Днепропетровский институт инженеров
железнодорожного транспорта

Губа Владимир Матвеевич

ПРИБЛИЖЁННЫЙ РАСЧЁТ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА БАЗЕ ИНЖЕНЕРНОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И МЕТОДА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Днепропетровск 1973

/на правах рукописи/

МПС СССР

Днепропетровский институт
инженеров железнодорожного транспорта

Губа Владимир Матвеевич

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА БАЗЕ ИНЖЕНЕРНОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И МЕТОДА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ИСТОЧНИКОВ

/специальность 01.02.03- сопротивление материалов и строительная механика/

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Днепропетровск, 1973

Работа выполнена на кафедре строительной механики Днепродзержинского ордена Трудового Красного Знамени индустриального института им.М.И.Арсеничева.

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук, доцент
Ю.С.ПОСТОЛЬНИК.

Официальные оппоненты:
академик АН УССР, доктор технических наук,
профессор В.А.ЛАЗАРЯН;
кандидат технических наук, доцент
А.Я.СЕМЕНЮТА.

Ведущее научное учреждение:
Институт механики АН УССР.

Автореферат разослан "12" апреля 1973 г.
Защита диссертации состоится "18" мая 1973 г.
в 14⁰⁰ часов на заседании Ученого Совета Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта.

Адрес института: 320629 ГСП, Днепропетровск, 10,
ул.Университетская, 2, ДИИТ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Для всестороннего анализа прочности конструкции, подвергающейся воздействию нестационарных температурных полей, существенно необходимо знать величину и характер действия тепловых напряжений, возникающих в ее элементах при нагреве или охлаждении. Расчеты на термопрочность имеют сейчас первостепенное значение в связи с бурным развитием таких отраслей промышленности как машиностроение, газотурбостроение, энергетика, металлургия и др.

Теория температурных напряжений к настоящему времени получила значительное развитие благодаря работам П.Ф.Папковича, Н.Н.Лебедева, В.М.Майзеля, А.Д.Коваленко, Я.С.Подстригача, Г.Паркуса, Б.Боли и Дж.Уэйнера, В.Новацкого и многих других ученых.

Известно, что для определения термонапряженного состояния тела следует предварительно решить соответствующую температурную задачу. Строгие аналитические решения уравнения теплопроводности приводят, как правило, к весьма сложным выражениям для температурных напряжений. Реализация таких решений в инженерной практике обычно затруднена, так как требует большого объема вычислительной работы и времени даже при использовании ЭВМ. Кроме того, точному решению поддается лишь сравнительно ограниченный круг температурных задач. Поэтому для практических расчетов часто более приемлемыми оказываются приближенные температурные функции.

Среди приближенных аналитических методов решения уравнения теплопроводности значительное место занимают интегральные методы или, как их называет А.В.Лыков, "методы термического слоя". Эти методы основаны на схематическом представлении процесса теплопроводности. [illegible] ...зно [illegible]женерной модели процесс нагрева тела конечного размера условно разделяется на два качественно различных периода. Первый /инерционный/ период характеризуется непрерывным нарастанием толщины термического слоя. Когда прогрев тела закончен, наступает второй /регулярный/ период, в течение которого происходит нагрев тела по всему сечению. При решении температурных задач интегральными методами уравнение теплопроводности обычно удовлетворяется по координате в среднем, для чего последнее интегрируется в пределах термического слоя. Далее задача сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения, где независимой переменной является время. Получаемые при этом температурные функции весьма просты и имеют, как правило, достаточную для целей практики точность.

Реферируемая работа посвящена разработке приближенного метода расчета температурных напряжений в телах основной геометрической формы - пластине, цилиндре и шаре, для которых процесс теплопроводности интерпретируется инженерной моделью. Общие решения для расчета тепловых напряжений получены в квазистатической постановке. В термоупругих задачах механические и теплофизические параметры полагаются постоянными, в упруго-пластических задачах предел текучести представлен в виде известной функции температуры. При решении температурных задач применяется метод эквивалентных источников, который обладает рядом преимуществ по сравнению с другими интегральными методами.

Работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, изложена на 148 страницах и содержит 42 рисунка и II таблиц.

В ПЕРВОЙ ГЛАВЕ дан краткий обзор наиболее распространенных интегральных методов. На конкретных примерах рассмотрены особенности применения интеграла теплового баланса Т.Гудмена, метода исключения переменных А.И.Вейника, метода мгновенного регулярного режима Э.М.Гольдфарба, метода пограничного слоя М.Е.Швеца, вариационного метода М.Био, проанализированы преимущества и недостатки этих методов. Более подробно описан применяемый в работе метод эквивалентных источников.

Опираясь на идею метода осреднения функциональных поправок Ю.Д.Соколова, Ю.С.Постольник применительно к решению одномерного уравнения теплопроводности

$$\frac{a}{r^m}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^m\frac{\partial T}{\partial r}\right)=\frac{\partial T}{\partial t} \qquad / \mathrm{I} /$$

предложил следующий алгоритм для отыскания очередного приближения по известному предыдущему:

$$\frac{a}{r^m}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^m\frac{\partial T_{n+1}}{\partial r}\right)+f_{n+1}(t)=\frac{\partial T_n}{\partial t} \qquad / 2 /$$

Здесь $f_{n+1}(t)$ - некоторая корректирующая функция.

Пусть найденное таким образом приближение $T_{n+1}(r,t)$ удовлетворяет уравнению / I / с заданной точностью, т.е.

$$\frac{a}{r^m}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^m\frac{\partial T_{n+1}}{\partial r}\right)\approx\frac{\partial T_{n+1}}{\partial t} \qquad / 3 /$$

Умножив уравнения / 2 / и / 3 / на dr и проинтегрировав их в пределах толщины термического слоя, получим систему, откуда определяется соотношение для выбора корректирующей функции

$$f_{n+1}(t)=\frac{1}{l}\int\limits_{l}\frac{\partial}{\partial t}\left(T_n-T_{n+1}\right)dr\,. \qquad / 4 /$$

Таким образом, выбор функции $f_{n+1}(t)$ связан с самим процессом решения краевой задачи, которое производится в следующем порядке. Уравнение / 2 / дважды интегрируется по координате. Использование граничных условий позволяет выразить произвольные функции интегрирования и толщину термического слоя через $f_{n+1}(t)$, после чего температурная функция принимает вид

$$T_{n+1} = T_{n+1}\left[r, f_{n+1}(t)\right] \qquad / 5 /$$

Подстановка выражения / 5 / в соотношение / 4 / приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению относительно $f_{n+1}(t)$, решением которого заканчивается процесс нахождения искомого приближения.

При решении целого ряда задач удобно применять другой вариант метода. Уравнение / I / можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{m}{r}\frac{\partial T}{\partial r}$$

и принять следующий алгоритм для отыскания очередного приближения:

$$\frac{\partial^2 T_{n+1}}{\partial r^2} + f_{n+1}(t) = \frac{1}{a}\frac{\partial T_n}{\partial t} - \frac{m}{r}\frac{\partial T_n}{\partial r} \qquad / 6 /$$

В этом случае соотношение для выбора корректирующей функции будет

$$f_{n+1}(t) = \frac{1}{l}\int\limits_{l}\left[\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial t}\left(T_n - T_{n+1}\right) - \frac{m}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(T_n - T_{n+1}\right)\right]dr, \qquad / 7 /$$

а ход решения аналогичен вышеизложенному. Применение второго варианта метода к исследованию инерционного периода нагрева цилиндра и шара, а также обоих периодов нагрева полых тел приводит к более простым температурным функциям параболического типа, удовлетворительно описывающим процесс распространения тепла во многих задачах.

Решая задачу методами Т.Гудмена, А.И.Вейника или М.Био, следует априорно задаваться профилем температуры в виде некоторой кривой, которая в дальнейшем подлежит корректировке. Метод эквивалентных источников позволяет учесть краевые условия и установить зависимость температурной функции от координаты и времени в процессе решения задачи. Уточнение температурной функции производится путем отыскания приближений более высоких порядков. При этом, естественно, решение усложняется, а сам процесс нахождения приближений высших порядков становится трудоемким. Однако, в отличие от итерационного алгоритма М.Е.Швеца, который обычно не обеспечивает достаточной точности для первых приближений, точность первого или второго приближений, полученных методом эквивалентных источников, вполне приемлема для инженерных расчетов. Благодаря своей универсальности метод может быть с успехом использован при решении разнообразных практических задач.

ВТОРАЯ ГЛАВА посвящена решению различных задач нестационарной теплопроводности методом эквивалентных источников с целью применения полученных приближенных температурных функций для исследования термонапряженного состояния тел простой геометрии. Рассмотрены симметричные задачи для сплошных и полых тел, а также некоторые несимметричные задачи для пластины при следующих граничных условиях на нагреваемой или охлаждаемой поверхности: постоянная температура; линейное изменение температуры; постоянный тепловой поток; конвективный теплообмен; лучистый теплообмен. Температура среды, начальная температура тела, теплофизические параметры и коэффициенты теплопереноса полагаются постоянными.

В расчетах использован второй вариант метода эквивалентных источников. В качестве нулевого приближения принято начальное распределение температуры. В таком случае для отыскания первого приближения температурного поля, например, в полом теле, нагреваемом снаружи, следует проинтегрировать уравнение

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = f(t), \qquad /\ 8\ /$$

где

$$f(t) = \frac{1}{R-(R_1+b)} \int\limits_{R_1+b}^{R} \left(\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{m}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr. \qquad /\ 9\ /$$

Для периода регулярного нагрева $b=0$. После интегрирования уравнения / 8 / и использования общих граничных условий для рассматриваемой задачи искомое решение принимает вид

$$\left.\begin{aligned} T &= T_0 + \frac{1}{2} f_1(t) \left[r - (R_1+b) \right]^2 \quad (0 \leq t \leq t_0; \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad R_1+b \leq r \leq R); \\ T &= \frac{1}{2} f(t) r^2 + B(t) \quad (t_0 \leq t < +\infty; R_1 \leq r \leq R). \end{aligned}\right\} \quad /\ 10\ /$$

Оставшиеся в выражениях / 10 / функции $f_1(t), b(t), f(t)$ и $B(t)$ определяются в каждом конкретном случае из соответствующего граничного условия на нагреваемой поверхности и соотношения / 9 /. Таким образом найдены приближенные решения ряда практически важных задач. Эти решения сравниваются графически с известными решениями / точными или полученными численными методами /. На основании многих сопоставлений в работе сделан вывод о приемлемости приближенных температурных функций для инженерных целей. Так, например, в случае конвективного теплообмена расхождения с точным решением не превышает 5% от разности температур $T_c - T_0$, что можно считать вполне удовлетворительным результатом.

В ТРЕТЬЕЙ ГЛАВЕ приводятся общие решения для определения термонапряженного состояния тел простой геометрии применительно к инженерной интерпретации процесса теплопроводности. Период инерционного нагрева характеризуется наличием в сечении тела прогретой /термического слоя/ и непрогретой зон. При решении задачи для этого периода соответствующие уравнения теории упругости, описывающие напряженное состояние в каждой зоне, интегрируются совместно. Для определения произвольных функций интегрирования используются выраженные в напряжениях условия неразрывности деформаций на границах прогретой и непрогретой зон и граничные условия рассматриваемой задачи. При этом получаем решения для расчета термических напряжений в обеих зонах. Особенностью этих решений является наличие переменных во времени пределов интегрирования. Так, например, если пластина толщиной $2H$ симметрично нагревается со стороны боковых поверхностей, а начало координат расположено в ее срединной плоскости, общее решение упруго-пластической задачи для инерционного периода имеет вид

$$\sigma_{пл} = -\sigma_s(x,t) \quad (x_0 \leq x \leq H); \qquad /11/$$

$$\sigma_0 = \frac{\alpha E}{(1-\mu)x_0}\int_b^{x_0} T\,dx + \frac{1}{x_0}\int_{x_0}^{H}\sigma_s\,dx \quad (0 \leq x \leq b); \qquad /12/$$

$$\sigma = \frac{\alpha E}{1-\mu}\left(\frac{1}{x_0}\int_b^{x_0} T\,dx - T\right) + \frac{1}{x_0}\int_{x_0}^{H}\sigma_s\,dx \; (b \leq x \leq x_0); \qquad /13/$$

$$\frac{\alpha E}{1-\mu}\left[\frac{1}{x_0}\int_b^{x_0} T dx - T(x_0;t)\right] + \frac{1}{x_0}\int_{x_0}^{H} \sigma_s dx = -\sigma_s(x_0;t). \quad / \ 14 \ /$$

Здесь уравнение / I4 / определяет координату границы пластической зоны. При $x_0 = H$ формулы / I2 /, / I3 / описывают термоупругое напряженное состояние симметрично нагреваемой плиты.

В работе получены общие решения для расчета температурных напряжений в инерционный период в сплошных и полых телах, нагреваемых симметрично, а также в свободной и закрепленной пластине при несимметричном и одностороннем нагреве. Положив в этих решениях равной нулю толщину непрогретой зоны, получаем общеизвестные выражения, которые используются для расчета напряжений в регулярный период. Например, по формулам / II /, / I3 /, / I4 / при $b=0$ определяются упруго-пластические напряжения в плите при $t \geqslant t_0$.

Таким образом, приближенные температурные функции, найденные на основании инженерного представления процесса теплопроводности, по предложенной методике могут быть использованы для вычисления термических напряжений.

В ЧЕТВЕРТОЙ ГЛАВЕ получены приближенные расчетные формулы для определения тепловых напряжений в рассматриваемых телах при вышеперечисленных граничных условиях нагрева. При этом использованы решения температурных задач методом эквивалентных источников. Расчетные формулы даны в безразмерных переменных и имеют, как правило, обобщенный для различных граничных условий вид, что облегчает их практическое применение. Так в полом цилиндре, нагреваемом снаружи, радиальное и окружное термоупругие напряжения в инерционный период определяются по формулам

$$\left.\begin{aligned}\bar{\sigma}_r^0\\ \bar{\sigma}_\theta^0\end{aligned}\right\} = \Delta\theta(\tau)\frac{\rho^2 \mp k^2}{(1-k^2)\rho^2}\left\{\frac{1}{3}\left[1-(k+\beta)\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{12}\left[1-(k+\beta)\right]^2\right\} \quad (k\leq\rho\leq k+\beta); \quad / \text{ I5 } /$$

$$\left.\begin{aligned}\bar{\sigma}_r &= \bar{\sigma}_r^0 - \frac{\Delta\theta(\tau)}{12\left[1-(k+\beta)\right]^2\rho^2}\Big[3\rho^4 - 8\rho^3(k+\beta)+\\ &\qquad +6\rho^2(k+\beta)^2-(k+\beta)^4\Big];\\ \bar{\sigma}_\theta &= \bar{\sigma}_\theta^0 + \frac{\Delta\theta(\tau)}{12\left[1-(k+\beta)\right]^2\rho^2}\Big[-9\rho^4+16\rho^3(k+\beta)-\\ &\qquad -6\rho^2(k+\beta)^2-(k+\beta)^4\Big] \quad (k+\beta\leq\rho\leq 1).\end{aligned}\right\} \quad / \text{ I6 } /$$

Здесь $\bar{\sigma} = \dfrac{\sigma}{K}$, где K – постоянная, зависящая от свойств материала и условий теплообмена; $\Delta\theta(\tau)$ – относительный температурный перепад между наружной и внутренней поверхностями цилиндра. При вычислении напряжений по формулам / I5 /, / I6 / вначале следует определить ряд значений $\beta(\tau)$ в интервале $0 \leq \tau \leq \tau_0$ Для облегчения расчетов в работе приводятся соответствующие графики и таблицы. Если в выражениях / I6 / положить $\beta = 0$ получим формулы для регулярного периода:

$$\left.\begin{aligned}\bar{\sigma}_r &= \frac{\Delta\theta(\tau)}{12(1-k)(1-k^2)\rho^2}\Big[(1-k)^2(3+k)(\rho^2-k^2)-\\ &\qquad -(\rho-k)^3(3\rho+k)(1+k)\Big];\\ \bar{\sigma}_\theta &= \frac{\Delta\theta(\tau)}{12(1-k)(1-k^2)\rho^2}\Big[(1-k)^2(3+k)(\rho^2+k^2)-\\ &\qquad -(\rho-k)^2(1+k)(9\rho^2+2\rho k+k^2)\Big] \quad (k\leq\rho\leq 1).\end{aligned}\right\} \quad / \text{ I7 } /$$

При $k = 0$ соотношения / I5 /–/ I7 / определяют термонапряженное состояние сплошного цилиндра. Так как приближенные температурные функции имеют весьма простой вид, реализация полученных выражений не вызывает затруднений и не требует применения сложной вычислительной техники. Например, при конвективном теплообмене полого тела с окружающей средой в случае тепловой изоляции внутренней поверхности относительный температурный перепад по сечению тела находится из соотношений:

в регулярный период

$$\Delta\theta(\tau) = \frac{Bi(1-k)}{2+Bi(1-k)} \exp\left\{-\frac{3Bi\left[1-k+m(1-k+k\ln k)\right](\tau-\tau_0)}{Bi(1-k)^3+3(1-k)^2}\right\};$$

в инерционный период $\Delta\theta(\tau) = \dfrac{Bi\left[1-(k+\beta)\right]}{2+Bi\left[1-(k+\beta)\right]}$.

Здесь относительная толщина непрогретой зоны $\beta = k-\xi$ определяется из уравнения

$$12(m+1)\tau = \xi^2 + \frac{4}{Bi}\xi - \frac{8}{Bi^2}\ln\left(1+\frac{Bi}{2}\xi\right), \quad /\ 18\ /$$

а время окончания инерционного периода

$$\tau_0 = \frac{1}{12(m+1)}\left[(1-k)^2 + \frac{4(1-k)}{Bi} - \frac{8}{Bi^2}\ln\left(1+\frac{Bi(1-k)}{2}\right)\right], \quad /\ 19\ /$$

причем для $Bi < 0,1$ $\tau_0 \approx \dfrac{(1-k)^2}{6(m+1)}$, а при $Bi > 100$ $\tau_0 \approx \dfrac{(1-k)^2}{12(m+1)}$.

При лучистом теплообмене соответствующая нелинейная температурная задача, как известно, не имеет точного аналитического решения. Приближенный расчет температуры и напряжений для значений критерия $Sk < 1$ можно производить по формулам, полученным в реферируемой работе. В этом случае в инерционный период

$$\Delta\theta(\tau) = \frac{Sk}{2}\left[1-(k+\beta)\right]; \quad \xi = \sqrt{6(m+1)\tau}\ ; \quad \tau_0 = \frac{(1-k)^2}{6(m+1)},$$

а в регулярный период $\Delta\theta(\tau) = \dfrac{Sk}{2}(1-k)\left[1-\theta_n^4(\tau)\right]$,

где относительная температура поверхности находится из трансцендентного уравнения

$$\left[1+m\left(1+\frac{k\ln k}{1-k}\right)\right]\frac{Sk(\tau-\tau_0)}{1-k}=\left[\varphi(\tau)-\varphi(\tau_0)\right]-\frac{Sk}{3}(1-k)\left[\psi(\tau)-\psi(\tau_0)\right];$$

$$\psi(\tau)=\frac{1}{2}\left[\operatorname{arctg}\theta_n(\tau)+\operatorname{arth}\theta_n(\tau)\right];\ \psi(\tau)=-\ln\left[1-\theta_n^4(\tau)\right].$$

В работе приводятся аналогичные расчетные формулы для напряжений в шаре. Рассмотрены также случаи несимметричного нагрева пластины.

Произведен расчет упруго-пластических напряжений в плите и сплошном цилиндре, нагреваемых при постоянном тепловом потоке через поверхность, в предположении линейной зависимости предела текучести от температуры. Найденные расчетные зависимости иллюстрируются соответствующими графиками. Сравнение полученных результатов с известными решениями говорит об их приемлемости для инженерных расчетов.

Точные решения обычно выражены в виде бесконечного ряда с использованием специальных функций, и при их исследовании возникают значительные трудности. В этом смысле четко вырисовывается преимущество приближенных аналитических решений. На основе полученных в работе расчетных формул легко решаются такие вопросы как установление места действия, времени возникновения и величины максимальных напряжений, зависимости напряжений от тех или иных параметров, влияния граничных условий нагрева или охлаждения на величину напряжений и т.п.

Эти вопросы, имеющие особое значение для инженерной практики, рассмотрены в ПЯТОЙ ГЛАВЕ. Здесь же приведены приближенные аналитические зависимости для расчета температурных перепадов, тепловых потоков, скоростей нагрева и расхода тепла. Значительное место в этой главе отведено исследованию максимальных напряжений, возникающих в нагреваемом или охлаждаемом теле. Установлено, что наибольшие растягивающие напряжения, оказывающие обычно решающее влияние на термопрочность тела, возникают, как правило, в момент времени, соответствующий окончанию инерционного периода. В это же время достигает максимальной величины температурный перепад по сечению тела. Исключением является случай линейного изменения температуры поверхности, когда температурный перепад и напряжения достигают наибольших значений в регулярный период, а также некоторые рассмотренные в работе случаи одностороннего нагрева пластины.

Использование приближенных решений позволило получить во многих задачах простые расчетные формулы для максимальных напряжений. Так, например, при конвективном нагреве сплошных тел максимальные растягивающие напряжения находятся из выражений

$$\bar{\sigma}_p^{max} = \frac{1}{3}\frac{Bi}{2+Bi};\ \frac{1}{4}\frac{Bi}{2+Bi};\ \frac{2}{5}\frac{Bi}{2+Bi}$$

для пластины, цилиндра и шара соответственно.

В полых телах, нагреваемых снаружи, наибольшим растягивающим напряжением является окружное напряжение на внутренней поверхности. При конвективном теплообмене величину этого напряжения в цилиндре предлагается рассчитывать по формуле

$$\bar{\sigma}_p^{max} = \frac{Bi\,(1-k)(3+k)}{6\,(1+k)[2+Bi(1-k)]},$$ а в шаре $$\bar{\sigma}_p^{max} = \frac{Bi\,(1-k)^2(6+3k+k^2)}{10(1-k^3)[2+Bi(1-k)]}$$

Радиус слоя, в котором действуют наибольшие радиальные напряжения в этих телах, соответственно находится из уравнений

$$\rho^4 - \frac{4}{3}k\rho^3 - \frac{k^2(3-5k)}{3(1+k)} = 0;\quad \rho^5 - \frac{5}{4}k\rho^4 - \frac{3k^2(2-5k+3k^2)}{4(1-k^3)} = 0.$$

Значительный интерес представляют максимальные сжимающие напряжения, которые возникают на нагреваемой поверхности тела. За исключением конвективного теплообмена эти напряжения достигают наибольшего значения одновременно с растягивающими, и для их вычисления получены соответствующие приближенные зависимости. При конвективном теплообмене максимум сжимающего напряжения возникает в начальный период, причем тем быстрее, чем интенсивнее теплообмен, т.е. чем больше величина критерия Био. Для расчета наибольшего напряжения сжатия вначале следует определить глубину прогрева, отвечающую времени возникновения этого напряжения. В случае сплошных тел, нагреваемых симметрично, решаются уравнения

$$Bi\,\xi_*^2 + 4\,\xi_* - 6 = 0\,; \qquad / \; 20 \; /$$

$$Bi\,\xi_*^3 + (3 - 2Bi)\,\xi_*^2 - 8\,\xi_* + 6 = 0\,; \qquad / \; 2I \; /$$

$$3Bi\,\xi_*^4 + 2(4 - 5Bi)\,\xi_*^3 - 10(3 - Bi)\,\xi_*^2 + 40\,\xi_* - 20 = 0 \qquad / \; 22 \; /$$

для пластины, цилиндра и шара соответственно. Затем по формуле / I8 / определяется время наступления наибольшего сжимающего напряжения τ_* , после чего вычисляется его величина. Для пластины задача решена в общем виде:

$$\xi_* = \frac{\sqrt{4 + 6Bi} - 2}{Bi}\,; \quad \tau_* = \frac{1}{2Bi} - \frac{2}{3Bi^2}\,\ln\frac{\sqrt{4 + 6Bi}}{2}\,;$$

$$\sigma_c^{max} = \frac{8 + 12Bi - (4 + 3Bi)\sqrt{4 + 6Bi}}{3Bi\sqrt{4 + 6Bi}}$$

При $Bi < 2$ $Bi < 1$ $Bi < \frac{2}{3}$ соответственно положительные корни уравнений / 20 /- / 22 / становятся большими единицы. Поэтому следует считать, что при указанных значениях критерия Био максимум сжимающего напряжения в рассматриваемых телах возникает в момент окончания инерционного периода, т.е. при $\tau_* = \tau_0$, который определяется по формуле / I9 /. В этом случае наибольшие сжимающие напряжения в пластине и цилиндре по величине вдвое больше, нежели растягивающие, а в шаре - равны последним. Аналогичным образом решена задача о максимальных сжимающих напряжениях в полых телах.

Рассмотрены также случаи несимметричного и одностороннего нагрева пластины, когда противоположная поверхность либо теплоизолирована, либо поддерживается при начальной температуре. При этом пластина считается свободной или закрепленной так, что исключается ее изгиб. Приведены расчетные формулы для наибольших напряжений, а также соответствующие таблицы и графики.

Полученные приближенные значения максимальных напряжений использованы в работе при оценке предельных величин плотности теплового потока, температуры среды, скорости нагрева и т.п., служащих для установления допускаемого режима нагрева или охлаждения с точки зрения обеспечения термической прочности тела. Применительно к запросам металлургической промышленности в этом направлении известны работы Н.Ю.Тайца. В реферируемой работе при расчете указанных величин применяется обобщенный критерий термопрочности, предложенный группой ученых, возглавляемой Г.С.Писаренко. Согласно их методике общая термостойкость детали находится как $D = R_T Q$, где D - максимальная разность температур, при которой происходит разрушение; Q -режимный фактор, учитывающий особенности термического нагружения и форму детали; $R_T = \frac{\sigma_T^0 (1-\mu)}{\alpha E}$ - критерий термопрочности материала, σ_T^0 - разрушающее температурное напряжение. Если величина D известна из опыта, то, зная ее аналитическое выражение, можно вычислить значение R_T для интервала температуры, при котором производилось измерение. Введенный таким образом обобщенный критерий термопрочности материала может быть использован в расчетах как табличная величина. Например, предельное значение температуры среды при конвективном нагреве пластины, сплошного цилиндра и шара можно вычислять по следующим полученным в работе приближенным формулам

$$T_c - T_o = 3R_T \frac{2+Bi}{Bi}\ ;\ 4R_T \frac{2+Bi}{Bi}\ ;\ \frac{5}{2} R_T \frac{2+Bi}{Bi}\ .$$

В работе приведены приближенные зависимости для установления предельных величин при нагреве и охлаждении сплошных и полых тел, находящихся в различных условиях теплообмена с окружающей средой. По сравнению с общепринятой в ряде отраслей промышленности и, в частности, в металлургической теплотехнике методикой расчета на термопрочность, когда в качестве критерия прочности принимается временное сопротивление материала разрыву, применение обобщенных критериев термопрочности имеет ряд преимуществ, так как позволяет на основании экспериментальных данных учесть особенности термического нагружения, вид напряженного состояния, форму тела, изменение свойств материала с изменением температуры и другие факторы. Однако широкое использование обобщенных критериев в расчетной практике станет возможным только после накопления достаточного количества опытных данных. Такая задача должна стать неотложной для соответствующих исследовательских институтов и заводских лабораторий.

По результатам работы можно сделать следующие основные

ВЫВОДЫ

1. Методом эквивалентных источников решен ряд практически важных температурных задач. Приближенные температурные функции просты, имеют достаточную точность и удобны для практического использования.
2. Приведены приближенные аналитические выражения для опреде-

ления температурных перепадов, тепловых потоков, скоростей нагрева и расхода тепла при различных граничных условиях теплообмена.

3. Получены общие решения основных задач термоупругости для пластины, цилиндра и шара применительно к инженерной интерпретации процесса теплопроводности. Из решений для инерционного периода, характеризующегося наличием переменной во времени толщины термического слоя, могут быть получены решения для регулярного периода, когда температура изменяется по всему сечению тела. Эти решения позволяют производить приближенный анализ термонапряженного состояния с использованием температурных функций, найденных интегральными методами.

4. При помощи разработанного приближенного метода рассмотрен сравнительно широкий круг инженерных задач расчета нестационарных тепловых напряжений в телах простой геометрии. Полученные решения дают возможность без значительной затраты времени и применения сложной вычислительной техники производить необходимые вычисления.

5. На основании приближенных решений подробно исследован вопрос о максимальных напряжениях, возникающих в рассматриваемых телах при различных граничных условиях симметричного нагрева, а также в ряде случаев несимметричного нагрева пластины.

6. Рассмотрен вопрос об оценке предельных величин, определяющих допускаемый режим нагрева или охлаждения с точки зрения обеспечения термопрочности тела.

7. Исключительная простота полученных соотношений и достаточная для целей практики точность могут служить основанием для применения приближенного метода и основных результатов работы в инженерных расчетах.

Основные обозначения:

T_c - температура среды; T_0 - начальная температура тела; $R;H$ - - характерный размер тела; R_1 - радиус внутренней поверхности полого тела; t_0 - время протекания инерционного периода; r; x - - текущие координаты; $l(t)$ - толщина термического слоя; $b(t)$ - - толщина непрогретого слоя; $x_0(t)$ - координата границы пластической зоны; m =0; I; 2 - коэффициент формы /пластина, цилиндр, шар/; $Bi=\frac{\alpha_\kappa}{\lambda}R$ - критерий Био; $Sk=\frac{\sigma_\delta}{\lambda}RT_c^3$ - критерий Старка; α_κ - коэффициент теплоотдачи конвекцией; σ_δ - видимый коэффициент теплообмена излучением; a ; λ - коэффициенты температуро- и теплопроводности; α - коэффициент линейного расширения; E - - модуль упругости; μ - коэффициент Пуассона; σ_0 ; σ - напряжения в непрогретой и прогретой зонах; $\sigma_{пл}$ - напряжение в пластической зоне; $\sigma_в$ - предел текучести; $\rho=\frac{r}{R}$; $\beta(\tau)=\frac{b(t)}{R}$;

$$\xi(\tau)=\frac{l(t)}{R}\ ;\ \tau=\frac{at}{R^2}\ ;\ k=\frac{R_1}{R}.$$

Материалы диссертации докладывались: на XI и XII Научных совещаниях по тепловым напряжениям в элементах конструкций, 1970,1972, Канев; на Всесоюзной научной конференции "Новые методы охлаждения изделий при термической обработке", 1971, Днепропетровск; на Всесоюзной научной конференции "Теплофизика технологических процессов", 1972, Тольятти; на научной конференции молодых специалистов Днепровского металлургического завода им.Ф.Э.Дзержинского, 1972, Днепродзержинск; на научном семинаре по механике ДИИТ"а, 1973, Днепропетровск.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Губа В.М., Постольник Ю.С., Гаранчук В.А. Приближенное определение термоупругих напряжений в пластине при симметричном нагреве. "Изв.вузов. Черная металлургия", № 4, 1971.

2. Губа В.М., Постольник Ю.С., Гаранчук В.А. Приближенное определение термоупругих напряжений в цилиндре при симметричном нагреве. "Прикладная механика", т.7, в.5, 1971.

3. Губа В.М., Постольник Ю.С. О критическом состоянии допускаемых параметров нагрева тел простой формы. "Проблемы прочности", № 8, 1971.

4. Губа В.М., Постольник Ю.С., Гаранчук В.А. Приближенное определение термоупругих напряжений в шаре при симметричном нагреве. "ИФЖ", т.XXI, № 5, 1971. Деп. ВИНИТИ, рег. № 3052-71 Деп.

5. Губа В.М., Постольник Ю.С. Поля температур и напряжений в пластине при одностороннем конвективном нагреве. "Изв.вузов. Черная металлургия", № 10, 1971.

6. Губа В.М., Постольник Ю.С., Гаранчук В.А. Приближенный расчет температуры и напряжений в телах простой формы при конвективном нагреве. "Изв.вузов. Черная металлургия", №3, 1972.

7. Губа В.М., Постольник Ю.С., Гаранчук В.А. Об оценке допускаемых параметров нагрева слитков простой формы. В сб."Тепловые напряжения в элементах конструкций", в. 12, К., изд. "Наукова думка", 1972.

8. Гаранчук В.А., Постольник Ю.С., Губа В.М. Температурные поля и напряжения в телах простой геометрии при нестационарной температуре внешней среды. В сб."Тепловые напряжения в элементах конструкций", в.12, К., изд-во "Наукова думка", 1972.

9. Губа В.М., Постольник Ю.С. Расчет температур и напряжений в цилиндре, нагреваемом постоянным тепловым потоком."Изв. вузов.Черная металлургия", № 10, 1972.

10. Губа В.М.,Постольник Ю.С. Приближенный расчет термоупругих напряжений в произвольно нагреваемой плите."Прикладная механика", т. IX, в.I, 1973.

БТ 21818. Ротапринт ДИИТа. Днепропетровск,10, Университетская,2.
Заказ № 146. Тираж 150 экз. Объем I уч.-изд. л. Подписано к печати 23.III. 1973 года.