

УДК 533.6.013.42; 696.2

## **ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ В ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ШУМОМ**

*д.т.н., доц. Волкова В. Е. (Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В.Лазаряна)*

*Dr., Assoc.Prof. Volkova V. E. (Dnepropetrvsk national university of the railway transport named after academician V. Lazaryan)*

### **Введение**

Развитие современной техники выдвигает более жесткие требования к качеству результатов моделирования динамического поведения механических систем, а именно точности и достоверности применяемых математических моделей. В тех случаях, когда математическая модель динамической системы подобрана неверно, современные методы моделирования становятся малоэффективными.

В настоящее время, для построения математических моделей динамических систем применяется ряд методов: метод выбора, феноменологический подход и метод идентификации.

При построении математических моделей реальных динамических систем существенное влияние оказывает субъективный фактор. Это отражается в выборе степени идеализации исходного динамического процесса, выборе структуры модели и выборе типа нелинейности.

Несомненным преимуществом идентификации, является то, что выбор модели основан на объективной информации, получаемой экспериментальным путем. Результаты, получаемые с использованием таких моделей, как правило, являются удовлетворительным приближением, даже при значительной погрешности применяемых моделей. В виду этого динамическое поведение одного и того же объекта может описываться несколькими математическими моделями, отличающимися друг от друга не только значением, отдельных параметров, но и структурой.

### **1. Современное состояние методов идентификации механических систем**

Последние два десятилетия проблемы построения математических моделей и прогнозирования динамического поведения механических систем по экспериментальным данным вызывают повышенный

интерес. Задачи идентификации различаются между собою как по своей цели (установление значений отдельных параметров динамической системы или определение преобладающего источника возмущения, так и по объему известной информации. Наиболее ответственными и актуальными являются задачи качественной идентификации – выявления динамической модели колебаний элементов конструкций [2,6,7,8].

Идентификация нелинейных динамических систем представляет собой скорее субъективные навыки, чем прямое применение некоторого частного метода теории систем. Несмотря на то, что существует множество аналитических методов, единый подход к выявлению, классификации или моделированию соотношений между внешним возмущением и откликом системы отсутствует.

Область применения большинства классических методов идентификации ограничена одночастотными динамическими процессами. Данные методы идентификации основаны на использовании внешнего возмущения особой формы – прямоугольного импульсного или ступенчатого знакопеременного [2,7,8]. Подобные виды внешнего возмущения весьма сложны в реализации. Поскольку вместо внешнего возмущения, соответствующего нормальному режиму эксплуатации, для реализации данных методов требуется возмущение особого типа, то становится очевидным, что эти методы предполагают идентификацию модели механической системы вне условий нормальной эксплуатации. Таким образом, данные методы применимы только к линейным стационарным системам, в которых соотношение между внешним возмущением и откликом системы сохраняется для всех других типов возмущения.

Большинство современных методов качественной идентификации работают во временной области. Так, объектом их исследования являются временные процессы, а именно, записи изменения перемещений точек исследуемых систем во времени. Данные методы ориентированы на применение вейвлет преобразования, рядов Винера и Гаммерштейна. Данные подходы громоздки в реализации и предполагают применение вычислительной техники [8], а также необходимость хранения значительного объема исходной информации. Базисные функции, лежащие в основе этих методов, оперируют производными высших порядков (четвертого, пятого и шестого). Необходимость многократно численно дифференцировать исходный сигнал, содержащий шум, необратимо приводит к

увеличению ошибок накопления и усечения, что оказывает существенное влияние на точность построения модели.

## **2. Применение фазовых диаграмм к исследованию колебательных процессов**

Качественное исследование поведения динамической системы сводится к изучению поведения траекторий в фазовом пространстве. Основы качественной теории исследования динамических процессов были созданы Пуанкаре. Исключительная роль в развитии качественных методов исследования динамических систем принадлежит А.А. Андронову [1], Е.А. Леонтовичу, И.И. Гордону, А.М. Ляпунову. Основной задачей классической теории качественного исследования является определение динамических свойств систем без получения замкнутого аналитического решения. С этой целью широко использовались фазовые траектории на плоскости  $(y, \dot{y})$ .

Наибольший интерес представляет фазовая траектория на плоскости  $(y, \ddot{y})$ . Это связано с тем, что энергетические критерии на ней интерпретируются наиболее наглядно. Кроме того, зависимость  $\ddot{y}(y)$  обратно симметрична относительно оси  $y$  графику изменения упругих свойств. Именно фазовые траектории  $\ddot{y}(y)$  позволяют установить вид и уровень нелинейности системы. Известно, что ускорений точек более чувствительны к отклонениям колебаний от гармонических. Сопоставим линейную систему с нелинейной симметричной системой с двумя потенциальными ямами. Заметим, что при некоторых режимах колебаний на частоте возмущения осциллограммы этих систем подобны, а акселерограммы различны. Так, акселерограммы линейной системы имеют вид гармонического процесса, а несимметричной системы с двумя потенциальными ямами – пилообразный вид [4,5].

## **3. Средства идентификации временных рядов. Обработка временных процессов**

В арсенале прикладного анализа дискретных временных процессов при решении задач идентификации находится огромное количество методов и алгоритмов. Многие из них, по сути, являются приложением или обобщением ранее разработанных на конкретную предметную область, поэтому целесообразно классифицировать их не по использованию в конкретных предметных областях, а по основным

подходам к анализу временного ряда: статистический; спектральный; вейвлет; фрактальный; нелинейно-динамический и другие.

Одной из важнейших проблем является оценка информации, заложенной во временном процессе. Необходимость обработки и распознавания графических представлений временных процессов в технике, производственном контроле, радиолокации, медицинской диагностике, астрономических и биологических исследованиях часто сталкиваются с необходимостью обработки зашумленных изображений. Основными источниками шума являются как процесс обработки временных процессов, так и процесс их получения. Работа датчиков зависит от их качества и от различных внешних факторов имеющих место в эксперименте. Диапазон шумов, встречающихся при обработке временных процессов, достаточно широк. Например, при статистическом моделировании собственных шумов датчиков, в большинстве случаев используется аддитивная гауссовская модель.

Для подавления шумов существуют ряд методов предварительной обработки временных процессов. Однако в каждом отдельном случае, уровень оценивает специалист в области распознавания изображений в неавтоматизированном режиме. Очевидно, что идентификация шума требует от исследователя квалификации эксперта. Так, неточная оценка параметров шума могут привести к некачественной предварительной обработке временных процессов. В большинстве случаев априорная информация о характере шумов отсутствует, поэтому параметры метода предварительной обработки временных процессов подбираются путем настройки. Это влияет на дальнейший процесс обработки временных процессов.

#### **4. Вынужденные колебания нелинейных механических систем**

Нелинейность упругих характеристик встречается во многих механических системах, таких как стержни, балки, мембраны, оболочки, элементы пружинных контактных или сигнальных устройств, вибраторы, некоторые виброзащитные системы и пр. В отличие от линейных систем, в динамических системах с нелинейной характеристикой упругой силы возможно большее число резонансных диапазонов частот, в которых развиваются колебания на частоте внешнего возмущения, а также колебания с другими более высокими или низкими частотами.

Предположим, что динамическое поведение изучаемых систем при моногармоническом возмущении и вязком трении описывается уравнением вида

$$\ddot{y} + \varepsilon \dot{y} + \alpha y + \beta y^3 = F \cos(\omega t), \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – коэффициент демпфирования;  $\alpha, \beta$  – коэффициенты, определяющие упругую характеристику  $R(y)$ ;  $y$  – обобщенная координата;  $F, \omega$  – параметры внешнего возмущения. При численном моделировании системы (1) были приняты следующие параметры:  $\varepsilon = 0.01 c^{-1}$ ;  $\alpha = 1 c^{-2}$ ;  $\beta = 10 m^{-2} c^{-2}$ ;  $F = 1 c^{-1}$ ;  $\omega = 5 c^{-1}$ .

На рис. 1,2 показан эффект от добавления в модельный временной процесс 5% гауссового шума.

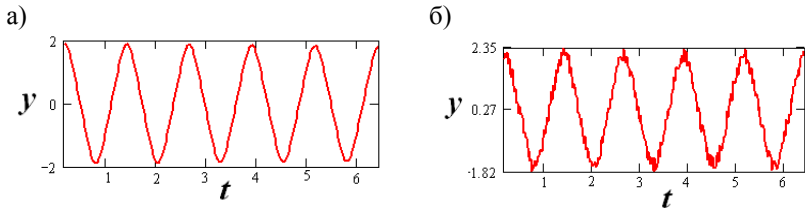


Рисунок 1. Резонансные колебаний на частоте основного тона симметричной системы Дуффинга: а) модельный временной процесс; б) временной процесс с добавлением 5% гауссовского шума .

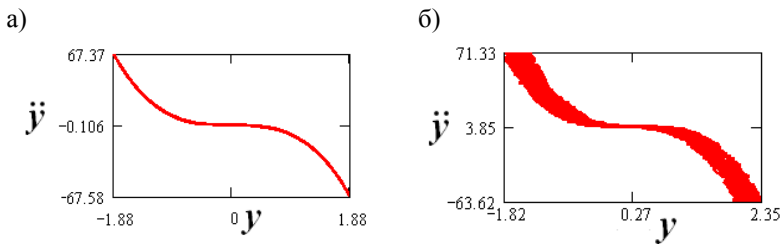


Рисунок 2. Фазовые траектории резонансных колебаний на частоте основного тона симметричной системы Дуффинга: а) модельный временной процесс; б) временной процесс с добавлением 5% гауссовского шума .

Анализ показывает, что даже при 5% зашумлении временного процесса численная оценка параметров [3] модели (1), на основе обработки фазовых траекторий на плоскости  $(y, \dot{y})$  становится весьма затруднительной. Данный факт является сигналом к удалению из временного процесса некоторого процента шума. Это позволит исследовать динамику модельной системы, а не динамику шума и, в конечном счете, получить достоверные численные результаты. Дальнейшая реконструкция временного, отфильтрованного методом главных компонент, возникают два характерных сгустка траекторий вследствие устранения в процессе фильтрации исходных изломов траектории. Очевидно, что выполненная фильтрация существенно изменила структуру фазовых траекторий, присущую исходному временному процессу.

#### *Список литературы:*

1. Андронов А.А., Е.А. Леонтович, И.И. Гордон, А.Г. Майер. Качественная теория динамических систем второго порядка -М.: Главное издательство. Государственное издательство физико-математической литературы, 1966.- 568с.
2. Гроп. Идентификация механических систем. – М.: Мир, 1979. – 312 с.
3. Волкова В.Е. Анализ методов параметрической идентификации динамических систем//Сб. «Строительство, материаловедение, машиностроение» - вып.56, - Днепропетровск ПГАСиА. – 2010. – с. 104-109
4. Казакевич М. И., Волкова В. Е. Фазовые траектории нелинейных динамических систем. Атлас. – Днепропетровск: Наука и образование, 2002. – 94 с.
5. Казакевич М. И., Волкова В. Е. Динамика систем с двумя потенциальными ямами. – Днепропетровск: Арт-Пресс, 2000. – 160 с.
6. Меньшиков Ю.Л. Поляков Н.В. Идентификация моделей внешних воздействий.- Днепропетровск: Наука и образование, 2009.- 188с.
7. Плахтиенко Н.П. Методы идентификации механических колебательных систем// Прикладная механика. - 2000. - 36, № 12- С. 38 - 68.
8. Kerschen G., Worden K., Vakakis A.F., Golinval J.-C., Past, present and future of nonlinear system identification in structural

dynamics// Mechanical Systems. Signal Process.-vol. 20 (3)-  
2006.-p 505–592.