

МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

УДК 622.28:[622.831.3:519.6]

Н. К. БОНДАРЕНКО¹, О. Л. ТЮТЬКІН^{2*}

¹Кафедра «Транспортна інфраструктура», Український державний університет науки і технологій,
вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (093) 696 14 44,
ел. пошта vidpsec.mit@gmail.com, ORCID 0000-0003-0804-7500

^{2*} Кафедра «Транспортна інфраструктура», Український державний університет науки і технологій,
вул. Лазаряна, 2, Дніпро, Україна, 49010, тел. +38 (066) 290 45 18,
ел. пошта alexeytutkin@gmail.com, ORCID 0000-0003-4921-4758

КРИТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПІДХОДІВ ДО ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СИСТЕМИ «ГОРИЗОНТАЛЬНА ВИРОБКА – ШАРУВАТИЙ МАСИВ»

Мета. Виконати критичний аналіз підходів до визначення напружено-деформованого стану системи «горизонтальна виробка – шаруватий масив». Отримати обґрунтовані рішення для застосування конкретного підходу для випадку шаруватого масиву. Обґрунтувати метрику скінченно-елементних моделей системи «горизонтальна виробка – шаруватий масив». **Методика.** Для досягнення поставленої мети проаналізовано особливості підходів до визначення напружено-деформованого стану системи «горизонтальна виробка – породний масив». Доведено, що шаруватість є найважливішою структурною особливістю оточуючого породного масиву. Виконаний детальний аналіз математичних методів вирішення пружно-пластичних задач для породних масивів. **Результати.** В ході аналізу вирішення задачі визначення напружено-деформованого стану системи «горизонтальна виробка – шаруватий масив» виділено два підходи, кожен з яких має властиву їм низку методів. Цими підходами є аналітичний та чисельний, кожен з яких має особливу специфіку. Підтверджено, що в останній час дослідження системи «горизонтальна виробка – породний масив» більшою мірою базуються саме на чисельному підході, залишивши аналітичному лише незначну долю від загального обсягу. Визначено, що впровадження чисельних методів, зокрема, методу скінченних елементів в програмних спеціалізованих комплексах, дозволило змінити концепцію досліджень в геомеханіці та механіці підземних споруд, перемістивши фокус до математичного та імітаційного моделювання. **Наукова новизна.** На основі результатів проведеного критичного аналізу підходів науково обґрунтовано застосування чисельного аналізу на основі скінченно-елементних моделей. Саме цей підхід до визначення напружено-деформованого стану системи «горизонтальна виробка – шаруватий масив» дозволяє врахувати шаруватість без додаткових припущень. **Практична значимість.** В ході досліджень доведено, що просторова скінченно-елементна модель з плоского прототипу, але обмежена товщиною в 0,1 або 1 м, є адекватною поставленій задачі за умови урахування плоскої деформації.

Ключові слова: горизонтальна виробка; шаруватий масив; напружено-деформований стан; чисельний аналіз; метод скінченних елементів

Вступ

Важлива для підземного будівництва задача визначення напружено-деформованого стану (НДС) породного масиву, ослабленого горизонтальною незакріпленою або закріпленою виробкою, є детально розробленою. В отриманих рішеннях цієї задачі розглянуті виробки різних форм, що знаходяться в масиві різних властивостей – ізотропних, анізотропних, пружних, пружно-пластичних, в'язко-пластичних тощо (Kolymbas, 2005; Шашенко, Майхерчик, & Сдвижкова, 2005; Тютькін, 2020).

Все різноманіття розрахункових схем, що застосовуються в існуючих рішеннях, можна представити як комбінацію трьох класів властивостей:

1) геометричні параметри; поняття плоского або просторового рішення; наявність або відсутність симетрії, використання однозв'язних, двох- і багатозв'язних областей тощо;

2) зовнішні дії і механічні властивості породного масиву і підземних споруд; статичне або динамічне прикладення навантажень; урахування фільтрації рідини і газу; урахування перепаду температур; ізотропне, ортотропне або

анізотропне середовище, пружна, пружно-пластична або в'язко-пластична деформація масиву без або з урахуванням його розміщення і розпушування (в максимально загальному вигляді деформування породного масиву);

3) конструктивно-технологічні особливості спорудження і функціонування виробок; конструктивно-технологічна схема спорудження виробок.

Кожен клас розрахункових схем породжує окремий підхід у формуванні математичної моделі, а комбінація чинників, що враховуються, дозволяє ускладнювати або спрощувати пропонуване рішення. Тому історично можна спостерігати картину поетапного ускладнення математичних моделей, що використовуються в задачах, обумовлене зростанням продуктивності засобів обчислень, з одного боку, і ускладнення умов експлуатації підземних споруд, з іншою сторони.

Тому свого часу широкого вжитку знайшли аналітичні методи, за допомогою яких отримували певне математичне рішення, що дає можливість попередньої оцінки поведінки породного масиву при простих схемах навантаження, без врахування конструктивно-технологічних особливостей функціонування досліджуваної системи і в умовах однорідності розрахункової області. Не дивлячись на широкий розвиток подібних методів, всі вони страждають загальним недоліком, що вимушує ще на етапі створення розрахункової схеми прибгати до спрощень, які негативно впливають на точність кінцевого результату.

Для визначення напружено-деформованого стану масиву порід у класичних роботах (Савин, 1968; Сажин, 1968), їхні автори запропонували декілька розрахункових схем. Їхньою особливістю є розглядання виробок та їх закріплення як єдиного фактора, що збуджує поле напружень в однорідному масиві. При цьому особливу увагу приділено характеристикам зміни НДС в об'ємній системі з певними механічними порушеннями.

Цікавим підходом в вирішенні задач геомеханіки є дослідження теорії граничного стану. Суть цієї теорії в визначенні критичної величини деякого реального збудження, при якому система поки ще зберігає стійкість, а за її межею втрачає. При наявності в масиві протяжних поверхонь послаблень розрахунок прово-

дять з урахуванням визначення можливості його руйнування по цим поверхням. Такий підхід називають розв'язком задачі спеціальної граничної рівноваги (Шашенко, Майхерчик, & Сдвижкова, 2005). В цьому випадку породний масив розглядається як система породних блоків, що взаємодіють по поверхням послаблень.

Авторами (Баклашов, & Картозія, 1984) виконаний детальний аналіз математичних методів вирішення пружно-пластичних задач для породних масивів. Більшість розв'язків виконано в плоскій постановці. Практично у всіх випадках мають місце значні відхилення поведінки порід від їх описання, що використовуються в розрахункових схемах. Крім того, автори роблять висновок про те, що для урахування в вирішеннях складних граничних умов, неоднорідності середовища та невизначеності положення пружно-пластичної межі в вирішеннях задач геомеханіки необхідно використовувати чисельні методи.

Робота (Тютюкін, 2020) повністю присвячена реалізації розрахункових схем задач підземного будівництва, що основані на застосуванні методу скінченних елементів. Розглянуті варіанти рішень як в пружній, так і в непружній постановці. Представлені в цій роботі результати достатньо наглядні, їх порівняння з аналітичними показало покращення точності розрахунку з ростом числа вузлових точок скінченних елементів.

В фундаментальних працях з геомеханіки та механіки підземних споруд як найважливіша структурна особливість оточуючого масиву визначена шаруватість (Шашенко, Майхерчик, & Сдвижкова, 2005; Kolymbas, 2005).

Відомо запропоноване І. В. Баклашовим та Б. А. Картозією (Баклашов, & Картозія, 1984) розділення масивів, властивості шарів яких змінюються плавно та стрибком, тобто породні або ґрунтові масиви в залежності від різниці деформаційних характеристик шарів поділяються на два види: 1) ті, що складені шарами без різких стрибків деформаційних властивостей; 2) ті, що мають зміну деформаційних властивостей стрибком (Баклашов, & Картозія, 1984). В масивах першого виду безперервність зміни їх властивостей забезпечує безперервність зміни поля деформації і напруження. В масивах другого виду в менш деформативних шарах деформації досягають граничних зна-

МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

чень та приводять до руйнування порід, водночас у пластичних шарах руйнування не спостерігається. Такі значні перепади в механічних властивостях приводить до різкого зміння напружень на контактах шарів. Однак ніякої конкретної межі, що відділяє перший вид від другого, яка могла б виражатися у відношенні модулів пружності шарів, наведено не було.

Мета

Виконати критичний аналіз підходів до визначення напружено-деформованого стану системи «горизонтальна виробка – шаруватий масив» та отримати обґрунтовані рішення для застосування конкретного підходу для випадку шаруватого масиву. В практичному плані обґрунтувати метрику скінченно-елементних моделей системи «горизонтальна виробка – шаруватий масив» для подальших досліджень.

Методика

Результати аналізу методологічних підходів до шаруватості гірського масиву, ослабленого горизонтальною виробкою, свідчать, що найбільш адекватним задачі є такий, що враховує наявність шару ґрунту або породи в якості окремого елементу неоднорідності. Будь-які спрощення, що вводяться для рішення поставленої задачі, можуть характеризуватися як такі, що зменшують адекватність постановки задачі реальній системі «горизонтальна виробка – шаруватий масив» і точність результатів.

Особливості підходів до визначення НДС системи «горизонтальна виробка – породний масив» можна розділити на три основні групи за можливістю урахування:

1) будови гірських масивів, зв'язаних з наявністю в них породних шарів, які істотно відрізняються по механічних властивостях, і розділені різними поверхнями природної тріщинуватості з різним зчепленням та тертям по цим поверхням;

2) особливостей деформування системи «горизонтальна виробка – породний масив», наприклад, характерних ознак щитової проходки, в ході вирішення задачі;

3) геомеханічних процесів в породному масиві, що залежать від деформаційних характеристик ґрунтових шарів, розмірів і взаємного розміщення виробок.

Саме тому для вирішення задач геомеханіки необхідно отримати наступну інформацію (Баклашов, & Картозія, 1984):

– структуру, геометрію та фізико-механічні характеристики досліджуваного масиву;

– види і величини механічних дій, що прикладаються до визначених геометричних областей породного масиву;

– рід задачі, яка підлягає дослідженню (розподілення напружень та деформацій або переміщення та руйнування деякої ділянки породного масиву).

На основі представлених даних формулюється розрахункова схема, вид якої визначає вибір методу вирішення конкретної задачі. Таким чином, складається система математичних рівнянь, що виражає співвідношення заданих величин та тих, що відшукуються, яка повинна бути вирішена до отримання кінцевого значення. В багатьох задачах доводиться застосовувати чисельні методи, які дають розв'язок в межах визначеної похибки.

Оскільки формування розрахункових схем для задач системи «горизонтальна виробка – породний масив» пов'язане з необхідністю описання великого числа нерегулярних параметрів і складних граничних умов, дослідники вдаються до примусового спрощення в постановці задачі і з метою зниження розмірності рівнянь, що описують систему, і функцій, що враховують особливості початкового навантаження і геометрії. Оскільки, таким чином, вже вноситься деяка похибка в розрахункову схему, стає сповна виправданим широке вживання чисельних методів.

В роботі (Plewman, Deist, & Ortlepp, 1969) представлена методика розрахунку різноманітних типів кріплення, що основана на методі коефіцієнтів передачі навантажень. Кріплення та оточуючий її масив розглядаються як сукупність кілець правильної та неправильної форми, що концентрично зв'язані одне з одним. В загальній постановці розв'язок задачі виконується для однорідного ізотропного масиву, але й приводиться методика врахування неоднорідності масиву та кута падіння породних шарів. При розрахунку кріплення за допомогою коефіцієнтів передачі навантажень використовують дві модифікації розрахункових схем: схему розрахунку по еквівалентним напруженням та схему розрахунку по знятих напруженнях.

Як вже було відмічено, обсяг присвячених проблемі визначення НДС незакріпленого або закріпленого отвору або горизонтальної виробки праць (близько десятків тисяч сторінок і більше) характеризує дану задачу механіки підземних споруд або геомеханіки як водночас розроблену та таку, що потребує подальшої розробки (Tiutkin, Petrosian, Radkevych, & Alkhdour, 2019; Bannikov, & Tiutkin, 2020; Банніков, Купрій, & Вотченко, 2021; Тютюкін, Банніков, Мірошник, & Гелетюк, 2021).

Результати

Вирішення цієї задачі має два підходи, кожен з яких має властиву їм низку методів. Цими підходами є аналітичний та чисельний, кожен з яких має особливу специфіку. Не викликає сумнівів, що в останній час дослідження системи «горизонтальна виробка – породний масив» більшою мірою базуються саме на чисельному підході, залишивши аналітичному лише незначну долю від загального обсягу. Така ситуація, хоча і є об'єктивною, все ж демонструє певний перекид у методології. В низці робіт (Plewman, Deist, & Ortlepp, 1969; Hefny, & Chua, 2006; Migliazza, Chiorboli, & Giani, 2009), присвячених аналізу та порівнянню обох підходів, все ж не надається категоричної відмови аналітичному підходу, тим більше, що на його основі отримуються нові рішення.

Відомо, що вирішення задачі чисельного розрахунку НДС системи «горизонтальна виробка – шаруватий масив» у випадку горизонтальних виробок, наприклад, перегінних тунелів існує в двох постановках: просторовій (3D) або плоскій (2D) (Huang, Zhu, Liang, Lin, & Jia, 2006; Karakus, 2007; Do, Dias, Oreste, & Djeran-Maigre, 2014; Do, & Dias, 2017 (рис. 1)).

Модель, представлена на рис. 1, найбільш повно відповідає генезису деформування та накопичення напружень системи «горизонтальна виробка – шаруватий масив», оскільки в ній відображені геометричні параметри шарів та їх реальні, отримані під час лабораторних дослідів, деформаційні властивості.

Слід також відмітити, що в просторових (3D) моделях можливо відображати особливості оправи, наприклад, етапність їх спорудження або їх різні типи і, відповідно, геометричні па-

раметри елементів кріплення та їх деформаційні властивості (рис. 2, Do, Dias, Oreste, & Djeran-Maigre, 2014). Відповідно, якщо під час визначення НДС системи «горизонтальна виробка – шаруватий масив» задача врахування технологічних процесів не ставиться, то вибір плоскої або просторової моделі базується лише на наявності апаратних можливостей, оскільки розрахунок 3D-моделей потребує більших комп'ютерних потужностей.

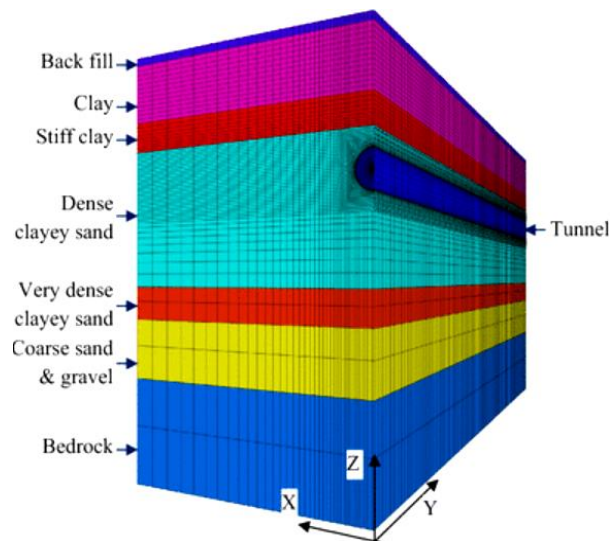


Рис. 1. Скінченно-елементна модель перегінного тунелю, що проходиться в шаруватому масиві (з роботи Do, & Dias, 2017)

Проте, існуючі на сьогодні дослідження, присвячені порівнянню плоскої та просторової постановок (Atkinson, & Potts, 1977; Do, & Dias, 2017), свідчать про те, що вибір кожної з них ґрунтується на типі задачі розрахунку НДС системи «горизонтальна виробка – породний масив», а деякі автори, наприклад (Karakus, 2007), відстоюють коректність плоскої постановки. Такий диференційний підхід є коректним та логічним, оскільки застосування плоскої постановки для протяжної горизонтальної виробки не є недостатнім.

Розуміючи більшу повноту застосування просторової постановки та відносну простоту плоскої, в подальшому автори приходять до компромісу, створюючи «квазіпросторову» скінченно-елементну модель з плоского прототипу, але обмежуючи її товщиною в 0,1 або 1 м та витримуючи умову плоскої деформації (рис. 2).

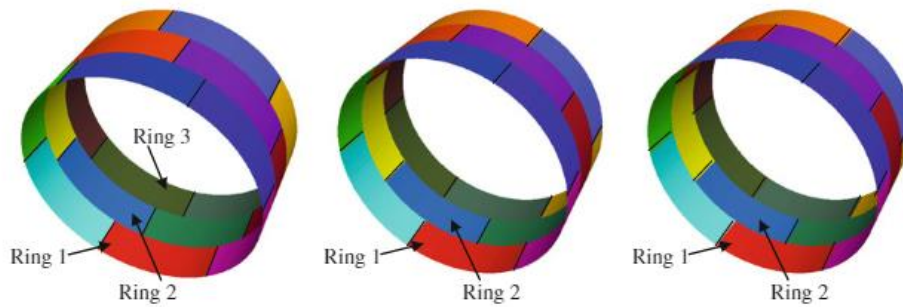


Рис. 2. Просторові скінченно-елементні моделі оправи перегінного тунелю, що споруджується щитовим способом (фрагмент рисунку з роботи Do, Dias, Oreste, & Djeran-Maigre, 2014)

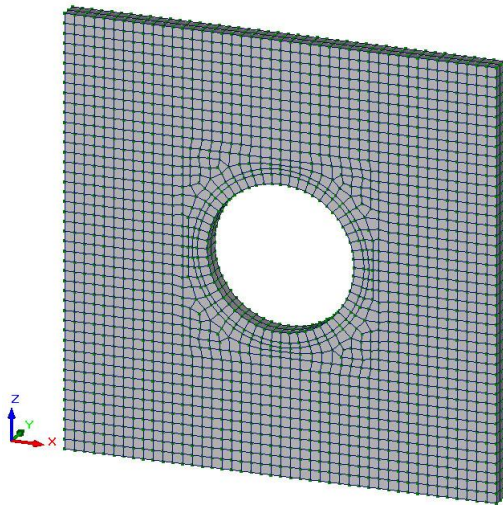


Рис. 2. СЕ-модель системи «горизонтальна виробка – породний масив»

Слід зазначити, що створена модель є абсолютно абстрактною з позиції геометричних розмірів і форми, які можуть бути різними, та деформаційних характеристик, межі зміни яких також можуть бути задані не довільно, а конкретно, у відповідності з наявними інженерно-геологічними умовами. Ця модель є ілюстрацією прийому визначення НДС системи «горизонтальна виробка – породний масив», а не конкретного об'єкта, однак, шляхом застосування авторських алгоритмів вона може бути скоригована в залежності до реальних випадків, в тому числі масиву з наявною шаруватістю.

Наукова новизна та практична значимість

На основі результатів проведеного критичного аналізу підходів науково обґрунтовано застосування чисельного аналізу на основі скінченно-елементних моделей. Саме цей підхід до

визначення НДС системи «горизонтальна виробка – шаруватий масив» дозволяє врахувати шаруватість без додаткових припущень. В ході досліджень доведено, що просторова скінченно-елементна модель з плоского прототипу, але обмежена товщиною в 0,1 або 1 м, є адекватною поставленій задачі за умови урахування плоскої деформації.

Висновки

Впровадження чисельних методів, зокрема, методу скінченних елементів, дозволило змінити концепцію досліджень в геомеханіці та механіці підземних споруд, перемістивши фокус до математичного та імітаційного моделювання. Це призвело до того, що будь-які підземні об'єкти зі складною формою або структурою були досліджені на основі скінченно-елементних моделей.

Розроблена «квазіпросторова» скінченно-елементна модель системи «горизонтальна виробка – породний масив» за наявності властивостей реальних інженерно-геологічних умов надає можливість вирішити задачу визначення НДС у випадку шаруватості.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Atkinson, J. H., & Potts, D. M. (1977). Stability of a shallow circular tunnel in cohesionless soil. *Geotechnique*, 27(2), 203-215.
- Bannikov, D. O., & Tiutkin, O. L. (2020). Prospective Directions of the Development of Loose Medium Mechanics. *Academic and Research journal of the NAS of Ukraine*, 16(2), 45-54.
- Do, N., Dias, D., Oreste, P., & Djeran-Maigre, I. (2014). Three-dimensional numerical simulation for mechanized tunnelling in soft ground: the influence of the joint pattern. *Acta Geotechnica*, 9(4), 673-694.

- Do, N., & Dias, D. (2017). A comparison of 2D and 3D numerical simulations of tunnelling in soft soils. *Environmental Earth Sciences*, 76, 1-12.
- Hefny, A., & Chua, H. (2006). An investigation into the behavior of jointed tunnel lining. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 21(3-4), 428.
- Huang, Z., Zhu, W., Liang, J., Lin, J., & Jia, R. (2006). Three-dimensional numerical modelling of shield tunnel lining. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 21(3-4), 434.
- Karakus, M. (2007). Appraising the methods accounting for 3D tunnelling effects in 2D plane strain FE analysis. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 22(1), 47-56.
- Kolymbas, D. (2005). *Tunnelling and tunnel mechanics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Migliazza, M. R., Chiorboli, M., & Giani, G. P. (2009). Comparison of analytical method, 3D finite element model with experimental subsidence measurements resulting from the extension of the Milan underground. *Computers and Geotechnics*, 36(1-2), 113-124.
- Plewman, R. P., Deist, F. H., & Ortlepp, W. D. (1969). The development and application of a digital computer method for the solution of strata control problems. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 70, 33-44.
- Tiutkin, O., Petrosian, N., Radkevych, A., & Alkhdour, A. (2019). Regularities of stress state of unsupported working occurring in a layered massif. *International Conference Essays Of Mining Science And Practice*, E3S Web of Conferences 109, 00100.
- Баклашов, И. В., & Картозия, Б. А. (1984). *Механика подземных сооружений и конструкции крепей*. Москва: Недра.
- Банніков, Д. О., Купрій, В. П., & Вотченко, Д. Ю. (2021). Закономірності напружено-деформованого стану оправ під час будівництва пілонної станції метрополітену. *Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика*, 19, 19-27.
- Савин, Г. Н. (1968). *Распределение напряжений около отверстий*. Київ: Наукова думка.
- Сажин, В. С. (1968). *Упруго-пластическое распределение напряжений вокруг горных выработок различного очертания*. Москва: Наука.
- Тют'якін, О. Л. (2020). *Теоретичні основи комплексного аналізу тунельних конструкцій*. Дніпро: Журфонд.
- Тют'якін, О. Л., Банніков, Д. О., Мірошник, В. А., & Гелетюк, І. В. (2021). Аналіз комбінованої конструкції ствола Дніпровського метрополітену методом скінченних елементів. *Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика*, 20, 79-85.
- Шашенко, А. Н., Майхерчик, Т., & Сдвижкова, Е. А. (2005). *Геомеханические процессы в породных массивах*. Днепропетровск: Национальный горный университет.

N. K. BONDARENKO¹, O. L. TIUTKIN^{2*}

¹Department «Transport Infrastructure», Ukrainian State University of Science and Technologies, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (093) 696 14 44, e-mail vidpsec.mit@gmail.com, ORCID 0000-0003-0804-7500

^{2*}Department «Transport Infrastructure», Ukrainian State University of Science and Technologies, Lazaryan St., 2, Dnipro, Ukraine, 49010, tel. +38 (066) 290 45 18, e-mail alexeytiutkin@gmail.com, ORCID 0000-0003-4921-4758

CRITICAL ANALYSIS OF APPROACHES TO DETERMINING THE STRESS-STRAIN STATE OF THE "HORIZONTAL WORKING – LAYERED MASSIF" SYSTEM

Purpose. To perform a critical analysis of approaches to determining the stress-strain state of the "horizontal working – layered massif" system. Obtain informed decisions for applying a specific approach to the case of a layered massif. To substantiate the metric of finite element models of the system "horizontal working – layered massif". **Methodology.** To achieve the purpose, the peculiarities of approaches to determining the stress-strain state of the system "horizontal working – rock massif" were analyzed. It has been proven that layering is the most important structural feature of the surrounding rock massif. A detailed analysis of mathematical methods for solving elastic-plastic problems for rock massifs was performed. **Findings.** During the analysis of solving the problem of determining the stress-strain state of the system "horizontal working – layered massif", two approaches were identified, each of which has its own set of methods. These approaches are analytical one and numerical, each of them has special features. It has been confirmed that recently the studies of the system "horizontal working - rock massif" are mostly based on the numerical approach, leaving only a small share of the total volume to the analytical one. It was determined that the introduction of numerical methods, in particular, the method of finite elements in specialized software complexes, allowed to change the concept of research in geomechanics and mechanics of underground struc-

МОСТИ ТА ТУНЕЛІ: ТЕОРІЯ, ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРАКТИКА

tures, shifting the focus to mathematical and simulation modeling. **Originality.** Based on the results of the critical analysis of the approaches, the use of numerical analysis based on finite-element models is scientifically substantiated. It is this approach to determining the stress-strain state of the "horizontal working – layered massif" system that allows for layering to be taken into account without additional assumptions. **Practical value.** In the course of research, it has been proven that a spatial finite-element model from a flat prototype, but limited to a thickness of 0.1 or 1 m, is adequate for the given task, provided that plane deformation is considered.

Keywords: horizontal working; layered massif; stressed-strain state; numerical analysis; finite element method

REFERENCES

- Atkinson, J. H., & Potts, D. M. (1977). Stability of a shallow circular tunnel in cohesionless soil. *Geotechnique*, 27(2), 203-215. (in English)
- Bannikov, D. O., & Tiutkin, O. L. (2020). Prospective Directions of the Development of Loose Medium Mechanics. *Academic and Research journal of the NAS of Ukraine*, 16(2), 45-54. (in English)
- Do, N., Dias, D., Oreste, P., & Djeran-Maigre, I. (2014b). Three-dimensional numerical simulation for mechanized tunnelling in soft ground: the influence of the joint pattern. *Acta Geotechnica*, 9(4), 673-694. (in English)
- Do, N., & Dias, D. (2017). A comparison of 2D and 3D numerical simulations of tunnelling in soft soils. *Environmental Earth Sciences*, 76, 1-12. (in English)
- Hefny, A., & Chua, H. (2006). An investigation into the behavior of jointed tunnel lining. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 21(3-4), 428. (in English)
- Huang, Z., Zhu, W., Liang, J., Lin, J., & Jia, R. (2006). Three-dimensional numerical modelling of shield tunnel lining. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 21(3-4), 434. (in English)
- Karakus, M. (2007). Appraising the methods accounting for 3D tunnelling effects in 2D plane strain FE analysis. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 22(1), 47-56. (in English)
- Kolymbas, D. (2005). *Tunnelling and tunnel mechanics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. (in English)
- Migliazza, M. R., Chiorboli, M., & Giani, G. P. (2009). Comparison of analytical method, 3D finite element model with experimental subsidence measurements resulting from the extension of the Milan underground. *Computers and Geotechnics*, 36(1-2), 113-124. (in English)
- Plewman, R. P., Deist, F. H., & Ortlepp, W. D. (1969). The development and application of a digital computer method for the solution of strata control problems. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 70, 33-44. (in English)
- Tiutkin, O., Petrosian, N., Radkevych, A., & Alkhdour, A. (2019). Regularities of stress state of unsupported working occurring in a layered massif. *International Conference Essays Of Mining Science And Practice*, E3S Web of Conferences 109, 00100. (in English)
- Baklashov, I. V., & Kartoziya, B. A. (1984). *Mekhanika podzemnykh sooruzheniy i konstruksii krepey*. Moskva: Nedra. (in Russian)
- Bannikov, D. O., Kuprii, V. P., & Votchenko, D. Yu. (2021). Zakonomirnosti napruzhenno-deformovanoho stanu oprav pid chas budivnytstva pilonnoi stantsii metropolitenu. *Mosty ta tuneli: teoriia, doslidzhennia, praktyka*, 19, 19-27. (in Ukrainian)
- Savin, G. N. (1968). *Raspredelenie napryazheniy okolo otverstiy*. Kyiv: Naukova dumka. (in Russian)
- Sazhin, V. S. (1968). *Uprugo-plasticheskoe raspredelenie napryazheniy vokrug gornyykh vyrabotok razlichnogo ochertaniya*. Moskva: Nauka. (in Russian)
- Tiutkin, O. L. (2020). *Teoretychni osnovy kompleksnoho analizu tunelnykh konstruksii*. Dnipro: Zhurfond. (in Ukrainian)
- Tiutkin, O. L., Bannikov, D. O., Miroshnyk, V. A., & Heletiuk, I. V. (2021). Analiz kombinovanoi konstruksii stvola Dniprovskoho metropolitenu metodom skinchennykh elementiv. *Mosty ta tuneli: teoriia, doslidzhennia, praktyka*, 20, 79-85. (in Ukrainian)
- Shashenko, A. N., Maykherchik, T., & Sdvizhkova, Ye. A. (2005). *Geomekhanicheskie protsessy v porodnykh massivakh*. Dnepropetrovsk: Natsionalnyy gornyy universitet. (in Russian)

Надійшла до редколегії 29.08.2022.

Прийнята до друку 03.10.2022.