

УДК 621.791.052:629.488

В. І. Гриневич¹, Є. В. Артеменко¹¹Національна металургійна академія України

ЕНТРОПІЙНО-ЙМОВІРНОСНА МОДЕЛЬ НАКОПИЧЕННЯ ВТОМНИХ ПОШКОДЖЕНЬ

Як відомо існує більше десятка моделей (гіпотез) накопичення втомних пошкоджень. За допомогою яких можна прогнозувати, чи зробити оцінки втомного ресурсу деталей машин, які експлуатуються в умовах перемінних режимів навантаження. При виконанні розрахунків як правило використовуються середні характеристики втоми деталей, і відповідно визначаються середні ресурси розраховуваних елементів машин, а побудова функцій розподілу їх ресурсу потребує окремих додаткових зусиль, та застосування певних методичних заходів.

Розроблена ентропійно-ймовірнісна модель накопичення втомних пошкоджень, яка базована на принципах лінійної гіпотези Палмгрена-Майнера, яка містить в собі новітній закон розподілу довговічності, за допомогою якого можна визначити середню (математично очікуєму) довговічність деталей машин, а також побудувати функцію розподілу ресурсу деталей машин, з визначенням її параметрів.

Новітня модель накопичення втомних пошкоджень відрізняється від відомих, які дають найбільш адекватні оцінки середньої довговічності Кортена-Долана, Серенсена-Кагаева, Пальмгрена-Майнера і моделі лінійної механіки руйнування, тим що можна розрахувати достатньо точну середню довговічність деталей машин, а також визначити її функцію розподілу.

DOI: 10.34185/0543-5749.2021-1-42-48

Вступ

Розрахунки, що стосуються прогнозування, чи оцінки втомного ресурсу деталей машин, експлуатуваних в умовах перемінних режимів навантаження, неодмінно базуються на використанні моделей (гіпотез) накопичення втомних пошкоджень. При виконанні згаданих розрахунків, як правило, використовуються середні (математично очікуємі) характеристики втоми деталей і, відповідно, визначаються середні (математично очікуємі) ресурси розраховуваних елементів машин, а побудова функцій розподілу їх ресурсу потребує окремих додаткових зусиль, та застосування певних методичних заходів [1, 4-6].

Тому створення методологічних основ безпосередньої оцінки ресурсу деталей машин у ймовірнісному аспекті – актуальною задачею.

Методика

Існує більше десятка загально відомих та визнаних моделей (гіпотез) накопичення втомних пошкоджень [1, 4-6]. Свого часу [1, 6-8] нами було здійснено порівняльний аналіз їх точності та достовірності на основі опрацювання експериментальних досліджень довговічності втомних зразків в умовах 205 варіантів режимів навантаження. Як виявилось, найбільш адекватні оцінки середньої довговічності дають моделі:

Кортена–Долана (К-Д) [4, 6]:

$$\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_1} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_1} \right)^d = 1, \quad (1)$$

де σ_1 та N_1 – максимальна амплітуда напруги діючого спектру, та її довговічність по кривій

втомі; d – параметр матеріалу (для сталей $d = 6,57$; для алюмінієвих сплавів $d = 6$);

Серенсена–Когаєва (С-К) [1, 6, 7]:

$$\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} = a_r, \quad (2)$$

де a_r – визначається за емпіричною залежністю [6]; N_i – довговічність по кривій втоми при дії амплітуди σ_i :

$$a_r = \frac{\sum_{i=1}^m \sigma_i t_i - k \sigma_{-1D}}{\sigma_{\max} - k \sigma_{-1D}}, \quad (3)$$

де t_i – відносне число циклів дії напруг у програмному блоці; $\sigma_{\max}$ – максимальна амплітуда у програмному блоці; $k = 0,5$ – нижня границя амплітуд, які беруться до заліку; модель, базована на уявленнях лінійної механіки руйнування (ЛМР) [1, 6]:

$$\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} \left(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_i} \right)^2 = 1, \quad (4)$$

де $\sigma_{\max}$ – максимальна амплітуда напруги діючого спектру.

В той же час, історично перша, широко відома і поширена лінійна гіпотеза накопичення втомних пошкоджень Палмгrena–Майнера (П-М) [1, 4, 6], суттєво завищує прогнозовану довговічність:

$$\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} = 1. \quad (5)$$

Усі наведені моделі накопичення втомних пошкоджень оперуючи поняттям «відносні довговічності», так і не визначають чим же є згадані пошкодження. Таким чином, розробка моделі для безпосередньої оцінки ресурсу деталей машин у ймовірнісному аспекті, та визначенням поняттям «пошкодження» – є актуальною.

Результати

Розробка моделі накопичення втомних пошкоджень для безпосередньої оцінки ресурсу деталей машин у ймовірнісному аспекті.

Згідно теорії інформації [1-3], ентропія є мірою невизначеності стану фізичної системи. Ентропією системи називають суму добутоків ймовірностей різних станів системи на логари-

фми цих ймовірностей, узятих із зворотнім знаком [2, 3]:

$$H_x = -\sum [p_i \times \ln(p_i)], \quad (6)$$

де p_i – ймовірність певного стану системи.

У формулі (6) можна використовувати логарифм будь якої основи (у наших подальших міркуваннях – e). Згідно теорії інформації [2, 3], кількість інформації набутої при повному виявленні стану деякої системи, дорівнює ентропії цієї системи:

$$I_x = H_x. \quad (7)$$

При основі логарифма що дорівнює двом, розмірності $I(x)$ є Байт.

У нашому випадку, як систему можна розглядати певний об'єм чисельних значень випадкової величини. Тоді вираз (6):

$$H_x = -\sum \left[\frac{n_i}{N} \times \ln \left(\frac{n_i}{N} \right) \right]. \quad (8)$$

У ході циклічного навантаження певного елемента (деталі) машини на кожній ступені програмного блоку відбувається накопичення втомних пошкоджень. Приймаючи за пошкодження зміну ентропії, процес накопичення втомних пошкоджень можна описати залежністю:

$$-\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} \ln \frac{n_i}{N_i} = u(N), \quad (9)$$

або

$$-N \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{N_i} \ln \frac{N \times t_i}{N_i} = u(N), \quad (10)$$

де t_i – відносне число циклів дії напруг у програмному блоці; N – сукупна довговічність.

Вираз (10) нескладно представити у вигляді:

$$u(N) = -N \ln(\alpha N^\beta), \quad (11)$$

де

$$\alpha = \prod_{i=1}^n \left(\frac{t_i}{N_i} \right)^{\frac{t_i}{N_i}}; \quad (12)$$

$$\beta = \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{N_i}. \quad (13)$$

Графічно $u(N)$, наприклад для двохступінчастого режиму навантаження ($\sigma_1 = 2\sigma_{-1}$; $\sigma_2 = 1,1\sigma_{-1}$; $N_1 = 0,0027 \times 10^6$; $N_2 = 0,615 \times 10^6$; $t_1 = 0,1$; $t_2 = 0,9$ [6]), має вигляд представлений на рисунку 1.

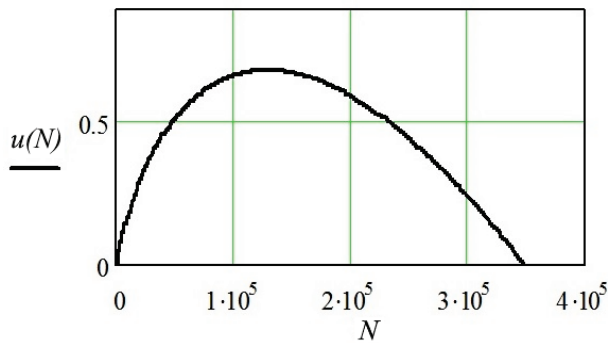


Рис. 1. Графік функції $u(N)$

Графік функції $u(N)$, як нескладно помітити, нагадує «купол» функції щільності ймовірності якогось закону розподілу випадкової величини, у даному випадку довговічності N . Беручи інтеграл від $u(N)$, перетворимо останню у функцію щільності ймовірності новітнього закону розподілу довговічності:

$$f(N) = -\frac{4}{\beta} \alpha^{\frac{2}{\beta}} N \ln(\alpha N^{\frac{2}{\beta}}). \quad (14)$$

Тоді функція розподілу новітнього закону розподілу довговічності матиме вигляд:

$$F(N) = N^2 \alpha^{\frac{2}{\beta}} \left[1 - \ln \left(N^2 \alpha^{\frac{2}{\beta}} \right) \right]. \quad (15)$$

Область існування довговічності за новітнім законом розподілу:

$$0 < N < N_{\max};$$

Середня (математично очікуєма) довговічність:

$$N_{mx} = \frac{4}{9} \alpha^{\frac{1}{\beta}}. \quad (16)$$

Модальна довговічність:

$$N_{Mo} = \frac{1}{e} \alpha^{\frac{1}{\beta}}. \quad (17)$$

Максимальна довговічність:

$$N_{\max} = \alpha^{\frac{1}{\beta}}. \quad (18)$$

Середнє квадратичне відхилення довговічності:

$$\sigma_N = \alpha^{\frac{1}{\beta}} \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{16}{81}}. \quad (19)$$

Коефіцієнт варіації:

$$v_x = \frac{\sqrt{17}}{8}. \quad (20)$$

Інформаційний параметр:

$$Y_x = 3,889. \quad (21)$$

У таблиці 1 надані результати обчислення довговічності втомних зразків в умовах вище наведеного режиму навантаження по всіх згаданих моделях накопичення втомних пошкоджень.

Таблиця 1. Результати обчислення втомних зразків

Модель	Експеримент	К-Д	С-К	ЛМР	П-М	Запропонована
Довговічність, ($N \times 10^{-5}$) циклів	1,4	0,916	0,764	1,108	1,882	$N_{\max} = 3.475$ $N_{mx} = 1.545$ $N_{Mo} = 1.279$

Висновки

Запропонована ентропійно-ймовірнісна модель накопичення втомних пошкоджень, базована на принципах лінійної гіпотези Палмгрен-Майнера, містить в собі новітній закон роз-

поділу довговічності, чим створює можливість як визначення середньої (математично очікуємої) довговічності, так і безпосередньої побудови функції розподілу ресурсу деталей машин, з визначенням її параметрів.

Бібліографічний список

1. Гребенник В. М., Цапко В. К. Надежность металлургического оборудования (оценка эксплуатационной надёжности и долговечности) : Справочник. М. : Металлургия, 1989. 592 с.
2. Венцель Е. С. Теория вероятностей. М. : Наука, 1969. 576 с.
3. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М. : Наука, 1965. 510 с.
4. Collins J. Damage to materials in structures. Analysis, prediction, prevention. М. : Mir, 1984. 624 p.
5. Олейник Н. В. Выносливость деталей машин. Киев : Техника, 1979. 200 с.
6. Гриневич В. И. Совершенствование приводных механизмов и разработка методов оценки долговечности деталей станков ХПТ на стадиях проектирования и эксплуатации: Автореф. дис... канд. техн. наук : Днепропетровск. 1989. 18 с.
7. Гриневич В. И. Оценка и прогнозирование долговечности элементов оборудования в вероятностном аспекте. Труды НТК (НГАУ) Днепропетровск : 2005. 4 с.
8. Гриневич В. И., Цапко В. К. Расчетная оценка рассеивания усталостных характеристик материалов и деталей металлургического оборудования. Теория и практика металлургии. 2002. № 5-6. С. 88-91 с.

References

1. Grebennik, V. M., Tsapko, V. K. (1989). *Reliability of metallurgical equipment (assessment of operational reliability and durability): spravochnik*. Moskva : Metallurgy
2. Ventsel, E. S. (1969). *Probability theory*. Moskva : Science
3. Smirnov, N. V., Dunin-Barkovsky, I. V. (1965). *Course in Probability Theory and Mathematical Statistics for Technical Applications*. Moskva : Science
4. Collins, J. (1984). *Damage to materials in structures. Analysis, prediction, prevention*: Per. from English. Moskva: Mir
5. Oleinik, N. V. (1979). *Endurance of machine parts*. Kiev: Technics
6. Grinevich, V. I. (1989). *Improvement of drive mechanisms and development of methods for assessing the durability of parts of KhPT mills at the design and operation stages*: (Avtoref. disss. cand. tech.) Sciences - Dnepropetrovsk
7. Grinevich, V. I. (2005). Assessment and prediction of the durability of equipment elements in the probabilistic aspect. *Proceedings of NTK (NSAU)*. Dnepropetrovsk
8. Grinevich, V. I., Tsapko, V. K. (2002). Calculated assessment of dispersion of fatigue characteristics of materials and parts of metallurgical equipment. *Theory and practice of metallurgy*. (5-6), 88-91

Артеменко Євгеній Віталійович, аспірант, Національна металургійна академія України (м. Дніпро, Україна). ORCID ID: 0000-0003-3663-6775. E-mail: Artemenkojenya2017@gmail.com

Гриневич Володимир Ігорович, кандидат технічних наук, доцент кафедри машин та агрегатів металургійного виробництва, Національна металургійна академія України, (м. Дніпро, Україна). ORCID ID: 0000-0001-5354-5360. E-mail: Grinevich.nmetau@gmail.com

ЕНТРОПІЙНО-ЙМОВІРНОСНА МОДЕЛЬ НАКОПИЧЕННЯ ВТОМНИХ ПОШКОДЖЕНЬ

Мета - Розробка моделі накопичення втомних пошкоджень для безпосередньої оцінки ресурсу деталей машин у ймовірнісному аспекті.

Методика. Існує більше десятка загально відомих та визнаних моделей (гіпотез) накопичення втомних пошкоджень. Свого часу нами було здійснено порівняльний аналіз їх точності та достовірності на основі опрацювання експериментальних досліджень довговічності втомних зразків в умовах 205 варіантів режимів навантаження. Як виявилось, найбільш адекватні оцінки середньої довговічності дають моделі: Кортена-Долана, Серенсена-Когаєва, і модель базована на уявленнях лінійної механіки руйнування. Усі наведені моделі накопичення втомних пошкоджень оперуючи поняттям «відносні довговічності», так і не визначають чим же є згадані пошкодження. Таким чином, розробка

моделі для оцінки ресурсу деталей машин у ймовірнісному аспекті, та визначеним поняттям «пошкодження» – є актуальною.

Результати. Згідно теорії інформації ентропія є мірою невизначеності стану фізичної системи. Ентропією системи називають суму добутків ймовірностей різних станів системи на логарифми цих ймовірностей, узятих із зворотнім знаком. Згідно теорії інформації кількість інформації набутої при повному виявленні стану деякої системи, дорівнює ентропії цієї системи. При основі логарифма що дорівнює двом, розмірністю є Байт. У нашому випадку, як систему можна розглядати певний об'єм чисельних значень випадкової величини. У ході циклічного навантаження певного елемента (деталі) машини на кожній ступені програмного блоку відбувається накопичення втомних пошкоджень, за яке прийняте зміну ентропії. Залежність останньої від кількості циклів у графічному вигляді має куполоподібну форму, яка нагадує функцію щільності ймовірності новітнього закону розподілу. На базі певних аналітичних перетворень залежність зміни ентропії від кількості циклів представлена у вигляді функції щільності ймовірності новітнього закону розподілу випадкової величини (у нашому випадку кількості циклів навантаження), та визначені його основні характеристики.

Наукова новизна. Запропонована ентропійно-ймовірнісна модель накопичення втомних пошкоджень, базована на принципах лінійної гіпотези Палмгрена–Майнера, містить в собі новітній закон розподілу довговічності, чим створює можливість як визначення середньої (математично очікуємої) довговічності, так і безпосередньої побудови функції розподілу ресурсу деталей машин, з визначенням її параметрів.

Практична цінність. Розроблена модель накопичення втомних пошкоджень застосовується для розрахунків, що стосуються прогнозування, чи оцінки втомного ресурсу деталей машин, експлуатуючих в умовах перемінних режимів навантаження. При виконанні згаданих розрахунків, як правило, використовуються середні (математично очікуємі) характеристики втоми деталей і, відповідно, визначаються достатньо точні середні (математично очікуємі) ресурси розраховуваних елементів машин.

Ключові слова: ресурс, модель, спектр, розподіл

Evgeny Artemenko, graduate student, National Metallurgical Academy of Ukraine (Dnipro, Ukraine). ORCID ID: 0000-0003-3663-6775. E-mail: Artemenkojenya2017@gmail.com

Vladimir Grinevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Machines and Units of Metallurgical Production, National Metallurgical Academy of Ukraine, (Dnipro, Ukraine). ORCID ID: 0000-0001-5354-5360. E-mail: Grinevich.nmetau@gmail.com

ENTROPY-PROBABILISTIC MODEL OF ACCUMULATION OF FATIGUE DAMAGES

Purpose. development of a model for the accumulation of fatigue damage for direct assessment of the service life of machine parts in the probabilistic aspect.

Methods. There are more than a dozen well-known models (hypotheses) of the accumulation of fatigue damage. At one time, we performed a comparative analysis of their accuracy and reliability based on the processing of experimental studies of the durability of fatigue samples under conditions of 205 variants of load regimes. As it turned out, the most adequate estimates of average durability are given by the models: Korten-Dolan, Sorensen-Kogaev, and the model is based on the ideas of linear fracture mechanics. All the above models of the accumulation of fatigue damage, operating on the concept of "relative durability", do not determine what these injuries are. Thus, the development of a model for estimating the life of machine parts in the probabilistic aspect, and a certain concept of "damage" - is relevant.

Results. According to information theory, entropy is a measure of the uncertainty of the state of a physical system. The entropy of a system is the sum of the products of the probabilities of various states of the system by the logarithms of these probabilities, taken with the opposite sign. According to information theory, the amount of information acquired when the state of a certain system is fully identified is equal to the entropy of this system. When the base of the logarithm is two, the dimension is Byte. In our case, a certain volume of numerical values of a random variable can be considered as a system. During the cyclic load-

ing of a certain element (part) of the machine, at each degree of the program block, fatigue damages accumulate, for which the change in entropy is taken. The dependence of the latter on the number of cycles in a graphical form has a domed shape, which resembles the probability density function of the new distribution law. On the basis of certain analytical transformations, the dependence of the entropy change on the number of cycles is presented as a probability density function of a new distribution law of a random variable (in our case, the number of load cycles), and its main characteristics are determined.

Originality. The proposed entropy-probability model of fatigue damage accumulation, based on the principles of the Palmgren-Miner linear hypothesis, contains the latest law of durability distribution, which makes it possible to determine both the average (mathematically expected) durability and the direct construction of the machine resource distribution function, its parameters.

Practical implications. The developed model of fatigue damage accumulation is used for calculations related to forecasting or estimating the fatigue life of machine parts operated under conditions of variable load modes. When performing these calculations, as a rule, the average (mathematically expected) characteristics of the fatigue of the parts are used and, accordingly, fairly accurate average (mathematically expected) resources of the determined elements of the machines are determined.

Key words: resource, model, spectrum, distribution

Артеменко Евгений Витальевич, аспирант, Национальная металлургическая академия Украины (г. Днепр, Украина). ORCID ID: 0000-0003-3663-6775. E-mail: Artemenkojenya2017@gmail.com

Гриневиц Владимир Игоревич, кандидат технических наук, доцент кафедры машин и агрегатов металлургического производства, Национальная металлургическая академия Украины, (г. Днепр, Украина). ORCID ID: 0000-0001-5354-5360. E-mail: Grinevich.nmetau@gmail.com

ЭНТРОПИЙНО-ВЕРОЯТНОСТНА МОДЕЛЬ НАКОПЛЕНИЯ УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Цель - разработка модели накопления усталостных повреждений для непосредственной оценки ресурса деталей машин в вероятностном аспекте.

Методика. Существует более десятка общеизвестных моделей (гипотез) накопления усталостных повреждений. В свое время нами было осуществлен сравнительный анализ их точности и достоверности на основе обработки экспериментальных исследований долговечности усталостных образцов в условиях 205 вариантов режимов нагрузки. Как оказалось, наиболее адекватные оценки средней долговечности дают модели: Кортена-Долана, Сёренсена-Когаева, и модель основана на представлениях линейной механики разрушения. Все приведенные модели накопления усталостных повреждений оперируя понятием «относительные долговечности», так и не определяют чем же являются упомянутые повреждения. Таким образом, разработка модели для оценки ресурса деталей машин в вероятностном аспекте, и определенным понятием «повреждение» - актуальна.

Результаты. Согласно теории информации энтропия является мерой неопределенности состояния физической системы. Энтропией системы называют сумму произведений вероятностей различных состояний системы на логарифмы этих вероятностей, взятых с обратным знаком. Согласно теории информации количество информации приобретенной при полном выявлении состояния некоторой системы, равно энтропии этой системы. При основании логарифма равной двум, размерностью является Байт. В нашем случае, как систему можно рассматривать определенный объем численных значений случайной величины. В ходе циклической нагрузки определенного элемента (детали) машины на каждой степени программного блока происходит накопление усталостных повреждений, за которое принято изменение энтропии. Зависимость последней от количества циклов в графическом виде имеет куполообразную форму, которая напоминает функцию плотности вероятности нового закона распределения. На базе определенных аналитических преобразований зависимость изменения энтропии от количества циклов представлена в виде функции плотности вероятности нового закона распределения случайной величины (в нашем случае количества циклов нагрузки), и определены его основные характеристики.

Научная новизна. Предложенная энтропийно-вероятностна модель накопления усталостных повреждений, основанная на принципах линейной гипотезы Палмгрена-Майнера, содержит в себе новейший закон распределения долговечности, чем создает возможность как определение среднего (математически ожидаемой) долговечности, так и непосредственного построения функции распределения ресурса деталей машин, с определением ее параметров.

Практическая ценность. Разработанная модель накопления усталостных повреждений применяется для расчетов, касающихся прогнозирования, или оценки усталостного ресурса деталей машин, эксплуатируемых в условиях переменных режимов нагружения. При выполнении указанных расчетов, как правило, используются средние (математически ожидаемый) характеристики усталости деталей и, соответственно, определяются достаточно точные средние (математически ожидаемый) ресурсы определяемых элементов машин.

Ключевые слова: ресурс, модель, спектр, распределение

Рукопис надійшов 09.02.2021 р.