

СССР МПС
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Инженер ЛУПАШКО А. А.

**ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ
ЗЕМЛЯНЫХ ОТКОСОВ
ВАРИАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ**

Специальность 05. 481 «Основания, фундаменты
и подземные сооружения»

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Днепропетровск—1971

**НТБ
ДНУЖТ**

СССР МПС
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Инженер ЛУПАШКО А. А.

**ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ
ЗЕМЛЯНЫХ ОТКОСОВ
ВАРИАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ**

Специальность 05. 481 «Основания, фундаменты
и подземные сооружения»

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Днепропетровск—1971

НТБ
ДНУЖТ

45029

Работа выполнена в харьковских научно-исследовательских лабораториях Всесоюзного научно-исследовательского института гидротехники и мелиорации .

Научный руководитель:

Доктор технических наук, профессор **Б. И. Коган.**

Официальные оппоненты:

Заслуженный деятель наук РСФСР, доктор технических наук, профессор **Р. Р. Чугаев.**

Кандидат физико-математических наук, ст. научный сотрудник **А. Г. Дорфман.**

Ведущая организация — Харьковское отделение Всесоюзного проектного института Теплоэлектропроект.

Автореферат разослан *1. III* . 1971 г.

Защита диссертации состоится *8 апреля* 1971 года на заседании Ученого совета Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта (г. Днепропетровск-10, Университетская, 2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Отзыв просим направлять в двух экземплярах по адресу:
г. Днепропетровск-10, Университетская, 2, Днепропетровский институт инженеров железнодорожного транспорта.

Ученый секретарь совета,
доцент **Л. Н. ЛЕБЕДИНЕЦ.**

НТБ
ДНУЖТ

При проектировании целого ряда инженерных сооружений выполняются расчеты устойчивости откосов. Особенно большое значение такие расчеты приобретают в транспортном и гидротехническом строительстве, где в последнее время приходится возводить сооружения из грунта большой высоты. Такое положение требует дальнейшего совершенствования применяемых методов расчета, что позволит более точно оценивать устойчивость откосов. Этому вопросу и посвящена реферлируемая работа (в рамках плоской задачи). Она состоит из введения, трех глав, выводов и двух приложений.

В настоящее время можно выделить два основных направления в исследованиях устойчивости откосов.

Следуя первому направлению, исходим из предположения, что грунт, образующий тело откоса, находится в предельном состоянии (в предельном равновесии), если прочность его, подчиняющаяся закону Кулона, нарушается во всех точках откоса одновременно.

Следуя второму направлению, считаем, что предельное равновесие имеет место только на поверхности сдвига, а не во всех точках откоса. В соответствии с этим разрушение откоса происходит в виде сползания отвердевшего отсека обрушения. Данная теория хорошо подтверждается опытами. Она позволяет разрабатывать относительно простые и достаточно надежные методы расчета, вследствие чего и получила широкое распространение в проектной практике.

Глава I содержит анализ современного состояния методов расчета устойчивости откосов, основанных на модели отвердевшего отсека обрушения. В ней также формулируются цели и задачи исследования.

Выполненный анализ позволяет сделать вывод, что в большинстве методов считается заданным напряженное состояние на кривой скольжения в предельном состоянии, а также сама кривая или ее форма. Такое положение не позволяет в некоторых случаях достаточно точно оценивать устойчивость откосов.

В обзоре рассмотрены работы Герсеванова Н. М., Копачи И., Соловьева Ю. И., Дорфмана А. Г., Гольдштейна М. Н., Гиргидова А. Д., Жеребцова И. В. и других, в которых для отыскания кривой скольжения и законов напряженного состояния используются методы вариационного исчисления, а также исследования Чугаева Р. Р., посвященные разработке методов расчета отсека обрушения в предельном состоянии и обоснованию путем построения в результате этого расчета кривой предельного равновесия введенного им выражения для коэффициента устойчивости.

Основная цель данной работы заключается в дальнейшей разработке этих двух перспективных направлений в исследованиях устойчивости откосов. В ней рассматривается применение методов вариационного исчисления при построении кривой предельного равновесия и методов математической статистики для обоснования необходимой величины коэффициента устойчивости.

Во второй главе разрабатываются теоретические вопросы, связанные с предлагаемой постановкой задачи об устойчивости откосов, и рассматриваются возможность и особенности использования некоторых математических методов, которые можно применить для ее решения.

В состоянии предельного равновесия существует определенная зависимость между коэффициентом трения — f и удельной силой сцепления — c . Эта зависимость, выраженная аналитически в виде

$$\varphi(f, c) = 0,$$

называется уравнением предельного равновесия, а соответствующая ему кривая в осях f и c — кривой предельного равновесия.

Трудность определения действительного напряженного состояния грунта в теле откоса приводит к тому, что в практических методах расчета выражения для уравнения предельного равновесия носят условный характер, и выбор их обычно является результатом определенного соглашения. Чаще всего в качестве таких выражений применяются условия равновесия сил, действующих на отсек обрушения в предельном состоянии, в виде суммы проекций сил на какую-либо ось или суммы моментов относительно характерной точки возможной кривой скольжения.

В данной работе уравнение предельного равновесия представляется в виде выражения, учитывающего соблюдение в среднем по кривой скольжения условия прочности Кулона

$$\int_{(s)} (\sigma f + c - \tau) ds = 0, \quad (1)$$

где σ и τ — нормальное и касательное напряжения, ds — элемент кривой скольжения.

Для получения аналитического выражения кривой предельного равновесия рассматривается функционал вида

$$I[\sigma, \tau, s] = \int_{(s)} (\sigma f + c - \tau) ds,$$

названный характеристическим. Доказывается, что при выполнении условия прочности Кулона этот функционал принимает на кривой скольжения минимальное значение, равное нулю. Отсюда уравнение предельного равновесия можно записать в виде

$$\varphi(f, c) = \min_{[\sigma, \tau, s]} I[\sigma, \tau, s] = \min_{[\sigma, \tau, s]} \int_{(s)} (\sigma f + c - \tau) ds = 0. \quad (2)$$

Из последнего выражения видно, что уравнение предельного равновесия получается в результате приравнивания нулю минимума характеристического функционала. Последнее возможно, так как этот минимум является уже просто функцией от f и c .

Для решения задачи к выражению (2) следует добавить ограничения на возможные значения σ , τ и s , отражающие физические свойства грунта, условия равновесия, наши предположения и т. д.

В исследованиях Чугаева Р. Р. вводятся понятия кривой предельного равновесия отсека обрушения и всего отсека в целом, которую определяют как огибающую кривых всевозможных отсеков обрушения. В работе показано, что такое определение представимо в виде выражений, аналогичных уравнению (2). Отличие заключается в том, что уравнение (2) в этом случае является одним из условий равновесия сил, действующих на отсек обрушения. Допущения в отношении закона распределения σ и τ , а также формы кривой сколь-

жения будут в этом случае ограничениями. Заметим, что в большинстве методов не накладываются ограничения, учитывающие условия равновесия.

Такой подход к решению задачи об устойчивости откосов позволяет в принципе рассчитать принимаемую модель отвердевшего отсека обрушения с желаемой степенью точности. Однако доведение решения до численного результата в настоящее время затруднено из-за недостаточного быстродействия современных ЭВМ и отсутствия эффективных алгоритмов поиска абсолютного минимума при наличии ограничений.

Поэтому нами рассмотрены две задачи, непосредственно вытекающие из общей постановки:

1. Разработка методов расчета, в которых искомым является уравнение кривой обрушения при заданном законе изменения вдоль нее σ и τ .

2. Разработка метода расчета заданного отсека обрушения, в котором выполняются условия равновесия (статическая обоснованность), пригодного для произвольной формы кривой скольжения и неоднородных грунтов.

Решение этих двух задач требует привлечения современных математических методов, ранее не использовавшихся в задачах об устойчивости откосов. Поэтому в данной главе приводится краткое изложение их.

Первая задача решается в предположении однородности грунта по f и c , хотя многие применяемые при этом положения могут быть распространены и на неоднородные грунты.

При заданных σ и τ функционал I зависит только от кривой — $y(x)$, по которой он вычисляется, а так как σ и τ обычно задаются в виде функций от угла наклона кривой и расстояния от рассматриваемой точки до поверхности, то, обозначив подынтегральное выражение в уравнении (2), через — $F(x, y, y', f, c_1)$, это уравнение можно записать так:

$$\varphi(f, c_1) = \min_{\{y(x)\}} I[y(x)] = \min_{\{y(x)\}} \int_{x_n}^{x_k} F(x, y, y', f, c_1) dx = 0. \quad (3)$$

В выражении (3) $c_1 = \frac{c}{\gamma H}$, где γ — объемный вес грунта, а H — какая-либо характерная величина, имеющая размерность длины и влияющая на устойчивость откоса (чаще все-

го это высота откоса). Такая подстановка позволяет привести входящие в функционал величины к безразмерному виду.

Рассмотрение основных теоретических положений применительно к трем наиболее употребительным законам распределения ε , используемых в методах расчета, предложенных Терцаги К., Креем Г., Чугаевым Р. Р. (весового давления).

Если на кривую $y=y(x)$ не накладывать ограничений, то для отыскания минимума функционала можно применить методы вариационного исчисления, согласно которым минимизирующая кривая должна удовлетворять уравнению Эйлера

$$F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0. \quad (4)$$

Произвольные постоянные, получающиеся при решении дифференциального уравнения (4), определяются из условия прохождения кривой через две заданные точки, фиксирующие начало и конец кривой скольжения. Если же начало и конец не зафиксированы, то постоянные интегрирования определяются из условия трансверсальности.

Методы вариационного исчисления можно применить и при наличии ограничений на возможные кривые скольжения в виде равенств (это, конечно, осложняет их практическое применение). Например, условия равновесия отсека обрушения записываются в виде равенства нулю интегральных выражений. В этом случае мы имеем изопериметрическую задачу.

Другой способ решения задачи получается, если кривую скольжения приближенно представить в виде

$$y(x) = \sum_{i=0}^n a_i \varphi_i(x), \quad (5)$$

где $\varphi_i(x)$ — заданные функции, называемые базисными; a_i — коэффициенты, подлежащие определению. При подстановке выражения (5) в (3) уравнение предельного равновесия можно записать следующим образом:

$$\varphi(f, c_1) = \min_{(a_0, a_1, \dots, a_n)} I(a_0, a_1, \dots, a_n, f, c_1) = 0, \quad (6)$$

где $I(a_0, a_1, \dots, a_n, f, c_1)$ уже не функционал, а функция конечного числа переменных a_0, a_1, \dots, a_n . Точность решения задачи зависит от числа n в формуле (5).

В работе рассмотрено представление базисных функций кусочно-непрерывными линейными зависимостями. Законность этого представления основана на известной теореме о приближении непрерывной функции последовательностью полиномиальных функций. Оно является наиболее удобным при построении способа расчета рассмотренной нами схемы откоса, так как позволяет избежать значительных вычислительных трудностей, возникающих при расчете откосов с прочными слоями, и допускают применение методов динамического программирования при отыскании минимума функции.

На основании проведенного анализа минимизируемых функций показано, что при проведении расчетов без учета условий равновесия возможно значительное нарушение их, сильно влияющее на результаты. В этом случае рекомендуется в соответствии с физическими соображениями ограничивать максимальную глубину залегания кривой скольжения, так как большая неуравновешенность вызывает сильное заглубление ее. Такое ограничение проще с вычислительной точки зрения, чем выполнение условий равновесия.

Нами также рассмотрена задача об устойчивости откосов, когда геологическое строение, конструкция земляного сооружения или иные условия определяют положение возможной кривой скольжения. Это вторая задача из сформулированных нами выше. Решение ее также производится путем минимизации характеристического функционала, но варьируется при этом не кривая скольжения, а напряженное состояние вдоль нее.

Как существенный элемент решения этой задачи отметим линейность характеристического функционала и ограничений, учитывающих условие прочности и условия равновесия отсека обрушения, по отношению к σ и τ . Вследствие этого при отыскании минимума функционала удастся применить методы линейного программирования.

Разработанный метод можно использовать для расчета неоднородных откосов и любой формы кривой скольжения.

Проведенный анализ показал наличие трех зон в осях f и s : устойчивости, неустойчивости и предельного равновесия (аналогично кривой предельного равновесия).

Зона предельного равновесия в общем случае тем уже, чем полнее учитываются реальные свойства грунта.

Далее указывается на возможность построения зоны предельного равновесия путем вариации параметров расчета в некоторых современных методах и отмечается практическое значение ее для обоснованного подхода к оценке методов расчета, которые основываются на менее совершенных расчетных моделях.

В заключительной части данной главы рассматривается применение методов математической статистики для обоснования необходимой величины коэффициента устойчивости.

На основании рассмотрения физического смысла кривой предельного равновесия предлагается следующее выражение для коэффициента устойчивости:

$$K = 1 + \frac{\Delta d}{d} \quad (7)$$

где Δd и d — расстояние от точки $M(f, c_1)$, характеризующей прочностные параметры действительного откоса, и начала координат до кривой предельного равновесия. Известное представление коэффициента устойчивости в виде отношения прочностных характеристик, предложенное Чугаевым Р. Р., следует из выражения (7) для случая, когда уравнение предельного равновесия является уравнением прямой линии.

Для определения нормативной величины K разработан метод, аналогичный предложенному Ржаницыным А. Р.*).

Полученное выражение связывает между собой коэффициент устойчивости — K , характеристику безопасности — ω , дисперсию величины Δd — $D_{\Delta d}$ и математическое ожидание d — m_d

$$K = \omega \sqrt{\frac{D_{\Delta d}}{m_d}} + a, \quad (8)$$

где $a = 1 + \frac{\delta}{m_d}$, а δ — величина, учитывающая неточность

определения вероятностных характеристик расчета и неполное соответствие принимаемой модели явления натуре.

*) Ржаницын А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. Гос. изд-во лит. по стр-ву и архитектуре, 1954.

В формуле (8) $D_{\Delta d}$ отражает, с одной стороны, разброс значений f и c_1 , являющихся экспериментальными величинами, с другой стороны — колебания самой кривой предельного равновесия, вследствие неточности определения нарузки, крутизны откоса и т. д. Поэтому выражение (8) позволяет учесть единым коэффициентом устойчивости все основные причины, в результате которых может произойти обрушение откоса.

Если приближенно заменить прямой кривую предельного равновесия в окрестности основания перпендикуляра, опущенного из точки $M (m_f, m_{c_1})$ на нее, то

$$\Delta d = m_f \cos \alpha + m_{c_1} \sin \alpha - p,$$

где α и p — параметры прямой m_f и m_{c_1} — математические ожидания величин f и c_1 .

При таком виде Δd приводятся выражения для K , связывающие между собой вероятностные характеристики параметров расчета для двух практически важных случаев:

1. Когда прочность откоса определяется «изменчивостью» f и c_1

$$K = \frac{a - \omega \sqrt{\alpha_1^2 A_f^2 + 2\alpha_1 \beta_1 A_{fc_1}^2 + \beta_1^2 A_{c_1}^2}}{1 - \omega \sqrt{\alpha_1^2 A_f^2 + 2\alpha_1 \beta_1 A_{fc_1}^2 + \beta_1^2 A_{c_1}^2}} \quad (9)$$

2. Когда прочность откоса определяется «изменчивостью» f и c_1 и факторов, вызывающих параллельное смещение кривой предельного равновесия (в качестве примера последних можно привести колебания угла заложения откоса)

$$K = \frac{a - \omega \sqrt{\alpha_1^2 A_f^2 + 2\alpha_1 \beta_1 A_{fc_1}^2 + \beta_1^2 A_{c_1}^2 + \gamma_1^2 A_p^2}}{1 - \omega \sqrt{\alpha_1^2 A_f^2 + 2\alpha_1 \beta_1 A_{fc_1}^2 + \beta_1^2 A_{c_1}^2 + \gamma_1^2 A_p^2}} \quad (10)$$

В выражениях (9) и (10):

$$\alpha_1 = \frac{m_f}{m_{\Delta d}} \cos \alpha, \quad \beta_1 = \frac{m_{c_1}}{m_{\Delta d}} \sin \alpha, \quad \gamma_1 = - \frac{m_p}{m_{\Delta d}}$$

$A_f, A_{c_1}, A_{fc_1}, A_p$ — изменчивость величин f, c_1 и p ; предполагается, что нет корреляционных связей между f, c_1 и p .

Предлагаемый способ устанавливает связь между коэффициентом устойчивости и положениями нормативных докумен-

тов, результатами инженерно-геологических обследований, применяемыми способами производства работ и т. д., так как все перечисленные данные учитываются при установлении величин вероятностных характеристик параметров расчета. Это свидетельствует о целесообразности применения данного способа, основанного на использовании методов математической статистики, для теоретического обоснования величины нормативного коэффициента устойчивости.

В третьей главе приводятся примеры расчета, которые представляют самостоятельный практический интерес и могут служить иллюстрацией применения рассмотренных в предыдущей главе теоретических положений.

В качестве примера решения первой из сформулированных во второй главе задач приводится построение кривых скольжения и предельного равновесия для двух расчетных схем:

1. Вертикальный откос, пригруженный горизонтальной нагрузкой, распределенной по треугольному закону.

2. Откос, в котором ограничена глубина залегания линии скольжения.

Первая схема позволяет оценивать устойчивость стенок узких траншей, стенок траншей, заполненных глинистым раствором, грунта за подпорной стенкой.

Отыскание минимума функционала производилось вариационным методом. Для кривой скольжения получено параметрическое представление

$$\left\{ \begin{array}{l} h = c_1 \frac{1 + p^2}{tp^3 + f(1 + t)p^2 + f} \\ x = c_1 \int_{p_0}^p \left[\frac{1 + p^2}{-tp^3 + f(1 + t)p^2 + f} \right]' \frac{dp}{p}, \end{array} \right. \quad (11)$$

где h — глубина заложения кривой скольжения, x — ее абсцисса, p — параметр, t — величина, учитывающая соотношение угла наклона пригрузки и объемного веса грунта, p_0 — начальный тангенс угла наклона линии скольжения.

Кривая предельного равновесия получена в виде системы двух уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{p_0}^{\infty} \frac{\sqrt{1+p^2} p (p^3 + 3p - 2f) (-p^2 + 2fp + 1) dp}{[-tp^3 + f(1+t)p^2 + f]^3} = 0 \\ c_1 = \frac{tp_0^3 - f(1+t)p_0^2 - f}{1 - p_0^2} \end{array} \right. \quad (12)$$

Таким образом в результате применения вариационного метода удается получить аналитические выражения для кривых скольжения и предельного равновесия. Эти выражения удобны для исследования и составления вычислительных схем.

В работе приведены кривые, соответствующие уравнениям (11) и (12), при различных значениях параметра t .

Второй расчетной схеме соответствует откос, в основании которого имеется скала, не позволяющая заглубляться линии скольжения. Последняя в этом случае представлялась в виде ломаной.

Для различных углов заложения откоса при условии, что скала залегает на уровне подошвы откоса, построены кривые скольжения и предельного равновесия. Минимизация функции многих переменных проводилась градиентным методом с постоянным шагом.

Произведенное сравнение результатов расчета по данному способу с результатами по способу Тейлора показало, что из-за наличия скалы в основании в некоторых случаях дуги окружностей недостаточно точно аппроксимируют наиболее опасную кривую скольжения.

В обоих примерах использовался закон распределения напряжений, принятый в методе Терцаги. Выбор его определялся широким распространением, которое он получил в проектной практике, хотя мы ясно сознаем его недостатки. Определением же наиболее приемлемого закона мы не занимались в данной работе.

Все необходимые расчеты проводились на ЭВМ «Минск 22» по программам, подробные блок-схемы которых приведены в работе.

В последнем параграфе данной главы, как пример решения второй задачи, приводится построение зоны предельного равновесия для однородного отсека обрушения, ограниченного снизу дугой окружности. Выбор такого примера объясняется возможностью проведения наиболее полного количественного и качественного анализа результатов расчета. Вообще-то предлагаемый способ расчета пригоден для любой другой ограничивающей кривой и неоднородных откосов.

На возможные значения σ и τ накладывались ограничения, учитывающие прочность грунта и условия равновесия. При проведении расчета использовалась готовая программа мультипликативного симплекс-метода.

В результате построена зона предельного равновесия. Для сравнения приводится кривая предельного равновесия, построенная по формуле, предложенной Чугаевым Р. Р. Данная кривая, как и следовало ожидать, расположена внутри зоны.

Анализ распределения нормального напряжения по дуге скольжения показал, что для точек $M(f, c_1)$, расположенных вблизи верхней границы зоны, происходит концентрация напряжений в середине кривой скольжения. Для точек же вблизи нижней границы концентрация наблюдается по концам кривой. Если определить коэффициент эпюры нормальных напряжений — μ для первого и второго случаев, то в первом случае он будет меньше.

Такой же результат получается при построении аналогичной зоны путем вариации коэффициента μ в способе Тейлора. Там верхняя и нижняя границы являются кривыми предельного равновесия для наименьшего и наибольшего значения μ .

Такая согласованность результатов расчета по предлагаемому с наиболее совершенным из современных методов свидетельствует о правильности заложенных в исследование предпосылок и пригодности его для практических целей.

В Ы В О Д Ы:

1. В настоящее время в большинстве методов расчета делаются допущения в отношении формы кривой скольжения и законов распределения напряжений вдоль нее. Из условия минимума коэффициента устойчивости определяется лишь наиболее опасное положение кривой скольжения заданной формы, что не всегда позволяет достаточно точно оценить

устойчивость откоса. Вариационные методы расчета, в которых форма кривой скольжения и напряженное состояние определяются из условий минимальности функционалов, дают возможность устранить эти недостатки.

2. В работе рассматриваются две задачи:

а) разработка методов расчета, в которых при принятых законах распределения нормальных и касательных напряжений не вводится допущение в отношении формы кривой скольжения;

б) разработка статически обоснованного метода расчета заданного отсека обрушения.

3. Решение первой задачи приводит к исследованию на экстремум характеристического функционала. Последнее может быть проведено методами вариационного исчисления и математического программирования, если возможная кривая скольжения разыскивается среди кривых, принадлежащих многопараметрическому семейству.

4. Линейность минимизируемого функционала и ограничений, учитывающих наиболее важные свойства грунта, по отношению к нормальному и касательному напряжениям, дает возможность применить аппарат линейного программирования при решении второй задачи.

5. Предлагаемый метод расчета заданного отсека обрушения:

а) является статически обоснованным, то-есть предусматривает выполнение условий равновесия отсека обрушения;

б) позволяет учитывать неоднородность грунта, слагающего откос;

в) пригоден для любой формы кривой скольжения.

6. На основании физической интерпретации кривой предельного равновесия приводится выражение для коэффициента устойчивости, при определении нормативной величины которого используются методы математической статистики. Это позволяет учитывать одним коэффициентом различные причины, влияющие на устойчивость откоса: снижение прочностных характеристик, увеличение нагрузки на откос, изменение его крутизны и т. д.

7. На основании теоретических исследований построены кривые скольжения и предельного равновесия для некоторых расчетных схем, представляющих практический интерес: вертикальный откос, пригруженный треугольной нагрузкой; откос со скалой в основании. Полученные кривые предельного равновесия позволяют свести к минимуму объем вычислительных работ при расчете конкретного сооружения.

8. Разработанный в диссертации метод расчета заданного отсека обрушения в случае круглоцилиндрической поверхности приводит к результатам, качественно совпадающим с получаемыми по методу круга трения (для которого также характерно выполнение трех условий равновесия).

9. Предложенные методы позволяют более надежно и обоснованно подходить к решению вопросов, связанных с оценкой устойчивости откосов, рассмотренных в работе и встречающихся на практике.

НТБ
ДНУЖТ

**ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ
ИЗЛОЖЕНО В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ:**

1. КОГАН Б. И., ЛУПАШКО А. А. Новый критерий устойчивости откосов. Материалы научно-технической конференции ГИСИ. Горький, 1968.
2. ЛУПАШКО А. А. Вариационный метод расчета устойчивости откосов траншей, заполненных глинистым раствором, Сборник докладов по гидротехнике, вып. 10, Ленинград, изд. «Энергия», 1969.
3. ЛУПАШКО А. А. Вариационный метод исследования устойчивости откосов, гидротехнических сооружений. Водоснабжение, канализация, гидротехнические сооружения, вып. 10, Киев, изд. «Будівельник», 1969.
4. КОГАН Б. И., ЛУПАШКО А. А. К вопросу расчета откосов на устойчивость. Основания, фундаменты и механика грунтов, № 3, Москва, 1970.
5. ЛУПАШКО А. А. О выборе критерия устойчивости земляных откосов гидротехнических сооружений. Водоснабжение, канализация, гидротехнические сооружения, вып. 12, Киев, изд. «Будівельник», 1971.

**ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ СДЕЛАНЫ ДОКЛАДЫ
И СООБЩЕНИЯ НА:**

1. IX конференции молодых научных работников ВНИИГ, Ленинград, 1967.
2. Научно-технической конференции ГИСИ, Горький, 1968.
3. Республиканской научно-технической конференции БИСИ, Брест, 1968.
4. XXX научно-технической конференции НИМИ, ЮЖНИИГиМ и Южгипроводхоза, Новочеркасск, 1969.
5. V Всесоюзной научно-технической конференции молодых специалистов водохозяйственных, проектных и научно-исследовательских институтов, Москва, 1969.

АНТ
ДНУЖТ