^{\mathsf{B}}}{\partial t^2} \bigg|_{x=x_1^{\mathsf{B}}} = EF\left(\frac{\partial u_2^{\mathsf{B}}}{\partial x} - \frac{\partial u_1^{\mathsf{B}}}{\partial x}\right) \bigg|_{x=x_1^{\mathsf{B}}}; \tag{10}$$

- для *і*-ого вагона:

$$u_i^{\scriptscriptstyle B}(x_i^{\scriptscriptstyle B},t) = u_{i+1}^{\scriptscriptstyle B}(x_i^{\scriptscriptstyle B},t); \qquad m_i^{\scriptscriptstyle B} \frac{\partial^2 u_{i+1}^{\scriptscriptstyle B}}{\partial t^2} \bigg|_{x=x_i^{\scriptscriptstyle B}} = EF\left(\frac{\partial u_{i+1}^{\scriptscriptstyle B}}{\partial x} - \frac{\partial u_i^{\scriptscriptstyle B}}{\partial x}\right) \bigg|_{x=x_i^{\scriptscriptstyle B}}; \tag{11}$$

- для останнього *n*-ого вагона:

$$u_n^{\rm B}(x_n^{\rm B},t) = u_{n+1}^{\rm B}(x_n^{\rm B},t); \qquad m_n^{\rm B} \frac{\partial^2 u_{n+1}^{\rm B}}{\partial t^2} \bigg|_{x=x_n^{\rm B}} = EF\left(\frac{\partial u_{n+1}^{\rm B}}{\partial x} - \frac{\partial u_n^{\rm B}}{\partial x}\right)\bigg|_{x=x_n^{\rm B}}.$$
 (12)

Умови сполучення.

Для поєднання отриманих рівнянь у систему використовуємо умови сполучення двох напрямків руху. Вони складаються за формою, подібною до граничних умов рівнянь системи (2), і описують динаміку приводного шківа та натяжного пристрою тягового каната як зосереджених мас. Кількість рівнянь – по два для кожної з мас.

Згідно з використаними вище позначеннями та з урахуванням виразів для визначення пружних сил, утворених за формою (4), умови сполучення для приводного шківа складаються на основі схеми, поданої на рис. 8, та мають такий вигляд:

$$u_1^{\rm H}(0,t) = u_1^{\rm B}(0,t); \quad m_{\rm III} \left. \frac{\partial^2 u_1^{\rm B}}{\partial t^2} \right|_{x=0} = EF\left(\frac{\partial u_1^{\rm B}}{\partial x} - \frac{\partial u_1^{\rm H}}{\partial x} \right) \right|_{x=0}, \tag{13}$$

де $m_{\rm m}$ – маса приводного шківа.



Рис. 8. Схема деформацій і пружних сил для приводного шківа

Рис. 9. Схема деформацій і пружних сил для натяжного пристрою

Динаміка натяжного пристрою тягового каната як зосередженої маси описується рівняннями згідно зі схемою, поданою на рис. 9; при цьому враховуються вирази для визначення пружних сил, складені за формою (8). Остаточно маємо таке:

$$u_{n+1}^{B}\left(x_{n+1}^{B},t\right) = -u_{n+1}^{H}\left(x_{n+1}^{H},t\right); \qquad m_{H\Pi} \left.\frac{\partial^{2}u_{n+1}^{H}}{\partial t^{2}}\right|_{x_{n+1}^{H}} = EF\left(\left.\frac{\partial u_{n+1}^{H}}{\partial x}\right|_{x_{n+1}^{H}} - \left.\frac{\partial u_{n+1}^{B}}{\partial x}\right|_{x_{n+1}^{B}}\right),$$
(14)

де $m_{\rm H\Pi}$ – маса натяжного пристрою; $x_{n+1}^{\rm B} = \sum_{j=1}^{n+1} l_j^{\rm B}$, $x_{n+1}^{\rm H} = -\sum_{j=1}^{n+1} l_j^{\rm H}$ – координати натяжного пристрою у системі, прийнятій на рис. 9.

Складання частотної функції.

Для складання частотної функції необхідно здійснити перетворення отриманих виразів. Послідовність операцій перетворення є однаковою для рівнянь, які описують кожну із зосереджених мас, і може бути реалізована згідно з рекомендаціями¹¹ та повною мірою викладена в роботі¹².

Частотна функція встановлюється як визначник матриці коефіцієнтів системи, складеної з рівнянь, отриманих внаслідок перетворень зазначених вище виразів. Нульовими аргументами цієї функції (такими, за яких функція

¹¹ Степанов А.Г. Динамика машин. Екатеринбург, 1999. 302 с.

¹² Куроп'ятник О.С. Формування зовнішніх навантажень на приводи підвісних канатних доріг з урахуванням впливу несуче-тягових систем: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.22.12 / Наук.-техн. б-ка Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна.

набуває нульового значення) є власні числа λ, за якими можуть бути визначені власні частоти ПКД як динамічної системи:

$$\omega = \frac{\lambda}{l} \sqrt{\frac{EF}{q}}.$$
(15)

Враховуючи те, що тяговий контур ПКД змодельовано як систему зосереджених мас (шків, вагони, натяжний пристрій), з'єднаних між собою пружними елементами з розподіленими параметрами (ділянки тягового каната), частотна функція має безліч нульових аргументів, а отже, і ПКД як динамічна система має безліч власних частот ω, які визначаються за власними числами λ.

3. Застосування частотних діаграм для аналізу динаміки канатних доріг

Особливості використання частотних діаграм під час аналізу динамічного стану приводу розглянемо на прикладах ПКД маятникового та кільцевого типів. Системи рівнянь, за якими визначаються частотні функції, складаються з 8 та зі 144 рівнянь відповідно. Їх розв'язання здійснюємо з використанням системи комп'ютерної алгебри MathCAD, для якої нами було розроблено спеціальну програму, що здійснює формування математичної моделі, розрахунок власних чисел і власних частот в автоматичному режимі залежно від вказаних вихідних даних.

Для ПКД маятникового типу приймаємо такі параметри:

- маса приводного шківа $m_{\rm m} = 5\,000\,$ кг;
- маса натяжного пристрою $m_{\rm HII} = 5\,650\,$ кг;
- довжина тягового каната на одному напрямку руху l = 1340 м;
- кількість вагонів на одному напрямку руху n = 1;
- маса завантаженого вагона $m = 5\ 000$ кг;
- маса порожнього вагона $m_0 = 1800$ кг.

Як тяговий приймаємо канат діаметром 21 мм з такими характеристиками: модуль пружності $E = 1,2 \cdot 10^5$ МПа¹³; погонна маса q = 1,635 кг/м; площа перерізу F = 167,03 мм².

Розглянемо три варіанти сполучення вихідних даних:

- 1) верхній і нижній вагони повністю завантажені ($m_1^{\scriptscriptstyle B} = m_1^{\scriptscriptstyle H} = m$);
- 2) верхній вагон порожній, нижній завантажено повністю ($m_1^{\scriptscriptstyle B} = m_0; m_1^{\scriptscriptstyle H} = m$);

3) верхній вагон завантажено повністю, нижній – порожній $(m_1^{\scriptscriptstyle B} = m; m_1^{\scriptscriptstyle H} = m_0).$

¹³ Дукельский А.И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны. Москва – Ленинград, 1966. 484 с.

На діаграмах (рис. 10, 11) зображено перші три власні частоти ПКД як функції переміщення вагонів. Порівняно з другою та третьою перша частота є відносно постійною, оскільки здебільшого визначається масою шківа. На другу та третю частоти значний вплив мають координати вагонів, що пояснює суттєву нелінійність відповідних кривих.



Рис. 10. Частотна діаграма ПКД маятникового типу за умови однакового завантаження вагонів (варіант 1)



Рис. 11. Частотна діаграма ПКД маятникового типу за умови неоднакового завантаження вагонів (варіант 2)

Для першого та третього варіантів сполучення вихідних даних частотні діаграми мають схожий за характером вигляд; одну з них для варіанта 1 наведено на рис. 10. Однак на частотній діаграмі для другого варіанта (рис. 11) спостерігається розрив функцій другої та третьої власних частот у діапазоні координат вагонів від 40 до 180 м. Це пояснюється тим, що другий і третій нульові аргументи частотної функції є комплексними. За фізичною сутністю процесу такий результат характеризує вільне віддалення елементів динамічної системи від положення статичної рівноваги, тобто зміну їх координат не за періодичними законами, а за гіперболічними¹⁴. Таке явище є вкрай небезпечним для будь-якої механічної системи, тому описаному процесу треба приділяти особливу увагу на етапі проектування ПКД. Зокрема, не варто встановлювати опори на ділянці траси, що характеризується наявністю гіперболічних процесів, через високу ймовірність ударяння вагонів об металоконструкції опор і захлестування тягового каната. Однак можна зазначити, що в багатьох механічних системах такі процеси затухають із подальшою зміною їх характеристик¹⁵, тому за певного добору кінематичних параметрів приводу гіперболічні процеси можуть не проявитися.

Як приклад ПКД кільцевого типу розглянемо дорогу з такими параметрами:

- маса приводного шківа $m_{\rm m} = 5\ 000$ кг;
- маса натяжного пристрою $m_{\rm HII} = 5\ 650\ {\rm kr};$
- довжина тягового канату на одному напрямку руху l = 1 320 м;
- кількість вагонів на одному напрямку руху n = 4;
- маса завантаженого вагона $m = 1\ 250$ кг;
- маса порожнього вагона $m_0 = 450$ кг.

Приймаємо тяговий канат діаметром 21 мм із параметрами, наведеними вище.

Для забезпечення можливості зіставлення результатів більшість параметрів ПКД кільцевого типу приймаємо рівними відповідним характеристикам маятникової дороги. Тому, як і раніше, розглядаємо три варіанти сполучення вихідних даних, для кожного з яких будуємо частотні діаграми (рис. 12, 13). При цьому вважаємо, що всі вагони одного напрямку руху завантажені однаково.

¹⁴ Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. Москва, 1980. 272 с.

¹⁵Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Универ У. Колебания в инженерном деле. Москва, 1985. 472 с.



Рис. 12. Частотна діаграма ПКД кільцевого типу за умови однакового завантаження вагонів (варіант 1)



Рис. 13. Частотна діаграма ПКД кільцевого типу за умови неоднакового завантаження вагонів (варіант 2)

На діаграмах рис. 12, 13 зображено перші три власні частоти ПКД як функції переміщення вагонів. Перша частота для кожного з відповідних випадків майже збігається за величиною:

- _
- рис. 10 та рис. 12 1,6 с⁻¹ та 1,7 с⁻¹ відповідно; рис. 11, а та рис. 13, а 1,9 с⁻¹ та 1,96 с⁻¹ відповідно. _

Це підтверджує висновок про те, що величина та характер зміни першої власної частоти приводу здебільшого визначаються масою шківа, аніж масами вагонів.

Варто також зауважити, що для ПКД кільцевого типу не є властивим явище вільного віддалення елементів механічної системи із заміною періодичних динамічних процесів на гіперболічні (що спостерігається для маятникових доріг; див. рис. 11).

ВИСНОВКИ

1. Розроблено математичну модель динаміки тягового контуру ПКД як дискретно-континуальної системи, що складається із зосереджених мас (приводний шків із приведеними до нього масами всіх обертальних елементів приводу, вагони, натяжний пристрій тягового каната), з'єднаних між собою ділянками тягового каната як елемента з розподіленими параметрами. Така модель є більш точною, ніж дискретна, та дає змогу враховувати вплив зміни інерційних і пружних характеристик тягового каната уздовж його довжини. Розроблена модель складена в загальному вигляді та може бути використана для дослідження ПКД будь-якого типу, призначення та галузі використання.

2. Розроблено методику складання частотних діаграм приводів ПКД, що відображають зміну власних частот тягового контуру як функцій переміщення вагонів.

3. Дослідження показали, що застосування частотних діаграм під час аналізу динаміки ПКД дає можливість виявляти та запобігати небезпечним явищам, пов'язаним із доланням щонайменше однієї резонансної зони за власними частотами.

4. Частотні діаграми приводів ПКД кільцевого типу мають циклічний характер із можливою стрибкоподібною зміною власних частот тягового контуру; при цьому таке явище не є небезпечним за умови раціонального профілювання дороги.

5. Здебільшого на частотних діаграмах спостерігається наявність досить широкої міжрезонансної зони, обмеженої першою та другою власними частотами тягового контуру, що може бути основою для обґрунтування раціональних значень частоти обертання приводного шківа як одного з кінематичних параметрів приводу ПКД.

АНОТАЦІЯ

Під час моделювання ПКД як динамічної системи виділяють два підходи. Перший із них полягає у дискретизації тягового каната шляхом його заміни системою зосереджених мас, послідовно з'єднаних між собою пружними невагомими елементами сталої жорсткості. Другий передбачає представлення приводу як дискретно-континуальної системи, у якій тяговий канат розглядається як елемент із розподіленими параметрами.

У роботі на основі другого підходу створено універсальну математичну модель динаміки ПКД. Для проведення досліджень було побудовано частотні діаграми, які відображають зміну власних частот ПКД як динамічної системи під час руху вагонів. Отримані результати можуть бути використані для розроблення рекомендацій щодо призначення раціональних швидкісних режимів руху вагонів ПКД.

ЛІТЕРАТУРА

1. Дукельский А.И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны. Москва – Ленинград, 1966. 484 с.

2. Беркман М.Б., Бовский Г.Н., Куйбида Г.Г., Леонтьев Ю.С. Подвесные канатные дороги. Москва, 1984. 264 с.

3. Куроп'ятник О.С. Обґрунтування шляхів підвищення енергоефективності канатних доріг. *Modern methods, innovations, and experience of practical application in the field of technical sciences*: Conference proceedings (Radom, Republic of Poland, December 27–28, 2017). Radom, 2017. P. 159–162.

4. Ракша С.В., Горячев Ю.К., Куроп'ятник О.С. Аналіз впливу пружних деформацій несучого каната на зусилля в тяговому канаті підвісної дороги. Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. 2013. № 6. С. 110–119.

5. Raksha S., Kuropiatnyk O., Anofriev P., Onopreychuk D., Kovalov I. Frequency analysis of vehicle drive with cable traction. *MATEC Web Conf.* 2018. № 230. Article Number 01010. URL: https://doi.org/10.1051/matecconf/ 201823001010.

6. Kopanakis G.A. Oscillations in ropeways (series of articles). *International Ropeway Review*. 2011 (№ 6), 2012 (№ 1, 3, 5), 2013 (№ 2, 4, 6).

7. Сологуб Б.В. Аналіз конструктивних особливостей та основи синтезу пасажирських доріг з тягово-несним канатом. *Науковий вісник Херсонської державної морської академії*. 2012. № 2. С. 206–216.

8. Патарая Д.И. Расчет и проектирование канатных систем на примере подвесных дорог. Тбилиси, 1991. 103 с.

9. Адамовський М.Г., Мартинців М.П., Бадера Й.С. Підвісні канатні лісотранспортні системи. Київ, 1997. 156 с.

10. Денищенко А.В. Шахтные канатные дороги. Днепропетровск, 2011. 160 с.

11. Каряченко Н.В. Виведення інтегро-диференційних рівнянь руху канатів вантажотранспортуючих установок з рухомим інерційним навантаженням. *Nauka i studia*. 2017. № 4. С. 97–101.

12. Савин Г.Н., Горошко О.А. Динамика нити переменной длины. Киев, 1962. 332 с.

13. Степанов А.Г. Динамика машин. Екатеринбург, 1999. 302 с.

14. Куроп'ятник О.С. Формування зовнішніх навантажень на приводи підвісних канатних доріг з урахуванням впливу несуче-тягових систем: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.22.12 / Наук.-техн. б-ка Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна.

15. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. Москва, 1980. 272 с.

16. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Универ У. Колебания в инженерном деле. Москва, 1985. 472 с.

Information about authors:

Raksha S. V.,

Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Applied Mechanic and Material Sciences Dnipro National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan 2, Lazaryana str., Dnipro, 49010, Ukraine

Kuropiatnyk O. S.,

Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of Department of Applied Mechanic and Material Sciences Dnipro National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan 2, Lazaryana str., Dnipro, 49010, Ukraine