

В. Е. АРТЕМОВ, А. С. РАСПОПОВ (ДИИТ)

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СИСТЕМЫ УПРУГИХ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ, МОДЕЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТЫ МОСТА И ПОЕЗДА

В роботі представлено алгоритм розрахунку сумісної динаміки взаємодіючої системи «міст – поїзд» на основі методів динаміки твердого тіла та методу скінчених елементів.

Ключові слова: міст, поїзд, динаміка, коливання, взаємодія, метод скінчених елементів

В работе представлен алгоритм расчета совместной динамики взаимодействующей системы «мост – поезд» на основе методов динамики твердого тела и метода конечных элементов.

Ключевые слова: мост, поезд, динамика, колебания, взаимодействие, метод конечных элементов

Theme of the article is the algorithm for joint dynamics system «bridge – train». Solution is based on the rigid body dynamics methods and finite element method.

Keywords: bridge, train, dynamics, vibrations, interaction, finite element method

Введение

Пролетные строения мостов практически всех систем содержат в своей основе стержневые элементы. Это балочные пролетные строения со сплошной стенкой, решетчатыми фермами, арочные, комбинированные, рамные, пролетные строения вантовых и висячих мостов и др. Вопросам проектирования и расчета металлических, железобетонных, сталежелезобетонных пролетных строений посвящены труды Н. Г. Бондаря, Г. Н. Яковлева, Е. Е. Гибшмана, А. А. Петропавловского, И. И. Казея, Н. Н. Богданова, Б. Ф. Лесохина, Г. К. Евграфова, С. А. Ильясевича, Н. Н. Стрелецкого, Е. О. Патона, К. Г. Протасова, П. М. Саламахи-на, М. М. Корнеева, Г. Б. Фукса, А. И. Лантух-Лященко, П. Н. Коваля и многих других ученых. Среди работ иностранных авторов следует выделить труды L. Fryba, C. O'Connel, W. F. Chen, S. Chatterjee и др.

Теория статического расчета мостов, как отдельных стержневых элементов, так и состоящих из них сложных пространственных конструкций, к настоящему времени разработана достаточно хорошо. Детально проработаны и изложены различные методы определения параметров напряженно-деформированного состояния системы (методы сил, перемещений, смешанный, метод конечных (МКЭ) и граничных (МГЭ) элементов). Рассмотрены вопросы работы системы в упругой и пластической стадиях, разработаны нормативные документы и практические рекомендации по прочностному анализу конструкций мостов с учетом различных факторов.

Однако, несмотря на обширный круг публикаций в области динамики стержневых систем, для отдельных типов мостов вопросы динамической работы продолжают оставаться актуальными. Как подчеркивают многие ученые, комплексный анализ сложной системы возможен только с привлечением различных научных методов и подходов, как аналитических, так и численных. Поэтому все чаще встречаются исследования, в которых при расчете колебаний успешно совмещаются методы механики твердого деформируемого и абсолютно твердого тела, элементы системного анализа, математической логики, теорий групп, графов, автоматов.

Среди фундаментальных работ иностранных авторов последних лет, посвященных вопросам динамики мостов, следует выделить монографию Y. B. Yang [1], в которой подведены итоги развития динамики мостов как отдельной области науки и детально рассмотрены существующие подходы к моделированию свободных и вынужденных колебаний пролетных строений железнодорожных мостов, в том числе расположенных на высокоскоростных линиях. Выделены характерные динамические свойства элементов конструкций и подвижного состава, приведены экспериментальные данные, подтверждающие теоретические исследования. В частности, авторы [1] рассматривают влияние на динамику системы «мост – поезд» таких факторов, как различные модели трения, неровности пути, демпфирующие свойства балласта, переходные режимы движения нагрузки и др. В большинстве представленных численных экспериментов используется анализ системы во временной области.

Цели работы

Данная статья является развитием работ [2-4], в основу которых положены модели третьей группы по классификации Ю. Пановко для динамически взаимодействующих систем «нагрузка – конструкция» [5]. Известно, что третья группа моделей не предполагает учета инерции нагрузки, поэтому, строго говоря, эта задача является задачей по учету одностороннего воздействия, а не взаимодействия объектов. В четвертой группе моделей учитываются инерционные свойства всех объектов – подвижной нагрузки и конструкции. Остановимся на ее рассмотрении применительно к балочным мостам и железнодорожному подвижному составу.

Сложность исследования совместной динамики моста и поезда определяется тем, что здесь мы имеем дело с системами двух типов – упругой и твердотельной. Балочный мост представляет собой деформируемую систему, расчет которой традиционно ведется методами строительной механики [6]; элементы подвижного состава традиционно рассчитывают как абсолютно твердые тела, взаимодействующие между собой посредством связей [7]. Таким образом, система «мост – поезд» является гибридной механической системой с различными физико-механическими, жесткостными, диссипативными характеристиками.

Математическая модель системы «мост – поезд»

Для такой системы решением задачи о совместной динамике во временной области является установление законов движения всех ее элементов. На данном этапе важно установить, какими методами будут рассчитаны элементы моста и поезда, и какие параметры при этом будут объединять эти расчеты. Отметим, что зачастую стержневые и балочные конструкции рассчитываются как континуальные системы. Это представление весьма эффективно при гармоническом анализе для определения спектра частот, однако существенно усложняет анализ во временной области, для которого более подходящим следует считать дискретное представление конструкции в виде сосредоточенных масс [8]. Важным обстоятельством здесь является и то, что дискретное представление является наиболее характерным для подвижного состава [9].

Таким образом, представим пролетное строение моста в виде системы безинерционных

упруго-вязких элементов, несущих сосредоточенные массы, а подвижной состав – в виде системы твердых тел, соединенных упруго-вязкими связями. С точки зрения механики сосредоточенные массы и твердые тела близки по своей сути, то же относится и к связующим их элементам (стержням, пружинам). В этом случае, закон движения каждого элемента, вне зависимости от того, какой подсистеме он принадлежит, может быть записан в следующем виде:

$$\begin{cases} ma_x = F_x; & J_x \varepsilon_x + (J_z - J_y) \omega_y \omega_z = M_x; \\ ma_y = F_y; & J_y \varepsilon_y + (J_x - J_z) \omega_z \omega_x = M_y; \\ ma_z = F_z; & J_z \varepsilon_z + (J_y - J_x) \omega_x \omega_y = M_z, \end{cases} \quad (1)$$

где m – масса элемента; $a_x \dots a_z$ – его линейные ускорения; $\varepsilon_x \dots \varepsilon_z$ – то же, угловые; $F_x \dots M_z$ – компоненты главного вектора внешних сил и моментов, действующих на элемент; $J_x \dots J_z$ – главные моменты инерции массы элемента; $\omega_x \dots \omega_z$ – угловые скорости элемента.

Все параметры, входящие в (1), должны быть определены относительно неинерциальной системы координат O_i , начало которой совпадает с центром тяжести элемента. Эту точку иногда называют «полюсом» тела [10], а триэдр осей системы O_i должен совпадать с осями эллипсоида инерции элемента.

Выражение (1) представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений пространственного движения сосредоточенной массы моста или элемента конструкции подвижного состава. Каждое первое уравнение (1) характеризует поступательное движение элемента, второе – вращательное. Данная система уравнений содержит вторые дифференциалы перемещений (ускорения). Для удобства последующего интегрирования ее следует привести к системе с производными первого порядка. Отметим, что при таком переходе вдвое увеличивается количество уравнений (12 вместо 6):

$$\begin{cases} m\dot{v}_x = F_x; & J_x \dot{\omega}_x + (J_z - J_y) \omega_y \omega_z = M_x; \\ m\dot{v}_y = F_y; & J_y \dot{\omega}_y + (J_x - J_z) \omega_z \omega_x = M_y; \\ m\dot{v}_z = F_z; & J_z \dot{\omega}_z + (J_y - J_x) \omega_x \omega_y = M_z; \\ \dot{x} = v_x; & \dot{\phi}_x = \omega_x; \\ \dot{y} = v_y; & \dot{\phi}_y = \omega_y; \\ \dot{z} = v_z; & \dot{\phi}_z = \omega_z, \end{cases} \quad (2)$$

где $x \dots z, v_x \dots v_z$ – соответственно линейные перемещения и скорости элемента; $\varphi_x \dots \varphi_z$ – углы поворота элемента вокруг своего полюса.

Система уравнений (2) удобна для интегрирования численными методами относительно неизвестных перемещений и скоростей, например, методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности [11, 12]:

$$y(t_0 + h) = y_0 + \frac{(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)}{6}, \quad (3)$$

где t_0 – дискретный момент времени, характеризующий начало поиска решения на оси времени; h – шаг интегрирования; y_0 – начальное значение искомого решения; коэффициенты k определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= h \cdot f(x_0, y_0); \\ k_2 &= h \cdot f(x_0 + h/2, y_0 + k_1/2); \\ k_3 &= h \cdot f(x_0 + h/2, y_0 + k_2/2); \\ k_4 &= h \cdot f(x_0 + h, y_0 + k_3), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где f – функция, возвращающая результат аппроксимации производных правых частей:

$$f = \begin{bmatrix} F_x / m & (M_x - (J_z - J_y) \omega_y(t) \omega_z(t)) / J_x \\ F_y / m & (M_y - (J_x - J_z) \omega_z(t) \omega_x(t)) / J_y \\ F_z / m & (M_z - (J_y - J_x) \omega_x(t) \omega_y(t)) / J_z \\ v_x(t) & \omega_x(t) \\ v_y(t) & \omega_y(t) \\ v_z(t) & \omega_z(t) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

В виду того, что нумерация сосредоточенных масс по длине моста, как правило, отличается от нумерации твердотельных элементов подвижного состава, целесообразно составить две независимые программные процедуры интегрирования (3), которые будут отдельно реализованы на компьютере для элементов моста и подвижного состава. Такие процедуры обычно именуются «решателями» (solver) [13]. Алгоритм работы решателя можно представить следующей схемой (рис. 1).

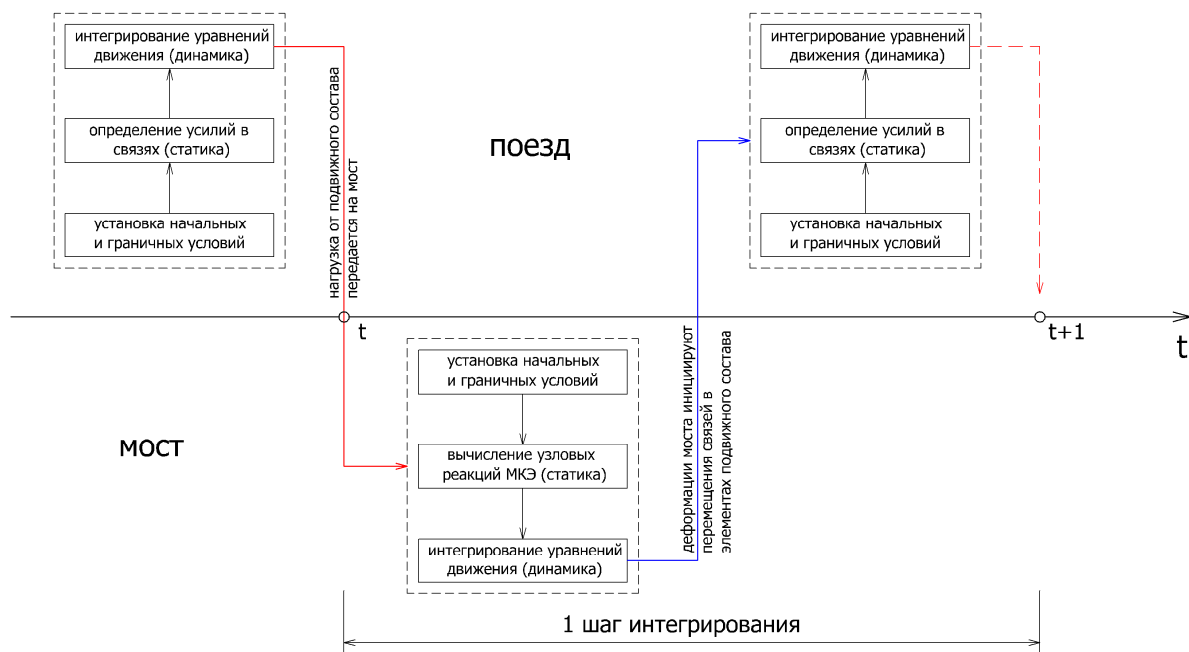


Рис. 1. Алгоритм расчета совместной динамики системы «мост – поезд»

В каждый расчетный момент времени работают оба решателя – и для модели поезда, и для модели мостовой конструкции.

Расчет динамики моста

Если поезд находится вне моста, то пролетное строение пребывает в режиме свободных

колебаний. При входе первой колесной пары подвижного состава на мост (момент времени t , см. рис. 1) в области контакта колеса и рельса возникают силы взаимодействия, которые передаются пролетному строению как внешняя нагрузка. Эти силы должны быть учтены до проведения очередного статического расчета

пролетного строения, т. е. до вычисления реакций в узлах конечно-элементной модели моста. Также следует преобразовать динамические перемещения пролетного строения, полученные на предыдущем шаге расчета, в эквивалентные им силовые возмущения, которые суммируются с внешними контактными силами от подвижного состава на текущем шаге. Далее решатель проводит интегрирование уравнений движения для узлов пролетного строения, и результирующие деформации будут отражать картину нагружения от подвижного состава.

Расчет динамики поезда

Обратное воздействие моста (отклик пролетного строения) на элементы подвижного состава учитываем кинематически. Подразумеваем, что ни одна колесная пара поезда не отрывается от рельса, если это не оговорено дополнительными целями моделирования. Тогда положение каждой контактной точки колеса и рельса будет зависеть от формы колебаний пролетного строения, а степень растяжения (сжатия) рессорных комплектов – от перемещения его узлов. Можно утверждать, что усилие в пружине-связи, моделирующей рессорное подвешивание, является функцией перемещения пролетного строения моста:

$$\bar{F}_c = f(\bar{u}), \quad (6)$$

где u – перемещение точки пролетного строения, которая является ближайшей к рассматриваемой колесной паре подвижного состава.

Поочередное растяжение – сжатие рессорных комплектов приводит к появлению соответствующих активных усилий, которые передаются твердотельным элементам подвижного состава в качестве внешней нагрузки. Работа решателя динамики для поезда повторяется.

Начальные и граничные условия. Выводы

Разделение решателей системы «мост – поезд» позволяет учитывать различные динамические эффекты, приводящие в движение элементы пролетного строения и подвижного состава. Основным начальным условием для динамики поезда является начальная скорость движения локомотива v_0 , которая в общем случае зависит от крутящего момента, создаваемого его тяговым двигателем. Граничные условия лимитируют перемещение в пространстве отдельных элементов подвижного состава,

например, величину предельного растяжения (сжатия) рессорных комплектов.

При моделировании динамики мостовой конструкции начальные условия до ее взаимодействия с подвижным составом, как правило, не учитывают, подразумевая, что мост первоначально находится в состоянии относительно покоя. Однако, возможны ситуации, когда пролетное строение пребывает в режиме колебаний еще до контакта с подвижной нагрузкой (например, от взаимодействия с другими поездами, ветровой, сейсмической нагрузкой и т. п.). В этом случае начальными условиями для расчета динамики моста являются начальные скорости движения узлов его конечно-элементной модели. Граничные условия, как правило, описывают характер закрепления пролетных строений на мостовых опорах, а также наличие в системе вынужденных перемещений (осадок опор, предварительного напряжения элементов, строительного подъема и пр.).

Следует отметить, что в любой момент времени, кроме момента времени $t = 0$, начальными условиями для решения совместной динамики системы «мост – поезд» являются ее параметры, полученные на предыдущем шаге расчета. Данный итерационный подход к моделированию динамических процессов во временной области позволяет без особых трудностей учитывать геометрические, физические и другие нелинейности системы, а также визуализировать и контролировать весь процесс взаимодействия моста и поезда в любой момент времени.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Yang, Y. B. Vehicle-Bridge Interaction Dynamics: with Applications to High-Speed Railways [Text] / Y. B. Yang, J. D. Yau, Y. S. Wu // World Scient. Publ. Co. Pte. Ltd. – 5 Toh Tuck Link, Singapore. – 2004. – 564 p.
2. Распопов, А. С. Моделирование колебаний балочных железнодорожных мостов в среде объектно-ориентированного программирования Delphi [Текст] / А. С. Распопов, В. Е. Артемов, С. П. Русу // Вісн. Дніпр. нац. ун-та залізн. тр-та ім. акад. В. Лазаряна. – 2010. – Вип. 33. – С. 217-222.
3. Распопов, А. С. Особенности компьютерного моделирования динамической нагруженности конструкций железнодорожных мостов [Текст] / А. С. Распопов, В. Е. Артемов, С. П. Русу // 36. наук. праць Укр. держ. акад. залізн. тр-ту. – 2010. – Вып. 114. – С. 123-132.
4. Распопов, А. С. Алгоритм расчета колебаний стержневых конструкций на основе общего

- уравнения динамики и метода конечных элементов [Текст] / А. С. Распопов, В. Е. Артемов, С. П. Русу // Дороги і мости: Зб. наук. пр. – Вип.
5. Пановко, Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем: Современные концепции, парадоксы и ошибки [Текст] / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. - 1987. – 352 с.
 6. Hartmann, F. Structural Analysis with Finite Elements [Text] / F. Hartmann, C. Katz. - Berlin: Springer. - 2007. - 597 p.
 7. Никитин, Н. Н. Курс теоретической механики [Текст]: уч. для машиностроит. и приборостроит. спец. вузов / Н. Н. Никитин. - М.: Высш. шк. - 1990. – 607 с.
 8. Hughes, T. J. R. The Finite Element Method. Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis [Text] / Thomas J. R. Hughes. - USA, New Jersey: Prentice-Hall, Inc. - 1987. - 803 p.
 9. Schiehlen, W. Dynamical Analysis of Vehicle Systems. Theoretical Foundations and Advanced Applications [Text] / W. Schiehlen. - Udine: CISM. - 2007. - 305 p.
 10. Appel, П. Теоретическая механика. Т. 2. Динамика системы. Аналитическая механика [Текст] / П. Appel. - М.: Физматлит. - 1960. – 487 с.
 11. Бате, К. Численные методы анализа и метод конечных элементов [Текст] / К. Бате, Е. Вилсон. - М.: Стройиздат. - 1982. - 448 с.
 12. Lynch, D. R. Numerical Partial Differential Equations for Environmental Scientists and Engineers / D. R. Lynch. - USA, New York: Springer Science + Business Media, Inc. - 2005. – 388 p.
 13. Алямовский, А. А. SolidWorks / CosmosWorks. Инженерный анализ методом конечных элементов [Текст] / А. А. Алямовский. - М.: ДМК Пресс. - 2004. – 432 с.
- Поступила в редколлегию 10.01.2012.
Принята в печать 20.01.2012.