

**ВЛИЯНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ И УГЛА  
ОБХВАТА КОЛОДКОЙ И ЛЕНТОЙ ТОРМОЗНОГО ШКИВА  
НА РАВНОВЕСИЕ РЫЧАЖНОЙ СИСТЕМЫ**

Бондаренко Л. Н., Главацкий К. Ц., Богомаз В. Н., Брылева М. Г.

**Постановка проблемы.** Количественной мерой механического взаимодействия между физическими объектами является сила, характеризуемая модулем, ее направлением и точкой приложения. Поэтому, важно знать это взаимодействие особенно к тормозам, поскольку рабочие скорости машин и нагрузки на их отдельные звенья значительно возрасли.

Поэтому, требуется более точное знание величин нагрузок при расчетах, как самих тормозов, так и сопряженных с ними механизмов и деталей.

**Цель статьи** – исследовать влияние величины угла обхвата лентой и колодкой тормозного шкива на равновесие плоской системы.

**Материал исследований.** 1. Равновесие расчетной системы с ленточным тормозом.

Эта задача при угле обхвата лентой тормозного шкива  $\beta = 180^\circ$  подробно рассмотрена в [1]. Поэтому, кратко повторим решение при  $\beta \neq 180^\circ$ .

В постановке, отличной от [1], задача выглядит так, как показано на рис. 1. Необходимо найти расстояние  $c$ , при котором давление в шарнире  $D$  равнялось бы нулю.

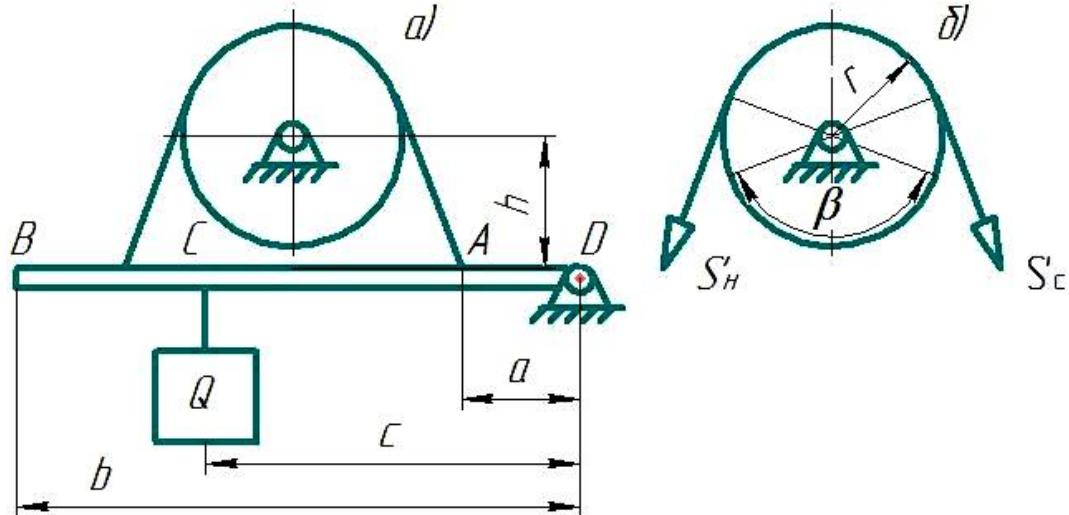


Рис. 1. К определению равновесия рычага с ленточным тормозом

Уравнение равновесия рычага  $BAD$  с учетом, что давление в точке  $D$  равно нулю:

$$\sum F_{ky} = S'_h \sin \frac{\beta}{2} + S'_c \sin \frac{\beta}{2} - Q = 0, \quad (1)$$

$$\sum m_D(F_k) = Qc - S'_h a \sin \frac{\beta}{2} - S'_c b \sin \frac{\beta}{2} = 0. \quad (2)$$

Согласно формулы Эйлера зависимость между натяжениями набегающей  $S_n$  и сбегающей  $S_c$  гибкой нерастяжимой нити:

$$S_n = S_c e^{f\beta}, \quad (3)$$

где  $f$  - коэффициент трения между нитью и шкивом.

Из уравнений (1) и (3) получим:

$$S_c' = \frac{Q}{(1 + e^{f\beta}) \sin \frac{\beta}{2}}; \quad S_n' = \frac{Q e^{f\beta}}{(1 + e^{f\beta}) \sin \frac{\beta}{2}}.$$

Подставляя эти значения в уравнение (2) получим:

$$c = \frac{S_c a + S_n b}{Q} = \frac{a + b e^{f\beta}}{1 + e^{f\beta}}. \quad (4)$$

Это уравнение совпадает с полученным уравнением в [1].

Поскольку поставлена задача: оценить величину угла обхвата, то, в связи с его изменением, будет меняться при, например, постоянной величине  $a$  расстояние  $b$ , и, с целью соблюдения пропорциональности этого размера, будем его менять согласно зависимости:

$$b = a + 2 \left( h + r \cos \frac{\beta}{2} \right) \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} + 2 r \sin \frac{\beta}{2}. \quad (5)$$

Величина  $b$  при  $a = 500$  мм в зависимости от угла  $\beta$  показана на рис. 2.

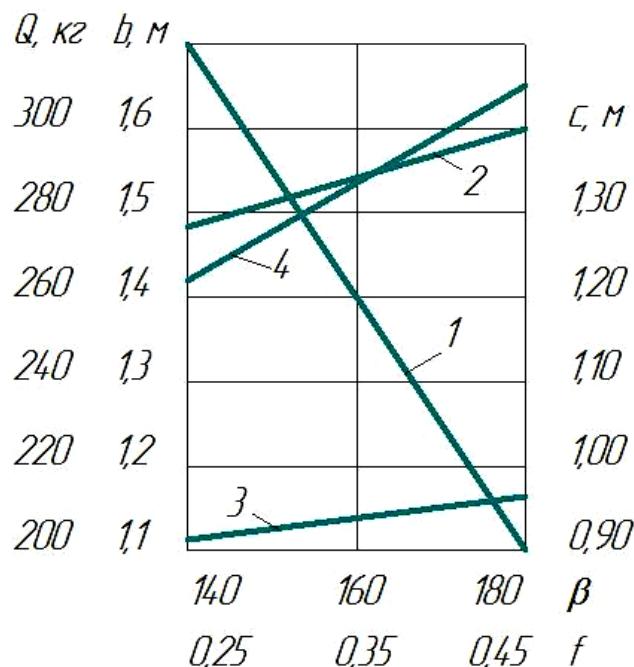


Рис. 2. Зависимость от угла обхвата тормозного шкива лентой: расстояния  $b$  (1); от коэффициента трения расстояния  $c$  при  $\beta = 140^\circ$  (2) и  $\beta = 180^\circ$  (3); массы груза  $Q$  при  $f = 0,3$  (4)

Здесь же показаны зависимости от  $\beta$  массы груза  $Q$ , при которой давление в точке  $D$  равняется нулю (при  $f = 0,3$ ;  $S_c = 750 \text{ Н}$ ) и величина  $c$  в зависимости от  $f$  при  $\beta = 140^\circ$  и  $\beta = 180^\circ$ .

## 2. Равновесие рычажной системы с колодочным тормозом.

В большинстве задач теоретической механики при решении задач с колодочными тормозами отсутствует угол обхвата колодкой тормозного шкива. Отметим, что в прикладной механике даже при расчете величины тормозного момента угол обхвата отсутствует и определяется для одной колодки, как  $M = P_f R$ . Очевидно имеется ввиду, что распределенное по дуге обхвата давление равно величине нормального давления на шкив, согласно которого и определяется сила трения скольжения.

Однако, если длина дуги обхвата  $L = \beta R$ , то длина хорды  $a = 2R \sin \frac{\beta}{2}$  и  $L = a$  только

при малом угле  $\beta$ , а, например, при  $\beta = 180^\circ$ ,  $L = 1,57a$ .

Задачу, подобную выше приведенной для колодочного тормоза, позаимствуем с [2], где решение приведено без учета угла обхвата колодкой шкива.

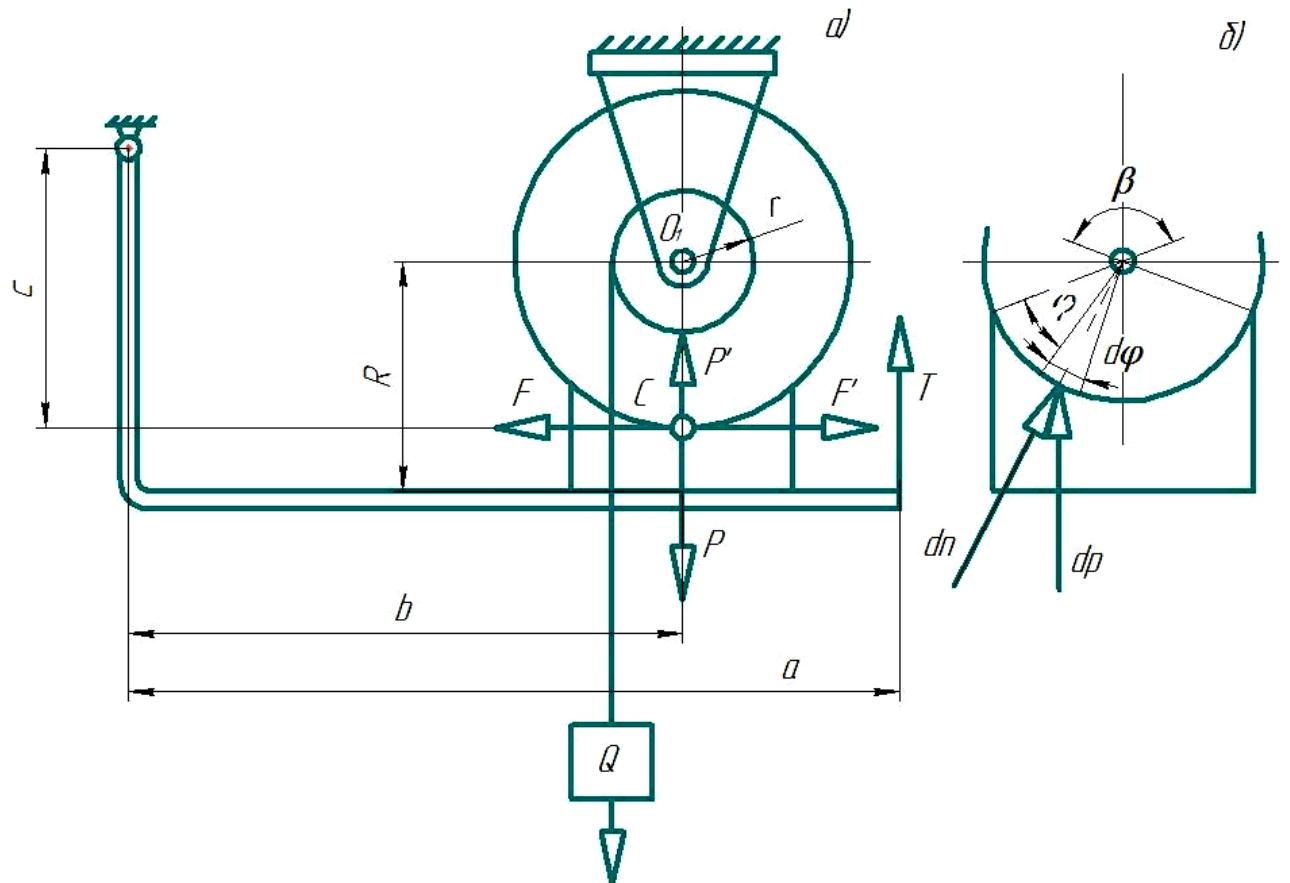


Рис. 3. К условию задачи на равновесие с колодочным тормозом

Прежде, чем написать условие равновесия для шкива и для рычага  $OAB$ , найдем величину силы трения  $F$  с учетом угла обхвата колодкой шкива. Для этого выделим на дуге

обхвата элементарный сегмент с центральным углом, равным  $d\varphi$ . На дугу  $Rd\varphi$  действует сила  $\mathbf{P}/\beta d\varphi$ , нормальная к поверхности шкива которой составляет  $P \cos \varphi d\varphi / \beta$ .

Общая нормальная сила, действующая на шкив (рис. 4, б):

$$N = \frac{P}{\beta} \int_{-\beta/2}^{\beta/2} \cos \varphi d\varphi = \frac{2P}{\beta} \sin \frac{\beta}{2}, \quad (6)$$

А величина силы трения:

$$F = \frac{2Pf}{\beta} \sin \frac{\beta}{2}. \quad (7)$$

Из условия равновесия рычага получим следующие два уравнения:

$$rQ = \frac{2PRf}{\beta} \sin \frac{\beta}{2}; \quad cF' + aT - bP' = 0.$$

Заменяя  $F'$  и  $N'$  на  $F$  и  $N$ , получим:

$$\frac{2PRf}{\beta} \sin \frac{\beta}{2} = rQ; \quad aT = bP - \frac{2cPf}{\beta} \sin \frac{\beta}{2};$$

и отсюда:

$$T = \frac{rQ\beta}{2aR \sin \frac{\beta}{2}} \left( \frac{b}{f} - c \right); \quad (8)$$

(при  $\beta \rightarrow 0$   $T = \frac{rQ}{aR} \left( \frac{b}{f} - c \right)$ , что соответствует выражению, полученному в [2]).

Значения  $T$  в зависимости от  $\beta$  при  $R = 200$  мм,  $r = 100$  мм,  $b = 700$  мм,  $c = 500$  мм,  $Q = 120$  кг,  $a = 1100$  мм,  $f = 0,3$  и  $f = 0,4$  показаны на рис. 4.

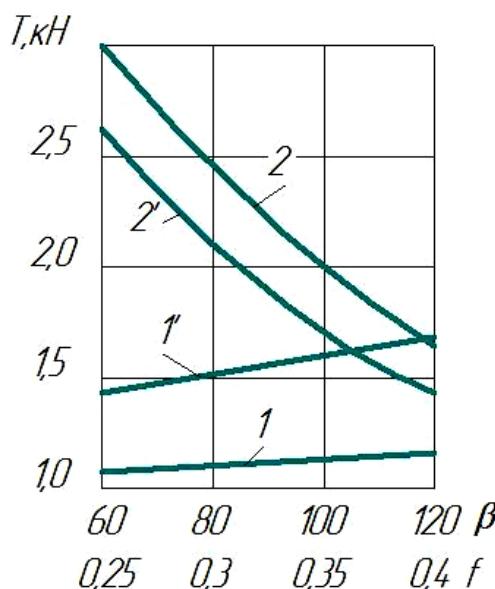


Рис. 4. Зависимость силы, необходимой для загораживания шкива: 1,1' - от угла обхвата тормозной колодки шкива при:  $f = 0,3$  и  $f = 0,4$ ; 2,2' - от коэффициента трения скольжения при  $\beta = 120^\circ$  и  $\beta = 60^\circ$ .

Здесь же показаны эти значения в зависимости от  $f$  при  $\beta = 60^\circ$  и  $\beta = 120^\circ$  (минимальное и максимальное значения для колодочных тормозов [3]).

Анализ полученных зависимостей и графиков на рис. 2 и рис. 4 позволяет сделать следующие выводы:

- несмотря на сложную математическую зависимость, определяющую равновесие рычажной системы, включающей ленточный тормоз, величина силы равновесия практически линейно зависит от угла обхвата лентой шкива;
- отсутствие в задачах теоретической и прикладной механики угла обхвата колодкой тормозного шкива является ошибкой: при одинаковой величине силы прижатия колодки тормозной момент при углах обхвата  $60^\circ$  и  $120^\circ$  отличается до 15%.

#### Литература

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Физматиздат, 1970. – 480 с.
2. Воронков И.М. Курс теоретической механики. М.: наука, 1964. – 596 с.
3. Справочник по кранам: В 2 т. Т. 2/Александров М.П., Гохберг М.М., Ковин А.А. и др. – Л.: Машиностроение, 1988. 559 с.