

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Дніпровський національний університет залізничного транспорту
імені академіка В. Лазаряна**

Кафедра Інтелектуальні системи електропостачання

«ДО ЗАХИСТУ»

В.о. завідувача кафедри

_____ /Д. О. Босий/

«_____» _____ 20____р.

ДИПЛОМНА РОБОТА

на здобуття освітнього ступеня «магістр»

Галузь знань **14 Електрична інженерія**

Спеціальність **141 Електроенергетика, електротехніка та
електромеханіка**

Освітньо-професійна програма **Електротехнічні системи
електроспоживання**

Тема **Дослідження хаотичних процесів у СТЕ змінного струму**

Theme **Investigation of chaotic processes in STE AC**

Керівник дипломної роботи Декан факультету УЕП _____ А. М. Афанасов

Нормоконтролер доц. _____ Т. М. Міщенко

Студент групи ЕС1921 _____ Р. О. Кузьмін

Student Kuzmin Roman

Дніпро – 2020

ЗМІСТ

ВСТУП.....	7
1 ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО ТЕОРІЮ ХАОСУ ЯК СТУПІНЬ ПІЗНАННЯ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ.....	10
1.1 Якісні та кількісні ознаки хаосу.....	17
1.2 Проблеми дослідження нелінійних систем.....	19
2 ХАОС У ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ.....	22
2.1 Умови виникнення хаотичної динаміки.....	24
2.2 Елементи теорії Такенса.....	29
2.3 Застосування хаотичної динаміки.....	32
3 ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ЕЛЕКТРИФІКОВАНИХ ЗАЛІЗНИЦЬ ШЛЯХОМ УЗГОДЖЕННЯ ХАОТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВЗАЄМОДІЇ СИСТЕМИ ЗОВНІШНЬОГО І ТЯГОВОГО ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ.....	41
3.1 Взаємодія системи зовнішнього та тягового електропостачання.....	45
3.2 Хаотична динаміка релейних та імпульсних систем автоматичного управління.....	48
ВИСНОВОК.....	55
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	56

ВСТУП

Актуальність роботи. Для аналізу електромагнітних процесів в системі тягового електропостачання змінного струму необхідно мати чітке уявлення про характер тягового навантаження. В класичній теорії тягове навантаження замінюють джерелом струму, що унеможливорює більш точний та адекватний аналіз електромагнітних процесів. З іншого боку заміна еквівалентними активним та реактивним опорами дозволяє більш точно моделювати електромагнітні процеси, проте, в умовах експлуатації досить складно отримати значення цих параметрів.

Зв'язок роботи з науковими програмами.

Державна цільова програма реформування залізничного транспорту, ухвалена Постановою Кабінету Міністрів України № 1390 від 16.12.2009 р. (із змінами, внесеними згідно з Постанови № 970)

- підвищення конкурентоспроможності залізничного транспорту на внутрішньому і зовнішньому ринку транспортних послуг;

- зменшення обсягу питомих витрат енергоресурсів на тягу поїздів;

Наукові основи ефективного використання енергії рекуперації в системі електричного транспорту, дослідження раціональних режимів роботи системи тягового електропостачання для зменшення втрат електроенергії, розробка інтелектуальних технологій ефективного енергозабезпечення транспортних систем.

Мета і завдання роботи. Метою роботи є дослідження хаотичних процесів в системах тягового електропостачання змінного струму, тим самим підвищення ефективності електропостачання.

Об'єктом дослідження – системи тягового електропостачання змінного струму.

Предмет дослідження – енергоефективність режимів в СТЕ.

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						7
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

Методи дослідження – елементи теорії Такенса, теорія Лоренца показники Ляпунова, інші теорії хаосу.

Наукова новизна та основні положення, які виносяться на захист

Основні наукові положення, висновки, які отримані в дипломній роботі, обґрунтовані та достовірні оскільки експериментальні дослідження поставлені та виконані, у вигляді теоретичних розрахунків; дослідні результати одержано на основі великого обсягу реального фактичного матеріалу з подальшою обробкою методами математичної статистики.

Практичні значення отриманих результатів. Набуті результати в ході моделювання дозволяють розширити межі знань науковців та дізнатися більше про хаотичні процеси у тяговій мережі змінного струм.

Імітаційна модель може бути використаний у навчальному процесі при підготовці магістрів та бакалаврів на кафедрі «Електропостачання залізниць» Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна.

Особистий внесок здобувача. Постановка мети та завдання дослідження, розробка комп'ютерної моделі. Здобувачем самостійно проведено розрахунки, зіставлення та аналіз отриманих під час експериментальних досліджень результатів, формулювання висновків.

Апробація результатів магістерської роботи. Сформульовано задачу оптимального керування для процесу електропостачання тяги за критерієм мінімуму втрат потужності в системі електропостачання з урахуванням наявності на ділянці керованих пунктів підсилення, що дозволило розробити нову систему підтримки стабільного рівня напруги на струмоприймачах електрорухомого складу. Запропоновано концепцію комплексного дослідження для тягових підстанцій електрифікованих залізниць, яка передбачає одночасне врахування часових залежностей основних показників якості електроенергії та додатково коефіцієнтів спотворення і фазових портретів струмів навантаження для окремих

класів первинної напруги підстанцій, що дозволило порівняти енергоефективність систем тягового електропостачання змінного струму.

Публікація за тематикою роботи

Кузьмін Р.О. Дослідження хаотичних процесів в системах тягового електропостачання змінного струму. Тези «Фізико-математичні науки» Матеріали представлені на міжнародній студентській науковій конференції, 18 грудень 2020, Ужгород, Д.:ДНУЗТ, 2020 р.

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						9
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

1. ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО ТЕОРІЮ ХАОСУ ЯК СТУПІНЬ ПІЗНАННЯ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

Динамічний підхід к опису систем різноманітного походження відомий нам ще за часів Ньютона. Він являється основою аналізу більшості класичних явищ в фізиці та інших науках: спочатку будується математична модель у вигляді динамічних рівнянь, а потім вивчається спосіб їх вирішення, який можливо зіставити з експериментальними даними. Розвиток цих ідей та уявлень, що стан моделі у будь-який момент часу повинен однозначно визначатися початковими умовами, дозволило дослідникам визначити поняття динамічної системи.

Така точка зору була до середини 70-х років, коли математичні ідеї теорії динамічних систем вдалось поєднати з фізичною моделлю, яка відноситься до гідродинаміки, - іншими словами системою Лоренца [2]. С того часу почалось систематичне вивчення динамічного хаосу.

Великий успіх у цьому напрямку отримали у першій половині двадцятого століття, коли була винайдена теорія коливання двовимірних систем. Дослідники присвятили вивченню та розповсюдженню цієї теорії, але їх спроби виявилися марними. Незважаючи на багато відкриттів в даній області, до 60-х років XX століття не було зрозумілим, наскільки складними можуть бути рухи в цих системах.

Ситуація змінилась тільки після того, як С.Смейл [1] заклав основи гіперболічної теорії. Дослідження в цьому напрямку виявили різноманітність динаміки нелінійних систем та призвели до одного із важливих відкриттів XX століття – динамічному хаосу.

Хоч в ті часи ця ідея не знаходила широкого визнання, тому що визначені ідеї мали непов'язаний з реальними цілями характер та було не зрозуміло чи має ця конструкція якесь відношення до реальності.

Навіть була поширена думка, що хаотичне явище, властиве фізичним системам, які мають перехідний характер, якщо досить довго спостерігати за системою, то хаос повинен перейти в регулярний рух.

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						10
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

Класичними прикладами хаосу є азартні ігри, які в тому числі, вивчають теорію ймовірності. Але азартні ігри – це не детермінований процес. Тут допускається елемент випадковості, а теорія хаотичних систем використовує методи теорії ймовірності, але не є її частиною. Хаос же слід визначити як випадковий процес, який спостерігається в динамічних системах, що не піддається впливу шумів або інших випадкових сил. Тому теорія хаосу розглядається як частина теорії динамічних систем.

В даний час існує декілька понять хаотичності. Найбільш поширеніший та найчастіше вживається визначення запропоноване у роботі [3]. Воно спирається на властивість неймовірної чутливості системи до завдання початкових умов до зовнішніх впливів. Це є цілком природним, так як основним проявом динамічного хаосу є експоненціальне розбіжність близьких траєкторій.

Але для визначення поняття хаосу однієї експоненціальної нестабільності замало. Крім цього необхідно виконання умови транзитивності та наявності певної регулярності, яка називається щільністю періодичних циклів.

Нехай M – метричний простір. Вираз $f : M \rightarrow M$ називається хаотичним [3], якщо: 1) f має нестійкий характер по відношенню до завдання початкових умов; 2) f є топологічно транзитивним; 3) цикли відображення f щільні в просторі M .

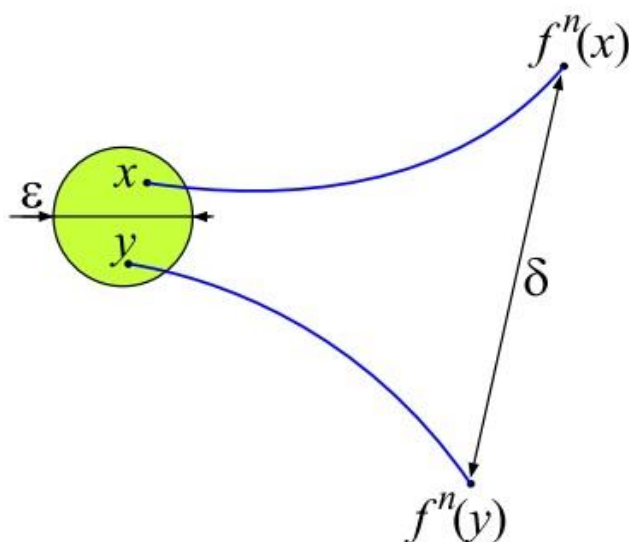


Рисунок 1.1 – Геометрична інтерпретація нестійкості за початковими умовами

Відображення f називається транзитивним, якщо для будь-яких двох відкритих множин U, V знайдеться таке число n , що $f^n(U) \cap V \neq \emptyset$. Неформальний сенс властивостей транзитивності показаний на рис.4. Якщо придивитися, то з теорії метричних просторів нам відомо, що транзитивність рівносильна існуючій щільній траєкторії.

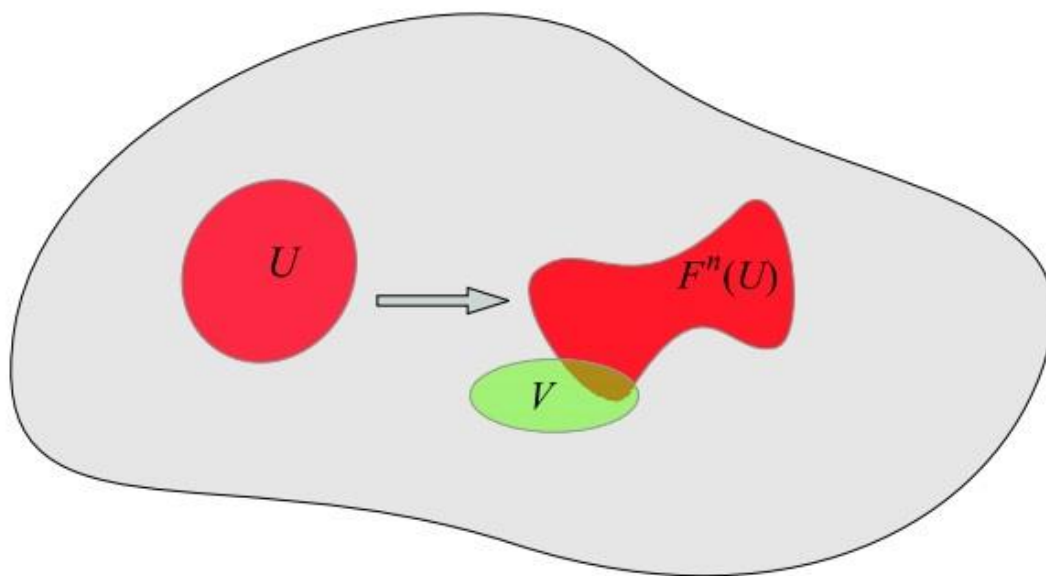


Рисунок 1.2 – Пояснення транзитивності

Властивість щільності періодичних траєкторій означає, що у будь-якій площині будь-якої точки в M існує принаймні одна періодична траєкторія.

Звідси випливає, що хаотична система повинна мати три важливі властивості: непередбачуваність, транзитивність та елемент регулярності. Але не так давно було виявлено [4], що в цьому визначенні умови чутливої залежності від початкових умов є з надлишком. Таким чином, якщо відображення є безперервним, виконується властивість транзитивності, а цикли щільні, тоді система володіє чутливою залежністю від початкових умов.

Хочу відмітити, що визначення хаосу також можна підійти більш з фізичної точки зору, використовуючи поняття ентропії та розмірності.

Предметом вивчення та дослідження якісної теорії являє собою зосереджені системи, які пояснюються набором звичайних диференціальних рівнянь:

$$\dot{x} = v(x, a), \quad (1)$$

де $x(t) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – сукупність динамічних перемінних ,

t – час,

$v = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ – векторна функція заданої гладкості r (тобто C^r), певна в деякій області $M \subseteq \mathbb{R}^n, v: M \rightarrow \mathbb{R}^n$, і a – деякі параметри (або їх сукупність). Зазвичай M називають фазовим простором систем (1).

Функція v породжує потік $F^t: M \rightarrow \mathbb{R}^n$, де $F^t(x)$ – гладка функція , яка визначена для значення t із інтервалу $T \subseteq \mathbb{R}$, така, що

$$\frac{d}{dt} F^t \big|_{t=\tau} = v(F^\tau(x)) \quad (2)$$

тому для всіх $x \in M$ і $\tau \in T$. При цьому F^t володіє груповими властивостями такими, що F^0 – тотожний оператор та $F^{t_1+t_2} = F^{t_1}(F^{t_2}) \equiv F^{t_1} \circ F^{t_2}$.

Потік F^t інколи називають перетворенням зсуву, так як він переводить систему з стану, в якому він знаходився в початковому моменті часу, в стані в будь-який інший момент часу. Неважко зрозуміти, що F^s при $s = -t$ має взаємно-зворотню функцію тієї ж самої гладкості C^r , тоді виходить, що система оборотна в часі.

Якщо задано початковий стан $x(0) = x_0 \in D$ системи (1), тоді $F^t(x_0): T \rightarrow \mathbb{R}^n$ задає фазову траєкторію або фазову криву результуючого диференціального рівняння (1). В силу єдиного рішення для кожної початкової умови x_0 та будь-

якого гладкого векторного поля v є єдина векторна крива. Це означає, що траєкторія визначеної системи (1), не можуть перетинатися.

Якщо час t перебігає дискретний ряд значень, так як $t \in \mathbb{Z}$, тоді відповідну динамічну систему називають каскадом. Для цієї системи запис є більш звичним такий $f : M \rightarrow M$,

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad (3)$$

При цьому послідовність $x_1 = f(x_0), x_2 = f(f(x_0)) = f^2(x_0) \equiv f \circ f, \dots$, тобто $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$, це являється її траєкторією. Каскад f^n , який є C^r – гладким разом зі своєю зворотною називають дифеоморфізмом.

Також є такі випадки коли потік F^t допускає глобальну січну Π , тобто гіперповерхність розмірності $n-1$, яку фазова траєкторія пересікає без дотику. Тоді вивчення поведінки початкової системи можна звести до аналізу відображення $\Phi : \Pi \rightarrow \Pi$, яке називають відображення Пуанкаре. Обернена конструкція, тобто перехід від відображення до потоку називається надбудовою.

Одним з ключових понять, використовуваних при вивченні динамічних систем є поняття грубості, яке вивели А.А. Андронов та Л.С. Понтрягин [5]. Це поняття говорить про те, що векторне поле v динамічної системи є структурно стійким, якщо є околиця U поля v , така, що для кожного векторного поля v' з цієї околиці фазовий портрет якісно не відрізняється від фазового портрета динамічної системи заданого поля v . Відповідно, властивість динамічної системи грубе, якщо при малих збудженнях системи воно зберігається.

Дуже важливу роль у виникненні хаосу в динамічній системі грають граничні цикли – замкнуті фазові траєкторії, які відповідають періодичній поведінці.

Нехай $\gamma = x(t)$ – граничний цикл та S – січна поверхність, яку цикл перетинає у точці p .

Тому виберемо якусь площину $U \subset S$ цієї точки (рис.1) та роздивимось перше повернення траєкторії, яка вийшла з близької до p точки $q \in U$. Тоді можна визначити відображення Пуанкаре $\Phi: U \rightarrow S$, яке переводить точку q в точку $q' = \Phi(q)$ на площину S .

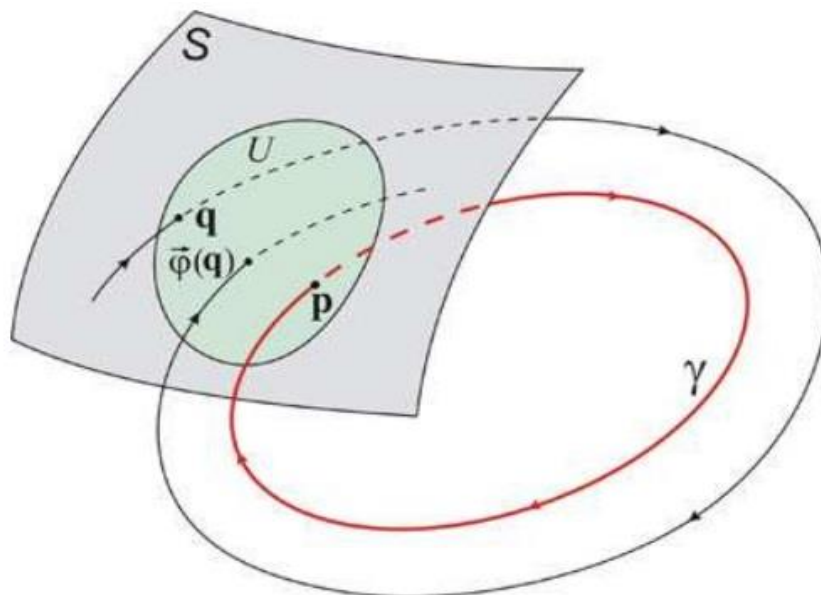


Рисунок 1.3 – Відображення Пуанкаре в площині граничного циклу

І тому, в координатному уявленні в площині точки p таке відображення можна записати у вигляді:

$$y' = \hat{L}y + g(y), \quad (4)$$

де $\hat{L}$ – матриця з елементами $(\partial \phi_i / \partial y_k)_{y=p}$.

Тоді відображається суть $y' = \hat{L}y$. Матриця $\hat{L}$ називається матрицею монодромії, а її власне значення α_j – мультиплікаторами. Мультиплікатори можуть бути як речовими, так і комплексними величинами.

Коли фазова траєкторія поблизу граничного циклу робить один оборот (див. рис.3), тоді збудження, відповідає кожному власному вектору та множиться на власний мультиплікатор.

Тому граничний цикл є стійким, коли його всі мультиплікатори, за винятком одного, які відповідає зміщенню уздовж траєкторії, лежать на комплексній площині всередині одиничного круга, тобто при $|\alpha_j| < 1$. Якщо мультиплікатори задовольняють умови $|\alpha_j| > 1$, тоді цикл буде нестійким.

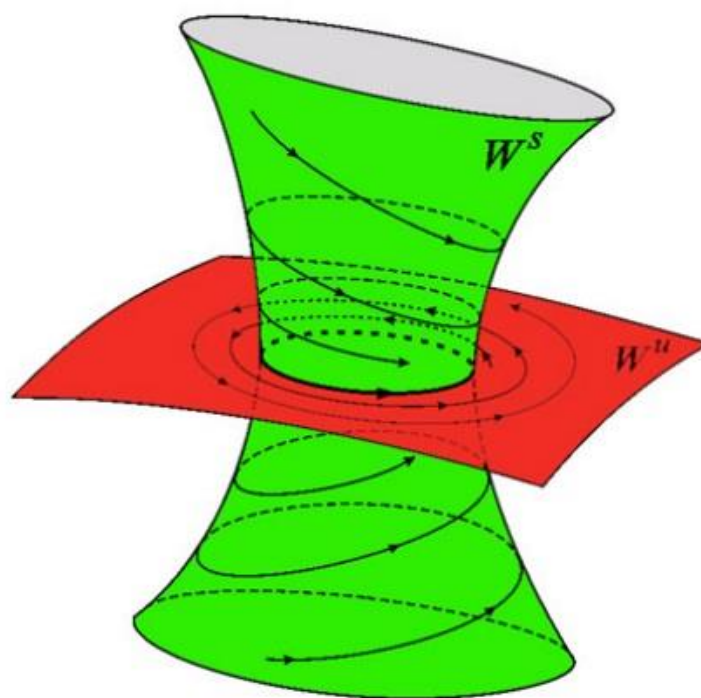


Рисунок 1.4 – Стійке W^s та нестійке W^u різноманіття сідлового граничного циклу

В такому випадку частина мультиплікаторів лежить як всередині одиничного кола, так і ззовні. Такі граничні цикли називають сідловими. Для сідлового граничного циклу властива наявність стійких W^s та нестійких W^u різноманіть, які характеризуються тими властивостями, що й початкова точка траєкторії $x_0 \in W^s$ ($x_0 \in W^u$), то при $t \rightarrow \infty$ (і також для $t \rightarrow -\infty$) фазові криві будуть прагнути до γ (рис.4). Цикли сідлового типу є ключовими складовими хаотичних динамічних систем.

1.1 Якісні та кількісні ознаки хаосу

Передусім, слід розуміти, що хаотичні коливання можуть виникати в системі, яка має нелінійні елементи. У лінійній системі хаотичні коливання не виникають. Тому є такі якісні ознаки, що можуть просигналізувати про можливість хаотичних траєкторій:

- 1) чутливість до зміни початкових умов;
- 2) зростаюча складність регулярних рухів у міру зміни деяких параметрів;
- 3) наявність у безперервній системі біфуркації Хопфа;
- 4) фрактальні властивості руху у фазовому просторі, що вказують на присутність дивного атрактора;
- 5) наявність у дискретній системі подвоєння періоду.

Кількісні ознаки хаосу визначаються такими показниками:

- 1) позитивний показник Ляпунова;
- 2) фрактальна розмірність атрактора.

Давайте більш детально роздивимось кількісні показники.

Показник Ляпунова. Хаос у детермінованих системах зв'язаний із високою чутливістю до зміни початкових умов. Це значить, що дві траєкторії, близькі один до одного у фазовому просторі в деякий початковий момент, починають дуже швидко розходитися в наступні моменту часу.

$$\rho(t) = \rho_0 e^{at}. \quad (5)$$

де ρ_0 – міра початкової відстані між двома вихідними точками;

t – час.

Для дискретних систем вираз виглядає так:

$$\rho_n = \rho_0 e^{an}. \quad (6)$$

де a – показник Ляпунова.

Критерії хаосу в термінах показника Ляпунова:

При $\alpha > 0$ – хаотичний рух.

При $\alpha \leq 0$ – регулярний рух.

Визначення показника Ляпунова α починаємо з вибору опорної траєкторії, обчислення точки на сусідній траєкторії та виміру величини $\frac{\rho(t)}{\rho_0}$, як намальовано на (рис. 3.2.1). Далі знаходимо інтеграл рівняння руху вздовж сусідньої траєкторії та визначаємо $\rho(t)$.

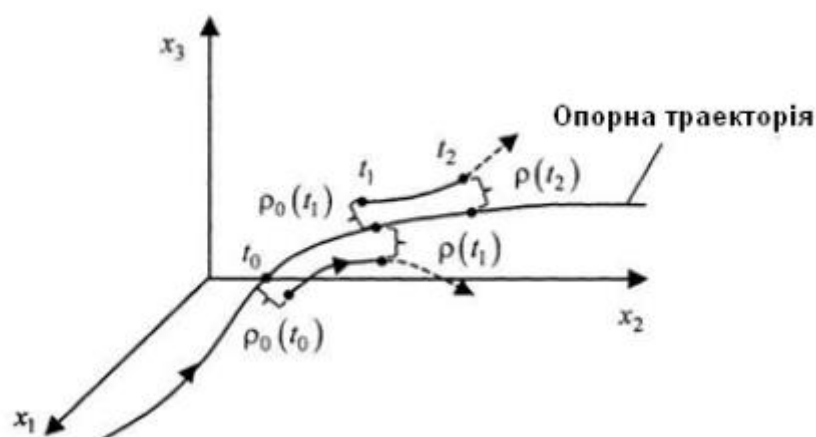


Рисунок 1.1.1 – Геометричні побудови для визначення показника Ляпунова для безперервних систем

Таким чином, відстань $\rho(t)$ буває досить великою і відхиляється від експонентної поведінки, тому потрібно знайти нову сусідню траєкторію та визначити нову початкову відстань $\rho_0(t)$:

Показник Ляпунов, що визначається усередненням:

$$\alpha = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{k=1}^N \ln \frac{\rho(t_k)}{\rho_0(t_{k-1})}, \quad (7)$$

де N – число точок на опорній траєкторії, що дорівнює кількості сусідніх траєкторій;

α – експонентний показник.

Формула для дискретної системи:

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (8)$$

Показник Ляпунова, що має середню втрату інформації за одну ітерацію:

$$\alpha(x_0) = \lim_{x \rightarrow \infty} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{n} \ln \left| \frac{f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)}{\varepsilon} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left| \frac{df^n(x_0)}{dx_0} \right|. \quad (9)$$

У наш час стало можливим синтезувати динамічні системи з об'ємом написаної інформації, що еквівалентна середньому зібранню творів.

1.2 Проблеми дослідження нелінійних систем

Важлива задача, що вирішується у дипломі – це задача проведення досліджень по темі кваліфікаційної роботи. На одному з етапів цієї роботи треба визначити проблему в ситуації обраного об'єкту досліджень і виявити питання, що вимагають вирішення.

Особливістю проблемних ситуацій, що зустрічаються в темі магістерської роботи, є те, що майже всі об'єкти дослідження є нелінійними. В основному нелінійність обумовлюється дисипацією, себто переходом частини впорядкованої енергії в неупорядковану, наприклад, теплову, електромагнітну. Нелінійні системи в загальному виді не можуть бути розв'язані. В теорія нелінійних систем ми можемо одержати тільки часткові рішення у вигляді фазових траєкторій на площині. Якщо розглядати механічні системи, то фахівці часто намагаються виключити нелінійні елементи, як от наприклад, тертя, що викликає дисипацію. Якщо знехтувати ними, тоді ми одержимо просту лінійну залежність між прискоренням і силою, що дає це прискорення.

Проте при цьому не можна побачити різні види поведінки об'єктів, які зумовлюються цими нелінійностями й не помічалось в лінійних системах. За

останні десять років спостерігається активний розвиток нових теорій дослідження нелінійних динамічних систем, завдяки ним створюється більш точний опис поведінки нелінійних об'єктів. Однак при математичному моделюванні цих об'єктів, фахівці стикаються із проблемами та ускладненнями.

Проблеми виміру в математичному моделюванні складних систем, зазвичай, поєднують з аналізом об'єктивних кількісних характеристик досліджуваних об'єктів. На жаль досвід розвитку математичного моделювання показав, що це є далеко не простою справою. Досить "слабкою складовою" у безлічі катастроф і аварій являються люди, а не техніка.

Якраз дії й взаємодії варто було б проаналізувати й описувати у прикладних завданнях.

Проте тут загальний опис, в значній мірі, відрізняється від стандартних приймань, використовуваних у електротехніці. Індивідуальні фактори доводиться часто враховувати шляхом запитань, тестів, аналізу інших непрямих даних.

До другої половини ХХ століття у математиці й фізиці переважала ідея Лапласа про повну зумовленість розвитку систем. Вважалось, що якщо ми знаємо початкові умови й математичний опис, тоді поведінку об'єкта можна визначити його стан на будь-якому проміжку часу. Скажімо, якщо мова йде про механічну систему, то нам гарно відомо, що завдання початкових умов – координат і імпульсів – однозначно визначає наступний процес змін. Якраз тому, у часи механістичного погляду на природу речей, появився відомий вислів Лапласа: «Дайте мені початкові умови і я передбачу майбутнє світу».

Впевненість у правдивості слів Лапласа й передбачуваності поведінки системи, що описує класична механіка, збереглася до нашого часу у свідомості більшості натуралістів. Проте вивчення та дослідження останніх 30 років зробили справжній прорив в цій області та показали, що не все так просто, що детермінована механічна система може поводитися цілком непередбачувано. І навпаки, в основі нерегулярної, хаотичної поведінки зазвичай лежить цілком детермінований опис.

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						20
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

У повсякденній практиці і у природі багато таких процесів, що на перший погляд виглядають зовсім випадковими, а в дійсності – це відбиттям хаотичної динаміки.

Як схвалюють сучасні теорії, хаос присутній скрізь. Хаос проявляється у погоді, і як тече вода у струмку, і в процесах електротехніки. Які не були б властивості конкретної системи, її поведінка відповідає тим закономірностям, які були недавно відкритими. Виявлено, що зародження хаосу відбувається в результаті біфуркацій [20,21,22].

Для систем. Застосування і дослідження нової математичної моделі, що описує процес взаємодії коливальних режимів п'єзокерамічного випромінювача та електрогенератора дозволило встановити, що розглянута задача має виняткову різноманітність усталених режимів як хаотичних, так і регулярних. Однак, у розглянутій динамічній системі характерне значне число ефектів, притаманне в цілому для задач нелінійної динаміки.

Вивчимо вплив зміни параметрів на виникнення усталених режимів коливальних системи. В даній детермінованій системі виявлено кілька типів хаотичних атракторів, як результат, й два гіперхаотичних типи. Виявлено, що системі властиві кілька моментів переходу від регулярних рухів до хаотичних. Виявлено переходи "порядок--хаос" по сценарію Фейгенбаума, через переміжність першого типу, жорсткі переходи до хаосу.

Для вивчення впливу різноманітних факторів запізнювання побудовано математичну модель системи в вигляді системи диференціальних рівнянь з відхиленням аргумента. Виявлено, що фактори запізнювання істотно впливають на динаміку системи. Якщо змінити значення запізнювання в системі спостерігається велика різноманітність змін типу усталених режимів вигляду "хаос--порядок" або "порядок--хаос".

Встановлено, що існування детермінованого хаосу в системі пояснюється, головним чином, наявністю взаємодії між підсистемами (генератором і випромінювачем), а не автономними властивостями кожної з окремих підсистем.

2. ХАОС У ДИНАМІЧНИХ СИТЕМАХ

Якщо розглянути опис динаміки хаотичних систем у повній мірі, то така система представляє з себе дуже важку задачу. Але існує і інший підхід, при якому вивчається лише типові властивості динамічних систем. Така точка зору, прийнята в метричній теорії динамічних систем, де у якості основоположного уявлення використовується поняття міри.

Теорема Крилова-Боголюбова, згідно якої для динамічних систем з компактним фазовим простором завжди існує хоча б одна інваріантна міра. В інших випадках існування інваріантних мір покладається на динамічні закони.

За допомогою, розглянутих у теорії характеристик та імовірних аспектів таких як ентропія, розмірність, показники Ляпунова можна отримати більш повну інформацію о властивостях досліджуваних систем, розпізнати детермінований сигнал від стохастичного та охарактеризувати глибину хаотичності.

Деякі важливі властивості динамічних систем, які розглядає дана теорія, наприклад, виповнення центральної граничної теореми. Оскільки, показники Ляпунова визначають ступінь нестійкості, то вони природним шляхом будуть зв'язаними з ентропією динамічних систем. Кожна динамічна система може бути представлена деякою величиною, що називається ентропією. Якщо ентропія позитивна, то система має також і інші досить сильні статистичні властивості.

В теперішній час для опису цих властивостей використовуються велика кількість різних характеристик для яких також використовується термін «ентропія». І так, в теорії інформації ентропія H вводиться для системи, яка може знаходитись в стані x_i з деякими ймовірностями $p_i = p(x_i)$, за допомогою формули Шеннона:

$$H = -\sum_i p_i \log p_i \quad (10)$$

Завдяки цьому поняттю вдалося сформулювати абсолютний критерій хаотичності як нестійкого по Ляпунову руху з позитивною метричною ентропією.

Легко показати, що ентропія Шеннона (10) при $q \rightarrow 1$ є її окремим випадком. Використовуючи цю величину можна ввести узагальнену розмірність D_q та величину K_q , яка називається узагальненою ентропією, найбільш загальним чином характеризує міру неупорядкованості динамічної системи. А саме, якщо у визначенні ентропії K підставити H_q замість H , тоді отримаємо:

$$K_q = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} (H_q^{m+1} - H_q^{(m)}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} H_q^{(m)} \quad (11)$$

Одне з важливіших властивостей величини K_q можна записати у вигляді послідовності нерівностей:

$$K = K_1 \leq K_2 \leq \dots \leq K_{q-1} \leq K_q \leq \dots, \quad (12)$$

де K – ентропія Колмогорова-Синя. І так, цю ентропію можна оцінити зверху, якщо знайти K_i , $i = 2, 3, \dots$. В свою чергу, ця ентропія виражається через показники Ляпунова наступним чином [6]:

$$K_1 = \int \sum_{\lambda_i \geq 0} \lambda_i(x) d\mu \quad (13)$$

Величина ентропії h не залежить від способу розбиття фазового простору. Крім того, якщо дві динамічні системи мають рівні ентропії, тоді їх статистичні закони руху однакові.

Для розрахунку узагальнених величин вводяться поняття узагальненого кореляційного інтегралу:

$$C_q(\varepsilon) = (\sum p_i^q)^{1/(q-1)} \quad (14)$$

Якщо $-\ln C_q^{(m)}(\varepsilon) = H_q^{(m)}(\varepsilon)$, то C_q – це H_q . Таким чином, зв'язок з іншими узагальненими величинами зберігається. Узагальнений кореляційний інтеграл зручний тим, що для випадку $q = 2$ він сильно спрощується:

$$C_2(\varepsilon) \equiv C(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum S_i(\varepsilon), \quad (15)$$

де S_i – число точок всередині i -й комірки,

N – число елементів послідовностей,

C_2 – кореляційний інтеграл.

Алгоритм його вирішення дуже добре розроблений [9,10].

Динамічна система хаотична, якщо її поведінка має декілька властивостей, які властиві випадковим процесам, які спостерігаються у теорії ймовірності.

2.1 Умови виникнення хаотичної динаміки

Наших вчених вже давно цікавлять такі два питання:

- а) Може хаотичний процес бути детермінованим?
- б) Можуть присутні елементи хаотичної поведінки в детермінованому процесі?

Хаотичний процес – це процес, який точно передбачити неможливо. Можна лише говорити, що варіанти розвитку події або він може статися. Якщо ж подивитися з іншої сторони, детермінований процес – це процес, у якого кожний крок підпорядковується тим чи іншим закономірностям, які нам вже відомі. Це означає, що ми можемо зі 100% ймовірністю передбачити розвиток подій у часі. Припустимо, що ми говоримо про механічну систему, то початкові умови, які вже задані, ми зможемо визначити який буде їх наступний крок.

Проте було виявлено [11,12], що рух простих динамічних систем нереально передбачити на дуже великий інтервал часу. І тому такі системи мають назву «системи з хаотичною динамікою» або «системи з нерегульованою динамікою». Вони, наприклад, зустрічаються:

- 1) нелінійні зворотні зв'язки;
- 2) елементи, які мають пружинні характеристики (пружина з грузилом);
- 3) тертя при ковзанні;
- 4) коливання маятника.

Наприклад, рівняння Кіргоффа в цілому і точно описує поведінку різного роду підсилювачів і радіотехнічних схем. Другий закон Ньютона, що описує коливання маятника під впливом періодичних сил виражено простим диференціальним рівнянням. Рівняння описує, що без усяких випадкових шумів або сил розв'язання цих рівнянь при деяких значеннях параметрів є випадковими.

Люди, які займаються комп'ютерним моделюванням випадкових процесів, знає не хто як інший, що майже у кожній програмі є генератор випадкових чисел, який при зверненні до нього видає випадкове число в інтервалі $(0,1)$. Відомо, що в роботі сучасних машин немає нічого випадкового. Кожний символ, цифра та крок у роботі сучасних програм написаний програмістом до найдрібніших деталей. Тому випадкові числа утворюють певний алгоритм. Іншими словами, створюють детерміновану послідовність, яку можна відтворити крок за кроком. Тому будь-яке випадкове число можна буде пояснити на 100%!

І ще один приклад – це подвійний плоский маятник (рис. 2.1.1) із масами m_1 і m_2 . Він має два етапи свободи – це два кути φ_1 та φ_2 .

Інколи відхилення від положення рівноваги мале, то система показує регулярні гармонійні коливання, але при збільшенні деякої енергії настає такий момент, коли коливання стають хаотичними (рис 2.1.2) і маятники розпочинають прокручуватися. Тоді початкові умови призводять, врешті-решт, до різної динаміки нелінійної системи із двома ступенями свободи.

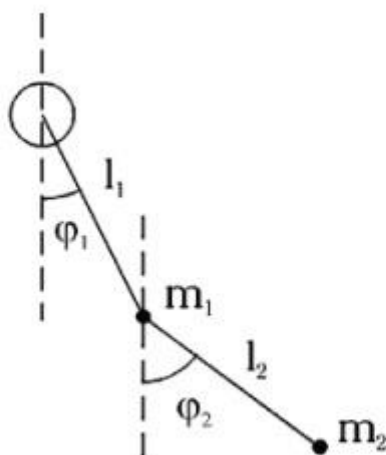


Рисунок 2.1.1 – Подвійний плоский маятник

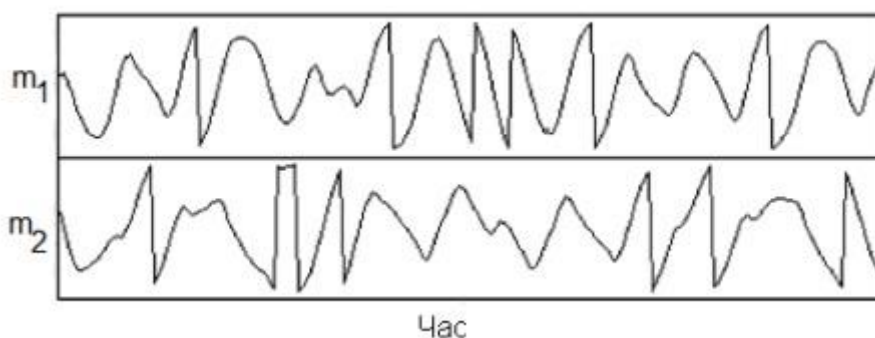


Рисунок 2.1.2 – Хаотичні коливання подвійного маятника

Доведено, що детермінований хаос проявляється там, де є сильна залежність від початкових умов.

Теорія хаосу – це галузь досліджень, що пов’язує математику і фізику. Про теорію хаосу нам багато відомо завдяки таким вченим, як Анрі Пуанкаре, Едвард Лоренц, Олександр Ляпунов, Яков Синай. Розглянемо дивний атрактор Едварда Лоренца і логічне рівняння.

Цей видатний математик розпочав свої розробки в 60-х роках XX століття і вивчав те, що здається випадковим – складну поведінку детермінованих динамічних систем, стан яких міняється в часі відповідно до фіксованих математичних правил. Лоренц також розробив наукову концепцію «ефекту

метелика», в якій пояснюється, що незначні дії можуть призвести до серйозних змін.

Математик випадково наштовхнувся на те, що порівняно проста система із 3-х зв'язаних нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку може рішенням хаотичної траєкторії.

Ось ця система рівнянь, яка стала класичною і має такий вигляд:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= -\sigma X + \sigma Y, \\ \dot{Y} &= rX - Y - XZ, \\ \dot{Z} &= XY - bZ,\end{aligned}\tag{16}$$

де – точка позначає диференціювання за часом t .

X – пропорційна швидкості конвективного потоку,

Y – різниця температур для потоків вгору та вниз,

Z – відхилення профілю температури від лінійного в поздовжньому напрямку, уздовж прокладеного градієнта температури,

r – керуючий параметр,

σ, b – якісь безрозмірні константи.

Рішення цих диференціальних рівнянь відбувається в тривимірному фазовому просторі X, Y, Z . Через однозначність функції траєкторія себе ніколи не перетинає.

Едвард Лоренц проводив досліди цих траєкторій при незмінних значеннях параметрів ($r = 28, \sigma = 10, b = 8/3$), але при різних початкових умовах. Йому вдалося встановити, що траєкторія хаотично рухається із напівпростору $x > 0$ в напівпростір $x < 0$, формуючи дві майже плоскі, перепутані не простим чином спіралі. Якщо $t \rightarrow \infty$ траєкторія не залишає задану область, не притягується не до якої точки рівноваги та ні до яких інших траєкторій. Ось така обмежена область із непостійними траєкторіями в середині почала називатися дивним атрактором. Чому дивний? Тому, що він показує хаотичну поведінку детермінованої системи.

На (рис. 2.1.3) демонструється проекція дивного атрактора Лоренца на площині XZ для певних початкових умов. Траєкторія спочатку робить один оборот по правій стороні, потім 20 обертів з лівої, потім знову один справа та чотири зліва і т.д.

Невизначена поведінка цієї та інших подібних систем полягає не в тому, що математична теорема невірна про існування та одиничність розв'язання, а у винятковій чутливості рішення до початкових умов. Якщо навіть ці умови будуть близькими, то з часом вони призводять до інших кінцевих станів системи.

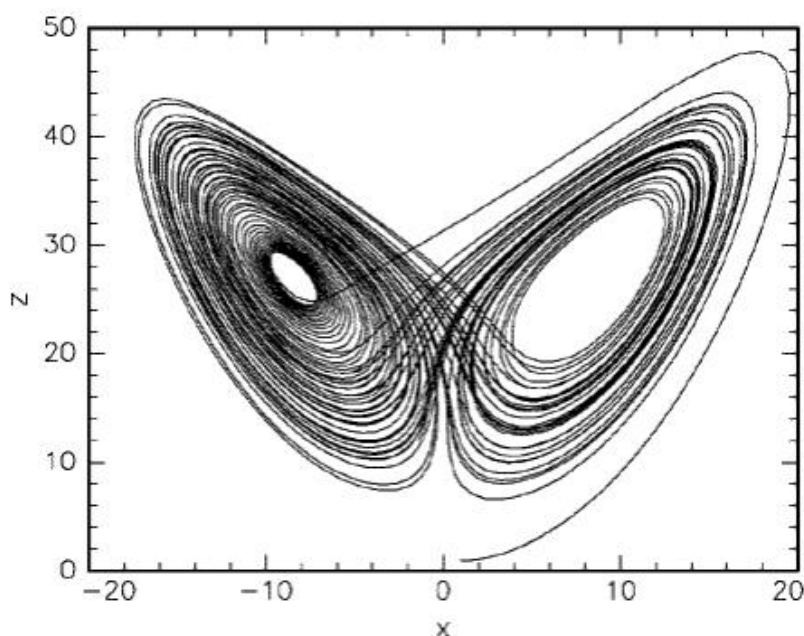


Рисунок 2.1.3 – Траєкторія хаотичного рішення рівняння Лоренца з початковими умовами $X(0) = Y(0) = Z(0) = 1$

Відхилення з часом зростає досить швидко (експоненційно) (рис.2.1.4) відповідно до виразу:

$$D(t) = D(0) \cdot e^{ht}, \quad (17)$$

де h – функція руху точки у фазовому просторі.

Другим словом, будь-які малі збурження початкових умов призводять з часом до чи малого відхилення траєкторії від свого положення. Припустимо,

фазовий простір системи буде кінцевим, то фазові траєкторії не можуть розбігтися через нестійкість більше ніж на характерний розмір області даного руху і починається плутанина траєкторії і взяти поведінку системи при таких умовах майже неможливо.

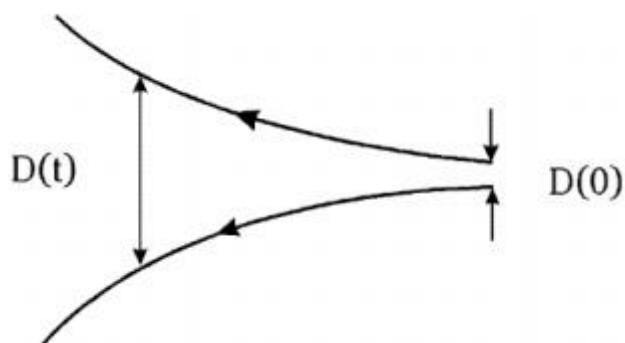


Рисунок 2.1.4 – Дві початкові близькі траєкторії у фазовому просторі розминаються з часом в результаті локальної нестійкості

Для того, щоб передбачити еволюцію системи на один день вперед треба знати початкові умови з точністю 10^{-3} , на два дні – з точністю 10^{-6} , на три - 10^{-9} і т.д. У даній ситуації час передбачення збільшується в арифметичній прогресії, а точність завдання початкових умов – у геометричній. Для того, щоб спрогнозувати на 30 днів вперед, треба дуже велика точність - 10^{-90} , що мало вірогідно.

2.2 Елементи теорії Такенса

Якщо ми маємо динамічну систему $F^t(x)$ з фазовим простором M . Величини, що утворюють часовий ряд є значенням деякої функції значення $x(t)$ цієї динамічної системи W^d з $M : x_i = h(x(t_i)) = h(F^{t_i}(x_0))$. Якщо подивитися на побудову векторів затримки і, якщо часовий крок дорівнює τ . Значить, для векторів стану $x(t_i) = x_i$ вірні рівності: $x_{i+1} = F^\tau(x_i)$, $x_{i+2} = F^{2\tau}(x_i)$, ..., $x_{i+m-1} = F^{(m-1)\tau}(x_i)$. І тому, для компонентів z -векторів:

$$\begin{aligned} x_i &= h(x_i) \equiv \Phi_0(x_i), \\ x_{i+1} &= h(x_{i+1}) = h(F^\tau(x_i)) \equiv \Phi_1(x_i), \\ x_{i+2} &= h(x_{i+2}) = h(F^{2\tau}(x_i)) \equiv \Phi_2(x_i), \\ &\dots\dots\dots, \\ x_{i+m-1} &= h(x_{i+m-1}) = h(F^{(m-1)\tau}(x_i)) \equiv \Phi_{m-1}(x_i). \end{aligned} \tag{18}$$

Таким чином, усі складові вектора $z_i = \{x_i, x_{i-1}, \dots, x_{i+m-1}\}$ можна зв'язати з таким самим станом динамічної системи x_i , тоді існує векторна функція A , що відображає вектор $x_i \in W^d$ в векторі m -мірного евклідового простору $\mathbb{R}^m$:

$$z_i = A(x_i), x_i \in W^d, z_i \in \mathbb{R}^m. \quad (19)$$

Міркування, що наведені вище є основним змістом теореми Такенса[13], яка стверджує, що при $m \geq 2d+1$ типовими властивостями відображення A є вкладення W^d в $\square^m$. Якщо іншими словами, образ W^d в $\square^m$ ($V^d = A(W^d)$) вона не перетинає саму себе. При цьому функція A – диференційна та має обернену диференційну функцію A^{-1} , на певну $V^d : W^d = A^{-1}(V^d)$. Тоді на V^d можна визначити динамічну систему, так як $x_i = A^{-1}(z_i)$, а $x_{i+1} = F^r(x_i)$:

$$z_{i+1} = A(x_{i+1}) = A(F^{\tau}(A^{-1}(z_i))) \equiv \Psi(z_i), \quad (20)$$

де $z_i \in V^d, \Psi: V^d \rightarrow V^d$.

Досить просто побачити, що якщо в цьому співвідношенні залишити останній компонент, то ми отримаємо покроковий варіант запису часового ряду: $x_i = G(x_{i-1}, \dots, x_{i-m})$. Дане співвідношення можна використовувати для розв'язку задачі прогнозування, оскільки для цього потребується знати тільки величину m .

З цього виходить, що ми маємо два перетворення Φ та Ψ :

$$x_{i+1} = F^\tau(x_i), x \in W^d \quad (21)$$

$$z_{i+1} = \Psi(z_i), z \in V^d \quad (22)$$

Значить, якщо $z = A(x)$, то це різні уявлення того самого відображення. Тому дані характеристики, інваріантні відповідно не вироджених змін, у цих системах повинні збігатися.

Отже, розмірність атрактора, ентропія динамічної системи та деякі інваріантні характеристики можна визначити по вимірюваним величинам.

У прикладному аналізі часових рядків вміщують дві основні задачі:

- 1) задача ідентифікації;
- 2) задача прогнозу.

Задача ідентифікації при аналізі спостереження, дає відповідь на питання, які параметри системи, яка породила даний часовий ряд – кореляційна розмірність, ентропія, показники Ляпунова.

Як ми знаємо ентропія – це величина, що характеризує міру неупорядкованої системи, то вона природним чином зв'язується з поняттям передбачуваності. При цьому поняття передбачуваності можна розуміти:

- а) як наростання фазового об'єму початкової похибки;
- б) як збільшення різниці між істинною та обуреною траєкторією.

Ентропія K зв'язана з першим трактуванням передбачуваності та визначає час передбачуваності поведінкою динамічної системи:

$$T_K \approx \frac{1}{K} \log \frac{1}{\varepsilon}, \quad (23)$$

де ε – відносна похибка даних о цьому стані.

Хочу відмітити, що залежність від ε тільки логарифмічна. Друга трактовка пов'язана з поняттям показників Ляпунова. В цьому випадку виглядає вона так

$$T_{\lambda} \leq \frac{1}{\lambda_{\max}} \log \frac{1}{\varepsilon}, \quad (24)$$

де $\lambda_{\max}$ – максимальний показник Ляпунова.

Порядок величини обох цих оцінок співпадає. Проте на практиці значення часу передбачуваності розв'язують по двом скороченим формулам:

$$\begin{aligned} T_K &\leq K^{-1}, \\ T_{\lambda} &\leq \lambda_{\max}^{-1}. \end{aligned} \quad (25)$$

2.3 Застосування динамічних систем

Одною із важливіших наукових проблем є рішення задач передбачення поведінки вивчаємого об'єкта в часі та просторі на основі відповідних знань. Ця задача зводиться до знаходження деякого закону, який дозволяє по інформації, що вже є про об'єкт в початковий момент часу t_0 у точці простору x_0 визначити його майбутнє в будь-який момент часу $t > t_0$. Тільки в залежності від ступеню складності самої системи чи об'єкту цей закон може бути детермінованим або ймовірним, також може визначати розвиток об'єкта в часі та просторі.

Однак є така проблема передбачення еволюції об'єкта в природознавстві представляє собою, безумовно, математична задача. Математична логіка потребує від нас чіткого формулювання предмета та задачі вивчення його дослідження. Предметом нашого аналізу будуть не об'єкти та системи в цілому, а нелінійні електроенергетичні системи, які відносяться до класу дисипативних систем в математичному понятті цього терміну.

Під електроенергетичною системою розуміють будь-який процес чи об'єкт, для кожного відповідного поняття стан, як сукупність деяких величин в якийсь момент часу та закон, що описує змінення початкового стану з плином

часу. Опис електроенергетичної системи в сенсі знання закону розвитку є велике різноманіття:

- 1) дискретне відображення;
- 2) за допомогою теорії графів;
- 3) диференційних рівнянь та інші.

Все залежить тільки від вибору способу опису системи, після чого, задається вид математичної моделі відповідної електроенергетичної системи. Математична модель електроенергетичної системи вважається заданою, якщо введені параметри системи, що відповідають за її однозначний стан.

Дослідження реальних електроенергетичних систем, які вже відомі нам, відбувається шляхом удосконалення та розвитку, яких визначається аналізом експериментальних та теоретичних результатів при їх зіставленні. Розв'язуючи одну й ту саму електроенергетичну систему в залежності від ступеню обліку різних факторів ми отримуємо різні математичні моделі.

Важливу групу динамічних систем є системи, в яких можливі коливання. Коливальні системи з точки зору цих математичних моделей поділяють на певні класи. Поділяють на лінійні та нелінійні коливальні системи, розподілені та зосередженні, дисипативні та консервативні, атомні та неатомні. До особливого класу відносять так звані автоколивальні системи. Ці властивості цих систем докладніше обговорюються та описуються в учбових книгах то теорії коливань.

Електроенергетична система, яка відтворюється кінцевим числом звичайних диференційних рівнянь називають зосереджуваними або точковими системами. Ці системи відтворюються за допомогою кінцевомірного фазового простору та характеризуються кінцевим числом ступеневої свободи. Однакові системи за різними умовами можуть розглядатися як зосередженими так і розподіленими. Математичні моделі розподілених систем – це диференційне рівняння у часткових похідних, інтегральні рівняння або звичайні рівняння з запізнюючимся аргументом. Число степенів свободи розподільчої системи безкінечне, яке потребує безкінечне число даних для виявлення його стану. Якщо

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						33
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

взяти теорію електричних коливань системи, то розглядають як зосереджену у тих випадках, коли довжина хвилі коливань істотно перевищує геометричні розміри даної системи. А якщо розміри системи можна порівняти з довжиною хвилі генеруючи коливань, тоді систему потрібно роздивлятися як розподільчу.

По енергетичним ознакам електроенергетичну систему можна розділити на консервативні та неконсервативні.

Консервативні системи мають незмінний в часі запас енергії. В механіці їх ще називають гамільтоновим. До консервативних систем з n степенями свободи, які називаються гамільтоніан системи $H(p, q)$. Де p_i – узагальнені імпульси системи, q_i – узагальнені координати, $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Ця система повним чином характеризує динамічну природу системи з фізичної точки зору в більшості випадках являє собою її повну енергію. Розвиток в часі консервативних систем записано в рівнянні Гамільтона:

$$\dot{q}_i = \partial H(p, q) / \partial p_i, \dot{p}_i = -\partial H(p, q) / \partial q_i \quad (26)$$

Динамічна система, яка змінюється в часі з запасом енергії відповідно називається неконсервативною. Така система, у якій енергія зменшується в часі із-за тертя чи розсіювання, то таку систему називають дисипативною. Відповідно з цим системи, у яких енергія в часі збільшується, називаються системи з негативним тертям або негативною дисипацією. Істотною особливістю дисипативних систем є залежність елемента фазового об'єма від часу. В система, де енергія поглинається фазовий об'єм у часі зменшується, а в системах з негативним тертям – збільшується.

Динамічні системи називаються атомними, якщо на них не діють зовнішні сили, які змінні в часі. Рівняння атомних систем істотної залежності від часу не мають.

Велика кількість реальних коливальних систем неконсервативні. До них відносять особливий клас, які називається автоколивальні системи, які

принципово не можуть бути консервативними та лінійними. Автоколивальною називають динамічну систему, яка перетворює енергію джерела в енергію незатухаючих коливань, при чому основні характеристики сталих коливань (форма коливань, частота, амплітуда) визначаються параметрами системи та в деяких межах не залежать від вибору вихідного початкового стану.

Метод аналізу коливальних процесів за допомогою дослідження фазових траєкторій динамічної системи був введений в теорію коливань А.А. Андроновим та Л.І. Мандельштамом і з тих часів став звичайним методом при вивченні та дослідженні різних коливальних явищ.

Роздивимось лінійний осцилятор без втрат, таке рівняння можна записати на прикладі коливального LC-контур (рис. 2.3.1 а). Виберемо в якості змінної заряд q в конденсаторі, за допомогою, рівняння Кірхгофа:

$$\ddot{q} + (LC)^{-1} \cdot q = 0 \quad (27)$$

Якщо до множимо (27) на Lq , то отримаємо:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{L\dot{q}^2}{2} + \frac{q^2}{2C} \right) = 0, \quad (28)$$

тобто для кожного моменту часу виконується рівність $E = E_L + E_C = const$,

$$\begin{aligned} E_L &= \frac{Lq^2}{2}, \\ E_C &= \frac{q^2}{2 \cdot C}. \end{aligned} \quad (29)$$

Тут показана сталість в часу повної енергії осцилятора (сума магнітної E_L та електричної E_C енергії). У більш зручних координатах рівняння

консервативного осцилятора можна записати наступним чином, введемо змінну

$$\text{часу } \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}}:$$

$$\ddot{x} + x = 0, \dot{x}^2 + x^2 = a^2, a = \text{const} \quad (30)$$

Для фазових координат $\dot{x}_1 = x_2$ та $\dot{x}_2 = -x_1$ запишемо рівняння таким чином:

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -x_1, x_1^2 + x_2^2 = a^2 \quad (31)$$

Цей фазовий портрет системи (рис. 2.3.1 б) представляє собою окружність радіуса a з центром на початку координат. Точка у фазовому просторі, у якій вектор фазової швидкості звертається в нуль, є особливою, в даному випадку нуль координат є особливою точкою типу центр.

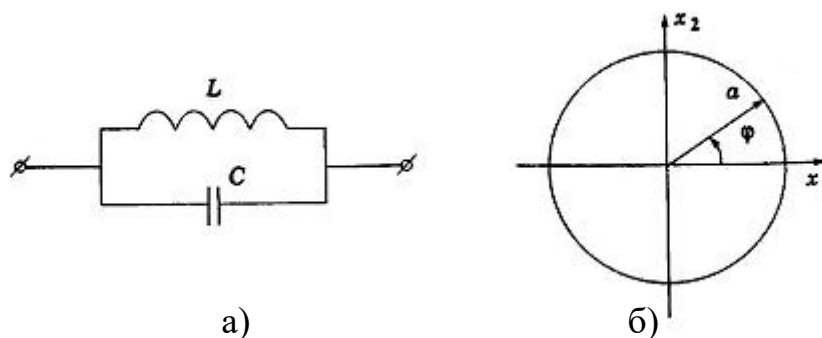


Рисунок 2.3.1 а – коливальний контур до рівняння (27); б – фазовий портрет коливань при заданому рівні енергії

Присутність інтеграла руху у консервативній системі другого порядку, відображаючи в даному прикладі факту збереження енергії (29). Це дає можливість описати її за допомогою рівняння першого порядку. Насправді, визначити нову змінну φ співвідношення:

$$\begin{aligned} x_1 &= a \cdot \cos \varphi, \\ x_2 &= a \cdot \sin \varphi, \end{aligned} \quad (32)$$

тепер отримаємо рівняння:

$$\dot{\varphi} = 1, \dot{a} = 0, \quad (33)$$

які представляють закон руху фазової точки.

Протягом часу розвивається одна змінна φ , та фазовий простір консервативного осцилятора, таким чином, одновимірне. Гармонійним коливанням осцилятора відповідає рівномірний рух зображуючи точка по колу радіуса a , як зображено на рис. 2.3.1 б).

Якщо консервативна система нелінійна, тоді її фазовий образ буде складнішим. Приклад в рівнянні:

$$\ddot{x} + \sin x = 0 \quad (34)$$

В фазових змінних $x_1 = x, x_2 = \dot{x}$ рівняння (34) запишемо наступним чином:

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -\sin x. \quad (35)$$

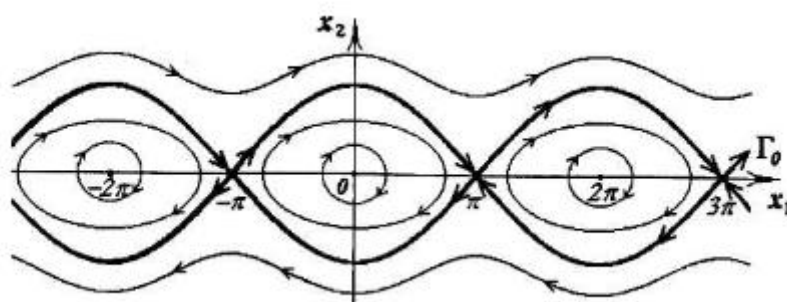


Рисунок 2.3.2 – Фазовий портрет осцилятора

Стан рівноваги нелінійного маятника на фазовій площині, які знаходяться уздовж осі $x_1 (x_2 = 0)$ в точках $x_1 = 0, \pm\pi, \pm2\pi, \dots$ Це показано на рис. 2.3.2. Бачимо, що

особливі точки $x_1 = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ – типу центр, $x_1 = \pm \pi, \pm 3\pi, \dots$ – нестійкі точки типу сідло. Якщо дивитися поблизу центру, то фазовий образ відповідає лінійному осцилятору: траєкторії представляють з себе замкнуті криві, які близько лежать до окружності, що відображає характер малих по амплітуді коливань, близьких до гармонійних.

По нестійким точкам проходять особливі інтегральні криві Γ_0 , так звані сепаратиси сідла. Вони розділяють фазовий простір на області з різною поведінкою. Якщо збільшувати енергію маятника, то його коливання від квазігармонійних поблизу точок типу центр еволюціонує до нелінійних періодичних коливань близько до сепаратрис. Якщо й надалі збільшувати енергію, то це призведе до обертального руху. Коли енергія маятника відповідає руху по сепаратрисі, то вона називається не грубою. Найменше відхилення енергії в будь-яку сторону призводить до якісно різних типів руху:

- 1) коливальний;
- 2) обертаючий.

Як ми бачимо на рис. 2.3.2, стан маятника визначається кутом його відхилення від положення рівноваги x_1 та швидкістю x_2 , але для значення x_1 , яке відрізняється на ціле число $2\pi n$, динамічна система однакова.

Тому площина змінних x_1, x_2 не є фазовою площиною системи в силу відсутності однозначності. Якщо енергія системи перевищує критичне значення та рух становиться обертаючим, фазова площина не підходить для однозначного опису та в розгляд вводиться циліндричний фазовий простір.

Дисипація енергії, що обумовлена втратами, має досить великий вплив на характер руху системи. Найбільш досить прості закономірності виявляють в системах з повною дисипацією енергії, коли сили тертя діють по усім ступеням свободи, а надходження енергії ззовні відсутні. Давайте роздивимось процеси в лінійному дисипативному осциляторі, коли сила тертя пропорційна швидкості

зміни координат. На прикладі такої системи можна показати коливальний контур, який має активний опір R . Рівняння:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + q/C = 0 \quad (36)$$

при заміні змінних зводимо до безрозмірної форми:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + x = 0, \quad 2\delta = R\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (37)$$

$$\tau = \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (38)$$

При $\tau = 0$ маємо консервативний лінійний осцилятор, який ми розглядали вище. Якщо $0 < \tau < 1$ рішення рівняння (37) робиться наступним чином:

$$x = A \cdot e^{-\delta\tau} \cos(\omega\tau + \psi), \quad (39)$$

де A та ψ – довільні сталі, які визначають початковими умовами.

На фазовій площині для будь-яких початкових умов має місце скручуючі спіралі, по яким фазові точки асимптотично наближаються до початку координат, які характеризуються затухаючими коливальними процесами. Нуль на координаті, є являється особливою точкою системи, яка у разі $\delta < 1$ є стійким фокусом (рис. 2.3.3, а), а якщо коефіцієнт тертя $\delta > 1$ процес системи аперіодичний.

$$x = Ae^{\lambda_1\tau} + Ae^{\lambda_2\tau} \quad (40)$$

$$\lambda_{1,2} = [-\delta \pm (\delta^2 - 1)^{1/2}] / 2 \quad (41)$$

Фазові траєкторії мають вид характерних кривих, по яким, як і попередньому випадку, точки які зображені прагнуть до нуля координат (рис. 2.3.3, б). Особлива точка у вказаних умовах являється стійким вузлом [14].

Отже, при будь-яких значеннях фізичних параметрів системи, коли $\delta > 0$, дисипативний маятник характеризується єдиним глобально стійким станом рівноваги в нулі фазових координат. Незалежно від вибору початкових умов ми спостерігаємо затухаючі коливання або аперіодичний рух. При $t \rightarrow \infty$ інша друга зображена точка прагне до початку координат у стійкий фокус чи вузол.

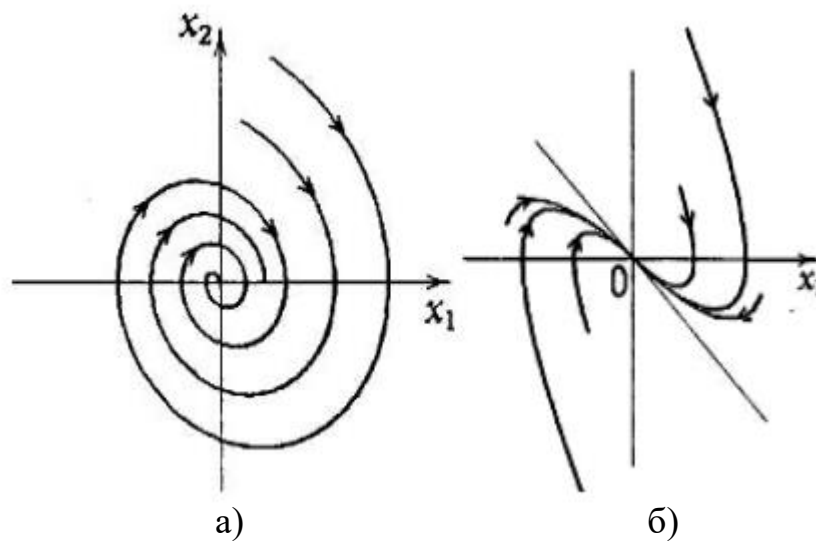


Рисунок 2.3.3 – Фазовий образ дисипативного осцилятора з параметрами $\delta < 1$ (а) та $\delta > 1$ (б)

Дана властивість, що описується вище, є загальною для динамічних систем з повною дисипативною енергією. Положення рівноваги типу стійкого фокусу або вузла являється тут глобально притягуючою у тому сенсі, що фазова траєкторія з будь-якої точки фазового простору асиметрично прагне до них. Стаціонарні не затухаючі коливання в лінійних дисипативних системах вважається неможливою. З фізичної точки зору це зрозуміло, що немає умов підтримки коливань. Енергія, яка витрачається на подолання сил тертя не заповнюється.

3. ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ЕЛЕКТРИФІКОВАНИХ ЗАЛІЗНИЦЬ ШЛЯХОМ УЗГОДЖЕННЯ ХАОТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВЗАЄМОДІЇ СИСТЕМИ ЗОВНІШНЬОГО ТА ТЯГОВОГО ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ

Якщо взяти систему тягового електропостачання (СТЕ) змінного струму, щоб забезпечити задані розміри рухів та технологічно пропускну спроможність, треба рівночасне живлення ділянок тягової мережі від 2-х суміжних тягових підстанцій.

На сам перед, треба зазначити спочатку, що взаємодія систем зовнішнього та тягового електропостачання для підстанцій змінного та постійного струму відбувається у нас через промислово загальну підсистему трифазного змінного струму. Характерне для такої системи, звичайно, є протікання реактивної електроенергії.

Електромагнітні процеси в системах електричної тяги змінного струму протікають та мають свої особливості. Вчені та науковці вже давно вивчають проблеми якості електричної енергії, зокрема, в СТЕ змінного струму, викликає бажання до перегляду класичних підходів до оцінки електромагнітних процесів в колах з несинусоїдними величинами та параметрами (нелінійними).

Загалом і в цілому в складних розгалужених колах, що містять споживачі та джерела електроенергії, має місце енергетичний процес, такий як: накопичування електричного та магнітного поля у вигляді енергії. Задамо елементарну схему заміщення лінійного кола струму зі значенням напруги на вході $u(t)$ та струму $i(t)$.

Для даного кола рівняння електромагнітного стану має такий загальний вигляд:

$$u(t) = r(t) \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = r(t) \cdot i(t) + L \cdot i'(t), \quad (42)$$

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						41
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

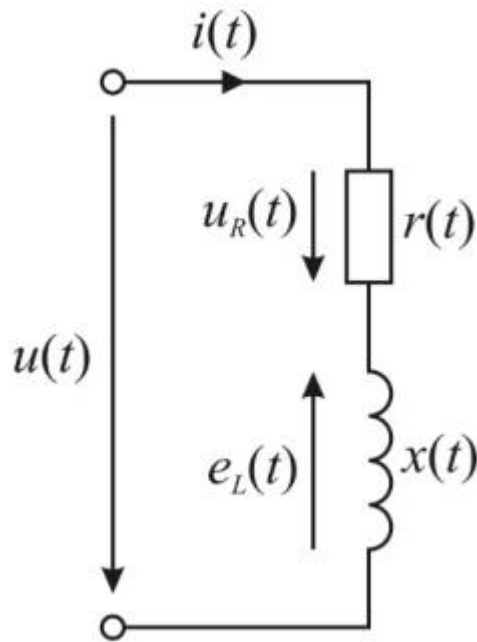


Рисунок 3.1 – Схема заміщення активно-індуктивного навантаження[15]

Якщо про диференціювати, то отримаємо:

$$\frac{du}{dt} = u'(t) = r(t) \cdot i'(t) + \frac{dr(t)}{di(t)} i'(t) \cdot i(t) + \frac{dL}{di(t)} (i')^2 + L \cdot i''. \quad (43)$$

Якщо прийнемо граничну умову $i'(t_1) = 0$, тепер визначимо для моменту t_1 значення виразу $\frac{u'}{i''}$,

$$\left. \frac{u'}{i''} \right|_{t=t_1} = L|_{t=t_1} > 0. \quad (44)$$

Для того, щоб виконати умову (61) застосовується визначення характеру пасивного пасивного двополюсника по миттєвим характеристикам $u(t)$ та $i(t)$.

Для ємнісного навантаження $\left. \frac{u'}{i''} \right|_{t=t_1} < 0$.

Щоб отримати кінцеві формули визначення миттєвих параметрів, тепер можемо записати рівняння для моментів часу t_1 і t_2 у стабільний з рівнянням електромагнітного стану кола (42):

$$\begin{cases} u(t_1) = r[i(t_1)] \cdot i(t_1) + L[i(t_1)] \cdot i'(t_1); \\ u(t_2) = r[i(t_2)] \cdot i(t_2) + L[i(t_2)] \cdot i'(t_2). \end{cases} \quad (45)$$

Тепер можна припустити, що гістерезисні явища для заданого кола не характерні та можемо отримати:

$$\begin{aligned} r[i(t_1)] &= r[i(t_2)] = r_2; \\ L[i(t_1)] &= L[i(t_2)] = L_1. \end{aligned} \quad (46)$$

Можемо спростити систему двох рівнянь (46) до вигляду:

$$\begin{cases} u(t_1) = r_1 \cdot i(t_1) + L_1 \cdot i'(t_1); \\ u(t_2) = r_1 \cdot i(t_2) + L_1 \cdot i'(t_2). \end{cases} \quad (47)$$

Можемо розв'язати систему (47) відносно r_1 та L_1 , треба врахувати, що $x_1 = L \frac{i'(t_1)}{i(t_1)}$ отримаємо:

$$r_1 = \frac{u(t_2) \cdot i'(t_1) - i'(t_2) \cdot u(t_1)}{i(t_2) \cdot i'(t_1) - i'(t_2) \cdot i(t_1)}, \quad (48)$$

$$x_1 = \frac{\frac{u(t_1)}{i(t_1)} \cdot i(t_2) - u(t_2)}{i(t_2) - \frac{i'(t_2) \cdot i(t_1)}{i'(t_1)}}. \quad (49)$$

В електротехніці є такі поняття для кіл $\square I$ застосовується поняття індуктивного X_L та ємнісного опору X_C . Щоб знайти ці співвідношення між цими поняттями та поняттями миттєвого опору, для цього подивимось на (рис. 4.2.) .

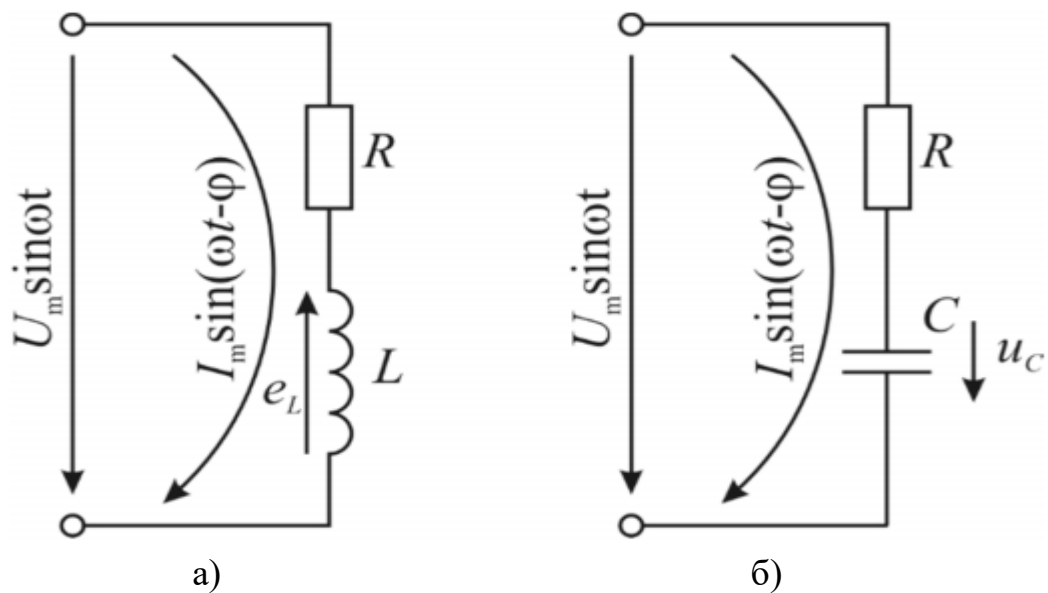


Рисунок 3.2 – Схеми заміщення а) – активно-індуктивного та б) – активно-ємнісного навантаження [15]

На основі другого закону Кірхгофа, використовуючи закон електромагнітної індукції $e_L = -L \frac{di}{dt}$ та вираз для ємнісного елементу $u_C = \frac{1}{C} \int i dt$ запишемо рівняння до наших схем заміщення:

$$U_m \sin \omega t = RI_m \sin(\omega t - \varphi) + \omega LI_m \cos(\omega t - \varphi); \quad (50)$$

$$U_m \sin \omega t = RI_m \sin(\omega t - \varphi) - \frac{1}{\omega C} I_m \cos(\omega t - \varphi). \quad (51)$$

Якщо розділити праву та ліву частину рівнянь на вираз $I_m \sin(\omega t - \varphi)$, то ми отримаємо:

$$z(t) = R + \omega L \operatorname{ctg}(\omega t - \varphi); \quad (52)$$

$$z(t) = R - \frac{1}{\omega C} \operatorname{ctg}(\omega t - \varphi). \quad (53)$$

Таким чином, для несинусоїдних кіл, щоб визначити миттєвий опір треба було виконати б перетворення Фур'є для переходу від часового до частотного

уявлення, але є одна проблема, тому що функція миттєвого опору має стрибки. Це означає, що вона не є перервною і не відповідає умові Діріхле. При цій проблемі ми можемо прийти до висновку, що характеристики опору навантаження в частотній області за миттєвими значеннями напруги та струму, які ми отримали є неможливі.

3.1 Взаємодія системи зовнішнього та тягового електропостачання

Складні процеси взаємодії систем зовнішнього та тягового електропостачання спричинені специфічними режимами роботи та електроустаткування, що використовуються на тягових підстанціях та електрорухомого складі.

Щоб забезпечити перевізний процес, за допомогою, обох систем електропостачання змінного та постійного струму застосовують споживання електричної енергії з первинної мережі, але ефективність окремої роботи системи та її вплив на систему зовнішнього електропостачання є індивідуальною. Є такі відомі нам види впливу СТЕ – впливом на спотворення синусоїдної кривої струму та напруги, впливом на відхилень напруги і розбалансування 3-ої системи.

Усвідомлюючи, що байдуже яка задача моделювання в динаміці, дуже часто, пов'язана з розрахунками потоків енергії, звести до вирішення диференційних рівнянь [16]. Цей метод вирішення рівнянь повинен врахувати наявність «жорстких» задач, характеристикою яких є наявність у системі об'єктів з різними постійними часу чи об'єктів, які швидко міняють свої параметри в процесі роботи.

Останній споживач в СТЕ на частоті основної гармоніки є додатний опір.

На частотах вищих гармонік споживачем є генератор, який створює емісію через контактну мережу певних гармонійних складових, які залежать від типу силового перетворювача. Якщо струми вищих гармонік, які замикаються через тягову мережу, перетворюється відповідним чином до районної мережі та первинної мережі. Усвідомлюючи, що ступінь впливу тягового навантаження на первинну мережу залежатиме від режиму роботи районного навантаження. Перш

за все поглинатиме спотворення, що викликані гармонійними складовими, так і наявністю струмів зворотної послідовності. Застосування на залізниці України системи електричної тяги змінного струму статичних перетворювачів на електровозах зв'язане з певними перевагами перед системою постійного струму [16].

Водночас, однофазні тягові навантаження визивають ряд процесів, що обтяжують роботу енергосистеми та споживачів, які від них живляться. Пов'язано це з тим, що однофазні несинусоїдні навантаження формують в трифазних мережах великої напруги несиметрію струмів і в результаті несиметрію напруг. В результаті чого втрати стають більші, а пропускна спроможність трансформаторів та лінії електропередач зменшується. Також, потужність генераторів, частотних та випрямних перетворювачів, асинхронних і синхронних машин теж знижується.

Практика експлуатації показав низьку ефективність використання ступінчато регульованих пристроїв в мережах, що живлять тягові навантаження для регулювання балансу реактивної потужності. Перспективнішим на даний час є використання та застосування тиристорно-керованих реакторів, що надає можливість плавного регулювання струму на кожній фазі. Це не лише підвищує керування процесами електропостачання, а також при додатковому налаштуванні дозволяє знизити несиметрію напруги, що викликана особливістю тягового навантаження. До регулювання системою має відношення, також і компенсатори комбінованого типу.

До складу регульованих реактивних елементів є два види: комутаційні конденсатори та реактори, що керуються. Для того, щоб характеристики регулювання згладжувалися, потрібно, два-чотири конденсаторних блока, що використовують один керований реактор рівної потужності. Це дає змогу керувати видачею реактивної потужності від нуля до номінального значення потужності.

Для того, щоб вплив гармонійних складових на змінному струмі зменшити застосовують фільтро-компенсуючі пристрої. Принцип роботи фільтро-

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						46
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

компенсуючого пристрою полягає у тому, щоб зменшити частотний опір для деяких гармонік, щоб контур їх замикання був, як це можливо, ближче до джерела їх виникнення. Таким чином, ми добиваємось їх шунтування в тяговій мережі та зменшуємо вплив на системи зовнішнього електропостачання.

В системі змінного струму, режим електропостачання у двох робочих фазах дуже відрізняється від третьої – це називають недозавантаженість фази [18]. Якщо ми порівняємо з системою постійного струму, то можна стверджувати великий ступінь невизначеності та хаотичного розкиду активної та реактивної складових струму [19].

На тяговій підстанції змінного струму встановлюють два силових трансформатори. Як правило, у роботі знаходиться один трансформатор, але якщо із-за чогось відключиться сусідня підстанція та при сильному підвищенні розмірів руху і ваги вантажних поїздів вмикають другий трансформатор. Після включення другого трансформатора зменшується опір тягової підстанції. Тому при зміні числа ввімкнених трансформаторів треба прогнозувати зміну параметрів пристрою повздовжньої компенсації. Як довів час використання і застосування повздовжньої компенсації у тяговому електропостачанні виявили переваги їх підключення до відсмоктуючого фідера підстанції з трифазними трансформаторами.

Вираз для знаходження вирівнювального струму $I_{вир}$ в тяговій мережі:

$$I_{вир} = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{(r_0 + jx_0) \cdot L - jX_C}, \quad (54)$$

де $\underline{U}_1, \underline{U}_2$ – вектори напруги на щинах суміжних тягових підстанцій, В;

$r_0 + jx_0$ – питомий опір тягової мережі, Ом/км;

L – довжина міжпідстанційної зони, км;

X_C – опір повздовжньої компенсації, Ом.

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						47
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

Процеси взаємодії між системами зовнішнього та тягового електропостачання обумовлені специфічними режимами роботи електроустаткування, які розміщуються у багатій кількості складових підсистем, що активним чином взаємодіють між собою.

3.2 Хаотична динаміка релейних та імпульсних систем автоматичного управління

Інформаційна частина надає нам інформацію о початкових режимах роботи, у даному стані системи та проходженню технологічного процесу в імпульсну послідовність. Під дією силового перетворювача надає цю інформацію в енергетичний потік, переданий від живлячої мережі до навантаження.

Задача розробки математичної моделі релейних систем автоматичного управління та регулювання, методів та алгоритмів їх чисельного аналізу, які необхідні для визначення та дослідження загальної картини можливих режимів коливальних, переходів, стійкості періодичних рухів, визначення областей та характеру коливання.

$$\frac{dX}{dt} = G(X), \quad (55)$$

де X, G – одно стовпцеві матриці розмірності n .

Права частина системи є розмірністю осі X . Конкретно, такий вид рівняння поверхонь розриву правої частини (55) визначається характеристикою релейного елемента. Про існування [Фейгін М.І., 1994] неоднозначного терміну в термінології в роботі прийнято називати «кусочно-зшиті автономні динамічні системи».

Головними та ключовими режимами роботи перетворювачів й можливість кусочно-лінійної апроксимації нелінійностей, що дозволяє в багатьох випадках звести рівняння руху (55) до кусочно-лінійної автономної динамічної системи:

$$\frac{dX}{dt} = A(K_F) \cdot X + B(K_F), \quad (56)$$

де X – вектор с n - компонентами;

$A(K_F), B(K_F)$ – кусочно-постійна $n \times n$ - матриця та n - мірний вектор.

$$K_F = K_F(\xi) \quad (57)$$

де $\xi = \xi(X, K_F)$ – сигнали на виході та вході релейного елемента.

Наприклад, релейний елемент має характеристику виду:

$$\begin{aligned} K_F = -1 &\rightarrow K_F = 1, \xi(X) \geq z_0, \\ K_F = 1 &\rightarrow K_F = -1, \xi(X) \leq -z_0, \xi(X) = U \cdot X - \vartheta. \end{aligned} \quad (58)$$

де ϑ – те, що задає вплив;

$+z_0, -z_0$ – граничні значення релейного елемента;

U – n - мірний матричний рядок, що визначає закон регулювання.

Давайте позначимо через $t_k, k=1, 2, \dots$ – моменти переключення релейного елемента, відповідні переходи $\xi(X)$ через граничні значення $+z_0$ або $-z_0$ в одному напрямку. Якщо $K_{F(k-1)}, K_{Fk}$ – значення сигналу ($K_F = -1$ або $K_F = 1$) на виході релейного елемента у відповідних областях $t_{k-1} < t < t_k$ та $t_k < t < t_{k+1}$.

Візьмемо до уваги введені позначення та умови (58) рівняння руху запишеться в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= A_k \cdot X + B_k, \\ A_k &= A(K_{Fk}), A_k \equiv A_{k+2} \\ B_k &= B(K_{Fk}), B_k \equiv B_{k+2} \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} K_{Fk} &= K_{F(k-1)} \cdot \text{sign}\{z_0 + (-1)^{N_{k-1}} \cdot \xi(X)\}, K_{F_0} = -1, \\ N_k &= N_{k-1} + 0,5 \cdot [1 - \text{sign}(K_{Fk} \cdot K_{F(k-1)})], N_0 = 0, k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (60)$$

Від системи (60) ми перейдемо до такого відображення:

$$\begin{aligned} X_k &= C_k \cdot X_{k-1} + V_k, \\ C_k &= \exp(A_k \cdot \tau_k), \\ V_k &= -[E - C_k] \cdot A_k^{-1} \cdot B_k. \end{aligned} \quad (61)$$

де $\tau_k = t_k - t_{k-1}$ – найменший корінь рівняння,

E – одинична матриця.

$$(-1)^{k-1} \cdot z_0 + \mathcal{G} - U \cdot [C_k \cdot X_{k-1} + V_k] = 0, k = 1, 2, \dots \quad (62)$$

Якщо ми подивимось на відношення (61) та на рівняння (62), то вони відображують відображення здвигу в просторі ті є її ж самої розмірності, що і фазовий простір. Знаходження явної залежності між X_k та X_{k-1} у вигляді (61) зв'язана із знаходженням перших інтегралів диференційного рівняння (63), що це завдання, в загальному випадку, є нездійсненне. Тому я випадки коли рівняння (63) не може інтегруватися.

$$\begin{aligned} X_k &= F(\tau_k, X_{k-1}); \\ \varphi_k(\tau_k, X_{k-1}) &= 0, k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (63)$$

Введемо деякі поняття. Нехай $X_c(t)$ – періодичний рух автономної системи (64) з періодом T .

$$X_c(t+T) \equiv X_c(t) \quad (64)$$

Тепер дивлячись на (64) із ростом t функція $\xi(X_c(t))$ також буде змінюватися періодично $\xi(X_c(t+T)) \equiv \xi(X_c(t))$, проходячи граничні значення $+z_0$ та $-z_0$ в момент $t = t_k$ тобто $(-1)^{k-1} \cdot z_0 + \xi(X_c(t_k)) = 0, k = 1, 2, \dots$.

При цьому $K_{F_2}(\xi(X_c(t)))$ представляє з себе періодичну послідовність прямокутних імпульсів. Період T періодичного руху $X_c(t)$, що визначається як сума проміжків часу τ_k руху зображуваної точки між перемиканням релейного елемента.

$$T = \sum_{k=1}^m a_k, \quad a_k = \tau_{2k-1} + \tau_{2k}, m = 1, 2, \dots \quad (65)$$

Таким чином, число p перемикання релейного елемента за період T парне та дорівнює $2m$, а τ_{2k-1}, τ_{2k} – тривалість відповідно негативного та позитивного імпульсів. Рух за такого періоду будемо називати m -циклом.

Для того, щоб розрахувати періодичний рух у кусочно-лінійних динамічних моделях релейних систем ми використовуємо трюк, де задача знаходження періодичного руху заданого типу зводиться до системи трансцендентних рівнянь відносно тривалості $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_p$ руху зображеної точки між перемиканнями релейного елемента:

$$\varphi_A(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_p) = 0, k = \overline{1, p}; p = 2m \quad (66)$$

Дана послідовність надає можливість знаходити як нестійкий, так і стійкий рухи, що дуже важливо при визначенні областей існування та стійкості періодичних рухів та параметрів.

Я не можу назвати дану ідею новою, але побудова конкретних алгоритмів чисельного вирішення системи (66) зв'язано з труднощами принципового характеру. Але є інші проблеми. Нехай динамічна система (50) при фіксованих значеннях параметрів є велика кількість стійких періодичних рухів.

При вивченні та дослідженні конкретних для нас схем, неодмінно, число і типи стійких рухів, які існують при вибраних нами параметрів, апіорно невідомі.

Це призводить до значних та часто нездоланих труднощів у дослідях. И у зв'язку з цим, виникла необхідність у розробці методу пошуку періодичних рухів, що необхідно у разі, коли є місце повній апріорній невизначеності відносно числа та типів стійкого руху, а також наявність аперіодичних режимів коливань.

Для розв'язання та вирішення цієї задачі запропоновано рішення, яке є оригінальною процедурою ідентифікації характеру нестационарних рухів. Ідея полягає у тому, щоб побудувати послідовність із вкладених множин

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_0 &\subset \mathfrak{R}_1 \subset \dots \mathfrak{R}_n \subset \dots \\ \mathfrak{R}_k &= \{X_0, X_1 = F(\tau_i, X_{i-1}), \varphi_i(\tau_i, X_{i-1}) = 0, i = \overline{1, k}\}, k = 0, 1, \dots \\ Q_{k+1} &= \{X_{k+1} = F(\tau_{k+1}, X_k), \varphi_{k+1}(\tau_{k+1}, X_k) = 0\}, k = 0, 1, \dots\end{aligned}\quad (67)$$

для визначення динамічної системи (50).

Якщо серед k знайдеться найменше число s тоді такий рух детермінований:

$$\begin{aligned}Q_k \cap \mathfrak{R}_{k-1} &= \emptyset, k = 1, s-1; \\ Q_k \cap \mathfrak{R}_{k-1} &\neq \emptyset, k = s, s-1, \dots; \\ Q_s &= \lim_{k \rightarrow \infty} (Q_{k-1} \cap \mathfrak{R}_k).\end{aligned}\quad (68)$$

Виповнення умов (68) гарантує установка періодичного руху. Рух вважається аперіодичним, якщо до будь-якого k

$$Q_{k-1} \cap \mathfrak{R} = \emptyset, k = 0, 1, \dots \quad (69)$$

Якщо ми виконали умови (68), тоді характеристика і тип періодичного руху визначається найменшим цілим числом m :

$$\begin{aligned}X_{i+j} &= F(\tau_{i+j}, X_{i+j-1}); \\ \varphi_i(\tau_{i+j}, X_{i+j-1}) &= 0\end{aligned}\quad (70)$$

$$X_{i+j} \neq X_{i+l}, j, l = \overline{1, p}, (j \neq l, p = 2m); X_l = X_{p+i}; i = s, s+1, \dots \quad (71)$$

Ця процедура пошуку по суті зводиться до рішення задачі Коші за допомогою (64) та формулювання множин $Q_k, \mathfrak{R}_{k-1}$ з подальшим порівнянням елемента множини Q_k з всіма елементами $\mathfrak{R}_{k-1}$ для кожного $k = 1, 2, \dots$ до тих пір, поки не буде виконана умова (68). Цю процедуру пошуку потрібно повторити багатократно з різними початковими умовами, які ми вибираємо випадково, з тим, щоб знайти інші рухи. І це приводить до значних обчислювальних втрат. Для того, щоб підвищити обчислювальну ефективність знайден один прийом, який заснований на процедурі динамічного сортування послідовності чисел з використанням бінарних дерев. Практичною реалізацією алгоритму потрібно розглядати кінцеве число множин $Q_k, \mathfrak{R}_{k-1}$. Максимальне число множин $Q_k, \mathfrak{R}_{k-1}$ вибирається, щоб гарантувати надійну ідентифікацію типу періодичного руху та різних аперіодичних та періодичних коливань. Цей алгоритм для розрахунку періодичних рухів широкого класу нелінійних динамічних систем як неавтономних, так і автономних. Проблема цієї локальної стійкості m -циклів при побудові цієї картини розгалуження та аналізу біфуркації розв'язувалась на основі теорії, що була розвинена Баушевим В.С. у 1991, 1992 рр.

Були, також розвинені два послідовності розбиття просторових параметрів динамічних систем на області не детермінованих режимах та періодичних коливань. Алгоритм започаткований на описі вище, алгоритм пошуку періодичних коливань та рухів.

Перший з них є ітераційним та базується на оригінальному способі динамічного дроблення кроку дискретизації простору параметрів, що дозволяють суттєво знизити обчислювальні затрати у числових розрахунках.

Другий заснований на ідеї прямого розрахунку на рівномірній сітці та базується на ефективній дії відстеження руху по параметрам.

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						53
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

У режимах електропостачання тяги залізниць змінного струму найбільший вплив на характер вирівнювальних струмів має поздовжня компенсація реактивної потужності, що найбільш доцільно виконувати у відсмоктуючому фідері тягової підстанції. Методика визначення параметрів поздовжньої компенсації дозволяє перевести проблему транзитних перетікань у реактивну площину з подальшим застосуванням сучасних пристроїв поперечної компенсації, що дозволяє виключити закупівлю надлишкової електроенергії для електрифікованих залізниць.

Для електронних приладів обліку електроенергії в умовах, що відповідають реальному часу і стану показників якості електроенергії тягових підстанцій змінного струму, при вимірюванні реактивної потужності основна відносна похибка відповідає допустимим за класом точності значенням (1,0%) лише для реактивної потужності першої гармоніки та при коефіцієнті спотворення форми струму не більше 25%.

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						54
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

ВИСНОВОК

Розгалужені кола, які містять споживачі та джерела електроенергії характеризуються двома енергетичними процесами, що відрізняються один від одного:

- 1) накопичення енергії у формі магнітного та електричного поля;
- 2) неповоротне перетворення енергії джерела живлення в різні види енергії.

У системі електричної тяги змінного струму через вплив інших факторів немає кореляції між ортогональними складовими струму, які дозволяють вивчати та досліджувати їх як незалежні випадкові величини.

Емісія струмів вищих гармонійних складових при однаковій споживній потужності та других умовах найменша в системі з 12-пульсними схемами. Система змінного струму 27,5 кВ, не дивлячись на емісію вищих гармонік, посідає проміжне місце. Якщо при відсутності або низьких навантаженнях в тяговій системі в системах змінного струму виникають транзитні перетікання потужності між узлами живлення. Ринкові відносини оптового ринку непередбачено оплату за будь-які транзитні перетікання активної або реактивної потужностей.

Дуже великий вплив на характер вирівнювальних струмів в тяговій мережі змінного струму є повздовжня компенсація реактивної потужності, що на практиці вигідніше виконувати у відсмоктую чому фідері тягової підстанції.

Така методика визначення параметрів компенсації дозволяє перевести проблему транзитних переходів у реактивну площину з подальшим застосуванням сучасних пристроїв, тим самим удосконалюючи та покращуючи електрифікацію залізниць та умови закупівлі електроенергії.

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						55
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Смейл С., Диференційні динамічні системи / С. Смейл УМН.: 1970. – 113-185 с.
2. Сінай, Я.Г., Дивні атрактори: Я.Г. Сінай, Л.П. Шильников. – Збірник статей М.: Мир 1981
3. Devaney R.L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems (NY: Addison-Wesley Publ. Co., 1993, Second Edition).
4. Math. Monthly / Banks J., Brooks J., Cairns G., Davis G., – 1992, - 99р, - 332р.
5. Андронов, А.А. Жорсткі системи / А.А. Андронов, Л.С. Понтрягін. – ДАН. – СССР. – 247 с. (1937)
6. Песін Я.Б. Характерні показники Ляпунова та гладка ергодична теорія [32] / Я.Б.Песін, - УМН, 1977. – 196 с.
7. Орнштейн Д. Ергодична теорія, випадковостей та динамічних систем / М.: Світ, - 1978. – 166 с.
8. Біллінгслей П. Ергодична теорія та інформація / М.: Світ, 1969. – 239 с.
9. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. «Основи теорії складних систем» - М.-І. – 2007. – 311 с.
10. Малінецкий Г.Г., Потапов А.Б. Сучасні проблеми нелінійної динаміки - М.: УРСС, 2000. – 336 с.
11. Шустер Г. Детермінований хаос : Вступ / Г. Шустер. – М.: Світ, 1998. – 240 с.
12. Аніщенко В.С. Знайомство з нелінійною динамікою : Лекції Соросовоского професора : учбов. посібник / В.С. Аніщенко. – М.-Іжевськ : Інститут комп'ютерних досліджень, 2002. – 144 с.
13. Takens F. Notes sn Math. – Berlin: Splinger 1981. – 336 p.

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						56
Змн.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		

14. Федоров, В. К. Випадковість та детермінованість в теорії функціональної стійкості електроенергетичних системах. / СССР. Энергетика. – 1990. – № 12. – С. 8-14.

15. Босий Д.О., Розвиток наукових основ підвищення енергоефективності режимів електропостачання електрифікованих залізниць : дис. здоб. ст. док. тех. наук / Д.О. Босий. – Дніпро, 2017. – 396 с.

16. Крюков, А. В. Влияние тяговой нагрузки на режим сети внешнего электроснабжения / А. В. Крюков, Е. В. Турков, В. А. Ушаков // Энергетика: управление, качество и эффективность использования энергоресурсов.– Т. 2.– Благовещенск: Амурский гос. ун-т. – 2003. – С. 159-16

17. Мамошин, Р. Р. Выбор режима напряжения в тяговой сети переменного тока / Р. Р. Мамошин // Энергосбережение, качество электроэнергии, электромагнитная совместимость на ж. д. транспорте: Сб. трудов. – М.: МИИТ. – 2000. – С. 18-22.

18. Сиченко, В. Г. Якість електричної енергії у тягових мережах електрифікованих залізниць: монографія / В. Г. Сиченко, Ю. Л. Саєнко, Д. О. Босий // Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту ім. академіка В. Лазаряна / Вид-во ПФ «Стандарт-Сервіс». – Дніпропетровськ, 2015. – 344 с. – ISBN 978-966-97463-8-2.

19. Bosiy D. O. Power quality complex estimation at alternating current traction substations / D. O. Bosiy // Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – 2013. – № 4 (46). – С. 30-37

20. Арнольд, В. Теорія катастроф / В.І. Арнольд. – М. : Наука, 1990. – 126 с.

21. Постон, Т. Теорія катастроф та її положення / Т. Постон, Й. Стюарт. – М. : Світ, 1980. – 608 с.

22. Маневич, Л.І. О теории катастроф [Ел. ресурс] / Л.І. Маневич – Доступ http://sins.xaoc.ru/pdf/articles/articles_r033.pdf

					02.15.ЕС 1921.РД.2020-ПЗ	Арк.
						57
Зм.	Арк.	№ докум	Підпис	Дата		