Секція: Сучасні математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці

Послайко Н.І.
доцент кафедри прикладної математики,
Дніпропетровський національний університет
залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна,
М. Дніпропетровськ, Україна

ПРО ОДНУ МАТЕМАТИЧНУ МОДЕЛЬ ОПТИМІЗАЦІЇ ЗАПАСІВ НА ПІДПРИЄМСТВАХ

Як відомо, основна ціль менеджменту – досягнення високої ефективності виробництва, кращого використання ресурсного потенціалу підприємства, фірми, компанії. Розв'язання цих задач в епоху глобалізації неможливе без використання математичних методів та моделей. Математичне моделювання, яке зводить дослідження явищ зовнішнього світу до математичних задач, займає провідне місце серед інших методів дослідження. Прикладна математика пропонує великий арсенал методів і моделей, які з успіхом використовуються при розв'язанні задач економіки та менеджменту, зокрема, при розв'язанні оптимізаційних задач управління запасами.

Як відзначається в [1, с. 97], забезпечення народногосподарських потреб у матеріальних засобах (сировина, напівфабрикати, комплектуючі вироби, продукти споживання і т. і.) включає три фази: планування, виробництво і розподіл. Розбалансування потреб в матеріальних ресурсах з їх наявністю веде до порушення ритмічності виробництва, тому для уникнення небажаних явищ створюються певні запаси.

Зрозуміло, що збільшення розмірів запасів викликає збільшення витрат на їх утримання, і, навпаки, їх недостатня кількість призводить до збитків на підприємстві, обумовлених різними причинами. Природно, виникає необхідність відшукання оптимальних рішень при формуванні запасів. В науковій літературі є цілий ряд математичних моделей для розв'язання такого типу задач в залежності від конкретних постановок реальних задач.

В даній роботі пропонується математична модель для наступної постановки задачі (для наочності сформулюємо її для однієї задачі залізничного транспорту, хоча вона може бути використана і для інших систем, як технічних, так і економічних).

При експлуатації реле рухомого складу на залізничному транспорті виникає потреба утримувати їх певні запаси у відповідних депо для заміни тих, що виходять з ладу. Велика різноманітність типів реле , що застосовуються, ускладнює ремонт рухомого складу. Низький рівень уніфікації реле приводить до необхідності мати суттєвий запас реле, а це потребує значних грошових витрат і приводить до відносно великих витрат гостродефіцитних матеріалів.

Оскільки економічно вигідно, щоб запаси реле були якомога меншими, і при цьому ймовірність того, що цих запасів буде достатньо, була якомога більшою, виникає необхідність побудови такої моделі, яка б враховувала ці фактори. Мінімальні запаси реле, для яких ймовірність виникнення дефіциту не буде перевищувати прийнятний заданий рівень, будемо називати оптимальними.

Запропонована нижче модель дозволяє розв'язати задачу на базі інформації про кількості (N_i) реле різних типів у схемах електровозів, тепловозів, вагонів, що знаходяться в експлуатації, ймовірностей (P_i) їх виходу з ладу (оцінки цих ймовірностей знаходяться на основі статистичних даних за минулий період експлуатації), при заданій ймовірності (γ) того, що запасів вистачить для заміни реле, щоб не збільшувати простоювання рухомого складу в ремонті проти норми ($i=\overline{1,m}$, m - число типів реле). Тут γ - число, близьке до одиниці.

Реальна ситуація з заміною реле добре описується схемою незалежних випробувань Бернуллі . У рамках цієї схеми невідомі оптимальні об'єми (z_i) запасів визначаються з системи нерівностей:

$$\sum_{k=0}^{z_i} C_{N_i}^k P_i^k (1-P_i)^{N_i-k} \ge \gamma, \ \ \sum_{k=0}^{z_i-1} C_{N_i}^k P_i^k (1-P_i)^{N_i-k} < \gamma, \ \ i=\overline{1,m}.$$

Якщо $\gamma = 0{,}997$, то знайдені значення z_i практично завжди забезпечать наявність в запасі потрібного реле для безперебійної заміни тих, що вийшли з ладу.

Для зменшення трудомісткості алгоритму при великих значеннях N_i була використана апроксимація на основі центральної граничної теореми теорії ймовірностей. Для цього об’єм запасу реле i-го типу був представлений як сума випадкових величин. Це дозволило апроксимувати ліві частини наведених вище нерівностей нормальними розподілами з відповідними параметрами:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i}\int_{-\infty}^{z_i} e^{-\frac{(u-a_i)^2}{2\sigma_i^2}} du = \gamma \ \ (\text{або } \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\frac{z_i-a_i}{\sigma_i}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \gamma \ ),$$

$$a_i = N_i P_{i,} \ \ \sigma_i = \sqrt{N_i P_i (1-P_i)}, \quad \mathrm{i}=\overline{1,\mathrm{m}}.$$

Значення функції $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{u^2}{2}} du$ є в таблицях математичної статистики, а також у програмному забезпеченні прикладної статистики. Тому значення z_i можна було знаходити використовуючи ці можливості.

Однак значно зручніше виявилось використовувати апроксимацію для функції, оберненої по відношенню до функції $F(x)$[2, с.]. Вона теж є в деяких пакетах прикладних програм і дає похибку $4{,}5*10^{-4}$:

$$x = t - \frac{a_0 + a_1 t + a_2 t^2}{1 + b_1 t + b_2 t^2},$$

де $t = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{1-\gamma}\right)^2}$, $a_0 = 2{,}51551, \ a_1 = 0{,}802853, \ a_2 = 0{,}010328, \ b_1 = 1{,}432788,$ $b_2 = 1{,}189269, \ b_3 = 0{,}001308.$

Наведена математична модель дає змогу знаходити оптимальні запаси реле у зазначеному вище розумінні, а також досліджувати залежність об’ємів запасів від величини ймовірностей відмов реле, від величини ймовірності γ, складати прогнози про необхідні запаси реле у випадку їх уніфікації та зміни ймовірностей відмов.

Список використаних джерел:

1. Карагодова О.О. Дослідження операцій [Текст] /О.О.Карагодова, В.Р.Кігель,В.Д.Рожок.– Київ : Центр учбової літератури, 2007.– 256 с.

2. Янке, Е. Специальные функции. Формулы,графики, таблицы [Текст] / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш .-м.: Наука, 1977. -344 с.