

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Український державний університет
науки і технологій**

Кафедра «Покриттів, композиційних
матеріалів і захисту металів»

В авторській редакції

ОПТИМІЗАЦІЯ КОРОЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ

Конспект лекцій
для студентів спеціальності 136 – металургія
ОПП «Захист металів від корозії» (магістерський рівень)

Електронне видання

ДНІПРО
2024

УДК 669.018.8:621.78(076.6)

О 62

Упорядник:

І. В. Голуб

Електронне видання

Схвалено Групою забезпечення якості освітньої програми

136 "Захист металів від корозії"

Протокол № 9 від 15 березня 2024 р.

О 62 Оптимізація корозійних процесів: конспект лекцій для студентів спеціальності 136 – металургія ОПП «Захист металів від корозії» (магістерський рівень) / упоряд.: І. В. Голуб ; Укр. держ. ун-т науки і технологій. – Електрон. вид. – Дніпро : УДУНТ, 2024. – 51 с.

Конспект лекцій розроблено з метою ознайомлення студентів з основними напрямками оптимізації процесів захисту металів від корозії. В лекціях розкрито основні методи, які використовуються при аналізі корозійних процесів чи знаходження оптимального рішення при захисті металу від корозії.

Конспект лекцій рекомендовано для вивчення у поєднанні з методичними рекомендаціями до лабораторних і практичних занять для студентів спеціальності 136 – металургія ОПП «Захист металів від корозії» (магістерський рівень) денної та заочної форм навчання.

© Голуб І. В., упорядкування, 2024

© Укр. держ. ун-т науки і технологій, 2024

ЗМІСТ

Лекція 1. Вступ. Основні поняття і визначення оптимізації.....	4
Лекція 2. Статистичний аналіз даних.	14
Лекція 3. Основні положення теорії планування експерименту.....	27
Лекція 4. Аналітичні та численні методи знаходження оптимуму....	41
Рекомендована література.....	50

Лекція 1. Вступ. Основні поняття і визначення оптимізації

Вступ

Сучасне будь яке виробництво це складна хіміко - технологічна система, що складається з технологічних аспектів тобто великої кількості апаратів технологічно пов'язаних. Розробка технології виготовлення чи обробки матеріалів та експлуатація обладнання – вимагає знання основних технологій захисту металів від корозії як у загальному підході так і у конкретному стану проблеми. Вирішення великої кількості питань, що безпосередньо пов'язані з роботою систему в цілому.

Під час розробки нової системи захисту чи модернізації існуючої, основне завдання полягає у створенні високоефективної технології, тобто такого об'єкта захисту, який дозволить отримувати вироби чи матеріали заданої якості у необхідному обсязі найбільш економічно доцільним шляхом. При використанні існуючої технології захисту необхідно таким чином керувати виробництвом, щоб за високої продуктивності та низьких капітальних і поточних витрат забезпечити отримання продукту необхідної якості. Крім того, потрібно розуміти принципи організації та функціонування виробництва, закладеного в технологічну схему при її проектуванні, а й враховувати коливання ціни на ринку сировини та продукції, зміну: параметрів сировини, вимог до кінцевої продукції, а також безперервну зміну параметрів роботи обладнання внаслідок безперервного витрачання його ресурсів, можливих аварій, пусків, зупинок тощо. Все це призводить до необхідності підвищення кваліфікації працівника тому, що роботодавці починають пред'являтися підвищені вимоги до якості інженерної підготовки технологічних кадрів, які зможуть кваліфіковано керуватимуть виробництвом та проводитимуть його оптимізацію.

Основою оптимізації процесів захисту металу від корозії є знання термодинамічних і кінетичних закономірностей, механізмів хімічних реакцій, технологічних особливостей нанесення захисних покриттів на різні поверхні

металевих матеріалів, також оптимальне використання різних добавок, ініціаторів і каталізаторів.

Однією з характерних початку третього тисячоліття є інтеграційні процеси у світовій економіці і одночасно стійкі тенденції зростання цін на енергетичні, матеріальні та інші природні ресурси, необхідні для різних виробничих процесів. Для багатьох галузей промисловості найважливішим завданням стоїть зниження витрат на отримання необхідної продукції. Найважливішою умовою успіху є вибір, експлуатація і, за необхідності, створення високоефективних енерго- і ресурсозберігаючих технологій.

Все сказане приводи нас до розуміння необхідності удосконалення матеріалів захисту, технологій нанесення а також створення нових підходів до вирішення проблем пов'язаних з корозійними процесами тому вивчення методів отримання найкращих результатів з використанням сучасних програмних засобів є актуальними.

Тобто, метою будь-якої діяльності фахівців у сфері захисту металів від корозії є пошук найкращих умов проведення технологічних процесів чи дослідження, організація раціональних технологічних схем та оптимальних експериментальних досліджень. План експерименту – сукупність даних визначальних число, умови та порядок проведення дослідів.

Під експериментом розумітимемо сукупність операцій, що здійснюються над об'єктом дослідження з метою отримання інформації про його властивості. Експеримент, у якому дослідник на власний розсуд може змінювати умови його проведення, називається активним експериментом. Якщо дослідник неспроможна самостійно змінювати умови проведення, лише реєструє їх, це пасивний експеримент.

Найважливішим завданням методів обробки отриманої під час експерименту інформації завдання побудови математичної моделі досліджуваного явища, процесу, об'єкта. Її можна використовувати і при аналізі процесів та при проектуванні об'єктів. Можна отримати добре апроксимуючу математичну модель, якщо цілеспрямовано застосовується

активний експеримент. Іншим завданням обробки отриманої під час експерименту інформації завдання оптимізації, тобто знаходження такої комбінації незалежних змінних, що впливають, при якій обраний показник оптимальності набуває екстремального значення.

Основні поняття і визначення оптимізації

Завдання оптимізації є комплексним, вона включає у собі як оптимізацію властивостей матеріалів, так і оптимізацію режимів захисту. Основною метою оптимізації є забезпечення найвищих техніко - економічних показників.

Поняття «оптимізація» можна визначити в декілька способів:

Оптимізація (англ. optimization) - процес надання будь-чому найвигідніших характеристик, співвідношень тощо.

Оптимізацією називається цілеспрямована діяльність, що полягає у отриманні найкращих результатів за відповідних умов.

Оптимізація - процес досягнення найкращих або визначення (знаходження) найбільш сприятливих умов проведення будь - якого процесу (дії).

Проблема оптимізації виникла з технічним прогресом та появою конкуренції, пошуки оптимальних рішень призвели до створення спеціальних математичних методів основи оптимізації (варіаційне обчислення, чисельні методи та інші). Але потрібно відмітити що до другої половини 20 століття методи оптимізації у багатьох галузях науки і техніки застосовувалися дуже мало, оскільки практичне використання математичних методів оптимізації вимагало величезної обчислювальної роботи, яку без комп'ютерів реалізувати було дуже важко чи взагалі неможливо. Особливо великі труднощі виникали при вирішенні завдань оптимізації технологічних процесів через велику кількість параметрів та їх складний взаємозв'язок між собою. Будь-яка оптимізація передбачає наявність безлічі варіантів функціонування системи, оцінка яких дозволяє виявити , який варіант краще.

Реалізація будь-якого завдання експериментального дослідження, починається з визначення об'єкта аналізу, мети дослідження, вивчення сутності досліджуваного процесу, аналізу наявних ресурсів, можливості проведення експериментів з об'єктом, що вивчається, в необхідному діапазоні зміни факторів.

Об'єктом аналізу виступає заданий критерій ефективності досліджуваної системи, що розглядається як функція від істотних параметрів системи та зовнішнього середовища. Система може бути реальним фізичним об'єктом чи його модель – фізичну чи математичну (імітаційну, складну аналітичну).

Вивчення процесу функціонування об'єкта дозволяє виявити чинники, які суттєво впливають на роботу системи. Вибір суттєвих змінних потенційно визначає ступінь досягнення адекватності одержуваної моделі: відсутність у вихідному переліку суттєвих параметрів, та ще й довільно змінюються в ході експерименту, не дозволяє правильно вирішити задачу оптимізації; включення несуттєвих параметрів ускладнює модель, що викликає значне збільшення обсягу експериментів, хоча за результатами дослідження не суттєвість відповідних параметрів буде виявлена.

Для кожної змінної слід визначити діапазон та характер зміни (безперервність чи дискретність). Обмеження на діапазон змін можуть мати принциповий чи технічний характер. Принципові обмеження чинників неможливо знайти порушені за будь-яких обставин. Ці обмеження задаються, виходячи з фізичних уявлень (*наприклад, показник вологість матеріалу, час висихання та інші завжди мають позитивне значення*). Другий тип обмежень пов'язані з техніко-економічними міркуваннями прийнятими при реалізації технології нанесення захисного покриття в умовах підприємства.

Виділення області зміни факторів є не формальним завданням, а ґрунтується на досвіді дослідника. У межах області допустимих значень чинників необхідно виділити початкову область (межі змінення чинників). Цей вибір включає визначення основного (нульового) рівня як вихідної точки та інтервалів варіювання. Інтервал варіювання задає щодо основного рівня

значення фактору, при яких будуть проводитись дослідження. Інтервал варіювання повинен відповідати двом обмеженням: його застосування не повинно призводити до виходу фактору за межі допустимих значень; він повинен бути більшим за похибку завдання значень фактору (інакше рівні фактору стануть не помітними). У межах цих обмежень вибір конкретного значення є неформальною процедурою, що враховує орієнтовну інформацію.

Чинник може бути керованим, тобто його значення можна підтримувати постійне значення протягом усього досвіду. Для фактору необхідно вказати його конкретні значення та засоби контролю. Сам фактор має бути первинним, бо складно керувати фактором, який у свою чергу є функцією інших факторів. Для кожного фактору слід вказати точність його завдання та підтримки під час експерименту.

Одночасна зміна факторів передбачає їхню сумісність, що означає здійсненність та безпеку всіх їх поєднань. Необхідно також забезпечити незалежність зміни кожного фактору, що означає можливість встановлення будь-якого значення фактору поза зв'язком зі значеннями інших факторів.

При постановці завдання оптимізації необхідно мати кількісну оцінку якості роботи системи, що оптимізується, яка дозволяє порівнювати різні стани системи між собою. Ця кількісна оцінка має назву **критерію оптимальності**.

Критерій оптимальності - це головна ознака, за яким судять про те, наскільки добре функціонує технологічна система, працює даний процес, та інше, а також, наскільки добре вирішено завдання оптимізації.

До критерію оптимальності пред'являються наступні вимоги:

1. критерій оптимальності повинен виражатися кількісно;
2. критерій оптимальності має бути єдиним;
3. величина критерію оптимальності повинна змінюватися монотонно (без розривів та стрибків);
4. критерій оптимальності повинен відображати найбільш істотні сторони процесу;

5. бажано щоб критерій оптимальності мав ясний фізичний зміст і легко розраховувався.

При постановці задачі оптимізації необхідно мати можливість варіації станів системи, причому кількість варіантів різних її станів залежить від виду та числа ступенів свободи системи, що оптимізується, тобто параметри, що дозволяють реалізувати різні варіанти стану системи.

На підставі обраного критерію оптимальності складається цільова функція, що є залежністю критерію оптимальності від параметрів, що впливають на її значення. Вид критерію оптимальності чи цільової функції визначається конкретним завданням оптимізації. Таким чином, завдання оптимізації зводиться до знаходження екстремуму цільової функції.

Розрізняють прості та складні критерії оптимальності. Критерій оптимальності називається *простим*, якщо потрібно визначити екстремум цільової функції без завдання умов будь-які інші величини. Такі критерії зазвичай використовуються при вирішенні завдань визначення максимальної концентрації цільового продукту, оптимального часу перебування реакційної суміші та інше.

Критерій оптимальності називається *складним*, якщо необхідно встановити екстремум цільової функції за деяких умов, які накладаються на низку інших величин та обмежень. Таким чином, процедура вирішення задачі оптимізації обов'язково включає, крім вибору параметрів, що управляють, ще й встановлення обмежень на ці параметри. Обмеження можуть накладатися як з технологічних, і з економічних міркувань.

Розрізняють такі основні обмеження:

- за кількістю та якістю сировини та продукції (склад сировини, якість продукції, продуктивність та ін.);
- за умовами технології (розміри апарату, час перебування, температура та ін.);
- за економічними міркуваннями;
- за нормами охорони праці та захисту навколишнього середовища.

Найбільш загальною постановкою оптимального завдання є відображення критерію оптимальності у вигляді економічної оцінки ефективності (продуктивність, собівартість продукції, прибуток, рентабельність). Але коли об'єкт є частиною технологічного процесу, не завжди вдається чи не завжди доцільно виділяти прямий економічний показник, який би повністю характеризував ефективність роботи об'єкта, що розглядається. У таких випадках критерієм оптимальності служить технологічна характеристика, що побічно оцінює економічність роботи агрегату (час контакту, вихід продукту, ступінь перетворення, температура та інші). Кожна ступінь підприємства характеризуються певними показниками ефективності функціонування.

***Наприклад:** Показниками ефективності функціонування технологічних цехів можуть бути: витратні норми на сировину, паливо, електроенергію, пар, що гріє, і охолоджувальну воду (технологічні критерії); собівартість продукції, наведені витрати, фондвідача, прибуток, рентабельність (економічні критерії); якість і асортимент продукції (якісні показники).*

Загалом, ефективність функціонування підприємства визначається лише економічними показниками, оскільки найчастіше варіанти організації виробництва, еквівалентні за технологічними показниками.

Розглянемо найбільш важливі технологічні критерії ефективності, що використовуються для характеристики роботи реакційних пристроїв.

Ступінь конверсії – частка вихідного реагенту, що прореагував, щодо його початкової кількості. Ступінь конверсії, як критерій ефективності реакційних пристроїв використовується досить часто при характеристиці роботи апаратів, в яких протікають прості та/або оборотні процеси.

Селективність - Частка (або відсоток) перетвореного вихідного реагенту, витрачена на утворення даного продукту.

Селективність можна визначити як відношення кількості отриманого продукту до його теоретичної кількості, яка могла б утворитися з перетвореного реагенту за відсутності побічних реакцій та втрат.

Селективність буває інтегральною та диференціальною.

Селективність процесу за цільовим продуктом є важливою характеристикою каталізаторів, умов проведення процесу, типу реакторів; вона показує частку корисно використаної сировини.

Масова продуктивність під якою розуміють знімання цільового продукту з одиниці реакційного обсягу в одиницю часу .

Вихід - це кількість отриманого продукту. Під ним розуміють абсолютну кількість отриманого продукту (в г, кг, моль, кмоль) чи виражений у частках одиниці або у відсотках на взятую сировину.

Потрібно пам'ятати, що вихід можуть застосовувати для характеристики систем різного масштабу – чи то тільки реакційного апарату (хімічний вихід) чи то вихід технологічної схеми в цілому, коли враховуються не тільки витрати сировини на хімічні реакції, а й різні втрати (технологічний вихід).

Хімічний вихід дорівнює мольній кількості отриманого продукту і віднесеному до його теоретичної кількості.

Хімічний вихід, як і рівень конверсії, і селективність, є найважливішою характеристикою технологічного процесу. Проте хімічний вихід поняття більш ємне, ніж перші два, і воно наповнене конкретним змістом. Тому хімічний вихід як критерій оптимальної роботи реакційних пристроїв використовується досить часто.

До економічних критеріїв ефективності можемо віднести:

Собівартість - Один з найважливіших економічних показників виробництва. Вона складається з чотирьох видів витрат:

- сировина, основні та допоміжні матеріали;
- енергетичні ресурси;
- амортизаційні відрахування;
- заробітна плата та інші грошові витрати.

Головна стаття собівартості - це *матеріальні витрати на сировину*. Важливу роль економії сировинних ресурсів грає селективність хімічного

процесу, залежить від роботи реакційного вузла. Найменшу роль відіграють втрати сировини на стадії підготовки та втрати сировини та продуктів реакції на стадії їх поділу. Суттєвий вплив на зниження матеріальних витрат має рециркуляція не перетворених реагентів, проміжних та побічних речовин, а також утилізація побічних продуктів.

Енергетичні витрати є другою за значимістю статтю у собівартості продукції. Вона складається головним чином із витрати теплової та електричної енергії (робота насосів та компресорів, нагрівання та охолодження потоків, випаровування рідких речовин та ін.). На відміну від матеріальних, енергетичні витрати мають місце в основному на стадіях підготовки сировини та поділу продуктів. Важливим елементом їхньої економії є раціональна система утилізації енергії.

Амортизаційні відрахування, що включаються до собівартості, служать джерелом для відтворення споруд та обладнання (ремонт, часткова або повна заміна деталей та вузлів). Норма амортизаційних відрахувань та його абсолютна величина істотно залежить від складності конструкцій, тиску, вартості матеріалів апаратури та його корозійної стійкості тощо.

Заробітна плата та інші грошові витрати залежать від ступеня механізації та автоматизації виробництва, застосування автоматизованих систем управління.

Перераховані витрати складаються з витрат на всіх стадіях процесу, причому кожен його вузол робить свій внесок у величину цих витрат.

Прибуток як критерій амортизації найчастіше використовується при оптимізації роботи діючого виробництва, що випускає кілька продуктів. Оцінюючи різних методів виробництва чи способів організації окремих його стадій можливим економічним критерієм оптимальності є мінімум **наведених витрат**.

Таким чином, для постановки задачі оптимізації необхідно:

1. Наявність мети оптимізації. У цьому формулювання кожної завдання оптимізації має вимагати екстремального значення лише однієї величини.

Типовий приклад неправильної постановки завдання оптимізації: "Отримати максимальну продуктивність за мінімальної собівартості". Помилка полягає в тому, що ставиться завдання пошуку оптимуму 2-х величин, що суперечать одна одній за своєю суттю.

Правильна постановка завдання така:

а) отримати максимальну продуктивність за заданої собівартості;

б) одержати мінімальну собівартість при заданій продуктивності;

У першому випадку критерій оптимізації – продуктивність, тоді як у другому – собівартість.

2. Наявність ресурсів оптимізації, під якими розуміють можливість вибору значень деяких параметрів об'єкта, що оптимізується. Об'єкт повинен мати певні ступені свободи - параметрів.

3. Можливість кількісної оцінки величини, що оптимізується, оскільки тільки в цьому випадку можна порівнювати ефекти від вибору тих чи інших параметрів.

4. Зазвичай оптимізована величина пов'язана з економічністю роботи об'єкта, що розглядається (апарат, цех, завод), отже, оптимізований варіант роботи об'єкта повинен оцінюватися якимось кількісним заходом – критерієм оптимальності.

Для вирішення задачі оптимізації необхідно:

1. Вибрати критерій оптимальності та скласти цільову функцію;
2. Встановити можливі обмеження, які мають накладатися на змінні;
3. Скласти математичну модель об'єкта оптимізації;
4. Вибрати метод оптимізації, який дозволить знайти екстремальні значення при заданих умовах.

Насамкінець, слід зазначити, що прийнято розрізняти задачі статичної оптимізації для процесів, що протікають у режимах і вирішуються питання створення та реалізації оптимальної моделі процесу, і задачі динамічної оптимізації де вирішуються завдання створення та реалізації системи оптимального управління процесом при невстановлених режимах експлуатації.

Запитання для самоконтролю

1. Дайте поняття оптимізації, критерію оптимальності, оптимізуючих параметрів, обмежень.
2. Що включає постановка задач оптимізації?
3. У яких випадках застосовуються статистичні методи оптимізації?

Лекція 2. Статистичний аналіз даних.

Мета оптимізації технологічного процесу чи досліджень – є знаходження таких умов та правил проведення дослідів за яких вдається отримати надійну та достовірну інформацію про об'єкт з найменшою витратою праці, а також подати цю інформацію у компактній та зручній формі з кількісною оцінкою точності.

Коли ми визначимося з об'єктом, метою, критерієм оптимальності то постане завдання скласти цільову функцію.

Нехай властивість (Y) об'єкта, що нас цікавить, залежить від декількох (n) незалежних змінних (X_1, X_2, \dots, X_n) і ми хочемо з'ясувати характер цієї залежності - $Y=F(X_1, X_2, \dots, X_n)$, про яку ми маємо лише загальне уявлення. Величина Y – критерій оптимальності тобто функціональна залежність $Y=F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ будемо називати “функція відгуку”.

Критерій оптимальності має бути визначено кількісно але можуть траплятися і якісні ознаки Y . У цьому випадку можливе застосування рангового підходу. *Наприклад ранговий підхід використовують для оцінки студента на іспиті, коли одним числом оцінюється складний комплекс отриманих відомостей про знання студента.*

Незалежні змінні X_1, X_2, \dots, X_n – інакше фактори, які також повинні мати кількісну оцінку. Якщо використовуються якісні фактори, то кожному їх рівню має бути присвоєно якесь число. Важливо вибирати як чинники лише незалежні змінні, тобто тільки ті, які можна змінювати, не торкаючись

інших факторів. Чинники повинні бути однозначними. Діапазони зміни факторів задають ділянку визначення Y .

Геометричне уявлення функції відгуку факторному просторі X_1, X_2, \dots, X_n називається поверхнею відгуку (рисунок 1). Якщо досліджується вплив Y лише одного чинника X_1 , то перебування функції відгуку - досить просте завдання. Задавшись кількома значеннями цього фактору, в результаті дослідів одержуємо відповідні значення Y та графік $Y = F(X)$ (рисунок 2).

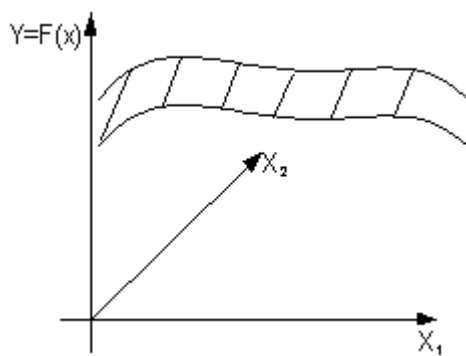


Рисунок 1 - Поверхня відгуку

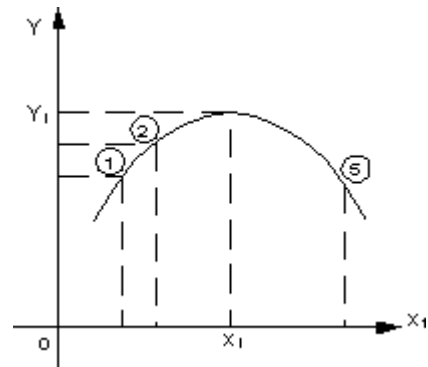


Рисунок 2 - Побудова функції відгуку однієї змінної за даними

Якщо факторів два, необхідно провести досліди при різних співвідношеннях цих факторів. Отриману функцію відгуку в 3-мірному просторі (рис. 1) можна аналізувати, проводячи ряд перерізів з фіксованими значеннями одного з факторів (рис. 3). Вичленовані графіки перерізів можна апроксимувати сукупністю математичних виразів.

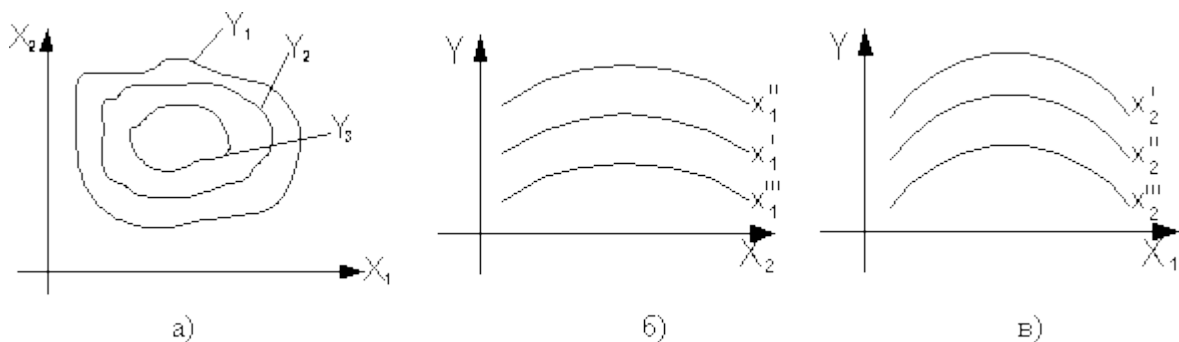


Рисунок 3 - Перетин поверхні відгуку при фіксованих відгуках (а) і змінних (б, в)

За трьох і більше факторів завдання стає практично нерозв'язним. Якщо й знайдено рішення, то використовувати сукупність висловів досить складно, та й не реально.

Для побудови ефективної математичної моделі доцільно провести попередній аналіз значущості факторів (ступеня впливу на функцію), їх ранжування та виключити малозначущі фактори. Зазвичай не існує готової функціональної залежності, а є масив даних який потрібно використати для аналізу об'єкта та створення цільової функції. Для цього використовують статистичний аналіз даних. Нині для статистичного аналізу існує багата кількість спеціалізованих пакетів програм, широко представлених програмних продуктів, таких як: StatGrafics, Statistica, SPSS, SYSTAT та вбудованих програмних продуктів таких як Пакет аналізу в Excel та інших.

Статистика - це точна наука, що вивчає методи збору, аналізу і обробки даних, які описують масові дії, явища і процеси. Дані, що вивчаються в статистиці, зачіпають не окремі об'єкти, а їх сукупності.

Методами статистичної обробки даних (результатів експерименту тощо) називаються математичні прийоми, формули, способи кількісних розрахунків, за допомогою яких дані які аналізуються можна узагальнювати, виявляти приховані закономірності та отримувати функціональні залежності. Головна мета будь-якого статистичного методу - представити кількісні дані в систематизованій і стислій формі для полегшення розуміння великої кількості цифрової інформації.

Методи статистичного аналізу умовно поділяють на:

- первинні. Це методи, за допомогою яких можна отримати показники, що безпосередньо відображають результати отриманих в експерименті вимірювань тобто визначення:

- а) середньої арифметичної,
- б) дисперсії,
- в) моди
- г) медіани

- вторинні. Це методи статистичної обробки, за допомогою яких на базі первинних даних виявляють приховані в них статистичні закономірності тобто:

- а) кореляційний аналіз,
- б) регресійний аналіз,
- в) факторний аналіз,
- г) методи порівняння первинних даних двох або декількох вибірок.

Для аналізу об'єкта чи системи з набору даних вибирають певну частину або всі дані для спільного вивчення і називають ці дані генеральною сукупністю або вибіркою. Загальну суму членів генеральної сукупності називають її обсягом. Обсяг генеральної сукупності нічим не обмежений, тобто генеральну сукупність представляють як нескінченно велику безліч відносно однорідних одиниць або членів, що складають її зміст. Обсяг вибірки може бути і великим, і малим, але він не може містити менше двох одиниць.

Для аналізу вибірки часто використовують «Пакет аналізу», який знаходиться в Excel та представлено основними інструментами аналізу:

- Описова статистика.
- Кореляція.
- Регресія.
- Вибірка.
- Гістограма.
- Генерація випадкових чисел та інше.

Описова статистика. Засіб аналізу "Описова статистика" використовується для створення одномірного статистичного звіту, який містить інформацію про центральну тенденцію та мінливість даних початкового діапазону. Описова статистика включає

- Середнє - про найбільш очікуване значення яке рівне сумі всіх значень розподілу, поділене на їхню кількість.

- Стандартна похибка показує, наскільки вибіркове середнє відрізняється від середнього генеральної сукупності

- Медіана - – значення ознаки, яке міститься посередині впорядкованого щодо зростання варіаційного ряду. Значення медіани для інтервального варіаційного ряду; це варіанта, яка припадає насередину упорядкованого ряду розподілу і ділить його на дві рівні за обсягом частини,

- Мода. Мода говорить про значення, що найбільш часто зустрічається у ряді розподілу; найпоширеніше значення ознаки, тобто варіанта, який у ряді розподілу має найбільшу частоту.

- Стандартне відхилення дорівнює квадратному кореню, який витягується з дисперсії, і позначається тим же знаком, тільки без квадрата (σ). Ця величина в ряді випадків виявляється більш зручною характеристикою варіювання, ніж дисперсія, так як виражається в тих же одиницях, що і середня арифметична величина.

- Дисперсія вибірки як статистична величина характеризує, наскільки приватні значення відхиляються від середньої величини в даній вибірці. Чим більша дисперсія, тим більше відхилення або розкид даних.

- Ексцес – відображає ступінь зосередженості елементів сукупності навколо центра розподілу. Якщо значення ексцесу близьке до нуля, то форма розподілу близька до нормального.

- Асиметрія відносно відхилення, яке характеризує напрям і міру скошеності в середині розподілу, тобто в який бік відносно середнього зміщені більшість значень розподілу. Нульове значення асиметрії вказує симетричність розподілу відносно середнього значення. Позитивна асиметрія вказує на здвиг розподілу в бік менших значень, а негативна – в бік більших значень. У більшості випадків за нормальний приймається розподіл з асиметрією, яка полягає в межах від e^{-1} до e^{+1} потребують високого рівня точності результатів, нормальним вважається розподіл з асиметрією, яка за модулем не перевищує 2.

- Розмах – це різниця між максимальним і мінімальним значенням ознаки

- Мінімум – найменше значення вибірки
- Максимум – найбільше значення вибірки
- Сума - кількість елементів вибірки

Кореляція – це залежність між випадковими величинами, що має імовірнісний (статистичний) характер.

Коефіцієнт кореляції є мірою, яка показує дві речі: ступінь зв'язку двох змінних і напрямок цього зв'язку (прямий або зворотний зв'язок). Коефіцієнт кореляції масштабується так, що його значення не залежить від одиниць, у яких виражаються дві змінні вимірювання. *(Типовий приклад якщо дві змінні вимірювання мають вагу і висоту, значення коефіцієнта кореляції не зміниться, якщо товщина перетворюється з фунтів на кілограм також)* Значення будь-якого коефіцієнта кореляції має бути в межах від -1 до +1 включно. У разі повної позитивної кореляції цей коефіцієнт дорівнює плюс 1, а при повній негативній - мінус 1.

Кореляційний аналіз – це метод, який дозволяє визначити, чи є зв'язок між випадковими змінними та який він і наскільки сильний. Кореляційний аналіз дає можливість установити, чи асоційовані набори даних за величиною, тобто більші значення з одного набору даних співвідносяться з більшими значеннями другого набору (позитивна кореляція), чи навпаки, малі значення одного набору даних співвідносяться з більшими значеннями другого набору (негативна кореляція), або дані двох діапазонів не співвідносяться (нульова кореляція).

Кореляційний аналіз дозволяє досліднику:

1) вибрати з урахуванням специфіки і природи аналізованих змінних відповідний інструмент для вимірювання тісноти статистичного зв'язку (коефіцієнт кореляції, кореляційне відношення, ранговий коефіцієнт кореляції тощо);

- 2) оцінити знайдене за наявними вибірковими даними, його числове значення за допомогою точкової та інтервальних оцінок;
- 3) перевірити гіпотезу про те, що отримане значення аналізованого вимірювача зв'язку дійсно свідчить про наявність статистичного зв'язку, тобто перевірити досліджувану кореляційну характеристику на статистично значущу відмінну від нуля;
- 4) визначити структуру зав'язків між компонентами досліджувані багатовимірної ознаки, зіставивши кожній парі відповідь: зв'язок є чи немає .

При вивченні кореляцій намагаються встановити, чи існує якийсь зв'язок між двома показниками в одній вибірці і якщо цей зв'язок існує, то чи супроводжується збільшення одного показника зростанням (позитивна кореляція) або зменшенням (негативна кореляція) іншого рисунок 4 [1].

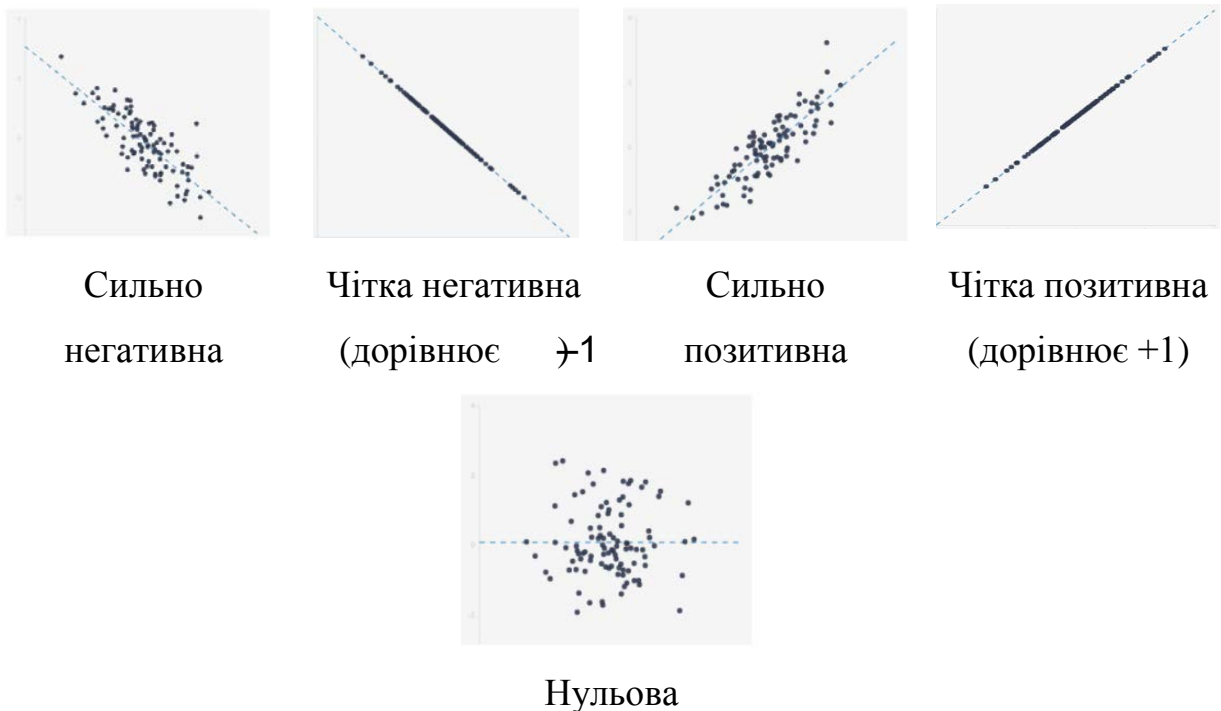


Рисунок 4 - Візуалізація кореляції

Якщо оцінювати інтенсивність зв'язку, то він розглядається за модулем за такими межами:

- від 0 до 0,3 відсутній;
- від 0,3 до 0,5 слабкий;

- від 0,5 до 0,7 середній;
- від 0,7 до 1 сильний.

Типовий приклад якщо величина коефіцієнта кореляції між змінними дорівнює -0,36, то це слабка негативна кореляція, і швидше за все ми не будемо приймати її до уваги; якщо величина коефіцієнта кореляції дорівнює 0 - змінні не пов'язані між собою; якщо величина коефіцієнта кореляції між змінними дорівнює 0,25 то це дуже слабка кореляція і в більшості випадків ми не беремо її до уваги; якщо величина коефіцієнта кореляції між змінними дорівнює 0,75 то це висока кореляція і в своїх інтерпретаціях нам варто звернути на неї увагу; а ось якщо величина коефіцієнта кореляції дорівнює 1 – змінні повністю взаємопов'язані.

Якщо матриця парних коефіцієнтів кореляції вказує на відсутність між змінними (параметрами) лінійного зв'язку, тобто відсутня мультиколінеарність. **Мультиколінеарність** – це лінійна залежність між незалежними змінними (факторами), вона не дає можливості визначити вплив кожного з них на результативну ознаку.

Існують два різні способи кореляційного аналізу: параметричний метод розрахунку коефіцієнта Браує-Пірсона і обчислення коефіцієнта кореляції рангів Спірмена, який є непараметричним.

Функція відгуку $Y=f(x_1, \dots, x_n)$ може бути записана у поліноміальному вигляді. Для цього використовують регресійний аналіз.

Регресія – це вимірювання одностороннього стохастичного зв'язку між параметрами і результативними ознаками.

Класифікація видів регресії:

- За числом змінних: проста (парна) і множинна (багатофакторна).
- Відносно форми залежності, моделі поділяють на: лінійну та нелінійну:
 - 1) лінійна регресія (зміна x призводить до відносно рівномірної зміни y) і знаходяться методом найменших квадратів;
 - 2) нелінійна регресія:
 - степенева;
 - гіпербола;
 - парабола.

Завданням дослідження складних систем і процесів є встановлення типу зв'язку між вихідними та вхідними змінними та мати функціональну залежність. Саме розв'язанням таких завдань займиться регресійний аналіз

Регресійний аналіз дає математичний опис залежності між змінними, побудована модель дозволяє отримувати прогнози й оцінювати вплив факторних ознак на результативну.

Класичний регресійний аналіз включає методи побудови математичних моделей досліджуваних систем, методи визначення параметрів цих моделей і перевірки їх адекватності. Припускають також, що всі змінні вимірюються у неперервних числових шкалах.

Засіб регресивного аналізу виконує лінійний регресивний аналіз за допомогою методу "найменших квадратів", щоб вмістити лінію через набір спостережень. Ви можете проаналізувати, як на одну залежну змінну впливають значення однієї або кількох незалежних змінних.

Важливою проблемою, яка виникає при оцінюванні параметрів регресійних моделей, є наявність грубих помилок серед набору аналізованих даних. Ці помилки можуть виникати внаслідок неправильних дій дослідника, збоїв у роботі апаратури, неконтрольованих короткотривалих сильних зовнішніх впливів на досліджувану систему тощо. У таких випадках використовують два підходи, що дають змогу зменшити вплив грубих помилок на результати аналізу. У першому з них розробляють критерії та алгоритми пошуку помилкових даних. Потім ці дані відкидають. У другому підході розробляють алгоритми аналізу, які є нечутливими до наявних помилкових даних. У таких алгоритмах, як критерій оптимальності, часто використовують мінімум суми модулів похибок, або мінімум максимального модуля похибки [2].

Етапи регресійного аналізу

1. Постановчий етап – визначення об'єкта дослідження кінцевої мети моделювання, сукупності факторів і показників, які найбільше характеризують модель, їх роль та місце в дослідженні процесів.

2. Інформаційний етап – сутності досліджуваного процесу, формулювання та формалізація інформаційної бази моделі щодо достатньої кількості одиниць у сукупності (чим більше даних для аналізу тим точніше отримати функціональну залежність). Мінімальна кількість – 10.

3. Формалізаційний етап – прийняття гіпотези взаємозв'язку, вибір загального виду моделі, специфікація зв'язків у рівняннях.

4. Кореляційний етап – визначає, який зв'язок між досліджуваними змінними його структури, форми та щільності.

Якщо виникла мультиколінеарність то є:

1. Помилкове включення в рівняння двох і більше лінійно залежних змінних.

2. Два або більше фактори, які в нормальній ситуації слабокорелюють, стають у конкретних умовах вибірки сильно корельованими.

3. У модель включається змінна, що сильно корелює із залежною змінною (результативною ознакою), вплив інших факторів становиться незначним – це домінантна змінна.

Наслідки мультиколінеарності:

1. Оцінки коефіцієнтів залишаються незміщеними.

2. Стандартні похибки коефіцієнтів збільшуються.

3. Розрахунок t-статистики занижений.

4. Оцінки втрачають стійкість до зміни специфікації і зміни окремих спостережень (втрачається стійкість моделі). Загальна якість рівняння, а також оцінки змінних, не пов'язаних із мультиколінеарністю, залишаються незмінними.

Хоча надійних методів тестування мультиколінеарності не існує, треба запам'ятати декілька її ознак:

1) незначні зміни у вихідних даних (наприклад, додавання нових даних) призводять до істотних змін оцінок коефіцієнтів регресії;

2) високе значення коефіцієнта детермінації за незначущості параметрів за t-статистикою Стьюдента;

3) у моделі між двома екзогенними змінними – велике значення парного коефіцієнта кореляції.

Усі ці ознаки мультиколінеарності мають один спільний недолік: жодна з них чітко не розмежовує випадки, коли мультиколінеарність істотна і коли нею можна знехтувати. Для усунення ознаки мультиколінеарності обираємо наступні напрями:

- 1) використати додаткову або первинну інформацію;
- 2) об'єднати інформацію;
- 3) відкинути змінну з високою кореляцією;
- 4) перетворити дані;
- 5) збільшити обсяг спостережень;
- 6) перетворити мультиколінеарні змінні, а саме: використати нелінійні форми, лінійні комбінації декількох змінних, перші різниці замість самих змінних.

5. Параметричний етап (знаходження рівняння регресії) – визначення загального виду, структури зв'язків між фактором та параметрами у вигляді певної функції. На цьому етапі будують рівняння регресії.

6. Проблемний етап – аналіз моделі на відсутність мультиколінеарності, гетероскедастичності та автокореляції, їх усунення у разі виявлення.

Мультиколінеарність діагностується у разі аналізу матриці парних коефіцієнтів кореляції. Гетероскедастичність – це змінність дисперсії вільного члена, виникає у разі перехресної вибірки, рідше – у час тобто у системі наявні різні дисперсії помилок. Аналіз графіків залишків є одним із методів вимірювання гетероскедастичності в моделі. Автокореляція – це залежність випадкового члена ряду спостереження від минулих значень.

Після отримання рівняння регресії перевіряють його адекватність на етапі ідентифікації за критеріями коефіцієнту детермінації, стандартної похибки, розрахункового значення t-статистики, P-значення та інші.

7. Ідентифікаційний етап – аналіз достовірності оцінок невідомих параметрів, що входять у регресійну модель.

У дисперсійному аналізі оцінюється коефіцієнтом детермінації, якщо коефіцієнт детермінації дорівнює нулю то залежність параметрів від фактору, що аналізується відсутня тобто параметри не впливають на обраний фактор, якщо коефіцієнт детермінації дорівнює одиниці то в системі існує функціональний зв'язок.

Стандартна похибка – це оцінка середнього квадратичного відхилення коефіцієнта регресії від його істинного значення. Коефіцієнт буде значимим, якщо є достатня ймовірність, що його істинне значення відрізняється від нуля. Якщо характеризують різні моделі з високим значенням коефіцієнта детермінації обирають для прогнозу ту, в якій стандартна похибка менша:

Розраховане значення t-статистики Стьюдента дає можливість оцінити параметри моделі. Вона порівнює значення коефіцієнта з його стандартною похибкою. Порядок перевірки значимості коефіцієнта за t-статистикою:

1. Обираємо рівень значимості (1 % або 5 %).
2. Розраховуємо кількість ступенів свободи.
3. За таблицею розподілу Стьюдента визначаємо критичне значення.
4. Якщо розраховане значення t-статистики за модулем (за абсолютною величиною) більше табличного значення, то розраховані коефіцієнти рівняння є істотними для обраного рівня значимості в іншому випадку коефіцієнти неістотні. Також якщо t-статистика розрахована значно більша за критичне табличне значення за всіма параметрами, модель адекватна. Для перевірки адекватності параметрів можна застосовувати значимість оцінок t-статистики Стьюдента. Порівнюючи р-значення з рівнем значущості 0,05, маємо: якщо р-значення більше або дорівнює 0,05, то коефіцієнт рівняння регресії незначущий, і навпаки.

8. Верифікація моделі – зіставлення реальних і розрахункових даних, перевірка адекватності моделі, оцінка точності та стійкості отриманих рівнянь зв'язку, побудова прогнозів та сценаріїв розвитку.

Після проходження всіх етапів регресійного аналізу отримують рівняння залежності функції відгуку від факторів і роблять висновок (*Наприклад: модель стійка, якість моделі не погіршилася, усі якісні характеристики вказують на адекватність регресійної моделі*).

Вибірка (n) – частина генеральної сукупності, випадково відібрана для дослідження з метою отримання висновків про властивості генеральної сукупності. Створює вибірку з генеральної сукупності шляхом розгляду початкового діапазону як генеральної сукупності. Крім того, якщо припускається періодичність вхідних даних, можна створити вибірку, яка містить значення тільки з однієї частини циклу. *Наприклад, якщо початковий діапазон містить дані для квартальних продажів, створення вибірки з періодом 4 розташує в початковому діапазоні значення продажів з одного й того самого кварталу.*

Гістограмою частот називають ступінчасту фігуру, яка складається з прямокутників, основами яких є часткові інтервали варіант довжиною , а висоти дорівнюють частотам або частотам інтервалів. Гістограма – це стовпчикова діаграма частот, а не даних. Засіб аналізу "Гістограма" використовується для обчислення окремих та кумулятивних частот для діапазону даних клітинки та елементах даних. Повертаються дані для кількості появ певного значення у наборі даних.

Генерація випадкових чисел - Використовується для заповнення діапазону випадковими числами, здобутими з одного або декількох розподілів. За допомогою цього засобу можна характеризувати елементи сукупності за законом імовірностей. *Наприклад, можна використовувати нормальний розподіл для моделювання сукупності даних зросту осіб, або скористатися розподілом Бернуллі для двох ймовірних результатів, щоб описати сукупність результатів підкидання монети.*

Запитання для самоконтролю

1. У яких випадках вдаються до побудови статистичних моделей?
2. Наведіть два види експерименту, які використовуються для побудови

статистичні моделі.

3. Навіщо проводять кореляційний аналіз?
4. Якою є основна характеристика кореляційного аналізу?
5. Яка сутність регресійного аналізу?
6. Перерахуйте види регресії, наведіть приклади.
7. Назвіть метод, який застосовується для оцінки коефіцієнтів рівняння регресії.
8. Яка послідовність статистичного (регресійного) аналізу?

Лекція 3. Основні положення теорії планування експерименту

Основні поняття та визначення

Під експериментом розумітимемо сукупність операцій, що здійснюються над об'єктом дослідження з метою отримання інформації про його властивості. Експеримент, у якому дослідник на власний розсуд може змінювати умови його проведення, називається активним експериментом. Якщо дослідник неспроможна самотійно змінювати умови проведення, лише реєструє їх, це пасивний експеримент.

Найважливішим завданням методів обробки отриманої під час експерименту інформації завдання побудови математичної моделі досліджуваного явища, процесу, об'єкта. Її можна використовувати і при аналізі процесів та при проектуванні об'єктів. Можна отримати добре апроксимуючу математичну модель, якщо цілеспрямовано застосовується активний експеримент. Іншим завданням обробки отриманої під час експерименту інформації завдання оптимізації, тобто знаходження такої комбінації незалежних змінних, що впливають, при якій обраний показник оптимальності набуває екстремального значення.

Планування експерименту – вибір плану експерименту, що задовольняє заданим вимогам, сукупність дій спрямованих розробку стратегії експериментування (від отримання апріорної інформації до отримання

працездатної математичної моделі чи визначення оптимальних умов). Це цілеспрямоване управління експериментом, що реалізується в умовах неповного знання механізму явища, що вивчається.

У процесі вимірювань, подальшої обробки даних, а також формалізації результатів у вигляді математичної моделі, виникають похибки і втрачається частина інформації, що міститься у вихідних даних. Застосування методів планування експерименту дозволяє визначити похибку математичної моделі та судити про її адекватність. Якщо точність моделі виявляється недостатньою, то застосування методів планування експерименту дозволяє модернізувати математичну модель з проведенням додаткових дослідів без втрати попередньої інформації та з мінімальними витратами.

Теорія планування експерименту (ТПЕ) охоплює майже всі варіанти дослідження об'єктів і розглядає такі типові завдання експериментального дослідження:

- пошук значень параметрів системи, що забезпечують досягнення оптимального значення показника якості об'єкта, що досліджується при відомих обмеженнях. ТПЕ пропонує таку послідовність проведення дослідів, яка дозволяє застосувати методи пошуку при апріорно невідомій функції, яка зв'язує показник якості з параметрами системи;

- наближений аналітичний опис функціонального зв'язку показників з параметрами системи. ТПЕ дає можливість оцінити внесок кожного параметра, тобто приблизно відновити закон функціонування об'єкта за експериментальними даними. Отриманий аналітичний опис об'єкта можна використовувати для попереднього дослідження варіантів системи;

- оцінка диференціального впливу рівнів параметрів системи. Таке завдання виникає у разі, коли параметри системи є за своєю природою якісними або коли кількісні параметри можуть набувати невеликої кількості різних значень.

Наприклад за допомогою ТПЕ вирішують задачі:

- випробування зразків техніки. Планування має дозволити оцінити ступінь відповідності показників якості зразків заданим вимогам за мінімального обсягу випробувань;

- відсівають експерименти. Призначені виявити параметри, які незначно впливають на показник якості системи. Відповідні плани застосовують на початкових етапах дослідження, коли немає конкретних відомостей щодо впливу тих чи інших параметрів. Відсіювання несуттєвих факторів знижує трудомісткість розв'язання задач оптимізації або наближеного аналітичного опису системи;

- адаптивне планування. Застосовується в умовах управління технологічним процесом, коли система весь час має пристосовуватися до конкретних умов функціонування, а можливо, і передбачати розвиток процесу.

Доцільність застосування ТПЕ тим вища чим складніша досліджувана система.

У ТПЕ об'єкт, що досліджується (реальний об'єкт, модель об'єкта) розглядається як "чорна скринька", що має входи X (керовані незалежні параметри) і виходи Y .

Змінні X прийнято називати *факторами*. ТПЕ вивчає лише активний тип експериментів, коли є можливість незалежно та цілеспрямовано змінювати значення факторів X у всьому необхідному діапазоні. Змінним X можна порівняти з поняттям *факторного простору* – простору, координатні осі якого відповідають значенням факторів. Сукупність конкретних значень всіх чинників утворює точку багатовимірному факторному просторі. Крім того, потрібно не забувати що на об'єкт можуть впливати і випадкові фактори які не піддаються управлінню.

Часто у ТПЕ використовують нормалізацію чинників, тобто перетворення натуральних значень факторів на безрозмірні (кодовані) величини. Перехід до безрозмірних значень x_i визначається перетворенням

$$x_i = (X_i - X_{i0}) / \Delta X_i, \quad (1.1)$$

де X_i – натуральне значення фактору, X_{i0} – натуральне значення основного рівня фактору, що відповідає нулю у безрозмірній шкалі, ΔX_i – інтервал варіювання. Сукупність основних рівнів всіх факторів є крапкою у просторі

параметрів, яку називають центральною точкою плану чи центром експерименту. З геометричної точки зору нормалізація факторів рівноцінна лінійному перетворенню простору факторів, при якому проводяться дві операції: перенесення початку координат у точку, що відповідає значенням основних рівнів факторів; стиск – розтяг простору у напрямі координатних осей.

План експерименту задає сукупність даних, що визначають кількість, умови та порядок реалізації дослідів. *Досвід* становить елементарну частину експерименту та передбачає відтворення досліджуваного явища у конкретних умовах з подальшою реєстрацією результату. В умовах випадковості в тих самих умовах проводяться паралельні (повторні) досліди на користь отримання статистично стійких результатів. Досвід u передбачає завдання конкретних значень факторів $\mathbf{X}_u = X_{1u}, X_{2u}, \dots, X_{ku}$, а сукупність значень факторів у всіх N точках плану експерименту утворює матрицю планує. Рядки матриці відповідають дослідом, стовпці – факторам, елемент матриці X_{iz} задає значення z -го фактора в i -му досвіді.

Вектор \mathbf{Y} називається *відгуком*. У ТПЕ зазвичай вивчається ситуація, у якій вектор відгуку \mathbf{Y} складається з одного елемента Y . За наявності кількох складових вектора \mathbf{Y} кожен з них можна досліджувати окремо. Залежність відгуку від факторів носить назву *функції відгуку*, а геометричне уявлення функції відгуку - *поверхні відгуку*. Функція відгуку розглядається як показник якості чи ефективності об'єкта. Цей показник є функцією параметрів – чинників. Функції відгуку відповідає лінійної за параметрами моделі регресійного аналізу, тобто функція відгуку є лінійна комбінація базових функцій від чинників. Формуючи спеціальним чином матрицю плану, можна отримати незалежні значення.

Отже, завдання полягає у визначенні загальної форми запису функції відгуку Y . Найчастіше вид цієї функції, одержуваний з теоретичних міркувань, є складним для практичного застосування, а за неповного знання об'єкта взагалі невідомий. За даними причин функцію доцільно подати в

універсальному, зручному для практичного застосування вигляді, чому відповідає подання у вигляді полінома. Тоді системою базисних функцій є сукупність статечних функцій із цілими невід'ємними значеннями показників ступеня. Поліноміальна форма подання функції відгуку набуде вигляду

$$(1.2)$$

де ε – випадкова величина, що характеризує помилку досвіду.

Така функція відгуку лінійна щодо невідомих коефіцієнтів і повністю визначена, якщо задані ступінь полінома і коефіцієнти. Ступінь полінома зазвичай задається дослідником апріорно і уточнюється під час дослідження. На практиці найбільшого поширення набули поліноми першого та другого порядку, відповідно лінійні та квадратичні моделі. Коефіцієнти полінома прийнято називати *ефектами факторів*.

Іноді функцію відгуку доцільно подати в іншому вигляді, наприклад, у вигляді статечної функції, оскільки досягнення заданої точності вимагає застосування високого полінома порядку. Однак використання функцій, нелінійних щодо невідомих параметрів, ускладнює обчислення, ускладнює оцінку їх властивостей. У деяких випадках завдання можна спростити шляхом штучного перетворення нелінійної функції на лінійну. При цьому потрібне відповідне перетворення та результатів експериментів.

Застосування ТПЕ засноване на низці припущень:

- функція відгуку містить у своєму складі невинякову та винякову складову. Це вимагає багаторазового повторення дослідів в одних і тих же умовах з метою отримання статистично стійких результатів. Оцінки типових показників формуються шляхом усереднення результатів спостережень. Тому за досить велику кількість спостережень вважатимуться, що випадкова складова розподілена за нормальним законом із нульовим математичним очікуванням, що дозволяє отримати незміщену оцінку математичного очікування функції відгуку у конкретній точці плану. Будемо також вважати, що величина має дисперсію, яка не залежить від значень факторів. Інакше

висловлюючись, результати, отримані шляхом усереднення повторних дослідів у кожному точці плану, є незалежні, нормально розподілені випадкові величини;

- фактори X_1, X_2, \dots, X_k вимірюються з малою помилкою в порівнянні з помилкою у визначенні величини Y . Помилка у визначенні значення функції відгуку пояснюється не стільки похибкою вимірювань, скільки впливом на результат роботи системи неврахованих або випадкових факторів, що формується при статистичному моделюванні;

- дисперсії середнього значення функції відгуку у різних точках рівні один одному (вибіркові оцінки дисперсії однорідні). Це означає, що при багаторазових повторних спостереженнях, оцінка дисперсії середнього значення, що отримується, не буде відрізнятися від оцінки дисперсії, отриманої при багаторазових спостереженнях для будь-якого іншого набору значень незалежних змінних.

Зазначені припущення дозволяють використовувати для розрахунків коефіцієнтів полінома методом найменших квадратів (МНК), який дає ефективні та незміщені оцінки коефіцієнтів та забезпечує простоту проведення самих розрахунків. Застосування МНК вимагає дотримання нормального розподілу результатів спостереження. Цей метод у будь-якому випадку дає рішення, що мінімізує суму квадратів відхилень результатів спостереження від значень функції відгуку. Природно, що точність оцінок коефіцієнтів функції відгуку підвищується зі збільшенням числа дослідів, якими обчислюються коефіцієнти.

Критерії оптимальності та типи планів

Критерії оптимальності планів поділяються на дві основні групи. До першої групи відносять критерії, пов'язані з помилками оцінок коефіцієнтів, а до другої з помилкою оцінки поверхні відгуку.

Критерії першої групи становлять інтерес до задач оптимізації, виділення домінуючих (найбільш значущих) параметрів на початкових етапах

вирішення оптимізаційних задач або виявлення несуттєвих параметрів у задачах відновлення закономірності функціонування об'єкта.

У плані критерію *D*-оптимальності, ефекти факторів є максимально незалежними один від одного. Цей план мінімізує очікувану помилку передбачення функції відгуку. Критерію *A*-оптимальності відповідає план із мінімальною сумарною дисперсією всіх коефіцієнтів. Критерію *E*-оптимальності – план, у якому максимальна дисперсія коефіцієнтів буде мінімальною.

Вибір критерію залежить від завдання дослідження, так щодо впливу окремих чинників на поведінку об'єкта застосовують критерій *E*-оптимальності, а пошуку оптимуму функції відгуку – *D*-оптимальності. Якщо побудова *D*-оптимального плану викликає труднощі, можна перейти до *A* - оптимального плану, побудова якого здійснюється простіше.

Критерії другої групи використовуються при розв'язанні задач опису поверхні відгуку, визначення обмежень на значення параметрів. Основним тут є критерій *G*-оптимальності, який дозволяє побудувати план із мінімальним значенням найбільшої помилки в описі функції відгуку. Застосування *G*-оптимального плану дає впевненість у тому, що в області планування немає точок із надмірно великою помилкою опису функції.

Серед усіх класів планів основна увага у практичній роботі приділяється ортогональним та ротатабельним планам.

Ортогональним називається план, для якого виконується умова парної ортогональності стовпців матриці планування, зокрема для незалежних змінних, де N – кількість точок плану експерименту, k – кількість незалежних факторів. При ортогональному плануванні коефіцієнти полінома визначаються незалежно друг від друга бо при викресленні чи додаванні додатків функції відгуку змінює значення інших коефіцієнтів полінома. Для ортогональних планів напрями осей збігаються з напрями координат простору параметрів.

Використання *ротатабельних* планів забезпечує будь-якого напрямки від центру експерименту рівнозначність точності оцінки функції відгуку (постійність дисперсії передбачення) рівних відстанях від центру експерименту. Це особливо важливо під час вирішення завдань пошуку оптимальних значень параметрів, оскільки дослідник на початку експериментів не знає напрям пошуку і тому прагне прийняти план, точність якого однакова у всіх напрямках. У ряді випадків при дослідженні поверхні відгуку потрібна *уніморфність* моделі, а саме дотримання сталості значень дисперсії помилки в деякій області навколо центру експерименту. Виконання такої вимоги доцільно у випадках, коли дослідник не знає точно розташування області поверхні відгуку з оптимальними значеннями параметрів. Вказана область буде визначена на основі спрощеної моделі, одержаної за результатами експериментів.

По співвідношенню між кількістю невідомих параметрів моделі, що оцінюються, і кількістю точок плану експерименту всі плани поділяються на три класи: *ненасичені* – кількість параметрів менша за кількість точок плану; *насичені* – обидві величини однакові; *наднасичені* – кількість параметрів більша за точку плану. Метод найменших квадратів застосовують тільки при ненасиченому та насиченому плануванні, і він не застосовується для наднасиченого планування.

Для деяких планів важливу роль відіграє властивість *композиційності*. Так, композиційні плани для побудови поліномів другого порядку одержують додаванням деяких точок до планів формування лінійних функцій. Це дає можливість у завданнях дослідження спочатку спробувати побудувати лінійну модель, а потім при необхідності, додавши спостереження, перейти до моделей другого порядку, використовуючи раніше отримані результати і зберігаючи при цьому певну властивість плану, наприклад, його ортогональність.

Між критеріями оптимальності та методами побудови оптимальних планів експериментів існує жорсткий зв'язок. Побудова планів здійснюється

або з використанням каталогів планів або з використанням безпосередньо методів планування експериментів, що є непростим завданням і потребує досить високої кваліфікації дослідника в галузі ТПЕ.

Крім розглянутих критеріїв у плануванні експериментів цілком природно застосовується критерій мінімуму числа експериментів, тобто серед усіх планів бажано вибирати такий, що вимагає мінімальної кількості дослідів за дотримання вимог до якості оцінки функції або її параметрів.

Постановка задач оптимізації

Пошук оптимальних значень параметрів є одним із важливих завдань, які вирішуються при створенні нових технічних систем, управлінні виробництвом або технологічними процесами.

Завдання оптимізації полягає у знаходженні екстремуму функції відгуку в області допустимих значень параметрів. Щоб знайти екстремум, необхідно мати опис поверхні відгуку в інтервалах варіювання параметрів, що далеко не завжди вдається отримати виходячи з теоретичних міркувань, оскільки функція відгуку в аналітичному вигляді може бути невідома априорі.

Реалізація задачі оптимізації, заснована на застосуванні ТПЕ, як і будь-якого завдання експериментального дослідження, починається з визначення об'єкта аналізу, мети дослідження, вивчення сутності досліджуваного процесу, аналізу наявних ресурсів, можливості проведення експериментів з об'єктом, що вивчається, в необхідному діапазоні зміни факторів.

Об'єктом аналізу виступає заданий критерій ефективності досліджуваної системи, що розглядається як функція від істотних параметрів системи та зовнішнього середовища. Система може бути реальним фізичним об'єктом чи його модель – фізичну чи математичну (імітаційну, складну аналітичну).

Вивчення процесу функціонування об'єкта дозволяє виявити чинники, які суттєво впливають на функцію відгуку. Вибір суттєвих змінних потенційно визначає ступінь досягнення адекватності одержуваної моделі: відсутність у вихідному переліку суттєвих параметрів, та ще й довільно змінюються в ході експерименту, не дозволяє правильно вирішити задачу

оптимізації; включення несуттєвих параметрів ускладнює модель, що викликає значне збільшення обсягу експериментів, хоча за результатами дослідження несуттєвість відповідних параметрів буде виявлена.

Для кожної змінної слід визначити діапазон та характер зміни (безперервність чи дискретність). Обмеження на діапазон змін можуть мати принциповий чи технічний характер. Принципові обмеження чинників неможливо знайти порушені за будь-яких обставин. Ці обмеження задаються, виходячи з фізичних уявлень (наприклад, об'єм завжди має позитивне значення). Другий тип обмежень пов'язані з техніко-економічними міркуваннями, наприклад, з наявністю відповідного апаратного комплексу, прийнятої технологією.

Виділення області зміни факторів є не формальним завданням, а ґрунтується на досвіді дослідника. У межах області допустимих значень чинників необхідно виділити початкову область планування експерименту. Цей вибір включає визначення основного (нульового) рівня як вихідної точки побудови плану та інтервалів варіювання. Інтервал варіювання задає щодо основного рівня значення фактору, при яких будуть проводитись експерименти. Зазвичай інтервали є симетричними щодо центрального значення. Інтервал варіювання повинен відповідати двом обмеженням: його застосування не повинно призводити до виходу фактору за межі допустимих значень; він повинен бути більшим за похибку завдання значень фактору. У межах цих обмежень вибір конкретного значення є неформальною процедурою, що враховує орієнтовну інформацію про кривизну поверхні функції відгуку.

Чинник може бути керованим, тобто експериментатор може підтримувати постійне значення протягом усього досвіду. Для фактору необхідно вказати його конкретні значення та засоби контролю. Сам фактор має бути первинним, бо складно керувати фактором, який у свою чергу є функцією інших факторів. Для кожного фактору слід вказати точність його завдання та підтримки під час експерименту. Одночасна зміна факторів

передбачає їхню сумісність. Необхідно також забезпечити незалежність зміни кожного фактору, що означає можливість встановлення будь-якого значення фактору поза зв'язком зі значеннями інших факторів.

Мета дослідження, необхідна точність одержуваних результатів, наявні ресурси обмежують безліч допустимих моделей функції відгуку і відповідно визначають план проведення експериментів.

Повний факторний експеримент типу 2^k

Повний факторний експеримент (ПФЕ) - це експеримент, план якого містить всі можливі комбінації всіх факторів, що повторюються на кожному рівні однакове число разів.

Найбільш широко застосовується планування на двох рівнях, у якому число реалізацій становить два.

Знаходження регресійної моделі явища методом повного факторного експерименту включає наступні основні етапи:

1. Вибір основних факторів та інтервалів їх варіювання.
2. Упорядкування плану експерименту.
3. Виконання експериментального дослідження.
4. Перевірка відтворюваності дослідних даних.
5. Отримання регресійної моделі явища та перевірка статистичної значимості коефіцієнтів регресії.
6. Перевірка адекватності отриманої регресійної моделі.

Як фактори, що визначають досліджувані явища, вибираються незалежні змінні, які мають найбільший вплив на величину яку шукають.

Кожен фактор має певну межу зміни, всередині якої він приймає дискретне чи безперервне значення. Сукупність усіх значень, який може приймати даний фактор, є область визначення фактору. З цих значень дослідником обирається інтервал зміни параметрів, у яких ставиться дослідження. Цей інтервал повинен задовольняти умову отримання найкращих результатів.

Розмах варіювання факторів є різницею між *max* і *min* значеннями факторів у цьому плані.

Інтервалом варіювання факторів називається половина розмаху варіювання факторів

Основним рівнем факторів є натуральне значення фактору, відповідні нулю у безрозмірній шкалі. Додавання інтервалу до основного рівню дає верхній, а віднімання - нижній рівень факторів. З метою спрощення масштаби по осях вибираються так, щоб основний рівень відповідав нулю, верхній $+1$ а нижній -1 .

Математичні методи планування експериментів застосовні тільки у разі відтворюваності дослідів. Якщо для всіх рядків матриці виконано за однаковому числу дослідів m , то однорідність низки дисперсій (відтворюваність дослідів) перевіряється за допомогою критерію Кохрена (G-критерій). Якщо $G_{расч} < G_{табл}$, то досліді вважаються відтворюваними, а дисперсії S_i^2 однорідними.

Отримана регресійна модель явища зазнає статистичної оцінки. Перевірка значимості коефіцієнтів регресії проводиться у разі критерію Стьюдента (t-критерій), перевірка адекватності регресійної моделі критерію Фішера (F-критерій), а перевірка відтворюваності дослідних даних – за допомогою критерію Кохрена (G-критерій)

Якщо $t_{расч} > t_{табл}$ при заданому числі ступенів свободи та рівні значимості тоді коефіцієнт рівняння b_i визнається значущим, інакше це коефіцієнт незначний, і він може бути виключений з моделі без перерахунку інших коефіцієнтів.

Якщо $F_{расч} < F_{табл}$ при заданому рівні значущості, то отримане рівняння не дає необхідну якість апроксимації.

Якщо $F_{расч} > F_{табл}$, то отримане рівняння регресії задовільно апроксимує характер взаємодії вікторів.

Приклад використання повного факторного аналізу наведено [3, 4].

Дробовий факторний експеримент

Зі зростанням кількості факторів k число точок плану в ПФЕ зростає за показовою функцією 2^k . Плани ПФЕ дозволяють отримати незміщені оцінки градієнта функції відгуку в центральній точці, але у разі застосування лінійного полінома виявляються недостатньо ефективними за кількістю дослідів при значній кількості незалежних змінних, оскільки залишається занадто багато ступенів свободи на перевірку адекватності моделі. Наприклад, при $k = 5$ для перевірки адекватності лінійної моделі залишається 26 ступенів. Хоча велика кількість дослідів і призводить до суттєвого зниження похибки в оцінці коефіцієнтів, все ж таки така кількість ступенів свободи для перевірки адекватності є надмірною.

Таким чином, у випадках, коли використовуються лише лінійні наближення функції відгуку, кількість дослідів слід скоротити, використовуючи для планування так звані *регулярні дробові репліки* від ПФЕ, що містять відповідну кількість дослідів і зберігають основні властивості матриці планування. Репліка, що включає лише половину експериментів ПФЕ, називається *напівреплікою*, що включає четверту частину дослідів - *чвертреплікою* і т. п. Коротке позначення зазначених дробових реплік - 2^{k-2} .

Побудова регулярної дробової репліки або проведення *дробового факторного експерименту* (ДФЕ) типу 2^{k-p} передбачає відбір з множини k факторів $k - p$ основних, для яких будується план ПФЕ. Цей план доповнюється p стовпцями, які відповідають іншим чинникам. У дробових репліках p лінійні ефекти прирівняні до ефектів взаємодії. Тому саме така побудова матриці планування дозволяє забезпечити її симетричність, ортогональність і нормованість.

Правило винекнення кожного з p стовпців ДФЕ називають *генератором плану*. Кожному додатковому стовпчику відповідає свій генератор (для плану типу 2^{k-p} має бути задано p різних генераторів). Генератор задається як добуток основних факторів, що визначає значення елементів відповідного додаткового стовпця матриці планування. *Прикладом запису* генератора для

плану 2^{3-1} служить вираз $x_3 = x_1x_2$. Матриця планування ДФЕ типу 2^{k-p} містить $k + 1$ стовпець та $N = 2^{k-p}$ рядків.

Графічне зображення планів ПФЕ 2^3 та ДФЕ 2^{3-1} у факторному просторі (для трьох факторів - тривимірний простір) представлено на рисунку 5. План ПФЕ 2^3 представлений кубом із вісьмома вузлами (точками плану), а можливі плани ДФЕ 2^{3-1} – проєкціями цього куба на три площини. Тобто із восьми вузлів вибираються чотири (рис. 5, а). З куба можна також вибрати чотири точки з восьми, що не лежать в одній площині, та сформуванати план ДФЕ 2^{3-1} (рис. 5, б).

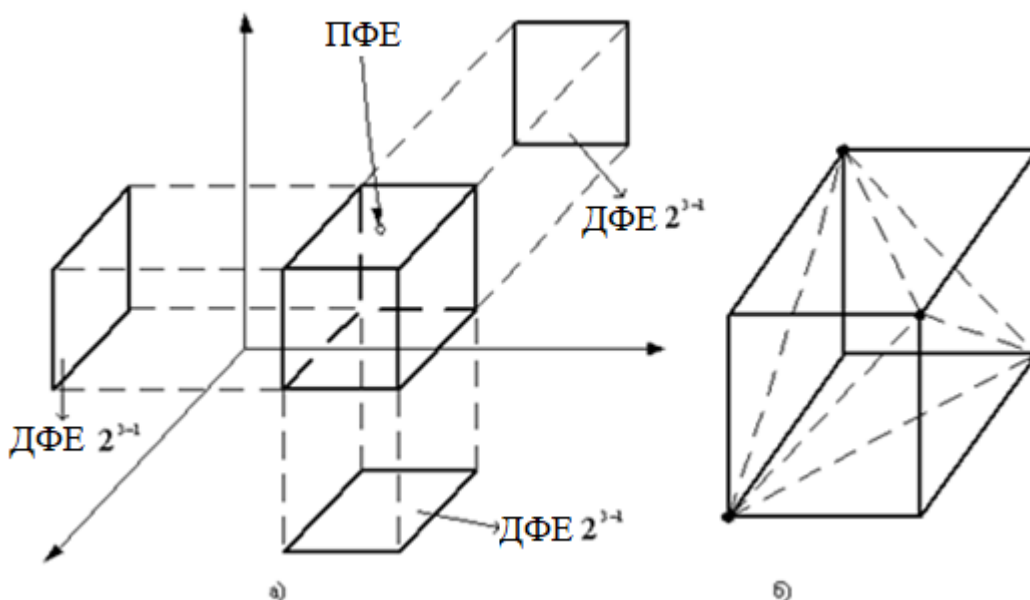


Рисунок 5 – Графічне зображення планів ПФЕ 2^3 та ДФЕ 2^{3-1} у факторному просторі

Також треба зазначити, що існує багата кількість планів для опису поверхні відгука, такі як композиційні, ортогональні, ротатабельні та інші з якими можна ознайомитися у відповідній літературі.

Запитання для самоконтролю

1. У чому полягає суть планування експерименту?
2. Навіщо будується матриця планування?
3. З якою метою проводиться кодовані змінні?

4. Завдяки чому полегшується розрахунок коефіцієнтів регресії?
5. У чому суть дробового факторного експерименту та його недоліки?
6. Перерахуйте основні етапи статистичного (регресійного) аналізу у повному та дробовому факторному експерименті.
7. У яких випадках розпочинають планування другого порядку?
8. Назвіть типи планів другого порядку.

Лекція 4. Аналітичні та численні методи знаходження оптимуму

Після знаходження функціональної залежності параметру від факторів необхідно знайти рішення функції тобто знайти оптимальне значення задачі бо основною задачею оптимізації є знаходження екстремуму (мінімум або максимум) функції критерію оптимальності. Знаходження екстремуму функції можливе різними методами. Методи пошуку оптимуму можна розділити на такі групи:

- аналітичні методи. Аналітичні методи є класичними методами пошуку екстремального значення функції (min або max). Вони використовуються в основному в тих випадках, коли відомий аналітичний вид оптимізується функції від незалежних змінних і число змінних невелике. Група аналітичних методів оптимізації поєднує аналітичний пошук екстремуму функції, метод множників Лагранжа, варіаційні методи та принцип максимуму. Аналітичний пошук екстремуму функції, незалежних змінних заданих без обмежень є найпростішим, але застосовується до задач, у яких оптимізована функція має аналітичний вираз, що диференціюється у всьому діапазоні дослідження.

методи математичного програмування. Методи *математичного програмування* використовуються в тих випадках, коли оптимізовані функції описуються лінійними рівняннями, функціями - поліномами, адитивними функціями. Вони зазвичай використовуються для вирішення завдань максимізації доходу при обмеженні ресурсів, оптимального використання обладнання, транспортних задач, оптимального керування багатостадійними

процесами. Група методів математичного програмування включає: лінійне програмування, нелінійне програмування та динамічне програмування. *Лінійне програмування* – метод для вирішення задач оптимізації з лінійними залежностями критерія оптимальності та лінійними обмеженнями на область змінних. Такі задачі вирішуються ітераційними методами. Ці методи використовуються при оптимальному плануванні виробництва за обмеженої кількості ресурсів, для транспортних завдань та інших. Методи *нелінійного програмування* поєднують різні способи вирішення задачі оптимізації: градієнтні, безградієнтні та випадкового пошуку. Спільним для методів нелінійного програмування є те, що їх використовують під час вирішення задач із нелінійними критеріями оптимальності. Усі методи нелінійного програмування – це чисельні методи пошукового типу. Суть їх полягає у визначенні набору незалежних змінних, що дають найбільше збільшення оптимізованої функції. Ця група методів застосовується як детермінованих, так і стохастичних процесів. *Динамічне програмування* – ефективний метод розв'язання задач оптимізації багатостадійних процесів. Метод передбачає розбивку аналізованого процесу на стадії (у часі чи просторі)- наприклад, вирішення задачі заміни обладнання. Розгляд задачі починається з останньої стадії процесу та оптимальний режим визначається постадійно.

Порівняльна характеристика методів оптимізації наведена у таблиці 1.

Аналітичний пошук екстремального значення цільової функції $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ зводиться до порівняння к нулю її похідних: $dF/dx_i = 0$ $i = 1, 2, \dots, n$.

Необхідні та достатні умови існування екстремуму функції однієї змінної

Необхідні умови існування екстремуму безперервної функції $F(x)$ (за відсутності обмежень) можуть бути отримані на підставі аналізу першої похідної dF/dx . Функція $F(x)$ може мати екстремальне значення у тих точках осі x , де похідна dF/dx_i дорівнює нулю чи немає.

На рисунку 6 а у точках \min та \max існує кінцевий розрив похідної dF/dx . На рисунку 6 б наведено випадок, коли в точках екстремуму значення

похідної звертається в нескінченність. Відбувається нескінченний розрив похідної, при якому її значення змінюється від $+\infty$ до $-\infty$ у т. x_1 і від $-\infty$ до $+\infty$ у т. x_2 . Рівність похідної нулю графічно означає, що дотична до кривої $F(x)$ у цій точці паралельно осі x (рис. 6 в). $dF/dx = 0$, відсутність похідної – це необхідні умови існування екстремуму.

Таблиця 1 – Порівняльна характеристика методів оптимізації

Характер процесу і задачі які вирішуються	Методи оптимізації
Процеси, які описуються диференціальними функціями	Методи оптимізації основані на класичному математичному аналізі
Процеси, які описуються диференціальними функціями з обмеженнями у вигляді рівнянь	Метод множників Лагранжа
Задачі пов'язані з розрахунком розподілених рівнянь	Принцип максимуму
Задачі оптимізації алгебраїчних функцій	Геометричне програмування
Задачі багатостадійних процесів	Динамічне програмування
Задачі виробничого характеру процеси яких описані лінійними функціями та лінійними обмеженнями	Лінійне програмування
Задачі пошуку лінійних та нелінійних функцій процеси яких пов'язані з перехресними зв'язками	Нелінійне програмування
Задачі оптимізації у яких відсутня детермінована модель, планування експерименту	Статистичні методи

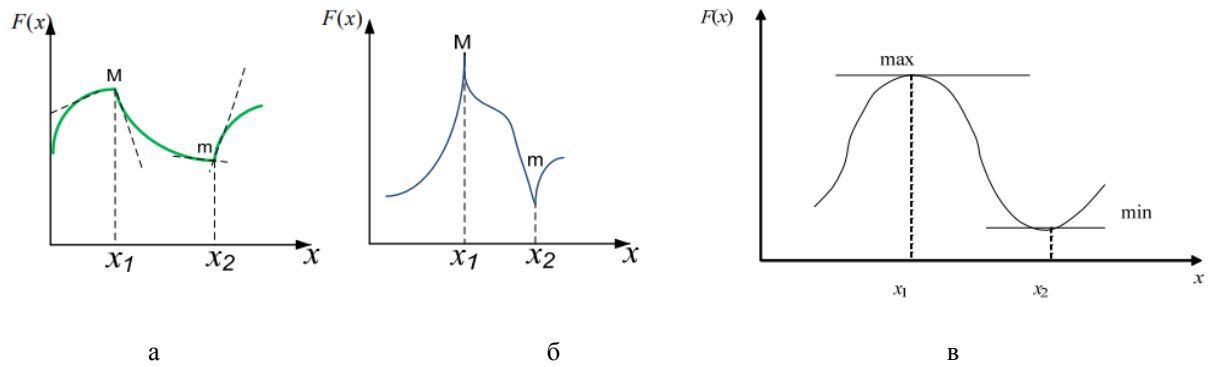


Рисунок 6 – Типи екстремумів

Але їх виконання не означає наявність екстремуму функції у цій точці (рис. 7).

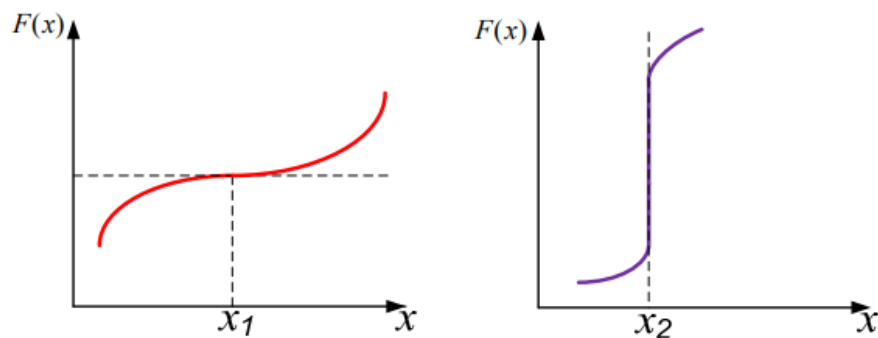


Рисунок 7 – Випадки відсутності екстремуму функції при виконанні необхідної умови існування

Для того щоб визначити, чи дійсно в точці існує екстремум, необхідно:

1. Порівняння значень функції.

Розраховують значення функції в точці, що підозрюється на екстремум, і в двох близьких точках – зліва та праворуч від неї ($x_i + \xi$ і $x_i - \xi$, де ξ – мала позитивна величина).

Якщо обидва значення $F(x_i + \xi)$ і $F(x_i - \xi)$ менші або більші за $F(x_i)$, то у точці x_i – максимум або мінімум відповідно. Якщо ж $F(x_i)$ має проміжне значення, то точці $F(x_i)$ немає екстремуму.

2. Порівняння похідних знаків.

Визначаються знаки похідних dF/dx у точках $(x_i + \xi)$ та $(x_i - \xi)$.

Якщо знаки різні, то точці x_i – екстремум [якщо знак змінюється з (+) на (–), то у точці x_i – максимум, якщо з (–) на (+) – мінімум]. Якщо знаки збігаються в точках $(x_i + \xi)$ та $(x_i - \xi)$, то точка x_i не є екстремальною.

3. Вивчення знаків вищих похідних.

Цей спосіб можна застосовувати, якщо в точках x_i (є підозра на екстремум) існують похідні вищих порядків. Обчислюється похідна другого порядку

Якщо

цикл розрахунку, подібний до попереднього. Розрахунок повторюється, доки не виконається умова $b - a \leq \epsilon$. Алгоритм методу та приклад обчислення наведено у [3, 4].

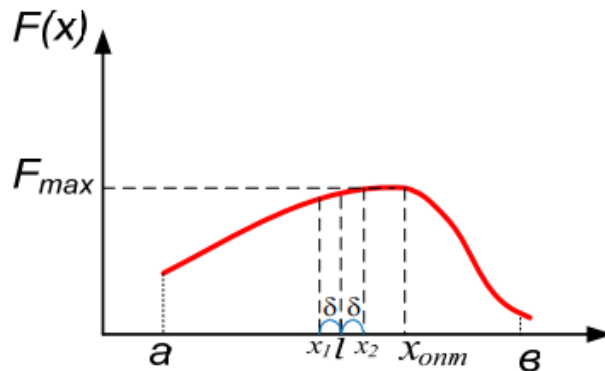


Рисунок 8 – Пошук оптимуму методом дихотомії

Метод золотого перетину

Одним із найбільш ефективних методів оптимізації, в яких при обмеженій кількості обчислень $F(x)$ досягається найкраща точність є метод золотого перетину. В основі даного методу лежить правило геометричного співвідношення: відношення довжини всього відрізка до більшої його частини дорівнює відношенню більшої його частини до меншої. Відрізок поділяється на дві не рівні частини які мають відношення 5/3: У цих точках обчислюються значення функції $F(x_1)$ і $F(x_2)$ і визначається новий інтервал, на якому локалізований екстремум (рисунок 9).

На відрізку $[a, x_1]$ максимуму не може бути (якщо функція унімодальна), тому цю частину відрізка відкидаємо, переносимо т. а в т. x_1 і розглядаємо новий відрізок $[a, b]$. У цьому відрізку вже є точка (x_2) , у якій розраховано значення $F(x_2)$. Точка x_2 відсікла від колишнього відрізка праворуч 38,2%, відсікає від нового (меншого) 61,8%. Таким чином, і на новому відрізку т. x_2 є точкою золотого перетину. Тепер її можна назвати точкою x_1 та додати на зменшеному відрізку лише одну – т. x_2 . Дана процедура триває до досягнення заданого ступеня точності: $b-a \leq \epsilon$.

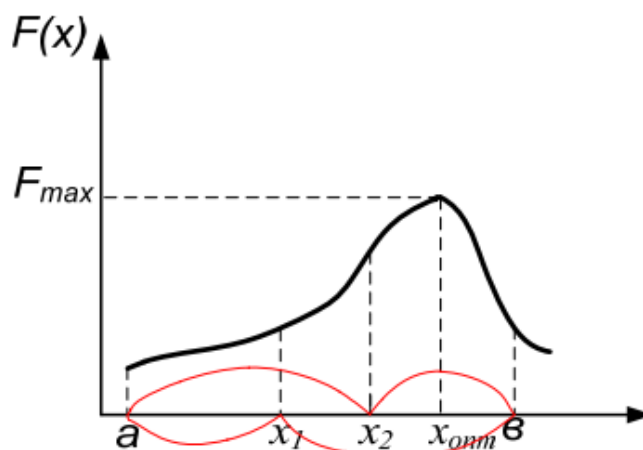


Рисунок 9 – Пошук оптимуму методом золотого перетину

Таким чином, на кожному етапі розрахунку, крім першого, необхідно розраховувати значення функції F тільки в одній точці, що підвищує ефективність методу. Алгоритм методу та приклад обчислення наведено у [3, 4]. Також існує багато кількості методів з алгоритмами пошуку екстремуму методами чисел Фібоначі, дотичних, хлорд, половинного зворотного кроку ви можете ознайомитися [3, 4, 7] чи інших літературних джерелах.

При оптимізації технологічних процесів виникає необхідність багатовимірного пошуку оптимуму.

На основі вхідних параметрів формується критерій оптимальності та вибирається метод багатовимірного пошуку оптимуму цільової функції: $F = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Найпростіший з цих методів - метод покоординатного спуску.

Метод покоординатного спуску

Схема пошуку наведена на рисунку 10. Розглянемо пошук мінімуму цільової функції для випадку з двома факторами:

$$F = F(x_1, x_2).$$

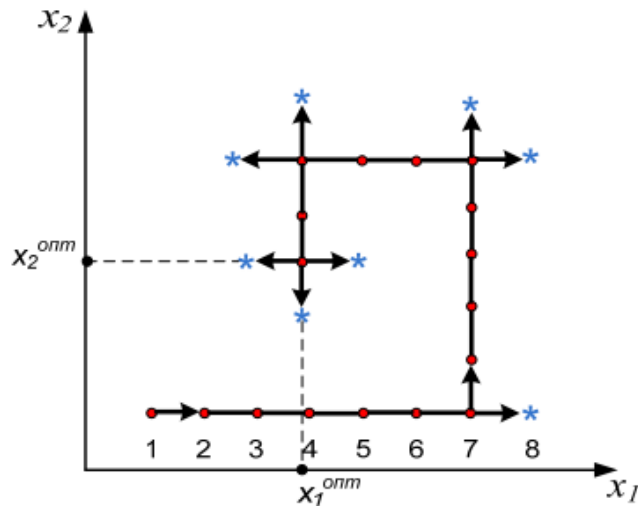


Рисунок 10 – Схема пошуку оптимуму методом покоординатного спуску

Як початкове наближення у двовимірному просторі вибираються координати початкової точки пошуку: x_1^0 та x_2^0 , тобто ті значення, від яких починається пошук оптимуму. Вибираються величини кроків руху за параметрами: h_1 і h_2 малі значення: ε_1 та ε_2 . Вибір цих величин визначається фізичним змістом задачі. Розраховуємо значення функції у початковій точці $F(x_1^0, x_2^0)$ - точка 1. Зафіксуємо координату $x_2 = \text{const}$ і починаємо рух уздовж осі x_1 з кроком h_1 у бік зменшення функції. Рух продовжується поки спостерігається зменшення функції (рис. 10 – це точки 2, 3, ..., 7). У точці 8 отримуємо значення F більше, ніж у точці 7. Тому повертаємось у точку 6, фіксуємо координату x_1 ($x_1^7 = \text{const}$) і рухаємось вздовж осі x_2 з кроком h_2 , поки зменшується функція. Після чергового невдалого кроку ($F_{i+1} > F_i$) змінюємо координату, по якій йде пошук мінімуму функції, і знову продовжуємо рух.

Процес послідовно триває поти не буде досягнуто заданої точності локалізації екстремуму, тобто якщо крок по кожному параметру призводить до зростання функції (пошук мінімуму), а величина кроку менше або дорівнює заданому ступеню точності, то розрахунок припиняється: $h_1 \leq \varepsilon_1$; $h_2 \leq \varepsilon_2$. Якщо ці умови не виконуються, рух триває з кращої точки зі зменшеною величиною кроків.

Також до методів багатовимірної оптимізації відносяться метод Гаусса-Зейделя, метод випадкового пошуку, метод градієнту, методи крутого сходження (Бокса-Уілсона), методнайскорішого спуску з якими ви можете ознайомитися [3, 4, 7] чи інших літературних джерелах.

Методи оптимізації передбачають як обов'язкову умову наявність аналітичної чи графічної залежності критерію оптимальності від параметрів, що характеризують стан технологічного процесу та наявність математичної моделі процесу.

У багатьох випадках побудова такої моделі виявляється неможливим через недостатню інформацію про умови протікання процесу. Відсутність математичної моделі процесу призводить до можливості форматування аналітичної залежності критерію оптимальності від параметрів управління і, таким чином, у подібних ситуаціях вищезазначені методи виявляються непридатними. У цих випадках завдання оптимізації технологічних процесів вирішується безпосередньо в рамках чинного виробництва, використовуючи **статистичні методи**, які нами були розглянуті у лекції 3.

Запитання для самоконтролю

1. У яких випадках для пошуку оптимуму застосовуються аналітичні методи?
2. Стратегія методу крутого сходження поверхнею відгуку.
3. Перелічити чисельні методи оптимізації.
4. Назвіть методи одновимірної оптимізації.
5. Пошук оптимуму шляхом покоординатного спуску.

Рекомендована література

1. Паянок Т. М., Задорожня Т. М. Статистичний аналіз даних : навч. посіб. Ірпінь : Університет державної фіскальної служби України, 2020. 312 с.
2. Грицюк П. М., Остапчук О. П. Аналіз даних : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2008. 218 с.
3. Оптимізація корозійних процесів : навч.-метод. рек. до лаборатор. практикуму / упоряд.: І. В. Голуб, А. В. Біла ; Укр. держ. ун-т науки і технологій. Дніпро : УДУНТ, 2024. 46 с.
4. Оптимізація корозійних процесів : методичні рекомендації до проведення практичних робіт для студентів спеціальності 136 – металургія ОПП «Захист металів від корозії» (магістерський рівень) / упоряд.: І. В. Голуб ; Укр. держ. ун-т науки і технологій. Дніпро : УДУНТ, 2024. 49 с.
5. Математичне моделювання та оптимізація хіміко-технологічних процесів. *Ужгородський національний університет*. URL: <https://www.uzhnu.edu.ua/uk/infocentre/get/23461> (дата звернення: 15.01.2024).
6. Пантейков С. П. Конспект лекцій з дисципліни “Математичне моделювання технологічних процесів” для студентів спеціальності 8.05040101 – “Металургія чорних металів” (усіх форм навчання). Дніпродзержинськ : ДДТУ, 2012. 38 с.
7. Жалдак М. І., Триус Ю. В. Основи теорії і методів оптимізації : навч. посіб. Черкаси : Брама-Україна, 2005. 608 с.

Навчально-методичне видання

Голуб Ірина Валеріївна

ОПТИМІЗАЦІЯ КОРОЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ

Конспект лекцій
для студентів спеціальності 136 – металургія
ОПП «Захист металів від корозії» (магістерський рівень)

Електронне видання

Експертний висновок склав канд. техн. наук, доц. Ольга Носко
Зареєстровано НМВ УДУНТ (№ 718 від 15.03.2024)

В авторській редакції
Комп'ютерна верстка Голуб І. В.

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 2,96. Обл.-вид. арк. 2,02.
Зам. № 43

Видавець: Українській державний університет науки і технологій
вул. Лазаряна, 2, ауд. 2216, м. Дніпро, 49010
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 7709 від 14.12.2022

Адрес видавця та дільниці оперативної поліграфії:
вул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010