МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Аспирант А. И. ОЛИФЕР

ДИНАМИКА АРОЧНО-КОНСОЛЬНЫХ МОСТОВ

Автореферат
диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата технических наук

Днепропетровск
1963

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ
ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО
ТРАНСПОРТА

На правах рукописи

Аспирант А. И. ОЛИФЕР

ДИНАМИКА АРОЧНО-КОНСОЛЬНЫХ МОСТОВ

Автореферат
диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель —
доктор технических наук, профессор
Н. Г. БОНДАРЬ

Днепропетровск
1963

Экспериментальная часть диссертационной работы выполнена в лаборатории испытаний конструкций и материалов в лаборатории испытания мостов при Всесоюзном научно-исследовательском институте транспортного строительства (ЦНИИС) Комитета по транспортному строительству при Совете Министров СССР.

Для теоретических расчетов свободных колебаний использовалась электронная цифровая вычислительная машина «Урал-1» Вычислительного центра Днепропетровского Государственного Университета.

Типография Днепропетровского металлургического института.
г. Днепропетровск, просп. Ю. Гагарина, 4.
Зак. № 2598. Тир. 120. Подп. к печ. 19. XII. 63 г. БТ 14592. Объем 1 печ. л.

Грандиозный план строительства, намеченный в «Контрольных цифрах» семилетнего плана развития народного хозяйства СССР, поставил перед инженерно-техническими работниками и учеными новые серьезные задачи в деле улучшения конструкций мостов, снижения их стоимости и все большей индустриализации строительства. Решению этих задач способствует внедрение и дальнейшее усовершенствование конструкции мостов новой арочно-консольной системы* (автор инж. В. Д. Васильев, Москва), которые обладают рядом преимуществ по сравнению с обычными арочными мостами.

1) пониженной чувствительностью к неравномерным осадкам опор;

2) большей экономичностью пролетных строений и опор;

3) возможностью максимально индустриализировать строительство, производя на стройплощадке преимущественно монтажные работы;

4) возможностью унифицировать сборные элементы моста, создать типовые проекты для мостов различных пролетов

Расход бетона на опоры арочно-консольных мостов снижается при этом в 1,5—2 раза; расход железобетона на пролетные строения ниже на 20%, чем в арочных железобетонных мостах. Но и это не является пределом для экономии материалов в мостах новой системы.

Опытное иследование **) работы двух первых построенных на Московской кольцевой автодороге мостов (пролетами $48{,}65+98{,}00+48{,}65$ м, $f=8{,}9$ м у с. Спас и $49{,}20+123{,}60+49{,}20$ м, $f=11$ м — в г. Химки) арочно-консольной системы обнаружило значительные запасы в прочности этих мостов.

В настоящее время два моста арочно-консольной системы строятся также в г. Киеве (мост-метро через реку Днепр и автодорожный мост на Русановском жилом массиве)

Вопросам приближенного динамического расчета новой прогрессивной системы мостов посвящена эта работа, состоящая из пяти глав.

---

*) Описание мостов имеется в журналах «Транспортное строительство», № 10, 1960 и «Бетон и железобетон», № 3, 1963.

**) См. статью И. И. Казея и В. П. Польевко. Построенные мосты испытаны. «Автомобильные дороги», № 8, 1963.

В первой главе дается краткая характеристика арочно-консольных мостов, производится сравнение этих мостов с мостами других родственных систем: арочных и комбинированных. Вследствие ажурности опор имеет место большое взаимное динамическое влияние соседних пролетов, поэтому арочно-консольные мосты близки и к многопролетным рамным системам.

Делается также критический обзор работ, посвященных свободным и вынужденным колебаниям отдельных арок, массивных арочных мостов, комбинированных и регулярных систем (работы К. Федергофера, Е. С. Сорокина, И. М. Рабиновича, Н. Г. Бондаря, А. Б. Моргаевского, А. И. Оселелько, С. И. Конашенко, Б. М. Высочина, К. К. Мельникова и др.).Обращается внимание на несоответствие в выводах некоторых авторов о влиянии различных факторов (пологости арок, податливости защемления пятовых сечений арок) на основную частоту колебаний арочной системы

Во второй главе выясняется вопрос об эквивалентных динамических схемах для систем, имеющих на оси симметрии изгибаемые элементы. На основании исследования вековых уравнений, полученных для Т-образных рам с помощью метода граничных параметров и для секции арочно-консольного моста с помощью способа узловых масс*, делается вывод о том, что эквивалентная динамическая схема, соответствующая кососимметричным формам колебаний таких систем, может быть получена из заданной системы путем рассечения ее по оси симметрии; при этом величины моментов инерции и погонной массы изгибаемых элементов, лежащих на оси симметрии, должны быть уменьшены вдвое.

Затем определяются частоты свободных колебаний ν_i односекционного арочно-консольного моста. Для удобства расчетов используются эквивалентные динамические схемы, соответствующие прямо- и кососимметричным формам колебаний. При этом полуарка заменяется двумя элементами вписанной рамы, в узлах которой, а также посредине затяжки, сосредоточены массы (по способу узловых масс).

Если учитывать только деформации изгиба стержней рамы и продольные деформации затяжки, а стойки надарочного строения считать несжимаемыми и нерастяжимыми, но достаточно гибкими в плоскости полуарки, то все перемещения Y_i узловых масс M_i в симметричной эквивалентной схеме (т. е. в динамически эквивалентной схеме, соответствующей симметричным формам колебаний секции) можно выразить через одно перемещение, а в кососимметричной через три. Коэффициенты пропорциональности определяются с помощью соотношений проф. А. А. Гвоздева для перемещений и реакций. Таким образом, система, состоящая из 8 дис-

* Н. К. Снитко. Методы расчета сооружений на вибрацию и удар. Госстройиздат, 1953.

кретных масс, в первом случае приводится к системе с одной, а во втором случае — с тремя степенями свободы.

Определив перемещения в дважды статически неопределимой системе (влияние работы надарочного строения предполагается исследовать экспериментально) и составив уравнения для определения обобщенных координат, из условия нетривиальности решения получим значение частоты симметричных колебаний

$$\nu_4 = \frac{1}{\sqrt{\varphi_1}}, \tag{1}$$

а для частот кососимметричных форм колебаний уравнение вида

$$z^3 - a_1 z^2 + a^2 z - a_3 = 0, \tag{2}$$

где обозначено:

$\varphi_1 = \varphi_1(E_1 I_1, m_1, l, \alpha, n_3, \mu)$;

$E_1 I_1$ — жесткость полуарок при изгибе;

m_1 — погонная масса полуарок;

l — длина консоли (вылет полуарки);

α — характеристика подъемистости полуарки, $\alpha = \frac{h_1}{l}$;

h_1 — высота пилона;

n_3 — относительная погонная масса затяжки с проезжей частью, $n_3 = \frac{m_3}{m_1}$

m_3 погонная масса затяжки с проезжей частью;

μ — характеристика жесткости затяжки, $\mu = \frac{E_3 F_3 l^2}{E_1 I_1}$;

$E_3 F_3$ жесткость затяжки при продольных деформациях;

z величина, обратная квадрату частоты колебаний

$$z = \frac{1}{m_1 l \nu^2};$$

$a_i = a_i(E_1 I_1, m_1, l, \alpha, c, n_1, n_2, n_3, \eta_1, \eta_2, \mu)$;

c—относительная высота опоры, $c = \frac{h_2}{l}$ (h_2—высота опоры);

n_1 и n_2 соответственно относительные погонные массы пилона и опоры

$$n_1 = \frac{m_2'}{m_1}; \qquad n_2 = \frac{m_2''}{m_1};$$

η_1 и η_2 — относительные гибкости пилона и опоры

$$\eta_1 = \frac{E_1 I_1}{E_2' I_2'}; \qquad \eta_2 = \frac{E_1 I_1}{E_2'' I_2''}.$$

В работе приведены аналитические выражения для φ_1 и a_i, а также значения коэффициентов частот K_i и характеристик главных форм колебаний для секций с параболическими полуарками при реальных соотношениях безразмерных параметров α, c, n_1, n_2, n_3, η_1, η_2 и μ. Коэффициенты частот кососимметричных (K_1, K_2, K_3) и симметричных (K_4) форм колебаний для восьми вариантов приводятся в таблице 1.

Таблица 1.

№ вар.	Значение параметра		Коэффициенты частот			
			K_1	K_2	K_3	K_4
1		0 5450 ∞	8,72 9,66 9,73	19,7 30,4 32,3	57,8 113,2 ∞	9,05 20,2 ∞
2		0 5000 ∞	5,612 5,687 5,689	9,79 20,09 22,10	38,8 75,8 ∞	6,27 13,4 ∞
3	μ	0 5450 ∞	8,79 9,19 9,81	19,1 39,8 41,4	53,0 115,0 ∞	9,05 20,2 ∞
4		0 ∞	10,75 11,00	22,4 27,7	38,9 ∞	12,12 ∞
5		0 5450 ∞	8,75 9,62 9,70	25,5 65,7 83,6	114,0 141,0 ∞	9,05 20,2 ∞
6		0 0,00612 0,0431 0,153	9,29 9,18 8,50 7,11	∞ 57,4 23,7 15,6		15,8
7		0 0,00612 0,0431 0,153	9,29 9,17 8,45 6,85	∞ 47,2 19,7 13,4	— —	15,8
8		0 0,053	8,60 8,59 8,47	31,9 30,0 22,7	185 159 126	15,8

Сочетания параметров, принятых в этих вариантах, даны в таблице 2.

Таблица 2.

№ вар.		c	n_1	n_2	n_2	η_1		
1	0,278	0,410	3,18	20,0	1,27	0,064	0,00715	—
2	0,278	0,300	5,00	3,00	4,00	0,072	0,0333	
3	0,278	0,375	1,82	10,7	1,27	0,216	0,00325	—
4	0,278	0,300	0,30	50,0	0,20	0,072	0,0333	—
5	0,278	0,161	3,18	14,9	1,27	0,0641	0,0261	—
6	0,1885	0,327	0	7,57	1,27	∞	—	5450
7	0,1885	0,327	0	20,0	1,27			5450
8	0,1885	0,327	2,00	7,57	1,27		0,0431	5450

При анализе таблиц можно заметить, что изменение гибкости опоры от 0 до 0,0431 вызывает довольно значительное изменение основной частоты даже при отсутствии пилона ($\eta_1 = \infty$, $n_1=0$), т. е. пренебрегать податливостью опор арочно-консольных мостов при динамических расчетах нельзя. Изменение массы опоры мало влияет на основную частоту колебаний.

Влияние жесткости затяжки μ на частоту основного тона сказывается тем сильнее, чем жестче опора, однако при реальных значениях μ ($\mu \approx 5000$) основная частота колебаний мало отличается от частоты колебаний секции с бесконечно жесткой затяжкой. Значительно сильнее сказывается изменение μ на других частотах, особенно на частоте симметричных колебаний, которая может менять свое место в спектре частот. Таким образом, возможно явление равенства (или кратности) частот симметричных и кососимметричных форм колебаний.

Для дальнейших расчетов делается упрощение: устраняется еще одна степень свободы при анализе кососимметричных форм колебаний (принимается, что горизонтальные динамические перемещения y_i масс, сосредоточенных на затяжке, равны между собой; при определении единичных перемещений δ_{ik} податливость затяжки учитывается) В этом случае частотное уравнение (2) принимает вид

$$z^2 - b_1 z + b_2 = 0, \qquad (3')$$

где b_1 и b_2 — функции, зависящие от параметров α, c, n_1, n_2, n_3, η_1, η_2, μ. Вычисления показали, что при реальных значениях жесткости затяжки ($\mu \approx 5000$) две первых частоты, определенные из решения уравнения (2), мало отличаются от частот, определяемых из уравнения (3′).

В заключение главы делается косвенная оценка точности определения основной частоты колебаний методом узловых масс путем предельных переходов к балке ($\alpha = 0$; $\mu = 0$; $n_3 = 0$), а также к шарнирно закрепленной ($d_1 = d_2 = 0$; $d_3 = \infty$) и к бесшарнирной $d_1 = d_2 = d_3 = 0$) аркам. Здесь

$$d_1 = c^3 \eta_2 \frac{l}{E_1 I_1}; \quad d_2 = c^2 \eta_2 \frac{l^2}{E_1 I_1}; \quad d_3 = c \eta_2 \frac{l}{E_1 I_1} -$$

характеристики податливости арочных опор.

При определении частот колебаний арок решение уравнения (2) сравнивалось с известными решениями, полученными А. Б Моргаевским, Б. М. Высочиным и К. К. Мельниковым для параболических арок постоянного сечения. При $\alpha \leqslant 0{,}6$ ошибка метода узловых масс не превышала 5%.

В третьей главе рассмотрены свободные колебания арочно-консольных регулярных систем. Метод бесконечной основной системы, предложенный А. А. Уманским в 1939 г. и развитый советскими учеными (Б. Н. Кутуковым, В. Д. Шайкевичем и др.) для расчета балочных и рамных регулярных систем на статическую нагрузку и на устойчивость, был применен сначала для определения частот свободных колебаний n-звенной балки с сосредоточенными массами. Результаты расчета были проверены обычным способом. Затем метод бесконечной основной системы был распространен на более сложный случай колебаний арочно-консольной регулярной системы, состоящей из n секций («птичек»). Уравнение частот колебаний, полученное при этом, имеет вид

$$\frac{C_1}{C_2} = \mu^*,$$

где C_1 и C_2 — инерционные коэффициенты пропорциональности между динамическими реакциями R_{Au} и R_{Bu}, действующими на концевые сечения полуарок со стороны соседних секций, и динамическими перемещениями этих сечений $У_A$ и $У_B$.

$$R_{Au} = C_1 У_A + C_2 У_B \qquad R_{Bu} = C_2 У_A + C_1 У_B ,$$

а тригонометрическая функция может принимать различные значения в зависимости от формы рассматриваемых колебаний и количества секций в системе n:

$\mu^* = \cos \dfrac{2\pi t}{n}$ ($t = 0, 1 \ldots n-1$) для симметричных форм колебаний, если n нечетное число, и для кососимметричных форм колебаний, если n — четное число;

$\mu^* = \cos\frac{2\pi(t+1)}{n}$ $(t=0,1 \ldots n-1)$ — для остальных случаев.

Перейдя затем к анализу свободных колебаний не опертых по концам секций и выразив C_1 и C_2 через инерционные коэффициенты C' и C'' которые находятся из решения систем уравнений, составленных для определения обобщенных координат в эквивалентных динамических схемах (при симметричных формах колебаний секции рассматривается система с двумя степенями свободы, при кососимметричных с тремя), окончательно получаем частотное уравнение для регулярной арочно-консольной системы в таком виде

$$(a_1 + \mu^* b_1)z^4 - (a_2 + \mu^* b_2)z^3 + (a_3 + \mu^* b_3)z^2 - (a_4 + \mu^* b_4)z + \\ + (a_5 + \mu^* b_5) = 0, \qquad (3)$$

где a_i и b_i зависят от параметров секции α, c, n_1, n_1, n_3, η_1, η_2, μ.

Уравнения (3) при подстановке всех значений μ^* дают весь спектр частот колебаний регулярной системы, причем для систем с любым числом секций n получаются два уравнения (при $\mu^* = 1$ и $\mu^* = -1$), содержащие 5 лишних корней, соответствующих частотам кососимметричных $(\mu^* = 1)$ и симметричных $(\mu^* = -1)$ форм колебаний неопертой секции. Остальные 3 корня соответствуют частотам симметричной $(\mu^* = 1)$ и кососимметричных $(\mu^* = -1)$ форм колебаний отдельно стоящей опертой по концам секции, рассмотренной во второй главе. Таким образом, любая регулярная система имеет в своем спектре частоты равные частотам колебаний отдельной опертой секции.

Такая же картина получается и при анализе главных форм колебаний системы.

С помощью электронно-цифровой вычислительной машины «Урал-1» были определены корни 184 уравнений вида (3) для 81 варианта с различными комбинациями параметров. При этом были записаны коэффициенты a_i и b_i, а также a_i' и a_i'', которые входят в уравнения частот симметричных ν_i' и кососимметричных ν_i'' форм колебаний неопертой секции (т. е. при $R_{A0} = R_{B0} = 0$):

$$z^2 - a_1' z + a_2' = 0; \qquad z^3 - a_1'' z^2 + a_2'' z - a_3'' = 0.$$

Эти коэффициенты были использованы для определения спектров частот колебаний при значениях μ^*, не вошедших в программу работы машины.

Вычисления показали, что спектр частот колебаний регулярной системы заключается между крайними значениями частот неопертых секций ν_1'' и ν_3''. С увеличением числа секций n основная частота колебаний системы довольно быстро приближается к основной частоте неопертой секции ν_1'' и тем быстрее, чем жестче опоры и пилоны и чем более податливы затяжки. В спектре частот имеются также зоны сгущения частот, что легко можно заметить из рассмотрения таблицы 3, в которой помещены коэффициенты частот колебаний системы, состоящей из 7 секций с параметрами: $\alpha = 0{,}274$; $c = 0{,}447$; $n_1 = 2{,}41$; $n_2 = 12{,}2$; $n_3 = 1{,}73$; $\eta_1 = 0{,}197$; $\eta_2 = 0{,}0156$, $\mu = 2760$ (коэффициенты частот ν_1'' и ν_3'' в этом случае равны соответственно 3,736 и 19,94).

Таблица 3.

K_{1-9}	3,98	4,59	5,36	6,11	6,77	7,30	7,62	8,07	8,29
K_{10-18}	8,45	8,56	8,64	8,68	14,21	14,25	14,36	14,53	14,73
K_{19-27}	14,93	15,07	19,73	19,74	19,77	19,82	19,87	19,90	19,93

Для вычисления коэффициентов первых частот симметричных и кососимметричных колебаний неопертой секции, являющихся частными случаями колебаний бесконечной основной системы, даны простые приближенные формулы вида

$$K_1' = K'_{10} K'_{n_3} K'_{\mu}; \quad K_1'' = K''_{10} K''_{n_1} K''_{n_2} K''_{n_3} K''_{\eta_1} K''_{c\,\eta_2} K''_{\mu}, \tag{4}$$

где K'_{10} и K''_{10} — коэффициенты частот основного варианта ($c = 0{,}407$; $n_1 = 2{,}35$; $n_2 = 7{,}65$; $n_3 = 1{,}98$; $\eta_1 = 0{,}085$; $\eta_2 = 0{,}046$, $\mu = 3200$), которые зависят от α:

$$K'_{10} = \frac{\alpha^2 - 2{,}6204\,\alpha + 0{,}2263}{0{,}016728 - 0{,}2613\,\alpha};$$

$$K''^2_{10} = 36{,}0\,\alpha^3 - 51{,}84\,\alpha^2 + 5{,}86\,\alpha + 12{,}18;$$

а остальные коэффициенты, входящие в произведения (4), учитывают изменение параметров секций; для определения этих коэффициентов даны формулы и таблицы.

В работе приводятся графики изменения коэффициентов основной частоты колебаний неопертой секции и основной частоты колебаний регулярной системы при $n = 5$ в зависимости от изменения различных параметров секций. Анализ этих графиков позволил сделать следующие выводы относительно влияния различных факторов на основную частоту колебаний реальных арочно-консольных систем:

1) С увеличением подъемистости полуарок α основная частота уменьшается, при этом влияние факторов, связанных с характеристиками пилона (n_1, η_1) увеличивается, а влияние факторов,

связанных с характеристиками других элементов секции (c, n_2, n_3, η_2, μ), уменьшается.

2) С увеличением высоты и гибкости опоры, а также массы затяжки влияние изменения α уменьшается.

3) Резкое изменение основной частоты колебаний наблюдается не только при переходе от идеально жесткой опоры к упругой, как утверждали некоторые авторы*, но и при переходе от идеально шарнирной опоры к упруго-защемленной, на что указывал еще А. И. Оселедько**

Реальные значения η_2 (порядка нескольких сотых) находятся как раз в зоне интенсивного изменения основной частоты колебаний.

4) С увеличением гибкости пилона η_1 влияние изменения жесткости опоры уменьшается, так что при $\eta_1=\infty$ (случай отсутствия пилона) это влияние практически ничтожно.

5) Изменение жесткости затяжки μ почти не влияет на частоту при $\alpha \geqslant 0{,}4$, а также при $\mu > 4000$ и любых значениях α.

6) Интенсивное изменение основной частоты наблюдается при переходе от секции без пилона к секции с пилоном.

7) С увеличением массы затяжки частота колебаний снижается, и тем заметнее, чем положе полуарки.

8) Изменение массы пилона и опоры практически не сказывается на основной частоте колебаний.

9) При увеличении высоты опоры частота заметно снижается.

В четвертой главе рассматриваются вынужденные колебания регулярных арочно-консольных мостов. Вначале исследуются колебания неопертых секций (частный случай бесконечной основной системы) под действием симметричных $P'(t)$ и кососимметричных $P''(t)$ составляющих таких вертикальных нагрузок: 1) неподвижной, пульсирующей с частотой ω; 2) постоянной, движущейся со скоростью $V=\text{const}$; 3) пульсирующей, движущейся со скоростью $V=\text{const}$. При этом системы дифференциальных уравнений колебаний, составленных для симметричной и кососимметричной эквивалентных схем, приводятся к уравнениям относительно главных координат F_κ' ($\kappa=1,2$) и F_κ'' ($\kappa=1, 2, 3$)

$$\ddot{F}_\kappa' + \frac{\delta_\kappa' \nu_\kappa'}{\pi} \dot{F}'_\kappa + \nu_\kappa'^2 F_\kappa' = \nu_\kappa'^2 P'(t)(\delta'_{1\kappa} + r_\kappa' \delta'_{12\kappa}); \qquad (5)$$

---

* 1) Б. М. Высочин. Колебания параболических арок. Автореферат диссертации. ДМетИ. Днепропетровск, 1956.

2) Г. Г Бондарь. Колебания параболических арок на упругих опорах. Автороферат диссертации. ДИИТ, Днепропетровск, 1960.

**) А. И. Оселедько. Влияние упругости закрепления концов круговой арки на частоты ее собственных колебаний. «Исследования по теории сооружений». в IV, Госстройиздат, М.-Л., 1949.

$$\ddot{F}_к'' + \frac{\delta_к'' \nu_к''}{\pi} \dot{F}_к'' + \nu_к''^2 F_к'' = \nu_к''^2 P''(t)(\delta''_{1x} + r_к'' \delta''_{7x} + \delta''_{13x} p_к''),$$

где $\delta_к'$ и $\delta_к''$ — логарифмические декременты затухания, определяемые по формуле проф. Н. Г Бондаря:

$$\delta_к = 0{,}001\,\nu_к + \rho; \tag{6}$$

ρ — постоянная, зависящая от типа пролетного строения моста; δ'_{jx} и δ''_{jx} — перемещение соответственно в каждой из эквивалентных схем в направлении j-ой обобщенной координаты от вертикальной силы $P=1$, приложенной в сечении x:
$r_к'$, $r_к''$ и $p_к''$ коэффициенты, зависящие от параметров секции.

Найдено, что резонансные режимы колебаний могут возникнуть тогда, когда будут иметь место равенства

$$\frac{i \pi V}{l} \pm \omega = \nu_к' \ (к = 1,\ 2) \quad или \quad \frac{i \pi V}{l} \pm \omega = \nu_к'' \ (к = 1,\ 2,\ 3).$$

Здесь i — номер члена ряда в разложении функции влияния $_{jx}$ (δ_{jx}'') в ряд Фурье по синусам с линейной добавкой

$$\delta'_{jx} = f_0' x + \sum_{i=1}^{\infty} f_i' \sin \frac{i \pi x}{l}$$

Вычисления показали, что практически можно ограничиться тремя членами такого ряда ($i=1$, 2, 3) При этом критические скорости движения постоянных нагрузок ($\omega=0$)

$$V_{кр} = \frac{\nu_к' l}{i \pi} \quad или \quad V_{кр} = \frac{\nu_к'' l}{i \pi}$$

имеют вполне реальные значения.

Решения уравнений (5) используются для анализа колебаний при движении силы по всей секции.

Анализ вынужденных колебаний регулярных арочно-консольных систем производится также с помощью метода бесконечной основной системы. Определив вертикальное перемещение концевого сечения m-ой секции $У_m$ по формуле

$$У_m = \beta_1 \sum_{i=1}^{n-1} N_i \left(\lambda^{n-1} + \frac{\lambda^{2n+m+i} + \lambda^{2n\ m+i} - \lambda^{2n-m-i} - \lambda^{m+i}}{1-\lambda^{2n}} \right), \tag{7}$$

можно с помощью соотношений, полученных из решения систем уравнений для эквивалентных динамических схем, найти любые другие перемещения любой секции. В формуле (7) обозначено:

β_1 — главное число влияния, которое получается из уравнения трех динамических перемещений

$$C_2 У_{m-1} + 2C_1 У_m + C У_{m+1} = N_m$$

при подстановке $N_m = 1$, $У_m = \beta_1$, $У_{m-1} = У_{m+1} = \lambda\beta_1$;

$$N_m = -(R^{пр.}_{mд} + R^{лев.}_{(m+1)д}),$$

где $R^{пр.}_{mд}$ и $R^{лев.}_{(m+1)д}$ — правая и левая дополнительные составляющие динамических реакций, действующих по краям m-ой и (m+1)-ой секций, обусловленные непосредственным воздействием на эти секции возмущающих сил;

λ — величина, обратная фокусному отношению к

$$\lambda = -\frac{1}{к}$$

В работе приведены аналитические выражения для $R^{пр.}_{mд}$ $R^{лев.}_{mд}$ и λ, полученные из решения уравнений колебаний для эквивалентных динамических схем.

Резонансные режимы колебаний, как показал анализ выражения (7), возможны при совпадении частоты возмущающей силы ω с одной из частот собственных колебаний системы $\nu_к$, а также с одной из частот колебаний неопертой секции ($\nu_к'$ или $\nu_к''$).

В качестве примера приближенного динамического расчета моста произведен расчет арочно-консольного регулярного моста с большим числом секций n, загруженных одинаково колеблющимися вагонами метрополитена (колебания подпрыгивания) по 8 схемам, отличающимся количеством вагонов и фазами колебаний вагонов на рессорах.

Для определения внутренних динамических усилий в элементах секции последняя загружалась силами инерции, распределенными вдоль осей элементов. При этом наибольшие динамические добавки к изгибающим моментам в сечениях полуарки (пята и четверть пролета) и к распору в затяжке, выраженные через величину амплитудного значения динамического давления оси вагона на рельс, оказались наибольшими при схемах динамического загружения, отличных от наиболее невыгодных схем при статическом загружении.

В конце главы даются рекомендации для определения эквивалентной жесткости $EI_э$ ступенчатого стержня (например, опоры) в зависимости от числа участков изменения жесткости К, их относительных длин n_i и вида перемножаемых на длине стержня эпюр:

$$\frac{1}{EI_э} = \sum_{i=1}^{к} \frac{\alpha_i}{EI_i} .$$

В таблице 4 даны значения α_i для таких вариантов перемножаемых эпюр:

А. Две треугольные эпюры с одинаково расположенными основаниями.

Б. Две треугольные эпюры, но с противолежащими основаниями.

В. Треугольная и прямоугольная эпюры.

Г. Две прямоугольные эпюры.

Таблица 4.

К	α_i	А	Б	В	Г
2	α_1	n_1^2	$n_1^2(3-2n_1)$	n_2^2	n_1
	α_2	$1-n_1^3$	$n_2^2(3-2n_2)$	$1-n_2^2$	n_2
3	α_1	n_1^3	$n_1^2(3-2n_1)$	n_2^2	n_1
	α_2	$(1-n_3)^3-n_1^3$	$6n_1n_2n_3+n_2^2(3-2n_2)$	$(1-n_3)^2-n_1^2$	n_2
	α_3	$1-(1-n_3)^3$	$n_3^2(3-2n_3)$	$1-(1-n_3)^2$	n_3

В пятой главе освещаются результаты экспериментов, выполненных на модели моста у с. Спас, изготовленной из оргстекла в масштабе 1:100, а также на двух железобетонных мостах, построенных в конце 1962 г. на Московской кольцевой автодороге (испытания произведены с участием автора).

Колебания модели записывались на кинопленку с помощью осциллографа МПО-2, а колебания мостов—самопишущими прогибомерами Гейгера. Для возбуждения колебаний по мостам пропускались автосцепы с равными (или почти равными) расстояниями между осями. При проезде сцепов с определенными скоростями через порожек $\delta = 4$ см, установленный в середине или в четверти речного пролета, возникали колебания, близкие к резонансным.

Записывались также собственные колебания мостов, вызванные ударом задней оси автомашины МАЗ-205 при съезде с порожка $\delta=18 \div 20$ см. Кроме того, фиксировались колебания мостов под проходящими автомашинами.

Результаты обработки виброграмм, снятых на модели и на мосту у с. Спас*, показали, что отношение первых двух частот колебаний незначительно отличается от теоретического $\frac{\nu_2}{\nu_1} \cong 1,5$. При этом частоты колебаний модели оказались в 1,3 раза, а моста в $1,50 \div 1,65$ раза выше частот, подсчитанных для этих систем без учета работы надарочного строения. Наибольшие измеренные статические прогибы замкового сечения модели получились в 1,37 раза, а мостов ~ в 2 раза меньше, чем прогибы, вычисленные по линиям влияния (статические расчеты мостов выполнены МОСИНЖПРОЕКТОМ под руководством инж. В Д. Васильева) без учета работы надарочного строения. Прогибы в других сечениях оказались еще меньшими, чем соответствующие им теоретические прогибы. Так как модуль упругости бетона, определенный экспериментально, был почти равен принятому в расчетах $E_б=3,8.10^5$ кг/см^2, а модуль упругости оргстекла ($E_{oc}=4,4.10^4$ кг/см^2) определялся специальными динамическими испытаниями образцов при частотах, близких частотам колебаний модели, то разница в теоретических и измеренных частотах колебаний мостов и модели и соответствующая ей разница в прогибах могут быть отнесены в основном за счет работы надарочного строения.

Более сильное влияние работы надарочного строения на частоту колебаний арочно-консольных мостов по сравнению с влиянием надарочного строения в арочных мостах (в статье Н. Г Бондаря и Е. В. Дорошенко, помещенной в 23 выпуске Трудов ДИИТ'а, например, говорится об увеличении основной частоты колебаний арочного моста $L=106$ м, $f=34,5$ м в 1,25 раза по сравнению с частотой колебаний отдельных арок) объясняется, повидимому, такими особенностями рассматриваемой системы:

1) значительно большей пологостью полуарок (в 3—6 раз превышающей пологость арочных мостов), при которой стойки являются более жесткими, а полуарки сливаются с затяжкой на большой длине;

2) большей относительной жесткостью проезжей части с затяжкой;

3) особенностями главных форм колебаний, характеризующихся наличием больших перемещений замковых сечений.

---

* Вторая частота колебаний моста в г. Химки теоретически не подсчитывалась.

Выводы из работы:

1. При определении ча от колебаний регулярных арочно-консольных мостов ν_i но пользоваться формулой

$$\nu_i = \frac{K_i \gamma}{l^2} \sqrt{\frac{E_1 I_1}{m_1}},$$

где K_i коэффициент частоты определяемый по методике, изложенной в третьей главе; λ коэффициент, учитывающий работу надарочного строения. Для железобетонных автодорожных мостов $\gamma = 1{,}50 \div 1{,}65$.

2. Можно считать правильными выводы главы III о влиянии различных факторов на основную частоту колебаний моста. Таким образом, учет гибкости опор и пилонов при динамических расчетах арочно-консольных мостов является обязательным.

3. Логарифмические декременты затухания колебаний арочно-консольных мостов можно определять по формуле (6), приняв для железобетонных мостов $\rho = 0{,}16 \div 0{,}17$.

4. Большие динамические коэффициенты (до 1,65), полученные при движении отдельных автомашин, требуют более тщательных и более точных теоретических и экспериментальных исследований динамики арочно-консольных мостов с учетом совместной работы полуарок и надарочного строения.

Диссертация изложена на 158 страницах и содержит 92 рисунка, 6 таблиц в тексте и 32 таблицы в приложениях. Библиография — 117 названий.

Основное содержание работы опубликовано в статьях автора:

1. Об эквивалентных динамических схемах Т-образных рам и секций арочно-консольных пролетных строений мостов. Труды ДИСИ, в. 16, Днепропетровск, 1961.

2. Определение частот свободных колебаний секций арочно-консольных пролетных строений мостов. Там же.

3. О колебаниях регулярных арочно-консольных мостов. Труды ДИСИ, в. Днепропетровск, 1962.

Результаты работы были доложены на XXIII и XXIV научных конференциях, проходивших в 1962 и 1963 гг. в Днепропетровском институте с участием строительных организаций Приднепровского (Днепропетровского) Совнархоза в секции теоретической механики, сопротивления материалов и строительной механики, а также на Научном семинаре по механике при Днепропетровском институте инженеров ж.-д. транспорта (октябрь, 1963 г.).

Некоторые результаты динамических расчетов были использованы Киевским филиалом ГПИ «Союздорпроект» при проектировании моста-метро через реку Днепр в г. Киеве.