

УДК 669.162.213

Білодіденко С. В., Гануш В. І., Іжевський Є. А., Чеченєв В. А., Щербінін М. О.

Витривалість при складному напруженому стані в аспекті подовження ресурсу технологічного устаткування промислових виробництв

Bilodidenko S., Hanush V., Izhevskiy Y., Chechenev V., Scherbinin M.

Durability under a complex stress state in the aspect of prolonging the operative time of the industrial productions technological equipment

Актуальність даної роботи обумовлена загальносвітовою тенденцією до збільшення призначених термінів експлуатації основного технологічного устаткування в усіх галузях виробництва. Завдяки процедурі подовження строків до зняття з експлуатації зменшуються не тільки питомі витрати на утримання устаткування, але і собівартість продукції. Можливість подовження ресурсу визначається технічним станом базових конструкцій. Розглянуто поняття про базові несучі конструкції промислового устаткування. Наведено проблеми методологічного характеру, які постають при подовженні призначеного ресурсу базових конструкцій. Однією з таких проблем є врахування складного напруженого стану металу базових конструкцій при циклічній дії комплексного навантаження. Наведено огляд моделей для врахування цього чинника, які класифіковані за ознакою еквівалентування по певному показнику напружено-деформованого стану. Найбільш ефективним визнаються моделі еквівалентування за дотичними напруженнями і деформаціями у поєднанні з концепцією критичних площин. Але вони працюють при відношенні між ними за дотичними і нормальними напруженнями більшим від 0.5. До того ж, визначення останніх потребує специфічного випробувального обладнання. На противагу цим моделям надано модель довговічності, яка отримана з правила об'єднання ресурсних індексів безпеки. Напружений стан представляється як комбінація окремих типів деформування, що циклічно змінюються в часі зі своїми амплітудами, асиметріями і частотами. Основний акцент в статті зроблено на розробці методики втомних випробувань на триточковий згин при варіюванні кратності зразка. Підтверджена можливість отримання параметрів моделі багатовісної втоми за допомогою цієї методики. Вона придатна для звичайних випробувальних машин і зразків простої форми. Остання перевага важлива саме для базових конструкцій, з фрагментів яких важко виготовити зразок складної форми.

Ключові слова: довговічність, багатовісна втома, індекс безпеки, зсувні напруження, згин.

The relevance of this work is due to the global tendency to increase the intended service life of the main technological equipment in all branches of production. Thanks to the procedure of extending the terms before decommissioning, not only the specific costs of maintaining the equipment, but also the cost of production are reduced. The possibility of extending the resource is determined by the technical condition of the basic structures. The concept of basic load-bearing structures of industrial equipment is considered. Problems of a methodological nature that arise when extending the designated resource of basic structures are presented. One of these problems is taking into account the complex stress state of the metal of the basic structures during the cyclic action of the complex load. An overview of the models for taking this factor into account, which are classified according to the feature of equivalence according to a certain indicator of the stress-strain state, is given. Equivalence models based on tangential stresses and deformations in combination with the concept of critical planes are recognized as the most effective. But they work when the ratio of fatigue limits for tangential and normal stresses is greater than 0.5. In addition, the determination of the latter requires specific test equipment. In contrast to these models, a durability model is provided, which is derived from the rule of combining resource security indices. The stressed state is represented as a combination of individual types of deformation that cyclically change in time with their amplitudes, asymmetries and frequencies. The main emphasis in the article is on the development of the method of fatigue tests for three-point bending while varying the multiplicity of the sample. The possibility of obtaining multiaxial fatigue model parameters using this technique has been confirmed. It is suitable for ordinary testing machines and samples of simple shape. The last advantage is important especially for basic structures, from the fragments of which it is difficult to make a sample of a complex shape.

Key words: durability, multiaxial fatigue, safety index, shear stress, bending.

Вступ. Всі елементи основного технологічного устаткування (двигун, трансмісія, виконавчий механізм і інструмент) встановлено на базових несучих конструкціях (BS). До них віднесено рами, станини, каркаси, корпуси, кожухи, тощо. Означені елементи виконують головну функцію устаткован-

ня і визначають його роботоздатність.

Всі складові структурні елементи різняться між собою підходом щодо призначення ресурсу. Ресурс устаткування в цілому повинен, щонайменше, відповідати амортизаційному строку групи, до якої може бути віднесено об'єкт, що розглядається. За

Білодіденко Сергій Валентинович – д.т.н, проф. УДУНТ,
Гануш Василь Іванович – УДУНТ,
Іжевський Євген Анатолійович – аспірант УДУНТ,
Чеченєв Володимир Андрійович – д.т.н., проф. УДУНТ.А.,
Щербінін Максим Олександрович – студент УДУНТ

Bilodidenko Serhii – d.t.s., Prof. USUST
Ganush Vasyli – USUST,
Yevhen Izhevsky – student at USUST,
Volodymyr Chechenev, – d.t.s., prof. USUST.,
Maksym Shcherbinin – student of USUST

кампанію устаткування більшість вузлів структурних ділянок може бути замінена декілька (від 2 до 6) разів. Це не стосується, по-перше, інструменту, до якого ставляться, майже, як до витратних матеріалів. По-друге, виключенням є базові конструкції, заміна яких не передбачена, але можливий їхній ремонт. Фактично, ресурс BS визначає кампанію об'єкту.

Слід зауважити, що зараз спостерігається світова тенденція до збільшення призначених термінів експлуатації основного технологічного устаткування в усіх галузях. За даними української компанії «Енергоатом» річний ефект від продовження на 10-15 років експлуатації одного енергоблока АЕС складає приблизно 1.5 млрд. доларів. В середовищі фахівців залізничного транспорту вважається, що економічний ефект від продовження строку служби складає близько 100 тис. грн. (на 2020 рік це відповідало 3500 – 4000 доларів) на одиницю тягового рухомого складу на рік наднормативної експлуатації.

Постановка проблеми і мета досліджень - Проблеми продовження ресурсу. Активний розвиток промислової індустрії приходить на 50-60-і роки минулого сторіччя, коли інтенсивно нарощувалася, як одинична потужність прокатних агрегатів, так і збільшувалась їх кількість. К цьому часу було розроблено основні методики проектувального розрахунку міцності елементів BS. В результаті забезпечувалися понад п'яти-десятикратні запаси статичної міцності. Тому, виключаючи деякі випадки аварійного руйнування, назагал, BS є достатньо надійними. Однак, відбувається поступове накопичення втомних пошкоджень, які і призведуть в певний момент до їхнього руйнування. Цей момент не є визначеним, оскільки розрахунків на витривалість, зазвичай, не роблять. Немає нормованих методів визначення ресурсу, безпосередньо, для BS. Вважалося, що запаси міцності забезпечують амортизаційний строк до виведення технологічного устаткування з експлуатації, який в Україні складає 15-30 років.

Збільшення нормативних термінів експлуатації відповідають вимогам концепцій «Індустрія 4.0» і «зеленої металургії» [1,2]. В результаті продовження строків до зняття з експлуатації зменшуються не тільки питомі витрати на утримання устаткування, але і відрахування на амортизацію. Це вкупі дає можливість знизити собівартість продукції і зробити виробництво конкурентоспроможним. Тенденція до збільшення строків експлуатації понад нормованих спостерігається і в прокатному виробництві. Продовжується експлуатація базових конструкцій прокатних станів, які відпрацювали 50 – 80 років [3]. Природньо, що при цьому необхідно оцінити залишковий ресурс основних конструкцій.

Проблема оцінки можливості продовження експлуатації устаткування полягає в складності визначення залишкового ресурсу базових конструкцій (BS). Причини цього в наступному.

1. При проектуванні BS не розраховувався їхній ресурс. Вважалося, що надійність забезпечується за рахунок створення значних запасів статичної, як правило, міцності. При цьому оцінка напруженого стану здійснювалася, переважно, консервативними засобами. На час створення BS, а продовження ресурсу потребують об'єкти 25 - 50 річної експлуатації, уточнених програм, на кшталт методу скінчених елементів, не існувало. Тому достовірність оцінки однобічна, і підстави для перегляду можливості подальшої експлуатації об'єктивно існують.

2. Під час довготривалої експлуатації базових конструкцій не приділялося належної уваги режимам їхнього навантаження. Не завжди в колі фахівців навіть є розуміння, що BS елементи технологічного устаткування потерпають від втомних пошкоджень. На сучасному етапі інженерного розвитку моделі опору втомі почали застосовувати для об'єктів, безпека яких раніше розглядалася в абсолютно статичному аспекті. До цих об'єктів стали відноситися мости, будівлі, трубопроводи, несучі конструкції промислового обладнання [4]. Тому при переоцінці технічного стану BS елементів потрібна реконструкція умов експлуатації і процесів навантаженості. При цьому важливо визначити обсяг виконаної на устаткуванні роботи.

3. Масо-габаритні параметри базових конструкцій є значно вагомішими, аніж решти елементів механічної системи. В аспекті моделювання опору втомі це потребує враховувати низку чинників. По-перше, це масштабний ефект. Його проявлення можуть бути нівельовані в форматі локально-деформаційного підходу. По-друге, складність форми BS поряд з їх протяжністю регламентують при виготовленні застосовувати з'єднання (зварка, клепка, тощо). Такі технології провокують появу дефектів. Тому певна частина ресурсу BS приходить на розвиток тріщиноподібних дефектів. Причому, доволі нерідко наявні тріщини можуть гальмуватися, не доводячи конструкцію до повного руйнування.

Наслідком складності форми є третій характерний чинник, пов'язаний з високими градієнтами напружень. Тобто, деякі зони BS є значно напруженішими, ніж інші. Звідси впливає низький коефіцієнт використання металу в конструкції, що також спонукає до продовження експлуатації BS. Тісно пов'язаний з цими ж причинами четвертий характерний чинник, який впливає на ресурсну модель. Йдеться про складний напружений стан, який призводить до багатовісної втоми металу. Доволі часто на базові конструкції вміщують декілька джерел віброактивності, що може сприяти непропорційному навантаженню.

4. Після довготривалої експлуатації відбувається деградація механічних властивостей металу, яка обумовлена не тільки експлуатаційним наробітком, а власне, і тривалим зберіганням. Ступінь деградації певних показників властивостей є діагностичним параметром технічного стану BS. Крім

того, це явище потрібно враховувати при оцінці залишкового ресурсу.

5. Деградація металу не єдиний наслідок довготривалої експлуатації. Справа в тому, що перестає діяти модель необмеженої довговічності при напруженнях, які є меншими від границі витривалості. Метал потрапляє в зону гігациклової або дуже багатоциклової втоми (very high cycle fatigue). Наприклад, на автомат-стані трубопрокатного агрегату 350 елементи станини за час 80-річної експлуатації отримали $1.4 \cdot 10^8$ циклів навантажень [3]. Тому втомна модель при подовженні ресурсу повинна бути відкоригована внаслідок і цього явища.

6. При оцінці надійності і безпеки BS постає проблема мультифокальної пошкодженості (multifocal damaging), пов'язаної з множинністю джерел враження [5]. Необхідно від показників пошкодженості «багатьох точок» перейти до певного комплексного показника технічного стану всієї конструкції. Проблема вирішується шляхом об'єднання показників надійності окремих елементів BS, які саме і є об'єктами такої пошкодженості.

7. Для BS існує проблема призначення граничного стану. Здавалося б, тут немає питань – доки BS зберігає несучу здатність, вона в робочому стані. Несуча здатність, зазвичай, втрачається при повному руйнуванні. Але такого стану для BS досягти не так просто, оскільки там існують резервовані елементи, додаткові зв'язки, підтримки тощо. Вони додають конструкції статичної невизначеності, при якій швидкість зростання тріщин важко прогнозувати. Нерідко з'являються короткі тріщини, які змінюють жорсткість BS, і їхню напруженість. Втрата несучої здатності являє собою послідовність стадій розвитку руйнування, кожна з яких описується власною моделлю. Повний ресурс представляється як сума довговічності до появи тріщини і живучості на різних стадіях руйнування.

Проблема, якій присвячено цю роботу, постала у зв'язку з переходом від методів класичної надійності до методів структурної надійності, коли вона визначається не при випробуванні всієї системи в цілому, а по показниках окремих елементів системи. Оскільки при обслуговуванні більш зручно контролювати надійність всієї системи, то необхідно окремі показники об'єднати в єдиний. Це робиться за певними алгоритмами і правилами, які є специфічним розділом теорії надійності і ризику. З методичної точки зору задача об'єднання показників надійності окремих елементів рівнозначна до задачі об'єднання дії окремих складових комплексу деградаційних процесів.

Більшість реально функціонуючих елементів конструкцій і деталей машин потерпають від комплексного циклічного навантаження та комбінації деградаційних процесів. В такій ситуації для визначення технічного стану механічної системи з'являється необхідність об'єднання окремих показників процесів пошкодження в єдине рішення, в єдиний комплексний показник.

Комплексне навантаження призводить до виникнення в матеріалі конструкції складного напруженого складу (СНС). При циклічній дії такого навантаження ініціюється явище багатовісної втоми. Комплексне навантаження є результатом комбінації простих видів деформації, які відбуваються в певній послідовності, або відповідають певній, так званій, траєкторії деформування.

Робота мала на меті пошук шляхів вирішення однієї з проблем, які постають при діагностуванні технічного стану і подовженні експлуатаційного ресурсу об'єктів промислового устаткування. Йдеться про розробку моделі довговічності BS, яка враховує СНС при циклічній дії комплексного навантаження.

Стан проблеми і аналіз літературних даних - Моделі витривалості при багатовісній втомі. Врахування СНС, яке виникає в матеріалі конструкції при комплексному навантаженні, в інженерії, здебільшого, здійснюється шляхом знаходження еквівалентного показника, який за своєю дією призводить до однакового з СНС пошкодження. Еквівалентування – намагання врахувати збільшення інтенсивності накопичення пошкоджень при комплексному навантаженні шляхом збільшення діючого показника напруженого стану. Такий підхід є протилежним до ресурсних моделей концентрації напружень, де те ж саме явище враховується шляхом зменшення характеристик опору втомі

Еквівалентування за нормальними напруженнями.

Разом із становленням науки про міцність матеріалів виникли перші теорії міцності, призначені для СНС. В 18 -19 сторіччях розроблені шість класичних гіпотез, які постулюють, що руйнування відбудеться, коли комплексний показник напруженого стану досягне критичних значень, відповідних одновісному розтягуванню (рис.1). Якщо відомі тільки характеристики міцності базового процесу деформування (В, рис.1), то еквівалентування за нормальними напруженнями доволі кропітка задача. В загальному випадку для забезпечення міцності при СНС необхідно дотриматися 12 умов [6].

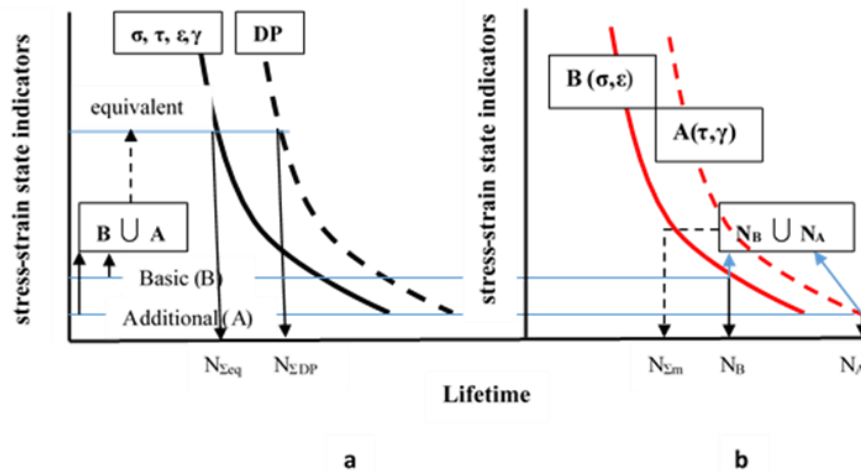


Рисунок 1 - Принципова схема визначення довговічності при СНС N_s шляхом еквівалентування (а) і шляхом об'єднання індексів безпеки (б)

Задача спрощується, коли відомі характеристики міцності додаткового процесу деформування (А, рис.1), наприклад, при зсуві. Тоді еквівалентне напруження при сумісній дії нормальних і дотичних напружень визначається як:

$$\sigma_{eq} = k_{\sigma} \sigma. \quad (1)$$

Тут k_{σ} – коефіцієнт обтяження базового процесу деформування, який є результатом об'єднання показників міцності при різних схемах деформування.

Класичні гіпотези були винайдені для статичного навантаження. Але принаймні три з них розповсюджені на випадок багатовісної втоми і широко використовуються в теперішній час. Довговічність при змішаному деформуванні, яке відповідає СНС, визначається за рівнянням кривої втоми (S-N curve) для базового процесу:

$$N_{Seq} = k_N N_B = k_{\sigma}^{-m} N_B. \quad (2)$$

Тут $m=m_{\sigma}$ – показник нахилу кривої втоми, вираженої для нормальних напружень, а довговічність має зміст еквівалентної.

Для III і IV теорій міцності маємо:

$$k_{\sigma} = \sqrt{1 + \left(\chi \frac{\tau}{\sigma} \right)^2}. \quad (3)$$

Для теорії Мора:

$$k_{\sigma} = \frac{1-\chi}{2} + \frac{1+\chi}{2} \sqrt{1 + \left(\chi \frac{\tau}{\sigma} \right)^2}. \quad (4)$$

В цих формулах символом χ позначені властивості матеріалу при опорі втомі, які втілено через границі витривалості при зсуві τ_R і при згині σ_R : $\chi = \sigma_R / \tau_R$. За III теорією $\chi = 2$, за IV теорією $\chi = \sqrt{3}$. В (4) опір втомі втілюється через відношення границь витривалості при стисканні і розтягуванні. Розглянуті формули зручні у використанні, що пов'язано з незалежністю величини k_{σ} від діючих напружень. Є залежність лише від їх відношення.

Але вирази (3), (4) погано працюють за умов крихкого руйнування, коли наявні малі пластичні деформації. Ознаки такого деформування спостерігаються для високоміцних сталей, для зон концентрації напружень, для втомного руйнування. Для таких умов розроблені залежності граничного стану еліптичного типу [7]. З них випливає, що величина k_{σ} стає залежною від абсолютних рівнів діючих напружень. Це звужує універсальність розглянутих теорій.

Взагалі, спосіб еквівалентування за нормальними напруженнями тримається на схожості поведінки показників статичної і циклічної міцності. Тобто, передбачається, що відношення показників плинності і витривалості при розтягуванні і зсуві не змінюється. Дійсно, залежності (3), (4) можуть використовуватися, як для незмінних τ і σ , так і для таких, що періодично змінюються. Неоднозначний результат виникає, коли на циклічний базовий процес впливає додатковий, параметри якого можуть бути різними за асиметрією. А це не може бути враховано в межах розглянутих моделей.

Еквівалентування за дотичними напруженнями і деформаціями.

З розвитком інструментальних способів дослідження мікроструктурної будови матеріалів, дослідники прийшли до думки про відповідальність дотичних напружень за появу втомних тріщин. Природно, в такій ситуації виникає доцільність екві-

валентування за дотичними напруженнями. Наприкінці 50-х років Findley запропонував пошкоджуючий параметр (DP, рис. 1, а), який по суті є еквівалентною амплітудою. Цей критерій наведено в такий трактовці [8]:

$$DP_F = \tau_{aeq} = k_\tau \tau_a = \tau_a \left(1 + k_F \frac{\sigma_{\max}}{\tau_a} \right). \quad (5)$$

Тут діюче дотичне напруження дано в амплітуді τ_a , що підкреслює основний процес навантаження є циклічний. Нормальне напруження $\sigma_{\max}$ виступає як параметр додаткового процесу навантаження. Його максимальне значення свідчить, що обтяження може мати, як статичний, так і циклічний характер. Це зберігає за критерієм Findley той самий недолік, властивий моделям (3) і (4). Властивості матеріалу враховуються через коефіцієнт [9]:

$$k_F = \frac{3}{\chi} + \frac{3}{2} = 3 \left(\frac{\tau_R}{\sigma_R} - 0.5 \right). \quad (6)$$

Для випадку поєднання крутіння і згину за межу втоми в нормальних напруженнях σ_R за рекомендаціями [9] слід брати межу втоми для умов згину. За формулою (6) відношення $\tau_R/\sigma_R > 0.5$. Для умов згину межа втоми, як мінімум, на 33% є більшою

від межі втоми на розтягування [10]. За даними авторів ця різниця доходить до 50-75%. Тобто, фактично, відношення $\tau_R/\sigma_R < 0.5$, що унеможливає застосування критерію (5) в схожій ситуації.

Для високих рівнів нормальних і дотичних напружень на підставі критерія Findley був розроблений більш гнучкий критерій Erickson [11]. Він враховує асиметрію циклу і добре працює при синфазному і непропорційному навантаженні. Але для його використання потрібно знати 6 констант матеріалу, що є доволі незручним. В модифікованому критерії Suman кількість констант зменшена до 2 [8]. Для віднульового або пульсуючого циклу, коли розмах деформації дорівнює максимальному значенню, взагалі, можна обійтися однією константою k_E . Тоді критерій Suman (який, повторимо, є модифікацією критерія Erickson) набуває форму, аналогічну до критерія Findley:

$$DP_S = \tau_{maxeq} = k_\tau \tau_{\max} = \tau_{\max} \left(1 + k_E \frac{(\sigma \cdot \tau)_{\max}}{\sigma_R^2} \right). \quad (7)$$

Вторинний мультиплікативний член цього рівняння у вигляді максимального добутку діючих нормального і дотичного напружень пояснює їхній вплив на критичну площину (critical plane).

Концепція критичної площини, в якій зароджуються втомна тріщина, є однією з найавторитетніших при вирішенні проблеми багатовісної втоми. Вона була втілена в критерії Fatemi-Socie [12]. Тут пошкоджуючий параметр відповідає амплітудній зсувній деформації γ_a :

$$DP_{FS} = \gamma_{aeq} = k_\gamma \gamma_a = \gamma_a \left(1 + k_{FS} \frac{\sigma_a}{\sigma_Y} \right). \quad (8)$$

Критерій ґрунтується з позицій механіки руйнування при розгляді появи тріщини на мікрорівні. Хоча тріщина може зростати під дією трьох відомих механізмів, її зародження відбувається тільки за рахунок зсуву, уздовж смуг ковзання (slip bands, рис.2) [13]. При нормальному відриві (I mode) вони розташовані поперек напрямку зростання тріщини, а при поздовжньому і поперечному зсуві (II, III mode) – уздовж розвитку тріщини. Критична площина знаходиться на майданчику з максимальними зсувними деформаціями γ_a , які обтяжені нормальними деформаціями (рис.2, в).

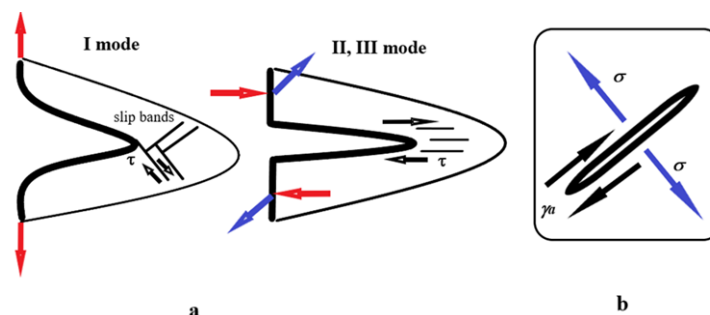


Рисунок 2 - Схема зсувного зародження тріщини на мікрорівні (а), та схема критерія багатовісної втоми на макрорівні (концепція критичної площини, в)

Коефіцієнт обтяження k_γ в цьому випадку відноситься до деформації зсуву. Вторинний мультиплікативний член цього рівняння являє відношення амплітуди нормального напруження, яке діє перпендикулярно критичній площини, до межі пластичності σ_y . В критерії Brown – Miller в цій якості замість нормального напруження використовується деформація [14]. Слід зауважити, що велика група пошкоджуючих параметрів DP визначається за енергетичними критеріями, які здатні ефективно визначати довговічність при багатовісній втомі [15].

Маючи пошкоджуючий параметр DP , з'являється можливість побудувати $DP-N$ – curve замість $S-N$ – curve і вести за їх допомогою прогнозування ресурсу. Така процедура не завжди ефективна, оскільки тіснота зв'язку для $DP-N$ – curve може бути меншою, ніж для $S-N$ – curve [16].

Непропорційне навантаження.

Непропорційне навантаження частіше за все спостерігається в корпусних елементах конструкцій, де мається декілька каналів навантаження або потоків потужності. В цьому випадку важко спрогнозувати навіть місце появи тріщин. Циклічний характер навантаження елементів конструкцій обумовлений періодичністю технологічних операцій і зміною взаємного положення ланок механізмів. Доволі часто в об'ємі матеріалу утворюється СНС, окремі компоненти якого змінюються циклічно. Якщо компоненти циклюють з однаковою частотою без зсуву фаз, то маємо пропорційне навантаження (Р, рис. 3, а). Такий випадок є поширеним, якщо існує одне джерело навантаження. В інших випадках компоненти змінюються в часі за власними законами, що призводить до непропорційного навантаження (NP, рис. 3, в, с).

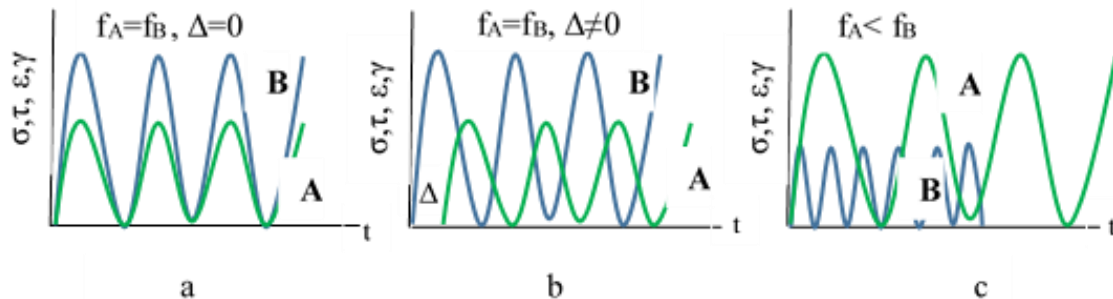


Рисунок 3 - Зміна параметрів деформування ($\sigma, \tau, \epsilon, \gamma$) в часі (t) для основного (B), додаткового (A) процесів, відповідно, з частотами f_B, f_A при пропорційному (а) і непропорційному навантаженні (в, с) із зсувом фаз Δ

Один з прикладів непропорційного комбінованого навантаження відноситься до валів зубчастих передач приводів технологічних машин. В цьому випадку технологічне навантаження генерує передавальний крутний момент, що змінюється разом із дотичними напруженнями відповідно частоті технологічної операції f_A (рис. 3, с). Момент передається через зусилля зачеплення, яке провокує в валові згинальний момент. Оскільки вал обертається, в ньому виникають нормальні напруження, які змінюються з частотою обертання f_B (рис. 3, с).

В класичній механіці СНС розглядається на рівні мікрооб'єму матеріалу або на рівні перетину деталі, які розглядаються як об'єкт. Еквівалентування здійснюється саме для таких об'єктів. Хоча розмір перетину іноді може бути зовсім великим для визначення локального фізичного показника пошкодження. В методології ризику-безпеки сенс врахування комбінованого навантаження і об'єктність дещо змінюється, оскільки потрібно оцінювати цілісність усього елемента, на який діють декілька процесів пошкодження і є декілька потенційно небезпечних місць. Тому спостерігається відхід від природних фізичних критеріїв на користь **розрахункових комплексних**. Незважаючи на те, що такі показники виглядають штучними, вони є більш

ефективними для технічного обслуговування механічних систем.

Для характеристики непропорційного навантаження використовується діаграма Треска, коли в координатах «нормальне напруження σ (або деформація ϵ) – дотичне напруження τ (або зсув γ)» позначена траєкторія деформування. Кожна траєкторія має свій коефіцієнт непропорційності f_{NP} , який змінюється від 0 до 1. Для його визначення використовується модель моментів інерції [26]. Траєкторія утворює фігуру з певним моментом інерції. Найбільший момент інерції утворює кругова траєкторія, для якої $f_{NP}=1$. Пропорційне навантаження позначається прямою лінією. Для цього випадку $f_{NP}=0$. Для решти випадків величина f_{NP} визначається через корінь відношення моментів інерції певних траєкторій до кругової траєкторії [26]. В просторовій трактовці комплексного навантаження коефіцієнт непропорційності збільшується, і навіть для певних випадків може перевищувати одиницю [27].

Вплив чинника непропорційності на довговічність є доволі суперечливим. Очевидно, за порівняльну базу слід приймати довговічність при пропорційному навантаженні, яка визначається за (5) по коефіцієнту обтяження $k_{\sigma(\tau)}$ в силівій або дефо-

рмаційній - $k_{\varepsilon(\gamma)}$ трактовці. Для низьколегованих сталей під дією циклічних згину з крутінням було виявлено **збільшення** довговічності (навіть в 10 разів) при NP- навантаженні у порівнянні з Р – процесом. Спостерігається це явище, як при однакових нормальних, так і однакових дотичних напруженнях [18]. Тобто, в цьому випадку не має значення, який процес приймати за базовий. Разом із тим, для нержавіючої сталі при всіх траєкторіях деформування помічено аналогічне **зниження** довговічності при NP- навантаженні в усьому діапазоні деформацій [1]. На перший погляд, таке явище може бути пов'язане із збільшенням відносного часу перебування матеріалу у напруженому стані. Тобто, коли при Р-навантаженні має виникнути мінімум, завдяки NP-навантаженню знов з'являється максимум. Однак, такі міркування не відповідають моделі багатовісної втоми на підставі об'єднання індексів безпеки. Згідно цієї концепції призначається базовий процес, за частотою якого визначається термін експлуатації. При такому підході Р-навантаження буде більш агресивним, оскільки до 1 циклу базового процесу додається ще 1 цикл додаткового процесу. При NP-навантаженні до 1 циклу базового процесу додається неповний цикл додаткового процесу і інтенсивність накопичення пошкоджень мала би знизитися. В моделі це втілюється шляхом зменшення рівня значимості U для NP- навантаження.

На самій справі різниця між обома типами комбінованого навантаження відчутна на мікрорівні структури металів. При Р- навантаженні лінії ковзання є чіткими і односпрямованими, а при переході до NP- навантаження вони стають розмитими і різноспрямованими [25]. На макрорівні такий перехід призводить до зміни механічних властивостей. З одного боку, на діаграмах деформування може спостерігатися циклічне зміцнення, з іншого боку, може збільшуватися пластичність. Обидва процеси протилежно впливають на довговічність, особливо, при малоцикловій втомі.

Кількісну оцінку впливу чинника непропорційності можна здійснити за моделлю Itoh – Sakane [22]. Ключовий параметр цієї моделі відіграє роль коефіцієнта обтяження і визначається як:

$$k_{IS} = 1 + \eta f_{NP} . \quad (9)$$

Тут коефіцієнт η показує чутливість матеріалу до NP- навантаження. Він залежить від розміру відносної зони зміцнення, яка визначається за поточними значеннями меж міцності σ_B і σ_Y :

$$\eta = 1.25S \left(\frac{\sigma_B - \sigma_Y}{\sigma_B} - 0.1 \right) . \quad (10)$$

Для металів з гранецентрованою кристалічною решіткою $S=1$, для об'ємноцентрованих металів $S=2$.

Параметр Itoh – Sakane рекомендовано застосовувати разом із коефіцієнтом обтяження в деформацийній трактовці $k_{\varepsilon(\gamma)}$. Тоді, враховуючи нахил кривих втоми для деформацийних критеріїв $m_{\varepsilon(\gamma)}$, формула (5) трансформується для умов NP-навантаження:

$$N_{Seq} = \left(k_{\varepsilon(\gamma)} k_{NP} \right)^{-m_{\varepsilon(\gamma)}} N_B . \quad (11)$$

Параметр Itoh – Sakane є більшим від одиниці, тому наведена модель придатна для тих випадків, коли NP-навантаження негативно впливає на довговічність.

За підсумком цього стислого аналізу можна зробити наступні зауваження, які потрібні для розуміння подальших розробок.

1. Методи еквівалентування СНС не дають чіткої відповіді, для яких процесів навантаження – статичних або циклічних, пропорційних або непропорційних – вони придатні. Особливо ця проблема гостро відчувається користувачами міцнісних моделей – конструкторами і ремонтниками.

2. Моделі багатовісної втоми не працюють при $\tau_R/\sigma_R < 0.5$.

3. Залишається проблематичною експериментальна перевірка моделей багатовісної втоми, оскільки потребує створення спеціального випробувального обладнання [18, 17]. Тому є актуальними способи і методики, які дають змогу спростити імітацію СНС.

4. Методи еквівалентування за нормальними напруженнями, які ґрунтуються на класичних теоріях міцності, є малоефективними для прогнозування довговічності при багатовісній втомі. Це обумовлено тим, що процеси зародження тріщин не контролюються нормальними напруженнями, а пов'язані із зсувом. Тому критерії дотичних напружень і деформацій є більш ефективними, оскільки пов'язані з природою втоми. В цьому аспекті, поширене серед користувачів програм скінчених елементів еквівалентування за Мізесом безкорисне при прогнозуванні ресурсу, як на стадії зародження, так і на стадії зростання тріщини. Аналогічний, але менш категоричний висновок відносно застосування критерія Мізеса зроблено в дослідженнях, які аналізують витривалість при багатовісній втомі [24]. Тут ретельно розглянуті причини неспроможності традиційної моделі і не рекомендують її використання у випадках:

а) домінування дотичних напружень (а це і є стадія зародження тріщини),

б) коли $\tau_R/\sigma_R < 0.577$,

в) якщо матеріал чутливий до непропорційного навантаження.

Навіть за умов двовісного розтягання критерій Мізеса прогнозує зайве оптимістичний результат.

Модель витривалості при багатовісній втомі на підставі об'єднання індексів безпеки. Принцип об'єднання ресурсних індексів безпеки

(RSI), за допомогою якого вирішується проблема багатовісної втоми, передбачає представлення навантаження як комбінацію окремих процесів. Схожий підхід сповідується в так званому способі «проекція за проекцією» ("Projection-by-Projection") [23]. В залежності від типу цього процесу (стаціонарний, нестационарний, випадковий) визначається довговічність або її функція розподілу.

Небезпечні місця BS потерпають від циклічних нормальних і дотичних напружень. На стадії зростання дефекту такі умови провокують руйнування змішаного типу, коли водночас спостерігаються I, II і III моди. Для змішаного руйнування авторами було розроблено, так званий, метод «чистих мод» (pure modes), який було застосовано для оцінки живучості (survivability) листопрокатних валків, а також станин клітей трубопрокатного агрегату [3]. Метод полягає в тому, що спочатку визначають криві живучості для окремих чистих мод, після чого за певним алгоритмом об'єднання визначається число циклів зростання до критичного розміру тріщини. Таку ідею запропоновано здійснити в алгоритмі визначення числа циклів навантаження до появи тріщини.

Згідно правила об'єднання ресурсних індексів безпеки довговічність при нестационарному процесі N_{Σ} визначається через довговічності при стаціонарних процесах N_i як [5]:

$$N_{\Sigma} = \frac{1}{\sum \left(\frac{U_i}{N_i} \right)} \quad (12)$$

Для циклічних процесів критичність U_i визначається через відносну тривалість дії процесу c_i , який відповідає рівню навантаженості блоку. Також значимість залежить від внутрішньо блокового накопиченого пошкодження a_0 [4,5]. Його величина, як правило, знаходиться в діапазоні $a_0=0,2\dots2,0$ і визначає безпеку процесу. Чим менша величина a_0 , тим інтенсивніше протікає деградаційний процес, тим він небезпечніше. Отже:

$$U_i = \frac{c_i}{a_0} \quad (13)$$

Величина a_0 залежить від форми блоку і є однаковою для рівнів, тому можна записати:

$$N_{\Sigma} = \frac{a_0}{\sum \left(\frac{c_i}{N_i} \right)} \quad (14)$$

Стосовно сумісної дії двох процесів навантаження, які призводять до виникнення нормальних і дотичних напружень, формула (14) трансформується як (рис.2, b):

$$N_{\Sigma m} = N_{eq} = \frac{aN_B N_A}{c_B N_A + c_A N_B} = aN_m = k_N N_B \quad (15)$$

В даному випадку розрахункова довговічність $N_{\Sigma m}$ відповідає комбінованому (змішаному) навантаженню, а довговічності N_B і N_A відповідають чистому навантаженню при базовому (B) і додатковому (A) процесі навантаження. За базовий процес можна прийняти циклювання нормального напруження, а за додатковий – циклювання дотичного напруження. Тоді $N_B = N_{\sigma}$, $N_A = N_{\tau}$. Принципова різниця між традиційними методами еквівалентування (рис. 1,а) і запропонованою моделлю видна на рис. 1,б та з (15). Тут об'єднуються не показники напружено-деформованого стану, а безпосередньо відповідні їм довговічності.

Відносна тривалість дії процесів c_i визначається їхньою частотою f :

$c_B/c_A = f_B/f_A$. Для базового процесу приймають $c_B=1$ і вже розрахунок ресурсу ведеться для його

частоти. Слід зауважити, що на відміну від нестационарного навантаження, при комбінованому навантаженні сума величин c_i не обов'язково дорівнює одиниці. Тобто, $\sum c_i \neq 1$. Для синфазного пропорційного процесу $f_B=f_A$ і $c_B=c_A=1$. Зважаючи на врахування частот процесів, в запропонованій моделі непропорційне навантаження розглядається як навантаження із зсувом фаз.

Змінність величини a пов'язана, в першу чергу, з особливостями поведінки функції (14), (15). Величина a залежить від співвідношення N_B/N_A . При $N_B/N_A \rightarrow 0$, тобто $N_A \gg N_B$ маємо $N_{\Sigma} \rightarrow N_B$ і $a \rightarrow 1$. В протилежному випадку, коли $N_A/N_B \rightarrow 0$ ($N_B \gg N_A$), $N_{\Sigma} \rightarrow N_A$, також маємо $a \rightarrow 1$. Між цими крайніми положеннями, коли довговічності N_A і N_B одного порядку, величина a убуває до мінімуму, після чого зростає (рис. 4).

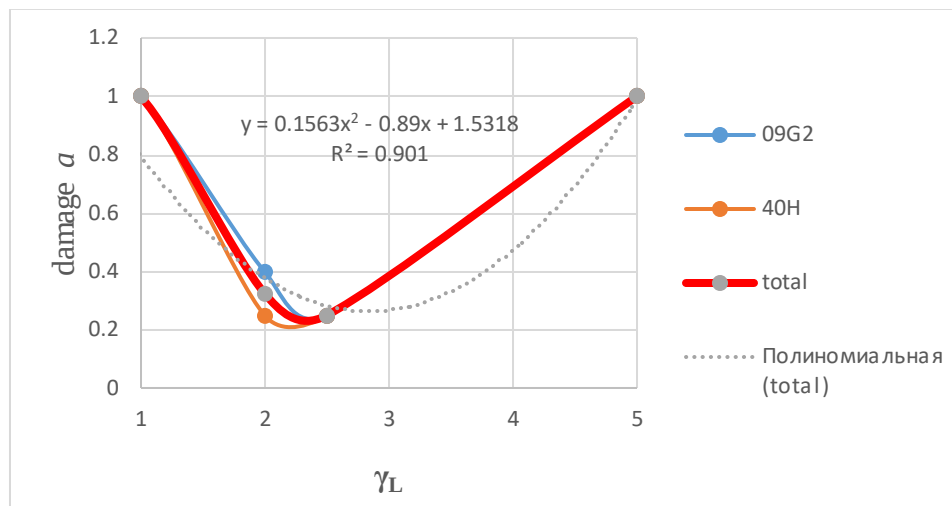


Рисунок 4 - Зміна накопиченого пошкодження a в залежності від кратності прольоту γ_L , що отримана експериментально для зразків зі сталей 09Г2 і 40Х, а також узагальнена модель (total) [28]

Можна представити функцію $a(N_B/N_A)$ як шматково-лінійну. Відношення довговічностей N_B/N_A залежить від відношення напружень базового і додаткового процесів. В проведених експериментах таке відношення напружень регулювалося через коефіцієнт плеча γ_L . Для зразків прямокутного перетину він складає $\gamma_L = \sigma/3\tau$. Тому функцію $a(N_B/N_A)$ можна представити як функцію $a(\gamma_L)$:

$$a = 1 + \alpha_B \gamma_L, \quad (16)$$

де α_B – інтенсивність зміни граничного накопиченого пошкодження від базового процесу.

Параметри узагальненої (total, рис.4) шматково-лінійної функції $a(\gamma_L)$ моделі (13): $a_B = -0.75$ (при $\gamma_L = 1-2$), $a_B = 0.3$ (при $\gamma_L = 2.5-5$). На решті ділянок (зокрема, в середині) накопичене пошкодження, практично, не змінюється.

Слід зауважити, що ванноподібна форма графіку функції $a(\gamma_L)$ впливає з концепції еквівалентування через функцію обтяження. В результаті цього довговічність при змішаному руйнуванні чи комбінованому навантаженні є меншою від довговічності при «чистих» типах деформування. В той же час відомі моделі багатовісної втоми, при яких комбіноване навантаження не несе обтяжуючого ефекту. Наприклад, при дослідженні опору втоми за наявності дефектів при допомозі статистичного моделювання мікроструктури металу був знайдений показник еквівалентності DP_M . Він пов'язаний з параметрами закону розподілення ймовірності руйнування зерен (гранул) навколо дефекту і має розмірність напруження [25]. Природно, що чим більшими є розміри дефекту і діюче напруження, тим більшими є середній рівень ймовірності руйнування і об'єм металу зі зруйнованими зернами. Однак, ці показники зростають і при переході від деформування розтягуванням до деформування крутінням. Проміжні значення показника DP_M відповідають змішаному руйнуванню. Тому діаграма Кітагани, яка слугує для характеристики опору вто-

мі, для змішаного руйнування знаходиться між діаграмами для «чистих» типів деформування [25]. А це значить, що коефіцієнт обтяження стає меншим від одиниці. Тоді функція $a(\gamma_L)$ змінює свою форму від ванноподібної до монотонно зростаючої.

Для несинфазного навантаження функцію $a(\gamma_L)$ необхідно коригувати за допомогою параметру Itoh-Sakane k_{IS} , який пов'язаний з коефіцієнтом не-пропорційності [20, 21]. Він відіграє роль коефіцієнту обтяження і аналогічно (2) маємо:

$$a = k_{IS}^{-m} (1 + \alpha_B \gamma_L). \quad (17)$$

Якщо додатковий процес навантаження є статичним, то маємо ситуацію $N_A \gg N_B$, $N_\Sigma \rightarrow N_B$. Але в цьому випадку величина a залежить від відносного до межі пластичності напруження додаткового процесу $\bar{\sigma}$ або $\bar{\tau}$. Тоді формули (15), (16) перетворюються як:

$$\text{при } N_A = N_\tau \quad a = 1 - \alpha_A \bar{\sigma}, \quad (18)$$

$$\text{при } N_A = N_\sigma \quad a = 1 - \alpha_A \bar{\tau}, \quad (19)$$

де α_A – інтенсивність зміни граничного накопиченого пошкодження від додаткового процесу.

За даними роботи [19] $\alpha_A = 0.5 \dots 0.8$. Однак в цілому, вплив статичної добавки є дещо складнішим і залежить від типу деформації. Вплив статичного розтягування на циклічну довговічність є значно сильнішим, аніж статичного крутіння. Статичне стискання навіть збільшує втомну міцність. З презентації [13] виявляється, що $\alpha_A = 0.25 \dots 0.3$ для додаткового процесу у вигляді розтягування, і $\alpha_A = -(0.3 \dots 0.4)$, якщо додатковий процес у вигляді статичного стискання. При $N_A = N_\tau$ маємо $\alpha_A = 0 \dots 0.25$. Це підтверджує відомий висновок про незнач-

мість напружень крутіння при затягування болтів на їхню довговічність.

Методика отримання параметрів моделі багатівісної втоми. Мотив, який спонукав до розробки моделі багатівісної втоми на підставі правила об'єднання RSI, пов'язаний з методом «чис-

тих мод», який був застосований для прогнозування живучості при змішаному руйнуванні. В результаті досліджень [28] було з'ясовано, що для визначення параметрів рівнянь втоми при чистих типах деформування бажано отримати модель коефіцієнтів обтяження у вигляді (рис. 5):

$$\frac{\tau_{R\gamma}}{\sigma_R} = \frac{\tau_R}{\sigma_R} k_\tau = \frac{\tau_R}{\sigma_R} (1 - \delta_1 \gamma_L - \delta_{11} \gamma_L^2) \quad \text{або} \quad (20)$$

$$\frac{\tau_{R(\tau+\sigma)}}{\sigma_R} = \frac{\tau_R}{\sigma_R} \left(1 - \delta_{1(\tau+\sigma)} \frac{\tau}{\sigma} - \delta_{11(\tau+\sigma)} \left(\frac{\tau}{\sigma} \right)^2 \right). \quad (21)$$

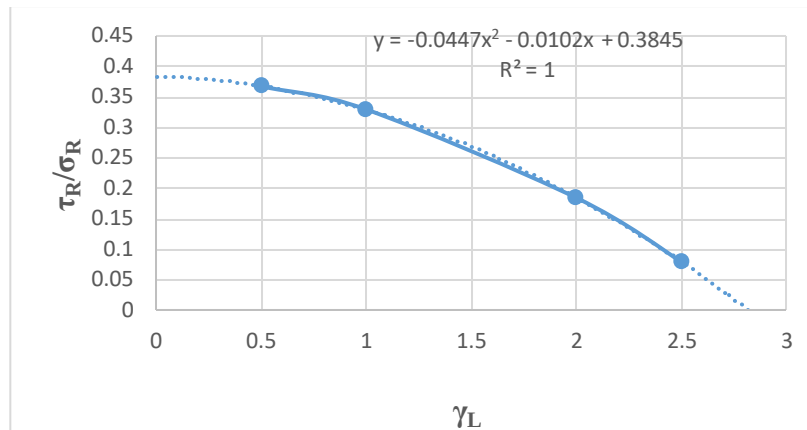


Рисунок 5 - Узгалянена модель (20), для визначення співвідношення між втомою $(\tau_R/\sigma_R)_\gamma$ при СНС

Якщо відома їхня форма, то довговічність при комплексному навантаженні можливо визначати безпосередньо за параметрами цього режиму. Тобто, в такій ситуації метод «чистих мод» є зайвим.

Але він є необхідним, якщо відома тільки крива втоми для, так би мовити, «чистого» поперечного згину ($\tau \rightarrow 0$, $\gamma_L = 4-6$). Тоді потрібно скористатися отриманим співвідношенням $\tau_R/\sigma_R = 0.385$ для визначення кривої втоми при «чистому» зсуві. Далі для параметрів режиму комбінованого деформування за (15) визначається довговічність. При цьому необхідно застосувати одну з моделей накопиченого пошкодження, наприклад [28]:

$$a = 10^{0.3 + m \lg k_\tau}. \quad (22)$$

Але якщо вже є початок користування моделлю (20) у вигляді її частини, коли визначено $\tau_R/\sigma_R = 0.385$, то варто продовжити це робити за рахунок коефіцієнта обтяження k_τ . В такому випадку відповідає потреба в моделях накопиченого пошкодження.

Для надійного прогнозування ресурсу конструкцій, виготовлених з матеріалів, властивості яких суттєво різняться від досліджених, треба провести комплекс випробувань, аналогічний наведеному. Для цього можна скористатися методом втом-

них випробувань на три точковий згин за умов варіювання кратності прольоту або коефіцієнта плеча. Метод полягає в проведенні втомних випробувань при коефіцієнті плеча $\gamma_{L0} = 4-6$ і отриманні параметрів кривої втоми для нормальних напружень (рис. 6):

$$\sigma N^{\frac{1}{m_\sigma}} = 10^{C_\sigma}. \quad (23)$$

Після цього потрібно випробувати зразки ще при 2-3 значеннях коефіцієнта плеча $\gamma_{L1} = 2-2.5$, $\gamma_{L2} = 1-1.5$ і отримати параметри рівняння кривої втоми для дотичних напружень:

$$\tau N^{\frac{1}{m_\tau}} = 10^{C_\tau}. \quad (24)$$

Далі можна віднайти параметри функцій обтяження (20) - (22) (рис. 6).

Внаслідок незмінності параметру нахилу кривої втоми суттєво зменшується кількість випробувань. На кожному випробувальному параметрі γ_{Li} можна обмежитися одним рівнем навантаження. Перевагою методу є можливість отримання характеристик опору втомі при чистому зсуві, не доводячи

зразок до такого напруженого стану. Це здійснюється завдяки екстраполяції функції обтяження до величини $\gamma_L=0$ (стрілки, рис. 6). В результаті на звичайних випробувальних машинах, при достат-

ньо простих методиці випробувань і конструкції зразків можна отримати всі необхідні дані для врахування сумісної дії нормальних і дотичних напружень.

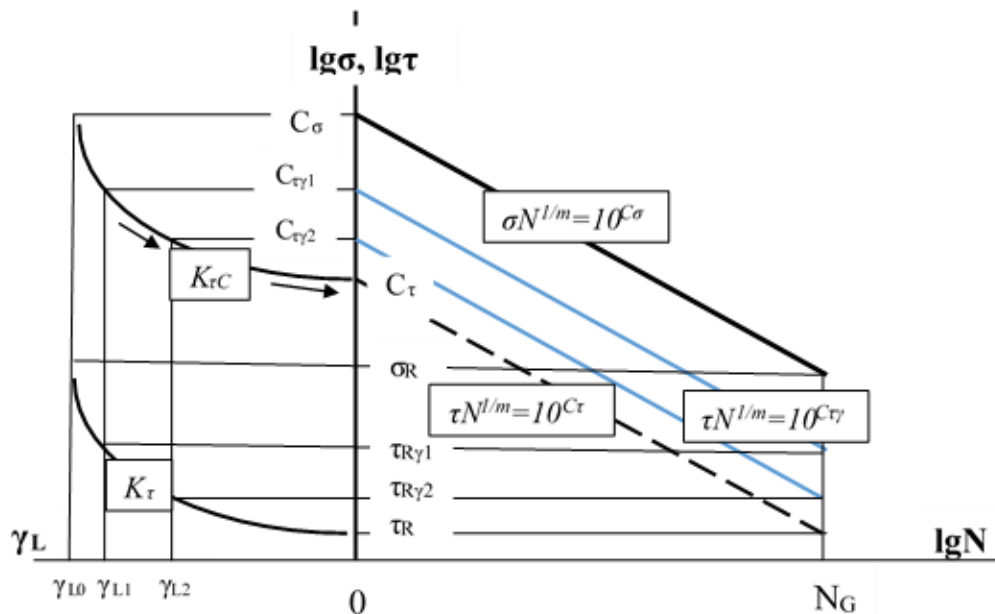


Рисунок 6 - Схема алгоритму знаходження функцій обтяження K_τ , $K_{\tau C}$ за результатами випробувань на триточковий згин при варіюванні кратності зразка

Хоча теоретично матеріал в серединному перетині зразка при триточковому навантаженні перебуває в стані чистого згину і не відповідає умовам СНС, але з обох боків цього перетину діють максимальні зсувні напруження. Вони впливають на зародження і розвиток тріщин. Тріщина саме виникає на деякій відстані від серединної площини або кореня надрізу, де очікується руйнування [22].

Висновки. Підтверджена здатність правила об'єднання ресурсних індексів безпеки прогнозувати довговічність при багатовісній втомі. При цьому комбіноване навантаження розглядається як композиція окремих простих процесів циклічного деформування зі своїми параметрами. Це дає змогу використовувати характеристики опору втомі для простих (чистих) типів деформування, не вдаючись до унікальної та складної випробувальної техніки. Застосування методу індексу безпеки

дає можливість оцінювати ресурс для будь-якого рівня надійності. Запропонована модель дає змогу враховувати форму циклу і тип процесу.

Знайдено пояснення поведінки матеріалів при поперечному згині в умовах зміни коефіцієнта плеча. При цьому опір багатовісній втомі контролюється критеріями на підставі дотичних напружень. Підтверджена можливість отримання параметрів моделі багатовісної втоми при випробуваннях на триточковий згин за умов варіювання кратності зразка. Розроблено методику випробувань для визначення первісних даних для моделі багатовісної втоми, яка придатна для звичайних випробувальних машин і зразків простої форми. Остання перевага важлива саме для базових конструкцій, з фрагментів яких важко виготовити зразок складної форми.

Бібліографічний опис.

1. Paolone R. From liquid metal to rolling: ideas and solutions to increase efficiency and minimize waste // DaNews. - 2019. - №181. - Pages 4 - 12.
2. Della Mora D. Drive for sustainable steelmaking is forming a green wave // DaNews. - 2019. - №181. - Pages 94 - 97.
3. Забезпечення надійності станини робочої кліти прошивного стану тпа 350 після її довготривалої експлуатації. С. Р. Рахманов, С. В. Білодіденко, В. І. Гануш, І. П. Хацкелян, В. В. Поворотний // Металургійна та гірничорудна промисловість. - 2020. - №3. - С. 3 - 17.
4. Fatigue Resistance Models of Structural for Risk Based Inspection/ S. Belodedenko, V. Hanush, A. Baglay, O. Hrechanyi // Civil Engineering Journal. - Vol. 6, No. 2. - 2020. - P. 375 - 383. <http://dx.doi.org/10.28991/cej-2020-03091477>.
5. Application of risk-analysis methods in the maintenance of industrial equipment/S. V. Belodedenko, G. M. Bilichenko, O. M. Hrechanyi, M. S. Ibragimov. - Procedia Structural Integrity. - 2019. - V. 22. - Pages 51 - 58. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2020.01.007>.

6. Collins J. A. Failure of materials in mechanical designing. - J. Willey and sons. 1981.
7. Ужик Г. В. Прочность металлов и влияние концентрации напряжений при изгибе с кручением в условиях симметричных циклов переменных нагрузок // Вестн. машиностроения. - 1954. - №4. - С. 5-14.
8. Suman S., Kallmeyer A., Smith J. Development of a multiaxial fatigue damage parameter and life prediction methodology for non-proportional loading. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 38 (2016), Pages 224–230. <https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.38.30>
9. Kluger K., Łagoda T. Fatigue life estimation for selected materials in multiaxial stress states with mean stress, *Journal of theoretical and applied mechanics* 54, 2, pp. 385-396, Warsaw 2016, DOI: 10.15632/jtam-pl.54.2.385.
10. Heywood R. B. Designing against fatigue. - Chapman and Hall. - 1962.
11. Erickson, M., Kallmeyer, A.R., Vanstone, R.H., Kurath, P., Development of a multiaxial fatigue damage model for highstrength alloys using critical plane methodology, *J. Eng. Mater. Technol.*, 130 (2008) Pages 1 - 9.
12. Fatemi A., Socie D. A critical plane approach to multi-axial fatigue damage including out-of-phase loading, *J. Fat. Fract. Eng. Mater. Struct.*, 11 (1988) Pages 149 - 165.
13. Socie D. Multiaxial Fatigue. University of Illinois 2001-2012 // fcg.mechse.illinois.edu/files/2014/07/5
14. Brown M., Miller K. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain condition, *Proc. of IME* 187, (1973) Pages 745 - 755.
15. Marhabi D., Benseddig N., Mesmacque G., Azari Z., Nianga J. M. Prediction of the critical stress to crack initiation associated to the investigation of fatigue small crack, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 38 (2016) Pages 36 - 46.
16. E. Marcisz, D. Rozumek, Z. Marciniak. Influence of control parameters on the crack paths in the aluminum alloy 2024 under bending, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 34 (2015) Pages 379-386; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.34.42
17. Z. Marciniak, D. Rozumek, E. Macha. Fatigue lives of 18G2A and 10HNAP steels under variable amplitude and random non-proportional bending with torsion loading // *International Journal of Fatigue*, Volume 30, Issue 5, May 2008, Pages 800-813. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.07.001>
18. F. Ogawa, Y. Shimizu, S. Bressan, T. Morishita and T. Itoh. Bending and Torsion Fatigue-Testing Machine Developed for Multiaxial Non-Proportional Loading. *Metals* 2019, 9, 1115; doi:10.3390/met9101115
19. Influence of the biaxial loading regimes on fatigue life of 2024 aluminum alloy and 40CrNiMo steel. V. E. Wildemann, M. P. Tretyakov, O. A. Staroverov, A. S. Yankin // *PNRPU Mechanics Bulletin* 4 (2018) Pages 169-177. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.16.
20. T. Itoh, M. Sakane, M. Ohnami and D. F. Socie (1995) Nonproportional low cycle fatigue criterion for Type 304 stainless steel. *ASME J. Engng Mater. Technol.* 117(3), Pages 285-292.
21. F. Ogawa, T. Itoh, T. Yamamoto. Evaluation of multiaxial low cycle fatigue cracks in Sn-8Zn-3Bi solder under non-proportional loading. *International Journal of Fatigue*, Volume 110, 2018, Pages 215 - 224, <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.01.021>.
22. Bressan S., Ogawa F., Itoh T., Berto F., Influence of notch sensitivity and crack initiation site on low cycle fatigue life of notched components under multiaxial non-proportional loading, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 47 (2019) p.126 - 140; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.47.10
23. Benasciutti D., Zanellati D., Cristofori, A. The "Projection-by-Projection" (PbP) criterion for multiaxial random fatigue loadings: Guidelines to practical implementation, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 47 (2019) Pages 348-366.
24. Niesłony A. A. Critical analysis of the Mises stress criterion used in frequency domain fatigue life prediction, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 38 (2016) 177-183; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.38.24
25. F. Morel, R. Guerchais, N. Saintier. Competition between microstructure and defect in multiaxial high cycle fatigue. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 33 (2015) Pages 404-414; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.33.45.
26. C. Riess, M. Obermayr, M. Vormwald. The non-proportionality of local stress paths in engineering applications. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 37 (2016) Pages 52-59; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.37.08
27. T. Itoh, M. Sakane, T. Morishita. Evaluation and visualization of multiaxial stress and strain states under non-proportional loading // *Frattura ed Integrità Strutturale*, 33 (2015) Pages 289-301; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.33.33.
28. Belodedenko S., Hrechanyi O., Hanush V., Vlasov A. (2022). Estimating the residual resource of basic structures using a model of fatigue durability under complex loading. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3(1 (117), Pages 33–41. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.257013>.

References.

1. Paolone R. From liquid metal to rolling: ideas and solutions to increase efficiency and minimize waste // *DaNews*. - 2019. - №181. - P. 4 - 12.
2. Della Mora D. Drive for sustainable steelmaking is forming a green wave // *DaNews*. - 2019. - №181. - P. 94 - 97.
3. Ensuring the reliability of the stand of the working cage of the pipe rolling unit 350 after its long-term operation. S. R. Rakhmanov, S. V. Bilodidenko, V. I. Hanush, I. P. Khatskelyan, V. V. Povorotny // *Metallurgical and mining industry*. - 2020. - №3. - P. 3 - 17.
4. Fatigue Resistance Models of Structural for Risk Based Inspection/ S. Belodedenko, V. Hanush, A. Baglay, O. Hrechanyi // *Civil Engineering Journal*. - Vol. 6, No. 2. - 2020. - P. 375 - 383. <http://dx.doi.org/10.28991/cej-2020-03091477>.
5. Application of risk-analysis methods in the maintenance of industrial equipment/ S. V. Belodedenko, G. M. Bilichenko, O. M. Hrechanyi, M. S. Ibragimov. - *Procedia Structural Integrity*. - 2019. - V. 22.- P. 51 - 58. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2020.01.007>.
6. Collins J. A. Failure of materials in mechanical designing. - J. Willey and sons. 1981.
7. Uzhik G. V. Strength of metals and the effect of stress concentration in bending with torsion under conditions of symmetrical cycles of variable loads // *Bulletin of mechanical engineering*. - 1954. - №4. - P. 5 - 14.

8. Suman S., Kallmeyer A., Smith J. Development of a multiaxial fatigue damage parameter and life prediction methodology for non-proportional loading. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 38 (2016), Pages 224–230. <https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.38.30>
9. Kluger K., Łagoda T. Fatigue life estimation for selected materials in multiaxial stress states with mean stress, *Journal of theoretical and applied mechanics* 54, 2, pp. 385 - 396, Warsaw 2016, DOI: 10.15632/jtam-pl.54.2.385.
10. Heywood R. B. *Designing against fatigue*.- Chapman and Hall. - 1962.
11. Erickson M., Kallmeyer A.R., Vanstone R.H., Kurath P. Development of a multiaxial fatigue damage model for high strength alloys using critical plane methodology, *J. Eng. Mater. Technol.*, 130 (2008) P. 1 - 9.
12. Fatemi A., Socie D. A critical plane approach to multi-axial fatigue damage including out-of-phase loading, *J. Fat. Fract. Eng. Mater. Struct.*, 11 (1988) Pages 149 - 165.
13. Socie D. *Multiaxial Fatigue*. University of Illinois 2001-2012 // fcpc.mechse.illinois.edu/files/2014/07/5
14. Brown M., Miller K. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain condition, *Proc. of IME* 187, (1973) Pages 745-755.
15. Marhabi D., Benseddig N., Mesmacque G., Azari Z., Nianga J. M. Prediction of the critical stress to crack initiation associated to the investigation of fatigue small crack, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 38 (2016) Pages 36 -46.
16. E. Marcisz, D. Rozumek, Z. Marciniak. Influence of control parameters on the crack paths in the aluminum alloy 2024 under bending, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 34 (2015) Pages 379-386; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.34.42
17. Z. Marciniak, D. Rozumek, E. Macha. Fatigue lives of 18G2A and 10HNAP steels under variable amplitude and random non-proportional bending with torsion loading // *International Journal of Fatigue*, Volume 30, Issue 5, May 2008, Pages 800-813. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.07.001>
18. F. Ogawa, Y. Shimizu, S. Bressan, T. Morishita and T. Itoh. Bending and Torsion Fatigue-Testing Machine Developed for Multiaxial Non-Proportional Loading. *Metals* 2019, 9, 1115; doi:10.3390/met9101115
19. Influence of the biaxial loading regimes on fatigue life of 2024 aluminum alloy and 40CrMnMo steel. V. E. Wildemann, M. P. Tretyakov, O. A. Staroverov, A. S. Yankin // *PNRPU Mechanics Bulletin* 4 (2018) Pages 169-177. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.16
20. T. Itoh, M. Sakane, M. Ohnami and D. F. Socie (1995) Nonproportional low cycle fatigue criterion for Type 304 stainless steel. *ASME J. Engng Mater. Technol.* 117(3), Pages 285-292.
21. F. Ogawa, T. Itoh, T. Yamamoto. Evaluation of multiaxial low cycle fatigue cracks in Sn-8Zn-3Bi solder under non-proportional loading. // *International Journal of Fatigue*, Volume 110, 2018, Pages 215-224, <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.01.021>.
22. Bressan S., Ogawa F., Itoh T., Berto F. Influence of notch sensitivity and crack initiation site on low cycle fatigue life of notched components under multiaxial non-proportional loading, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 47 (2019) p.126-140; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.47.10
23. Benasciutti D., Zanellati D., Cristofori A. The "Projection-by-Projection" (PbP) criterion for multiaxial random fatigue loadings: Guidelines to practical implementation, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 47 (2019) Pages 348-366.
24. Niesłony A. A critical analysis of the Mises stress criterion used in frequency domain fatigue life prediction, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 38 (2016) Pages 177-183; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.38.24
25. F. Morel, R. Guerchais, N. Saintier. Competition between microstructure and defect in multiaxial high cycle fatigue. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 33 (2015) Pages 404-414; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.33.45.
26. C. Riess, M. Obermayr, M. Vormwald. The non-proportionality of local stress paths in engineering applications. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 37 (2016) Pages 52-59; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.37.08
27. T. Itoh, M. Sakane, T. Morishita. Evaluation and visualization of multiaxial stress and strain states under non-proportional loading // *Frattura ed Integrità Strutturale*, 33 (2015) Pages 289-301; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.33.33.
28. Belodedenko S., Hrechanyi O., Hanush V., Vlasov A. (2022). Estimating the residual resource of basic structures using a model of fatigue durability under complex loading. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3(1 (117)), Pages 33–41. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.257013>.