

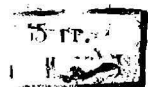
5393/6

195

НБ
УДУНТ
(ПБТ)

539.3/1.6
Г95

Гуржеев С
ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ КУРСЪ



СОПРОТИВЛЕНІЯ МАТЕРІАЛОВЪ

И

ГРАФОСТАТИКИ



и ихъ приложенія къ машиностроенію.

160180

Для техническихъ училищъ и для самообразованія.

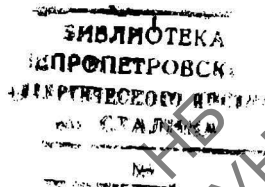
СОСТАВИЛЪ

С. ГУРЖЕЕВЪ.

Изданіе 4-е.

Съ 200 полнотипажамъ въ текстъ и собраніемъ задачъ съ ихъ рѣшеніями.

*1-е изданіе одобрено Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Про-
свѣщенія въ качествѣ учебника въ среднихъ техническихъ школахъ.*



ПЕТРОГРАДЪ.

Изданіе Л. Ф. Пантелѣва.

Переданное Литературному Фонду.

1915.



539.3/6
Г95

НБ
УДУНТ
(ПБТ)

ПРЕДИСЛОВІЕ АВТОРА.

Предлагаемая книга заключаетъ въ себѣ два отдѣла. Въ первомъ изложены главнѣйшіе законы *сопротивленія матеріаловъ*, на основаніи которыхъ выведены важнѣйшія *формулы*, служація для опредѣленія *прочныхъ размѣровъ* частей машинъ и построекъ. Лишь немногія формулы, не поддающіяся элементарному выводу, даны въ готовомъ видѣ, при чемъ обращено особое вниманіе на разъясненіе, путемъ многочисленныхъ примѣровъ и задачъ, какъ значенія ихъ, такъ и круга примененій ихъ къ построенію машинъ.

Во второмъ отдѣлѣ изложены необходимѣйшія вспомогательныя свѣдѣнія изъ *графостатики*, которыя уже въ первой части находятъ себѣ примѣненіе при изложеніи статьи объ изгибѣ и при рѣшеніи нѣкоторыхъ примѣровъ и задачъ на изгибъ и сложное сопротивленіе.

Въ такомъ практическомъ отдѣлѣ механики, какъ сопротивленіе матеріаловъ, систематическій подборъ примѣровъ и задачъ, рѣшеніе которыхъ должно способствовать полному уясненію теоретической части курса и приобрѣтенію учащимися навыка въ примененіи формулъ къ расчету машинъ и построекъ, составляетъ существенный вопросъ. Поэтому я помѣстилъ въ концѣ каждой главы значительное число разнообразныхъ, систематически расположенныхъ *примѣровъ и задачъ*, взятыхъ изъ области машиностроенія и строительнаго искусства.

Практическія упражненія, введенныя въ предлагаемую книгу, раздѣляются на двѣ группы. Первую группу составляютъ примѣры расчета важнѣйшихъ *деталей машинъ*. Каждая часть машинъ выдѣлена въ особый §, при чемъ данъ подробный расчетъ ея прочныхъ размѣровъ, и въ концѣ выведена формула, могущая служить для практическихъ примененій. При расчетѣ нѣкоторыхъ деталей, какъ напр., передаточныхъ валовъ, указаны аналитическій и графическій способы расчета, дабы учащіеся имѣли возможность сравнить эти способы и самые результаты.

Вторую группу составляютъ *задачи*, содержаніе которыхъ взято также изъ области *машиностроенія*. Для каждой задачи дано подробное рѣшеніе, съ объясненіемъ способа опредѣленія силъ, дѣйствующихъ на различныя части расчитываемаго механизма и особаго приема расчета.

Особое вниманіе обращено на опредѣленіе силъ, дѣйствующихъ на различныя части крановъ, какъ это требуется программой техники въ техническихъ училищахъ. Что касается деталей машинъ и ихъ размѣровъ, то въ общемъ ходѣ расчета механизма указаны порядко и ихъ

способы расчета на основаніи правилъ сопротивленія матеріаловъ, чтобы дать возможность учащимся провѣрить размѣры, опредѣленные по методѣ пропорціональныхъ чиселъ.

Для облегченія вычисленій, въ концѣ книги приложены *вспомогательныя таблицы* для перевода метрическихъ мѣръ въ русскія и обратно; таблицы уд. вѣса, неперовыхъ логарифмовъ, тригонометрическихъ величинъ, а также квадратовъ, кубовъ, квадр. и куб. корней чиселъ отъ 0 до 1000.

Учащійся, основательно изучившій теоретическую часть предлагаемаго руководства и продѣлавшій самостоятельно типическія задачи, помѣщенные въ курсѣ, въ состояніи будетъ рассчитывать простыя конструкции по правиламъ сопротивленія матеріаловъ. Такъ какъ изложеніе книги основано на элементарныхъ свѣдѣніяхъ изъ математики, то она можетъ служить для самостоятельнаго изученія сопротивленія матеріаловъ и графостатики и ихъ приложеній къ машиностроенію.

Отъ Редактора 2-го изданія.

Въ предлагаемомъ читателямъ 2-мъ изданія значительной переработкѣ подвергнута глава IV «изгибъ и изломъ», а введеніе дополнено параграфомъ вторымъ—«методъ сѣченій». Число таблицъ значительно увеличено извлеченіями изъ Русскаго нормальнаго метрическаго сортамента. Корректурѣ таблицъ и рѣшеній задачъ было удѣлено особое вниманіе.

Предлагаемый курсъ есть лишь элементарное введеніе въ ученіе объ упругости и прочности матеріаловъ. Надѣюсь, что пытливый умъ читателя не удовлетворится изученіемъ одного этого учебника, а будетъ стремиться къ обогащенію своихъ познаній чтеніемъ болѣе обширныхъ изслѣдованій. Прежде всего полезно прочесть соотвѣтственныя главы «Справочной книги для инженеровъ и техниковъ—*Hütte*», въ которой собраны экспериментальныя данныя относительно сопротивленія почти всѣхъ строительныхъ и подѣлочныхъ матеріаловъ. Изъ курсовъ сопротивленія матеріаловъ можно рекомендовать: *Рёбберъ*. Ученіе о сопротивленіи матеріаловъ и его примѣненіе къ машиностроенію. Элемент. руков. Перев. съ нѣм. Ц. 6 р.; *Кирпичевъ, В. Л.* Сопротивленіе матеріаловъ. Ц. 6 р. 50 к.; *Худяковъ П.* Сопротивленіе матеріаловъ. Ц. 3 р. 20 к. Для пониманія теоретическихъ выкладокъ послѣднихъ двухъ книгъ необходимо знакомство съ высшей математикой, экспериментальная же часть этихъ курсовъ легко понятна и на нее-то слѣдуетъ обратить особенное вниманіе. Для расчета частей машинъ можно указать курсы деталей машинъ: *Польгаузена*. Ц. 7 руб. 50 к.; *Баха*. Ц. 10 руб. *Худякова и Сидорова*. Ц. 10 руб.; *Берлова*. Ц. 21 руб. По графостатикѣ: *В. Л. Кирпичевъ*. Основанія графической статики. Изд. 2-е. Ц. 3 руб.

К. Рерихъ

О Г Л А В Л Е Н І Е

Предисловіе автора
Отъ редактора 2-го изданія
Оглавленіе

Стран.
I—IV
IV
V—VIII

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

Сопротивленіе матеріаловъ.

Введеніе (§§ 1—7)	1—8
Упругость; силы упругости; напряженіе матеріала (§ 1).—Методъ сѣченій (§ 2).—Предѣлъ упругости; упругія и остающіяся деформаци; временное сопротивленіе (§ 3).—Предметъ сопротивленія матеріаловъ; безопасное напряженіе; прочное сопротивленіе (§ 4).—Различныя виды деформаций (§ 5).— Коэфф. прочности (§ 6).—Выборъ безопаснаго напряженія (§ 7).	
ГЛАВА I. Растяженіе и разрывъ (§§ 8—19)	9—19
Опыты надъ растяженіемъ (§ 8).—Полноеудлиненіе; исчезающія и остающіяся удлиненія; діаграмма удлиненій (§ 9).—Свойства остающихся удлиненій (§ 10).—Законы упругихъ удлиненій (§ 11).—Основная формула растяженія (§ 12).—Поперечное сжатіе при растяженіи (§ 13).—Разрывъ призматическихъ тѣлъ. Машина для испытанія строительныхъ матеріаловъ (§ 14).—Законы разрыва (§ 15).—Опредѣленіе прочныхъ размѣровъ растягиваемыхъ частей машины (§ 16).—Таблица безопасныхъ напряженій при растяженіи (§ 17). Вліяніе собственнаго вѣса частей машины (§ 18).—Тѣла равнаго сопротивленія растяженію (§ 19).	
Приложенія (§§ 20—25)	19—24
Расчетъ болта (§ 20).—Приводный ремень (§ 21).— Расчетъ цѣпи (§ 22).—Пеньковые канаты (§ 23).— Проволочные канаты (§ 24).—Расчетъ трубъ (§ 25).	
Задачи (№№ 1—37)	24—26
ГЛАВА II. Сжатіе и раздробленіе (§§ 26—31)	26—29
Законы сжатія (§ 26).—Основная формула сжатія (§ 27).—Раздробленіе (§ 28).—Текучесть (§ 29).—Опредѣленіе прочныхъ	

размѣровъ сжимаемыхъ частей машины (§ 30).—Таблица безопасныхъ напряженій при сжатіи (§ 31).

Приложенія (§§ 32—34).

Расчетъ пяты (§ 32).—Кольцевыя пяты (§ 33).—
Расчетъ полуауновъ крейцкопфа (§ 34).

Задачи (№№ 38—48)

ГЛАВА III. Сдвигъ и срѣзываніе (§§ 35—40).

Явленія, происходящія при сдвигѣ (§ 35).—Внутреннія силы при сдвигѣ (§ 36).—Зависимость между внѣшними силами и угломъ сдвига (§ 37).—Срѣзываніе и скалываніе (§ 38).—Опредѣленіе прочныхъ размѣровъ частей машины, подверженныхъ дѣйствію сдвигающихъ усилій (§ 39).—Таблица безопасныхъ напряженій при сдвигѣ (§ 40).

Приложенія (§§ 41—44).

Расчетъ гайки и головки болта (§ 41).—Соединеніе заклепками (§ 42).—Расчетъ клиньевъ (§ 43).—Расчетъ шпонокъ (§ 44).—Храповыя колеса (§ 45).

Задачи (№№ 49—62)

ГЛАВА IV. Изгибъ и изломъ (§ 46—63)

Опыты надъ изгибомъ (§ 46). Изломъ (§ 47).—Продольная удлиненія и сжатія при изгибѣ (§ 48).—Внутреннія силы при изгибѣ (§ 49).—Зависимость между внѣшними и внутренними силами. Определеніе нейтральной оси (§ 50).—Определеніе радиуса кривизны, напряженій и прочныхъ размѣровъ при изгибѣ (§ 51).—Срѣзывающія напряженія при изгибѣ (§ 52).—Наибольшій изгибающій моментъ. Балка закрѣплена однимъ концомъ (§ 53).—Балки свободно лежатъ на двухъ опорахъ (§ 54). Балка закрѣплена однимъ или двумя концами (§ 55).—Вліяніе на прочность балокъ способа приложенія груза и укрѣпленія концовъ (§ 56).—Экваторіальный и полярный моменты инерціи (§§ 57—58).—Моменты инерціи простыхъ фигуръ: прямоугольника, треугольника, круга и эллипса (§ 59).—Моменты инерціи сложныхъ сѣченій (§ 60).—Выборъ поперечнаго сѣченія; сѣченіе равнаго сопротивленія (§ 61).—Тѣла равнаго сопротивленія изгибу (§ 62).—Средства для уменьшенія изгиба (§ 63).

Приложенія (§§ 64—71)

Расчетъ зубцовъ (§ 64).—Цапфы и шейки (§ 65).—
Расчетъ ручекъ (§ 66).—Расчетъ осей (§ 67).—
Расчетъ длинныхъ клиньевъ (§ 68).—Шарнирные болты (§ 69).—Рессоры (§ 70).—Расчетъ плоскихъ плитъ (§ 71).

Задачи (№№ 63—97)

ГЛАВА V. Продольный изгибъ (§§ 72—74)

Опыты надъ продольнымъ изгибомъ (§ 72).—Основные формулы (§ 73).—Предѣльное отношеніе длины къ наименьшему поперечному размѣру (§ 74).

Приложенія (§§ 75—76)

Расчетъ шатуна (§ 75).—Расчетъ штока (§ 76).

Задачи (№№ 98—107)

29—31

31—32

32—35

35—40

40—42

42—69

69—80

80—83

84—87

87—88

88—89

ГЛАВА VI. Кручение (§§ 77—81)

Явленія, происходящія при крученіи (§ 77).—Опыты надъ крученіемъ (§ 78).—Внутреннія силы при крученіи (§ 79).—Условія равновѣсія при крученіи (§ 80).—Опредѣленіе прочныхъ размѣровъ скручиваемыхъ частей машинъ (§ 81).—Полярные моменты инерціи круглыхъ и квадратныхъ сѣченій (§ 82).

Приложенія (§ 83)

Расчетъ желѣзныхъ передаточныхъ валовъ (§ 83).

Задачи (№№ 108—122)**ГЛАВА VII. Сложное сопротивленіе (§§ 84—89)**

Изгибъ и растяженіе (или сжатіе) (§ 84).—Эксцентрическая нагрузка (§ 85).—Изгибъ и крученіе (§§ 86—87)

Приложенія (§§ 88—89)

Шейки валовъ (§ 88).—Нагруженные валы (§ 89).

Задачи (№№ 123—139)**ЧАСТЬ ВТОРАЯ.****Графостатика.****ГЛАВА VIII. Основныя построенія (§§ 90—105)**

Предметъ графической статики (§ 90).—Графическое изображеніе силъ; масштабъ силъ (§ 91).—Сложеніе силъ, направленныхъ по одной прямой или по линіямъ параллельнымъ (§ 92).—Сложеніе двухъ сходящихся силъ; треугольникъ силъ (§ 93).—Разложеніе силы на двѣ сходящіяся составляющія (§ 94).—Сложеніе нѣсколькихъ сходящихся силъ, лежащихъ въ одной плоскости; многоугольникъ силъ (§ 95).—Условія равновѣсія сходящихся силъ; сомкнутый многоугольникъ силъ (§§ 96—97).—Сложеніе силъ, дѣйствующихъ въ одной и той же плоскости и приложенныхъ къ различнымъ точкамъ твердаго тѣла (§ 98).—Веревочный многоугольникъ (§ 99).—Сложеніе параллельныхъ силъ (§§ 100—101).—Разложеніе силы на двѣ параллельныя составляющія (§ 102).—Условія равновѣсія силъ, лежащихъ въ одной плоскости (§ 103).—Графическое выраженіе статическихъ моментовъ (§ 104).—Случай паралл. силъ (§ 105).

ГЛАВА IX. Приложенія (§§ 106—120)

Графическое опредѣленіе центра тяжести сложныхъ фигуръ (§ 106).—Графическое опредѣленіе моментовъ инерціи плоскихъ фигуръ (§ 107).—Графическій расчетъ балокъ, лежащихъ на двухъ опорахъ (§ 108).—Случай дѣйствія сосредоточенныхъ грузовъ (§ 109).—Случай дѣйствія равномерно-распределеннаго груза (§ 110).—Случай дѣйствія равномерно-распределеннаго и сосредоточеннаго грузовъ (§ 111).—Вѣшнія силы въ литейномъ краѣ (§ 112).—Опредѣленіе напряженій въ частяхъ фермы.—Методъ Кремоны (§ 113).—Методъ статическихъ моментовъ Риттера (§ 114).—Примѣръ 1. Висячія стропила съ одною бабкою (§ 115).—Примѣръ 2. Французскія стропила Полосо (§ 116).—Примѣръ 3. Подпружная балка съ тремя подпорками (§ 117).—Примѣръ 4. Подпружная раскосная балка (§ 118).—Примѣръ 5. Раскосная ферма съ горизонтальными поясами (§ 119).—Примѣръ 6. Рѣшотчатая стойка крана Ферберна (§ 120).—Примѣръ 7. Рѣшотчатая опорная башня для шкива канатной передачи (§ 121).

СЛУЖБ. АРХИВЪ
(ИПБТ)

- I. Сравнительныя таблицы мѣръ и вѣсовъ: 1) линейныя мѣры, 2) квадратныя мѣры, 3) кубическія мѣры, 4) мѣры вѣса, 5) мѣры емкости, 6) давленіе на ед. площади, 7) механическая работа.
- II. Удѣльный вѣсъ.
- III. Вѣсъ кубической единицы строительныхъ матеріаловъ и жидкостей.
- IV. Таблица неперовыхъ логарифмовъ.
- V. Таблица тригонометрическихъ величинъ.
- VI. Квадраты, кубы, квадратные и кубическіе корни (отъ 1 до 1000).
- VII. Моменты инерціи и площади круглыхъ сѣченій діаметра d .

Извлеченія изъ Русскаго метрическаго нормальнаго сортамента.

- VIII. Равнобокое угловое желѣзо.
- IX. Тавровое желѣзо.
- X. Корытное желѣзо.
- XI. Двутавровое желѣзо.
- XII. Нѣкоторыя употребительныя величины, обозначенія и сокращенія.

НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

Сопротивленіе матеріаловъ.

ВВЕДЕНІЕ.

§. 1. Упругость. Силы упругости. Напряженіе матеріала. Въ теоретической механикѣ, при изученіи движенія и равновѣсія твердыхъ тѣлъ подѣ дѣйствіемъ внѣшнихъ силъ, эти тѣла разсматривались какъ *абсолютно-твердыя*, т. е. такія, форма и размѣры которыхъ совершенно не измѣняются отъ дѣйствія на нихъ силъ, какъ велики бы они ни были. Въ дѣйствительности, однако, всѣ извѣстныя тѣла подѣ дѣйствіемъ внѣшнихъ силъ претерпѣваютъ болѣе или менѣе значительныя измѣненія формы, происходящія вслѣдствіе перемѣщенія молекулъ (частицъ тѣла) одна относительно другой. Эти измѣненія формы и расположенія частицъ тѣла называются *деформаціями*.

Вслѣдствіе дѣйствія внѣшнихъ силъ нарушается естественное равновѣсіе между внутренними частичными силами: *притягательными силами* (сцѣпленія) и *отталкивательными*, связывающими молекулы. При деформации между частицами тѣла возникаютъ внутреннія силы, стремящія возвратитъ частицы въ ихъ первоначальныя положенія, т. е. дѣйствующія какъ *притягательная сила*, если разстояніе между частицами увеличилось, или какъ *отталкивательная сила*—въ обратномъ случаѣ¹⁾. Эти внутреннія силы, противодѣйствующія всякому измѣненію формы тѣла, называются *силами упругости*, а свойство тѣлъ обнаруживать силы упругости при дѣйствіи внѣшнихъ силъ называется *упругостью*.

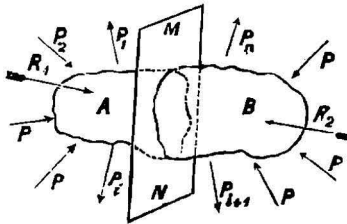
Сила упругости, возникающая въ безконечно малой частицѣ тѣла, сама безконечно мала; но если сложить всѣ силы упругости частицъ,

¹⁾ Для объясненія этого явленія допускаютъ, что какъ сцѣпленіе, такъ и отталкивательная сила обратно пропорціональны квадратамъ разстояній между частицами, слѣдовательно, обѣ уменьшаются при увеличеніи разстоянія между молекулами, но силы притяженія (сцѣпленіе) уменьшаются слабѣе силъ отталкиванія, поэтому равнодѣйствующая, равная разности этихъ силъ, будетъ *притягательная сила*. Въ случаѣ уменьшенія разстоянія между частицами происходятъ обратныя явленія: обѣ силы возрастаютъ, но силы притяженія увеличиваются слабѣе силъ отталкиванія, поэтому равнодѣйствующая будетъ *отталкивательная сила*.

принадлежащихъ къ одной какой-нибудь площадкѣ, которую мы мысленно выдѣлимъ внутри тѣла, въ одну равнодѣйствующую, то получится уже болѣе или менѣе значительная сила. Чтобы сравнивать между собой силы упругости, обыкновенно выдѣляютъ въ тѣлѣ площадку, равную единицѣ (1 кв. см.) и указываютъ равнодѣйствующую силу упругости (кгр.), вызываемую на этой ед. площади внѣшними силами.

Величина силы упругости, приходящейся на ед. площади сѣченія, называется *напряженіемъ* или *натяженіемъ матеріала*.

§ 2. Методъ сѣченій. Для опредѣленія величины и направленія силъ упругости прибѣгаютъ къ различнымъ допущеніямъ, а также пользуются *методомъ сѣченій*. Пусть (фиг. 1) на тѣло, находящееся въ равновѣсіи, дѣйствуютъ внѣшнія силы $P_1, P_2 \dots P_i, P_{i+1}, \dots P_n$; подъ вліяніемъ



Фиг. 1.

этихъ силъ тѣло, если оно достаточно прочно, немного измѣнитъ свою форму, не нарушивъ равновѣсія внѣшнихъ силъ. Вообразимъ плоскость (или какую угодно поверхность) MN , которая раздѣлитъ тѣло на двѣ части A и B . Мысленно мы можемъ, не нарушая равновѣсія, отдѣлить часть A отъ B , вообразивъ, что онѣ опираются другъ на друга или связаны одна съ другой.

Изъ механики извѣстно, что дѣйствіе опоръ и связей выражается силами — реакціями опоръ, которыхъ равнодѣйствующая при равновѣсіи равна и прямо противоположна равнодѣйствующей внѣшнихъ силъ. Складывая напр. силы $P_1, P_2 \dots P_i$ въ одну равнодѣйствующую R_1 , можемъ сказать, что равновѣсіе возможно только въ томъ случаѣ, когда равнодѣйствующая опорныхъ реакцій плоскости MN , или, что то же самое, равнод. силъ упругости въ сѣченіи MN , равна и прямо противоположна равнодѣйствующей R_1 . Такимъ образомъ, мы можемъ опредѣлить величину и направленіе равнодѣйствующей внутреннихъ силъ упругости въ любомъ сѣченіи тѣла.

§ 3. Предѣлъ упругости. Упругія и остающіяся деформации. Временное сопротивление. Силы упругости обуславливаютъ способность тѣла оказывать *сопротивленіе* дѣйствию внѣшнихъ силъ. Онѣ обнаруживаются въ каждомъ сѣченіи тѣла и, если деформация закончилась, образуютъ съ внѣшними силами замкнутый многоугольникъ, т. е. обѣ системы силъ — внѣшнихъ и внутреннихъ — взаимно уравновѣшиваются.

По прекращеніи дѣйствія внѣшнихъ силъ тѣло стремится принять, подъ вліяніемъ силъ упругости, свою первоначальную форму. Опытъ показываетъ, что если деформация не перешла извѣстныхъ границъ, или такъ называемаго *предѣла упругости* матеріала, то тѣло вполне восстанавливаетъ свою первоначальную форму. Такія деформации называются *исчезающими* или *упругими*. Величина напряженія, при которой измѣненіе формы тѣла уже не исчезаетъ, или не вполне исчезаетъ, называется *предѣломъ упругаго сопротивленія* или короче — *предѣломъ упругости*. Если напряженіе и деформация перешли предѣлъ упругости, то тѣло не вполне восстанавливаетъ свою первоначальную форму: кромѣ

упругой деформации оно получает еще такъ называемую *остающуюся* или *постоянную* деформацию. Последняя тѣмъ значительнѣе, чѣмъ болѣе нагрузка превосходитъ предѣлъ упругости, и, при известной величинѣ ея, можетъ повести къ *разрушенію* тѣла.

Величина нагрузки при которой происходитъ разрушеніе тѣла, называется *разрушающимъ грузомъ*, а сопротивленіе, оказываемое при этомъ тѣломъ, носитъ названіе *временнаго сопротивленія матеріала*. Это есть наибольшее сопротивленіе, которое можетъ проявить тѣло (передъ моментомъ разрушенія).

Величины предѣла упругости и разрушающаго груза для каждаго строительнаго матеріала различны и могутъ быть опредѣлены только изъ опыта.

§ 4. Предметъ сопротивленія матеріаловъ ¹⁾. Безопасное напряженіе. Прочное сопротивленіе. Предметъ сопротивленія матеріаловъ составляетъ *ученіе о деформацияхъ*, производимыхъ въ частяхъ машинъ и построекъ внѣшними силами, а также изложеніе правилъ, по которымъ опредѣляются *прочные размѣры* ²⁾ частей машинъ и построекъ, т. е. такіе размѣры, при которыхъ эти части не будутъ получать во время работы остающихся деформаций, а лишь незначительныя упругія измѣненія формы, исчезающія послѣ прекращенія дѣйствія внѣшнихъ силъ. Въ такомъ случаѣ части машинъ будутъ служить долгое время, не разрушаясь и не испытывая разстройства въ сочлененіяхъ, являющагося неизбежнымъ послѣдствіемъ остающихся деформаций.

Для удовлетворенія этому условію необходимо, чтобы напряженіе, возбуждаемое въ машинной части внѣшними силами, не только не превосходило предѣла упругости, но, въ виду возможнаго случайнаго увеличенія внѣшнихъ силъ, было бы меньше предѣла упругости. Напряженіе это называется *безопаснымъ напряженіемъ* или *предѣльнымъ допускаемымъ напряженіемъ*. Предѣльныя допускаемыя напряженія зависятъ отъ свойства матеріала, назначенія сооруженія, предполагаемой продолжительности его службы, а также отъ способа дѣйствія на сооруженіе внѣшнихъ силъ. Они устанавливаются на основаніи опытныхъ данныхъ и наблюденій надъ существующими сооруженіями.

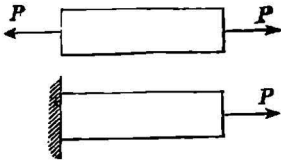
Сопротивленіе, оказываемое при этомъ частью машины или сооруженіемъ дѣйствію внѣшнихъ силъ, называется *прочнымъ сопротивленіемъ*.

¹⁾ Начало ученія о сопротивленіи матеріаловъ было положено Галлилемъ въ соч. „Discorsi intorno a due nuove scienze“ 1638 г. Полное развитіе новаго наука получила въ началѣ XIX вѣка, благодаря трудамъ Юнга, Тредгольда, Эйтельвейна, Навье, Сенъ-Венана и опытнымъ изслѣдованіямъ Годкинсона, Вертгейма, Герстнера, Ферберна, Велера, Баушингера, Тетмайера, Баха и др.

²⁾ Не всѣ размѣры частей машинъ опредѣляются по *формуламъ прочнаго сопротивленія*. Многие изъ нихъ не поддаются теоретическому опредѣленію, такъ какъ зависятъ главнымъ образомъ отъ техническихъ условій изготовленія (формовки, отливки, отковки и т. п.) и условій службы. Сюда относятся, напримѣръ, длина фланцевъ трубъ, толщина стѣнокъ пустотѣлыхъ станинъ, высота набивки поршней и сальниковъ и пр. Эти размѣры опредѣляются по *эмпирическимъ формуламъ*, составленнымъ на основаніи изученія лучшихъ образцовъ частей машинъ, работающих безъ порчи долгое время.

§ 5. Различные виды деформаций. Измѣненіе формы, получаемое тѣломъ при дѣйствіи на него внѣшнихъ силъ, зависитъ не только отъ свойствъ матеріала и величины силъ, но и отъ способа ихъ дѣйствія. Различаютъ слѣдующіе шесть основныхъ видовъ деформаций:

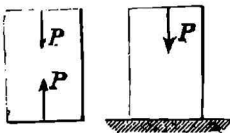
1. *Растяженіе*—измѣненіе формы, производимое двумя равными и прямопротивоположными внѣшними силами P (фиг. 2), направленными вдоль оси тѣла и стремящимися сообщить ему нѣкоторое *удлиненіе*. Подобную же деформацию произведетъ и одна внѣшняя сила P , направленная вдоль оси тѣла, если другой конецъ закрѣпленъ. Противоположная уравнивающая сила развивается при этомъ въ мѣстѣ закрѣпленія.



Фиг. 2.

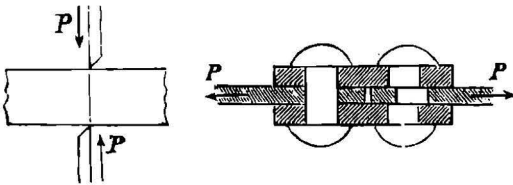
Въ случаѣ недостаточнаго сопротивленія можетъ произойти *разрывъ* тѣла. *Примѣры*: болты, цѣпи, канаты, передаточные ремни, тѣги и т. п.

2. *Сжатіе*—деформация, производимая двумя равными и прямопротивоположными силами P (фиг. 3), направленными вдоль оси тѣла и стремящимися *укоротить* его (или одну силою, если тѣло укрѣплено однимъ концомъ). При недостаточныхъ размѣрахъ тѣла можетъ произойти *раздробленіе* его. *Примѣры*: фундаменты, шайбы, невысокія подпорки, колонны и т. п.

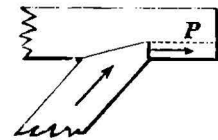


Фиг. 3.

3. *Сдвигъ*—измѣненіе формы, производимое двумя противоположными, весьма близкими одна къ другой, силами P (фиг. 4), стремящимися *сдвинуть* одну часть тѣла относительно другой по сѣченію, лежащему между силами. Въ случаѣ недостаточной прочности тѣла происходитъ *срѣзываніе* по этому сѣченію. Это разрушеніе происходитъ сразу по всей плоскости сѣченія. Явленіе



Фиг. 4.



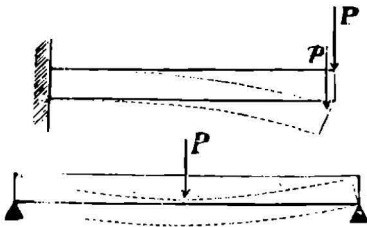
Фиг. 5.

срѣзыванія въ деревянныхъ соединеніяхъ силами, параллельными волокнамъ (фиг. 5), наз. *скалываніемъ*. *Примѣры*: заклепки, клинья, нарезка болтовъ, шарнирный болтъ крѣйцкопфа и т. п.

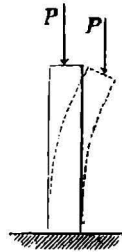
4. *Изгибъ*—деформация, производимая силою, направленною перпендикулярно къ оси тѣла укрѣпленнаго однимъ концомъ (фиг. 6), или же лежащаго на двухъ и болѣе опорахъ. При недостаточномъ сопротивленіи происходитъ *изломъ* по нѣкоторому сѣченію. Въ противоположность срѣзыванію, этотъ видъ разрушенія происходитъ не сразу по всему сѣ-

ченію, а постепенно, начиная съ наружныхъ волоконъ. *Примѣры:* балки, рычаги, оси, валы.

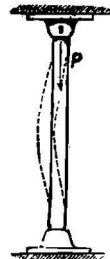
5. *Продольный изгибъ.* Если длина сжимаемаго тѣла (*подпорка, стойка, штокъ поршня, шатунъ, колонны, подкосы, сжатые части мостовыхъ и стропильныхъ фермъ*) значительна по сравненію съ его поперечными размѣрами, то вмѣстѣ съ сжатіемъ происходитъ изгибъ или выпучиваніе тѣла (фиг. 7 и 8). При недостаточныхъ поперечныхъ его размѣрахъ наблюдается особый видъ разрушенія—*раздавливаніе*: тѣло выпучивается въ бокъ, а затѣмъ быстро сгибается.



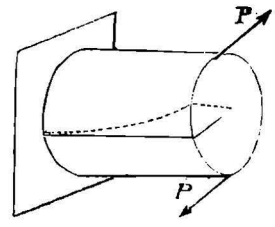
Фиг. 6.



Фиг. 7.



Фиг. 8.



Фиг. 9.

6. *Крученіе*—измѣненіе формы, производимое парю силъ ($P, -P$), дѣйствующею въ плоскости, перпендикулярной къ оси тѣла, на его свободный конецъ (фиг. 9), и стремящейся *закрутить* тѣло около его оси, т. е. повернуть около этой оси всѣ сѣченія на уголъ, тѣмъ большій, чѣмъ дальше это сѣченіе находится отъ закрѣпленнаго конца бруска. Уголъ поворота сѣченія на незакрѣпленномъ концѣ бруска наз. *угломъ крученія*. При недостаточномъ сопротивленіи бруска происходитъ особый видъ разрушенія—*перекручиваніе*, которое начинается съ поверхности въ видѣ продольныхъ трещинъ, направленныхъ по винтовымъ линіямъ (если матеріалъ имѣетъ волокнистое сложеніе: дерево, желѣзо). *Примѣры:* передаточные валы, соединительныя муфты.

7 *Сложная деформация.* Во многихъ случаяхъ части машинъ бываютъ подвержены дѣйствию системы силъ, производящихъ одновременно нѣсколько изъ разсмотрѣнныхъ деформаций: тѣло получаетъ сложное измѣненіе формы. Сопротивленіе, оказываемое имъ въ подобныхъ случаяхъ, наз. *сложнымъ сопротивленіемъ*. Такъ напр., если на брусокъ дѣйствуетъ растягивающая или сжимающая сила, направленная *наклонно* къ его оси, то такая сила дастъ двѣ составляющія, изъ которыхъ одна будетъ направлена вдоль бруска и произведетъ *растяженіе* или *сжатіе*, и другая—перпендикулярно къ оси бруска и произведетъ *изгибъ*. Другой примѣръ представляетъ валъ маховика, испытывающій *изгибъ* отъ вѣса маховика и *крученіе* отъ дѣйствія силы, вращающей кривошипъ.

Примѣчаніе. Строго говоря, существуютъ только два основныхъ вида деформаций: *растяженіе* (или *сжатіе*) и *сдвигъ*. Всѣ остальные приводятся къ этимъ двумъ. Въ самомъ дѣлѣ, перемѣщеніе какой-либо частицы тѣла подѣ дѣйствіемъ внутреннихъ силъ можетъ быть только двухъ родовъ: *вдоль* нѣко-

того сѣченія и нормально къ нему. Всякое другое перемѣщеніе можетъ быть сведено къ этимъ двумъ посредствомъ разложенія по правилу параллелограмма. Если частица перемѣщается нормально къ сѣченію, то происходитъ *растяженіе* (или *сжатіе*) тѣла, а при перемѣщеніи ея вдоль сѣченія—*сдвигъ*.

§ 6. Коэффициентъ прочности. Прочные размѣры частей машинъ опредѣляются по *наибольшимъ величинамъ* дѣйствующихъ на нихъ силъ, включивъ въ число ихъ силы инерціи¹⁾, появляющіяся при движеніи, а также собственный вѣсъ частей машины²⁾. При этомъ, какъ было сказано въ § 3, за начальное условіе принимаютъ, чтобы предѣльное допускаемое напряженіе было меньше предѣла упругости. Такъ какъ разрушающій грузъ легче опредѣляется опытомъ, нежели предѣлъ упругости, который для нѣкоторыхъ матеріаловъ совсѣмъ неизвѣстенъ, то принято выражать безопасное напряженіе, какъ часть разрушающаго груза, или временнаго сопротивленія, приходящагося на кв. единицу площади поперечнаго сѣченія.

Отношеніе $\frac{Z}{T}$ разрушающаго груза, приходящагося на ед. площади поперечнаго сѣченія тѣла, къ предѣльному безопасному напряженію, наз. *коэффициентомъ прочности* или *коэфф. безопасности*. Онъ измѣняется отъ 4 до 20 и болѣе, въ зависимости отъ свойствъ матеріала, назначенія проектируемой части и условій, въ которыхъ она работаетъ. Обозначивъ его черезъ k , будемъ имѣть:

$$T = Z : k \quad (1).$$

§ 7. Выборъ безопаснаго напряженія. При расчетѣ частей машинъ и другихъ сооружений, необходимо соблюдать осторожность въ выборѣ безопаснаго напряженія. Слишкомъ малая величина его, т. е. слишкомъ большой коэфф. прочности, повлечетъ за собою бесполезную трату матеріала, а слѣд., и увеличеніе стоимости сооружения. Наоборотъ, слишкомъ большая величина безопаснаго напряженія можетъ повести къ разрушенію сооружения или части машины.

Безопасное напряженіе должно быть тѣмъ меньше, чѣмъ болѣе неблагоприятны условія, въ которыхъ находится часть машины или сооружения и чѣмъ болѣе отвѣтственна проектируемая часть, т. е. чѣмъ болѣе разрушительныя послѣдствія можетъ повлечь за собою ея поломка.

¹⁾ Сила инерціи получаетъ значительную величину сравнительно съ остальными силами въ случаяхъ быстро движущихся частей машинъ, какъ, напр., въ маховыхъ колесахъ, штокахъ и шатунахъ, получающихъ значительныя ускоренія. Для опредѣленія наибольшей величины силъ инерціи надо найти по величинѣ и направленію наибольшую величину ускоренія; затѣмъ умножить ускореніе на вѣсъ (въ кгр.) движущагося тѣла и раздѣлить на ускореніе силы тяжести. Если полученную въ кгр. силу направить въ сторону противоположную ускоренію, то получимъ силу инерціи. Если силы инерціи не велики, сравнительно съ внѣшними силами, то достаточно рассчитать часть машины по этимъ послѣднимъ, выразивъ вліяніе силы инерціи нѣкоторымъ повышеніемъ коэфф. прочности.

²⁾ Такъ какъ собственный вѣсъ расчитываемой части машины напередъ неизвѣстенъ, то предварительно опредѣляютъ размѣры по остальнымъ силамъ. Увеличивъ полученные размѣры на 10—15%, вычисляютъ затѣмъ вѣсъ части машины и дѣлаютъ второй расчетъ, принявъ во вниманіе найденный вѣсъ.

На этомъ основаніи во *временныхъ* сооруженіяхъ (лѣса и пр.), которыя устраиваются на короткое время, допускаютъ значительно большія напряженія, нежели въ *долговременныхъ* сооруженіяхъ; для *неподвижныхъ* частей допускаютъ меньшій коэфф. прочности, нежели для *подвижныхъ*. Въ послѣднемъ случаѣ части, обладающія *плавнымъ* движеніемъ, рассчитываются съ меньшимъ запасомъ прочности, нежели части машинъ, движеніе которыхъ сопровождается ударами и сотрясеніями (зубчатая передача, храповыя колеса и т. п.). Необходимо принимать также во вниманіе возможное появленіе *добавочныхъ* напряженій, вслѣдствіе перемены температуры. Наконецъ, въ случаѣ *постоянной* нагрузки, не измѣняющей ни величины, ни знака, допускаютъ значительно большее безопасное напряженіе, нежели въ случаѣ *переменной* нагрузки, измѣняющей съ теченіемъ времени или только величину, или же величину и направленіе дѣйствія.

Въ слѣдующей таблицѣ приведены величины коэфф. прочности k для наиболѣе употребительныхъ матеріаловъ въ *случаѣ дѣйствія постоянной силы*:

МАТЕРІАЛЪ.	$k =$		
	Временныя сооруженія.	Долговременныя сооруженія.	При существованіи ударовъ и сотрясеній.
Желѣзо и сталь .	4	4—5	до 10
Чугунъ.	4	5	до 10
Деревянные сооруженія	4	10	—
Каменные сооруженія.	—	20	—

Въ большинствѣ случаевъ части машинъ бываютъ подвержены дѣйствію *переменныхъ* силъ. Изъ опытовъ *Велера*, *Шпангенберга*, *Баушингера* и др., произведенныхъ съ цѣлью выяснитъ вліяніе *переменной* нагрузки на прочное сопротивленіе, оказалось:

1. Если нагрузка измѣняется только по величинѣ въ предѣлахъ отъ 0 до нѣкоторой величины P , попеременно возрастаая—убывая неограниченное число разъ (напр. въ дѣвкахъ, канатахъ, балкахъ и т. п.), то прочное сопротивленіе матеріала уменьшается, при чемъ безопасное напряженіе можетъ быть принято равнымъ $\frac{2}{3}$ безопаснаго напряженія въ случаѣ дѣйствія *постоянной* силы.

2. Если нагрузка измѣняется не только по величинѣ, но и по знаку (въ предѣлахъ отъ $+P$ до $-P$), т. е. попеременно то растягиваетъ, то сжимаетъ брусокъ, или производитъ изгибъ, либо закручиваніе въ разные стороны (напр. штокъ поршня, шатунъ пар. маш. при одномъ размахѣ поршня растягиваются, а при другомъ сжимаются; цапфы, оси и валы получаютъ при каждомъ оборотѣ два изгиба въ противоположныя стороны), то безопасное напряженіе можетъ быть принято равнымъ лишь $\frac{1}{3}$ безопаснаго напряженія при *постоянной* нагрузкѣ.

Примѣръ. Желѣзная часть растягивается переменною силою въ предѣлахъ отъ $(+P)$ до $(-P)$. Для желѣза разрывающій грузъ на кв. сант. сѣченія равенъ 4000 кил. Сосчитавъ сперва на 4-ую прочность найдемъ безопасное напряженіе на кв. см. 1000 кил. Введя поправку, на основаніи опытовъ Велера, получимъ безопасное напряженіе $T = \frac{1}{3} 1000 = \approx 334$ кил.

Примѣчаніе. При расчетѣ соединительныхъ частей (болтовъ, заклепокъ, клиньевъ) должно имѣть въ виду, что уже при затягиваніи ихъ возбуждаются въ матеріалѣ значительныя напряженія, такъ что полное напряженіе, испытываемое ими, превосходитъ напряженіе, возбуждаемое нагрузкою. Поэтому, при расчетѣ такихъ частей должно увеличивать коэфф. безопасности на 25—30%, и рассчитывать ихъ на напряженіе, равное 0,8 до 0,7, допускаемаго безопаснаго напряженія.

НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

ГЛАВА I.

Растяженіе и разрывъ.

§ 8. **Опыты надъ растяженіемъ** ¹⁾. Обширные опыты для опредѣленія законовъ растяженія и разрыва были произведены впервые фр. уч. В. Вертгеймомъ надъ деревомъ и многими металлами (жельзо, сталь, латунь, олово, цинкъ).

При этихъ опытахъ верхній конецъ бруска укрѣплялся въ тискахъ *A* (фиг. 10), прикрѣпленныхъ къ верхней части дубовой стойки *B*. Нижній конецъ его зажимался въ такихъ же тискахъ *C*, къ которымъ подвѣшивался ящикъ *D* съ нагрузкою. Для устраненія раскачиванія ящика къ нему былъ придѣланъ брусокъ *E*, двигавшійся въ пазу, сдѣланномъ въ дубовой стойкѣ *B*. Ящикъ *D* поддерживался тремя установочными винтами *F*. Наложивъ грузъ, осторожно вывинчивали винты, при чемъ ящикъ медленно опускался и совершенно повисалъ на растягиваемомъ брускѣ—по отдѣленіи винтовъ отъ пола. Ввинтивъ осторожно винты, можно опять поставить на нихъ ящикъ и такимъ способомъ прекратить дѣйствіе груза на испытуемый брусокъ. Такимъ приспособленіемъ достигалось плавное, не сопровождаемое ударами и сотрясеніями, приложеніе растягивающей силы и устранялось приобрѣтеніе опускающимся грузомъ замѣтной скорости.

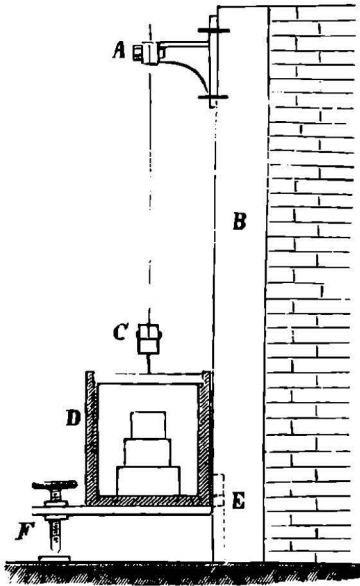
На испытуемомъ брускѣ проводились двѣ тонкія черты, разстояніе между которыми измѣрялось при помощи катетометра три раза: 1) до наложенія груза въ ящикъ; 2) во время дѣйствія груза и 3) по прекращеніи дѣйствія его, — когда ящикъ былъ поставленъ на винты. Разность между второю и первою длиною представляла удлиненіе бруска отъ дѣйствія приложеннаго груза; третье же измѣреніе дѣлалось съ цѣлью узнать, не получилъ ли брусокъ остающагося удлиненія (§ 3).

§ 9. **Полное удлиненіе. Исчезающія и остающіяся удлиненія. Диаграмма удлиненій.** Изъ опытовъ Вертгейма оказалось, что при небольшихъ нагрузкахъ брусокъ принимаетъ вполнѣ свою первоначальную длину по прекращеніи дѣйствія растягивающей силы, но при большихъ нагрузкахъ, по прекращеніи ихъ дѣйствія, часть удлиненія бруска исче-

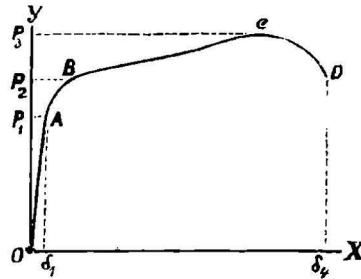
¹⁾ Первые обстоятельные опыты надъ растяженіемъ жельза были произведены въ 20-хъ годахъ *Ф. Герстнеромъ*. Впослѣдствіи они были повторены съ большою точностью и распространены на многіе металлы и дерево *В. Вертгеймомъ* (1845) и *Е. Годкинсономъ* (1846). Результаты этихъ опытовъ легли въ основу теоріи сопротивленія матеріаловъ.

зааетъ, другая же остается навсегда ¹⁾). Такимъ образомъ полное удлиненіе, полученное брускомъ, можно разсматривать состоящимъ изъ двухъ частей: *исчезающей* съ прекращеніемъ дѣйствія груза и *остающейся* въ брускѣ навсегда. Первая называется *исчезающимъ* или *упругимъ*, а вторая—*остающимся* (*пластическимъ*) *удлиненіемъ*.

Чтобы представить наглядно зависимость удлиненій отъ растягивающихъ усилій, примѣнимъ графическій методъ. Отложимъ по оси абсциссъ OY (фиг. 11) величины растягивающихъ усилій, а по оси ординатъ OY —соотвѣтствующія имъ удлиненія. Соединивъ построенныя такимъ образомъ точки непрерывною линіею, получимъ *кривую удлиненій* $OABCD$ ²⁾. Изъ чертежа видно, что до нѣкотораго усилія P_1 линія OA можетъ быть принята за прямую; слѣдов., до этого усилія,



Фиг. 10.



Фиг. 11.

назв. *предѣломъ пропорціональности*, (а иногда и пред. *упругости* § 3), величины полныхъ удлиненій *пропорціональны* растягивающимъ грузамъ ³⁾.

Отъ точки A до B удлиненія увеличиваются скорѣе усилій. Отъ B до C происходитъ очень энергичное вытягиваніе, такъ наз. *вытеканіе*, матеріала при медленномъ возрастающемъ усиліи отъ P_2 до P_3 . Нагрузку P_3 —наибольшее усиліе, дѣйствовавшее на тѣло,—называютъ *разрушающимъ грузомъ при растяженіи*, хотя собственно разрывъ, сопровождающійся болѣе или менѣе громкимъ шумомъ удара, совершается въ точкѣ D , при чемъ у не хрупкихъ матеріаловъ нагрузка быстро убываетъ вплоть до момента разрыва. Отношеніе наибольшаго удлиненія тѣла въ моментъ его разрыва $O\delta_4$ къ ненапряженной его длинѣ l , выраженное въпроцентахъ, служитъ мѣрою его пластичности, тягучести; такъ

¹⁾ Исключеніе представляютъ дерево и литые металлы, для которыхъ остающіяся удлиненія получаютъ замѣтную величину даже при самыхъ незначительныхъ усиліяхъ.

²⁾ Въ нѣкоторыхъ разрывныхъ машинахъ современной конструкціи кривая удлиненій и нагрузокъ записывается автоматически.

³⁾ Этотъ законъ былъ впервые найденъ опытнымъ путемъ англ. физ. Роб. Гукомъ въ 1676 г., по имени котораго часто и наз. *закономъ Гука*.

напр., удлинение литого железа в 30% означает, что в момент разрыва длина бруска равна 1,3 первоначальной длины.

Площадь, ограниченная осью *OX* и кривою удлинений, дает мѣру работы, затраченной на вытягивание тѣла.

§ 10. Свойства остающихся удлинений. Свойства остающихся удлинений были обстоятельно изслѣдованы впервые *Ф. Герстнером*, который произвел рядъ точныхъ опытовъ надъ повтореннымъ растяжениемъ однихъ и тѣхъ же брусковъ. Изъ этихъ опытовъ онъ вывелъ слѣдующія заключенія, подтвержденные впоследствии другими.

1. Если брусокъ получилъ полное удлинение отъ дѣйствія какого-либо груза, то затѣмъ *дѣйствіе усилій, меньшихъ предыдущаго, а также повторенное прикладываніе къ бруску прежняго усилія, нисколько не измѣняетъ величины остающагося удлиненія.*

2. Дѣйствіе усилій, большихъ предыдущихъ, *увеличиваетъ остающееся удлиненіе* до величины, отвѣчающей этому усилію; но затѣмъ опять дѣйствіе усилія, меньшаго послѣдняго, не измѣняетъ полученнаго остающагося удлиненія.

3. Остающееся удлиненіе увеличивается вслѣдствіе сотрясеній въ моменты приложенія и удаленія растягивающаго усилія.

4. Всякое усиліе всегда производитъ одно и то же упругое удлиненіе, независимо ни отъ ранѣе дѣйствовавшихъ усилій, ни отъ величины остающихся удлиненій, полученныхъ ранѣе брускомъ.

Изъ изложеннаго слѣдуетъ, что если брусокъ былъ растянутъ одинъ или нѣсколько разъ, *при чемъ предѣлъ упругости его былъ перейденъ*, а слѣд., брусокъ получилъ остающееся удлиненіе, то при слѣдующемъ растягиваніи онъ будетъ получать только упругія удлиненія, если растягивающее усиліе будетъ менѣе наибольшаго изъ усилій, употребленныхъ при предыдущихъ растягиваніяхъ: *остающіяся удлиненія появляются снова лишь при дѣйствіи усилій, большихъ этого наибольшаго груза.* Такимъ образомъ оказывается, что предѣлъ упругости не есть постоянная величина для даннаго матеріала: онъ увеличивается отъ предварительнаго вытягиванія.

Все изложенное показываетъ, что остающіяся удлиненія не только не опасны для прочности, но, напротивъ, увеличиваютъ ее, такъ какъ бруски дѣлаются менѣе растяжимыми, чѣмъ были первоначально (предѣлъ упругости повышается).

Отсюда понятно, почему нѣкоторыя части машинъ подвергаются *передъ употребленіемъ ихъ въ дѣло*, предварительному вытягиванію (напр., ремни, проволочные канаты, цѣпи и пр.). Этимъ вытягиваніемъ передъ сборкою машины имъ сообщаютъ предварительное остающееся удлиненіе и такимъ путемъ, *во-первыхъ*, устраняютъ полученіе его во время службы машины, вслѣдствіе чего разстроилась бы связь между ея частями, а *во-вторыхъ*, увеличиваютъ прочность этой части машины.

Понятно также, почему нѣкоторые матеріалы (дерево, чугунъ и другіе литые металлы) получаютъ остающееся удлиненіе (§ 9) при дѣйствіи самыхъ незначительныхъ растягивающихъ усилій, между тѣмъ какъ другіе (кованые, вальцованные металлы, проволоки) выдерживаютъ значительныя усилія, не получая остающихся удлиненій. Первые не подвергались никакому вытягиванію при своей обработкѣ.

между тѣмъ какъ самая обработка вторыхъ состоитъ въ болѣе или менѣе значительномъ вытягиваніи.

§ 11. Законы упругихъ удлинений. Всѣ опыты Вертгейма, Киркальди и Годкинсона надъ растяженіемъ брусковъ до предѣла упругости показываютъ, что упругія удлиненія подчиняются слѣдующимъ законамъ:

1) Удлиненія δ одного и того же бруска пропорціональны растягивающимъ усиліямъ P (законъ Гука);

2) Они прямо пропорціональны длинѣ l бруска;

3) Они обратно пропорціональны площади F поперечнаго сѣченія бруска и

4) Они много зависятъ отъ рода матеріала, изъ котораго сдѣланъ брусокъ, именно они тѣмъ менѣе, чѣмъ болѣе сопротивляемость матеріала растяженію.

Пусть l будетъ длина бруска, имѣющаго поперечное сѣченіе, равное единицѣ, и подверженнаго дѣйствию растягивающаго усилія, равнаго также единицѣ. Второй законъ показываетъ, что удлиненіе распространяется равномерно на всю длину бруска, и что, слѣд., каждая часть бруска, имѣющая длину, равную единицѣ, получитъ одинаковое удлиненіе. Обозначимъ это удлиненіе черезъ $\alpha = \frac{1}{E}$. Тогда на основаніи предыдущихъ законовъ можемъ написать для упругаго удлиненія δ слѣдующую формулу:

$$\delta = \frac{\alpha Pl}{F} = \frac{Pl}{EF} \quad (2)$$

Кoeffициенты α или E , входящіе въ эту формулу, зависятъ только отъ свойствъ матеріала, изъ котораго сдѣланъ брусокъ (отъ степени сопротивляемости даннаго матеріала растяженію), но не зависятъ ни отъ длины бруска, ни отъ величины растягивающей силы. Онъ характеризуетъ степень упругой податливости матеріала и потому наз. *модулемъ упругости матеріала при растяженіи*. Величина его для каждаго рода матеріала опредѣляется изъ опытовъ.

§ 12. Основная формула растяженія. Изъ предыдущаго выраженія получаемъ:

$$\frac{P}{F} = E \frac{\delta}{l},$$

или, означая отношеніе $\frac{P}{F}$ растягивающаго усилія къ площади поперечнаго сѣченія бруска, т. е. *растягивающій грузъ, приходящійся на ед. площади поперечнаго сѣченія* (напряженіе) буквою p , а отношеніе $\frac{\delta}{l}$ полного удлиненія къ первоначальной длинѣ бруска, или такъ наз. *относительное удлиненіе*, буквою λ , будемъ имѣть:

$$p = E\lambda. \quad (3)$$

т. е. *растягивающій грузъ, приходящійся на ед. площади, равенъ модулю упругости, умноженному на относительное удлиненіе.*

Изъ формулы (3) находимъ:

$$E = \frac{p}{\lambda} \quad (4)$$

т. е. *модуль упругости равенъ растягивающему грузу, приходящемуся на ед. площади, дѣленному на относительное удлиненіе*¹⁾.

Изъ формулы (4) видно, что модуль упругости E выражается въ тѣхъ же единицахъ, какъ и p , т. е. въ ед. вѣса на ед. площади, напр. въ кгр. на кв. сантим. или въ пудахъ на кв. дюймъ и т. д., ибо знаменатель λ есть отвѣченное число.

Модуль упругости, будучи величиною постоянною для одного и того же матеріала и независящею ни отъ растягивающаго усилія, ни отъ размѣровъ бруска, можетъ служить основаніемъ при сравненіи растяжимости (пластичности) матеріаловъ; чѣмъ больше мод. упруг., тѣмъ жестче матеріалъ. Зная его, можно опредѣлить какое удлиненіе въ брускѣ данныхъ размѣровъ произведетъ данная сила. Обратнo, по величинѣ удлиненія можно опредѣлить растягивающую силу.

Опредѣленіемъ модуля упругости при растяженіи для различныхъ матеріаловъ занимались многіе ученые, примѣняя для этого различные способы. Простѣйшій способъ состоитъ въ томъ, что, приготовивъ нѣсколько брусковъ одного и того-же матеріала, подвергаютъ ихъ растяженію усиліями, не превосходящими предѣла упругости. Опредѣливъ затѣмъ удлиненія, полученные брусками, вычисляютъ величины модуля упругости E по формулѣ (4). Взявъ среднее арифметическое этихъ величинъ, получаютъ модуль упругости для даннаго матеріала. Величины эти для различныхъ матеріаловъ помѣщены въ таблицѣ § 17.

§ 13. Поперечное сжатіе при растяженіи. Продольное удлиненіе всегда сопровождается уменьшеніемъ поперечныхъ размѣровъ или такъ наз. *поперечнымъ сжатіемъ*. Назовемъ укороченіе единицы поперечнаго размѣра (относительное попер. сжатіе) матеріала буквой i . Для совершенно однородныхъ во всѣхъ направленіяхъ матеріаловъ и теоретическое изслѣдованіе (впервые фр. уч. Пуассона) и опыты (Вергейма, Амага и др.) приводятъ къ заключенію, что *относительное поперечное сжатіе i пропорціонально относительному удлиненію матеріала λ* , т. е.

$$i = m \lambda,$$

гдѣ m есть коэфф. пропорціональности (такъ наз. *число Пуассона*), равный $\frac{1}{4}$. Какъ слѣдствіе одновременнаго удлиненія и поперечнаго сжатія бруска при растяженіи является всегда небольшое увеличеніе его объема.

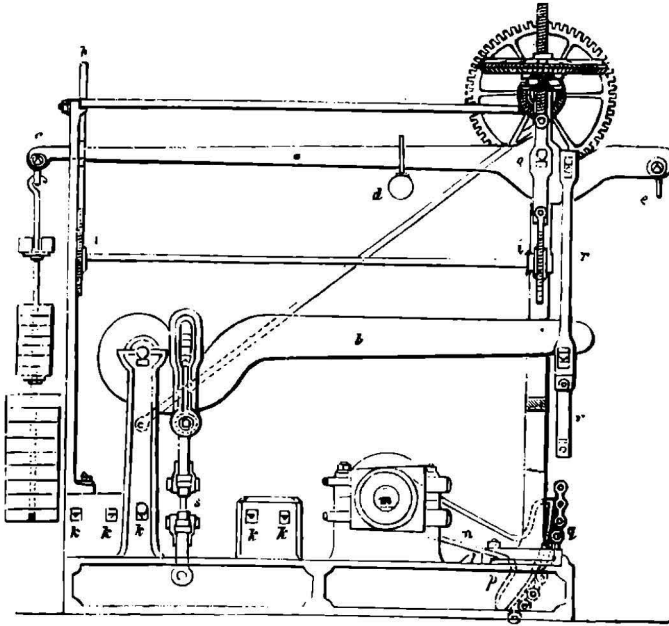
§ 14. Разрывъ призматическихъ тѣлъ. Машина для испытанія строительныхъ матеріаловъ. При растягиваніи бруска постепенно увеличивающимся грузомъ происходитъ, наконецъ, разрывъ его по тому поперечному сѣченію, въ которомъ, вслѣдствіе неоднородности матеріала, сѣпленіе частицъ случайно меньше, нежели въ какомъ-либо другомъ сѣченіи. Наблюденіе показываетъ, что въ этомъ мѣстѣ брусокъ получаетъ передъ самымъ разрывомъ весьма большое удлиненіе и поперечное сжатіе.

Величина разрывающаго груза, приходящаяся на ед. площади поперечнаго сѣченія бруска, т. е. временное сопротивленіе матеріала раз-

¹⁾ Полагая въ формулѣ (3) $\delta = l$, т. е. $\lambda = 1$, получимъ $P = E$, модуль упругости при растяженіи есть такой грузъ, который способенъ сообщить бруску удлиненіе, равное его первоначальной длинѣ. Но такая деформация невозможна, ибо всѣ твердыя тѣла разрываются отъ грузовъ гораздо меньшихъ. Такъ напр., для желѣза $E = 2000000$ kgl., между тѣмъ какъ предѣлъ упругости желѣза равенъ 1500 kgl., а при 4000 kgl. брусокъ уже разрывается.

рыву представляет весьма важное данное для суждения о прочности материала и пригодности его для сооружений. Механическое испытание различных материалов на растяжение имѣетъ главною цѣлью опредѣленіе величины разрывающаго груза.

Такъ какъ величины усилій, разрывающихъ металлическіе бруски даже небольшой площади поперечнаго сѣченія, весьма велики, то вмѣсто непосредственнаго подвѣшиванія огромнаго растягивающаго груза къ испытываемому бруску, примѣняютъ, при производствѣ опытовъ надъ разрывомъ, особые рычажные приборы (разрывныя машины).



Фиг. 12.

На фиг. 12 представлена простая универсальная машина для испытанія матеріаловъ на разрывъ, сжатіе, изгибъ и крученіе; машина эта, построенная въ Вульвичѣ (Андерсономъ) по американскому образцу, отличается простотою и компактностью устройства. Она состоитъ изъ комбинаціи двухъ рычаговъ *a* и *b*, доставляющихъ оба вмѣстѣ выигрышъ въ силѣ въ 200 разъ. Такимъ образомъ 1 фн., подвѣшенный къ концу *c* лѣваго рычага, возбуждаетъ натяженіе въ 200 фн. въ испытываемомъ брускѣ *s*. Въ болѣе сильныхъ приборахъ устраиваютъ три и даже четыре рычага, соединенныхъ между собою тягами. Въ четверномъ рычажномъ приборѣ Адамсона разрывающая сила доходитъ до 100 тоннъ.

Для уменьшенія вліянія тренія всѣ точки подвѣса рычаговъ и испытываемаго бруска снабжены стальными призмами. Такъ какъ отъ машины требуется значительная точность, то рычаги должны быть тщательно уравновѣшены, для чего привѣшиваютъ соответственный грузъ къ проушинѣ *e*, помѣщенной на верхнемъ рычагѣ *a*, а для болѣе точнаго урав-

повѣшиванія и для малыхъ нагрузокъ имѣется передвижной грузъ d . Такъ какъ при вытягиваніи бруска ось рычага выходитъ изъ горизонтальнаго положенія, причемъ грузовой конецъ рычага можетъ упереться въ фундаментъ, если удлиненіе бруска значительно, то рычажные приборы снабжаются особыми механизмами (гидравлическій прессъ или сильный подъемный винтъ, какъ у разсматриваемой машины), при помощи которыхъ всѣ рычаги приводятся по мѣрѣ удлиненія испытуемаго образца въ горизонтальное положеніе посредствомъ поднятія (или опусканія) оси вращенія o верхняго рычага a . Для предупрежденія поломокъ частей машины въ моментъ разрыва образца, вслѣдствіе быстрого пониженія лѣваго конца верхняго рычага a , машина снабжается деревянною стойкою h , въ прорѣзѣ которой проходитъ рычагъ a съ небольшимъ зазоромъ.

Для правильнаго опредѣленія сопротивленія матеріала разрыву должно быть соблюдено условіе, чтобы разрывающее усиліе было направлено въ точности по оси бруска; въ противномъ случаѣ брусокъ будетъ не только растягиваться, но и изгибаться, причемъ разрушающее усиліе будетъ имѣть величину меньшую той, какая потребна для разрыва. Съ этою цѣлю испытуемые бруски обтачиваются предварительно на токарномъ станкѣ и снабжаются коническими головками; на томъ же станкѣ обтачиваются соединительныя тяги, къ которымъ будетъ прикрѣпленъ испытуемый брусокъ, а также и разъемныя соединительныя муфты, при помощи которыхъ производится скрѣпленіе бруска съ тягами.

§ 15. Законы разрыва. Многочисленные опыты надъ разрывомъ брусковъ различныхъ матеріаловъ, произведенные при помощи рычажныхъ приборовъ Герстнеромъ, Киркальди, Годкинсономъ, Баушингеромъ, Бахомъ и другими экспериментаторами, приводятъ къ слѣдующимъ выводамъ:

1) *Величина разрывающаго усилія не зависитъ отъ длины разрываемаго бруска.*

2) *Она не зависитъ также отъ фигуры поперечнаго сѣченія тѣла.*

3) *Она пропорціональна площади поперечнаго сѣченія бруска ¹⁾.*

Отношеніе $\frac{Q}{F}$ величины разрывающаго груза Q къ первоначальной площади поперечнаго сѣченія бруска наз. *сопротивленіемъ матеріала разрыву.*

4) *Сопротивленіе матеріала разрыву зависитъ отъ способа приложенія разрывающаго груза и отъ направленія его относительно оси бруска.*

Именно, если это усиліе прилагается *плавно и постепенно*, безъ сотрясеній, то брусокъ выдерживаетъ до разрыва большій грузъ, нежели въ обратномъ случаѣ. Если разрывающее усиліе направлено не по оси

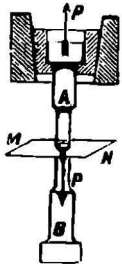
¹⁾ Должно замѣтить, однако, что законъ этотъ, вслѣдствіе несовершенной однородности матеріаловъ (слои, лежащіе у поверхности бруска, имѣютъ другія свойства, нежели внутренніе слои; въ деревѣ различныя годовые слои имѣютъ неодинаковыя свойства) выполняется на практикѣ только приближительно и при томъ только въ случаѣ, когда площади сѣченій сравниваемыхъ брусковъ не слишкомъ много различаются между собою.

бруска, а эксцентрически, то послѣдній оказываетъ меньшее сопротивление, нежели въ томъ случаѣ, когда разрывающее усиліе совпадаетъ съ его осью.

5) Для *каждаго послѣдовательнаго разрыва* (одного и того же бруска) *сопротивленіе разрыву нѣсколько больше, нежели для предыдущаго.*

Такимъ образомъ, даже значительныя остающіяся удлиненія, получающіяся въ брускахъ при разрывѣ, не уменьшаютъ прочности матеріала, который становится лишь менѣе пластиченъ: при слѣдующемъ растягиваніи онъ вовсе не получаетъ остающихся удлинений.

§ 16. **Опредѣленіе прочныхъ размѣровъ растягиваемыхъ частей машины.** Пусть P будетъ величина растягивающаго усилія и F —площадь поперечнаго сѣченія части машины, подверженной растяженію; проведемъ гдѣ-нибудь въ образцѣ AB (фиг. 13) поперечное сѣченіе MN , перпендикулярно къ оси бруска и отбросимъ часть B . Согласно сказанному въ § 2, въ каждой точкѣ сѣченія возбуждается сила упругости, и общая ихъ равнодѣйствующая должна быть равна и прямо—противоположна P . Такъ какъ сила P тянетъ вдоль оси бруска, то можемъ допустить, что напряженіе матеріала во всемъ сѣченіи одинаково и равно p кг/см². Но площадь сѣченія равна F см², и на каждомъ кв. см. сила упругости—равна p кг, слѣдовательно равнодѣйствующая $P = p \cdot F$. Для прочности необходимо, чтобы напряженіе матеріала p не превосходило величины *безопаснаго напряженія* (§ 4), допускаемаго для того матеріала, изъ котораго изготовлена растягиваемая часть машины. Называя это безопасное напряженіе при растяженіи буквою T , будемъ имѣть:



Фиг. 13.

$$p = \frac{P}{F} < T,$$

откуда:

$$P = TF, F = \frac{P}{T} \dots \dots \dots (5)$$

По формуламъ (5) опредѣляется по данной растягивающей силѣ P площадь поперечнаго сѣченія F , удовлетворяющая условіямъ прочности, и, обратно, по данной площади F можетъ быть опредѣлено *наибольшее усиліе* P , которое можетъ выдержать данная часть машины безъ нарушенія упругости.

§ 17. Таблица безопасныхъ напряженій при растяженіи. Въ слѣдующей таблицѣ приведены величины *разрывающаго усилія, модуля упругости, предѣла упругости и безопаснаго напряженія* при растяженіи для наиболѣе употребительныхъ строительных матеріаловъ (въ кг. на кв. см.).

Числа эти представляютъ средний выводъ изъ опытовъ надъ употребительнѣйшими сортами строительных матеріаловъ. Въ действительности тотъ или другой сортъ можетъ представить значительныя отклоненія отъ этихъ среднихъ значеній въ зависимости отъ изготовленія его и обработки. Поэтому при возведеніи большихъ отвѣтственныхъ сооружений (напр. мостовъ) необходимо производить пробнорчныя испытанія заготовленныхъ матеріаловъ на разрывъ, изгибъ и пр.

Материалъ.	Название сорта материала.	Пределъ упругости.	Разрывающее усилие.	Безопасное напряжение T			Модуль упругости E въ к/г. на кв. см.	
				Постоянная нагрузка.	Переменная нагрузка.			
					Отъ 0 до P .	Отъ $+P$ до $-P$.		Отъ $+P$ до $-P$.
			а.	б.	в.			
Жельзо и чугуны.	Полосовое и круглое желъзо вдоль волоконъ.	1300	3300	900	600	300	2000000	
	Сортовое (фасонное) желъзо Г, Т, Т, □	до 1700	до 4000	750	500	250	—	
	Литое желъзо.	2200	4000	900	600	300	2150000	
	Листовое желъзо:							
	а) по напр. прокатки.	1300	3300	800	540	270	2000000	
	б) ⊥ къ напр. прокатки.	1300	2800	660	440	220	2000000	
	Проволока отожженная.	2200	4000	1200	800	—	2000000	
	Чугуны.	750	1250	300	200	100	1000000	
	Сталь.	Литая сталь.	4500	7500	1500	1000	500	2200000
		Бессемеровская.	3000	5500	1200	800	400	2200000
Листовая.		3000	5000	1000	660	330	2200000	
Проволока не отожженная.		5200	6500	2000	1300	—	2200000	
Красная жельзо.		Вальцованная.	400	2300	—	—	—	1100000
	Листовая (отожженная).	300	2100	250	—	—	1070000	
	Листовая (кованая).	1400	3000	900	—	—	1110000	
	Проволока.	1200	4000	700	—	—	1300000	
	Сплавы.	Латунь.	480	1500	250	—	—	1000000
Латунная проволока.		1300	5000	700	—	—	1000000	
Бронза.		300	2000	300	200	100	900000	
Фосфористая бронза.		900	4000	750	500	250	1000000	
Дерево.		Ель (вдоль волокна).	235	800	60	—	—	90000
	" по торцу.	—	48	—	—	—	—	
	Сосна.	245	750	100	—	—	92000	
	Дубъ (вдоль волокна).	475	1000	100	—	—	108000	
	" по торцу.	—	50	—	—	—	—	
	Букъ (вдоль волокна).	160	1300	120	—	—	180000	
	" по торцу.	—	730	—	—	—	—	
Кирпичъ и цементъ.	Песчаникъ.	—	60	—	—	—	—	
	Кирпичъ хороший.	—	80	—	—	—	—	
	Цементный растворъ.	—	180	2	—	—	—	
	Кожаные ремни.	—	150	300	—	20—30	—	1250
		Пеньковые канаты.	—	500	100	65	—	10000

760180

УДКУНТ
(БЕСТ)

Литое желѣзо получается, какъ и сталь, по способу Бессемера и Сименсъ-Мартена въ расплавленномъ состояніи, путемъ выжиганія въ чугуиъ углерода (кремнія и др. примѣсей) до 0,65%. Чѣмъ меньше содержаніе углерода, тѣмъ больше мягкостью (*пластичностью*) и способностью свариваться обладаетъ литое желѣзо. Оно примѣняется для частей машинъ, мостовъ и нерѣдко называется сталью. *Литая сталь* содержитъ отъ 0,65 до 1,4% углерода и примѣняется преимущественно для изготовленія пружинъ, пиль и инструментовъ (столярныхъ, токарныхъ и строгальныхъ).

Нѣкоторыя примѣси къ литой стали значительно измѣняютъ ея механическія свойства; такъ, прибавленіе 5% *никкеля* повышаетъ предѣлъ упругости до 4000, а разрыв. усиліе до 8000. Обработка (прокатка, протяжка, проковка) иногда значительно улучшаетъ механическія свойства, особенно сплавовъ. Разрыв. усиліе для литого *алюминія* = 1000, а прокатаннаго 2500. Отжигъ уничтожаетъ свойства, приобретенныя обработкою.

Въ настоящей таблицѣ приведены, согласно опытамъ Велера (§ 6), три значенія для безопаснаго напряженія T : а) для постоянной нагрузки; б) — для переменн. нагрузки, измѣняющейся отъ 0 до $+P$ и в) — для нагрузки переменн. по величинѣ и направленію (отъ $+max.$ до $-max.$).

§ 18. Вліяніе собственного вѣса частей машины. Если брусокъ расположенъ вертикально, то онъ подвергается одновременно растягивающему дѣйствию и нагрузки, и собственного вѣса. Напряженія бруска въ различныхъ сѣченіяхъ будутъ неодинаковы; наибольшее напряженіе будетъ испытывать верхнее закрѣпленное сѣченіе бруска, которое поэтому и наз. *опаснымъ сѣченіемъ*.

Обозначивъ черезъ Δ вѣсъ куб. ед. матеріала бруска, черезъ F площадь опаснаго сѣченія, черезъ L и T длину бруска и безопасное напряженіе, получимъ для тѣла съ постояннымъ поперечнымъ сѣченіемъ ур. прочности: $P + \Delta FL = TF$, откуда:

$$F = \frac{P}{T - \Delta L} \quad (6)$$

Изъ этой формулы видно, что если тѣло имѣетъ длину, удовлетворяющую равенству $\Delta L = T$ (слѣд. $F = \infty$ и $P = 0$), то собственный вѣсъ его произведетъ уже въ немъ напряженіе, равное допускаемому T ; поэтому оно не можетъ безопасно выдерживать никакой посторонней нагрузки.

Изъ равенства $\Delta L = T$ опредѣлится *предѣльная длина* $L = \frac{T}{\Delta}$ при которой дѣйствіе собственного вѣса тѣла производитъ въ верхнемъ сѣченіи его напряженіе, равное предѣльному допускаемому.

Примѣры: 1. Для *пеньковаго каната* $T = 100$ кг. на кв. см.; вѣсъ куб. см. $\Delta = 0,00126$ кг.; поэтому предѣльная длина $L = T : \Delta = \infty 794$ м.

2. Для *проволочнаго каната* $T = 1200$ кг.; $\Delta = 0,0078$ кг.; слѣд. пред. длина $L = \infty 1539$ м.

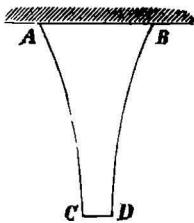
3. Для *деревянной штанги* $T = 40$ к.; $\Delta = 0,0006$ к. слѣд., $L = \infty 667$ м.

Примѣчаніе. Въ большинствѣ случаевъ длина растягиваемыхъ частей машинъ значительно менѣе предѣльной длины, поэтому при расчетахъ такихъ частей можно пренебрегать вліяніемъ ихъ вѣса.

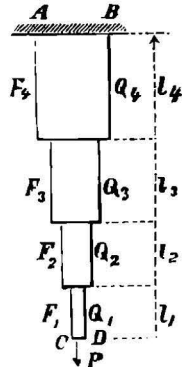
§ 19. Тѣла равнаго сопротивленія растяженію. Напряженіе матеріала въ различныхъ сѣченіяхъ призматическаго вертикально расположеннаго бруска имѣетъ различную величину: въ верхнемъ (опасномъ) сѣченіи напряженіе равно предѣльному допускаемому напряженію T , во всѣхъ же остальныхъ оно меньше T ; слѣд., эти сѣченія имѣютъ размѣры большіе, нежели это требуется условіями прочности. Исслѣдова-

ние показывает, что возможно построить тѣла такой формы, при которой напряженія во всѣх сѣченіяхъ будутъ одинаковы и равны T . Такое тѣло наз. *тѣломъ равнаго сопротивленія растяженію*. При одинаковой крѣпости съ призматическимъ тѣломъ оно будетъ удовлетворять условію наименьшаго вѣса.

Форма боковой поверхности тѣла равнаго сопротивленія имѣетъ довольно сложный видъ (фиг. 14), и точное выполненіе ея представляетъ затрудненія на практикѣ. Впрочемъ, для большинства частей машинъ, длина которыхъ рѣдко превышаетъ 30—40 м., выигрышь въ вѣсѣ отъ приданія имъ формы тѣла равнаго сопротивленія растяженію очень невеликъ. Онъ имѣетъ значеніе для очень длинныхъ канатовъ и штангъ, встрѣчающихся въ рудничныхъ машинахъ. Въ этихъ случаяхъ постепенное уменьшеніе сѣченія обыкновенно достигается соответственнымъ уменьшеніемъ числа *рядковъ*, изъ которыхъ свиваются пеньковые канаты, или уменьшеніемъ диаметра проволоки каната (проволочнаго).



Фиг. 14.



Фиг. 15.

Что касается длинныхъ желѣзныхъ или деревянныхъ штангъ, которыя обыкновенно состоятъ изъ отдѣльныхъ частей, то форма равнаго сопротивленія замѣняется ступенчатою, которая получается посредствомъ постепеннаго уменьшенія размѣровъ частей штанги.

Примѣръ. Замѣнить форму равнаго сопротивленія вертикальнаго стержня $ABCD$ ступенчатою (фиг. 15) съ четырьмя ступенями. Назовемъ буквами l_1, l_2, l_3 и l_4 , длины ступеней F_1, F_2, F_3 и F_4 —площади ихъ поперечныхъ сѣченій Q_1, Q_2, Q_3 , и Q_4 —вѣса этихъ частей и P —растягивающее усиліе. Имѣемъ для нижней части: $F_1 = \frac{P}{T - \Delta_1}$; для 2-й: $F_2 = \frac{P + Q_1}{T - \Delta_2}$; для 3-й: $F_3 = \frac{P + Q_1 + Q_2}{T - \Delta_3}$ и для 4-й: $F_4 = \frac{P + Q_1 + Q_2 + Q_3}{T - \Delta_4}$.

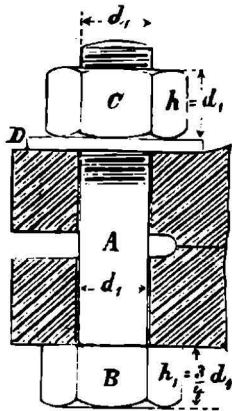
Численный примѣръ. $P = 10000$ к.; вѣсъ куб. метра матеріала (дерево съ желѣзными соединеніями) 2000 к.; длина стержня $F = 200$ м., $T = 60$ к. см². Стержень раздѣленъ на четыре равныя части $l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = 50$ м. $F_1 = \frac{10000}{60 - 0,002 \cdot 5000} = 200$ см²; $F_2 = \frac{10000 + 2000}{50} = 240$ см²; $F_3 = 288$ см² и $F_4 = 345,6$ см².

Приложенія.

§ 20. Расчетъ болта. Болтъ состоитъ изъ цилиндрическаго стержня A (фиг. 16), снабженнаго на одномъ концѣ *головкою* B (шестигранною, круглою или квадратною), а на другомъ *винтовой нарезкою* (остроугольною или прямоугольною), на которую навинчивается *гайка* C при помощи такъ наз. *ключа*. Для предупрежденія *смятія* опорной плоскости подъ гайку вкладется *шайба* D . Матеріалъ—сварочное желѣзо или сталь.

Болтъ обыкновенно служитъ для скрѣпленія двухъ машинныхъ частей, т. е. для предупрежденія разъединенія ихъ дѣйствіемъ силъ, направлен-

ныхъ вдоль оси болта; не слѣдуетъ примѣнять болтовъ для предупрежденія скользянія частей одна по другой подъ вліяніемъ силъ, перпендикулярныхъ къ оси болта. Въ этомъ случаѣ слѣдуетъ устраивать на соединяемыхъ частяхъ особыя выточенные выступы и впадины или особыя шилки. Предположимъ, что на болтъ дѣйствуетъ *растягивающая* сила, величину которой обозначимъ буквою P .



Фиг. 16.

У каждаго болта различаютъ: *внутренній* діаметръ d , соответствующій впадинамъ нарѣзки, и *наружный* d_1 , болъшій d на двойную высоту нарѣзки. Болтъ долженъ быть рассчитанъ какъ цилиндрической стержень, имѣющей поперечное сѣченіе $F = \frac{\pi d^2}{4}$. Хотя безопасное напряженіе для круглаго желѣза можетъ быть принято равнымъ (для постоянной нагрузки) 800 к./см^2 , но такъ какъ уже при затягиваніи гайки (во время сборки машины) возбуждаются въ матеріалѣ значительныя напряженія, вслѣдствіе чего полное напряженіе, испытываемое болтомъ, превосходитъ напряженіе, возбуждаемое растягивающею силою, то для болтовъ принимаютъ болъшій коэфф. прочности, допуская безопасное напряженіе $T = 300 \text{ к./см}^2$ (для стальныхъ болтовъ 600 к./см^2). Поэтому уравненіе прочности будетъ: $P = \frac{\pi d^2}{4} T = \frac{\pi d^2}{4} 300$, откуда:

$$d = 0,065 \sqrt{P} \text{ см.} \quad (7)$$

Примѣчаніе. Болты для скрѣпленія имѣютъ обыкновенно треугольную нарѣзку, вслѣдствіе болъшого на ней тренія. Вычисливъ внутренній діаметръ d по формулѣ (7), подыскиваютъ болъше подходящій діаметръ d по слѣдующей таблицѣ *Витворта*:

Внутренній діаметръ d въ мм.	Наружный діаметръ d_1		Число нарѣзокъ на 1 дюймъ.	Высота гайки мм.	Внутренній діаметръ d въ мм.	Наружный діаметръ d_1		Число нарѣзокъ на 1 дюймъ.	Высота гайки мм.
	въ мм.	въ дюйм.				въ мм.	въ дюйм.		
4,72	6,35	$\frac{1}{4}$	20	6	29,50	34,92	$1\frac{3}{8}$	6	35
7,49	9,52	$\frac{3}{8}$	16	10	32,68	38,10	$1\frac{1}{2}$	6	38
9,99	12,70	$\frac{1}{2}$	12	13	34,77	41,27	$1\frac{3}{8}$	5	41
12,92	15,87	$\frac{5}{8}$	11	16	37,94	44,45	$1\frac{3}{4}$	5	44
15,80	19,05	$\frac{2}{4}$	10	19	40,38	47,62	$1\frac{7}{8}$	$4\frac{1}{2}$	48
18,61	22,22	$\frac{7}{8}$	9	22	43,57	50,80	2	$4\frac{1}{2}$	51
21,33	25,40	1	8	25	49,02	57,15	$2\frac{1}{4}$	4	57
23,93	28,57	$1\frac{1}{8}$	7	29	55,37	63,50	$2\frac{1}{2}$	4	64
27,10	31,75	$1\frac{1}{4}$	7	32	60,55	69,85	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	70
					66,90	76,20	3	$3\frac{1}{2}$	76

Въ одной строкѣ съ внутреннимъ діаметромъ въ таблицѣ содержатся наружный діаметръ d_1 , и число нарѣзокъ на одномъ дюймѣ.

§ 21. Приводный ремень. Въ большинствѣ случаевъ для передачи работы употребляются кожаные ремни. Если разстояніе между шкивами значительно, по сравненію съ діаметрами шкивовъ, то можно принять, что ремень охватываетъ половину окружности шкива. Въ этомъ случаѣ наибольшее натяженіе ведущей вѣтви ремня равно $2P^1$, гдѣ P есть передаваемая ремнемъ (касательная) сила. Называя буквами: b —ширину ремня, e —толщину его въ см. и T —безопасное напряженіе при растяженіи, получимъ уравненіе прочности: $2P = beT$, откуда

$$be = \frac{2P}{T} \text{ см.}^2 \quad (8)$$

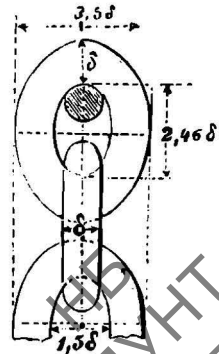
Если дана передаваемая работа N пар. л., то $P = \frac{75N}{v}$, причемъ скорость на окружности шкива $v = \frac{2\pi Rn}{60}$, гдѣ R означаетъ радіусъ шкива въ метр., а n —число оборотовъ въ мин. Подставивъ соответствующія значенія въ предыдущую формулу, получимъ:

$$be = \frac{4500}{\pi R T} \cdot \frac{N}{n} \text{ см.} \quad (9)$$

Сопротивленіе ремня разрыву равно 300 klg. на кв. см. Принявъ вслѣдствіе частыхъ изгибовъ и центробѣжной силы коэфф. прочности $k = 12 - 15$, получимъ безопасное напряженіе $T = 25 - 20 \text{ к./см}^2$. Толщина ремня e измѣняется отъ 4 до 8 мм. Наибольшая ширина $b = 60$ до 80 см. Если по расчету ширина ремня выйдетъ болѣе этой предѣльной величины, то ставятъ двойной ремень, но ширину его дѣлаютъ равною не 0,5 ширины ординарнаго, а 0,7 имѣя въ виду сопротивленіе жесткости, которое при двойномъ ремнѣ значительно больше, нежели при ординарномъ.

§ 22. Расчетъ цѣпи. Цѣпи раздѣляются на грузовыя и передаточныя. Первые употребляются для поддержанія или перемѣщенія грузовъ; вторыя—для передачи вращенія. Изъ грузовыхъ цѣпей, изготовляемыхъ исключительно изъ желѣза, наибольшее примѣненіе имѣютъ цѣпи съ короткими звеньями или *англійскія* (фиг. 17).

Пусть δ будетъ діаметръ цѣпного желѣза, выдерживающаго усиліе P . Такъ какъ растягивающая сила распределяется на два поперечныхъ сѣченія звена, то ур. прочности будетъ: $P = 2 \cdot \frac{\pi \delta^2}{4} T$. Имѣя въ виду, что каждое звено подвергается, кромѣ растяженія, отчасти изгибу, примемъ коэфф. прочности $k = 5$. Тогда для постоянной нагрузки $T = 800 \text{ кг. на кв. см.}$; но для цѣпи должно положить $T = \frac{2}{3} 800 = \approx 600 \text{ к.}$, такъ какъ на-



Фиг. 17

¹⁾ С. Гуржеевъ. Прикладная механика. 7 изд. 1915 г. § 12.

грузка изменяется от O до *max*. Итакъ: $P = 2 \cdot \frac{\pi \delta^2}{4} \cdot 600$, откуда:

$$\delta = 0,0326 \sqrt{P} \text{ см.} \quad (10).$$

Для цѣпей паровыхъ лебедокъ принимаютъ $T = 300$ и

$$\delta = 0,046 \sqrt{P} \text{ см.}$$

Вѣсъ погоннаго метра цѣпи можетъ быть опредѣленъ по формулѣ: $q = 2,25\delta^2$, гдѣ δ выражено въ см. Если обозначить через L длину цѣпи, то ур. прочности, принимая въ расчетъ *собственный вѣсъ* цѣпи, будетъ:

$P + 2,25\delta^2 L = \frac{\pi \delta^2}{2} \cdot 600$, откуда $\delta = \sqrt{\frac{P}{942 - 2,25L}}$ Предѣльная длина цѣпи (§ 18) равна $L = \infty 418$ м.

§ 23. Пеньковые канаты. I. Если канатъ назначенъ для *поднятія груза* P , то, не принимая въ расчетъ *собственнаго вѣса* каната, будемъ имѣть ур. прочности $P = \frac{\pi d^2}{4} T$. Принявъ коэфф. прочности $k = 5$, найдемъ $T = 100$ к./см². Подставимъ эту величину въ предыдущее ур., получимъ:

$$d = 0,113 \sqrt{P} \text{ см.} \quad (11).$$

II. Если канатъ назначенъ для *передачи силы* P или *работы* N отъ одного шкива къ другому, то расчетъ должно вести по наибольшему натяженію ведущей вѣтви. Такъ какъ пеньковые канаты нѣсколько защемляются въ клинообразныхъ желобкахъ шкивовъ, то, при одинаковой передаваемой силѣ, сцѣпленіе между канатомъ и ободомъ больше, нежели при ременной передачѣ, а натяженіе ведущей вѣтви меньше. Для обыкновенныхъ случаевъ ($\alpha = \pi$) можно принять наибольшее натяженіе каната равнымъ $1,6P$. Пусть i будетъ число канатовъ, тогда уравненіе прочности будетъ: $1,6P = 1,6 \frac{75N}{v} = \frac{\pi d^2}{4} iT$, гдѣ вмѣсто P подставлено его выраженіе: $P = \frac{75N}{v}$. Принимая коэфф. прочности $k = 20$, получимъ $T = \frac{2}{3} 25 = \frac{50}{3}$ kg. на кв. см. (натяженіе изменяется по величинѣ). Если число канатовъ i дано или выбрано, то изъ послѣднихъ ур. прочности опредѣлится діаметръ d канатовъ:

$$d = 0,35 \sqrt{\frac{P}{i}} \text{ или } d = 3,03 \sqrt{\frac{N}{vi}} \text{ см.} \quad (12).$$

гдѣ v выражено въ метрахъ въ сек. Если данъ или выбранъ діаметръ d каната (отъ 2,5 до 5,5 см.), то число i канатовъ опредѣлится по формулѣ:

$$i = 0,122 \frac{P}{d^2} \text{ или } i = 9,17 \frac{N}{vd^2} \quad (13).$$

§ 24. Проволочные канаты. I. Предположимъ, что канатъ назначенъ для *поднятія груза* P .

УДѢЛЕНЬ
(ИПЫТ)

Пусть i будетъ число проволокъ въ канатѣ и δ — діаметръ каждой проволоки въ мм. Примемъ для стальной проволоки безопасное напряженіе $T=12$ кгр., на кв. мм. (1200 на см.²). Ур. прочности будетъ $P = i \frac{\pi \delta^2}{4} 12$,

$$\text{откуда} \quad \delta = 0,326 \sqrt{\frac{P}{i}} \text{ мм.} \quad (14).$$

При $i=36; 48; 54; 60; 66$, можно принимать: $\frac{d}{\delta} = 8,5; 10,25; 11,33; 12,8; 13,25$ (d — діаметръ каната).

II. Если канатъ назначенъ для передачи силы P или работы N , то, какъ и при ременной передачѣ, можно принять наибольшее натяженіе ¹⁾ ведущей вѣтви равнымъ $2P$. Обозначивъ попрежнему діаметръ проволоки черезъ δ и число ихъ черезъ i , получимъ уравненіе прочности $2P = \frac{\pi \delta^2}{4} iT$. Вслѣдствіе изгиба проволокъ при навиваніи на шкивъ, принимаютъ $T=6$ кгр. на кв. мм. (600 на см.²), откуда находимъ:

$$\delta = 0,65 \sqrt{\frac{P}{i}} \text{ или } \delta = 5,65 \sqrt{\frac{N}{vi}} \text{ мм.,} \quad (15).$$

гдѣ скорость v выражена въ м. Діаметръ D шкивовъ дѣлается отъ $150 d$ до $175 d$, гдѣ d — діам. всего каната.

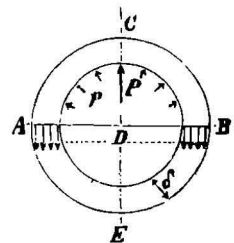
§ 25. Расчетъ трубъ. Пусть δ будетъ толщина стѣнокъ трубы, D — внутренній діаметръ, L — длина и p дѣйствительное внутреннее давленіе въ атм. (за вычетомъ атмосфернаго), не превышающее 10 атм. Равнодѣйствующее внутреннее давленіе P , стремящееся разорвать цилиндръ на двѣ половины и направленное перпендикулярно къ продольному сѣченію AB (фиг. 18), будетъ равно произведенію давленія p на проекцію внутренней цилиндрической поверхности на AB ; эта проекція, очевидно, равна произведенію DL , слѣдовательно, $P = p DL$ кгр., если D и L выражены въ см. Эта сила вызоветъ въ двухъ сѣченіяхъ трубы сопротивленіе, равное $2\delta LT$; поэтому будемъ имѣть: $pDL = 2\delta LT$, откуда:

$$\delta = \frac{pD}{2T} \text{ см.}$$

Принимая во вниманіе вліяніе собственнаго вѣса трубъ и техническія условія отливки, а также возможныя сотрясенія, необходимо нѣсколько увеличить толщину стѣнокъ δ , именно:

$$\delta = m + \frac{pD}{2T} \text{ см.} \quad (16)$$

¹⁾ Натяженіе проволочнаго каната зависитъ главнымъ образомъ отъ его провисанія; если провисаніе очень мало, канатъ натянутъ туго. Въ правильно устроенной передачѣ провисаніе каната не должно быть менѣе 1,5 метр. на 100 метр. длины каната.



Фиг. 18.

гдѣ m принимается равнымъ 0,9 см. для чугуна, 0,4 мм и 0,5 см. для свинца.

Для цилиндровъ насосовъ, воздуходувныхъ и паровыхъ машинъ принимаютъ $T = 150 \text{ кг./см.}^2$ и $m = 1,5 \text{ см.}$ для горизонтальныхъ и $m = 1 \text{ см.}$ для вертикальныхъ цилиндровъ, т. е. толщина стѣнки нѣсколько увеличивается въ виду изнашивания цилиндровъ и необходимости отъ времени до времени разверливать ихъ.

Трубы и цилиндры съ очень большимъ внутреннимъ давлениемъ (например, для гидравлическихъ прессовъ, въ которыхъ давление доходитъ до нѣсколькихъ сотъ атм.) рассчитываются по формулѣ Ламэ:

$$D_1 = D \sqrt{\frac{T + 0,4p}{T - 1,3p}}, \quad (17)$$

гдѣ D_1 есть наружный диаметръ, D — внутренний, p — внутреннее давление въ атм., а T принимается равнымъ для чугуна 300 кгр./см.², для желѣза 700 кгр./см.², для стали 1200 кгр./см.² и для бронзы 400 кгр./см.². Въ такихъ трубахъ и цилиндрахъ напряженіе матеріала распределяется неравномерно по всему сѣченію стѣнки, уменьшаясь постепенно изнутри наружу.

З А Д А Ч И.

1. Какую нагрузку можетъ безопасно выдержать желѣзная тяга, имѣющая прямоугольное сѣченіе, стороны котораго равны 4,5 и 2,6 см.? Какъ велики предѣлы упругости и сопротивление разрыву этой тяги?

2. Желѣзный квадратный стержень подверженъ дѣйствию растягивающаго усилия въ 8000 кгр. Какъ велико напряжение матеріала, если сторона квадрата равна 3,2 см.?

3) Определить сторону квадратнаго сѣченія сосновой штанги, подверженной дѣйствию растягивающей нагрузки въ 12000 кгр.; штанга входитъ въ составъ временнаго сооружения; нагрузка по временамъ устранивается.

4. Насколько удлинится штанга зад. 3, если ея длина равна 40 м.? Какъ велико удлиненіе ея при предѣлѣ упругости? При какомъ грузѣ она можетъ разорваться?

5. Стальной квадратный брусокъ получилъ удлиненіе 17,4 мм. Какъ велика растягивающая сила, если сторона квадрата равна 10 мм. и длина бруска 15 м.?

6. Какъ велико относительное удлиненіе желѣзной проволоки, выдерживающей нагрузку въ 12 кгр./мм.²?

7. Какъ великъ диаметръ желѣзной штанги, получающей, при нагрузкѣ 15000 кгр., относительное удлиненіе 0,0004?

8. Определить предѣльную длину желѣзнаго стержня, при которой собственный вѣсъ стержня возбуждаетъ напряжение, равное безопасному напряженію T .

9. Круглая желѣзная тяга подвержена дѣйствию растягивающей силы 5000 кгр., Длина тяги равна 3 м. Определить диаметръ ея по условію, чтобы удлиненіе не превосходило 1 мм.

10. Какъ велика сила, способная растянуть желѣзный стержень диаметромъ 3 см. до предѣла упругости?

11. Стальной бандажъ локомотивнаго колеса имѣлъ, передъ надѣваніемъ на ободъ, диаметръ 2 м., а послѣ надѣванія 2,001 м. Какъ велико напряжение, возбужденное въ бандажѣ насаживаніемъ на ободъ?

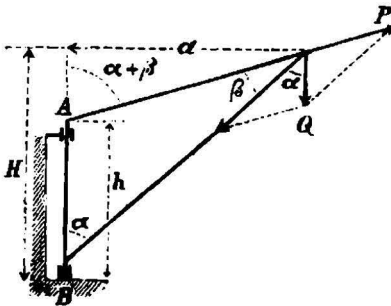
12. Вертикальная желѣзная тяга, длиною 25 м., выдерживаетъ нагрузку 20000 кгр. Определить диаметръ тяги и получаемое ею удлиненіе, принимая въ расчетъ собственный вѣсъ.

13. Определить площадь поперечного сечения сосновой квадратной штанги шахтного насоса длиной 120 м., выдерживающей усилие 18000 кгр. (въ него входят: въсь столба поднимаемой воды, въсь поршня и влияние предныхъ сопротивлений). Удельный въсь сосны 0,8. Насосъ простого дѣйствія.

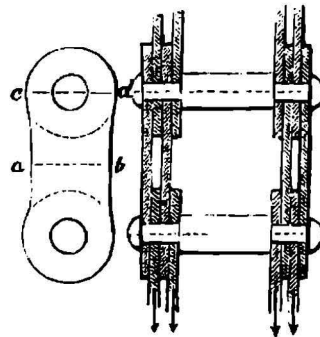
14. Замѣнить форму равнаго сопротивленія штанги зад. 13 тремя частями (фиг. 15) длиной 40 м. каждая.

15. Определить диаметръ круглыхъ желѣзныхъ тягъ AC поворотнаго крана (фиг. 19), если грузъ $Q = 5$ тонн., вылетъ $a = 4,5$ м. высота $H = 5$ м. и $h = 3$ м.

16. Шаръ въсомъ 50 к. прикрѣпленъ къ концу горизонтальнаго желѣзнаго стержня длиной 1,5 м., стержень вращается и дѣлаетъ 80 обор. въ минуту, при чемъ подвергается растягивающему дѣйствию центробѣжной силы шара. Определить диаметръ стержня, принимая $T = 600$ кгр./см.².



Фиг. 19.



Фиг. 20.

17. Съ какимъ напряженіемъ работаетъ цѣпь Галли (фиг. 20), рассчитанная на 1200 кгр., если толщина звеньевъ равна 0,2 см., $ab = 2$ см., $cd = 2,8$ см., диаметръ цапфъ соединительныхъ болтовъ $b = 1$ см.

18. Определить такъ наз. критическую длину желѣзнаго бруска, т. е. такую длину, при которой онъ разрывается отъ собственнаго вѣса.

19. Дано: диаметръ поршня пароваго цилиндра $D = 50$ см.; среднее дѣйствительное давленіе (за вычетомъ атм.) пара 4 атм. Определить число и диаметръ крышечныхъ болтовъ.

20. Мѣдные распорные болты огневой коробки локомотива имѣютъ наружный диаметръ $d_1 = 2,2$ см. Болты разсверлены внутри, при чемъ діам. канала $d_2 = 0,4$ см. Давленіе пара (дѣйствительное) равно 11 атм. Для прочнаго скрѣпленія огневой коробки съ наружнымъ кожухомъ на каждомъ квадратномъ дециметрѣ стѣнки поставленъ одинъ болтъ. Определить допущенное напряженіе.

21. Определить диаметръ четырехъ желѣзныхъ колоннъ гидравлическаго пресса, связывающихъ цилиндръ пресса съ крышкой. Дано: давленіе въ цилиндрѣ 240 атм., диаметръ нырля $D = 25$ см., коэфф. прочности $k = 8$.

22. Пять желѣзныхъ фундаментныхъ болтовъ подъемнаго крана подвергаются растяженію силою 12000 кгр. Определить ихъ диаметръ, принявъ $T = 300$ кгр./см.².

23. Определить размѣры ремня, передающаго работу въ 100 пар. лощ. с. отъ маховика, имѣющаго диаметръ 4 м. и дѣлающаго 40 оборотовъ въ мин.

24. Какую силу можетъ передать двойной ремень шириною 55 см. и толщиной 1,5 см.

25. Определить размѣры стальной тормазной полосы для тормаз простого лебедки, дано: поднимаемый воротомъ грузъ $Q = 2000$ кгр., радиусъ барабана ворота $r = 15$ см., а радиусъ тормазнаго колеса $R = 40$ см.

26. Горизонтальный распоръ крыши, равный 12000 кгр., уравновѣшивается сопротивленіемъ затяжки, состоящей изъ двухъ полосъ, толщиной 1,8 см. Определить ширину полосъ.

27. Въ составъ цѣпного моста входятъ желѣзныя полосы шириною 10 см. и толщиною 3,75 см. Полосы эти нагружены силою 1000 кгр./см.². При испытаніи полосъ передъ устакановкою оказалось, что онѣ разрываются при нагрузкѣ 300000 кгр. Какъ великъ принятый при расчетѣ полосъ коэфф. прочности k ?

28. Дано: поднимаемый при помощи цѣпи грузъ $P = 1250$ кгр.; длина цѣпи 300 м.; размѣры звена показаны на фиг. 17. Определить діаметръ δ цѣпного звена, принимая во вниманіе собственный вѣсъ цѣпи.

29. Грузъ 2000 кгр. поднимается посредствомъ тали съ $n = 2$ блоками въ каждой обойницѣ. Определить діаметръ каната.

30. Определить діаметръ каната подъемнаго крана, назначеннаго для поднятія строительныхъ матеріаловъ. Грузъ подвѣшивается при помощи подвижнаго блока; максимальный грузъ $Q = 600$ кгр.

31. Наибольшій грузъ, поднимаемый воротомъ, равенъ 1 тоннѣ. Для подъема служить пенковый канатъ. Определить его діаметръ.

32. Требуется передать посредствомъ пенкового каната 200 п. л. валу, дѣлающему 150 оборотовъ въ мин. Скорость каната $v = 20$ м., діаметръ не долженъ превосходить 5 см. Определить число канатовъ и діаметръ шкива.

33. Нагрузка проволочнаго каната равна 1260 кгр.; число стренгъ 6, въ каждой по 6 проволокъ. Определить діаметръ каждой проволоки и каната.

34. Турбина, отстоящая отъ завода на 1200 м., передаетъ ему работу 90 п. л. при помощи проволочнаго каната, свитаго изъ 36 проволокъ. Потеря работы на каждыя 100 м. разстоянія составляетъ 1%. Определить діаметръ каната.

35. Водопроводная чугунная труба получаетъ воду изъ резервуара, расположеннаго на высотѣ 60 м. Внутренній діаметръ трубы $D = 45$ см. Определить толщину ея стѣнокъ.

36. Определить толщину стѣнокъ чугуннаго цилиндра гидравлическаго преса для $p = 100$ атм. (100 кгр./см.²), если внутренній діаметръ $D = 40$ см.

37. Определить толщину стѣнки желѣзной трубы. Дано: $p = 60$ атм.; $D = 12$ см.; $T = 900$ кгр./см.².

ГЛАВА II.

Сжатіе и раздробленіе.

§ 26. Законы сжатія. Первые обстоятельные опыты для вывода законовъ зависимости величины сжатія (укороченія) матеріаловъ (чугуна и желѣза) отъ величины сжимающихъ силъ были произведены въ 30-хъ годахъ англ. инж. Годкинсономъ. Приборъ, которымъ пользовался Годкинсонъ при своихъ опытахъ, принадлежалъ къ типу рычажныхъ прессовъ.

Изъ опытовъ Годкинсона можно вывести слѣдующія заключенія, подтвержденныя въ послѣднее время нѣм. уч. Баушингеромъ:

1. Полное сжатіе бруска состоитъ изъ двухъ частей: исчезающей съ прекращеніемъ дѣйствія груза и остающейся въ брускѣ навсегда.

2. Исчезающія сжатія всегда пропорціональны сжимающимъ силамъ.

3. До нѣкотораго усилія, наз. предѣломъ упругости при сжатіи, полныя сжатія пропорціональны сжимающимъ силамъ; но за этимъ предѣломъ величины полныхъ сжатій не пропорціональны усиліямъ, яхъ производящимъ: остающіяся сжатія увеличиваются быстрѣе, нежели соответствующія имъ сжимающія силы.

4. Продольное сжатіе сопровождается всегда увеличеніемъ поперечныхъ размѣровъ бруска, называемаго *поперечнымъ растяженіемъ*, при чемъ происходитъ, подобно тому какъ при растяженіи, небольшое увеличеніе объема бруска.

Что касается зависимости сжатій отъ длины бруска и площади его поперечнаго сѣченія, то, подобно удлиненіямъ, *сжатія пропорціональны длинѣ L бруска и обратно-пропорціональны площади F его поперечнаго сѣченія*. Такимъ образомъ, называя буквою δ_0 упругія сжатія, можемъ написать:

$$\delta_0 = \frac{PL}{EF}, \quad (18)$$

гдѣ E есть *модуль упругости* матеріала при сжатіи. Величина его для каждаго рода матеріаловъ опредѣляется изъ опыта.

§ 27. *Основная формула сжатія*. Изъ предыдущаго § видно, что законы сжатія одинаковы съ законами удлиненія, а потому мы можемъ написать:

$$p = E\lambda, \quad (19)$$

гдѣ $p = \frac{P}{F}$ есть сжимающая сила, приходящаяся на единицу площади поперечнаго сѣченія, а $\lambda = \frac{\delta_0}{L}$ *относительное сжатіе*.

Опыты показали, что величины модуля упругости при сжатіи очень мало разнятся отъ величинъ модуля упругости при растяженіи для тѣхъ же матеріаловъ, а потому ихъ принимаютъ равными между собою.

§ 28. *Раздробленіе*. Видъ разрушенія, происходящаго при сжатіи, существенно зависитъ отъ отношенія между поперечными размѣрами бруска и его длиною.

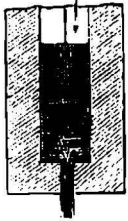
1. Если длина бруска значительна по сравненію съ его поперечными размѣрами, то брусокъ при постепенномъ возрастаніи сжимающей силы *изгибается* и затѣмъ *переламывается*. Такой видъ наз. *раздавливаніемъ*. Явленія, при этомъ происходящія, сходны съ явленіями изгиба.

2. Если длина бруска не велика по сравненію съ его наименьшимъ поперечнымъ размѣромъ, то такой брусокъ при сжатіи не изгибается. Видъ разрушенія въ этомъ случаѣ зависитъ отъ пластичности или хрупкости матеріала и носитъ названіе *раздробленія*. Такъ *свинцовый* цилиндръ, подвергнутый сжатію, сначала выпучивается и при дальнѣйшемъ увеличеніи нагрузки обращается въ дискъ. Тѣ же свойства проявляетъ *пластичное литое желѣзо* въ формѣ короткихъ брусковъ. Наоборотъ, при сильномъ сжатіи брусковъ изъ *песчаника* происходитъ сначала отдѣленіе отъ боковыхъ граней бруска лещадокъ, которыя въ серединѣ толще, нежели по краямъ, причемъ брусокъ получаетъ форму двухъ усѣченныхъ пирамидъ, обращенныхъ внутрь малыми основаніями. При дальнѣйшемъ увеличеніи сжимающей силы происходитъ сползаніе одной пирамиды по другой. *Чугунные* бруски также сначала немного выпучиваются, а затѣмъ разрушаются подобно песчаникамъ и другимъ тѣламъ зернистаго сложения. При сжатіи *дерева* происходитъ сначала выпучиваніе въ серединѣ бруска, а затѣмъ онъ раздѣляется на отдѣльныя волокна, которыя и переламываются посерединѣ.

Что касается законовъ, управляющихъ величинами раздробляющихъ силъ, то, какъ показали многочисленныя опыты Годкинсона и Вика, *сопротивленіе раздробленію пропорціонально площади поперечнаго сѣченія бруска.*

§ 29. Тягучесть ¹⁾. Нѣкоторые металлы (свинець, красная мѣдь, мягкое желѣзо и сталь, нѣкоторые сплавы) не раздробляются въ куски при постепенно увеличивающемся давленіи, но послѣ извѣстнаго предѣла получаютъ состояніе, близкое къ вязкимъ тѣламъ и называемое *текучестью твердыхъ тѣлъ.*

Если, напримѣръ, свинець помѣщенъ въ цилиндрѣ, имѣющемъ въ днѣ отверстіе (фиг. 21), то при сильномъ давленіи (отъ 100 до 300 атм.), производимомъ помощью гидравлическаго пресса, свинець начинаетъ вытекать изъ отверстія, при чемъ наблюдаются нѣкоторыя изъ явленій (напримѣръ, сжатіе струи), происходящихъ при истеченіи жидкостей. Явленіе текучести характеризуется тѣмъ, что хотя при немъ форма тѣла непрерывно измѣняется, но величина сжимающей силы остается безъ измѣненія; металлъ потерялъ основное свойство твердыхъ тѣлъ—развивать все большее и большее сопротивленіе по мѣрѣ увеличенія измѣненія формы. Какъ показали опыты Унвина и Ферберна, такое состояніе наступаетъ для красной мѣди при 3300 кгр./см², а для стали при 7500 кгр./см².



Фиг. 21.

Свойствомъ текучести пластическихъ металловъ пользуются въ техникѣ при изготовленіи свинцовой проволоки для пуль и т. п.

§ 30. Опредѣленіе прочныхъ размѣровъ сжимаемыхъ частей машины. Если отношеніе длины сжимаемой части къ наименьшему поперечному сѣченію не превышаетъ того предѣла, за которымъ сжимающія силы производятъ продольный изгибъ, то для опредѣленія прочныхъ размѣровъ будемъ имѣть то же уравненіе, какъ и въ случаѣ растяженія, т. е.

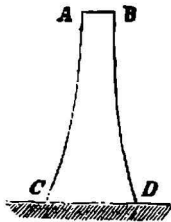
$$P = T_1 F \text{ или } F = \frac{P}{T_1}, \dots \dots \dots (20)$$

гдѣ P есть сжимающая сила, T_1 —безопасное напряженіе при сжатіи и F —площадь поперечнаго сѣченія части машины.

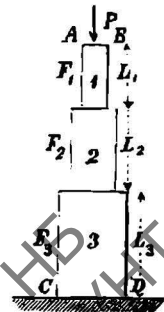
Принимая во вниманіе собственный вѣсъ тѣла, получимъ уравненіе (§ 18):

$$P = T_1 F - \Delta FL \dots \dots (21)$$

Примѣчаніе. Напряженіе матеріала въ различныхъ сѣченіяхъ бруска, рассчитаннаго по формулѣ (21), будетъ неодинаково: въ нижнемъ (опасномъ) сѣченіи оно будетъ равно безопасному напряженію T_1 , а во всѣхъ остальныхъ меньше T_1 . Выполнивъ условіе одинаковаго напряженія, получимъ тѣло *равнаго сопротивленія сжатію* (фиг. 22). На практикѣ сложная форма тѣла равнаго сопро-



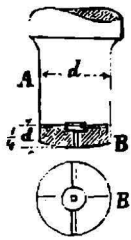
Фиг. 22.



Фиг. 23.

¹⁾ Явленіе текучести твердыхъ тѣлъ впервые было подробно изслѣдовано въ 70-хъ годахъ фр. уч. Треска.

Величина допускаемого давления T_1 на 1 см.² поверхности пяты зависит от свойств материала пяты и числа оборотовъ ея въ минуту.

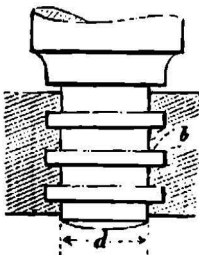


Фиг. 24.

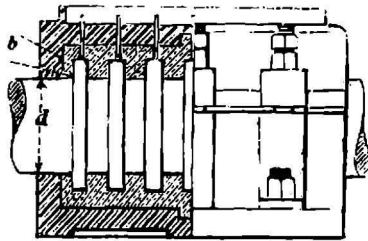
Въ виду существованія тренія, обусловливающаго изнашивание и нагрѣваніе пяты, надо брать для T_1 величины, значительно меньшія указанныхъ въ таблицѣ § 31. При нормальныхъ условіяхъ принимаютъ: 1) для *железной* пяты, опирающейся на *бронзовую подкладку* $T_1 = 40$ кгр./см.²; 2) для *каленой стальной* пяты по *каленой подкладкѣ* $T_1 =$ до 150 кгр./см.²; 3) для *чугунной* — $T_1 = 25$ кгр./см.² и 4) для *железной* пяты, опирающейся на *бакауттовую подкладку* (при обильномъ притокаѣ воды) $T_1 = 122$ кгр./см.².

Для устранения нагрѣванія должно быть, кромѣ того, выполнено слѣдующее условіе: $P \cdot n \leq c \cdot d$ (23), гдѣ n — число оборотовъ пяты въ минуту, а c — опытный коэффициентъ, равный 40000 — 60000 для обыкновенныхъ пятъ. При обильной смазкѣ подъ давлениемъ и прекрасномъ исполненіи можно принимать c до 125000.

§ 33. Кольцевыя пяты. Въ этихъ пятахъ давленіе распределяется на кольцевыя площади выступовъ пяты, опирающихся на выступы вкладышей. Увеличеніемъ числа кольцевыхъ выступовъ достигается уменьшеніе давленія на единицу площади пяты, не прибѣгая къ увеличенію ея діаметра, вмѣстѣ съ которымъ растутъ и плечо тренія. Кольцевыя пяты (фиг. 25) иногда употребляются въ турбинахъ, а гребенчатые подшипники (фиг. 26) очень часто встрѣчаются въ винтовыхъ пароходахъ.



Фиг. 25.



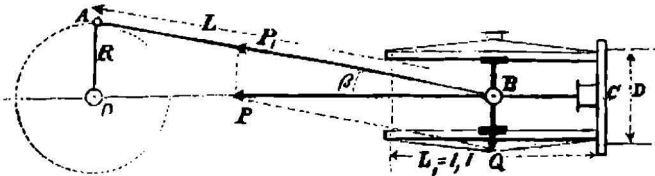
Фиг. 26.

Обозначивъ черезъ P давленіе, направленное по оси пяты, черезъ d — ея діаметръ, черезъ b высоту кольцевого выступа и черезъ i число колець, можемъ написать ур. прочности: $P = \left\{ \frac{\pi (d + 2b)^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right\} i T_1 = \pi (bd + b^2) i T_1$. Въ виду трудной достижимости плотнаго прилеганія всѣхъ колець пяты къ подшипнику и сильнаго изнашивания колець допускаютъ $T_1 = 5$ до 10 кгр./см.², — тѣмъ менѣе, чѣмъ быстрее вращеніе. Подставивъ въ предыдущее равенство эти значенія T_1 и принявъ $b = 0,1d$, получимъ формулу:

$$i = (0,29 \text{ до } 0,58) \frac{P}{d^2} \quad (24)$$

Примечание. Так как кольца испытывают сдвиг, то необходимо повернуть размеры их на срывание, принимая безопасное напряжение при сдвиге $T = 100$ кгр./см.² (глава III).

§ 34. Расчет ползунов крестовоффа. Давление P пара на поршень, перенесенное на болт крестовоффа (*крестовины*) B (фиг. 27), может быть разложено по направлению нормальному к поверхности параллелей и по направлению шатуна. Давление ползуна на параллель будет:



Фиг. 27.

$Q = Ptg\beta$, где β есть угол (переменный) наклона шатуна к линии мертвых точек. Наибольшая величина угла β соответствует среднему положению кривошипа (перпенд. к линии мертвых точек). Слѣд., наибольшая величина $Q_{max} = P \frac{r}{OB}$; принявъ приближенно $OB = L$, получимъ: $Q = P \frac{r}{L}$. Обозначивъ буквами F и G —площадь прикосновения ползуна съ параллелями и вѣсь крестовоффа (плюсъ половина вѣса шатуна), получимъ уравненіе прочности: $P \frac{r}{L} + G = FT_1$, откуда:

$$F = \frac{P \frac{r}{L} + G}{T_1} \quad (25)$$

Имѣя въ виду изнашивание ползуновъ, принимаютъ $T_1 = 2$ до 3 кгр./см.² (тѣмъ меньше, чѣмъ больше скорость поршня).

ЗАДАЧИ.

38. Круглая кирпичная колонна подвержена дѣйствию груза 30000 кгр. Определить диаметр колонны, принимая коэфф. прочности $k = 20$.

39. Основаніемъ машины служитъ чугунная подставка, имѣющая форму короткаго пустотѣлаго параллелепипеда со слѣдующими размерами: длина 0,7 м., ширина 0,3 м. и толщина стѣнокъ 2 см. Определить нагрузку, безопасно выдерживаемую подставкою, предполагая, что работа машины сопровождается сотрясеніями.

40. Определить толщину стѣнокъ короткой чугунной колонны (пустотѣлой), имѣющей наружный диаметр 40 см. и выдерживающей переменную (по величинѣ) нагрузку 100000 кгр. Коэфф. прочности $k = 10$.

41. Короткая чугунная колонна поддерживаетъ грузъ 60000 кгр. Определить диаметр: 1) сплошной колонны; 2) пустотѣлой съ отношеніемъ внутреннего и наружнаго диаметровъ, равнымъ 0,6.

42. Определить диаметр чугунной пустотѣлой колонны, имѣющей высоту 2,6 м. толщину стѣнокъ 2,5 см. и поддерживающей грузъ 50 тоннъ: 1) не принимая въ расчетъ собственного вѣса; 2) введя въ расчетъ вѣсъ колонны. Коэфф. прочности $k = 10$. Уд. вѣсъ чугуна 7,5.

43. Конецъ балки производить на стѣну давленіе 6000 кгр; ширина балки равна 20 см. Какую длину должна она опираться на стѣну, чтобы давленіе на см². кладки не превышало 6 кгр.

44. Определить сторону квадратнаго фундамента для фабричной трубы, вѣсъ которой равенъ 320000 кгр. Давленіе на материкъ не должно превосходить 2 кгр/см².

45. Одноцилиндровая паровая машина Уатта двойнаго дѣйствія съ коромысломъ работаетъ при дѣйствительной упругости (т. е. за вычетомъ атмосферы) пара 4 атм. Диаметръ цилиндра $D=50$ см.; вѣсъ его равенъ 1200 кгр. Длина коромысла 5 м., вѣсъ его 1600 кгр. Расчитать растягиваемыя и сжимаемыя части цилиндра и колонны балансира.

46. Желѣзный вертикальный валь, длину 10 м. и діам. 12 с., несетъ на себѣ два зубчатыхъ колеса вѣсомъ 900 и 500 кгр. и 3 соедин. муфты въ 200 кгр. каждая. Число оборотовъ $n=80$. Определить диаметръ стальной приваренной паты.

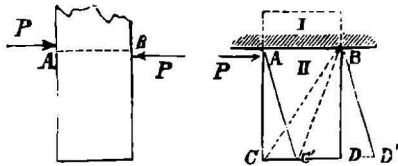
47. Валь гребнаго винта производить на корпусъ парохода движущее давленіе 18000 кгр. Диаметръ вала равенъ 30 см.; число оборотовъ $n=80$ въ мин. Определить число колець гребенчатой шейки (фиг. 26).

48. Определить размѣры ползуновъ крещкопфа для горизонтальной паровой машины, работающей при упругости пара 4 атм. и имѣющей ходъ 110 см., діам. цилиндра 50 см. Отношеніе длины шатуна къ длинѣ кривошипа равно 5.

Г Л А В А III.

Сдвигъ и срѣзываніе.

§ 35. Явленія, происходящія при сдвигѣ. Сдвигъ происходитъ, когда на тѣло дѣйствуютъ двѣ равныя и параллельныя силы P (фиг. 28), приложенныя съ противоположныхъ сторонъ къ двумъ близкимъ между собою сѣченіямъ тѣла, или когда тѣло закрѣплено однимъ концомъ и весьма близко къ закрѣпленному сѣченію AB дѣйствуетъ параллельно сѣченію сила P .



Фиг. 28.

Наблюденіе показываетъ, что какая-либо точка C тѣла, лежащая до сдвига на перпендикулярѣ CA къ плоскости AB , перемѣстится послѣ сдвига въ C' на длину CC' , наз. *линейнымъ сдвигомъ*. При этомъ продольная прямая AC удлинится и займетъ положеніе AC' , *наклонное къ первоначальному своему направленію* подъ нѣкоторымъ (весьма малымъ) угломъ $SAC'=\alpha$, наз. *угломъ сдвига* или *перекашиванія*. Легко видѣть, что прямая BC , накрестъ лежащая къ AB , укоротится, т. е. будетъ сжата въ BC' .

Отношеніе линейнаго сдвига $cc'=\lambda_1$ къ первоначальной длинѣ $AC=l$ бруска, наз. *относительнымъ сдвигомъ*, условимся обозначать буквою g , т. е.:

$$g = \frac{\lambda_1}{l}$$

Изъ чертежа видно, что относительный сдвигъ g равенъ тангенсу угла сдвига. Если уголъ α сдвига очень малъ, то можно принять тангенсъ угла равнымъ самому углу, выраженному отвлеченнымъ числомъ (въ радіанахъ), слѣд., можно принять, что *относительный сдвигъ равенъ углу сдвига*, т. е. $g = \alpha$.

Изъ сказаннаго въ этомъ § ясно, что разсматриваемая деформация состоитъ изъ линейныхъ и угловыхъ измѣненій, отъ которыхъ произошло самое названіе «сдвигъ».

Сдвигъ представляетъ элементарное явленіе, столь же основное, какъ удлиненія и сжатія. Всякое измѣненіе формы тѣла отъ какихъ угодно силъ приводится къ этимъ тремъ элементарнымъ деформациямъ (§ 5).

§ 36. Внутреннія силы при сдвигѣ. Предположимъ, что внѣшняя сила P произвела сдвигъ элементовъ, ближайшихъ къ закрѣпленному сѣченію AB (фиг. 28). Будемъ разсматривать положеніе бруска съ того момента, когда онъ пришелъ въ равновѣсіе. Раздѣлимъ его по закрѣпленному сѣченію на двѣ части I и II. Усиліе, замѣняющее связь I части со II, очевидно, должно быть равно и параллельно силѣ P , слѣдовательно, оно должно лежать въ плоскости AB , параллельной сдвигу. Одинаковость сдвига во всей массѣ тѣла приводитъ къ заключенію, что:

1) *внутреннія силы распределяются равномерно по всему сѣченію AB и*

2) *внутреннія силы одинаковы для всѣхъ сѣченій, параллельныхъ AB .*

Напряженія, соответствующія этимъ внутреннимъ силамъ при сдвигѣ, наз. *касательными напряжениями*, въ противоположность *нормальнымъ* напряжениямъ при растяженіи и сжатіи, направленнымъ, какъ извѣстно, перпендикулярно къ плоскости поперечнаго сѣченія.

§ 37. Зависимость между внѣшними силами и угломъ сдвига. Предположимъ, что уголъ сдвига α увеличился въ n разъ, причемъ предѣлъ упругости не нарушенъ. Такъ какъ при этомъ всѣ удлиненія и сжатія различныхъ линій, проведенныхъ въ брускѣ, также увеличатся въ n разъ, то во столько же разъ увеличатся внутреннія силы, а потому и внѣшнія силы, которыя равны внутреннимъ, увеличатся въ n разъ. Отсюда слѣдуетъ, что до извѣстнаго предѣла, наз. *предѣломъ упругости при сдвигѣ*, существуетъ *пропорціональность между внѣшними силами и углами сдвига*.

Предположимъ теперь, что при томъ же угломъ сдвига α увеличилась площадь основанія бруска въ n разъ. Такъ какъ при данномъ углу сдвига получается извѣстное напряженіе на ед. площади, то при увеличеніи послѣдней *внѣшнія силы*, уравнивающія внутреннія напряженія, *должны возрасти пропорціонально площади сдвига*.

Называя внѣшнюю силу черезъ P , площадь сдвига черезъ F , относительный сдвигъ черезъ g и черезъ E_1 коэфф. пропорціональности, получимъ слѣдующую зависимость между внѣшнею силою, угломъ сдвига и площадью:

$$P = E_1 g F \quad (26)$$

Коэффициентъ E_1 , входящій въ эту формулу, зависитъ только отъ

свойствъ матеріала и наз. *модулемъ упругости при сдвигъ* или, короче, *модулемъ сдвига*.

§ 38. **Срѣзываніе и скалываніе.** Весьма многія части машинъ подвергаются дѣйствию срѣзывающихъ усилій; при недостаточныхъ размѣрахъ этихъ частей можетъ произойти *срѣзь* или *срѣзываніе*.

Многочисленные опыты, произведенные съ цѣлью изслѣдовать вліяніе величины площади срѣзыванія на величину срѣзывающихъ усилій показали:

- 1) что сопротивленіе срѣзыванію пропорціонально площади срѣза;
- 2) что отношеніе сопротивленія срѣзыванію желѣза и стали къ ихъ сопротивленію разрыву въ большинствѣ опытовъ получалось равнымъ 0,8, но въ нѣкоторыхъ случаяхъ доходило даже до единицы. Для чугуна въ формѣ круглыхъ брусковъ сопротивленіе срѣзыванію превосходитъ нѣсколько сопротивленіе разрыву (Бахъ).

Если разрушеніе дерева при сдвигѣ происходитъ не поперекъ, а вдоль волоконъ, то оно получаетъ названіе *скалыванія*. Подобное разрушеніе можетъ произойти, напр., въ мѣстахъ врубокъ, посредствомъ которыхъ соединяются между собою деревянные брусья (фиг. 29); при растягиваніи такихъ брусковъ можетъ произойти скалываніе I и II частей по плоскостямъ *ab* и *cd*.

Для опредѣленія сопротивленія скалыванію инж. Д. Журавскій произвелъ въ 40-хъ годахъ большое



Фиг. 29.

число опытовъ, которые привели къ слѣдующимъ результатамъ:

- 1) Сопротивленіе скалыванію при данной глубинѣ врубки $ac = h$, увеличивается съ возрастаніемъ длины скалываемой части *ab*, пока

эта длина меньше девятерной глубины врубки ($ab < 9h$). Далѣе же этого предѣла сопротивленіе не увеличивается, а остается постояннымъ. Какъ оказалось при опытахъ, слишкомъ длинный зубъ не скалывается сразу по всей длинѣ, а отдирается постепенно, вслѣдствіе чего не вся длина его участвуетъ одновременно въ сопротивленіи.

2) Сопротивленіе дерева скалыванію при длинѣ врубки, меньшей или равной девятерной глубинѣ ея, составляетъ около 0,1 сопротивленія его разрыву. Поэтому, когда дѣйствуютъ значительныя внѣшнія силы, слѣдуетъ избѣгать такихъ конструкцій, при которыхъ сопряженія деревянныхъ брусковъ подвергаются скалыванію.

Обыкновенно глубина *h* врубки дѣлается около $\frac{1}{4} H$ (высота бруска); тогда длина скалываемой части $l = ab \lesseqgtr 9h \lesseqgtr 2,5H$, а вся длина соединенія $L \lesseqgtr 5H$.

§ 39. **Опредѣленіе прочныхъ размѣровъ частей машины, подверженныхъ дѣйствию сдвигающихъ усилій.** Пусть *P* будетъ внѣшняя сила, производящая сдвигъ (или срѣзываніе), *F*—площадь сдвига и *T₂*—безопасное напряженіе при сдвигѣ. Сдвигающее усиліе, приходящееся на ед. площади, будетъ $p = \frac{P}{F}$; оно должно быть, для прочности, равно безопасному напряженію *T₂*, т. е. $\frac{P}{F} = T_2$.

откуда:

$$P = FT_2; F = \frac{P}{T_2} \quad (27)$$

§ 40. Таблица безопасных напряжений T_2 при сдвигъ. Въ слѣдующей таблицѣ приведены величины сопротивленія сдвигу (или срѣзыванію) модуля упругости, предѣла упругости и безопасных напряжений при сдвигѣ.

Материалъ.	Названіе сорта матеріала.	Пределъ упругости.	Сопротивленіе сдвигу.	Безопасное напряженіе T_2 въ кгр/см ² .			Модуль упругости при сдвигѣ E_1 въ кгр/см ² .
				Постоянная нагрузка.	Переменная нагрузка.		
					Отъ 0 до P .	Отъ $+P$ до $-P$.	
				a	b	c	
Желѣзо и чугуны.	Сварочное желѣзо.	1000	3500	720	480	240	770000
	Тоже въ постройкахъ	—	—	600	400	200	—
	Литое.	1800	4000	720	480	240	830000
	Чугуны.	—	1500	300	200	100	400000
Сталь.	Литая сталь лучшая	2500	5000	960	640	320	860000
	„ „ худшая	2000	4000	480	320	160	850000
Мѣдь.	Мѣдные листы (кованые).	1050	—	500	—	—	440000
Сплавы.	Латунь	—	—	200	—	—	260000
Дерево.	Ель, паралл. волокнамъ.	—	45	10	—	—	6700
	Дубъ	—	75	20	—	—	8000
	Сосна.	—	40	10	—	—	—
	Букъ	—	80	20	—	—	—

Приложенія.

§ 41. Расчетъ гайки и головки болта. Пусть P будетъ растягивающая болтъ сила. Она стремится срѣзать нарѣзку гайки; площадь срѣзыванія $f = \pi dh$, гдѣ d и h суть внутренній діаметръ болта и высота гайки. Поэтому будемъ имѣть по формулѣ (27): $P = \pi dhT_2$; но въ то же время $P = \frac{\pi d^2}{4} T$ (§ 20); слѣд., $\pi dhT_2 = \frac{\pi d^2}{4} T$, т. е. сопротивленіе срѣзыванію должно быть равно сопротивленію растяженію. Принимая $T_2 = 0,8 T$ (§§ 38 и 40), получимъ: $h = 0,31 d$. На практикѣ высоту гайки, чтобы она плотнѣ сидѣла на болтѣ, дѣлаютъ равною наружному діаметру болта (фиг. 16), т. е.

$$h = d_1.$$

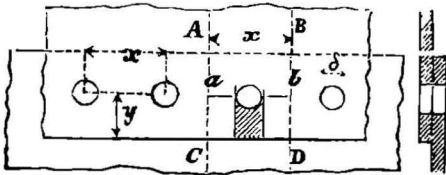
Чтобы не произошло срѣзыванія головки по цилиндрической поверхности πdh_1 , достаточна была бы, какъ показываетъ предыдущій выводъ, высота головки $h_1 = 0,31 d$, но ее дѣлаютъ значительно больше, а именно:

$$h_1 = 0,75 d_1,$$

такъ какъ головка обыкновенно изготовляется навариваніемъ кольца на стебель болта, приче́мъ можетъ получиться такъ наз. *непроваръ*.

§ 42. Соединеніе заклепками. Заклепка представляетъ цилиндрической стержень (стальной, желѣзный или мѣдный), снабженный на одномъ концѣ сферической головкой. По вставленіи нагрѣтой до-красна заклепки въ отверстія, сдѣланныя въ соединяемыхъ предметахъ, выступающій (на длину отъ $\frac{1}{3}$ до $\frac{7}{8}$ діам. заклепки), раскаленный конецъ ея расклепываютъ въ сферическую (при машинной склепкѣ) или же коническую (при ручной склепкѣ—безъ помощи обжимки) головку. Дыры въ соединяемыхъ листахъ или пробиваются или высверливаются. Первый способъ дешевле, но при пробиваніи дыры металлъ вокругъ отверстія можетъ получить трещины.

Заклепки употребляются для соединенія наглухо стальныхъ, желѣзныхъ или мѣдныхъ листовъ или



Фиг. 30.

или полосъ при постройкѣ машинныхъ или мостовыхъ частей, паровыхъ котловъ и т. п. Рядъ заклепокъ образуетъ *шовъ*,—*простой*, если онъ состоитъ изъ одного ряда, и *сложный*, если состоитъ изъ двухъ и болѣе рядовъ. Края соединяемыхъ листовъ или накладываются одинъ на другой (соединеніе въ *закрой* или *напускъ*,

фиг. 30), или же края ихъ только прикасаются, а соединеніе производится помощью *накладокъ* (соединеніе въ *стыкъ*, фиг. 32).

При расчетѣ заклепочнаго соединенія основнымъ размѣромъ является діаметръ δ заклепки, для опредѣленія котораго можно пользоваться слѣд. эмпирическими формулами (*Баха*): а) для паровыхъ котловъ и сосудовъ, наполненныхъ жидкостью или газомъ: $\delta = \sqrt{5e} - 0,4$ см., гдѣ e есть толщина склепываемаго листа (въ см.); б) для различныхъ желѣзныхъ сооружений $\delta = \sqrt{5e} - 0,2$ см. Зная діаметръ δ , можно опредѣлить разстояніе x между центрами заклепокъ. Хотя въ новыхъ хорошихъ конструкціяхъ, какъ показали опыты Баха и Шведлера, сила, стремящаяся произвести срѣзываніе заклепокъ, уравнивается треніемъ, возбуждаемымъ между листами сжатіемъ заклепокъ при охлажденіи, но въ виду возможнаго разстройства соединенія слѣдуетъ рассчитывать заклепки на срѣзываніе.

1. *Простой шовъ* (соединеніе въ *закрой*, фиг. 30). Это соединеніе можно разсматривать какъ состоящее изъ ряда полосокъ $ABCD, \dots$ одинаковой ширины x , заключающихъ въ себѣ равное число одинаково расположенныхъ заклепокъ. Предположимъ, что срѣзывающая сила распределена равномерно по всей длинѣ шва; тогда каждая полоска, а слѣдовательно, и ихъ заклепки будутъ выдерживать одинаковое усиліе. Отсюда

слѣдуетъ, что *сопротивленіе листа разрыву равно сопротивленію заклепок срѣзыванію*. Примѣняя этотъ выводъ къ сѣченію ab листа и замѣтивъ, что заклепки простого шва выдерживаютъ *одиночное срѣзываніе* (по одному сѣченію) можемъ написать уравненія прочности для заклепки (§ 39): $P = \frac{\pi \delta^2}{4} T_2$ и для сѣченія ab листа: $P = (x - \delta) e T$, гдѣ P есть срѣзывающая каждую заклепку сила и e —толщина листа. Приравнявъ вторыя части, получимъ: $\frac{\pi \delta^2}{4} T_2 = (x - \delta) e T$. Такъ какъ заклепки приготовляются изъ лучшаго сварочнаго желѣза, отличающагося однородностью и вязкостью, то можно принять (согласно опытамъ *Шведлера*, *Винклера* и др.) $T_2 = T$; поэтому будемъ имѣть: $\frac{\pi \delta^2}{4} = (x - \delta) e$, откуда $x = \delta \left(1 + \frac{\pi \delta}{4e} \right)$.

Возможность образованія замыкающей головки опредѣляетъ наименьшую величину $x = 2 \delta$. На основаніи этого соображенія установлена эмпирическая формула для простого шва въ закрой:

$$x = 2 \delta + 1 \text{ см.} \quad (28)$$

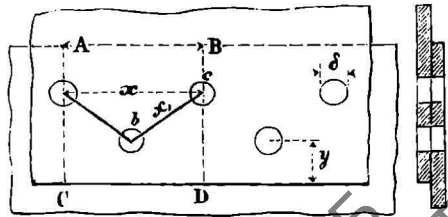
которою пользуются на практикѣ для опредѣленія x .

Разстояніе линіи шва отъ края листа y можетъ быть вычислено по условію, чтобы не произошло срѣза передъ заклепкою части листа, имѣющей ширину δ (на фиг. 30 заштрихована). Ур. прочности для этого случая будетъ: $P = 2 (y - \frac{1}{2} \delta) e T_2$; но $P = \frac{\pi \delta^2}{4} T_2$, слѣд., $\frac{\pi \delta^2}{4} = 2 (y - \frac{1}{2} \delta) e$, откуда $y = \frac{1}{2} x$. На практикѣ пользуются эмпирическою формулою:

$$y = 1,5 \delta \quad (29)$$

имѣя въ виду, что при слишкомъ маломъ y можетъ выкрошиться край листа во время пробиванія дыръ, а слишкомъ широкая перекрыша затрудняетъ подчеканку, дѣйствуя какъ пружина.

II. *Двойной шовъ* (фиг. 31) употребляется при толщинѣ соединяемыхъ листовъ болѣе 1,2 см. Разобьемъ соединеніе на полоски, подобныя $ABCD$, ограниченныя линіями AC и BD , проходящими черезъ концы діагоналей x_1 (или черезъ ц. двухъ смежныхъ заклепокъ верхняго ряда). На каждой такой полоскѣ будутъ находиться всего двѣ заклепки. Шовъ долженъ представлять одинаковое сопротивленіе: разрыву по линіи x и по двумъ діагоналямъ x_1 , т. е. $(x - \delta) e T_2 = 2 (x_1 - \delta) e T_2$, откуда $x_1 = \frac{x + \delta}{2}$.



Фиг. 31.

На практикѣ пользуются эмпирическими формулами:

1) для заклепокъ, расположенныхъ въ шахматномъ порядкѣ:

$$x = 2,6 \delta + 1,5 \text{ см. и } y = 1,5 \delta \quad (30)$$

2) для заклепок, расположенных въ два ряда не въ шахматномъ порядкѣ:

$$x = 2,6\delta + 1 \text{ см.}, \text{ причеь разстояніе между рядами} = 0,8\delta.$$

III. Соединеніе съ двумя накладками (фиг. 32). Если накладка одна, то мы будемъ имѣть одинъ изъ рассмотрѣнныхъ выше случаевъ одиночнаго срѣзыванія. Толщина такой накладки дѣлается равною $\frac{3}{8}e$. Если же накладокъ двѣ, то въ сопротивленіи срѣзыванію будутъ участвовать два сѣченія заклепки (*двойное срѣзываніе*); поэтому условіе равенства сопротивленія разрыву и срѣзыванію выразится слѣдующимъ уравненіемъ:

$$(x - \delta) e = 2 \frac{\pi\delta^2}{4}, \text{ откуда}$$

$$x = \delta \left(1 + \frac{\pi\delta}{2e} \right).$$



Фиг. 32.

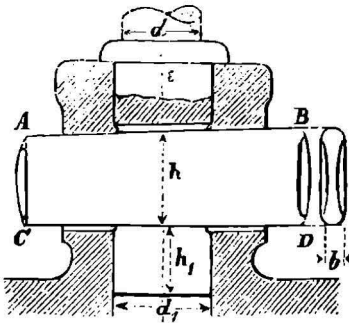
На практикѣ для опредѣленія x и h пользуются слѣд. эмпирич. формулами для соединенія съ параллельными рядами (*цѣпной шовъ*):

$$x = 2,6\delta + 1 \text{ см. и } h = 0,8x \quad (31)$$

Толщина накладокъ дѣлается равною $\frac{5}{8}e$ до $\frac{2}{3}e$. Соединеніе съ накладками вообще прочнѣ шва въ закрой, вслѣдствіе отсутствія напряженія отъ изгиба, неизбежнаго при соединеніи въ закрой.

§ 43. Расчетъ клинѣвъ. Клинья, подобно болтамъ, употребляются для *разъемнаго* соединенія частей машины, т. е. такого соединенія, ко-

торое допускаетъ разборку безъ всякихъ поврежденій этихъ частей. Клинья изготовляются обыкновенно изъ желѣза или стали. Сѣченіе ихъ всегда прямоугольное. Такъ наз. *рабочія* стѣнки AB и CD (фиг. 33) составляютъ между собою острый уголъ (наклонъ $\frac{1}{15}$ до $\frac{1}{20}$). Если только одна рабочая стѣнка CD наклонена къ оси клина, а другая (AB) ей параллельна, то клинь наз. *одностороннимъ*, въ отличіе отъ *двусторонняго*, у котораго обѣ рабочія стѣнки наклонны къ оси клина.



Фиг. 33.

Дѣйствующая на клинь сила стремится произвести одинъ изъ слѣдующихъ видовъ разрушенія: 1) *разрывъ стержня*, діаметръ котораго $= d$, сопротивленіе его разрыву равно $\frac{\pi d^2}{4} T$; 2) *разрывъ стержня по гнѣзду для клина*; сопротивленіе разрыву равно $\left(\frac{\pi d_1}{4} - bd_1 \right) T$, гдѣ d_1 есть ді-

метр нижняго конца стержня ($d_1 > d$, такъ какъ отверстие для клина уменьшаетъ поперечное сѣч. стержня), а b —толщина клина; 3) *срѣзываніе клина*; сопротивление срѣзыванію (двойному) будетъ $2bh T_2$ гдѣ h есть средняя высота клина; 4) *смятіе клина*; сопротивление смятію равно $bd_1 T_1$; 5) срѣзываніе стержня подъ клиномъ; сопротивление будетъ $2 d_1 h_1 T_2$.

Предполагая, что клинъ и стержень изготовлены изъ одного и того же матеріала и принявъ $T_2 = 0,8 T$, будемъ имѣть: 1) $\frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d_1^2}{4} - bd_1$; 2) $\frac{\pi d^2}{4} = 0,8.2 bh$; 3) $\frac{\pi d^2}{4} = 2 bd_1$ (коэфф. прочности при сжатіи взять вдвое меньше коэфф. прочности при растяженіи ($T_1 = 2 T$), въ виду того, что слабое смятіе клина не будетъ имѣть почти никакого вліянія на сопротивление срѣзыванію) и 4) $\frac{\pi d^2}{4} = 0,8.2 d_1 h_1$. Изъ 1 и 3 равенства находимъ:

$$b = 0,32 d \text{ и } d_1 = 1,22 d. \quad (32)$$

Подставивъ найденное выраженіе для b въ ур. 2, получимъ:

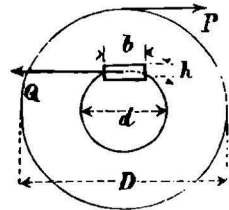
$$h = 1,5 d \quad (33)$$

Внеся въ ур. 4 выраженіе для d_1 , получимъ: $h_1 = 0,403 d$. На практикѣ же, вслѣдствіе того, что въ углахъ отверстия для клина легко могутъ образоваться мелкія трещины, ослабляющія стержень, дѣлаютъ:

$$b = 0,33 d; h = 1,75 d; d_1 = 1,33 d; h_1 = d \quad (34)$$

§ 44. Расчетъ шпонокъ. Шпонка подвергается срѣзывающему усилию по длинѣ l , сверхъ того, смятію по площади $l \frac{h}{2}$, гдѣ l есть длина шпонки (длина ступицы), а h —высота (фиг. 34). Если d —діаметръ вала, P —передаваемое колесомъ усилие, приложенное на окружности колеса радіуса $0,5 D$, и Q —давленіе на шпонку, то $Q = P \frac{D}{d}$. Разсчитывая шпонку на смятіе, получимъ: $P \frac{D}{d} = l \frac{h}{2} T_1$, гдѣ T_1 не должно превышать 600 кгр./см². Отсюда:

$$h = \frac{2PD}{ldT_1} \quad (a)$$



Фиг. 34.

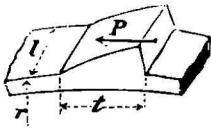
На практикѣ высота шпонки h опредѣляется обыкновенно въ зависимости отъ діаметра d вала по эмпирической формулѣ:

$$h = 0,1 d + 5 \text{ мм.},$$

а ширина ея дѣлается равною $b = 1,5$ до $2 h$. Этотъ размѣръ болѣе чѣмъ достаточенъ для прочнаго сопротивленія шпонки срѣзыванію. Формула (а) служитъ для повѣрки сопротивленія шпонки смятію. Если при такой повѣркѣ окажется, что давленіе на ед. пов. шпонки, равное $\frac{2PD}{hld}$, пре-

вышает 600 кгр./см.², то, во избежание смятия ее и расшатывания всего соединения, должно или удлинить ступицу, или поставить два шпонки.

§ 45. Храповые колеса. Зубец храповика подвергается действию срывающей силы P (фиг. 35). Ур. прочности будет: $P = lt T_2$, где l есть длина зубца, а t —ширина его, считаемая по окружности. Принимая во внимание удары собачки об зубец, допускают $T_2 = 100$ кгр./см.². Отношение l t делается обыкновенно равным 0,5; поэтому:



Фиг. 35.

$$t = 0,14 \sqrt{P} \text{ см.} \quad (35)$$

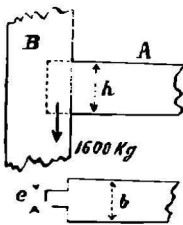
Весьма редко сила P не дается непосредственно, но известен тормозящий момент $M = Pr$. Выраяя радиус r храповика в зависимости от числа зубцов m , получим: $2\pi r = mt$; откуда $r = mt : 2\pi$; след., $P = \frac{2\pi M}{mt}$ Внеся это выражение для P в формулу (35), будем иметь:

$$t = 0,493 \sqrt[3]{\frac{M}{m}} \text{ см.} \quad (36)$$

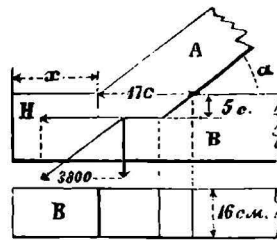
На практикѣ принято нѣсколько увеличивать размѣръ t , вычисленный по формулѣ (36). Что касается числа m зубцовъ, то оно измѣняется отъ 8 до 12.

ЗАДАЧИ.

49. Сосновая балка A (фиг. 36), имѣющая высоту сѣченія $h = 20$ см., передаетъ при помощи шипа стойкѣ B вертикальное давление 1600 кгр. Определить толщину e шипа.



Фиг. 36.

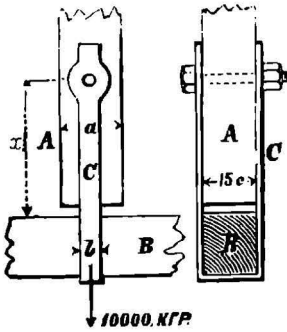


Фиг. 37.

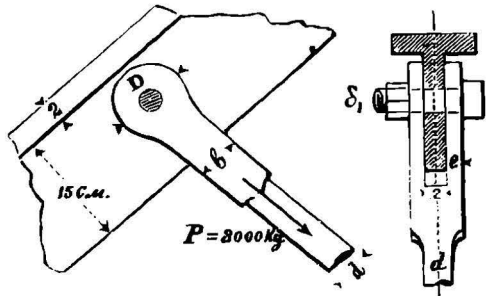
50. Сосновая стропильная нога A (фиг. 37) соединена съ затяжкой B посредствомъ косої врубки шириною 16 см. и глубиною 5 см. Наклонъ крыши (отношеніе высоты крыши къ длинѣ пролета), $\frac{1}{3}$. Стропильная нога передаетъ затяжкѣ давленіе въ 3800 кгр. На какомъ разстояніи x отъ конца затяжки должна быть сдѣлана врубка, чтобы не произошло скалыванія и достаточно ли проченъ самъ шипъ, если его длина равна 17 см.

51. Сосновая бабка A (фиг. 38) висячихъ стропилъ соединена съ затяжнымъ брусомъ B , имѣющимъ ширину въ 15 см., посредствомъ желѣзнаго хомута C . Бабка выдерживаетъ растягивающее усиліе 10000 кгр. Определить: 1) ширину a бабки; 2) ширину b хомута, при толщинѣ его $e = 1$ см.; 3) диа-

метр d болта; 4) расстояние x болта от конца бабки; 5) расстояние y болта от конца хомута; 6) показать, достаточно ли прочен хомут в отношении срывания, подь затяжкой.



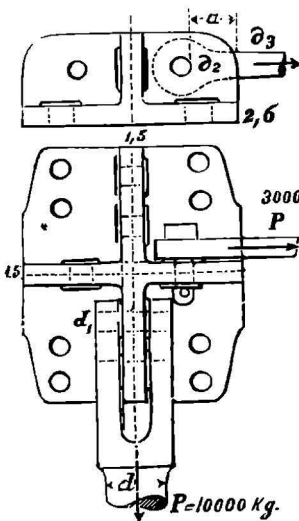
Фиг. 38.



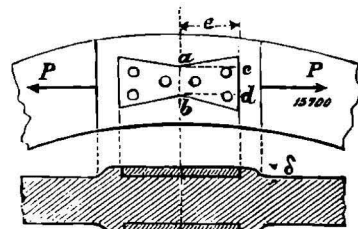
Фиг. 39.

52. Рассчитать шарнирное соединение, изображенное на фиг. 39, при спокойной нагрузке железной вилки в 8000 кгр. Определить: 1) диаметр d стержня вилки; 2) диаметр ϵ , болта вилки; 3) его толщину e ; 4) диаметр D проушины вилки и 5) напряжение сдвига материала балки, предполагая, что болт δ_1 пропущен в середину ребра, ширина которого равна 15 см., а толщина 2 см.

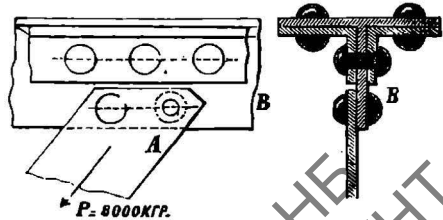
53. На фиг. 40 представлен чугунный башмак, служащий для укрепления 4 тяг, из которых две снабжены вилками. Толщина ребер башмака



Фиг. 40.



Фиг. 41.



Фиг. 42.

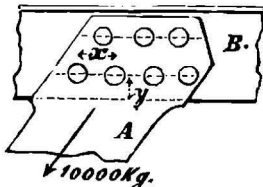
1,5 см. а фундаментной плиты 2,6 см.; высота выступов вокруг отверстия для болтов 2,1 мм. Вилкообразные тяги нагружены 10000 кгр., а одиночные 3000 кгр. Рассчитать это соединение.

54. Два косака обода маховика скрѣплены при помощи двухъ желѣзныхъ накладокъ (фиг. 41), имѣющихъ видъ ласточкина хвоста, и 6 болтовъ. Определить діам. болтовъ и размѣры накладокъ, если разрывающая сила P , происходящая отъ центробѣжной силы обода, равна 15700 кгр. и направлена перпендикулярно къ стыку.

55. Двѣ желѣзныя полосы соединены въ закрю 3-мя заклепками діаметромъ въ 2 см., расположенными въ рядъ по ширинѣ полосъ. Определить силу, способную срѣзать эти заклепки.

56. Желѣзный раскосъ A (фиг. 42), растягиваемый силою 8000 кгр., прилепаны къ полосѣ B толщиной 1,5 см. однимъ рядомъ заклепокъ. Определить ихъ число

57. Раскосъ A (фиг. 43) прилепаны къ балкѣ B двойнымъ рядомъ заклепокъ. Растягивающая сила $P = 10000$ кгр.; $\varepsilon : e = 2,5$; $T = 700$ кгр./см.². Определить діаметръ, число заклепокъ и разстоянія: между ихъ центрами и отъ края полосы.



Фиг. 43.

58. Расчитать соединеніе клиномъ, представленное на фиг. 33, если $P = 4000$ кгр.

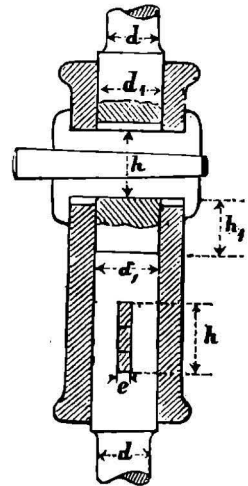
59. Расчитать соединеніе двухъ стержней муфтой, представленное на фиг. 44. Дано: растягивающая сила $P = 12000$ кгр.; коэфф. прочности $k = 5$.

60. Расчитать храповикъ (§ 45) для винтового ворота по слѣд. даннымъ: число зубцовъ храповика

$m = 12$, поднимаемый воротомъ грузъ $Q = 1200$ кгр.; радиусъ барабана ворота равенъ 12 см.; радиусъ большого колеса $R = 28$ см., радиусъ шестерни, сидящей на одной оси съ храповикомъ $r = 4,5$ см.

61. Какъ велико давленіе, необходимое для пробитія въ желѣзномъ листѣ, имѣющемъ толщину 1,2 см., отверстія, діаметръ котораго равенъ 3,2 см.?

62. Какъ велико рабочее давленіе ножницъ при разрываніи проволоки изъ бессемеровской стали, если діаметръ проволоки $\delta = 0,7$ см.?

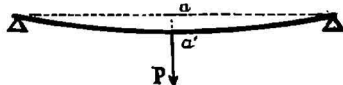


Фиг. 44.

ГЛАВА VI.

Изгибъ и изломъ.

§ 46. **Опыты надъ изгибомъ.** При изгибѣ бруска, свободно лежащаго концами на опорахъ (фиг. 45) и подверженнаго въ серединѣ a дѣйствию груза P , точка a опускается на нѣкоторую величину aa' , наз. *стрѣлою изгиба*.



Фиг. 45.

Опыты надъ изгибомъ брусковъ различныхъ матеріаловъ показали, что полная стрѣла прогиба состоитъ изъ

двухъ частей: 1) *упругой* или *исчезающей* немедленно по снятіи груза и 2) *остающейся* въ изогнутомъ брускѣ навсегда.

Предѣлъ усилія, за которымъ появляется въ брускѣ остающаяся стрѣла изгиба, наз. *предѣломъ упругости* при изгибѣ.

Опыты Герстнера, Шевандье, Вертгейма и др. надъ изгибомъ брусковъ изъ чугуна, желѣза и дерева привели къ слѣдующимъ результатамъ:

1. Упругія стрѣлы изгиба пропорціональны изгибающимъ грузамъ.
2. При вторичномъ изгибаніи силами равными или меньшими наибольшей изъ дѣйствовавшихъ при первомъ изгибѣ, вовсе не получается остающихся стрѣлъ: второй изгибъ дастъ только упругія стрѣлы. Силы же, большія дѣйствовавшихъ при первомъ изгибѣ, производятъ, кромѣ упругихъ, еще и остающіяся стрѣлы.

3. Упругія стрѣлы изгиба пропорціональны кубамъ разстояній между точками опоры.

4. Бруски различной ширины, но одинаковой высоты, получаютъ при дѣйствіи одного и того же груза упругія стрѣлы прогиба, обратно пропорціональныя ихъ ширинамъ.

5. Упругія стрѣлы прогиба при одинаковыхъ прочихъ условіяхъ (одинаковыхъ грузахъ, ширинахъ и разстояніяхъ между опорами) обратно пропорціональны кубамъ ихъ высотъ.

Соединяя результаты опытовъ надъ изгибомъ, можемъ выразить стрѣлу изгиба для прямоугольныхъ брусковъ слѣдующею формулою:

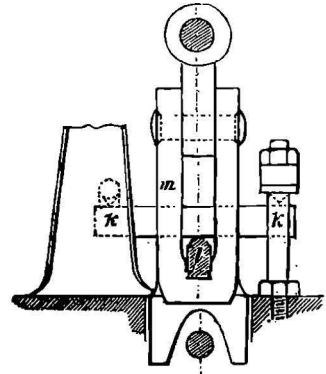
$$f = k \frac{PL^3}{ah^3} \quad (37)$$

гдѣ P есть изгибающая сила, L —длина бруска между точками опоры, a —ширина сѣченія, h —высота сѣченія и k —коэффициентъ пропорціональности, зависящій отъ свойствъ матеріала, изъ котораго сдѣланъ брусокъ, и отъ способа укрѣпленія концовъ бруска.

Въ машинѣ, представленной на фиг. 12, устроено приспособленіе для испытанія матеріаловъ на изгибъ. Въ нижней части ея сдѣланъ рядъ отверстій k, k, k, \dots , въ которыхъ установлены стальные призмы, играющія роль опоръ для испытываемаго бруска. Послѣдній упирается концами сверху въ двѣ призмы k, k (фиг. 46), а снизу выдерживаетъ давленіе третьей призмы l , укрѣпленной въ обѣимъ m противъ середины бруска. Какъ и при опытахъ на растяженіе и сжатіе, въ этомъ случаѣ нагрузка подвѣшивается также къ лѣвому концу верхняго рычага a (фиг. 12).

§ 47. Изломъ. Разрушеніе при изгибѣ начинается *разрывомъ* наиболѣе растянутыхъ волоконъ, находящихся на выпуклой сторонѣ бруска, или *раздробленіемъ* сжатыхъ волоконъ, лежащихъ на вогнутой его сторонѣ. Постепенно разрушеніе передается съ поверхности во внутрь бруска, которій, наконецъ, ломается на двѣ части.

Результаты опытовъ Барлоу и др. позволяютъ сдѣлать слѣдующіе выводы относительно зависимости ломающаго груза отъ трехъ размѣровъ бруска, имѣющаго прямоугольное поперечное сѣченіе:



Фиг. 46.

1. Для брусковъ, имѣющихъ одинаковыя поперечныя размѣры, величины ломающихъ грузовъ обратнопропорціональны разстояніямъ между опорами;

2. При одинаковой ширинѣ и разстояніи между опорами ломающіе грузы пропорціональны квадратамъ высотъ брусковъ.

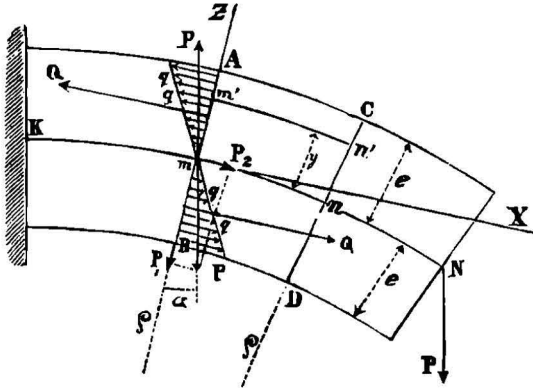
3. При всѣхъ прочихъ одинаковыхъ условіяхъ ломающіе грузы прямопропорціональны ширинамъ брусковъ.

Всѣ эти законы могутъ быть выражены слѣдующею формулою:

$$P = k \frac{ah^2}{l} \quad (38)$$

гдѣ a есть ширина поперечнаго сѣченія бруска, h —высота его, l —разстояніе между опорами и k —коэфф. пропорціональности.

§ 48. Продольныя удлиненія и сжатія при изгибѣ. Представимъ себѣ брусокъ состоящимъ изъ отдѣльныхъ элементарныхъ брусковъ или во-



Фиг. 47.

локонъ, параллельныхъ его оси. Наблюденіе и опытъ показываютъ, что на выпуклой сторонѣ изгибаемыхъ брусковъ происходитъ растяженіе, а на вогнутой сжатіе волоконъ, изъ которыхъ состоитъ брусокъ. Отсюда должно заключить, что въ серединѣ высотъ бруска должны быть такія волокна, которыя не вытягиваются и не сжимаются. Они образуютъ такъ наз. *нейтральный слой*. Прямая линия, по которой нейтральный слой пересѣкается съ поперечнымъ сѣченіемъ бруска, наз. *нейтральною осью сѣченія*, а кривая KN (фиг. 47), по которой нейтральный слой пересѣкается со среднею вертикальною плоскостью, наз. *упругою линіею* или *кривою изгиба*; ея кривизна служитъ показателемъ степени изгиба бруска.

Волокна, лежащія близко къ этому слою, измѣняются весьма мало, но чѣмъ далѣе они расположены отъ нейтральнаго слоя, тѣмъ больше становятся ихъ удлиненія или сжатія.

На фиг. 47 изображенъ брусокъ, изогнутый силою P . Кривая изгиба KN представляетъ собою *нейтральный слой*, не претерпѣвшій ни удлиненія, ни сжатія. Волокна бруска, лежащія выше KN , вытянуты, а

нижня сжаты. Два весьма близких поперечных сѣченія бруска, напр., AB и CD , бывшихъ до изгиба параллельными, оказываются послѣ изгиба наклонными другъ къ другу, такъ что продолженія линій AB и CD пересѣкаются въ нѣкоторой точкѣ, наз. *центромъ кривизны*. Расстояние нейтральнаго слоя mn отъ центра кривизны называется *радіусомъ кривизны* ρ . Наблюденіе показываетъ, что *всѣ поперечныя сѣченія бруска* (напр. AB , CD) *остаются и послѣ изгиба плоскими и нормальными къ волокнамъ*.

Кромѣ продольныхъ удлинений и сжатій различныхъ волоконъ при изгибѣ наблюдаются также и измѣненія поперечныхъ размѣровъ: въ вытянутой части бруска поперечные размѣры уменьшаются (вслѣдствіе поперечнаго сжатія), а въ сжатой части—увеличиваются.

§ 49. **Внутреннія силы при изгибѣ.** Предположимъ, что *всѣ внѣшнія силы*, приложенныя къ призматическому бруску, *лежатъ въ одной вертикальной плоскости* (плоскости чертежа), дѣлящей брусокъ на двѣ симметрическія части (фиг. 47).

Проведемъ два весьма близкихъ сѣченія AB и CD и найдемъ радіусъ кривизны ρ , опредѣливъ удлиненіе какого-нибудь волокна, напр. $m'n'$, лежащаго на разстояніи y отъ нейтральнаго слоя KN . Для этого рассмотримъ подобіе двухъ треугольниковъ mnO и $m'n'O$, гдѣ O —центръ кривизны (не помѣстившійся на чертежѣ). Основанія этихъ треугольниковъ mn и $m'n'$ относятся какъ высоты ρ и $\rho + y$, т. е.:

$$\frac{m'n'}{mn} = \frac{\rho + y}{\rho}$$

Но до изгиба сѣченія AB и CD были параллельны и первоначальная длина волокна была равна mn ; слѣдовательно, полное удлиненіе волокна δ равно:

$$\delta = m'n' - mn = mn \frac{y}{\rho},$$

а относительное удлиненіе:

$$\lambda = \frac{\delta}{mn} = \frac{y}{\rho}.$$

Эти равенства указываютъ, что и *полныя, и относительныя удлиненія волоконъ пропорціональны ихъ разстояніямъ отъ нейтральнаго слоя*. Точно также, рассмотрѣвъ сжатое волокно, докажемъ, что *полныя и относительныя укороченія сжатыхъ волоконъ пропорціональны ихъ разстояніямъ отъ нейтральнаго слоя*. Наиболѣе вытянутыми или сжатыми оказываются крайнія волокна.

Если извѣстно относительное удлиненіе или укороченіе какого-нибудь волокна, то легко опредѣлить величину внутренней силы вытягивающей или сжимающей это волокно. Въ самомъ дѣлѣ, на основаніи §§ 12 и 27 относительное удлиненіе или сжатіе λ прямо пропорціонально дѣйствующей вдоль волокна силѣ S , обратно пропорціонально площади поперечнаго сѣченія волокна F , и обратно пропорціонально модулю упругости E .

Поэтому действующая вдоль волокна сила

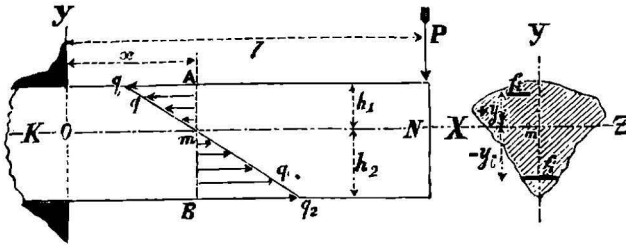
$$S = EF\lambda = EF \frac{y}{\rho} \quad (39)$$

Для вытянутых волокон y , а слѣдов. и S положительно, а для сжатых волокон—отрицательно. Напряжение q опредѣлимъ, вычисляя силу, приходящуюся на ед. площ.:

$$q = \frac{S}{F} = E \frac{y}{\rho} \quad (40)$$

Формула (40) показываетъ, что напряжение материала въ поперечномъ сѣченіи изгибаемаго бруска измѣняется отъ нижнихъ волоконъ къ верхнимъ. Это напряжение тѣмъ больше, чѣмъ дальше волокно отъ нейтральнаго слоя. На фиг. 47 изображено наглядно измѣненіе напряженій различныхъ волоконъ сѣченія AB ; для нейтральнаго волокна нуль, а для крайнихъ—наибольшее, которое опредѣлимъ, положивъ въ форм. (40) разстояніе $y = e$.

§ 50. Зависимость между внѣшними и внутренними силами. Опредѣленіе нейтральной оси. Для того, чтобы опредѣлить величину внутрен-



Фиг. 48.

нихъ силъ въ какомъ-либо сѣченіи AB бруска KN (фиг. 48), воспользуемся методомъ сѣченій (§ 2), отбросивъ часть бруска Km , лежащую влѣво отъ сѣченія AB . Дѣйствіе отброшенной части замѣняемъ внутренними силами q (растягивающими и сжимающими), какъ

указано на фиг. 48. Относительно этихъ внутреннихъ силъ мы уже знаемъ, что онѣ прямо пропорціональны разстоянію отъ нейтральнаго слоя. Остается, слѣдовательно, опредѣлить величину ихъ и положеніе нейтральнаго слоя въ зависимости отъ внѣшнихъ силъ и размѣровъ бруска.

Для этого напишемъ условія равновѣсія части mN . Изъ механики ¹⁾ извѣстно, что для равновѣсія системы силъ, лежащихъ въ одной плоскости, необходимо и достаточно, чтобы сумма проекцій силъ на двѣ координатныя оси и сумма моментовъ всѣхъ силъ относительно какой-нибудь точки—были порознь равны нулю. Направимъ координатную ось OX вдоль нейтральнаго слоя KN , причемъ будемъ предполагать брусокъ настолько прочнымъ, что прогибъ его можно считать ничтожно малымъ. Ось OY направимъ вертикально вверхъ. Внѣшнія силы въ случаѣ чистаго изгиба должны дѣйствовать перпендикулярно къ оси OX , и для простоты положимъ, что имѣется одна сила P (вѣсомъ бруска пренебрежемъ). Проекція этой силы на ось OX равна нулю, такъ что по оси OX дѣйствуютъ только внутреннія силы q .

¹⁾ С. Гуръжеевъ. Основы общей механики. 8-е изд. 1914 г. § 144, II случая.

Разобъемъ всю площадь поперечнаго сѣченія AB на множество маленькихъ площадокъ, f_1, f_2, \dots, f_i , и найдемъ внутреннюю силу, приложенную напр. къ площадкѣ f_i . Если напряженіе матеріала (на ед. площ.) въ этомъ мѣстѣ равно q_i , то на площадкѣ f_i дѣйствуетъ элементарная сила $S=f_i q_i$. Но относительно q_i мы уже сдѣлали предположеніе, что напряженіе прямо пропорціонально разстоянію y_i отъ нейтральнаго слоя, т. е. что $q_i = q_0 y_i$, гдѣ согласно ур. (40), $q_0 = \frac{E}{\rho}$ есть напряженіе на разстояніи отъ нейтр. слоя, равномъ единицѣ. Подставивъ, найдемъ $S = q_0 f_i y_i$, причеъъ сила эта направлена въ сторону отрицательной оси OX для верхнихъ волоконъ при y_i положительномъ, а для нижнихъ волоконъ при y_i отрицательномъ въ сторону положительной оси OX , т. е. общее выраженіе будетъ:

$$S_i = -q_0 f_i y_i.$$

Для равновѣсія необходимо, чтобы сумма всѣхъ S_i была равна нулю, т. е.

$$\Sigma S_i = -\Sigma q_0 f_i y_i = -q_0 \Sigma f_i y_i = 0.$$

Но q_0 величина постоянная, не равная нулю, слѣдовательно непремѣнно должно быть соблюдено равенство

$$\Sigma f_i y_i = 0,$$

служащее для опредѣленія нейтральнаго слоя. Эта сумма представляетъ собой моментъ площади поперечнаго сѣченія бруска относительно нейтральнаго слоя, и въ механикѣ ¹⁾ доказывается, что координата центра тяжести y_0 равна этому моменту, раздѣленному на величину всей площади. Но моментъ этотъ равенъ нулю, слѣдовательно и $y_0 = 0$, т. е. *нейтральный слой или нейтральная ось бруска совпадаетъ съ центромъ тяжести поперечнаго сѣченія бруска.*

§ 51. Опредѣленіе радіуса кривизны, напряженій и прочныхъ размѣровъ при изгибѣ. Напишемъ теперь ур. моментовъ, принявъ за центръ моментовъ точку m . Пусть $M_r = (l-x) P$ будетъ моментъ внѣшнихъ силъ. Моментъ какой-нибудь внутренней силы S_i получимъ, помноживъ ее на плечо y_i , причеъъ будемъ имѣть: $MS_i = -S_i y_i = -q_0 f_i y_i^2$; знакъ минусъ поставленъ потому, что внутреннія силы въ данномъ случаѣ стремятся повернуть сѣченіе AB противъ часовой стрѣлки. Суммируя моменты всѣхъ внутреннихъ силъ, получимъ:

$$M_r - \Sigma MS_i = M_r - q_0 \Sigma f_i y_i^2 = 0 \text{ или } M_r = q_0 \Sigma f_i y_i^2.$$

Величина $\Sigma f_i y_i^2 = f_1 y_1^2 + f_2 y_2^2 + \dots + f_i y_i^2 + \dots + f_n y_n^2 = I_x$ чрезвычайно важна, она характеризуетъ (отчасти) сопротивляемость даннаго сѣченія изгибу и называется квадратичнымъ моментомъ площади

¹⁾ С. Гурьевъ. Основы общей механики, § 121.

или *моментом инерции* поперечнаго сѣченія бруска относительно оси OZ , лежащей въ плоскости сѣченія. Если мы сумѣемъ вычислить моментъ инерции сѣченія I_z и будемъ знать моментъ внѣшнихъ силъ M_f или короче, *изгибающій моментъ* для даннаго сѣченія, то мы сможемъ опредѣлить q_0 или ρ :

$$q_0 = \frac{E}{\rho} = \frac{M_f}{I_z}; \quad \rho = \frac{EI_z}{M_f} \quad (41)$$

Изъ послѣдней формулы ясно, что радиусъ кривизны ρ одинъ и тотъ же во всѣхъ сѣченіяхъ только тогда, когда отношеніе момента инерции къ изгибающему моменту постоянно во всѣхъ сѣченіяхъ; такой случай, какъ мы увидимъ ниже, будетъ имѣть мѣсто только въ брускахъ равнаго сопротивленія изгибу (§ 62) и въ призматическихъ брускахъ, изгибаемыхъ парой силъ; эти бруски изгибаются по дугѣ круга. Обыкновенно же I_z постоянно, а M_f —переменно, вслѣдствіе чего и радиусъ кривизны измѣняется непрерывно отъ сѣченія къ сѣченію.

Первое равенство (41) даетъ возможность вычислить напряженіе q_0 частицъ матеріала, лежащихъ въ разстояніи ед. длины отъ нейтральнаго слоя. Это очень важно, такъ какъ зная его легко вычислить и наибольшія напряженія въ крайнихъ волокнахъ, разстоянія которыхъ до KN обозначимъ буквами h_1 и h_2 . Въ самомъ дѣлѣ, напряженія пропорціональны разстояніямъ отъ нейтр. слоя, слѣдовательно въ разстояніи h_1 напряженіе будетъ въ h_1 разъ больше, чѣмъ въ разстояніи ед. длины, т. е. $q_1 = q_0 h_1$ и $q_2 = q_0 h_2$. Подставивъ изъ ур. (41) значеніе q_0 , получимъ

$$q_1 = \frac{M_f \cdot h_1}{I_z}; \quad q_2 = \frac{M_f h_2}{I_z}.$$

Брусокъ будетъ достаточно прочнымъ, когда наибольшая величина напряженія q_1 растяжимыхъ волоконъ не превосходитъ безопаснаго напряженія T при растяженіи, а q_2 не превосходитъ безопаснаго напряженія T_1 при сжатіи, т. е. когда

$$\frac{M_f h_1}{I_z} \leq T; \quad \frac{M_f h_2}{I_z} \leq T_1. \quad (42)$$

Если брусокъ призматическій, то наибольшія напряженія будутъ въ томъ сѣченіи, въ которомъ изгибающій моментъ M_f наибольшій. Это сѣченіе наз. *опаснымъ*.

Обозначимъ частное отъ дѣленія момента инерции на разстояніе до наиболѣе удаленнаго волокна (или h_1 или h_2) однимъ терминомъ—*моментъ сопротивленія* W ,

$$\frac{I_z}{h_2} = W;$$

тогда будемъ имѣть вмѣсто ур. (42):

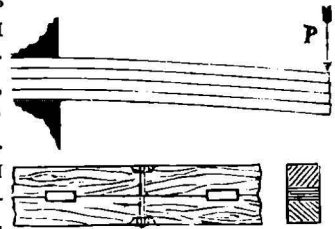
$$\frac{M_f}{W} \leq T_1 \quad \text{или} \quad W > \frac{M_f}{T_1} \quad (42a)$$

НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

Расчет прочных размеров изгибаемого тѣла и состоитъ въ подысканіи такихъ размѣровъ поперечнаго его сѣченія, при которыхъ получается моментъ сопротивленія, равный частному отъ дѣленія наибольшаго значенія изгибающаго момента M , на безопасное напряженіе при растяженіи или сжатіи согласно ур. (42a) или (42). Если форма поперечнаго сѣченія симметрична относительно нейтральнаго слоя. то $h_1 = h_2$, а $q_1 = q_2$.

Вычисленіе моментовъ инерціи и моментовъ сопротивленія будетъ изложено ниже въ §§ 57—60.

§ 52. Срѣзывающія напряженія при изгибѣ. Намъ остается теперь заняться третьимъ условіемъ равновѣсія выдѣленной части бруска mN (фиг. 48): сумма проекцій всѣхъ силъ на ось OY должна быть равна нулю. Проекція вѣншей силы на эту ось равна — P ; внутреннія силы, какъ мы ихъ себѣ представляли до сихъ поръ, были нормальны къ сѣченію AB и проекція ихъ на ось OY равна нулю. Значитъ для равновѣсія необходимо должны, кромѣ нихъ, существовать напряженія, лежащія въ плоскости этого сѣченія, т. е. срѣзывающія напряженія. Можно было бы предположить, что эти напряженія распределены равномерно по всей площади поперечнаго сѣченія, но болѣе точное изслѣдованіе при помощи высшей математики показываетъ, что такое предположеніе невѣрно, что срѣзывающія напряженія въ крайнихъ волокнахъ равны нулю, а въ нейтральномъ слое наибольшія.



Фиг. 49.

Въ цѣльныхъ брускахъ съ круглымъ, прямоугольнымъ и т. п. поперечнымъ сѣченіемъ срѣзывающія напряженія обыкновенно настолько незначительны, что брусокъ рассчитывается только на изгибъ согласно ур. (42) и (42a). За-то при расчетѣ клепаныхъ желѣзныхъ балокъ (для мостовъ и пр.), имѣющихъ высокое, но узкое поперечное сѣченіе, часто дѣлаютъ провѣрку безопасности на срѣзываніе. Болѣе точное изслѣдованіе указываетъ также, что кромѣ срѣзывающихъ напряженій въ поперечномъ сѣченіи AB существуетъ срѣзываніе и вдоль волоконъ отъ продольныхъ сдвигающихъ силъ, вызывающихъ продольныя срѣзывающія или, такъ наз. *косыя напряженія*. Существованіе продольнаго сдвига легко обнаруживается при изгибѣ нѣсколькихъ досокъ фиг. 49, положенныхъ одна на другую и задѣланныхъ въ стѣну; онѣ сдвинуты другъ относительно друга, а для того, чтобы доски работали при изгибѣ, какъ цѣльная балка, необходимо стянуть ихъ болтами или врубить шипы, или какимъ-нибудь другимъ способомъ уничтожить возможность скольженія одного слоя по другому. Въ желѣзныхъ клепаныхъ балкахъ (фиг. 78) косыя напряженія стремятся срѣзать заклепки и образовать трещину вдоль нейтральнаго слоя. Поэтому такія балки часто рассчитываются и на косыя напряженія.

Наибольшій изгибающій моментъ.

§ 53. Балка закрѣплена однимъ концомъ.

I. Нагрузка P сосредоточена на свободномъ концѣ балки (фиг. 50). Для какого либо сѣченія, находящагося на разстояніи x отъ свободного конца, моментъ внѣшнихъ силъ будетъ:

$$M_f = Px \quad (a)$$

Чѣмъ ближе сѣченіе къ закрѣпленному концу B , тѣмъ больше этотъ моментъ; поэтому для сѣченія B онъ будетъ имѣть наибольшую величину:

$$M_{max} = P \cdot L \quad (43)$$

Опасное сѣченіе будетъ въ B . Его размѣры опредѣляются по формулѣ (42).

$$W = \frac{I}{h} = \frac{PL}{T} \quad (44)$$

Если размѣры сѣченія даны, то по формулѣ (44) можетъ быть опредѣлена нагрузка, которую можетъ безопасно выдержать балка.

$$P = \frac{WT}{L}.$$

Измѣненіе момента внѣшнихъ силъ можетъ быть изображено графически. Изъ формулы (a) и (43) находимъ: $M_f : M_{max} = x : L$; поэтому, если проведемъ линію $ED = L$ и, отложивъ на перпендикулярѣ FE въ произвольномъ масштабѣ $FE = P \cdot L$, соединимъ F съ D прямою линіею, то отрѣзокъ $KS = P \cdot x$, соответствующій точкѣ C , представитъ моментъ силы P относительно этой точки.

Линія FD , соединяющая концы ординатъ, выражающихъ моменты внѣшнихъ силъ, наз. вообще *кривою моментовъ* (въ данномъ случаѣ прямая), а площадь FED —*многоугольникомъ моментовъ*.

Такъ какъ для конца A балки $M_f = 0$, то $r = \infty$ (формула 41), слѣд., въ этомъ мѣстѣ балка остается плоскою, между тѣмъ какъ для закрѣпленнаго конца, для котораго M_f достигаетъ наибольшей величины, радіусъ кривизны r имѣетъ наименьшую величину, слѣд., въ этомъ мѣстѣ балка имѣетъ наибольшую кривизну.

Что касается стрѣлы прогиба въ точкѣ A , то величина ея въ данномъ случаѣ можетъ быть опредѣлена по формулѣ:

$$f = \frac{PL^3}{3EI} \quad (45)$$

II. Нагрузка Q равномерно распределена по длинѣ балки (фиг. 51).

Пусть $q = \frac{Q}{L}$ будетъ нагрузка на ед. длины; тогда на длинѣ x нагрузка будетъ равна qx ; а моментъ внѣшнихъ силъ:

$$M_f = qx \cdot \frac{x}{2} = \frac{Qx^2}{2L} \quad (a)$$

Онъ достигаетъ наибольшей величины при $x = L$:

$$M_{max} = \frac{QL}{2} \quad (46)$$

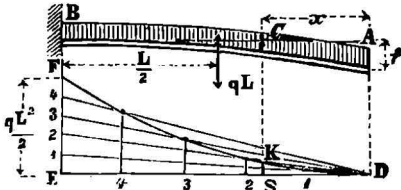
т. е. для сѣченія B , которое и будетъ опаснымъ сѣченіемъ. Размѣры его опредѣляются по формуль:

$$W = \frac{I}{h} = \frac{QL}{2T} \quad (47)$$

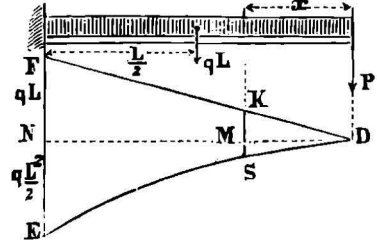
Нагрузка, которую балка можетъ безопасно выдержать, будетъ:

$$Q = \frac{2WT}{L}$$

т. е. вдвое больше, нежели въ случаѣ сосредоточеннаго на концѣ груза.



Фиг. 51.



Фиг. 52.

Изъ формуль (а) и (46) находимъ:

$$M_f : M_{max} = x^2 : L^2.$$

Отсюда видно, что кривая моментовъ FKD есть *парабола*, вершина которой лежитъ въ D , а ось есть вертикальная линия, проходящая черезъ точку D . На фиг. 51 показанъ простой способъ вычерчиванія этой параболы.

Стрѣла прогиба въ данномъ случаѣ выражается формулою:

$$f = \frac{QL^3}{8EI} \quad (48)$$

Изъ нея видно, что въ случаѣ *равномерно-распределенной нагрузки* стрѣла прогиба почти въ три раза меньше, нежели въ томъ случаѣ, когда этотъ грузъ сосредоточенъ на концѣ бруса.

III. *Случай дѣйствія сосредоточеннаго и равномерно распределеннаго груза* (фиг. 52). Въ этомъ случаѣ полный моментъ внѣшнихъ силъ для сѣченія C равенъ суммѣ моментовъ отдѣльныхъ нагрузокъ, т. е.

$$M_x = Px + \frac{Qx^2}{2L}.$$

Наибольшей величины этотъ моментъ достигаетъ при $x = L$.

$$M_{max} = \left(P + \frac{Q}{2} \right) L \quad (49)$$

откуда:

$$W = \left(P + \frac{Q}{2} \right) \frac{L}{T} \dots \dots \dots (50)$$

Многоугольникъ моментовъ состоитъ изъ двухъ частей: Δ -ка DNF для сосредоточеннаго груза P и части DNE , ограниченной снизу параболою, для равномернораспределенной нагрузки Q . Моментъ внѣшнихъ силъ для какого-либо сѣченія C выразится графически отрѣзкомъ KS .

IV Случай дѣйствія двухъ сосредоточенныхъ грузовъ.

Пусть P_1 и P_2 будутъ два сосредоточенныхъ груза, приложенныхъ на разстояннн a одинъ отъ другого.

Для сѣченія C (фиг. 53), взятаго между точками приложенія A_1 и A_2 грузовъ, на разстояннн x отъ A_1 , моментъ внѣшнихъ силъ

$$M_f = P_1 x,$$

а для сѣченія C_1 , взятаго между A_2 и B на разстояннн x_1 отъ A_1 :

$$M_f = P_1 x_1 \pm P_2 (x_1 - a),$$

при чемъ знакъ (+) или (-) должно брать, смотря по тому, имѣютъ ли обѣ

силы одинаковыя или противоположныя направленія.

1. Въ первомъ случаѣ изгибающій моментъ M_f растетъ вмѣстѣ съ x_1 и достигаетъ наибольшей величины при $x_1 = L$, т. е. для закрѣпленнаго сѣченія B :

$$M_{max} = P_1 L + P_2 (L - a) \dots \dots \dots (51)$$

откуда:

$$W = \frac{P_1 L + P_2 (L - a)}{T} \dots \dots \dots (52)$$

Если отложимъ $EF = P_1 L$ и соединимъ прямою FD точки F и D , то получимъ Δ -къ моментовъ DEF для силы P_1 , въ которомъ KS выразитъ моментъ M_f для сѣченія C . Отложивъ $EG = P_2 (L - a)$, построимъ соответствующій Δ -къ моментовъ для силы P_2 . Фигура DK_1GF представитъ многоугольникъ моментовъ данныхъ силъ, въ немъ ордината K_2S_2 выражаетъ моментъ внѣшнихъ силъ для сѣченія C_2 , а GF —для закрѣпленнаго сѣченія B .

Такъ какъ изгибающій моментъ для всѣхъ сѣченій положителенъ, то брусокъ во всѣхъ точкахъ закрученъ въ одну и ту же сторону, именно вездѣ обращенъ вогнутостью книзу. Кривизна бруска возрастаетъ отъ A_1 къ B , соответственно возрастанію изгибающаго момента.

2. Если направленіе силы P_2 противоположно направленію силы P_1 (фиг. 54), то для какого-либо сѣченія C_1 , лежащаго между A_2 и B должно въ выраженіи момента M_f взять знакъ (-):

$$M_f = P_1 x_1 - P_2 (x_1 - a)$$

УДѢЛЪ (ПРБТ)

Для закрѣпленнаго сѣченія B моментъ выразится формулою:

$$M_f = P_1 L - P_2 (L - a).$$

Онъ можетъ быть равенъ нулю, положителенъ или отрицателенъ.

Чтобы изслѣдовать графически этотъ случай, отложимъ $EF = P_1 L$ и $EG = P_2 (L - a)$. Прямая FD и GS_1 представляютъ линіи моментовъ силъ P_1 и P_2 . Чтобы получить равнодѣйствующій моментъ, отложимъ отъ точки F внизъ $FG_1 = EG$ и соединимъ точки G_1 и K прямою $G_1 K_1$. Тогда ломаная линія $DK_1 G_1$ изобразитъ законъ измѣняемости равнодѣйствующаго момента.

Если $P_1 L = P_2 (L - a)$, то линія $K_1 G_1$ пойдетъ по направленію $K_1 E$. Моментъ изгиба для сѣченія B равенъ нулю. Опасное сѣченіе будетъ въ A_2 .

Если $P_1 L > P_2 (L - a)$, то надо вычислить изгибающій моментъ и въ A_2 и въ B и расчетъ вести для того изъ нихъ, гдѣ M_f больше.

Если $P_1 = P_2$, то для части бруска BA_2 изгибающій моментъ имѣетъ постоянную величину $P \cdot a$ и эта часть бруска изогнется по дугѣ круга.

Если $P_1 L < P_2 (L - a)$, то точка G_1 упадетъ ниже E , при чемъ линія $K_1 G_1$ пересѣчетъ ED въ некоторой точкѣ O . Для части AC_2 бруска моментъ *положителенъ*: брусокъ обращенъ выпуклостью кверху. Моментъ достигаетъ наибольшей величины для сѣченія A_2 . Для сѣченія C_2 бруска моментъ равенъ нулю, а для части $C_2 B$ *отрицателенъ*: брусокъ между C_2 и B обращенъ выпуклостью книзу. Точка C_2 есть такъ наз. *точка перегиба*. Отрицательный моментъ достигаетъ наибольшей численной величины для сѣченія B . При опредѣленіи прочныхъ размѣровъ бруска должно принимать въ расчетъ тотъ изъ двухъ наибольшихъ моментовъ $P_1 a$ и $P_1 L - P_2 (L - a)$ численная величина котораго больше.

§ 54. Балка свободно лежитъ на двухъ опорахъ.

I. Случай дѣйствія сосредоточеннаго груза.

Обозначимъ черезъ l_1 и l_2 разстоянія точки приложенія C груза P (фиг. 55) отъ опоръ A и B , найдемъ выраженія для реакцій опоръ:

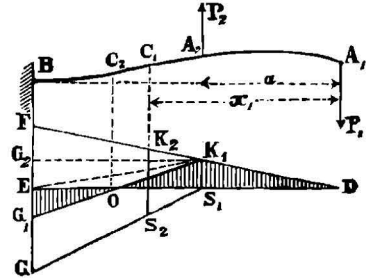
$$N_1 = P \frac{l_2}{L} \quad \text{и} \quad N_2 = P \frac{l_1}{L}.$$

Изгибающій моментъ для какого-либо сѣченія D , отстоящаго отъ лѣвой опоры на x , будетъ:

$$M_f = N_1 x = P \frac{l_2}{L} x.$$

Наибольшая величина его для сѣченія C :

$$M_{max} = P \frac{l_1 l_2}{L}$$



Фиг. 54.

НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

Такъ какъ моменты M_f пропорциональны x , то линия моментовъ будетъ прямая A_1E_1 , при чемъ $C_1E_1 = M_{max}$. Точно также получимъ для части BC балки линию моментовъ E_1B_1 . Балка по всей своей длинѣ вогнута сверху. Опасное сѣченіе въ точкѣ приложенія C груза P . Размѣры его опредѣляются по формулѣ:

$$W = P \frac{l_1 l_2}{LT} \quad (54)$$

Если грузъ приложенъ въ серединѣ балки ($l_1 = l_2 = \frac{L}{2}$), то:

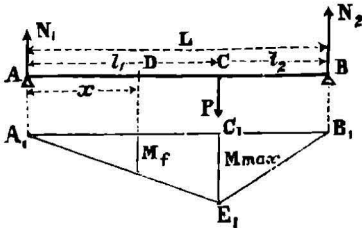
$$M_{max} = \frac{PL}{4} \quad (55)$$

а моментъ сопротивленія:

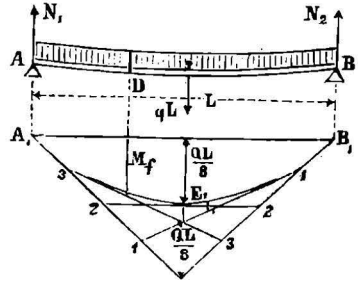
$$W = \frac{PL}{4T} \quad (56)$$

Опасное сѣченіе находится тогда въ серединѣ балки. Стрѣла прогиба равна:

$$f = \frac{PL^3}{48 EI} \quad (57)$$



Фиг. 55.



Фиг. 56.

II. Случай дѣйствія равномерно распределеннаго груза (Фиг. 56). Обозначимъ по прежнему черезъ $q = \frac{Q}{L}$ нагрузку на ед. длины балки. Полная нагрузка равна $Q = qL$. Въ этомъ случаѣ реакціи опоръ равны между собою:

$$N_1 = N_2 = \frac{qL}{2} = \frac{Q}{2}.$$

Изгибающій моментъ для сѣченія D , лежащаго на разстояніи x отъ опоры A , равенъ:

$$M_f = \frac{Q}{2} x - qx \frac{x}{2} = \frac{Q}{2L} x (L - x).$$

УДУНТ
(ИПБТ)

При $x=0$ и $x=L$, т. е. для сѣченій, лежащихъ надъ опорами, $M_f = 0$. Наибольшую величину моментъ M_f получаетъ при $x = \frac{L}{2}$ ¹⁾; поэтому:

$$M_{max} = \frac{QL}{8} \quad (58)$$

Моментъ сопротивленія выразится формулою:

$$W = \frac{QL}{8T} \quad (59)$$

т. е. балка можетъ выдержать безопасно вдвое большій грузъ, нежели въ предыдущемъ случаѣ.

Линія моментовъ представитъ параболу $A_1E_1B_1$, вершина которой лежитъ въ E_1 на разстояніи $\frac{QL}{8}$ отъ прямой A_1B_1 ; построение ея ясно изъ чертежа.

Стрѣла прогиба:

$$f = \frac{5 PL^3}{848EI} \quad (60)$$

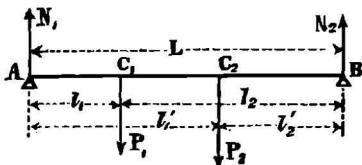
III. Случай дѣйствія двухъ и больше сосредоточенныхъ грузовъ.

1) Если на балку дѣйствуютъ два сосредоточенныхъ груза P_1 и P_2 (фиг. 57), приложенные въ точкахъ C_1 и C_2 на разстояніяхъ l_1 , l_2 и l'_1 , l'_2 отъ опоръ A и B , то реакціи опоръ будутъ имѣть величины:

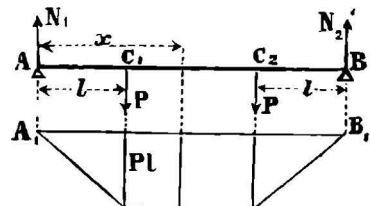
$$N_1 = \frac{P_1 l_2 + P_2 l'_2}{L} \quad \text{и} \quad N_2 = \frac{P_1 l_1 + P_2 l'_1}{L};$$

а изгибающіе моменты для сѣченій C_1 и C_2 :

$$M_1 = N_1 l_1 \quad \text{и} \quad M_2 = N_2 l'_2.$$



Фиг. 57.



Фиг. 58.

Моменты эти вообще неодинаковы, поэтому необходимо въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ изслѣдовать, какой изъ нихъ больше. По этому наибольшему моменту опредѣляютъ прочные размѣры балки, пользуясь формулою (42): $M_f = WT$.

¹⁾ Выраженіе $x(L-x)$ можно разсматривать какъ квадратъ полу хорды круга, котораго діаметръ равенъ L , а x и $(L-x)$ суть отрѣзки этого діаметра. Наибольшую величину квадратъ этотъ получить, когда полу хорда сдѣлается равною радіусу, что будетъ при $x = \frac{L}{2}$.

2) Если оба груза *равны между собою* и приложены въ равныхъ разстояніяхъ l отъ опоръ (фиг. 58), то реакціи опоръ будутъ имѣть величины:

$$N_1 = N_2 = P.$$

Изгибающій моментъ для опоръ равенъ нулю; отсюда онъ возрастаетъ равномерно до точекъ приложенія C_1 и C_2 грузовъ, принимая здѣсь величину:

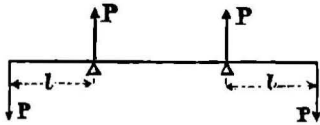
$$M_r = Pl.$$

Между сѣченіями C_1 и C_2 изгибающій моментъ остается постояннымъ. Такъ, для какого-либо сѣченія D , находящагося на разстояніи x отъ опоры A , онъ будетъ имѣть величину:

$$M_r = Px - P(x - l) = Pl,$$

которая представитъ въ то же время наибольшую величину изгибающаго балку момента. Поэтому часть бруска $C_1 C_2$ изогнута по дугѣ круга, а размѣры бруска опредѣляются по формулѣ:

$$W = \frac{Pl}{T}.$$

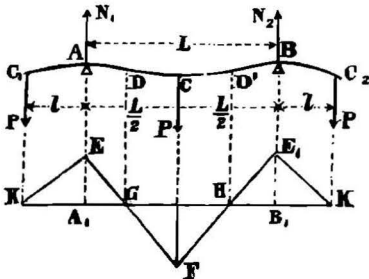


Фиг. 59.

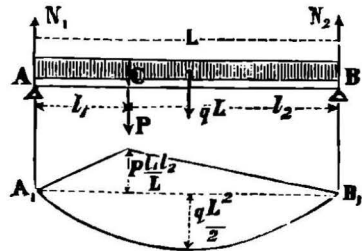
3) Фиг. 59 представляетъ случай расположенія грузовъ, аналогичный предыдущему: грузы P приложены въ равныхъ разстояніяхъ l отъ опоръ — къ внѣшнимъ концамъ балки. Для сѣченій, расположенныхъ между опорами, изгибающій моментъ сохраняетъ постоянную величину, равную Pl .

4) Если кромѣ грузовъ P на балку дѣйствуетъ третій имъ равный грузъ P (фиг. 60), приложенный въ серединѣ C между опорами A и B , то реакціи будутъ имѣть величины:

$$N_1 = N_2 = 1,5P.$$



Фиг. 60.



Фиг. 61.

Изгибающій моментъ для середины C балки будетъ:

$$M_r = N_1 \frac{L}{2} - P \left(1 + \frac{L}{2} \right) = \frac{PL}{4} - Pl,$$

а для опоръ:

$$M_r = Pl.$$

НБ
УДУНТ
(ИПЪТ)

Моментъ M_r сообщаетъ балкѣ изгибъ, противоположный изгибу, производимому моментомъ M'_r . Въ то время, какъ верхнія волокна балки надъ опорами растянуты, въ точкѣ C они сжаты. Поэтому между опорами A и B должны быть двѣ такія точки D и D' (точки перегиба, § 51), въ которыхъ кривая изгиба переходитъ изъ выпуклой въ вогнутую, и гдѣ, слѣдовательно, нѣтъ вовсе изгиба, а потому и изгибающій моментъ равенъ нулю. Этимъ точкамъ въ многоугольникѣ силъ соотвѣтствуютъ точки G и H пересѣченія прямыхъ EF и E_1F съ линіею A_1B_1 .

IV. Случай дѣйствія сосредоточеннаго и равномерно распределеннаго груза. Въ этомъ случаѣ изгибающій моментъ для какого-либо сѣченія слагается изъ двухъ частей: момента сосредоточеннаго груза P (фиг. 61) и момента равномерно распределеннаго груза Q .

Если сосредоточенный грузъ P приложенъ въ серединѣ балки, то наибольшій изгибающій моментъ будетъ равенъ (формулы 55 и 56).

$$M_r = \frac{PL}{4} + \frac{QL}{8} \quad (61)$$

Если грузъ P приложенъ не въ серединѣ балки, то наибольшій изгибающій моментъ можетъ быть опредѣленъ по діаграммѣ моментовъ.

§ 55. Балка закрѣплена однимъ или двумя концами. Наблюденіе показываетъ, что, *если балка наглухо задрѣлана однимъ или обоими концами, она можетъ безопасно выдержать значительно болѣе грузъ, нежели въ томъ случаѣ, когда она свободно лежитъ на опорахъ* (при одинаковыхъ прочихъ условіяхъ). Разсматриваемые ниже случаи закрѣпленія относятся къ разряду *статически неопредѣлимыхъ*, такъ какъ законовъ одной статики недостаточно для того, чтобы опредѣлить реакціи опоръ и напряженія въ сѣченіяхъ. Это и понятно, такъ какъ при самой задрѣлкѣ, напр., обоихъ концовъ балки, можно вызвать въ ней напряженія. Повышеніе или пониженіе температуры и связанное съ нимъ удлиненіе или укороченіе, также можетъ вызвать особыя напряженія въ балкѣ, если она наглухо задрѣлана. Если же балка задрѣлана съ малѣйшей свободой, то правильнѣе считать ее свободно лежащей на опорѣ. Такъ напр., балка, задрѣланная въ кирпичную кладку, рассчитывается, какъ свободно лежащая на опорахъ.

1а) *Если балка закрѣплена однимъ концомъ, а другимъ лежитъ свободно на опорѣ* (фиг. 62), и подвержена дѣйствию сосредоточеннаго груза P , приложеннаго въ ея серединѣ C , то опасное сѣченіе будетъ въ закрѣпленномъ концѣ A .

Реакція опоры B равна:

$$N_1 = \frac{5}{16} P.$$

Наибольшій изгибающій моментъ для сѣченія A :

$$M_{max} = \frac{3}{16} PL.$$

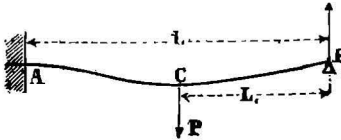
1б) *Балка подвержена дѣйствию равномерно-распределеннаго груза* (фиг. 63). Опасное сѣченіе въ A . Реакція опоры B :

$$N_1 = \frac{3}{8} Q.$$

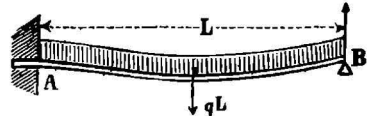
НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

Наибольший изгибающий момент для сечения A :

$$M_{max} = \frac{QL}{8}$$



Фиг. 62.



Фиг. 63.

Па) Если балка закреплена обоими концами (фиг. 64) и подвержена действию сосредоточенного груза P , приложенного в ее середине C , то равноопными сечениями будут A , B и C .

Реакции будут:

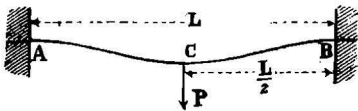
$$N_1 = N_2 = \frac{P}{2}$$

Наибольший момент для сечений A , B и C :

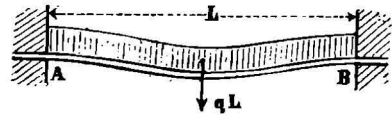
$$M_{max} = \frac{PL}{8}$$

Пб) Балка подвержена действию равномерно распределенного груза Q (фиг. 65). Опасны сечения A и B . Реакции

$$N_1 = N_2 = \frac{Q}{2}$$



Фиг. 64.



Фиг. 65.

Наибольший момент

$$M_{max} = \frac{QL}{12}$$

§ 56. Влияние на прочность балок способа приложения груза и укрѣпления концовъ. Сравнимъ между собою подъемную силу балки, т. е. способность ее выдерживать безопасно грузъ въ слѣдующихъ 4-хъ случаяхъ: 1) балка закреплена однимъ концомъ; грузъ приложенъ къ свободному концу; 2) та же балка, но нагрузка ее распределена равномерно по ее длине; 3) балка свободно лежитъ на двухъ опорахъ; грузъ сосредоточенъ въ серединѣ и 4) та же балка, но грузъ равномерно распределенъ по ее длине.

Всѣ четыре балки сдѣланы изъ одного и того же матеріала, имѣютъ одинаковую длину и одинаковые поперечные размѣры; слѣд. моменты сопротивления W всѣхъ этихъ балокъ одинаковы. Грузъ, который эти балки способны выдержать безопасно, опредѣлится по формуламъ (44), (47), (56), и (59). Онъ будетъ:

Для 1-го случая: $P = \frac{WT}{L}$

Для 3-го случая: $P = 4 \frac{WT}{L}$

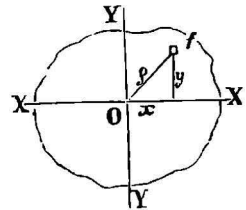
2-го $P = 2 \frac{WT}{L}$

4-го $P = 8 \frac{WT}{L}$

Отсюда видно, что при всѣхъ прочихъ одинаковыхъ условіяхъ балка, свободно лежащая на опорахъ, можетъ выдержать *вчетверо* большій грузъ, нежели балка, укрѣпленная однимъ концомъ, и что равномерное распределение нагрузки увеличиваетъ *вдвое* подъемную силу балки. Изъ тѣхъ же формулъ видно, что *подъемная сила балки обратно пропорціональна ея длинѣ*.

§ 57. **Экваторіальный и полярный моменты инерціи.** Экваторіальнымъ моментомъ инерціи площади сѣченія относительно какой-либо оси, лежащей въ плоскости этого сѣченія, называется, какъ извѣстно ¹⁾, выраженіе (§ 51) вида: $I = \Sigma f y^2$, т. е. сумма произведеній изъ всѣхъ элементовъ площади сѣченія на квадраты ихъ разстояній отъ оси. Величина его зависитъ отъ *формы, величины и положенія* поперечнаго сѣченія.

Пусть O (фиг. 66) будетъ центръ тяжести сѣченія и OX , OY двѣ взаимноперпендикулярныя координатныя оси. Возьмемъ въ плоскости сѣченія элементарную площадку f , координаты которой обозначимъ черезъ x и y , а разстояніе отъ центра тяжести O черезъ ρ . Тогда моменты инерціи сѣченія относительно осей OX и OY будутъ: $I_x = \Sigma f y^2$ и $I_y = \Sigma f x^2$. Они носятъ названіе *экваторіальныхъ моментовъ инерціи*.



Фиг. 66.

Выраженіе вида $\Sigma f \rho^2$, представляющее сумму произведеній элементовъ площади сѣченія на квадраты ихъ разстояній отъ центра тяжести, наз. *полярнымъ моментомъ инерціи сѣченія*. Обозначивъ его черезъ I_p , будемъ имѣть:

$$I_p = \Sigma f \rho^2 = \Sigma f (x^2 + y^2) = \Sigma f x^2 + \Sigma f y^2,$$

или

$$I_p = I_x + I_y \quad (62)$$

т. е. *полярный моментъ инерціи равенъ суммѣ экваторіальныхъ моментовъ инерціи*.

Такъ какъ для сѣченій, симметричныхъ относительно центра тяжести, каковы кругъ, квадратъ, правильные 6-ти, 8-ми-угольники и т. п., $I_x = I_y$, то

$$I_p = 2I \quad (63)$$

т. е. *полярный моментъ инерціи равенъ удвоенному экваторіальному моменту инерціи*.

§ 58. Если извѣстенъ моментъ инерціи I_0 площади MP (фиг. 67) относительно линіи NN , проходящей черезъ центръ тяжести, то моментъ инерціи I_x относительно другой оси XX , параллельной NN , опредѣлится слѣдующимъ образомъ.

¹⁾ Въ механикѣ (см. *С. Гуржеевъ*, Основы общей механики, § 180) мы имѣли дѣло съ моментами инерціи тѣлъ, т. е. съ выраженіями: $I = \Sigma m r^2$, гдѣ m масса отдѣльной частицы, и тамъ терминъ *моментъ инерціи* имѣлъ свой смыслъ. Здѣсь же мы имѣемъ дѣло съ моментами инерціи геометрическихъ фигуръ, ни объ какой инертности ихъ и рѣчи быть не можетъ, поэтому иногда употребляютъ терминъ—*квадратичный моментъ сѣченія*.

Пусть $mn = f$ будетъ элементъ площади сѣченія и $x_0 + a$ разстояніе его до оси XX . Тогда моментъ инерціи

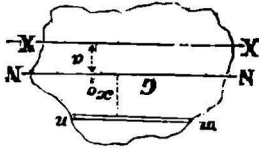
$$I_x = \Sigma f (x_0 + a)^2 = \Sigma f x_0^2 + 2a \Sigma f x_0 + a^2 \Sigma f.$$

Въ этомъ выраженіи $\Sigma f = F$ представляетъ всю площадь MP , $\Sigma f x_0$ есть моментъ площади F относительно оси NN , проходящей черезъ ц. тяжести, и слѣдовательно, равенъ нулю. Такимъ образомъ получимъ:

$$I = \Sigma f x_0^2 + F a^2,$$

гдѣ $\Sigma f x_0^2 = I_0$ есть экваторіальный моментъ инерціи площади MP . Поэтому:

$$I = I_0 + F a^2 \quad (64)$$



Фиг. 67.

т. е. моментъ инерціи сѣченія относительно какой-либо оси равенъ экваторіальному моменту инерціи относительно оси, параллельной данной и проходящей черезъ центръ тяжести, плюсъ произведеніе площади сѣченія на квадратъ разстоянія между осями.

§ 59. Моменты инерціи простыхъ фигуръ.

1. Прямоугольникъ (фиг. 68). Раздѣлимъ площадь прямоугольника $ABCD$ на элементарныя площадки $mn = f$ линиями, параллельными основанію. Моментъ инерціи прямоугольника $ABCD$ относительно NN , проходящей черезъ ц. т., будетъ вслѣдствіе симметріи:

$$I = 2fx_1^2 + 2fx_2^2 + 2fx_3^2 + \dots = 2\Sigma fx^2.$$

Соединимъ точки C и E прямою CE , которая раздѣлитъ площадку mn на двѣ части: mK и Kn ; назовемъ часть mK черезъ f_1 . Изъ подобныхъ \triangle -овъ

EmK и EDC имѣемъ: $f_1 : f = x : \frac{h}{2}$, откуда $f = \frac{f_1 h}{2x}$. Подставивъ это значеніе f въ выраженіе для I , получимъ:

$$I = h \Sigma f_1 x.$$

Но $\Sigma f_1 x$ есть моментъ площади треугольника EDC относительно линіи NN :

$$\Sigma f_1 x = \frac{bh}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{bh^2}{12}.$$

Поэтому моментъ инерціи прямоугольника $ABCD$ выразится формулою:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (65)$$

Такъ какъ въ данномъ случаѣ разстояніе наиболѣе удаленнаго волокна $= \frac{h}{2}$, то моментъ сопротивленія выразится формулою:

$$W = \frac{bh^2}{6} \quad (66)$$

Изъ этой формулы видно, что *сопротивленіе бруска*, имѣющаго прямоугольное сѣченіе, *прямо-пропорціонально его ширинѣ и квадрату высоты его сѣченія*. Отсюда понятно, почему балки всегда укладываются такъ, чтобы наибольшій размѣръ сѣченія былъ направленъ вертикально.

Формулы (65) и (66) применимы и для *параллелограмма*, имѣющаго основаніе b и высоту h .

Въ случаѣ *квадрата* со стороною a :

$$I = \frac{a^4}{12}; \quad W = \frac{a^3}{6} \quad (67)$$

Моментъ инерціи прямоугольника $ABCD$ относительно основанія AB выразится слѣдующею формулою (§ 58)

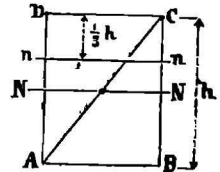
$$I_A = \frac{bh^3}{12} + Fx^2 = \frac{bh^3}{12} + bh \left(\frac{h}{2} \right)^2$$

или

$$I_A = \frac{bh^3}{3} \quad (68)$$

II. Треугольникъ (фиг. 69). Разсматривая прямоугольный треугольникъ ADC , какъ половину прямоугольника $ABCD$, получимъ слѣдующую формулу для момента инерціи его относительно линіи NN' :

$$I_N = \frac{bh^3}{24}$$



Фиг. 69.

Но разстояніе линіи nn' , проходящей черезъ центръ тяжести треугольника, отъ линіи NN' равно $\frac{h}{2} - \frac{h}{3} = \frac{h}{6}$; поэтому экваторіальный моментъ инерціи треугольника будетъ:

$$I = I_N - F \left(\frac{h}{6} \right)^2 = \frac{bh^3}{24} - \frac{bh}{2} \cdot \frac{h^2}{36}$$

или

$$I = \frac{bh^3}{36} \quad (69)$$

Моментъ инерціи треугольника ADC относительно основанія DC будетъ: $I_D = \frac{bh^3}{36} + \frac{bh}{2} \left(\frac{h}{3} \right)^2$, или:

$$I_D = \frac{bh^3}{12}$$

а относительно оси, проходящей черезъ вершину A : $I_A = \frac{bh^3}{36} + \frac{bh}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} h \right)^2$, или:

$$I_A = \frac{bh^3}{4} \quad (70)$$

Треугольникъ даетъ два момента сопротивленія, именно: для $h_1 = \frac{h}{3}$:

$$W_1 = \frac{bh^2}{12},$$

а для $h_2 = \frac{2}{3}h$:

$$W_2 = \frac{bh^2}{24} \quad (71)$$

III. Кругъ (фиг. 70). Кругъ можно разсматривать состоящимъ изъ весьма большого числа весьма малыхъ треугольниковъ, которыхъ вершины находятся въ центрѣ круга, а основанія совпадаютъ съ окружностью. Пусть Ob будетъ одинъ изъ такихъ треугольниковъ. Назовемъ черезъ i_p его полярный моментъ инерціи относительно центра O круга, а черезъ I_p пол. мом. ин. круга. Такъ какъ моментъ инерціи всей фигуры равенъ суммѣ мом. ин. ея частей, то $I_p = \Sigma i_p$. Чтобы опредѣлить i_p , проведемъ прямую NN , перпендикулярную къ высотѣ элементарнаго треугольника Ob , и замѣтимъ, что за высоту этого треугольника можно принять радиусъ r круга, а по малости основанія b можно допустить, что разстоянія элементовъ его площади до центра O равны разстояніямъ ихъ до прямой NN . Какъ слѣдствіе этихъ допущеній вытекаетъ, что пол. мом. инерціи i_p элементарнаго треугольника Ob равенъ экваторіальному м. ин. его i_N относительно прямой NN . Но экваторіальный м. ин. треугольника Ob относительно NN равенъ согласно ур. (70): $i_N = \frac{br^3}{4} = i_p$.

Сумма подобныхъ моментовъ инерціи всѣхъ элементарныхъ треугольниковъ, составляющихъ площадь круга, представитъ полярный моментъ инерціи его I_p ; поэтому $I_p = \Sigma i_p = \frac{r^3}{4} \Sigma b = \frac{r^3}{4} \cdot 2\pi r = \frac{\pi r^4}{2}$. Введя вмѣсто радиуса круга его діаметръ d получимъ:

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = 0,0982 d^4 \quad (72)$$

Но по формулѣ (63) $I_p = 2I$, гдѣ I есть экваторіальный моментъ инерціи, поэтому:

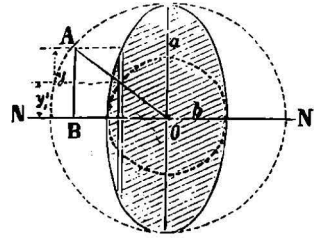
$$I = \frac{\pi d^4}{32} = 0,0491 d^4 \quad (73)$$

Моментъ сопротивленія круга выразится формулою (такъ какъ $h_1 = \frac{d}{2}$)

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = 0,0982 d^3 = \approx 0,1 d^3 \quad (74)$$

Въ концѣ книги въ таблицѣ VII приведены моменты инерціи и площади круглыхъ сѣченій различныхъ діаметровъ.

IV. *Эллипс* (фиг. 71). Опишем из центра O эллипса двѣ окружности радиусами, равными большой и малой полуосямъ a и b , и раздѣлимъ площадь эллипса на элементы линиями, параллельными большой оси. Обозначимъ часть длины элемента mn , принадлежащую кругу радиуса b , черезъ y_1 , а полную длину его черезъ y . Будемъ теперь разсматривать элементарныя площади, на которыя разложенъ эллипсъ, какъ прямоугольнички, имѣющіе ширину δ и высоту y . Моментъ инерціи какого-либо изъ этихъ элементовъ относительно центральной оси NN будетъ: $\frac{\delta y^3}{12}$; а моментъ инерціи всего эллипса $I =$



Фиг. 71.

$= \Sigma \frac{\delta y^3}{12}$. Проведемъ радиусъ OA черезъ точку пересѣченія элементарной полоски съ малою окружностью. Изъ чертежа имѣемъ: $y : y_1 = a : b$, откуда $y = y_1 \frac{a}{b}$; а потому: $I = \frac{a^3}{b^3} \Sigma \frac{\delta y_1^3}{12}$. Но $\Sigma \frac{\delta y_1^3}{12}$ представляетъ экваторіальный моментъ инерціи малаго круга, т. е. $\Sigma \frac{\delta y_1^3}{12} = \frac{\pi b^4}{4}$ (форм. 73); слѣд.:

$$I_b = \frac{\pi a^3 b}{4} \quad W = \frac{\pi a^2 b}{4} \quad (75)$$

гдѣ a и b суть большая и малая полуоси эллипса, а I_b —моментъ инерціи относительно малой оси.

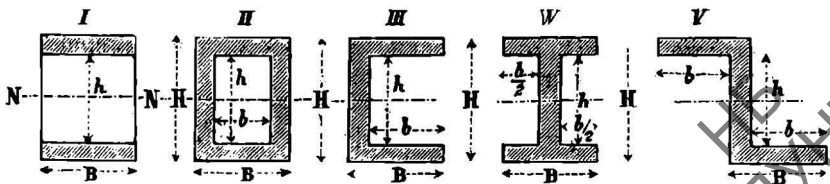
Моментъ инерціи эллипса относительно большой оси a будетъ:

$$I_a = \frac{\pi a b^3}{4}; \quad W = \frac{\pi a b^2}{4} \quad (76)$$

§ 60. Моменты инерціи сложныхъ сѣченій.

I. Площади сѣченій, представленныхъ на фиг. 72, можно разсматривать какъ разности прямоугольничковъ BH и bh , слѣд., моментъ инерціи этихъ сѣченій будетъ равенъ разности моментовъ инерціи этихъ прямоугольничковъ, т. е.

$$I = \frac{BH^3 - bh^3}{12} \quad \text{и} \quad W = \frac{BH^2 - bh^2}{6H} \quad (77)$$

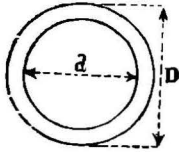


Фиг. 72.

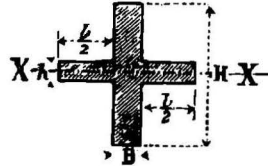
II. *Кольцевое сѣченіе* (фиг. 73) можно разсматривать какъ разность

площадей двух кругов, имеющих диаметры D и d : поэтому экваториальный момент инерции ее будеть:

$$I = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} \quad \text{и} \quad W = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D} \quad (78)$$



Фиг. 73.



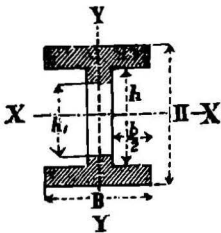
Фиг. 74.

III. Крестообразное сечение (фиг. 74) можно рассматривать, как сумму площадей прямоугольников BH и bh ; поэтому

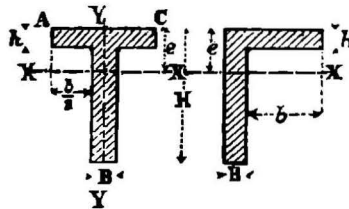
$$I = \frac{BH^3 + bh^3}{12} \quad \text{и} \quad W = \frac{BH^3 + bh^3}{6H} \quad (79)$$

IV. Для двутаврового сечения с вырезом в среднем ребре (фиг. 75) будем иметь:

$$I = \frac{BH^3 - bh^3 - b_1h_1^3}{12} \quad \text{и} \quad W = \frac{BH^3 - bh^3 - b_1h_1^3}{6H} \quad (80)$$



Фиг. 75.



Фиг. 76.

V. Для таврового и углового сечения (фиг. 76) момент инерции относительно стороны AC будеть (§ 56, I):

$$I_A = \frac{BH^3}{3} + \frac{bh^3}{3} \quad (81)$$

Момент же инерции относительно линии XX , проходящей через ц. тяжести сечения, выразится (формула 64).

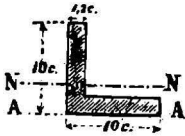
$$I = I_A - Fa^2 = \frac{BH^3}{3} + \frac{bh^3}{3} - Fe^2,$$

где расстояние e между осями AC и XX может быть определено на основании теоремы механики: момент площади относительно какой-либо оси равен алгебраической сумме моментов ее частей относительно той же оси. Взяв за ось моментов линию AC , получим:

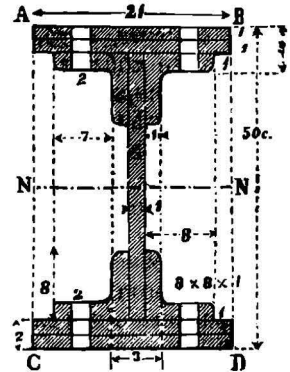
$$Fe = BH \frac{H}{2} + bh \frac{h}{2}, \text{ откуда } e = \frac{BH^2 + bh^2}{2(BH + bh)}$$

Примѣры: 1) Пусть размѣры уголка (фиг. 77) будутъ: $10 \times 10 \times 1,2$ см. Тогда $I_A = \frac{1,2 \cdot 10^3}{3} + \frac{8,8 \cdot 1,2^3}{3} = 405 \text{ см.}^4$; $F = 1,2 \cdot 10 + 8,8 \cdot 1,2 = 22,6 \text{ см.}^2$; $e = \frac{1,2 \cdot 10^2 + 8,8 \cdot 1,2^2}{2 \cdot 22,6} = 2,94 \text{ см.}$ Поэтому $I = I_A - Fe^2 = 405 - 22,6 \cdot 2,94^2 = 209 \text{ см.}^4$.

2) *Двутавровая клепанная балка* (фиг. 78). При опредѣленіи момента инерціи клепанннхъ балокъ должно принять во вниманіе ослабленіе сѣченія вслѣдствіе существованія отверстій для заклепокъ, діаметръ ихъ должно вычестъ изъ общей ширины поясовъ. Вычисленіе момента инерціи производится слѣдующимъ образомъ. Сначала опредѣляютъ моментъ инерціи прямоугольника $ABCD$, а затѣмъ вычитаютъ изъ него моменты инерціи прямоугольниковъ, не входящихъ въ составъ даннаго профиля. Поступая такимъ образомъ, получимъ моментъ инерціи даннаго сѣченія относительно оси NN , проходящей черезъ его ц. т. тяжести:



Фиг. 77.



Фиг. 78.

$$I = \frac{1}{12} \left[(21 - 4) 50^3 - (21 - 17) (50 - 4)^3 - (2 \cdot 7 - 4) (50 - 6)^3 - 2 \cdot 1 (50 - 20)^3 \right] = 69151 \frac{1}{3} \text{ см.}^4; \text{ а моментъ сопротивленія } W = \frac{I}{25} = 2766 \text{ см.}^3$$

Примѣчаніе. При проектированіи желѣзныхъ сооружений часто приходится опредѣлять размѣры поперечнаго сѣченія по данному моменту сопротивленія. Въ виду этого, составлены особыя таблицы, заключающія въ себѣ моменты инерціи и моменты сопротивленія для желѣза различныхъ профилей (углового, тавроваго, двутавроваго, корытообразнаго, круглаго, волнистаго, рельсоваго и др.), устраняющія необходимость кропотливыхъ вычисленій. Подобныя таблицы составлены и изданы въ 1900 г. особой комиссіей при конторѣ желѣзозаводчиковъ въ Петроградѣ. Имѣющееся въ продажѣ русское фасонное желѣзо имѣетъ профили, указанные въ этихъ таблицахъ, носящихъ заглавіе: *Русскій нормальный метрическій сортаментъ фасоннаго желѣза*. Выдержки изъ него приведены въ концѣ книги въ таблицахъ VIII—XI. Рядомъ съ моментами инерціи и сопротивленія въ таблицахъ этихъ помѣщены размѣры сѣченія. По вычисленію моменту сопротивленія отыскивается въ таблицахъ наиболѣе подходящий моментъ и соответствующіе ему размѣры проектируемаго профиля.

§ 61. Выборъ поперечнаго сѣченія. Сѣченіе равнаго сопротивленія. Изъ предыдущаго извѣстно (§ 51), что величины T и h , входящія въ выраженіе (42) и (42a) для изгибающаго момента:

$$M = \frac{I}{h} T,$$

находятся въ слѣдующей взаимной зависимости: если h_1 выражаетъ разстояніе крайнихъ волоконъ на растянутой части бруска отъ нейтраль-

ной оси, то T представляет напряжение растянутых волоконъ и, наоборотъ, если h_2 выражаетъ разстояніе крайнихъ волоконъ на сжатой части бруска, то T_1 выражаетъ напряжение сжатыхъ волоконъ. Легко видѣть, что при соблюденіи условія: $\frac{T}{h_1} = \frac{T_1}{h_2}$, верхнія и нижнія волокна будутъ испытывать одинаковое напряженіе.

Если сопротивленіе матеріала растяженію и сжатію одинаково, т. е. $T = T_1$ (напр. для желѣза и стали), то должно быть такъ же $h_1 = h_2$, слѣд., нейтральная ось должна проходить черезъ середину высоты: *сѣченіе д. б. симметрично относительно этой оси*. Если это условіе не соблюдено (напр. въ тавровыхъ сѣченіяхъ, фиг. 76), то напряженіе верхнихъ волоконъ, какъ болѣе близкихъ къ нейтральной оси, будетъ менѣе, нежели напряженіе болѣе удаленныхъ нижнихъ волоконъ. Такъ какъ это послѣднее равно 750 kg./cm^2 . и размѣры сѣченія рассчитаны на это напряженіе, то при такомъ профилѣ сопротивленіе верхнихъ волоконъ не будетъ вполне использовано, ибо напряженіе ихъ меньше 750 kg./cm^2 . Отсюда слѣдуетъ, что для желѣза и стали болѣе выгодны *сѣченія, симметричныя* относительно нейтральной оси.

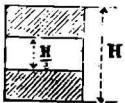
Наоборотъ, для матеріаловъ, для которыхъ безопасныя напряженія при растяженіи и сжатіи неодинаковы, болѣе выгодными представляются несимметричныя сѣченія. Такъ, напр., извѣстно, что для чугуна безопасное напряженіе при растяженіи $T = 300 \text{ kg./cm}^2$, а при сжатіи: $T_1 = 900 \text{ kg./cm}^2$, т. е. *въ три раза болѣе*. Если сѣченіе симметрично и рассчитано на меньшее напряженіе $T = 300 \text{ kg./cm}^2$, то напряженіе сжатыхъ частей будетъ также равно 300 kg./cm^2 , т. е. будетъ использована только $\frac{1}{3}$ сопротивленія чугуна.

Какъ было сказано выше, верхнія и нижнія волокна будутъ испытывать одинаковое напряженіе, если соблюдено условіе: $\frac{T}{h_1} = \frac{T_1}{h_2}$. Такъ какъ для чугуна $T_1 : T = 3$, то должно быть также $h_2 : h_1 = 3$, т. е. поперечное сѣченіе должно имѣть такую форму, чтобы нейтральная ось дѣлила высоту балки въ отношеніи 3 : 1. При этомъ будемъ имѣть:

$$M = \frac{I}{h_1} T = \frac{I}{h_2} T_1.$$

Если поперечное сѣченіе уклоняется отъ этой наивыгоднѣйшей формы, то при расчетѣ слѣдуетъ брать меньшую изъ этихъ величинъ.

Очень выгодными оказываются сѣченія съ прорѣзами внутри. Дѣйствительно, прочность такихъ частей зависитъ главнымъ образомъ отъ



Фиг. 79.

сопротивленія волоконъ, наиболѣе удаленныхъ отъ нейтральной оси. Поэтому, если въ нѣкоторыхъ мѣстахъ будутъ удалены части, лежащія близъ нейтральной оси, сопротивленіе тѣла почти не измѣнится между тѣмъ какъ вѣсъ его значительно уменьшится. Такъ, напр., если въ прямоугольномъ сѣченіи балки (фиг. 79) вырѣзать въ нѣкоторыхъ мѣстахъ часть, высота которой равна $\frac{H}{3}$

то вѣсъ балки уменьшится на 30%, а моментъ сопротивленія W почти не измѣнится. Въ самомъ дѣлѣ, моментъ сопротивленія сѣченія съ вырѣзомъ будетъ:

$$W = \frac{HB^3 - B(\frac{1}{3}H)^3}{6H} = \frac{BH^2}{6} \left(1 - \frac{1}{27} \right),$$

т. е. меньше момента сопротивления сплошного сечения только на 4%. На этом основании очень распространены в сооружениях чугунные трубчатые балки, железные двутавровые и трубчатые балки, склепанные из листов и полос, а также раскосные фермы. На том же принципе основано применение волнистого железа для крыш и потолков.

§ 62. Тѣла равнаго сопротивленія изгибу. Для опаснаго сѣченія изгибающій моментъ выражается формулою (§ 51):

$$M_{max} = \frac{I}{h} T.$$

Для всѣхъ остальныхъ сѣченій изгибающій моментъ будетъ меньше, поэтому они могутъ имѣть меньшіе размѣры, нежели опасное сѣченіе. Если размѣры каждаго сѣченія тѣла въ точности соответствуютъ изгибающему моменту, то напряженіе во всѣхъ сѣченіяхъ будетъ одинаково. Такія тѣла наз. *тѣлами равнаго сопротивленія изгибу*. Въ большинствѣ случаевъ изъ практическихъ соображеній (условія обработки—вальповка, дешевизна матеріала и т. п.) изгибаемымъ частямъ придаютъ одинаковые поперечные размѣры по всей длинѣ; но нерѣдко форма тѣлъ равнаго сопротивленія примѣняется въ машиностроеніи въ видахъ сбереженія матеріала.

Разсмотримъ наиболѣе часто встрѣчающіеся случаи.

1. *Брусокъ закрѣпленъ однимъ концомъ и подверженъ на другомъ дѣйствию сосредоточеннаго груза P*. Для закрѣпленнаго сѣченія имѣемъ: $M_{max} = PL = \frac{bh^2}{6} T$,

а для сѣченія, взятаго на разстояніи x отъ свободнаго конца: $Px = \frac{zy^2}{6} T$. Изъ этихъ двухъ равенствъ находимъ: $zy^2 : bh^2 = x : L$. Обыкновенно изъ = двухъ размѣровъ b и h уменьшаютъ одинъ, оставляя другой постояннымъ.

Предположимъ, что ширина b бруска остается постоянною. Тогда, положивъ $z = b$, получимъ: $y^2 : h^2 = x : L$, откуда:

$$y^2 = \frac{h^2}{L} x. \quad \dots \quad \dots \quad \text{(ур. параболы).}$$

Послѣднее уравненіе показываетъ, что брусокъ долженъ быть ограниченъ или полною параболою съ наибольшею ординатою $\frac{h}{2}$, или же половиною параболы съ наибольшею ординатою h (фиг. 80).

Если высота h бруска остается постоянною, а имѣняется ширина его, то, положивъ $y = h$, получимъ: $z = b = x : L$, откуда

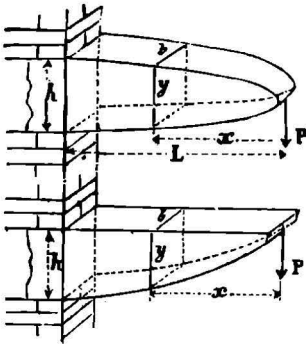
$$z = \frac{b}{L} x. \quad \dots \quad \dots \quad \text{(ур. прямой),}$$

т. е. брусокъ долженъ быть ограниченъ съ боковъ плоскими гранями, сходящимися къ свободному концу (фиг. 81).

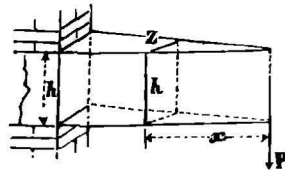
Если брусокъ имѣетъ *круглое сѣченіе* (фиг. 82), то, обозначивъ буквами d и y діаметры закрѣпленнаго сѣченія и сѣченія, взятаго на разстояніи x отъ свободнаго конца, получимъ: $\frac{\pi y^3}{32} : \frac{\pi d^3}{32} = Px : PL$, откуда:

$$y^3 = \frac{d^3}{L} x \quad \dots \quad \dots \quad \text{(ур. куб. параболы).}$$

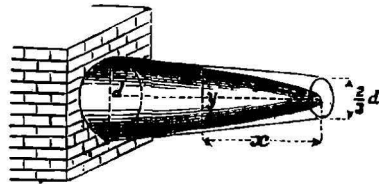
На практикѣ обыкновенно замѣняютъ точную форму тѣла равнаго сопротивленія (фиг. 80) приближенною, которая получается слѣдующимъ образомъ. Черезъ свободный конецъ бруска проводятъ вертикаль и откладываютъ $\frac{h}{4}$ (фиг. 83) для полной параболы и $\frac{h}{2}$ для половины ея. Концы этихъ вертикалей соединяютъ съ концами наибольшей ординаты h . Такимъ способомъ получится усѣченное клинообразное тѣло, замѣняющее параболическое.



Фиг. 80.

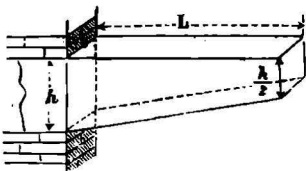
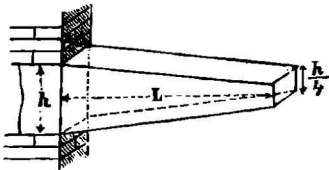


Фиг. 81.



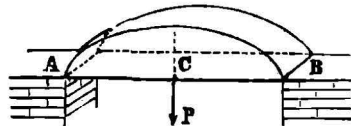
Фиг. 82.

Что касается формы тѣлъ равнаго сопротивленія изгибу съ круглымъ сѣченіемъ (фиг. 82), то она замѣняется (въ осяхъ и валахъ) цилиндро-конической формою, производящая которой касательны къ параболѣ (зад. 80).



Фиг. 83.

II. Брусокъ опирается свободно концами на опоры и подверженъ въ серединѣ дѣйствию сосредоточеннаго груза P . Каждую половину AC и BC бруска (фиг. 84) можно разсматривать какъ отдѣльный брусокъ, закрѣпленный концомъ C и подверженный на другомъ изгибающему дѣйствию реакцій N_1 и N_2 . Поэтому каждая половина должна получить при постоянной ширинѣ b , параболическую форму, а



Фиг. 84.

при постоянной высотѣ форму двухъ клиновъ (фиг. 81).

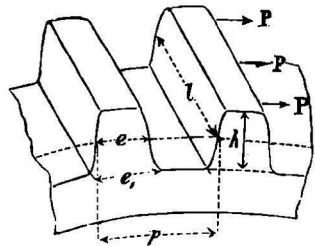
§ 63. Средство для уменьшенія изгиба. Изъ сказаннаго въ предыдущихъ §§ видно, что изгибъ представляетъ вообще менѣе выгодное средство для уравновѣшиванія вѣшнихъ силъ, нежели растяжение и сжатіе. Въ самомъ дѣлѣ, при изгибѣ, какъ извѣстно часть матеріала, расположенная вблизи нейтральнаго слоя, принимаетъ слабое участіе въ сопротивленіи, между тѣмъ

как при растяженія и сжатія всё волокна—весь матеріалъ—одинаково участвуютъ въ работѣ сопротивленія.

На этомъ основаніи въ практикѣ стараются замѣнить, гдѣ возможно, изгибъ растяженіемъ или сжатіемъ, вводя въ конструкцію новыя части, работающія лишь растяженіемъ или сжатіемъ, вслѣдствіе чего уменьшается изгибъ. Съ этою цѣлью примѣняются *канаты* для укрѣпленія мачтъ, желѣзныхъ фабричныхъ трубъ; *тяги* и *струны* для укрѣпленія стѣнокъ резервуаровъ, баковъ и паровыхъ котловъ; *подкосы* и *бабки* для стропильныхъ подпружныхъ балокъ, *затяжки* въ стропилахъ и колѣчатыхъ коромыслахъ и т. п. Прогибъ, проявляющійся при дѣйствіи внѣшнихъ силъ, вызываетъ растяженіе или сжатіе упомянутыхъ подкосовъ, бабокъ, тягъ и струнъ, въ которыхъ развивается значительное сопротивленіе, уравновѣшивающее отчасти внѣшнія силы. Полное уничтоженіе изгиба достигается въ системахъ брусковъ, соединенныхъ между собою при помощи шарнировъ и образующихъ такъ наз. ферму.

Приложенія.

§ 64. Расчетъ зубцовъ. Предположимъ, что только одна пара зубцовъ находится постоянно въ зацѣпленіи, и что давленіе P (фиг. 85) въ зубцахъ направлено нормально къ среднему сѣченію зуба и приложено къ его концу. Пусть h , l и e_1 будутъ высота, длина и толщина зуба у его корня. Разсматривая зубецъ какъ брусокъ, укрѣпленный однимъ концомъ къ ободу колеса и подверженный на другомъ изгибающему дѣйствію силы P , получимъ ур. прочности (§ 42): $Ph = \frac{le_1^2}{6} T$.



Фиг. 85.

Обыкновенно всё размѣры зуба выражаютъ въ частяхъ шага зацѣпленія p , а именно: $h = 0,7 p$; $e = \frac{19}{40} p$ (гдѣ e есть толщина зуба по начальной окружности) и (приблизительно) $e_1 = 0,5 p$. Принявъ $l = \alpha p$, гдѣ $\alpha = 3,5$ до 5 для колесъ, имѣющихъ быстрый ходъ и передающихъ большую работу (напр. въ станкахъ, прядильныхъ машинахъ, мельничныхъ поставкахъ...) и $\alpha = 2$ до 2,5 для машинъ, приводимыхъ въ движеніе руками рабочихъ (напр. лебедки подъемныхъ машинъ) и $\alpha = 3$ для обыкновенныхъ передаточныхъ колесъ. Внеся эти значенія въ предыдущія ур., найдемъ:

$$0,7 Pp = \frac{\alpha p (0,5 p)^2}{6} T,$$

откуда:

$$p = 4,1 \sqrt{\frac{P}{\alpha T}} \text{ см.} \quad (82)$$

Чаще всего бываетъ извѣстна полезная (эффеkтивная) работа N п. л., передаваемая колесомъ, радіусъ R колеса въ см. и число оборотовъ его n въ мин. Но $7500 N = Pv$ klg. см., гдѣ v скорость на начальной окружности колеса $v = \frac{\pi Rn}{30}$ см., слѣд. $P = \frac{7500 \cdot N \cdot 30}{\pi Rn}$. Внеся это выраженіе для P въ формулу (82), получимъ:

$$p = 1097,6 \sqrt{\frac{N}{\alpha T R n}} \text{ см.} \quad (83)$$

уменьшения же потери работы на трение цапфа должна быть возможно тоньше.

Цапфы и шейки подвергаются или только *изгибу*, или же одновременно *изгибу* и *кручению*. Въ послѣднемъ случаѣ ихъ должно рассчитывать по формуламъ сложнаго сопротивленія (гл. VII).

Если цапфа (или шейка) подвергается только изгибу, то ее можно разсматривать какъ брусокъ, укрѣпленный однимъ концомъ и подверженный дѣйствию равномерно распределеннаго груза. Пусть P будетъ реакція опоры, изгибающая цапфу, d —діаметръ цапфы и l —длина ея. Тогда по формуламъ (47) и (74) имѣемъ:

$$\frac{\pi d^3}{32} T = \frac{Pl}{2}, \text{ или } 0,1d^3 T = P \frac{l}{2}, \text{ откуда:}$$

$$d = 2,236 \sqrt{\frac{P \cdot l}{T \cdot d}} \quad (87)$$

Допущеніе, что давленіе P равномерно распределено по всей длинѣ цапфы (или шейки), приводитъ къ равенству:

$$P = T_1 l d. \quad (88)$$

гдѣ T_1 есть допускаемое давленіе на ед. пов. цапфы. Изъ ур. (87) и (88) находимъ:

$$\frac{l}{d} = \sqrt{0,2 \frac{T}{T_1}} \quad (89)$$

Въ видахъ уменьшенія изнашивания и нагрѣванія цапфъ отношеніе $\frac{l}{d}$ длины цапфы къ ея діаметру выбирается такимъ образомъ, чтобы давленіе $P : ld = T_1$, на ед. поверхности цапфы не превосходило слѣдующихъ предѣльныхъ величинъ, найденныхъ изъ опыта проф. *К. Бахомъ* при нормальныхъ условіяхъ и хорошей смазкѣ:

Для закаленной литой стали, скользящей по закаленной же стали.	$T_1 = 150$ кгр./см. ²
» закаленной стали по бронзѣ	80 » »
» незакаленной	50 » »
» желѣза по бронзѣ	40 » »
» » » чугуна	25 » »
» » » бакауту съ притокомъ воды	25 » »

Для цапфъ, *необладающихъ непрерывнымъ вращеніемъ*, вышеприведенныя значенія могутъ быть нѣсколько увеличены. Для стальныхъ цапфъ *кривошиповъ* и *крейцкопфовъ* вслѣдствіе переменнѣй величины давленія допускаютъ T_1 отъ 60 до 80 кгр./см.², а въ паровыхъ даже до 125 кгр./см.²

Что касается допускаемыхъ безопасныхъ напряженій T , то вслѣдствіе измѣняемости напряженія матеріала, обусловливаемой вращеніемъ цапфъ, должно вводить въ расчетъ лишь $\frac{1}{3}$ допускаемыхъ напряженій при постоянной нагрузкѣ. Обыкновенно принимаютъ: для желѣза

$T = 300$ кгр./см.²; для стали $T = 500$ кгр./см.²; и для чугуна $T = 150$ кгр./см.².

При числѣ оборотовъ $n < 150$ и при $T_1 = 25$, т. е., въ случаѣ вкладышей изъ бронзы, бакаута, бѣлаго металла ¹⁾ получимъ слѣдующія расчетныя формулы:

I. Для желѣзныхъ цапфъ:

$$\frac{l}{d} = 1,5; d = 0,158 \sqrt{P} \text{ см.} \quad (90)$$

II. Для чугунныхъ цапфъ:

$$\frac{l}{d} = \frac{1}{3}; d = 0,258 \sqrt{P} \text{ см.} \quad (91)$$

III. Для стальныхъ цапфъ:

$$\frac{l}{d} = 1,75; d = 0,112 \sqrt{P} \text{ см.} \quad (92)$$

Въ случаѣ желѣзныхъ цапфъ, вращающихся въ чугунныхъ вкладышахъ, принимаютъ при $n < 150$,

$$\frac{l}{d} = 1,75; d = 0,17 \sqrt{P} \text{ см.} \quad (93)$$

Если чугунная цапфа *пустотѣлая*, съ внутреннимъ діаметромъ d и наружнымъ D , то, обозначивъ черезъ d_0 діаметръ одинаково нагруженной *сплошной* цапфы, будемъ имѣть, при условіи одинаковой прочности: $\frac{\pi d_0^3}{32} = \frac{\pi(D^3 - d^3)}{32 D}$, откуда:

$$D = \frac{d_0}{\sqrt[3]{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}} \quad (94)$$

Изъ послѣдней формулы получается слѣдующая таблица:

При $\frac{d}{D} = 0,8; 0,75; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2$.

$\frac{D}{d_0} = 1,19; 1,13; 1,10; 1,05; 1,02; 1,01; 1,003; 1,0004$.

IV. Для цапфъ, дѣлающихъ небольшое число оборотовъ, отношеніе $\frac{l}{d}$ берется значительно менѣ вышеприведенныхъ величинъ и доходитъ до 1; а для цапфъ, назначенныхъ лишь для поворачиванія (краны), допускается даже $\frac{l}{d} = \frac{1}{3}$, причемъ безопасное напряженіе T принимается для желѣза равнымъ до 600 кгр./см.², а для чугуна до 250 кгр./см.².

¹⁾ Ваббитъ—сплавъ мѣди, олова, свинца и сурьмы съ преобладаніемъ олова и свинца.

V. Для цапф, кривошипов и рычаговъ, вращающихся въ бронзовыхъ вкладышахъ, принимаютъ иногда:

а) Для желѣзныхъ цапфъ:

$$\frac{l}{d} = 1,25; \quad d = 0,158 \sqrt{P} \quad (95)$$

б) Для стальныхъ цапфъ:

$$\frac{l}{d} = 1,4; \quad d = 0,11 \sqrt{P} \quad (96)$$

Шаровыя цапфы (фиг. 87) получаютъ диаметръ въ 1,5 раза большій диаметра цилиндрической цапфы, подверженной одинаковому давленію.

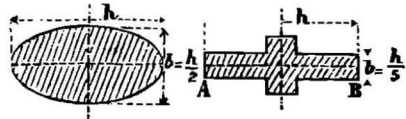
VI. Въ видахъ устраненія нагрѣванія цапфъ и шеекъ вычисленную по предыдущимъ форм. длину ихъ слѣдуетъ провѣрить по условію, чтобы работа тренія T_f въ сек. на кв. см. поверхности не превосходила (по Баху) 0,5 кгр. м., для цапфъ и шеекъ, и 1,15 кгр. м. для цапфъ кривошиповъ. Обозначивъ черезъ P давленіе на шейку или цапфу, черезъ $f = 0,05$ коэффициентъ тренія и черезъ l , d и n —длину, диаметръ и число оборотовъ въ минуту, получимъ для работы тренія на ед. поверхности цапфы выраженіе: $T_f = f \frac{P}{ld} v$ кгр. м. или $100 T_f = 0,05 \cdot \frac{P}{ld} \cdot \frac{\pi dn}{60}$ кгр. см. откуда:

$$l = \frac{P \pi n}{120000 T_f} \text{ см.} \quad (97)$$

Если эта формула дастъ для l большую величину, чѣмъ найденная изъ ур. (88) и (89), то на ней и слѣдуетъ остановиться. При этомъ предполагается, что подшипникъ и цапфа охлаждаются только окружающимъ воздухомъ. Искусственное охлажденіе водой подшипника позволяетъ значительно увеличить T_f .

§ 66. Расчетъ ручекъ. Ручки зубчатыхъ колесъ, шкивовъ и проч. могутъ быть разсматриваемы, какъ бруски длиной R (радіусъ колеса), укрѣпленные однимъ концомъ во втулкѣ и подверженные на другомъ дѣйствию передаваемой колесомъ касательной силы P . При расчетѣ принимаютъ, что только $\frac{1}{3}$ всѣхъ ручекъ участвуетъ одновременно и въ равной степени въ передачѣ силы P . Пусть i будетъ число ручекъ и I моментъ инерціи поперечнаго сѣченія ручки плоскостью, перпендикулярною къ ручкѣ и проходящую черезъ ось колеса. Уравненіе прочности будетъ: $PR = \frac{I}{e} T \frac{i}{3}$.

Употребительнѣйшія сѣченія ручекъ суть эллиптическое и крестообразное (фиг. 88).



Фиг. 88.

I. Для эллиптического стѣненія имѣемъ (форм. 75): $W = \frac{\pi b h^2}{64}$

Въ практикѣ машиностроенія принято дѣлать $b = \frac{h}{2}$; поэтому будемъ имѣть: $PR = \frac{\pi h^2}{64} T \frac{i}{3}$, откуда:

$$h = 3,94 \sqrt[3]{\frac{PR}{iT}} \text{ см.} \quad (98)$$

Если дана эффективная работа N п. л., то сила P опредѣлится изъ равенства: $Pv = 7500$ кгр./см., гдѣ скорость на окружности $v = \frac{2\pi Rn}{60}$ см. Изъ этихъ двухъ равенствъ находимъ: $PR = 71620 \frac{N}{n}$. Внеся это значеніе PR въ формулу (98) и принявъ для чугуна $T = 300$ кгр./см.², получимъ:

$$h = 24,43 \sqrt[3]{\frac{N}{in}} \text{ см.} \quad (99)$$

II. При расчетѣ крестообразныхъ ручекъ принимается въ соображеніе только главное ребро AB (лежащее въ плоскости колеса), для котораго $W = \frac{bh^2}{6}$. Обыкновенно дѣлаютъ $b = 0,2h$; поэтому $W = \frac{h^3}{30}$

Уравненіе прочности получить видъ: $PR = \frac{h^3}{30} T \frac{i}{3}$, откуда высота ребра

$$h = 4,48 \sqrt[3]{\frac{PR}{iT}} \text{ см.} \quad (100)$$

Если дано число паровыхъ лошадей передаваемой работы N , то принимая $T = 300$ кгр./см.², получимъ:

$$h = 27,78 \sqrt[3]{\frac{N}{in}} \text{ см.} \quad (101)$$

§ 67. Расчетъ осей. Оси и валы служатъ для передачи вращательнаго движенія при помощи насаженныхъ на нихъ колесъ и шкивовъ; но оси подвержены только изгибу дѣйствию вѣса укрѣпленныхъ на нихъ машинныхъ частей (напр. коромысло) и движущихъ силъ, валы же подвергаются преимущественно крученію (трансмиссионные валы), или же, какъ, напр., коренной валъ паровой машины, водяного колеса и т. п., одновременно изгибу и крученію.

При расчетѣ осей прежде всего опредѣляютъ размѣры цапфъ по формуламъ § 65, для чего находятъ предварительно реакціи опоръ, а затѣмъ уже рассчитываютъ промежуточную часть оси, какъ тѣло равнаго сопротивленія (со своими цапфами).

I. Простая нагруженная ось (фиг. 89). Грузъ P приложенъ между опорами A и B въ разстояніяхъ l_1 и l_2 . Реакціи опоръ будутъ: $N_1 = P \frac{l_2}{L}$ и $N_2 = P \frac{l_1}{L}$, гдѣ $L = AB$ есть длина оси между опорами. По этимъ давленіямъ вычисляютъ діаметры d_1 и d_2 цапфъ, пользуясь

формулами § 65. Если желаютъ построить ось, имѣющую во всѣхъ сѣченіяхъ одно и то же напряженіе (тѣло равнаго сопротивленія), то діаметръ d_x оси въ разстояніи x отъ ближайшей опоры (A) опредѣляется изъ уравненія прочности: $N_1 x = 0,1 d_x^3 T$, откуда $d_x^3 = \frac{N_1 x}{0,1 T}$ для цапфы A ур. прочности имѣетъ видъ (§ 65): $N_1 \frac{l}{2} = 0,1 d_1^3 T$. Изъ послѣднихъ двухъ равенствъ, въ случаѣ, если въ обоихъ сѣченіяхъ приняты одинаковыя напряженія T , находимъ:

$$d_x = 1,26 d_1 \sqrt[3]{\frac{x}{l}} \quad (102)$$

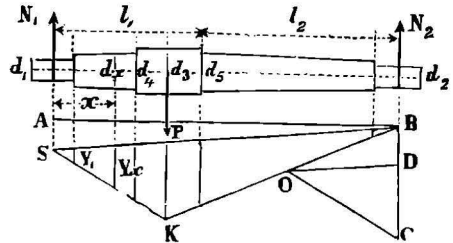
т. е. диаметры различныхъ сѣченій оси пропорціональны корнямъ кубическимъ изъ ихъ разстояній отъ середины цапфы.

Во многихъ случаяхъ *графическій способъ* опредѣленія изгибающихъ моментовъ представляетъ болѣе удобствъ, нежели аналитическій. Проведемъ черезъ конецъ B оси (фиг. 89) линію, параллельную грузу P , и отложимъ на ней въ произвольномъ масштабѣ отрѣзокъ BC , выражающій величину силы P . Выбравъ произвольно полюсъ O , проведемъ линію BK до пересѣченія съ направлениемъ силы P ; соединимъ O съ C и проведемъ KS параллельно OC ; затѣмъ соединимъ S съ B и проведемъ черезъ точку O линію OD до пересѣченія съ прямою BC , параллельно замыкающей сторонѣ BS , такъ наз. *веревочнаго многоугольника* BKS . Отрѣзокъ BD представитъ реакцію N_2 , а отрѣзокъ DC реакцію N_1 въ томъ же масштабѣ, въ какомъ представлена сила P (§ 109). Въ томъ же параграфѣ будетъ доказано, что веревочный многоугольникъ можетъ служить діаграммой моментовъ (въ особомъ масштабѣ), т. е. что ордината y_x треугольника моментовъ BKS , соответствующая сѣченію оси, имѣющему діаметръ d_x , пропорціональна моменту M_x для этого сѣченія оси; точно также ордината y_1 пропорціональна изгибающему моменту для закрѣпленнаго конца цапфы A . Поэтому можемъ написать: $M_x = 0,1 d_x^3 T$ и $M_1 = 0,1 d_1^3 T$. Изъ этихъ двухъ равенствъ находимъ:

$$\frac{d_x}{d} = \sqrt[3]{\frac{M_x}{M_1}} = \sqrt[3]{\frac{y_x}{y_1}} \quad (103)$$

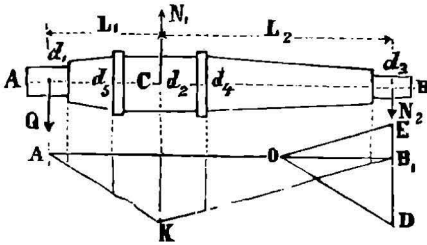
По этой формулѣ можетъ быть опредѣленъ діаметръ оси въ произвольномъ сѣченіи.

II. *Ось съ нагрузкою на конецъ* (фиг. 90). Грузъ Q приложенъ на конецъ оси въ A , а опоры въ C и B . Если обратить вниманіе на направленіе опорныхъ реакцій, то станетъ ясно, что задача похожа на предыдущую. Измѣнились только искомыя да направленія силъ. Построимъ, какъ въ предыдущемъ случаѣ, сначала треугольникъ силъ B_1OD или многоугольникъ моментовъ A_1B_1K , соблюдая условіе, чтобы три вершины

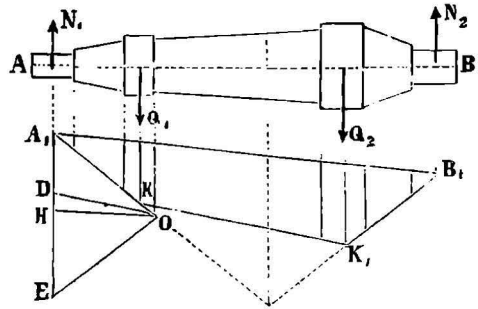


Фиг. 89.

его лежали на направленияхъ силъ Q , N_1 и N_2 . Замыкающей стороной A_1B_1 треугольника моментовъ можно дать произвольное направление, напр., параллельное оси AB . Тогда прямая B_1K будетъ первымъ лучомъ треугольника силъ (для силы $B_1D = Q$) и A_1K — вторымъ лучомъ. Полюсъ O будетъ лежать въ точкѣ пересѣченія замыкающей стороны A_1B_1 съ прямою DO , параллельною второму лучу A_1K . Проведя изъ полюса O линію OE , параллельную B_1K , получимъ реакции: $DE = N_1$ и $B_1E = N_2$. Начерченная діаграмма даетъ изгибающіе моменты для всѣхъ сѣченій оси. Вычисливъ предварительно диаметры цапфъ A и B по формуламъ § 65, можемъ затѣмъ опредѣлить диаметры оси въ различныхъ сѣченіяхъ, пользуясь соотношеніями (102 или 103).



Фиг. 90.



Фиг. 91.

III. *Ось, нагруженная въ нѣсколькихъ точкахъ.* Пусть Q_1 и Q_2 будутъ двѣ силы (фиг. 91), перпендикулярныя къ оси AB и направленныя въ одну сторону. На линіи A_1E отложимъ $A_1D = Q_1$ и $DE = Q_2$. Изъ точки O , взятой за полюсъ, проведемъ лучи OA_1 , OD и OE ; продолжимъ лучъ A_1O до пересѣченія въ K съ направлениемъ силы Q_1 ; затѣмъ проведемъ прямыя KK_1 и K_1B_1 , параллельныя OD и OE . Линія A_1B_1 будетъ замыкающею стороною многоугольника моментовъ. Чтобы найти реакціи опоръ N_1 и N_2 , проведемъ прямую OH , параллельную A_1B_1 ; тогда $EH = N_2$ и $HA_1 = N_1$. Вертикальныя ординаты веревочнаго многоугольника послужатъ для опредѣленія лежащихъ на ихъ продолженіи диаметровъ оси.

§ 68. *Расчетъ длинныхъ клинѣвъ.* Клинѣя значительной длины, каковы, напр., клинѣя головокъ шатуновъ, рассчитываются на изгибъ, рассматривая ихъ какъ бруски, лежащіе свободно на двухъ опорахъ. Опытъ показалъ, что длинные клинѣя, рассчитанные на срѣзываніе, получаютъ съ теченіемъ времени, въ особенности при перемѣнномъ давленіи, замѣтный прогибъ, вредно вліяющій на правильный ходъ машины.

I. *Клинъ безъ подушекъ* (фиг. 92). Предположимъ, что клинъ по всей своей длинѣ имѣетъ одинаковую высоту h . Принимая давленіе P равномерно распределеннымъ по длинѣ l клина, будемъ имѣть: (форм. 58):

$$\frac{Pl}{8} = \frac{bh^2}{6} T, \text{ откуда}$$

$$h = 0,866 \sqrt{\frac{Pl}{Tb}} \quad (104)$$

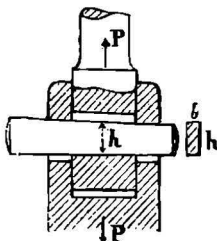
Разсматривая, для большей безопасности, давление P , как переменное (изменяющееся от 0 до $max.$), получимъ при 5-кратной прочности для желѣза $T = \frac{2}{3} \frac{4000}{5} = \infty 520$ кгр./см.² и для стали $T = \infty 800$ кгр./см.².

II. Клинь съ однимъ подклиномъ (фиг. 93). Разсматривая клинь и подкладку, какъ 2 отдѣльные бруска высотой $\frac{h}{2}$, будемъ имѣть:

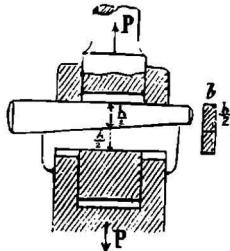
$$\frac{Pl}{8} = \frac{2b \left(\frac{h}{2} \right)^2}{6} T$$

откуда:

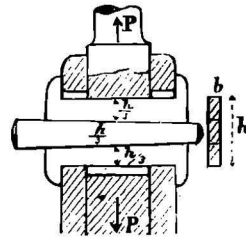
$$h = 1,22 \sqrt{\frac{Pl}{Tb}} \quad (105)$$



Фиг. 92.



Фиг. 93.



Фиг. 94.

III. Клинь съ двумя подушками (фиг. 94). Въ этомъ случаѣ уравненіе прочности будетъ:

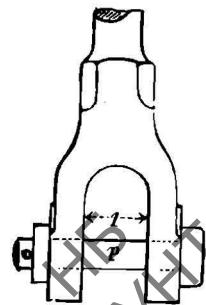
$$\frac{Pl}{8} = \frac{3b \left(\frac{h}{3} \right)^2}{6} T,$$

откуда:

$$h = 1,5 \sqrt{\frac{Pl}{Tb}} \quad (106)$$

§ 69. Шарнирные болты (фиг. 95). На срѣзываніе (двойное) рассчитываются только такіе шарнирные болты, которые при незначительной длинѣ имѣютъ сравнительно большой диаметръ. Во всѣхъ другихъ случаяхъ ихъ должно рассчитывать на изгибъ, разсматривая какъ брусокъ, подпертый на концахъ и равномерно нагруженный по длинѣ l . Уравненіе прочности будетъ: $P \frac{l}{8} = 0,1 d^3 T$, откуда, принявъ $l = \alpha d$, найдемъ:

$$d = 1,118 \sqrt{\frac{Pa}{T}} \quad (107)$$



Фиг. 95.

§ 70. Рессоры. Плоская рессорная пружина (фиг. 96) можетъ быть разсматриваема какъ брусокъ, укрѣпленный однимъ концомъ и нагру-

женный на другомъ силою P . По формулѣ (43) выраженіе для изгибающаго момента будетъ:

$$M_{max} = Pl = WT = \frac{bh^2}{6} T \quad (a)$$

Рессоры изготовляются обыкновенно изъ лучшей стали и обыкновенно закаляются. Для того, чтобы рессора была упругой, податливой, необходимо допускать въ ней большія напряженія. Для хорошей каленой стали берутъ въ среднемъ $T = 3000$ кгр./см.².

Стрѣла прогиба точки приложенія силы выразится формулою (45):

$$f_{max} = \frac{Pl^3}{3El} = \frac{4Pl^3}{Eb^3h^3}$$

Но $T = \frac{M}{W} = \frac{6Pl}{bh^2}$, поэтому:

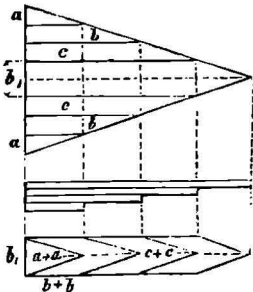
$$f_{max} = \frac{2l^2T}{3Eh} \quad (b)$$

по формуламъ (a) и (b) опредѣляются высота h и ширина b пружины, удовлетворяющія условію, чтобы подъ дѣйствіемъ на ея свободномъ концѣ силы P она прогибалась на данную величину f .

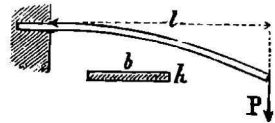
Если пружинѣ дается форма тѣла равнаго сопротивленія, т. е. форма треугольника (§ 62) съ основаніемъ b , то величина послѣдняго, при заданной толщинѣ, опредѣлится по формулѣ (a). Стрѣла прогиба для такой треугольной пружины больше, нежели въ первомъ случаѣ—такая пружина мягче, податливѣй. Для вычисленія ея пользуются формулою:

$$f_{max} = \frac{1}{2} \frac{Pl^3}{El} = \frac{l^2T}{Eh}$$

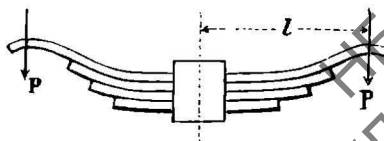
Если ширина b такой треугольной пружины окажется очень велика, то треугольную пружину можно замѣнить другою, обладающею такимъ же прочнымъ сопротивленіемъ. Для этого представимъ себѣ треугольникъ (фиг. 97) раздѣленнымъ на полоски одинаковой ширины b , затѣмъ образуемъ изъ одноименныхъ полосокъ отдѣльныя пластинки, которыя наложимъ одна на другую, какъ показано на фиг. 97 внизу.



Фиг. 97.



Фиг. 96.



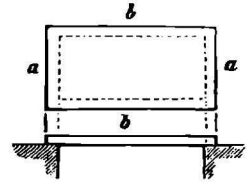
Фиг. 98.

Пусть ширина пластинокъ будетъ b_1 , высота h и число пластинокъ n ;

тогда формула (а) получить видъ: $M = Pl = \frac{nb_1h^2}{6} T$, откуда при заданныхъ b_1 и h опредѣляется число пластинокъ n .

Примѣръ. Стальная рессора (фиг. 98) нагружена на концахъ силою $P = 1500$ к.; $l = 0,6$ м.; $h = 2$ см.; $b_1 = 12$ см.; $T = 3000$ к./см.² (для каленой стали). Опредѣлить число пластинокъ. *Рѣш.* $n = \frac{6 \cdot 1500 \cdot 60}{12 \cdot 3000 \cdot 4} = \infty 4$

§ 71. Расчетъ плоскихъ плитъ. Рассмотримъ сначала прямоугольную плиту, свободно опирающуюся своими краями a и b (фиг. 99) и нагруженную равномерно-распределеннымъ грузомъ p на ед. площади. Плита испытываетъ изгибъ по направлениямъ, перпендикулярнымъ къ aa и bb . Можно себѣ представить, что плита состоитъ изъ двухъ слоевъ, имѣющихъ ту же толщину l , что и плита, выдерживающихъ каждый грузъ $0,5 p$ на ед. площади и опирающихся: первый только ребрами bb , а второй ребрами aa на края отверстія.



Фиг. 99.

Для перваго слоя нагрузка будетъ $0,5 pab$, которая доставитъ моментъ $\frac{1}{2} pab \frac{a}{8}$ (§ 54); а второй слой доставитъ моментъ $\frac{p}{2} ab \frac{b}{8}$. На основаніи ур. $M = WT$ можемъ написать:

$$\frac{p}{2} b \frac{a^2}{8} = \frac{be^2}{6} T \quad \text{и} \quad \frac{p}{2} a \frac{b^2}{8} = \frac{ae^2}{6} T.$$

Оба эти ур. должны удовлетворяться одновременно. Чтобы рѣшить ихъ, сложимъ лѣвыя и правыя части; получимъ: $\frac{p}{16} ab (a + b) = \frac{1}{6} (a + b) e^2 T$, откуда опредѣлится искомая толщина e для *прямоугольной плиты*:

$$e = 0,61 \sqrt{\frac{pab}{T}} \text{ см.} \quad (a)$$

Проф. К. Бахъ на основаніи своихъ опытовъ даетъ слѣдующую формулу: $e = 0,7 \sqrt{\varphi \frac{a^2b^2}{a^2+b^2} \frac{p}{T}}$, гдѣ φ —опытный коэф., зависящій отъ того, крѣплена ли плита ($\varphi = 0,75$) или лежитъ свободно ($\varphi = 1,125$).

Для *круглыхъ* не закрѣпленныхъ плитъ вычисления даютъ слѣдующую формулу:

$$e = 0,55 d \sqrt{\frac{p}{T}} \text{ см.} \quad (b)$$

гдѣ d есть діаметръ плиты.

Для *круглой плиты*, съ закрѣпленными краями, толщина e опредѣляется по формулѣ:

$$e = 0,45 d \sqrt{\frac{p}{T}} \text{ см.} \quad (d)$$

Примѣры. 1. Определить толщину днѣшъ желѣзнаго цилиндрич. парового котла, имѣющаго 0,8 м. діам. и подверженнаго абсолютному давленію пара въ 5 ат., $T=700$ к./см.² *Рѣш.* $e=0,45 \cdot 80 \sqrt{\frac{4}{700}}=2,61$ см.

2. Определить толщину чугунной крышки парового цилиндра діаметромъ 50 см. при $p=5$ ат., если $T=200$ к./см.² *Рѣш.* $e=3,55$ см.

3. Определить толщину дна желѣзнаго цилиндрич. резервуара для воды діам. 5 м. и 6 м. высоту; $T=700$ к./см.² *Рѣшеніе.* Полное давленіе воды на дно $Q=\frac{\pi d^2}{4} 1000 \cdot 6=118750$ к.; но $\frac{\pi d^2}{4}=196250$ см.; слѣд. $p=0,6$ к., поэтому $e=0,6$ см.

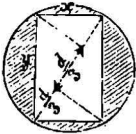
4. Чугунный круглый дискъ діам. $d=0,5$ м. свободно опирается своими краями и выдерживаетъ въ серединѣ давленіе $R=6000$ к. отъ штока, діам. котораго $d_0=0,15$ м. Определить толщину диска e , если $T=300$ кгр./см.² *Рѣш.*

Для этого случая имѣется формула Баха $e=1,2 \sqrt{\left(1-\frac{2}{3} \frac{d_0}{d}\right) \frac{P}{T}}$, изъ которой находимъ $e=4,8$ см.

ЗАДАЧИ.

63. Дубовая балка, укрѣпленная однимъ концомъ, имѣетъ длину 1,4 м. ширину 20 см. и высоту 28 см. Какой грузъ, приложенный къ другому концу можетъ безопасно выдержать эта балка?

64. Изъ бревна даннаго діаметра d (фиг. 100) вытесать такую балку, съ прямоугольнымъ сѣченіемъ, которая обладала бы наибольшимъ сопротивленіемъ изгибу.



Фиг. 100.

65. Какіе размѣры должно дать сосновой балкѣ длиной 1,4 м., укрѣпленной однимъ концомъ и нагруженной на другомъ 600 кгр.? Сѣченіе прямоугольное; отношеніе ширины къ высотѣ равно 5 : 7. Нагрузка постоянная.

66. Балка съ прямоугольнымъ сѣченіемъ шириною 12 см. и высотой 18 см. закрѣплена однимъ концомъ и выдерживаетъ на другомъ грузъ 2400 кгр. Какъ велики напряженія на растянутой и сжатой сторонахъ балки въ разстояніяхъ 0,4 м., 0,8 м. и 1,2 м. отъ точки приложенія груза.

67. Желѣзная вальцованная двутавровая (фиг. 72, IV) балка, длиной 2,4 м., задѣлана однимъ концомъ. Высота сѣченія $H=30$ см.: ширина поясовъ $B=12,5$ см.; толщина средняго ребра равна 1 см., толщина поясовъ равна 1,62 см. Определить, принимая въ расчетъ собственный вѣсъ балки, грузъ, который она можетъ безопасно выдержать; $k=5$.

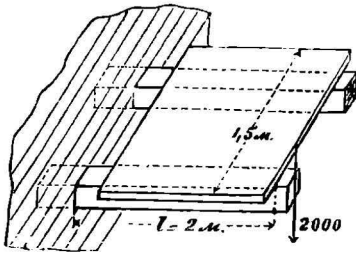
68. Двѣ закрѣпленные однимъ концомъ сосновыя балки (фиг. 101) равномерно нагружены при помощи настила шириною 1,5 м. по 400 к./м.²; сверхъ того каждая изъ нихъ выдерживаетъ сосредоточенный на концѣ грузъ $P=2000$ к. Какіе размѣры должны получить балки, если отношеніе высоты ихъ къ ширинѣ $h : b=2$.

69. На концѣ A желѣзнаго равноплечаго рычага ABC (фиг. 102) дѣйствуетъ сила P , перемѣнная по величинѣ и направленію. Наибольшая величина ея равна 400 кгр. Длина рычага 50 см. Определить прочныя размѣры цапфъ и рычага. Цапфы стальные; $k=5$.

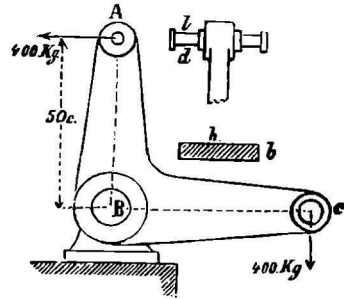
70. Балка AB длиной 2 м. закрѣплена концомъ B и подвержена дѣйствію силъ: $P_1=900$ кгр., направленной вертикально внизъ и приложенной къ концу балки, и $P_2=1400$ кгр., направленной вертикально вверхъ и приложенной въ точкѣ C на разстояніи 0,9 м. отъ свободнаго конца. Определить помощіе опаснаго сѣченія.

71. Определить наибольшее напряженіе на растянутой и сжатой сторонахъ пустотѣлой балки длиной 2 м., задѣланной однимъ концомъ. Сѣченіе балки прямоугольное; наружная ширина ея $=10$ см., высота 18 см., толщина стѣнокъ $s=1,5$ см. Кромѣ равномерно-распределеннаго груза $Q=600$ кгр., балка подвержена еще на концѣ дѣйствію груза $P=900$ кгр.

72. Расчитать поперечное сечение AB (фиг. 103) крана Ферберна, склепанного из желѣзных листов въ видѣ изогнутой четырехугольной трубы. Поднимаемый груз $Q = 6000$ к.; вылет 6 м., высота сѣчѣния $h = 1$ м., безопасное напряжение $T = 500$ к/см²?

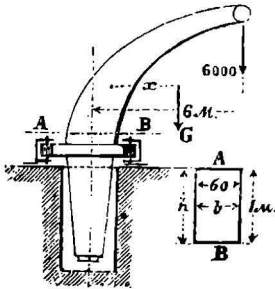


Фиг. 101.

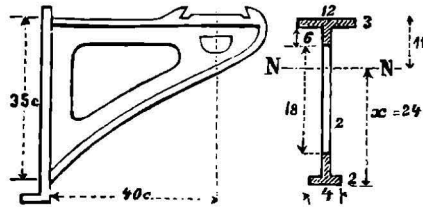


Фиг. 102.

73. Какой груз можетъ выдержать чугунный кронштейнъ стѣнного подшипника (фиг. 104) длиною 40 см. и высотой 35 см., если ширина верхняго пояса равна 12 см., нижняго 4 см.; толщина верхняго пояса 3 см., нижняго 2 см.; толщина средняго ребра 2 см., высота вырѣза въ немъ 18 см.

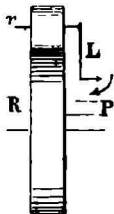


Фиг. 103.

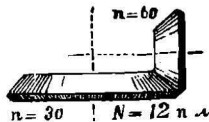


Фиг. 104.

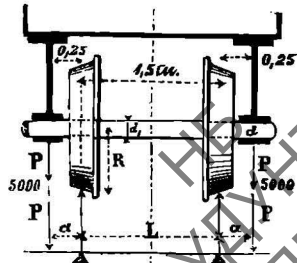
74. Расчитать зубчатое зацѣпленіе (фиг. 105) для подъемной машины. На рукоятку длиною 40 см. дѣйствуютъ 2 рабочихъ съ усилиемъ 15 к. каждый; передаточное число $k = \frac{R}{r} = \frac{m'}{m} = 5$; отношеніе длины зубца къ шагу зацѣпленія $t : p = 2$; число зубцовъ шестерни $m = 16$; $T = 200$ к/см.²?



Фиг. 105.



Фиг. 106.



Фиг. 107.

75. Требуется передать посредством конического зацепления (фиг. 106) $N=12$ п. л. Передаточное число $k=2$; большое колесо дѣлаетъ 30 оборотовъ въ мин. Отношеніе $l : p=3$.

76. Цапфы вагонной оси (фиг. 107) нагружены 5000 к. каждая. Наибольшая скорость вагона равна 57,6 килом. въ часъ; радиусъ колесъ $R=0,6$ м. Определить діаметръ и длину цапфъ.

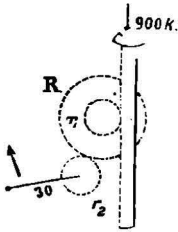
77. Определить шагъ зацепленія p большого колеса коннаго привода, на которомъ работаютъ двѣ лошади съ усиліемъ 45 кг. каждая. Діаметръ колеса $D=1,2$ м.; длина водила 5 м.

78. Эффективная работа паровой машины, равная 100 п. л., должна быть передана при помощи зубчатого зацепленія. Ведущее колесо имѣетъ деревянные зубцы; его радиусъ 0,8 м. Число оборотовъ машины 80 въ мин. Рассчитать деревянные зубцы.

79. Рассчитать винтовой воротъ на 600 кг., приводимый въ движеніе однимъ рабочимъ. Усиліе рабочаго равно 10 кг.; длина рукоятки 40 см.

80. Требуется замѣнить зубчатую передачу отъ кореннаго вала паровой машины къ главному трансмиссионному валу ремennemъ приводомъ. Дано: разстояніе между валами $d=2,1$ м.; число зубцовъ ведущаго колеса $m=120$, ведомаго $m'=55$; длина зубцовъ $l=26$ см. Оба колеса съ чугунными зубцами. Радиусъ ведущаго шкива $R=1,6$ м.

81. Рассчитать зубчатую передачу домкрата съ рейкою (фиг. 108). Наибольшій грузъ, поднимаемый домкратомъ, равенъ 900 кг. Движущая сила 36 кг. дѣйствуетъ на рукоятку длиной 30 см. Коэфф. п. д. домкрата $\mu=0,6$.



Фиг. 108.

82. Определить размѣры желѣзной цапфы, дѣлающей 120 обор. въ мин. и выдерживающей давленіе 1600 кг.

83. Определить размѣры чугунныхъ цапфъ верхненаливного колеса, вѣсящаго вмѣстѣ съ валомъ 18000 кг. и содержащаго въ ковшахъ 4,2 куб. м. воды.

84. Какой діаметръ должна получить стальная шаровая цапфа, выдерживающая давленіе 900 кг? Число оборотовъ $n < 150$.

85. Определить размѣры цапфъ стальной вагонной оси, на которую приходится нагрузка 7400 кг. Діаметръ колесъ $D=0,8$ м.; скорость вагона 15 м. въ сек.

86. Крюкъ полистага, поднимающаго грузъ 1800 кг., укрѣплѣнъ въ желѣзной поперечинѣ, укрѣпленной своими цапфами въ вертлюгѣ. Определить размѣры цапфъ поперечины?

87. Определить размѣры стальной цапфы кривошипа паровой машины, работающей съ упругостью 5 атм. (безъ охлажденія); діаметръ цилиндра $D=0,4$ м.

88. Рассчитать ручки колесъ зад. 77, 78 и 79, предполагая сѣченіе крестообразное и принявъ $T=300$ кг./см². У колесъ зад. 77 и 78 по 6 ручекъ, а у колеса зад. 79 четыре.

89. Желѣзная двутавровая балка, 2 м. длиной, лежитъ свободно на двухъ опорахъ и подвѣрена дѣйствию сосредоточеннаго груза 2400 кг. въ разстояніи 0,6 м. отъ лѣвой опоры. Определить размѣры профиля балки.

90. Желѣзная двутавровая балка, длиной 4,8 м., лежитъ свободно на двухъ опорахъ, нагружена равномерно 6000 кг. Вычислить размѣры балки.

91. Балка АВ длиной 4,6 м. лежитъ свободно на двухъ опорахъ и подвѣрена въ точкахъ C_1 , C_2 , C_3 , и C_4 , отстоящихъ на 1 м., 1,5 м., 2 м. и 2,6 м. отъ лѣвой опоры А, дѣйствию сосредоточенныхъ грузовъ $P_1=2200$ кг., $P_2=1600$ кг., $P_3=1000$ кг. и $P_4=3000$ кг. Определить реакціи опоръ, изгибашіе моменты для точекъ приложенія грузовъ и положеніе опаснаго сѣченія.

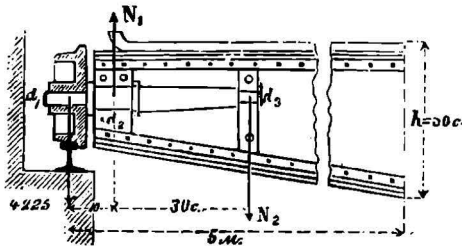
92. Определить размѣры желѣзной оси направляющаго шкива по слѣдующимъ даннымъ: натяженіе концовъ каната равно 2500 кг.; уголъ между вѣтвями равенъ 100°; одна вѣтвь горизонтальна. Собственный вѣсъ блока 300 кг. Длина оси блока равна 78 см.

93. Паровозная машина (фиг. 27) работаетъ при давленіи пара $n=10$ ат.

(за вычетомъ противодавленія). Диаметръ цилиндра $D = 38$ см., длина хода поршня $l = 54$ см.; длина шатуна $L = 1,5$ м.; длина параллелей (т. е. расстоянія между крайними точками укрѣпленія параллелей) $L_1 = 1,1$ м. Длина кривошипа $R = 27$ см. Определить размеры прямоугольнаго поперечнаго сѣченія (ширину b и толщину h) желѣзныхъ параллелей и діам. цапфъ крейцкопфа.

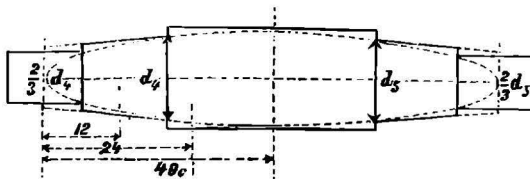
94. Расчитать стальную ось AB , подверженную дѣйствию трехъ силъ: $P_1 = 900$ kg. на расстояніи 1,1 м. отъ середины A лѣвой цапфы; $P_2 = 1400$ kg. на расстояніи 1,4 м. отъ точки приложенія силы P_1 и $P_3 = 1000$ kg. на расстояніи 1 м. отъ середины B правой цапфы. Длина оси (расстояніе между серединами цапфъ) равна 4 м.

95. Расчитать желѣзныя клепаныя балки и колесныя оси мостового крана (фиг. 109) по слѣдующимъ даннымъ: пролетъ крана $L = 10$ м.; наибольшій поднимаемый грузъ $Q = 8000$ kg.; вѣсъ тѣлѣжки съ цѣпями около 1000 kg. Сѣченіе балки подобно указанному на фиг. 78; оси стальные.



Фиг. 109.

96. Расчитать ось AB (фиг. 110) коромысла вертикальной паровой машины по слѣдующимъ даннымъ: давленіе на ось 16000 kg. (въ томъ числѣ собственный вѣсъ оси); расстояніе AB между серединами цапфъ (длина оси) 0,8 м.; длина втулки коромысла равна удвоенному діаметру головки. Ось стальная.



Фиг. 110.

97. Расчитать стальную ось съ внѣшнею нагрузкою (фиг. 90): $Q = 6000$ kg.; $L = 50$ см.; $L_2 = 1,2$ м. Число оборотовъ менѣе 150 въ мин.

НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

Продольный изгибъ.

§ 72. Опыты надъ продольнымъ изгибомъ. Какъ было сказано въ § 5, сжатіе бруска можетъ при большихъ нагрузкахъ сопровождаться изгибомъ въ тѣхъ случаяхъ, когда длина сжимаемого бруска значительно больше его поперечныхъ размѣровъ.

Опыты надъ сжатіемъ прямыхъ длинныхъ стоекъ показали, что при увеличеніи нагрузки, начиная отъ нуля, стойка сначала вполнѣ сохраняетъ свою прямолинейную ось. Напряженія, которыя развиваются въ ней при этомъ, суть напряженія отъ сжатія. Но какъ только нагрузка превосходитъ извѣстный предѣлъ, наз. *критической нагрузкой*,—стойка начинаетъ выпучиваться, прямолинейная ось ея начинаетъ изгибаться, и достаточно еще незначительнаго увеличеніи нагрузки, чтобы раздавить стойку. Напряженія, которыя развиваются въ ней послѣ начала выпучиванія, суть сложные: и отъ сжатія, и отъ продольнаго изгиба. Но самыя напряженія тутъ играютъ второстепенную роль; расчетъ длинныхъ стоекъ ведется такимъ образомъ: сначала по нагрузкѣ вычисляется безопасный моментъ инерціи сѣченія стойки, при которомъ выпучиванія не произойдетъ, а затѣмъ сѣченіе провѣряется на сжатіе. При очень длинныхъ стойкахъ напряженіе отъ сжатія получается значительно меньше безопаснаго; въ короткихъ стойкахъ можетъ получиться напряженіе, превышающее безопасное напряженіе при сжатіи, и тогда необходимо увеличить размѣры сѣченія, т. е. рассчитать стойку на одно сжатіе. И въ томъ, и въ другомъ случаѣ при выборѣ безопаснаго напряженія необходимо принимать во вниманіе, дѣйствуетъ ли нагрузка постоянно или она перемежная.

Обстоятельные опыты надъ продольнымъ изгибомъ длинныхъ стоекъ были произведены *Годкинсономъ*, *Баушингеромъ*, *Тетмайэромъ* и др. Главная цѣль этихъ опытовъ заключалась въ провѣркѣ формулъ, приведенныхъ въ слѣдующихъ засимъ параграфахъ и служащихъ для вычисленія критической нагрузки. Эти опыты показали, что если отношеніе длины стойки къ поперечнымъ ея размѣрамъ достаточно велико (больше 100), то теоретическая критическая нагрузка достаточно хорошо согласуется съ практической.

§ 73. Основная формулы. Зависимость между критическою нагрузкою P_k , длиною l и поперечными размѣрами бруска, испытывающаго продольный изгибъ, была впервые найдена еще *Леонардомъ Эйлеромъ* для стойки, оба конца которой свободны (фиг. 112), въ видѣ формулы:

$$P_k = \pi^2 \frac{El}{l^2},$$

гдѣ E есть модуль упругости матеріала и I —моментъ инерціи поперечнаго сѣченія бруска.

При опредѣленіи прочныхъ размѣровъ опаснаго сѣченія (посрединѣ) въ другихъ случаяхъ закрѣпленія концовъ стойки пользуются формулою:

УДРУЖЕНІЕ
(ИПЫТ)

$$P = \frac{P_k}{k} = m \frac{\pi^2 El}{kl^2},$$

гдѣ m есть коэффициентъ, зависящій отъ способа укрѣпленія концовъ бруска, а k —коэфф. безопасности.

Различаютъ слѣдующіе четыре способа укрѣпленія концовъ высокихъ стоекъ.

I. Брусокъ укрѣпленъ наглухо однимъ концомъ; другой можетъ перемѣщаться въ сторону вмѣстѣ съ грузомъ (фиг. 111).

Для этого случая $m = 1/4$, поэтому, принимая $\pi^2 = 10$, получимъ формулу для безопасной нагрузки:

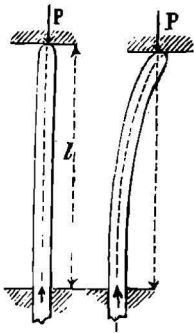
$$P = \frac{10}{4} \frac{El}{kl^2} = 2,5 \frac{El}{kl^2} \quad (108)$$

Разсматриваемый случай въ дѣйствительности встрѣчается очень рѣдко; обыкновенно конструкция частей машинъ и сооружений допускаетъ перемѣщеніе точки приложенія груза только вдоль оси бруска.

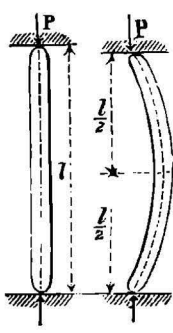
II. Оба конца бруска подвижны (фиг. 112), но остаются постоянно на первоначальной (неискривленной) оси бруска (примѣры: шатунъ паровой машины, дышла локомотива и пр.).

Для этого случая, чаще всего встрѣчающагося на практикѣ, $m = 1$, слѣдовательно

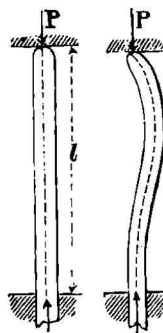
$$P = 10 \frac{El}{kl^2} \quad (109)$$



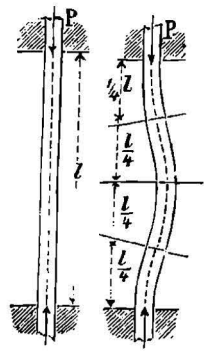
Фиг. 111.



Фиг. 112.



Фиг. 113.



Фиг. 114.

III. Брусокъ закрѣпленъ наглухо однимъ концомъ (фиг. 113); другой подвиженъ, но остается постоянно на первоначальной оси бруска (штокъ поршня паровой машины, насосовъ и т. п.).

Для этого случая $m = 2$, слѣд.,

$$P = 20 \frac{El}{kl^2} \quad (110)$$

IV. Брусокъ наглухо закрѣпленъ (фиг. 114) обоими концами (колонны, снабженныя капителями и базами).

Для этого случая $m = 4$ и

$$P = 40 \frac{EI}{kl^2} \quad (111)$$

Величины коэфф. прочности k при продольномъ изгибѣ для *долговременныхъ сооружений*, модуля упругости и пр. приведены въ слѣдующей таблицѣ:

МАТЕРИАЛЪ.	Чугунъ.	Сварочн. желъзо.	Литое желъзо.	Сталь.	Дерево (сосна).
Коефф. прочности при продольномъ изгибѣ k	8—6	5	5	4	10
Модуль упругости E	1000000	2000000	2150000	2200000	120000
Допуск. напряжение при сжатіи T_1	500	750	875	1250	60

Въ машинахъ можно допускать большія напряжения (см. § 31).

Что касается момента инерціи I , то въ виду того, что изгибъ произойдетъ въ сторону, представляющую наименьшее сопротивление, слѣдуетъ брать его относительно той нейтральной оси, для которой онъ имѣетъ наименьшую величину. Замѣтимъ еще, что для длинныхъ стоекъ, также какъ и въ случаѣ изгибаемыхъ балокъ, оказывается выгоднымъ примѣненіе трубчатыхъ тѣлъ: наиболее употребительны полое круглое и полое прямоугольное сѣченія.

§ 74. Предѣльное отношеніе длины къ наименьшему поперечному размѣру. Какъ видно изъ предыдущихъ формулъ, сопротивление бруска продольному изгибу обратно пропорціонально квадрату его длины. При очень малой длинѣ оно значительно больше сопротивления сжатію, но съ увеличеніемъ длины быстро уменьшается и можетъ сдѣлаться меньше сопротивления сжатію. Отсюда слѣдуетъ, что существуетъ такая длина, при которой оба сопротивления равны между собою. Отношеніе этой предѣльной длины къ наименьшему поперечному размѣру бруска наз. *предѣльнымъ отношеніемъ*. До этого предѣла поперечное сѣченіе бруска можетъ быть опредѣляемо по формулѣ сжатія: $F = P : T$. Найдемъ предѣльное отношеніе для II случая укрѣпленія концовъ бруска, какъ наицаше встрѣчающагося.

Пусть F будетъ площадь поперечнаго сѣченія бруска и T_1 — безопасное напряжение при сжатіи. На основаніи вышесказаннаго, имѣемъ:

$$FT_1 = 10 \frac{EI}{kl^2}$$

Изъ этого равенства находимъ въ случаѣ *постоянной* нагрузки:

1. Для чугунных брусьев съ плотнымъ круглымъ стѣченіемъ:
 $T_1 = 900 \text{ кгм./см.}^2$; $E = 1000000$; $I = \frac{\pi d^4}{64}$; $k = 6$; слѣд. $\frac{\pi d^2}{4} \cdot 900 =$
 $= \frac{10 \cdot 1000000 \cdot \pi d^4}{6 \cdot 64 I^2}$; откуда:

$$\frac{l}{d} = \infty 11.$$

2. Для чугунныхъ брусьевъ съ кольцевымъ стѣченіемъ (отношеніе діаметровъ $d : D = \alpha$):

$$\frac{l}{D} = 10,8 \sqrt{1 + \alpha^2}.$$

Напримѣръ, для $\alpha = 0,8$, $\frac{l}{D} = \infty 14$.

3. Для желѣзныхъ брусьевъ съ круглымъ стѣченіемъ ($T_1 = 750$;
 $E = 2000000$):

$$\frac{l}{d} = \infty 17.$$

Приложенія.

§ 75. Расчетъ шатуна. Обыкновенно шатуны обладаютъ столь значительною длиною, что ихъ приходится рассчитывать не на растяженіе или сжатіе, а на продольный изгибъ, по формулѣ (109), соотвѣтственно случаю (II) укрѣпленія ихъ концовъ.

Если шатунъ имѣетъ *круглое стѣченіе*, діаметръ котораго (въ опасномъ сѣченіи — *по серединѣ*) равенъ d , то по формулѣ (109) будемъ имѣть: $\frac{\pi d^4}{64} = 0,05 d^4 = \frac{k P l^2}{10 E}$. Для *желѣза* и *стали* $E = 2000000$. Внеся эту величину въ послѣднее равенство, получимъ:

$$d = 0,0316 \sqrt[4]{k P l^2} \text{ см.} \quad (112)$$

По концамъ діаметръ шатуна нѣсколько уменьшаютъ: у цапфы кривошипа дѣлаютъ $d_1 = 0,8 d$, а у крестовины $d_2 = 0,7 d$, такъ какъ въ этихъ мѣстахъ шатунъ подвергается только сжатію.

Если шатунъ имѣетъ *прямоугольное стѣченіе*, ширина котораго b , а высота h , то наименьшій моментъ инерціи $I = \frac{h b^3}{12}$. Принявъ $b = 0,5 h$, получимъ: $\frac{b^4}{6} = \frac{k P l^2}{\pi^2 E}$, откуда:

$$b = 0,0234 \sqrt[4]{k P l^2} \text{ см.} \quad (113)$$

Толщина b шатуна сохраняетъ по всей его длинѣ постоянную величину, но ширину h обыкновенно дѣлаютъ: у пуговки $h_1 = 1,2 h$, и у крейцкопфа $h_2 = 0,8 h$.

Для *деревянного* шатуна принимаютъ $h = 1,5b$, $E = 120000$ кгр./см².
Слѣд. $I = \frac{hb^3}{12} = \frac{1,5b^4}{12} = \frac{kPl^2}{120000}$, откуда

$$b = 0,05\sqrt[4]{kPl^2} \quad (114)$$

Для *чугунного* шатуна съ *круглымъ* сѣченіемъ $E = 1000000$ и

$$d = 0,038\sqrt[4]{kPl^2}.$$

Для *прямоугольного* сѣченія находимъ изъ равенства моментовъ инерціи: $\frac{\pi d^4}{64} = \frac{hb^3}{12}$:

$$\frac{d}{b} = 0,68\sqrt[4]{\frac{b}{h}}.$$

Подобнымъ же способомъ (при помощи сравненія моментовъ инерціи) можно произвести превращеніе круглаго сѣченія въ какое-либо другое (крестообразное, двутавровое и т. п.).

Что касается коэффициента прочности k , то его берутъ равнымъ $k = 15$ до 25 въ обыкновенныхъ случаяхъ. Въ машинахъ очень тихоходныхъ, движеніе которыхъ можетъ сопровождаться толчками (напр. въ водяныхъ насосахъ) берутъ $k = 40$ до 60. Наконецъ, въ очень быстроходныхъ машинахъ, съ числомъ оборотовъ болѣе 150 въ минуту, стараются дѣлать шатуны какъ можно легче, чтобы уменьшить изгибающую силу инерціи поворачивающагося шатуна, и берутъ $k = 4$ до 6.

§ 76. Расчетъ штока. Штоки всегда круглаго сѣченія и рассчитываются на продольный изгибъ по формулѣ (110), соответственно способу (III) укрѣпленія ихъ концовъ.

Пусть l будетъ длина штока, считая отъ середины поршня до середины цапфъ крестовины. По формулѣ (110) имѣемъ: $0,05d^4 = \frac{kPl^2}{20E}$, откуда:

$$d = 0,027\sqrt[4]{kPl^2}. \quad (115)$$

Коефф. прочности штоковъ вертикальныхъ машинъ берется $k = 10$ до 20, смотря по вѣсу поршня; а въ горизонтальныхъ машинахъ среднихъ размѣровъ $k = 11$ до 22 вслѣдствіе изгиба штока вѣсомъ поршня. Штоки большихъ горизонтальныхъ машинъ непременно рассчитываются кромѣ того на изгибъ.

З А Д А Ч И.

98. На сосновый брусокъ съ квадратнымъ сѣченіемъ, укрѣпленный концами поср. шарнировъ, дѣйствуетъ сила $P = 1200$ к. Длина бруска $l = 110$ см. Определить сторону квадрата.

99. Деревянный подкосъ AB (фиг. 115) выдерживаетъ по длинѣ грузъ $P = 35000$ к. Длина подкоса $l = 2$ м., ширина сѣченія $b = 25$ см. Определить высоту его h .

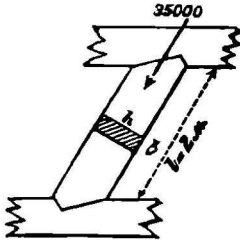
100. Какой грузъ можетъ безопасно выдержать чугунная пустотѣлая колонна съ круглымъ поперечнымъ сѣченіемъ, если внѣшній диаметръ $D = 30$ см., внутренний $d = 0,8D = 24$ см.; высота колонны равна 4 м. Способъ укрѣпленія концовъ соответствуетъ фиг. 111. Нагрузка измѣняется отъ 0 до 1 тнах.

101. Желѣзный стержень длиной 1,5 м. укрѣпленъ наглухо обоими концами. Онъ назначенъ для скрѣпленія и выдерживаетъ давленіе $P = 3600$ к.

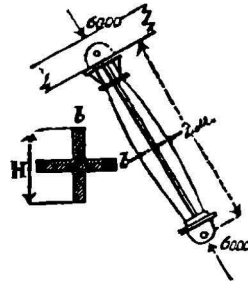
Съчение прямоугольное: $b = \frac{2}{3} h$; нагрузка спокойная. Определить размеры сечения в серединѣ стержня.

102. Определить поперечные размеры чугунной подпорки AB (фиг. 116) длиною 2 м., выдерживающей давление 6000 кгр. Съчение крестообразное; отношение $b : H = 1 : 6$.

103. На концы A и B чугуннаго колѣнчатого рычага (фиг. 117) действуют равныя силы $P = 5000$ к. Длина плеч AO и BO равна 0,8 м. Определить размеры поперечнаго сечения плеч и диаметр соединительной тяги AB .

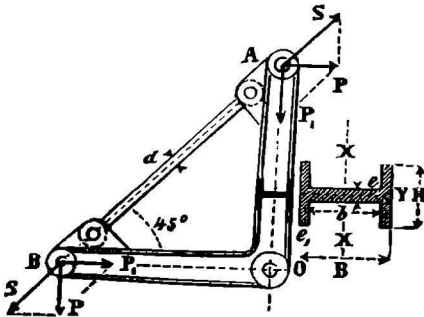


Фиг. 115.

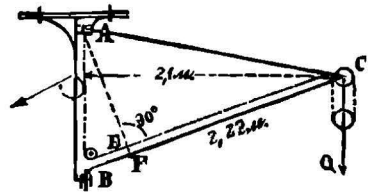


Фиг. 116.

104. Определить размеры желѣзной (круглой) укосины BC потолочнаго магазиннаго крана (фиг. 118), проектируемаго на 0,6 тонны. Первая вѣтвь (CE) грузового каната параллельна укосинѣ, вторая параллельна оси вращения AB крана; конец каната идетъ къ вороту, укрепленному къ стѣнѣ. Вылет крана $l = 2,1$ м.; длина укосины $l = 2,22$ м.



Фиг. 117.



Фиг. 118.

105. Желѣзный шатунъ длиною 2,2 м. передаетъ давление 12500 кгр. Определить размеры средняго сечения шатуна, предполагая сечение: а) круглое, и б) прямоугольное. Коэфф. прочности $k = 15$.

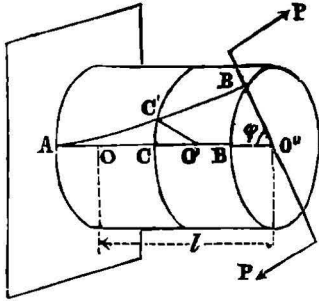
106. Диаметръ паровыхъ цилиндровъ товарнаго паровоза $D = 0,4$ м., полезное давление пара $n = 7$ атм.; длина шатуна $l = 14$ м., среднее сечение его имѣетъ высоту $h = 10$ см., ширину 4 см. и ограничено сверху и снизу цугами круга. Какъ великъ коэфф. прочности k ?

107. Определить диаметръ желѣзнаго штока паровой машины по слѣдующимъ даннымъ: диаметръ цилиндра $D = 0,5$ м., полезное давление пара (разность упругостей рабочаго и мятаго пара) 4 атм., длина штока $l = 0,9$ м.

Г Л А В А VI.

К р у ч е н и е.

§ 77. Явления, происходящая при кручении. Предположимъ, что на цилиндрической брусокъ AB (фиг. 119), укрепленный однимъ концомъ, дѣйствуетъ пара силъ $(P, -P)$, въ плоскости, перпендикулярной къ оси $OO'O''$ бруска. Вслѣдствіе крученія какое-либо волокно ACB , бывшее прямолинейнымъ и параллельнымъ оси до дѣйствія пары, получить форму винтовой линіи $AC'B'$. Величина подобныхъ измѣненій формы различныхъ волоконъ уменьшается постепенно отъ поверхности внутрь тѣла до геом. оси $OO'O''$ бруска или такъ наз. *оси крученія*.



Фиг. 119.

Вслѣдствіе закручиванія волоконъ происходитъ поворачиваніе каждого поперечнаго сѣченія (исключая закрѣпленное) около точки пересѣченія его $O', O'' \dots$ съ осью крученія, или такъ наз. *центра крученія*, на нѣкоторый уголъ $BO''B', CO'C' \dots$. Уголъ этотъ, какъ видно изъ чертежа, увеличивается по мѣрѣ удаленія отъ закрѣпленнаго сѣченія, и достигаетъ наибольшей величины для свободного конца B бруска. Этотъ уголъ наз. *угломъ крученія*.

§ 78. Опыты надъ крученіемъ. Опыты, произведенные надъ крученіемъ, показали, что:

- 1) Полный уголъ крученія состоитъ изъ двухъ частей: *исчезающей и остающейся*.
- 2) Исчезающіе или упругіе углы крученія *пропорціональны*, до нѣкотораго предѣла, наз. *предѣломъ упругости при крученіи*, крутящимъ моментамъ.
- 3) Бруски одинаковыхъ поперечныхъ размѣровъ, но разной длины, получаютъ отъ разныхъ крутящихъ моментовъ упругіе углы крученія, *пропорціональные длинамъ брусковъ*.
- 4) Упругіе углы крученія цилиндрическихъ брусковъ, при одномъ и томъ же скручивающемъ моментѣ, *обратно пропорціональны четвертымъ степенямъ диаметровъ этихъ брусковъ*.

Соединяя результаты опытовъ надъ крученіемъ, можно выразить уголъ крученія φ (отвлечен. числомъ) для цилиндрическихъ брусковъ слѣдующею формулою:

$$\varphi = k \cdot \frac{Ml}{d^4},$$

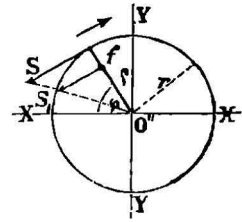
гдѣ M есть моментъ крутящей пары, l — длина бруска, d — его диаметръ и k — коэфф. пропорціональности, зависящій только отъ свойствъ матеріала, изъ котораго сдѣланъ брусокъ.

На фиг. 12 представлено приспособленіе для испытанія матеріаловъ на крученіе. Одинъ конецъ испытываемаго бруска укрѣпленъ въ m къ станинѣ

машины, а другой соединенъ съ рычагомъ λ . Послѣдній оканчивается сегментомъ p , къ нижнему концу котораго прикрѣплена цѣпь Галля q , укрѣпленная верхнимъ концомъ къ стержню τ , подвѣшенному къ рычагу a машины.

§ 79. **Внутреннія силы при крученіи.** Вслѣдствіе закручиванія волокно ACB (фиг. 119), бывшее до крученія перпендикулярнымъ къ дугѣ BB' , становится въ новомъ своемъ положеніи $AC'B'$ наклоннымъ къ этой дугѣ. Такое измѣненіе формы, какъ извѣстно (§ 35), представляетъ сдвигъ. Подобному сдвигу подвергаются всѣ волокна бруска. Легко видѣть, что величина сдвига, испытываемаго какимъ-нибудь элементомъ f поперечнаго сѣченія (фиг. 120), находящимся на разстояніи ρ отъ центра крученія O'' , будетъ въ $\frac{\rho}{r}$ разъ меньше сдвига, испытываемаго такимъ же

элементомъ площади, находящимся на разстояніи r отъ центра. Вслѣдствіе этихъ сдвиговъ появляются въ каждомъ сѣченіи внутреннія силы, лежащія въ его плоскости (касательныя силы (§ 36)). Такъ какъ эти силы пропорціональны величинѣ сдвига (§ 37), то мы можемъ сказать, что *касательныя (сдвигающія) силы при крученіи пропорціональны разстояніямъ элементовъ площади сѣченія отъ центра крученія*; или другими словами: напряженіе волокна скручиваемаго цилиндра на периферіи наибольшее, по мѣрѣ приближенія къ центру напряженія все уменьшаются и наконецъ волокно, лежащее на оси OO'' , совершенно не испытываетъ никакого напряженія.



Фиг. 120.

Пусть Sr будетъ касательная сила, приходящаяся на ед. площади (напряженіе) въ наибольшемъ разстояніи r отъ центра $O''S_1$ — напряженіе въ разстояніи ρ . Тогда, на основаніи только что сказаннаго, имѣемъ $S_1 : Sr = \rho : r$, откуда $S_1 = Sr \frac{\rho}{r}$. Касательная сила на маленькой площадкѣ f будетъ: $fS_1 = fSr \frac{\rho}{r}$. Эта сила представляетъ сопротивленіе крученію элемента f площади поперечнаго сѣченія бруска; оно направлено перпендикулярно къ радіусу, проведенному къ элементу f .

§ 80. **Условія равновѣсія при крученіи.** Проведемъ сѣченіе CC' , перпендикулярное къ оси бруска (фиг. 119), отбросимъ лѣвую часть и будемъ разсматривать равновѣсіе правой части. На нее дѣйствуетъ пара внѣшнихъ силъ $(P, -P)$, а въ плоскости сѣченія CC' внутреннія силы S , дѣйствующія въ плоскости сѣченія перпендикулярно къ радіусамъ. Такъ какъ мы разсматриваемъ круглое или кольцевое сѣченіе вполнѣ симметричное относительно оси бруска, и такъ какъ внѣшняя пара стремится произвести только вращательное движеніе, то для равновѣсія необходимо и достаточно, чтобы *сумма моментовъ внѣшнихъ силъ относительно оси бруска была равна суммѣ моментовъ внутреннихъ силъ*.

Обозначимъ моментъ внѣшнихъ силъ черезъ M . Моментъ элементарной касательной силы $fS_r \frac{\rho}{r}$ относительно центра O'' будетъ $fS_r \frac{\rho^2}{r}$ а сумма моментовъ всѣхъ внутреннихъ силъ: $\sum Sf \frac{\rho^2}{r}$.

$$\Sigma f S_r \frac{\rho^2}{r} = M_t = \frac{S_r}{r} \Sigma f \rho^2 \quad (a)$$

Для прямоугольных, квадратныхъ и фасонныхъ поперечныхъ сѣченій явленіе гораздо сложнѣе. Такъ напримѣръ, въ брускѣ съ квадратнымъ попер. сѣченіемъ на сдвигъ работаютъ только волокна, лежащія внутри вписаннаго въ квадратъ круга. Плоское поперечное сѣченіе послѣ скручиванія перестаетъ быть плоскимъ, а наибольшее напряженіе получается не въ наиболѣе удаленномъ волокнѣ, не въ углѣ квадрата, а въ серединахъ его сторонъ.

§ 81. **Опредѣленіе прочныхъ размѣровъ скручиваемыхъ частей машинъ.** Для опредѣленія прочныхъ размѣровъ служить ур. моментовъ (a)

$$\frac{S_r}{r} \Sigma f \rho^2 = M_t.$$

Въ это т уравненіи $\Sigma f \rho^2$ представляетъ полярный моментъ инерціи I_p сѣченія (§ 57). При пользованіи этимъ ур. должно вмѣсто S_r подставить *безопасное напряженіе при крученіи*, которое, очевидно, равно безопасному напряженію T_2 при сдвигѣ, такъ какъ внутреннія силы при крученіи суть силы касательныя. Поэтому послѣднее ур. можетъ быть представлено въ слѣдующемъ видѣ:

$$M_t = \frac{I_p}{r} T_2 \dots \dots \dots (116)$$

гдѣ $T_2 = 0,8 T$ (для желѣза и стали, § 38). Отношеніе $\frac{I_p}{r}$ называется *полярнымъ моментомъ сопротивленія*. Обозначивъ его буквою W_p получимъ:

$$M_t = W_p T_2 \text{ или } W_p = \frac{M_t}{T_2} \dots \dots \dots (117)$$

По этой формулѣ можно опредѣлить наибольшее напряженіе T_2 въ данномъ брускѣ, если заданы моментъ M_t силы, скручивающей его, и полярный моментъ сопротивленія W_p . И наоборотъ, задавшись опредѣленнымъ наибольшимъ напряженіемъ T_2 и зная M_t , можемъ найти необходимый для безопасности пол. пом. сопротивленія, а по немъ подобрать и размѣры.

Примѣчаніе. Если моментъ M_t скручивающей силы неизвѣстенъ, а дана передаваемая работа N въ пар. л. и число n оборотовъ вала въ мин., то моментъ M_t можетъ быть выраженъ въ зависимости отъ N слѣдующимъ образомъ. Пусть P кгр. будетъ крутящее усиліе и R см. его плечо. Работа силы P въ одинъ оборотъ равна: $P2\pi R$ к. см., а въ сек. $\frac{P2\pi Rn}{60}$ к. см., что равно $7500 N$ к. см.; слѣд. $7500 N = P \frac{2\pi Rn}{60}$, откуда:

$$M_t = PR = 71620 \frac{N}{r} \text{ к. см.} \dots \dots \dots (118)$$

§ 82. **Полярные моменты инерціи круглыхъ и квадратныхъ сѣченій.** Величины I_p и W_p для наиболѣе часто встрѣчающихся сѣченій могутъ быть найдены на основаніи формулы (63) слѣдующимъ образомъ:

Для *круглого* сѣченія:

$$I_p = 2 \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi d^4}{32} \quad (119)$$

$$W_p = \frac{\pi d^4}{32} \cdot \frac{d}{2} = \frac{\pi d^5}{16} \quad (120)$$

Для *кольцевого* сѣченія:

$$I_p = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32} \quad (121)$$

$$W_p = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{16 D} \quad (122)$$

Для *прямоугольнаго* сѣченія со сторонами *b* и *h* принимаютъ:

$$W_p = \frac{2}{9} b^2 h, \quad (123)$$

а при $b = h$:

$$W_p = \frac{2}{9} h^3 \quad (124)$$

Приложенія.

§ 83. Расчетъ передаточныхъ валовъ. Передаточные валы принадлежатъ къ числу такъ наз. *легкихъ валовъ*, т. е. такихъ, на которыхъ не слишкомъ тяжелыя приводныя части (колеса, шкивы, муфты и пр.) расположены очень близко отъ подшипниковъ. Вліяніе изгиба въ нихъ не особенно значительно, и они рассчитываются исключительно на крученіе, въ противоположность *тяжелымъ валамъ*, подверженнымъ, кромѣ крученія, дѣйствію значительныхъ изгибающихъ моментовъ (коренные валы машинъ приемниковъ) и потому рассчитываемыхъ на сложное сопротивленіе (Гл. VII).

Обычнымъ матеріаломъ для валовъ служитъ прокатное литое желѣзо или сталь. Принимая во вниманіе, что скручиваніе вала не должно превосходить $0,25^\circ$ на пог. метръ длины вала ¹⁾, что валъ работает немного и на изгибъ и что передаваемыя имъ усилія измѣняются, — принимаютъ безопасное напряженіе $T_2 = 120$ кгр./см.².

Если данъ *крутящій моментъ* M , то діаметръ вала опредѣлится по формулѣ (116): $M = \frac{\pi d^3}{16} 120$; $d^3 = 0,424 M$, откуда:

$$d = 0,35 \sqrt[3]{M}, \text{ см.} \quad (125)$$

¹⁾ Исходя изъ этого условія, часто вычисляютъ размѣры валовъ по формулѣ:

$$d = 0,734 \sqrt[4]{M} = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$$

НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

Если даны N и n , то будем иметь (по формулѣ 118):

$$d = 0,35 \sqrt[3]{71620 \frac{N}{n}},$$

или:

$$d = 15 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ см.} \quad (126)$$

Для *чугунныхъ* валовъ допускаютъ $T_2 = 100$ кгр./см.², поэтому $M_i = \frac{\pi d^3}{16} 100$, откуда:

$$d = 0,37 \sqrt[3]{M_i} = 15,4 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad (127)$$

Для *стальныхъ* валовъ допускаютъ $T_2 = 500$ кгр./см.². Ур. прочности будетъ: $M_i = T_2 W_p = \frac{\pi d^3}{16} T_2$, откуда

$$d = 0,22 \sqrt[3]{M_i} = 9,1 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad (128)$$

З А Д А Ч И.

108. Длинный желѣзный валъ передаетъ 130 п. л. отъ водяного колеса прокатнымъ валкамъ. Число оборотовъ вала $n = 100$ въ мин. Определить диаметръ вала.

109. Определить диаметры валовъ зубчатыхъ колесъ зад. 74.

110. Определить диаметры валовъ зубчатыхъ колесъ зад. 75.

111. Желѣзный валъ передаетъ 16 п. л. при 40 обор. въ мин. Определить его диаметръ и уголъ крученія.

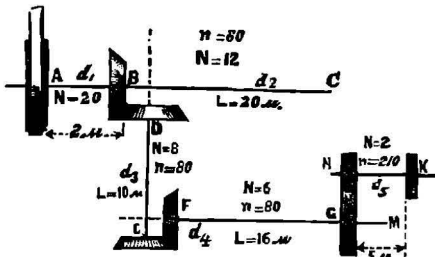
112. Чугунный пустотѣлый валъ долженъ передавать $N = 80$ п. л. при $n = 30$ обор. въ мин.; отношеніе внѣшняго и внутренняго діам. $D : d = 1 : 0,7$. Определить внѣшній діам. вала.

113. Определить диаметръ вала ведущаго колеса зад. 78.

114. Для передачи энергии различнымъ станкамъ устроена система валовъ, изображенная на фиг. 121. Валъ AB принимаетъ на концѣ A работу

20 п. л., изъ которыхъ передаетъ валу BC 12 п. л., расходующихъ послѣднимъ равномерно по всей длинѣ $BC = 18$ м. Валу DE передаются 8 п. л., изъ которыхъ 6 п. л. равномерно расходуются на станки по всей длинѣ 16 м. вала FG , а 2 п. л. передаются дальше валу HK . Числа оборотовъ валовъ AC , DE и FM равны 80, а вала HK — 210 въ мин. Определить диаметры всѣхъ этихъ валовъ.

115. Два желѣзные передаточные вала діам. 9 см. каждый должны быть соединены чугунною глухой цилиндрической муфтою при помощи шпана. Определить толщину e стѣнки муфты.



Фиг. 121.

116. На рукоятку простой лебедки дѣйствуетъ рабочій съ усилиемъ 18 кгр. Длина рукоятки $l = 40$ см.; поднимаемый грузъ 400 кгр.; радиусъ барабана ворота $r = 12$ см. Определить диаметры обоихъ валовъ лебедки (не принимая въ расчетъ вредныхъ сопротивленій).

117. Простая лебедка приводится въ движение 2 рабочими, дѣйствующими съ усилиемъ $P = 15$ *k.* каждый на рукоятку, длина которой $L = 40$ см. Дано: передаточное число $k = 7,6$; радиусъ барабана ворота $r = 15$ см.; коэфф. полезнаго д. $\mu = 0,8$; поднимаемый грузъ $Q = 600$ *k.* Определить диаметры передаточнаго и грузового валовъ.

118. Передаточное число двойной лебедки $k = \frac{R_1 R_2}{r_1 r_2} = 6 \cdot 7 = 42$. Ворота приводится въ движение 4 рабочими съ усилиемъ 15 *k.*; длина рукоятки $L = 40$ см., $\mu = 0,75$; $r = 20$ см. Определить диаметры валовъ.

119. Стальной валъ гребного винта парохода приводится во вращеніе паровой машиной мощности 2000 пар. лош. Определить діам. вала, если онъ дѣлаетъ 100 обор. въ мин.

120. На желѣзномъ передаточномъ валу насажены одно за, другимъ: ведущее колесо *A* и два рабочихъ колеса *B* и *C*. Диаметры послѣднихъ равны 64 см. и 52 см., а давленіе въ зубцахъ 1400 и 1000 *kg.* Какіе диаметры должны получить части *AB* и *BC* вала, если $T_2 = 200$ *kg./см.*²

121. На валу *A*, дѣлающемъ 70 оборотовъ въ мин., насажены: ведущее колесо *A* и два шкива *B* и *C*, изъ которыхъ первый передаетъ 10 п. л., а второй 6 п. л. рабочимъ машинамъ. Определить диаметры частей *AB* и *BC* вала.

122. Передаточный (желѣзный) валъ *ABCD*, дѣлающій 80 оборотовъ въ мин., получаетъ работу при помощи шкива, сидящаго на концѣ *A* вала, и отдаетъ ее при посп. трехъ шкивовъ *B*, *C* и *D*, посаженныхъ на разстояніяхъ 6, 14 и 18 м. отъ ведущаго шкива *A*, рабочимъ машинамъ, требующимъ для своего движенія соответственно 8, 5 и 3 п. л. Какіе диаметры должны получить части *AB*, *BC* и *CD* вала.

Г Л А В А VII.

Сложное сопротивленіе.

§ 84. Изгибъ и растяженіе (или сжатіе). Если на тѣло дѣйствуютъ одновременно растягивающая (или сжимающая) сила P и изгибающій моментъ M_f , то въ волокнахъ его возникаютъ двоякія напряженія: 1) напряженіе $S_1 = \frac{P}{F}$, параллельное оси тѣла и производимое силою P и 2) напряженіе, производимое изгибающимъ моментомъ M_f , которое въ крайнихъ волокнахъ равно $S_2 = \frac{M_f}{W_f}$. Такъ какъ напряженіе S_1 и S_2 параллельны между собою, то равнодѣйствующее напряженіе будетъ равно ихъ алгебраической суммѣ (суммѣ или разности).

$$S = S_1 + S_2 = \frac{M}{W} + \frac{P}{F} \quad (129)$$

Наибольшее напряженіе будетъ въ тѣхъ крайнихъ волокнахъ, для которыхъ напряженія S_1 и S_2 однозначны, т. е. оба растяженія или оба сжатія.

При опредѣленіи прочныхъ размѣровъ должно имѣть въ виду, чтобы напряженіе S не превосходило безопаснаго напряженія T при растяженіи (или T_1 при сжатіи).

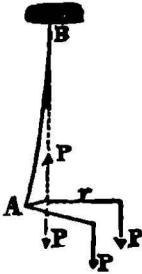
§ 85. Эксцентрическая нагрузка. Примѣромъ сложнаго сопротивленія изгибу и растяженію (или сжатію) можетъ служить случай дѣйствія силы, параллельной оси бруска, но не совпадающей съ нею.

Пусть на брусок AB (фиг. 122), укрепленный концом B , действует растягивающая сила P , параллельная оси бруска и приложенная на расстоянии r от последней. Эксцентрическая сила P может быть замѣнена силою P , направленною по оси бруска и парю $(P, -P)$, моментъ которой равенъ Pr . Первая вызоветъ въ брускѣ напряжение $S_1 = \frac{P}{F}$, а пара вызоветъ напряжение $S_2 = \frac{Pr}{W}$. Наибольшія равнодѣйствующие напряжения на выпуклой и вогнутой сторонахъ будутъ (въ случаѣ несимметричнаго сѣченія):

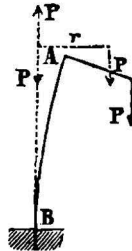
$$S' = \frac{Pr}{W_1} + \frac{P}{F} \quad \text{и} \quad S'' = \frac{Pr}{W_2} - \frac{P}{F} \quad \dots \quad (130)$$

Если сила P производитъ сжатіе (фиг. 123), то равнодѣйствующія напряжения будутъ:

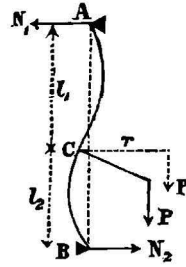
$$S' = \frac{Pr}{W_1} - \frac{P}{F} \quad \text{и} \quad S'' = \frac{Pr}{W_2} + \frac{P}{F} \quad \dots \quad (131)$$



Фиг. 122.



Фиг. 123.



Фиг. 124.

Если брусок AB (фиг. 124) укрепленъ обоими концами (стойка поворотнаго крана), то при равновѣсіи должно быть: 1) $N_1 + N_2 = 0$ и 2) $Pr - N_1L = 0$. Изъ этихъ ур. находимъ: $N_1 = -N_2 = \frac{Pr}{L}$. Изгибающій моментъ какого-либо сѣченія D между A и C , на разстояніи x отъ опоры A , будетъ: $M_D = -N_1x = -\frac{Pr}{L}x$, а для сѣченія E между C и B на разстояніи y отъ B : $M_E = -N_2y = \frac{Pr}{L}y$. Моменты эти достигаютъ наибольшей величины при $x = l_1$ и $y = l_2$. Такъ какъ моменты эти имѣютъ противоположные знаки, то упругая линія должна имѣть точку перегиба въ C (§ 53, IV, 3).

Наибольшія величины напряженій для части бруска AC будутъ:

$$S' = \frac{Pr}{L} \frac{l_1}{W_1} \quad \text{и} \quad S'' = \frac{Pr}{L} \frac{l_1}{W_2},$$

а для части CB , вслѣдствіе существованія сжатія, производимаго силою P , направленною вдоль бруска:

$$S' = \frac{Pr}{L} \frac{l_2}{W_1} - \frac{P}{F} \quad \text{и} \quad S'' = \frac{Pr}{L} \frac{l_2}{W_2} + \frac{P}{F}.$$

УДМУНТ
(ПБТ)

Расчет стойки должно производить по наибольшему из этих четырех напряжений, соблюдая условие, чтобы оно не превосходило безопаснаго напряженія.

§ 86. Изгибъ и кручение. Если тѣло подвержено одновременному дѣйствию изгибающаго и крутящаго моментовъ, то въ немъ возникаютъ одновременно напряженія S_f , параллельныя оси, и касательныя напряженія S_t —въ плоскости поперечнаго сѣченія. Подобный случай представляютъ тяжелые валы, несущіе на себѣ тяжелыя колеса, шкивы и т. п. (§ 79).

Касательныя и осевыя напряженія складываются въ одно равнодѣйствующее напряженіе, величина котораго опредѣляется по формулѣ (Сень-Венана):

$$S = \frac{3}{8} S_f + \frac{5}{8} \sqrt{S_f^2 + 4S_t^2},$$

или, такъ какъ

$$S_f = \frac{M_f}{W} \text{ и } S_t = \frac{M_t}{W_p} :$$

$$S = \frac{3M_f}{8W} + \frac{5}{8} \sqrt{\left(\frac{M_f}{W}\right)^2 + 4\left(\frac{M_t}{W_p}\right)^2}.$$

Но для круглыхъ валовъ $W_p = 2W$ (форм. 120 и 122); поэтому:

$$S = \frac{1}{W} \left(\frac{3}{8} M_f + \frac{5}{8} \sqrt{M_f^2 + M_t^2} \right) (a)$$

Пусть M_i будетъ изгибающій моментъ, могущій вызвать въ тѣлѣ то же самое напряженіе S , которое получается отъ дѣйствія данныхъ моментовъ: изгибающаго M_f и крутящаго M_t . Такимъ образомъ: $S = M_i : W$; поэтому:

$$M_i = \frac{3}{8} M_f + \frac{5}{8} \sqrt{M_f^2 + M_t^2} (132)$$

Моментъ M_i носитъ названіе *идеальнаго* или *комбинированнаго* момента.

По формулѣ (132) вычисляютъ сначала по даннымъ M_f и M_t идеальный моментъ M_i , по которому уже опредѣляютъ моментъ сопротивленія W и прочныя размѣры поперечнаго сѣченія, пользуясь формулою (42): $M_i = WT$.

Примѣчаніе. Формула (132) примѣняется и въ томъ случаѣ, когда тѣло приводится во вращеніе *не парой силъ*, какъ было предположено въ гл. VI, (фиг. 115), а одною силою P , дѣйствующею на плечѣ R . Такую силу можно замѣнить парой ($P, -P$), производящею крученіе и силою P , приложенною къ оси бруска и производящею изгибъ. Моментъ крученія $M_t = PR$, а моментъ изгиба $M_f = PL$, гдѣ R есть плечо пары, а L —длина бруска. Въ этомъ случаѣ брусокъ долженъ быть рассчитанъ по идеальному моменту M_i .

§ 87. Формула (132) для идеальнаго момента M_i допускаетъ упрощенія на основаніи слѣдующей *приближенной формулы Поиссе* для корня квадратнаго: $\sqrt{x^2 + y^2} = ax + by$, гдѣ $a = 0,96$ и $b = 0,4$, если $x > y$, и, наоборотъ, $a = 0,4$ и $b = 0,96$, если $x < y$. Поэтому для круглыхъ валовъ: при $M_f > M_t$:

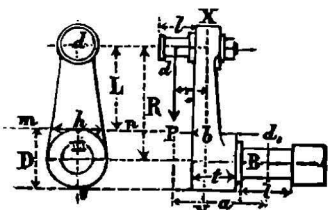
$$M_i = \frac{3}{8} M_f + \frac{5}{8} (0,96 M_f + 0,4 M_i) = 0,975 M_f + 0,25 M_i \dots \dots \dots (138)$$

Если же $M_f < M_i$, то:

$$M_i = \frac{3}{8} M_f + \frac{5}{8} (0,4 M_f + 0,96 M_i) = 0,625 M_f + 0,6 M_i \dots \dots \dots (134)$$

Приложения.

§ 88. Шейки валовъ (фиг. 125). Пусть B будетъ шейка коренного вала паровой машины. Назовемъ черезъ P наибольшую величину силы, дѣйствующей на цаффу кривошипа по направлению, перпендикулярному къ его длинѣ. Шейка B подвергается одновременно *изгибу* моментомъ $M_f = Pa$ (не принимая въ расчетъ вліяніе вѣса частей, сидящихъ между шейкою и правою цаффою) и *крученію* моментомъ $M_i = PR$. По формуль (132) имѣемъ:



Фиг. 125.

$$M_i = \frac{3}{8} M_f + \frac{5}{8} \sqrt{M_f^2 + M_i^2} = \frac{3}{8} Pa + \frac{5}{8} \sqrt{P^2 a^2 + P^2 R^2} = \frac{P}{8} (3a + 5 \sqrt{a^2 + R^2}).$$

Диаметръ шейки опредѣляется изъ ур. прочности $M_i = 0,1 d^3 T$. Длина l шейки дѣлается обыкновенно равною $l = 1,5$ до $l = 1,75 d$.

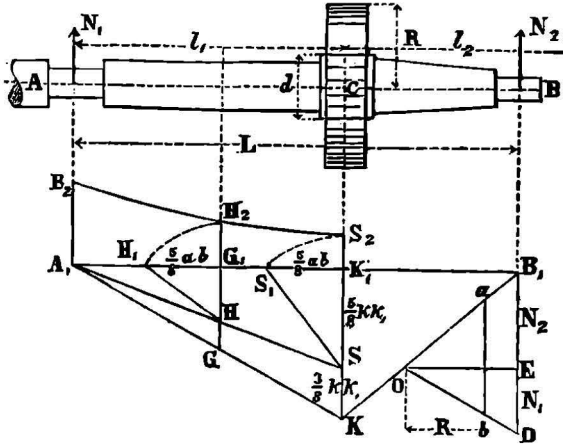
§ 89. Нагруженные валы. *Нагруженными* или *тяжелыми* валами наз., какъ извѣстно, такіе, которые подвержены дѣйствию и *крутящимъ*, и *изгибающимъ* силамъ: *собственного вѣса* и вѣса сидящихъ на нихъ частей (маховиковъ, зубч. колесъ, шкивовъ, муфтъ и пр.), *натяженія ремней, канатовъ, давленія* въ зубцахъ и т. п.

I. *Аналитическій способъ расчета.* Предположимъ, что на валу AB (фиг. 126) насажено зубчатое колесо, давленіе въ зубцахъ котораго равно P . Реакціи опоръ равны (вѣсъ не принять въ расчетъ) $N_1 = P \frac{l_2}{L}$ и $N_2 = P \frac{l_1}{L}$. Опасное сѣченіе въ C , такъ какъ для этого сѣченія изгибающій моментъ достигаетъ наибольшей величины $M_{fmax} = N_1 l_1 = N_2 l_2$. Величина крутящаго момента $M_i = PR$. Идеальный моментъ изгиба для опаснаго сѣченія $M_i = \frac{3}{8} M_{fmax} + \frac{5}{8} \sqrt{M_{fmax}^2 + M_i^2}$.

Диаметръ d головки C опредѣлится по формуль (42): $M_i = 0,1 d^3 T$. Въ виду незначительности изгибающаго момента для шейки A диаметръ ея можетъ быть опредѣленъ по формуламъ (127) или (128). Диаметръ же

цапфы B определится по формулам § 62. Диаметры сечений правой части вала, подверженной только изгибу, определяются по формулѣ (102).

II. *Графический способ расчета.* Строимъ сначала веревочный многоугольник A_1B_1K съ горизонтальною замыкающею стороною A_1B_1 ; ординаты его выразятъ графически изгибающіе моменты M_r . Затѣмъ строимъ многоугольникъ силъ B_1OD , въ которомъ $OE \parallel A_1B_1$. Тогда $DE = N_1$ и $EB_1 = N_2$.



Фиг. 126.

Для определенія крутящаго момента M_r , проведемъ въ многоугольникѣ силъ ординату $ab \parallel B_1D$ на разстояніи R отъ полюса. Изъ подобія \triangle -ковъ Oab и OB_1D имѣемъ: $ab : B_1D = R : OE$, откуда $ab = \frac{PR}{OE} = \frac{M_r}{OE}$, слѣдоват., при полюсномъ разстояніи $OE = 1$, ордината ab представитъ крутящій моментъ M_r .

Сложеніе моментовъ M_r и M_i , согласно формулѣ (132) для идеальнаго момента M_i , производится слѣдующимъ образомъ. Отложимъ по ординатѣ KK_1 представляющей изгибающій моментъ для сѣченія C , длину $KS = \frac{3}{8} M_r = \frac{3}{8} KK_1$ и проведемъ прямую A_1S ; затѣмъ отъ точки K_1 отложимъ $K_1S_1 = \frac{5}{8} ab = \frac{5}{8} M_r$, и проведемъ гипотенузу SS_1 , которая будетъ равна:

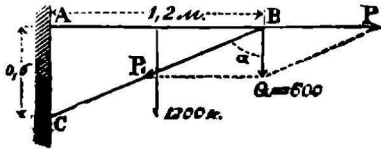
$$SS_1 = \sqrt{\left(\frac{5}{8} M_r\right)^2 + \left(\frac{5}{8} M_i\right)^2} = \frac{5}{8} \sqrt{M_r^2 + M_i^2};$$

отложивъ затѣмъ по ординатѣ KK_1 длину $SS_2 = SS_1$, получимъ: $KS + SS_2 = \frac{3}{8} M_r + \frac{5}{8} \sqrt{M_r^2 + M_i^2} = M_i$, т. е. ордината KS_2 выражаетъ искомый идеальный моментъ M_i для опаснаго сѣченія C . Подобнымъ же образомъ для какого-либо сѣченія F будемъ имѣть: $GH = \frac{3}{8} M_r$. Повторивъ указанныя только что построенія ($G_1H_1 = \frac{5}{8} ab = \frac{5}{8} M_r$), полу-

чимъ ординату GH_2 , которая представитъ идеальный момент M_i для сѣченія F . Соединивъ полученныя такимъ способомъ точки S_2, H_2, \dots непрерывною кривою, получимъ многоугольникъ $A_1B_2H_2S_2K_1B_1K_1A_1$, ординаты правой части котораго ($B_1K_1K_1$) представятъ изгибающіе моменты M , для правой части CB вала, ординаты лѣвой части ($B_2S_2KA_1$) представятъ комбинированные моменты для лѣвой части AC вала. По этимъ моментамъ опредѣлятся диаметры вала въ различныхъ сѣченіяхъ, какъ было объяснено въ § 64.

З А Д А Ч И.

123. Рядъ желѣзныхъ консолей (фиг. 127), укрѣпленныхъ къ стѣнѣ на разстояніи 2 м. одинъ отъ другого, нагруженъ равномерно 500 кг. на кв. метръ. Вылетъ консоли $L=1,2$ м., высота $h=0,6$ м. Опредѣлить его размѣры.

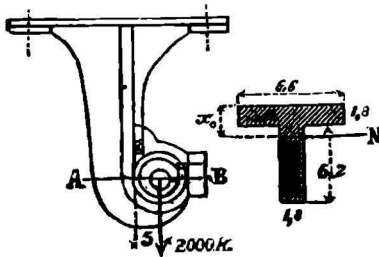


Фиг. 127.

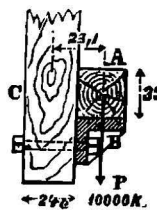
124. Чугунная однотавровая балка длиною 1,1 м., укрѣпленная однимъ концомъ, выдерживаетъ равномерно распределенный грузъ 3800 кг. и сосредоточенное на свободномъ концѣ давление 4500 кг., направленное вдоль оси балки. Опредѣлить размѣры поперечнаго сѣченія.

125. Цапфа приводнаго вала, испытывающая давление 2000 кг., поддерживается подвѣскою (фиг. 128). Диаметръ цапфы $d=6$ см. Для сѣченія среднею плоскостію AB опредѣлены по эмпирическимъ формуламъ (въ зависимости отъ модуля d) слѣдующіе размѣры профиля подвѣски: ширина прилива 6,6 см.; толщина его 1,8 см., высота ребра 6,2 см. и толщина его 1,8 см. Проверить достаточны-ли эти размѣры для данной нагрузки.

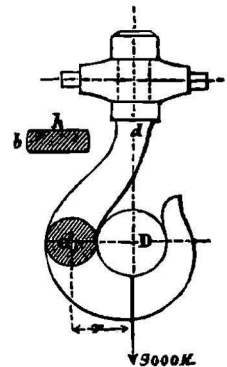
126. Дубовая балка A (фиг. 129) длиною 2,4 м., нагруженная равномерно 1000 кг., опирается концами на



Фиг. 128.



Фиг. 129.



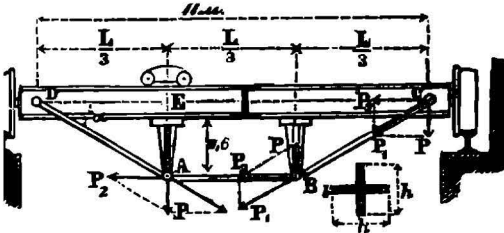
Фиг. 130.

два кронштейна B , прикрѣпленные къ двумъ дубовымъ висячимъ брускамъ C . Расчитать балку A и висячіе бруски C . Нагрузка постоянная ($k=10$).

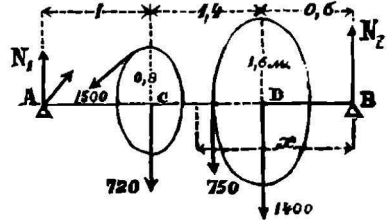
127. Расчитать желѣзный крюкъ (фиг. 130) подъемнаго крана для груза 9 тоннъ. Сѣченіе крюка круглое.

128. Расчитать подиружныя балки мостового крана (фиг. 131), назначеннаго для поднятія груза 6 тоннъ. Каждая балка съ 2 бабками длиною 0,6 м.; вылетъ крана 11 м.; собственный вѣсъ тельжки съ воротомъ и цепями 1000 кг. Бабки расположены на $\frac{1}{3}$ длинѣ балки.

129. Определить диаметр желѣзанаго приводнаго вала, передающаго при помощи ременной передачи усилие $P = 300$ кгр. Радиусъ шкива $R = 0,6$ м.; вѣсъ его 200 кгр. Шкивъ насаженъ на концѣ вала въ разстояніи 0,85 м. отъ подшипника.



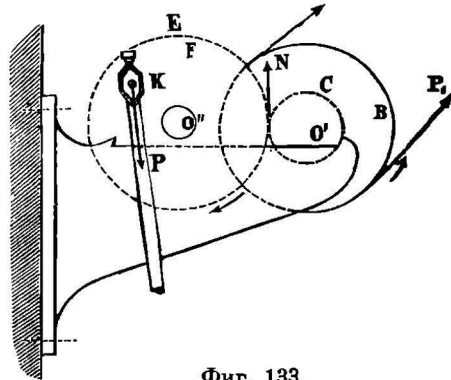
Фиг. 131.



Фиг. 132.

130. Желѣзный валъ AB (фиг. 132) длиною 3 м. несетъ на себѣ два зубчатыхъ колеса C и D . Колесо C имѣетъ радиусъ 0,8 м. и вѣсъ 720 кгр.; давление въ зубцахъ направлено горизонтально и равно 1500 кгр. Колесо D имѣетъ радиусъ 1,6 м. и вѣсъ 1400 кгр.; давление въ зубцахъ направлено по вертикали внизъ и равно 750 кгр. Расчитать валъ такъ, чтобы его напряженіе не превосходило 450 кгр./см².

131. Расчитать (фиг. 133) верхній приводъ для вертикальной трансмисіонной помпы двойнаго дѣйствія (съ ременнымъ приводомъ и зубчатою передачею C, E) по слѣдующимъ даннымъ: диаметръ поршня насоса $D = 12$ см., длина хода его $L = 32$ см.; насосъ долженъ поднимать въ часъ 12 куб. м. воды на высоту 40 м. (считая отъ нижняго уровня до верхняго); движеніе оное получаетъ отъ верхняго ведущаго вала O (на фиг. не показанъ), дѣлающаго 100 оборотовъ въ мин. и несущаго на себѣ ведущій шкивъ диаметромъ $D_1 = 60$ см. Отъ рабочаго вала O_1 движеніе передается при помощи зубчатыхъ колесъ C, E диску F , въ которомъ укрѣпленъ палецъ K кривошипа.

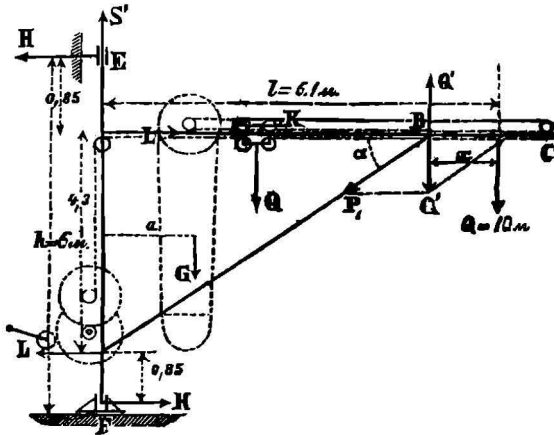


Фиг. 133.

132. Расчитать главные части литейнаго желѣзанаго крана (фиг. 134) для нагрузки 10 тоннъ (включая вѣсъ тѣлѣжки, цѣпи и блока съ крюкомъ). Вылетъ крана переменный, что достигается подвѣшиваніемъ груза въ особой тѣлѣжкѣ K , могущей перемѣщаться по горизонтальной поперечницѣ, которая дѣлается двойною—изъ двухъ балокъ; промежутокъ между отдѣльными балками долженъ быть достаточенъ для свободнаго пропуска грузовой цѣпи. Длина поперечныи равна 7 м., но тѣлѣжка можетъ перемѣститься только до 6,1 м. (считая отъ середины тѣлѣжки).

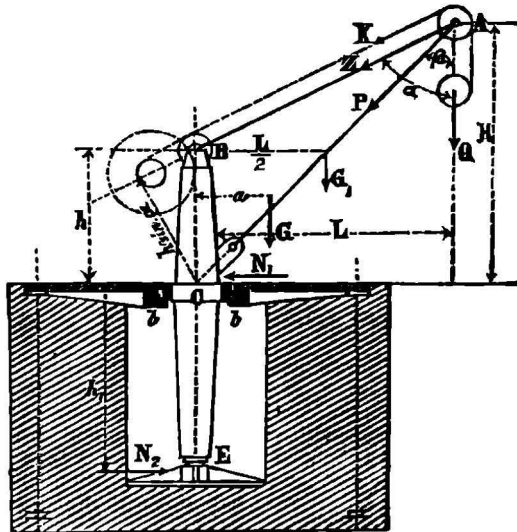
133. Расчитать устой набережнаго крана (фиг. 135) по слѣдующимъ даннымъ: наибольшій поднимаемый грузъ $Q = 3000$ кгр.; укосина и тѣли желѣзныя; колонна, цапфы и шарниры стальные; рама ворота и фундаментная доска чугуныя. Коэфф. прочности $k = 10$. Вылетъ крана $L = 3,5$ м.; $H = 4,2$ м., $h = 1,5$ м., $h_1 = 2,1$ м.; собственный вѣсъ $G = 0,5 Q = 1500$ кгр.; $a = 1/2$, $L = 0,875$ м.

134. Валъ AB гидравлического колеса (фиг. 136) передаетъ при 10 оборотахъ въ мин. 40 п. л. Вѣсъ колеса съ заключенною въ его ковшахъ водою равенъ 12000 кгр. и распределяется на двѣ розетки. Радиусъ колеса $R=4$ м.



Фиг. 134.

Зубчатое колесо B заклинено снаружи и вѣсиль 900 кгр.; его радиусъ $r=1,5$ м. Валъ чугунный, пустотѣлый. Ширина колеса равна 2,5 м; расстоянія отъ лѣ-



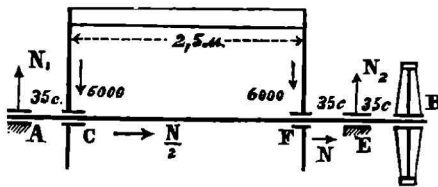
Фиг. 135.

ваго подшипника до розетки и отъ праваго до правой розетки и зубчатого колеса одинаковы и равны 35 см. Расчитать валъ и ручки.

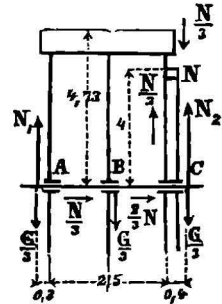
НБ
УДУНТ
(МБТ)

135. Расчитать главные части верхненаливного колеса съ зубчатымъ вѣнцомъ, прикрѣпленнымъ къ ручкамъ колеса (фиг. 137), по слѣдующимъ даннымъ: $N = 30$ п. л., напоръ $H = 10$ м., скорость на окружности колеса $v = 1,5$ м.; коефф. п. д $\mu = 0,75$. Колесо и валъ желѣзные; колесо снабжено тремя системами радиальныхъ ручекъ. Радиусъ колеса $R = 4,73$ м.; ширина его равна 2,5 м., радиусъ зубчатого вѣнца $R_1 = 4$ м. Число ручекъ колеса $i = 12$.

136. Въ верхненаливномъ колесѣ зубчатый вѣнецъ привинченъ не къ ручкамъ, а прямо къ ободу (фиг. 138), вслѣдствіе чего системы ручекъ замѣнены системами радиальныхъ, діагональныхъ и периферическихъ спиць. Расчитать валъ и спиць, предполагая только 2 системы радиальныхъ спиць.

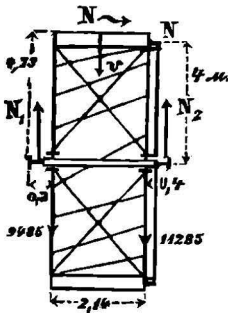


Фиг. 136.

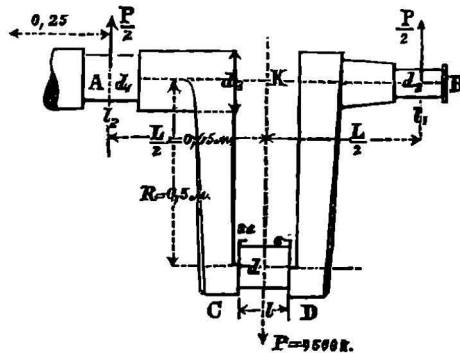


Фиг. 137.

137. Турбина Жирара доставляетъ при 40 обор. въ мин. 50 п. л. полезной работы. Давленіе (вертикальное) воды на турбину $P = 250$ к. Турбина заклинена на чугунномъ пустотѣломъ валу, опирающемся при помощи верхней (фонтеновской) паты на колонну длиною 2,9 м. Вѣсъ турбины 400 к., вѣсъ чугуннаго вала 150 к., вѣсъ зубч. колеса 400 к., слѣд. полная нагрузка колонны равна $\infty 1200$ к. Расчитать колонну, валъ и ручки турбины.



Фиг. 138.



Фиг. 139.

138. Горизонтальная паровая машина (діам. цилиндра $D = 40$ см., длина хода $L = 0,8$ м.) расчитана такимъ образомъ, что при числѣ оборотовъ $n = 80$ въ мин. доставляетъ, при упругости пара въ цилиндрѣ $p = 4,5$ ат., $N = 50$ п. л. полезной работы, но можетъ доставить $N_{max} = 70$ п. л., работая при упругости пара $p = 5,5$ и дѣлая 100 обор. въ м. Маховикъ снабженъ зубцами на ободѣ и имѣетъ радиусъ $R = 1,5$ м.; его вѣсъ 2000 к.; длина коренного вала между подшипниками $l = 2$ м.; расстояние отъ середины луговки до середины шейки вала 0,4 м. Маховикъ заклиненъ въ разстояніи 0,8 м. отъ середины цапфы. На концѣ вала заклиненъ эксцентрикъ, приводящій въ движеніе питательный насосъ котла. Діаметръ шпрята насоса $d = 7$ см., на-

сось работаетъ при напорѣ $H = 4$ м. и сверхъ того долженъ преодолѣть упругость пара въ котлѣ 6 ат. (за вычетомъ атм.). Длина тяги эксцентрика $L_1 = 0,6$ м.; радиусъ диска $r = 0,1$ м., коэфф. тренія между хомутомъ и дискомъ $f = 0,11$. Стержень эксцентрика желѣзный, круглый. Валъ машины, пуговна, штокъ и цапфы крѣйцкопфа стальные; шатунъ и кривошипъ желѣзные. Расчитать главныя части машины.

139. Расчитать стальной колычатый валъ $ABCD$ (фиг. 139) по слѣдующимъ даннымъ: расстояние AB между серединами подшипниковъ $L = 0,9$ м.; сила, вращающая колѣно $P = 4500$ в.; длина колѣна $R = 0,5$ м. Передаточныя колеса насажены на валъ влѣво отъ шейки A .

НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

Графостатика.

Г Л А В А VIII.

Основные построения.

§ 90. Предметъ графической статики. Предметъ графической статики составляетъ рѣшеніе вопросовъ равновѣсія силъ при помощи геометрическихъ построеній. Графическій способъ рѣшенія задачъ равновѣсія отличается сравнительно съ аналитическимъ методомъ, большей простотою, скорѣе ведетъ къ цѣли и представляетъ результаты въ наглядной формѣ. Поэтому графическій способъ получилъ большое распространеніе на практикѣ при опредѣленіи силъ, дѣйствующихъ въ частяхъ сооружений и машинъ, а также изгибающихся и крутящихся моментовъ этихъ силъ.

§ 91. Графическое изображеніе силъ. Масштабъ силъ. При рѣшеніи вопросовъ графической статики, величины, входящія въ вопросъ (силы, моменты, площади и т. п.) представляются отрѣзками прямой линіи, содержащими столько единицъ длины, сколько характеристическихъ единицъ заключается въ изображаемой величинѣ.

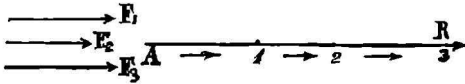
Силы изображаются ¹⁾ по величинѣ и направленію отрѣзками прямыхъ линій, проведенныхъ изъ точекъ приложенія силъ, при чемъ направленіе ихъ въ ту или другую сторону по линіи дѣйствія обозначаютъ стрѣлкою, поставленною на концѣ отрѣзка. Величины этихъ отрѣзковъ пропорціональны величинамъ силъ и откладываются по такъ наз. *масштабу силъ*, одна линейная единица котораго соотвѣтствуетъ опредѣленному числу единицъ силы (напр. 1 сант. = 300 кгр.).

§ 92. Сложеніе силъ, направленныхъ по одной прямой или по линіямъ параллельнымъ.

I. Если всѣ данныя силы F_1, F_2, F_3, \dots направлены въ одну и ту же сторону, то ихъ равнодѣйствующая R равна ихъ суммѣ и направ-

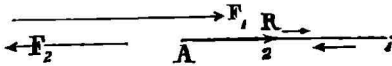
¹⁾ См. С. Гуржевъ. Основы общей механики, § 77 и глава VI.

лена по той же прямой и въ ту же сторону. Для нахождения ея откладываютъ отъ нѣкоторой точки A (фиг. 140), послѣдовательно отрѣзки, представляющіе въ известномъ масштабѣ данныя силы F_1 и $F_2...$ Равнод. Q изобразится отрѣзкомъ AR .



Фиг. 140.

II. Пусть имѣемъ двѣ силы F_1 и F_2 , направленные по одной прямой, но въ стороны противоположныя. Въ этомъ случаѣ, отложивъ отъ нѣкоторой точки A (фиг. 141) силу F_1 , должно вторую силу отложить отъ конца первой силы въ сторону противоположную. Равнод. R будетъ равна

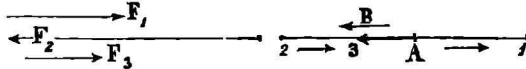


Фиг. 141.

разности данныхъ силъ и направлена въ сторону большей.

Признакъ равновѣсія. Въ случаѣ равенства силъ, конецъ второй силы совпадаетъ съ начальной точкою A : данныя силы взаимноуравновѣшиваются.

III. Если требуется сложить нѣсколько силъ, направленныхъ въ разныхъ стороны, то откладываютъ данныя силы одна за другою, причеиъ силы обратнаго направленія должно откладывать въ сторону противо-

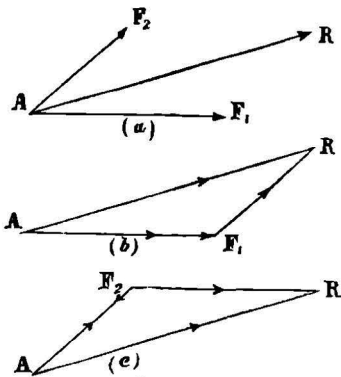


Фиг. 142.

положную. На фиг. 142 равнод. R трехъ силъ F_1 , F_2 и F_3 , изъ которыхъ вторая противоположна остальнымъ, изобразится отрѣзкомъ AR , направленнымъ влѣво отъ точки A .

Признакъ равновѣсія. Если конецъ послѣдней силы упадетъ въ начальную точку A , то равнодѣйствующая будетъ равна нулю: силы взаимно уравновѣшиваются.

§ 93. Сложеніе двухъ сходящихся силъ. Треугольникъ силъ. Равнод. двухъ силъ F_1 и F_2 (фиг. 143, а), приложенныхъ къ одной точкѣ A и образующихъ между собою уголъ, выражается, какъ известно, по величинѣ и направленію, діагональю параллелограмма, построеннаго на составляющихъ силахъ.



Фиг. 143.

Для полученія равнодѣйствующей R нѣтъ надобности строить весь параллелограммъ; для этой цѣли достаточно изъ конца силы F_1 провести линію F_1R (фиг. 143, b), параллельную и равную другой составляющей силъ F_2 . Соединивъ точки A и R прямою AR , получимъ такъ наз. *треугольникъ силъ*; прямая AR , наз. *замыкающею* стороною треугольника, пред-

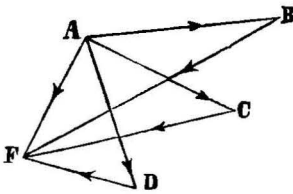
ставить искомую равнодѣйствующую. Какъ видно изъ чертежа, она имѣетъ направленіе вдоль периметра треугольника силъ, *противоположное направленію силъ составляющихъ*.

Легко видѣть также, что величина и направленіе равнодѣйствующей AR не измѣнится, если мы измѣнимъ порядокъ сложенія, т. е. если изъ конца второй составляющей F_2 проведемъ линію F_2R , равную и параллельную первой силѣ F_1 (фиг. 143, с).

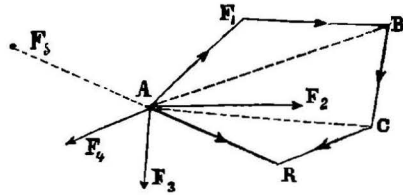
Равновѣсіе двухъ силъ, образующихъ между собой уголъ, не равный 180° , невозможно.

§ 94. Разложеніе силы на двѣ сходящіяся составляющія. Всякую силу можно замѣнить двумя составляющими, приложенными къ той же точкѣ твердаго тѣла. Такъ сила F (фиг. 144) можетъ быть разложена на составляющія AB и FB , или AC и FC или AD и ED и т. д. Составляющія могутъ быть какія угодно, лишь бы онѣ образовали съ данною силою F *сомкнутый треугольникъ*.

Весьма часто требуется замѣнить данную силу двумя составляющими, имѣющими *данныя направленія*. Вопросъ допускаетъ одно рѣшеніе и



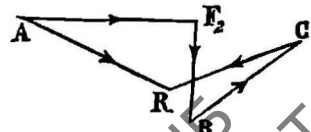
Фиг. 144.



Фиг. 145.

приводится къ построению треугольника по сторонамъ и двумъ угламъ. Если дана одна изъ составляющихъ *по величинѣ и направленію*, то другая опредѣлится какъ замыкающая сторона треугольника, построеннаго на разлагаемой силѣ и данной составляющей. Направленіе найденной составляющей должно быть взято вдоль периметра треугольника въ одну сторону съ данною составляющею.

§ 95. Сложеніе нѣсколькихъ сходящихся силъ, лежащихъ въ одной плоскости. Многоугольникъ силъ. Предположимъ, что въ точкѣ A твердаго тѣла приложено четыре силы F_1, F_2, F_3 и F_4 (фиг. 145). Сложимъ сначала, по правилу треугольника, двѣ какія-нибудь силы, напр. F_1 и F_2 ; полученную равнодѣйствующую AB сложимъ съ третьею силою; новую равнодѣйствующую AC сложимъ съ послѣднею силою. Линія AR представитъ искомую равнодѣйствующую. Не трудно замѣтить, что вопросъ приводится къ построению многоугольника $AFBCRA$, стороны котораго соответственно равны и параллельны даннымъ силамъ; поэтому онъ наз. *многоугольникомъ* или *планомъ силъ*. Равнодѣйствующая является *замыкающею стороною* (AR) этого многоугольника. Она всегда направлена отъ начальной точки A къ конечной точкѣ многоугольника, слѣд. *на встрѣчу составляющихъ*.

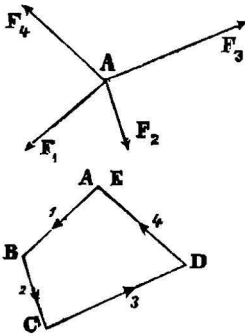


Фиг. 146.

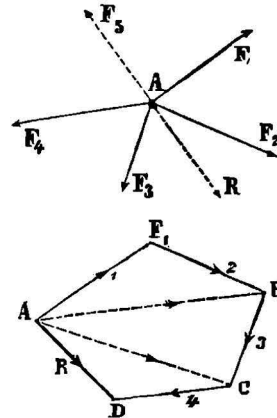
Равнодѣйствующая является замыкающею стороною (AR) этого многоугольника. Она всегда направлена отъ начальной точки A къ конечной точкѣ многоугольника, слѣд. на встрѣчу составляющихъ.

При построении многоугольника силъ безразлично съ какой силы начинать и въ какомъ порядкѣ складывать остальные силы: результатъ получится тотъ же. На (фиг. 146) выбранъ порядокъ F_2, F_3, F_1, F_4 ; получилаоь та же равнодѣйствующая AR .

§ 96. Условія равновѣсія сходящихся силъ. Сомкнутый многоугольникъ силъ. Если при построении многоугольника силъ конечная точка E (фиг. 147) совпадетъ съ начальной A , то равнодѣйствующая будетъ равна нулю, т. е. *силы находятся въ равновѣсїи*. Такимъ образомъ, условіе равновѣсія сходящихся силъ графически выражается тѣмъ обстоятельствомъ, что *многоугольникъ силъ замыкается самъ собою*. У такого сомкнутого многоугольника всѣ стороны имѣютъ одинаковое направленіе вдоль периметра.



Фиг. 147.



Фиг. 148.

§ 97. Если система силъ F_1, F_2, F_3, F_4 (фиг. 148) не даетъ сомкнутого многоугольника, то это показываетъ, что эти силы не уравновѣшиваются взаимно, т. е. имѣютъ равнодѣйствующую. Для равновѣсія нужно приложить въ этой точкѣ новую силу F_5 , равную, но прямопротивоположную равнодѣйствующей AD ; эта сила опредѣлится по величинѣ и направленію замыкающей стороной DA многоугольника, взятою въ обратномъ направленіи¹⁾. Отсюда слѣдуетъ, что *въ сомкнутомъ многоугольникѣ каждая сила, взятая въ обратномъ направленіи, представляетъ равнодѣйствующую всѣхъ остальныхъ силъ*.

§ 98. Сложеніе силъ, дѣйствующихъ въ одной и той же плоскости и приложенныхъ къ различнымъ точкамъ твердаго тѣла. Пусть дана система силъ F_1, F_2, F_3, \dots , приложенныхъ къ различнымъ точкамъ A, B, C, \dots твердаго тѣла. Чтобы найти равнодѣйствующую этой системы, продолжимъ до взаимнаго пересѣченія какія либо двѣ изъ данныхъ силъ и найдемъ ихъ равнодѣйствующую; эту послѣднюю продолжимъ до пересѣченія съ третьею силою, найдемъ новую равнодѣйствующую

¹⁾ При обозначеніи силы двумя буквами принято ставить ихъ въ извѣстномъ порядкѣ, именно сначала букву, указывающую начало силы, а потомъ букву, указывающую конецъ ея. Такимъ образомъ AD и DA означаютъ двѣ равныя и прямопротивоположныя силы

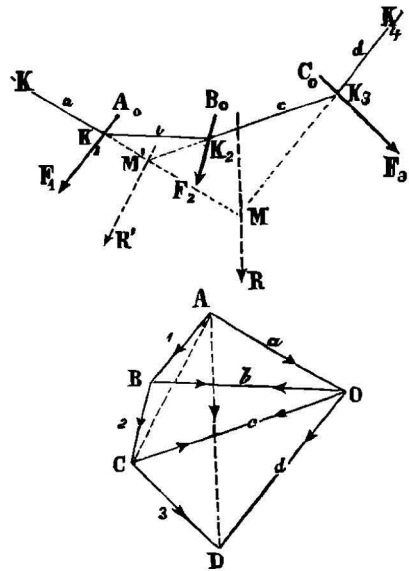
шую, которую сложимъ съ четвертою и т. д., пока всё данныя силы не будутъ замѣнены одною общею равнодѣйствующею.

Легко видѣть, что по величинѣ ту же самую равнодѣйствующую получили бы мы, если бы всё данныя силы перенесли параллельно самимъ себѣ въ любую точку твердаго тѣла и затѣмъ сложили бы ихъ, какъ сходящіяся силы, построивъ многоугольникъ силъ. Неизвѣстнымъ осталось бы только положеніе равнодѣйствующей.

§ 99. **Веревочный многоугольникъ.** Предположимъ, что къ тѣлу приложены три силы: F_1 , F_2 и F_3 (фиг. 149), лежащія въ одной плоскости и пересѣкающіяся въ различныхъ точкахъ. Чтобы найти равнодѣйствующую, построимъ многоугольникъ силъ; для этого отложимъ отъ произвольной точки A до B величину первой силы; отъ B до C —величину второй силы и отъ C до D —величину третьей. Замыкающая сторона AD дастъ величину и направленіе равнодѣйствующей.

Для опредѣленія положенія этой равнодѣйствующей, т. е. точки ея приложенія, разложимъ первую силу F_1 на двѣ составляющія (§ 94) AO и OB , направленія которыхъ встрѣчаются въ произвольно выбранной точкѣ O ; силу F_2 на составляющія BO и OC и наконецъ силу F_3 замѣнимъ двумя составляющими CO и OD , направленія которыхъ проходятъ черезъ ту же точку O .

Построимъ теперь эти составляющія на фиг. 149. Для этого возьмемъ на направленіи силы F_1 произвольную точку K_1 и черезъ нее проведемъ линіи KK_1 и K_1K_2 , параллельныя слагающимъ AO и OB ; черезъ точку встрѣчи K_2 линіи K_1K_2 съ силою F_2 проведемъ линію K_2K_3 , параллельную OC до встрѣчи съ третьею силою F_3 въ точкѣ K_3 и наконецъ черезъ точку K_3 проведемъ линію K_3K_4 , параллельную OD . Затѣмъ на линіяхъ K_1K и K_1K_2 отложимъ слагающія AO и OB , замѣняющія силу F_1 ; на линіяхъ K_2K_1 и K_2K_3 отложимъ составляющія BO и OC силы F_2 и наконецъ слагающія CO и OD , замѣняющія силу F_3 , приложимъ въ K_3 по линіямъ K_3K_2 и K_3K_4 . Такимъ образомъ три данныя силы замѣнены шестью составляющими; но легко видѣть, что слагающія OB и BO , направленные по K_1K_2 , взаимноуничтожаются, какъ силы равныя и прямопротивоположныя, точно также уничтожаются двѣ слагающія OC и CO , идущія по линіи K_2K_3 . Останутся двѣ силы: AO , направленная по KK_1 и OD , идущая по K_4K_3 . Итакъ, всё данныя силы приведены къ двумъ силамъ a и d ; точка встрѣчи ихъ M и будетъ искомая точка приложенія равнодѣйствующей данныхъ силъ



Фиг. 149.

F_1 , F_2 и F_3 ; величина же равнодѣйствующей AD уже опредѣлена построениемъ многоугольника силъ.

Точка O наз. полюсомъ, а линіи OA , OB . . . лучами. Ломаная линія $KK_1K_2K_3$, стороны которой параллельны лучамъ, наз. веревочнымъ многоугольникомъ¹⁾. Вершины его K_1 , K_2 , K_3 наз. узлами.

Выведенное выше правило выражается слѣдующимъ образомъ: *точки приложенія равнодѣйствующей есть точка пересѣченія первой и последней сторонъ веревочнаго многоугольника.*

Пользуясь этимъ правиломъ, не трудно опредѣлить равнодѣйствующую R' двухъ какихъ угодно силъ изъ числа данныхъ, напр. F_1 и F_2 . Величина и направленіе ея выразятся діагональю AC многоугольника силъ $OABCD$, а точка приложенія найдется, если продолжимъ до взаимнаго пересѣченія въ M' стороны a и c веревочнаго многоугольника, параллельныя крайнимъ сторонамъ OA и OC многоугольника силъ $OABCD$.

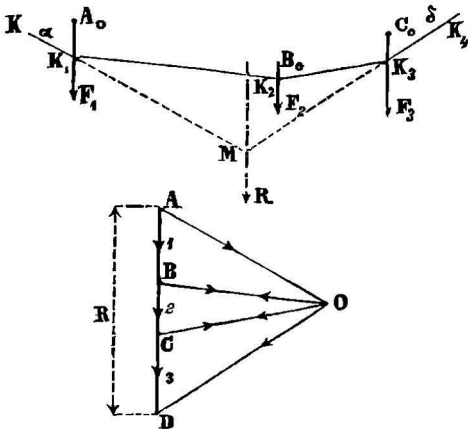
Видъ веревочнаго многоугольника зависитъ отъ выбора полюса O , но такъ какъ онъ совершенно произволенъ, то ясно, что для данной системы силъ F_1 , F_2 , F_3 можно построить безчисленное множество веревочныхъ многоугольниковъ; но всѣ они будутъ обладать тѣмъ свойствомъ, что точка пересѣченія крайнихъ сторонъ ихъ будетъ лежать на направленіи равнодѣйствующей R .

Порядокъ, въ которомъ складываются данныя силы въ многоугольничкѣ силъ, не имѣетъ вліянія на окончательные результаты (§ 93).

§ 100. Сложеніе параллельныхъ силъ. Предположимъ, что къ тѣлу приложены три параллельныя силы одинаковаго направленія F_1 , F_2 и F_3 .

Какъ извѣстно, равнодѣйствующая равна ихъ суммѣ и направлена въ ту же сторону. Многоугольникъ силъ обращается въ этомъ случаѣ въ прямую AD (фиг. 150), параллельную даннымъ силамъ, причемъ $AB = F_1$, $BC = F_2$, $CD = F_3$; слѣдовательно $AD = R$.

Чтобы опредѣлить положеніе равнодѣйствующей R , возьмемъ произвольно полюсъ O и проведемъ лучи OA , OB , OC и OD . Замѣнивъ силу F_1 двумя слагающими AO и OB ; силу F_2 слагающими BO и OC и силу F_3 слагающими CO и OD , приведемъ всю систему къ двумъ силамъ AO и OD , слагающимся



Фиг. 150.

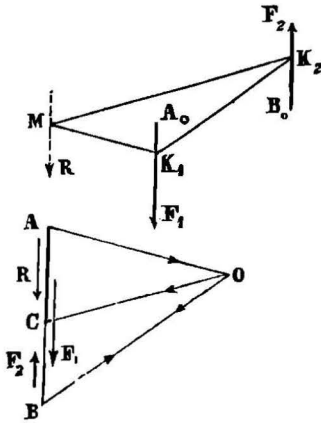
въ равнодѣйствующую R . Проведя затѣмъ линіи KK_1 , K_1K_2 . . . , парал-

¹⁾ Такъ какъ по направленіямъ прямыхъ K_1K_2 , K_2K_3 . . . дѣйствуютъ равныя и прямопротивоположныя силы, то въ тѣлѣ возбуждаются по этимъ направленіямъ растяженія или сжатія; поэтому оно можетъ быть замѣнено системою прямыхъ абсолютно твердыхъ стержней, соединенныхъ въ узлахъ K_1 и K_2 . . . шарнирами и подверженныхъ дѣйствию лишь двухъ силъ a и d ,

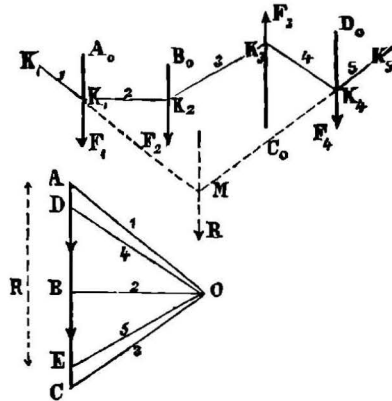
тельно лучам $OA, OB \dots$, как объяснено в предыдущем §, получим веревочный многоугольник $KK_1K_2K_3K_4$, пересечение крайних сторон α и δ которого даст точку M , через которую должна пройти равнодействующая R .

§ 101. Все эти построения прямяются и к тому случаю, когда параллельныя силы имѣютъ разныя направленія, но не образуютъ пару силъ.

Пусть F_1 и F_2 (фиг. 151) будутъ двѣ такія силы. Отложивъ силу F_1 по прямой AB сверху внизъ и силу $F_2 = BC$ снизу вверхъ, найдемъ равнодействующую $R = AC$, равную разности данныхъ силъ и направленную въ сторону большей силы F_1 . Проведя затѣмъ стороны веревочнаго многоугольника $MK_1 \parallel OA, K_1K_2 \parallel OB$ и $K_2M \parallel OC$, найдемъ въ пересѣченіи крайнихъ сторонъ K_1M и K_2M точку M , черезъ которую



Фиг. 151.



Фиг. 152.

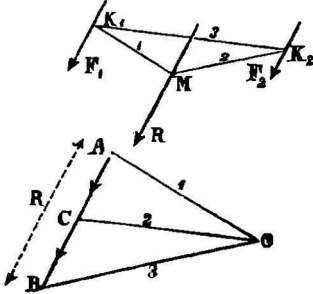
должна пройти равнодействующая R . Она всегда лежитъ внѣ данныхъ силъ, но въ сторонѣ большей силы.

На фиг. 152 представлены веревочный многоугольникъ и многоугольникъ четырехъ силъ F_1, F_2, F_3 и F_4 , изъ которыхъ одна (F_3) направлена въ сторону, противоположную остальнымъ. Въ многоугольникѣ силъ OAE отръзокъ $AB = F_1, BC = F_2, CD = F_3, DE = F_4$ и $AE = R$.

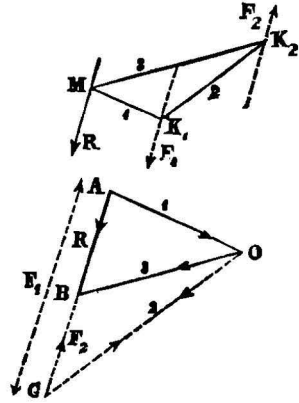
§ 102. Разложеніе силы на двѣ параллельныя составляющія. Пусть требуется разложить силу R (фиг. 153) на двѣ параллельныя составляющія (одинаковаго направленія), положенія которыхъ даны. Чтобы найти ихъ величины, строимъ многоугольникъ OAB ; беремъ на направленіи силы R произвольную точку M и черезъ нее проводимъ линіи, параллельныя крайнимъ лучамъ OA и OB до пересѣченія въ точкахъ K_1 и K_2 съ направленіями слагающихъ силъ; затѣмъ соединяемъ точки K_1 и K_2 прямою K_1K_2 , а черезъ полюсъ O проводимъ линію OC , ей

направленныхъ по крайнимъ сторонамъ KK_1 и K_2K_4 . Въ случаѣ, когда въ сторонахъ многоугольника $KK_1K_2 \dots$ возбуждаются лишь растягивающія силы, твердые стержни могутъ быть замѣнены даже гибкими тѣлами — веревками или цѣпями. На основаніи этого свойства многоугольнику дали названіе шарнирнаго или веревочнаго многоугольника.

параллельную, до пересѣченія въ точкѣ C съ линією AB . Отрѣзки AC и CB представляютъ искомыя составляющія. На фиг. 154 показано разложеніе силы R на двѣ составляющія F_1 и F_2 разнаго направленія, когда даны ихъ положенія.

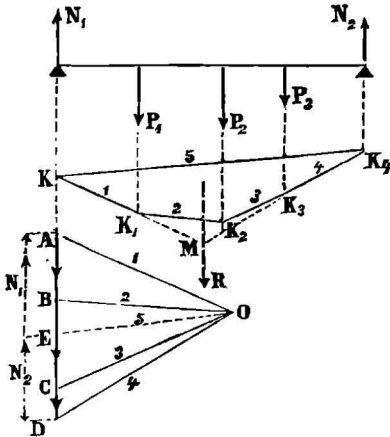


Фиг. 153.



Фиг. 154.

Подобнымъ же способомъ производится разложеніе силы на двѣ параллельныя составляющія, если даны величина и положеніе одной изъ составляющихъ.



Фиг. 155.

Примръ. На балку, лежащую на двухъ опорахъ (фиг. 155), дѣйствуютъ грузы P_1 , P_2 и P_3 . Определить реакціи опоръ N_1 и N_2 . Для рѣшенія этого вопроса построимъ многоугольникъ силъ $OABCD$ и веревочный многоугольникъ $KK_1K_2K_3K_4$. Крайнія стороны послѣдняго KK_1 и K_3K_4 пересѣкутъ направленія искомыхъ реакцій N_1 и N_2 въ точкахъ K и K_4 . Соединимъ эти точки прямою KK_4 , проведемъ ей параллельную OE въ многоугольникъ силъ; послѣдняя отсѣчетъ отъ $AD = R$ части $EA = N_1$ и $DE = N_2$, которыя и представятъ величины искомыхъ реакцій.

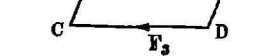
§ 103. Условія равновѣсія силъ, лежащихъ въ одной плоскости.

видѣли выше (§ 96), что для равновѣсія сходящихся силъ необходимо, чтобы многоугольникъ силъ замыкался самъ собою. Но этого условія недостаточно для равновѣсія, если силы не сходятся въ одной точкѣ. Можетъ случиться, что силы составляютъ пару; многоугольникъ силъ замкнется при этомъ самъ собою, но силы не могутъ взаимно уравновѣситься. Такъ напр. 4 силы F_1 , F_2 , F_3 , и F_4 (фиг. 156), попарно равныя и противоположныя сложатся въ сомкнутый многоугольникъ $abcd$, но равновѣсія нѣтъ, такъ какъ силы образуютъ двѣ пары, стремящіяся сообщить тѣлу вращеніе въ одну сторону.

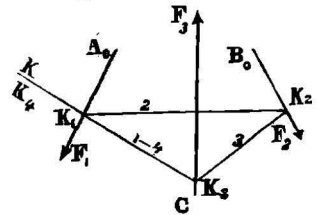
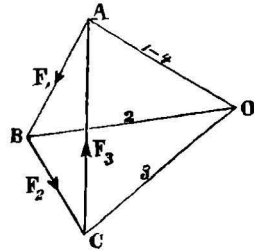
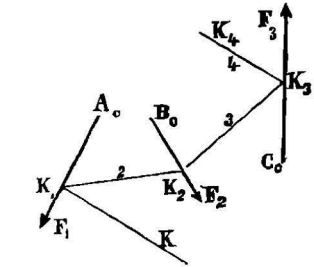
Итакъ, замыканіе многоугольника силъ указываетъ, что силы или взаимноуравновѣшиваются или приводятся къ парѣ силъ. Для рѣшенія вопроса, какой изъ этихъ случаевъ имѣетъ мѣсто, необходимо новое условіе. Оно заключается въ слѣдующемъ: *если силы находятся въ равновѣсїи, то веревочный многоугольникъ также замыкается самъ собою; если же этотъ многоугольникъ не замыкается самъ собою, то силы приводятся къ парѣ.*

Въ самомъ дѣлѣ, пусть имѣемъ три силы F_1 , F_2 и F_3 , дающія сомкнутый многоугольникъ ABC (фиг. 157). Возьмемъ полюсъ O и проведемъ лучи OA , OB и OC , обозначенные на чертежѣ цифрами, соответствующими знакамъ силъ, черезъ начало которыхъ они проведены. Такъ какъ многоугольникъ силъ замкнулся самъ собою, то лучъ OA будетъ и первый и послѣдній. Поэтому крайнія стороны KK_1 и K_3K_4 веревочнаго многоугольника $KK_1K_2K_3K_4$ будутъ параллельны между собою; но такъ какъ онѣ не совпадаютъ, то получится несомкнутый веревочный многоугольникъ: данная система силъ приводится къ двумъ равнымъ, параллельнымъ, но не прямо противоположнымъ силамъ, т. е. къ парѣ силъ.

На той же фиг. 157 изображенъ веревочный многоугольникъ для такой системы силъ F_1 , F_2 , F_3 , когда линия K_2K_4 совпадаетъ съ KK_1 , слѣдовательно веревочный многоугольникъ замыкается самъ собою. Система силъ приводится къ двумъ равнымъ и прямопротивоположнымъ силамъ, т. е. даннымъ силамъ взаимноуравновѣшиваются.



Фиг. 156.



Фиг. 157.

Итакъ, система силъ, лежащихъ въ одной плоскости, находится въ равновѣсїи, если и многоугольникъ силъ и веревочный многоугольникъ замыкаются сами собою. Если же замыкается только многоугольникъ силъ, то данныя силы приводятся къ парѣ.

§ 104. Графическое выраженіе статическихъ моментовъ. Пусть на твердое тѣло дѣйствуютъ система силъ F_1 , F_2 , F_3 , F_4 (фиг. 158), лежащихъ въ одной плоскости. Чтобы найти моментъ ихъ равнодѣйствующей относительно какой-либо точки I , построимъ многоугольникъ силъ $ABCDE$ и веревочный многоугольникъ $KK_1K_2K_3K_4$. Опредѣлимъ по предыдущему (§ 99) положеніе равнодѣйствующей R , опустимъ изъ данной точки I перпендикуляръ l на ея направленіе. Произведеніе $R \cdot l$ представитъ

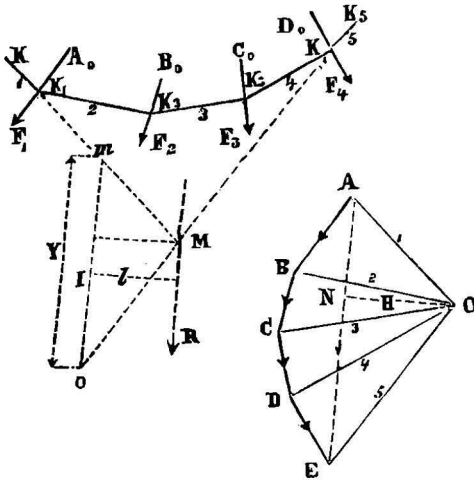
моментъ равнодѣйствующей, равный, какъ извѣстно, суммѣ моментовъ всѣхъ составляющихъ.

Чтобы выразить графически этотъ моментъ, проведемъ черезъ центръ моментовъ I прямую mn , параллельную равнодѣйствующей R , до пересѣченія съ продолженными крайними сторонами веревочнаго многоугольника въ точкахъ m и n , получимъ два подобныхъ треугольника mIM и OAE , дающихъ пропорцію:

$$mn : R = l : ON,$$

гдѣ ON есть перпендикулярное разстояніе полюса O отъ равнодѣйствующей AE ; или, если обозначимъ mn черезъ y , а ON черезъ H :

$$y : R = l : H, \text{ откуда } M = Rl = Hy.$$



Фиг. 158.

Отсюда вытекаетъ правило: *статическій моментъ системы силъ, лежащихъ въ одной плоскости, относительно какой-либо оси, перпендикулярной къ плоскости силъ, пропорционаленъ отрезку y , отсѣкаемому крайними сторонами веревочнаго многоугольника отъ прямой, проведенной черезъ центръ моментовъ параллельно равнодѣйствующей R .*

Полюсное (или полярное) разстояніе H измѣряется на многоугольникѣ (планѣ) силъ и представляетъ нѣкоторую силу, а отрезокъ y представляетъ нѣкоторое плечо, т. е. линейную величину; но, не измѣняя результата, можно, наоборотъ, выразить H въ ед. длины, а отрезокъ y въ ед. силы.

Если выберемъ полюсное разстояніе H равнымъ единицѣ силъ, то будемъ имѣть:

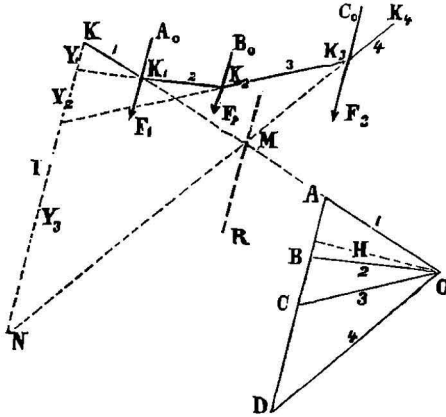
$$M = y,$$

т. е. *моментъ силъ будетъ выражаться отрезкомъ y .*

§ 105. **Случай параллельныхъ силъ.** Предыдущее построение вполнѣ примѣняется и къ тому случаю, когда данныя силы параллельны между собою.

Пусть F_1 , F_2 и F_3 (фиг. 159) будутъ три параллельныя силы и I —центръ моментовъ. Построимъ планъ силъ $OABCD$ и веревочный многоугольникъ $KK_1K_2K_3K_4$ и проведемъ черезъ точку I прямую IN , параллельную даннымъ силамъ. Для силы F_1 крайними сторонами веревочнаго многоугольника будутъ линіи KK_1 и K_1K_2 ; онѣ отсѣкаютъ отъ

линии IN отрезок y_1 ; слѣд., моментъ силы F_1 относительно точки I будетъ: $M_1 = Hy_1$. Для силы F_2 крайними сторонами веровочнаго многоугольника будутъ лини K_1K_2 и K_2K_3 ; онѣ отсѣкаютъ отъ лини IN отрезокъ y_2 ; поэтому моментъ силы F_2 будетъ: $M_2 = Hy_2$. Наконецъ



Фиг. 159.

моментъ силы F_3 будетъ $M_3 = Hy_3$. Слѣдовательно, моментъ равнодѣйствующей R будетъ:

$$M = M_1 + M_2 + M_3 = H(y_1 + y_2 + y_3) = Hy,$$

гдѣ H есть полюсное разстояніе, а $y = y_1 + y_2 + y_3$.

Принявъ полюсное разстояніе H за единицу силъ, получимъ, какъ прежде:

$$M = y,$$

т. е. отрезокъ y , измѣренный по масштабу длины, представить численно величину момента.

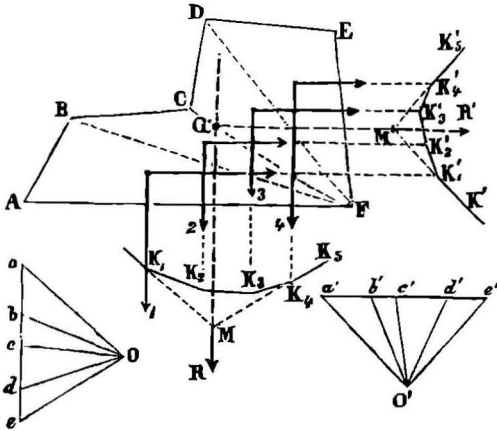
ГЛАВА IX.

Приложенія.

§ 106. Графическое опредѣленіе центра тяжести сложныхъ фигуръ. Чтобы опредѣлить графически центръ тяжести какой-либо сложной фигуры должно разбить ее на такія части (треугольники, прямоугольники...), центры тяжести которыхъ опредѣляются непосредственно; затѣмъ, рассматривая площади этихъ частей, какъ параллельныя силы (произвольнаго направленія), приложенныя къ ихъ центрамъ тяжести, строить для этихъ силъ планъ силъ и веровочный многоугольникъ, при помощи котораго опредѣляютъ положеніе равнодѣйствующей; такимъ способомъ опредѣлится одна прямая, на которой лежитъ центръ тяжести. Чтобы

найти другую прямую, повторяют предыдущия построения, принявъ для параллельныхъ силъ новое направление. Пересѣченіе найденныхъ двухъ прямыхъ опредѣлитъ искомый центръ тяжести.

Примѣръ 1-й. Найти центръ тяжести площади $ABCDEF$ (фиг. 160). Разобьемъ данную фигуру на 4 треугольника и замѣнимъ ихъ силами 1, 2, 3 и 4, пропорціональными ¹⁾ площадямъ частей и приложенными въ центрахъ тяжести послѣднихъ ²⁾.



Фиг. 160.

Назначивъ произвольно направление этихъ силъ (на чертежѣ вертикальное), построимъ многоугольникъ силъ $Oabce$ и веревочный многоугольникъ $KK_1K_2K_3K_4K_5$. Продолживъ затѣмъ первую сторону его KK_1 до встрѣчи съ послѣднею стороною K_4K_5 , найдемъ точку M приложения равнодѣйствующей R ; черезъ эту точку проведемъ линію MG , параллельную силамъ 1, 2, 3, 4.

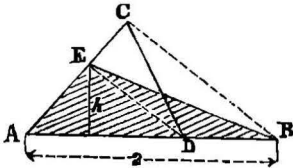
Повторивъ всѣ эти построения для другого направления силъ 1, 2, 3, 4, напр. горизонтального, найдемъ новое направление $M'G$ равнодѣйствующей; искомый центръ тяжести

(G) будетъ лежать въ пересѣченіи линіи MG и $M'G$.

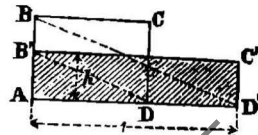
¹⁾ Напримѣръ, примемъ 2,5 кв. мм. = 1 кгр.; а для плана силъ 1 кгр. = 5 мм.

²⁾ Площади частей могутъ быть опредѣлены вычисленіемъ или *построеніемъ*. Въ послѣднемъ случаѣ, сначала слѣдуетъ, въ видахъ упрощенія, преобразовать всѣ треугольныя части такимъ образомъ, чтобы треугольники эти имѣли *одинаковое основаніе, равное двумъ ед. длины*, а прямоугольныя части — въ такіе прямоугольники, которые имѣли бы *одинаковое основаніе, равное ед. длины*. Тогда высоты преобразованныхъ треугольниковъ и прямоугольниковъ выразятъ площади ихъ въ соотв. кв. единицахъ.

Напримѣръ, если линія $AB = 2$ ед. дл. (фиг. 161), то для преобразования Δ -ка ACD въ другой, имѣющій основаніе AB , соединимъ C съ B , черезъ точку D проведемъ линію $DE \parallel BC$ и соединимъ точку E съ B . Высота h Δ -ка AEB выразитъ въ кв. ед. площадь Δ -ка ACD . Для преобразования



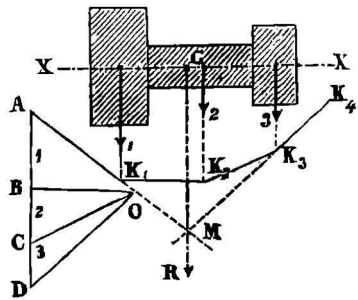
Фиг. 161.



Фиг. 162.

прямоугольника $ABCD$ (фиг. 162) въ другой, ему равновеликій и имѣющій основаніе $AD' = 1$ дл., соединимъ B съ D' , а черезъ D проведемъ прямую $DB' \parallel BD'$. Тогда высота $h = AB'$ прямоугольника $AB'C'D'$ выразитъ въ кв. ед. его площадь. Въ планахъ силъ можно откладывать вмѣсто площадей самыя высоты въ какомъ угодно масштабѣ.

Примеръ 2-й. Если фигура, центръ тяжести которой требуется опредѣлить, имѣть ось симметрии, то, какъ извѣстно, центръ тяжести будетъ лежать на этой оси; а потому достаточно построить одну линию, проходящую черезъ центръ тяжести. Пусть требуется найти центръ тяжести площади (фиг. 163), имѣющей ось симметрии XX . Разбивъ данную площадь на три прямоугольника и построивъ веревочный многоугольникъ, найдемъ точку приложенія M равнодѣйствующей. Проведя черезъ эту точку линію, параллельную силамъ 1, 2, 3, получимъ въ пересѣченіи этой прямой съ осью симметрии XX искомый центръ тяжести G .

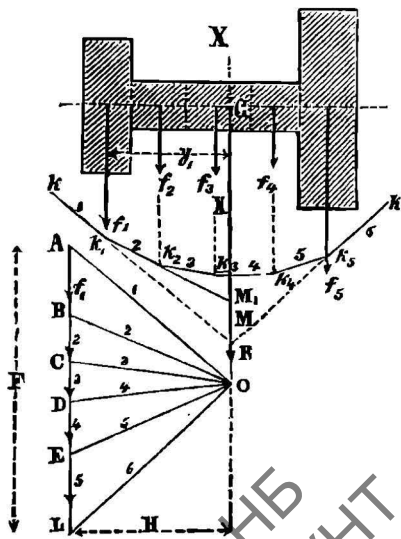


Фиг. 163.

§ 107. **Графическое опредѣленіе моментовъ инерціи плоскихъ фигуръ.** Какъ извѣстно, моментомъ инерціи плоской фигуры относительно какой-либо оси наз. сумма произведеній безконечно малыхъ элементовъ этой площади на квадраты разстояній центра тяжести ихъ до оси. Если назовемъ буквами $f_1, f_2, f_3 \dots$ площади элементовъ, а буквами $y_1, y_2, y_3 \dots$ разстоянія ихъ до оси, то моментъ инерціи фигуры будетъ:

$$\Delta fy^2 = f_1 y_1^2 + f_2 y_2^2 + f_3 y_3^2 + f_4 y_4^2 + \dots = I.$$

Предположимъ, что требуется опредѣлить моментъ инерціи площади, представленной на фиг. 164, относительно оси XX , проходящей черезъ центръ тяжести G фигуры. Разобьемъ данную площадь на пять ¹⁾ частей. Разсматривая площади этихъ частей какъ силы, параллельныя оси XX и приложенныя въ ихъ центрѣ тяжести, построимъ планъ силъ OAL и веревочный многоугольникъ $KK_1K_2 \dots K_6$. Пересѣченіемъ крайнихъ сторонъ этого многоугольника опредѣлится положеніе линіи MG , на которой лежитъ центръ тяжести данной фигуры. Возьмемъ теперь какую-либо площадку, напр. f_1 ; ея моментъ инерціи относительно оси MG будетъ $f_1 y_1^2$. Продолжимъ стороны KK_1 и K_1K_2 веревочнаго многоугольника, соотвѣтствующія f_1 до пересѣченія съ осью MG , получимъ треугольникъ K_1M_1M , подобный треугольнику OAB плана силъ. Такъ какъ площади подобныхъ треугольниковъ относятся, какъ квадраты высотъ, то будемъ имѣть:



Фиг. 164.

¹⁾ Чтобы упростить построение, можно было бы ограничиться дѣленіемъ данной фигуры на три части, соотвѣтственно тремъ прямоугольникамъ, ее составляющимъ.

$$\frac{\Delta K_1 M_1 M}{\Delta OAB} = \frac{y_1^2}{H^2}; \text{ но } \Delta OAB = f_1 \frac{H^2}{2}; \text{ слѣд.,}$$

$$\Delta K_1 M_1 M = \frac{f_1 y_1^2}{2H}; \text{ откуда } f_1 y_1^2 = 2H\Delta_1,$$

гдѣ знакомъ Δ_1 выражена площадь треугольника $K_1 M_1 M$. Такимъ образомъ, численная величина момента инерціи $f_1 y_1^2$ выражается произведениемъ площади Δ_1 на удвоенное полюсное разстояніе. Распространяя этотъ выводъ на всѣ слагающія площадки, приходимъ къ заключенію, что *моментъ инерціи данной фигуры выражается площадью, ограниченной веревочнымъ многоугольникомъ и продолженными крайними сторонами его, умноженной на удвоенное полюсное разстояніе, т. е.*

$$I = F'' \cdot 2H,$$

гдѣ F'' есть площадь веревочнаго многоугольника.

Если проведемъ крайніе лучи OA и OL многоугольника силъ подъ угломъ 45° къ AL , то, такъ какъ $AL = F$, получимъ: $H = \frac{F}{2}$; поэтому

$$I = F \cdot F''.$$

Площади F и F'' должны быть выражены въ одинаковыхъ единицахъ и масштабахъ.

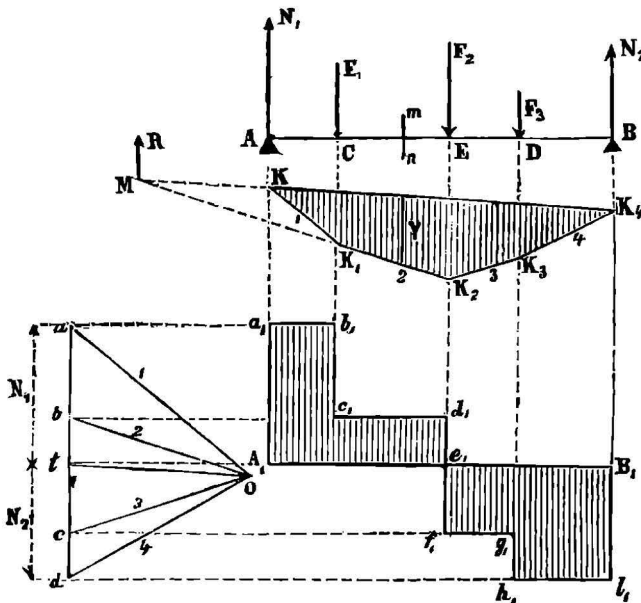
§ 108. *Графическій расчетъ балокъ, лежащихъ на двухъ опорахъ.* Балка, опирающаяся обоими концами на неподвижныя опоры и подверженная, кромѣ своего вѣса, дѣйствию вертикальныхъ силъ, производимыхъ на опоры *давленіемъ*, направленнымъ сверху внизъ, а эти опоры въ свою очередь оказываютъ на балку равныя и прямопротивоположныя противоѣдствія, или *реакціи*, приложенныя къ балкѣ и направленныя снизу вверхъ.

Графическій расчетъ имѣеть цѣлью опредѣлить: 1) *реакціи опоръ*, 2) *вертикальныя* (перерѣзывающія) силы, образующіяся въ отдѣльныхъ поперечныхъ сѣченіяхъ балки; 3) *моменты изгибающихъ балку внешнихъ силъ* и 4) *положеніе опаснаго сѣченія*, т. е. того сѣченія балки, для котораго изгибающій моментъ имѣеть наибольшую величину.

§ 109. Случай дѣйствія сосредоточенныхъ грузовъ.

I. *Опредѣленіе реакцій опоръ.* Предположимъ, что на балку съ прямою горизонтальною осью, лежащую на двухъ опорахъ A и B , дѣйствуютъ три вертикальныя сосредоточенныя силы F_1, F_2, F_3 (фиг. 165). Для нахождения реакцій опоръ надо сначала построить (§ 102) многоугольникъ силъ, который въ данномъ случаѣ обращается въ вертикальную прямую $abcd$; затѣмъ провести изъ полюса O , взятаго произвольно внѣ прямой ad , лучи Oa, Ob, Oc и Od ; потомъ построить соответствующій веревочный многоугольникъ, проведя KK_1 параллельно Oa до встрѣчи съ силою F_1 , затѣмъ $K_1K_2 \parallel Ob$ до встрѣчи съ F_2 , $K_2K_3 \parallel Oc$ до встрѣчи съ F_3 и наконецъ $K_3K_4 \parallel Od$ до встрѣчи съ N_2 . Такъ какъ реакціи уравновѣшиваютъ данныя силы F_1, F_2, F_3 , то должно сомкнуть веревочный многоугольникъ прямою KK_4 и провести черезъ полюсъ O параллельно KK_4 лучъ Ot . Тогда получимъ: реакція $N_1 = ta$, реакція $N_2 = dt$.

II. *Изгибающие моменты.* Изгибающий момент для какого-нибудь сечения балки равен суммѣ моментовъ внѣшнихъ силъ, лежащихъ по ту или другую сторону избраннаго сѣченія. Такъ, напримѣръ, для какого-нибудь сѣченія mn балки AB (фиг. 165) изгибающий моментъ M_r , а также вертикальная срывающая сила, дѣйствующая въ этомъ сѣченіи, будутъ одинаковы, независимо отъ того, какія силы будутъ приняты въ расчетъ — лежащія справа или слѣва отъ избраннаго сѣченія. Въ самомъ дѣлѣ, слѣва отъ сѣченія mn дѣйствуютъ силы N_1 и F_1 ; ихъ равнодѣйствующая $R_1 = N_1 - F_1$ и проходитъ черезъ точку пересѣченія M сторону KK_4 и K_1K_2 (§ 99); величина этой равнодѣйствующей



Фиг. 165.

выражена въ многоугольникѣ силъ отрѣзкомъ tb . Справа же отъ сѣченія mn дѣйствуютъ силы F_2, F_3 и N_2 ; ихъ равнодѣйствующая $R_2 = F_2 + F_3 - N_2$, проходитъ черезъ ту же точку M и выражается въ многоугольникѣ силъ тѣмъ же отрѣзкомъ bt , какъ и R_1 , но направлена сверху внизъ. Такимъ образомъ, *равнодѣйствующія силы, лежащія справа или слѣва отъ даннаго сѣченія, равны между собою и прямо противоположны, слѣдов. ихъ моменты относительно сѣченія mn численно равны, но противоположны по знаку.* Но моментъ силъ F_2, F_3 и N_2 , лежащихъ справа отъ сѣченія mn , относительно этого сѣченія выражается (§ 104) произведеніемъ полюснаго разстоянія H на отрѣзокъ u , отсѣкаемый крайними (для силъ F_2, F_3 и N_2) сторонами K_1K_2 и KK_4 веревочнаго многоугольника отъ вертикальной линіи, проведенной черезъ сѣченіе, т. е.

$$M_r = Hu.$$

Это равенство показывает, что изгибающие моменты пропорциональны ординатам веревочного многоугольника; поэтому последний нередко называется *многоугольником моментов*.

Веревочный многоугольник дает возможность сразу указать положение *опасного сечения* в балке: это будет сечение, которому соответствует наибольшая ордината (на фиг. 165 сечение E).

Примечание. Для получения численной величины изгибающего момента должно, рассматривая ординату y как силу, измерить ее тем же масштабом, который был употреблен при построении многоугольника сил; полусное же расстояние в таком случае должно рассматривать как некоторое плечо и измерять его тем же масштабом, который был употреблен при откладывании длины балки AB . Результат не изменится, если, наоборот, будем рассматривать множитель H как силу, а ординату y как плечо.

III. *Вертикальная (срывающая) сила.* Вертикальная (срывающая) сила для какого-либо сечения равна алгебраической сумме всех внешних сил, приложенных к балке справа или слева от этого сечения. Эта сила стремится срезать балку по данному сечению; она уравновешивается возникающими в этом сечении напряжениями сдвига.

Для какого-либо сечения mn вертикальная срывающая сила равна:

$$R_1 = F_2 + F_3 - N_2 = N_1 - F_1.$$

На план сил эту вертикальную силу представляет отрезок tb , образуемый лучами ot и ob , параллельными сторонам KK_1 и K_1K_2 веревочного многоугольника, лежащим непосредственно под данным сечением; и своим пересечением определяющим точку приложения M силы R_1 ; одна из них есть замыкающая сторона веревочного многоугольника. Легко видеть, что для всех сечений, взятых между силами F_1 и F_2 , вертикальная сила будет одинакова и равна R_1 .

Для сечений взятых между N_1 и F_1 , вертикальная сила равна $F_1 + F_2 + F_3 - N_2 = N_1$ и изобразится на план сил отрезком ta ; для сечений между F_2 и F_3 вертикальная сила равна $F_3 - N_2 = N_1 - F_1 - F_2$ и изобразится отрезком ct ; наконец, для сечений между F_3 и N_2 она равна N_2 и изобразится отрезком dt .

Чтобы представить графически изменение вертикальных сил при переходе от сечения к сечению, проведем через точку t многоугольника сил горизонтальную линию до пересечения в точках A_1 и B_1 с вертикальными линиями, проведенными через опоры; затем отложим найденные вертикальные силы как ординаты для соответствующих поперечных сечений по линиям, перпендикулярным к A_1B_1 . Получим ломаную линию $A_1a_1b_1c_1d_1e_1f_1g_1h_1i_1$, наглядно показывающую ход изменения вертикальных сил.

Из чертежа видно, что для сечения E , для которого изгибающий момент наибольший, вертикальная сила меняет знак: левее этого сечения вертикальные силы отрицательны (направлены вверх), правее — положительны (направлены вниз). Наибольшую величину вертикальные силы получают для опор, где изгибающий момент в свою очередь равен нулю.

Численный пример. $F_1 = 1800$ кг., $F_2 = 820$ кг., $F_3 = 960$ к. Точка приложения первой силы отстоит от левой опоры A на 1,5 м., второй на 2 м.

и 3-й—на 3 м. Длина балки $AB = 4$ м. Масштабъ длинъ $\frac{1}{50}$, масштабъ силъ—1 см. = 450 к.; $H = 1800$ к. (= 4 см.). Определить графически реакціи опоръ и наибольшій изгибающій моментъ.

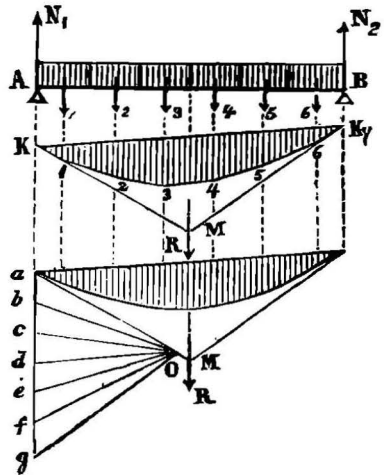
§ 110. Случай дѣйствио равномерно распределеннаго груза. Предположимъ, что нагрузка на ед. длины балки равна q ; тогда полный грузъ на всей длинѣ $AB = l$ балки будетъ $Q = ql$. Отложимъ нагрузку q какъ постоянную ординату по перпендикуляру къ AB (фиг. 166), получимъ площадь $AA'B'B$, наз. *грузовою площадью*, дающею наглядное изображеніе распределенія нагрузки.

Разобьемъ грузовую площадь на 6 равныхъ частей, т. е. будемъ разсматривать равномерно распределенную нагрузку, какъ состоящую изъ 6 сосредоточенныхъ грузовъ 1, 2, 3 . . . 6. Отложивъ ихъ одинъ за другимъ отъ a до g , построимъ *линію силъ* (планъ силъ) и проведемъ изъ произвольнаго полюса O лучи. Затѣмъ построимъ веревочный многоугольникъ $K_1K_2K_3 \dots K_6K_7$. Продолжимъ первую и послѣднюю его стороны, получимъ въ пересѣченіи ихъ точку M , определяющую положеніе равнодѣйствующей силъ 1, 2, . . . 6. Станемъ теперь непрерывно увеличивать число частей, на которыя разбивается нагрузка, т. е. число сосредоточенныхъ грузовъ, оставляя ихъ сумму по прежнему равною ag . При этомъ лучи Oa и Og не измѣнятся, а также и направление крайнихъ сторонъ KM и MK_7 веревочнаго многоугольника, число же сторонъ его будетъ безгранично увеличиваться. Переходя къ предѣлу—равномерно распределенному грузу—получимъ вмѣсто ломаной линіи $K_1, 2 \dots K_7$, кривую линію, для которой линіи KM и MK_7 будутъ касательными въ конечныхъ точкахъ кривой. Точка пересѣченія ихъ M должна находиться на линіи, проходящей черезъ ц. тяжести груза, т. е. черезъ середину балки.

I. *Определеніе реакціи опоръ.* Такъ какъ грузъ равномерно распределенъ по всей длинѣ балки, то, очевидно, что на каждую изъ опоръ B и A приходится одинаковое давленіе, равное половинѣ груза; поэтому реакціи будутъ:

$$N_1 = N_2 = \frac{ql}{2}.$$

II. *Изгибающіе моменты.* Чтобы определить изгибающій моментъ для какого-либо сѣченія C , находящагося на разстояніи x отъ опоры A , будемъ разсматривать нагрузки, приходящіяся на лѣвую и правую части балки, какъ сосредоточенные грузы Q_1 и Q_2 , приложенные въ ц. тяжести g_1 и g_2 этихъ частей (фиг. 167). Построимъ для этихъ силъ многоуголь-

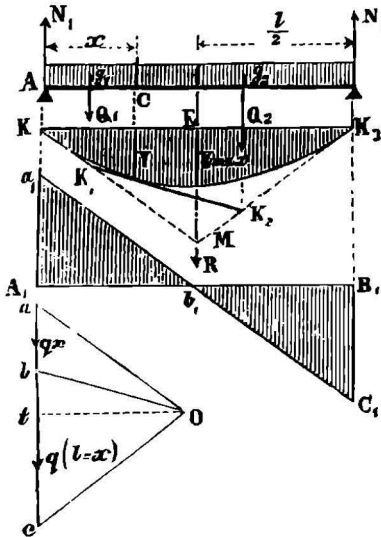


Фиг. 166.

никъ силъ abc и проведемъ изъ произвольнаго полюса O лучи Oa , Ob , Oc . Послѣ того строимъ сомкнутый веревочный многоугольникъ $KK_1K_2K_3$ съ замыкающею стороною KK_3 . Если полюсъ O выбранъ такъ, что $Oa = Oc$, то замыкающая сторона KK_3 будетъ горизонтальна.

По предыдущему (§ 109, II), изгибающій моментъ для сѣченія C выразится произведеніемъ ординаты у веревочнаго многоугольника, соответствующей сѣченію C и заключающейся между стороною K_1K_2 и замыкающею стороною KK_3 , на полюсное разстояніе, т. е.

$$M_x = Hy.$$



Фиг. 167.

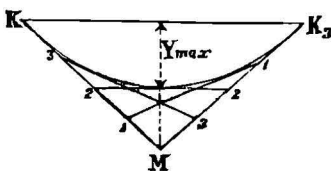
Не трудно видѣть изъ чертежа, что, хотя съ измѣненіемъ положенія сѣченія C , т. е. съ измѣненіемъ x , будетъ измѣняться величина и положеніе стороны K_1K_2 веревочнаго многоугольника, но проекція ея на AB , равная разстоянію между центрами тяжести g_1 и g_2 лѣвой и правой части нагрузки, будетъ постоянно равна $\frac{1}{2} l$ ¹⁾. Различныя положенія этой стороны будутъ касательными къ кривой веревочнаго многоугольника въ точкахъ подъ соответствующими сѣченіями ²⁾.

Наибольшую величину изгибающій моментъ будетъ имѣть для средняго сѣченія балки, для котораго ордината веревочной кривой наибольшая; она равна $y_{max} = \frac{ME}{2}$, слѣд., $M_{fmax} = H \cdot y_{max}$.

Опасное сѣченіе балки лежитъ въ ея серединѣ.

1) Дѣйствительно, если сѣченіе C продвинется вправо на длину α , то разстояніе ц. тяжести g_1 отъ новаго сѣченія $= \frac{x + \alpha}{2}$, а разстояніе ц. тяжести g_2 отъ этого же сѣченія $= \frac{(l - x) - \alpha}{2}$. Сложивъ ихъ, найдемъ разстояніе между центрами тяжести $g_1g_2 = \frac{l}{2}$.

2) На этомъ свойствѣ основано вычерчиваніе кривой (параболы) $KK_1K_2 \dots$ веревочнаго многоугольника. Для этого строятъ нѣсколько положеній касательной, достаточныхъ для опредѣленія формы кривой. Для построенія касательныхъ дѣлятъ стороны MK_1 и MK_2 (фиг. 168) на одинаковое число равныхъ частей и соединяютъ точки, обозначенныя одинаковыми цифрами, прямыми линіями, которыя и будутъ искомыми касательными. Чѣмъ болѣе будетъ построено касательныхъ, тѣмъ точнѣе можетъ быть вычерчена кривая, которую онѣ обертываютъ.



Фиг. 168.

III. *Вертикальные силы.* Вертикальная сила S , действующая на сечение C , отстоящее на величину x от лѣвой опоры, опредѣляется изъ выраженія:

$$S = N_1 - qx = q \left(\frac{l}{2} - x \right).$$

Для $x = 0$, $S = \frac{ql}{2}$; для $x = \frac{l}{2}$, $S = 0$, т. е. вертикальная перерѣзывающая сила имѣетъ наибольшую численную величину для опоръ и равна 0 для среднего сѣченія балки. Такъ какъ сила S уменьшается пропорціонально разстоянiю x , то *линия вертикальныхъ силъ* будетъ прямою $a_1b_1c_1$, пересѣкающая A_1B_1 въ ея серединѣ.

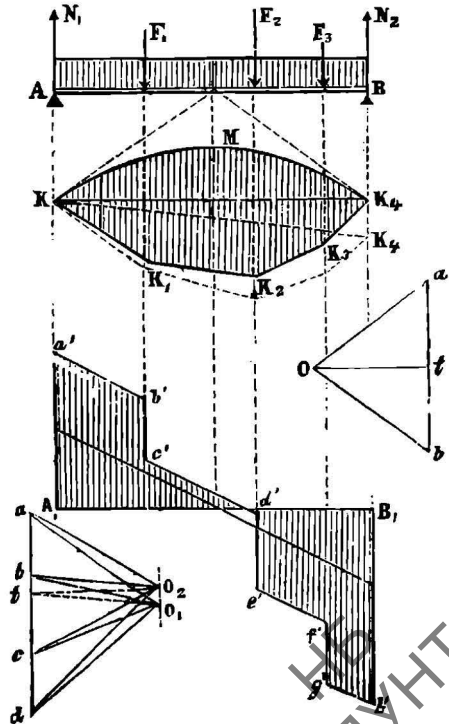
Численный примѣръ. Балка подвержена дѣйствию равномерно распределеннаго груза 2800 к. (считая въ томъ числѣ собственный вѣсъ балки). Длина балки 4,5 м. Опредѣлить графически наибольшій изгибающій моментъ, а также изгибающій моментъ, и вертикальную перерѣзывающую силу для сѣченія, отстоящаго на 1,5 м. отъ опоры. Масштабъ силъ: 400 к. = 1 см.; полюсное разстоянiе $H = 200$ см. Реакцiя опоръ $N_1 = N_2 = 1400$ кг. Такъ какъ полюсное разстоянiе выражено въ ед. длины, то ординаты кривой моментовъ должны быть выражены въ ед. силы.

§ 111. *Случай дѣйствiя равномерно распределеннаго и сосредоточеннаго грузовъ.* Въ этомъ случаѣ

должно построить отдѣльно планъ силъ, веревочный многоугольникъ и линiи вертикальныхъ силъ для сосредоточенныхъ и для равномерно распределенныхъ грузовъ. Равнодѣйствующiе изгибающiе моменты выразятся суммою ординатъ веревочнаго многоугольника и кривой моментовъ.

Для того, чтобы эта сумма изображалась на чертежѣ однимъ отрѣзкомъ, выберемъ положенiе полюсовъ обоихъ многоугольниковъ силъ такимъ образомъ, чтобы замыкающiя стороны кривой моментовъ и веревочнаго многоугольника совпадали между собою, причемъ многоугольникъ вычертимъ выше кривой моментовъ, или наоборотъ. Подобное построение сдѣлано на фиг. 169.

Кривая моментовъ KMK_3 соответствуетъ равномерно распределенному грузу, веревочный многоугольникъ $K_1K_2K_3K_4$ — сосредоточеннымъ грузамъ F_1, F_2, F_3 . Остается послѣднiй преобразовать въ другой многоугольникъ, замыкающая сторона котораго совпадала бы съ замы-



Фиг. 169.

УДУНТ
(ПЕБТ)

кающую стороною кривой моментов. Для этого через точку t многоугольника O_1ad , определяющую реакции опор, вызываемых сосредоточенными грузами, проведем линию, параллельную KK_1 , возьмем на ней новый полюс O_2 , проведем лучи $O_2a, O_2b \dots$ и построим новый веревочный многоугольник, начиная с точки K ; замыкающая сторона этого многоугольника совпадает с замыкающею стороною KK_1 линии моментов KMK_1 .

Площадь, заключенная между кривою KMK_1 и веревочным многоугольником $KK_1K_2K_4$, представит площадь моментов для обих системъ силъ. Вертикальные отрезки между ея контурами дадут величины изгибающихъ моментовъ (при $H = 1$) для соответствующихъ сѣченій балки. Непосредственнымъ измѣреніемъ можетъ быть найдена наибольшая ордината, а слѣд., и положеніе опаснаго сѣченія. Точнѣе вопросъ этотъ рѣшается при помощи линии вертикальныхъ силъ. Последняя строится, какъ было объяснено въ § 109, съ тѣмъ лишь различіемъ, что по ординатамъ должно откладывать суммы вертикальныхъ силъ, вызываемыхъ какъ дѣйствіемъ сосредоточенныхъ, такъ и дѣйствіемъ равномерно распределенныхъ грузовъ. Такимъ способомъ получена на фиг. 169 ломаная $a'b'c'd'$. Вертикальныя силы равны нулю для сѣченія c' , которому соответствуетъ наибольшій изгибающій моментъ; это есть опасное сѣченіе балки.

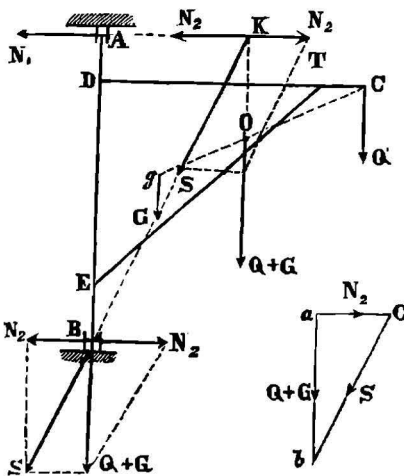
§ 112. Внѣшнія силы въ литейномъ кранѣ (фиг. 170). Кранъ ABC , нагруженный въ C грузомъ Q , установленъ верхнею цапфою A въ подшипникѣ, а пятою B опирается на подпятникъ. Устой крана имѣетъ вѣсъ G , приложенный въ центрѣ тяжести g крана. Опредѣлить давленія N_1 и N_2 въ цапфахъ стойки AB , взаимодействия въ частяхъ крана и опасное сѣченіе стойки.

Опредѣлимъ сначала равнодѣйствующую $R = Q + G$ силъ Q и G , приложенную въ точкѣ O . Кромѣ горизонтальнаго давленія N_2 , на пяту B дѣйствуетъ еще вертикальное давленіе $Q + G$. Обѣ эти силы сложатся въ одно наклонное давленіе S , приложенное въ серединѣ пяты. Три силы $Q + G$, N_1 и S должны находиться въ равновѣсіи, а потому онѣ должны встрѣчаться въ одной точкѣ (K) и, будучи отложены одна за другою, образовать сомкнутый многоугольникъ силъ.

Чтобы опредѣлить величины силъ

N_2 и S , отложимъ на вертикальной линіи величину $ab = Q + G$ и проведемъ $ac \parallel AK$, $bc \parallel BK$; тогда $Ca = N_2$, $Cb = S$.

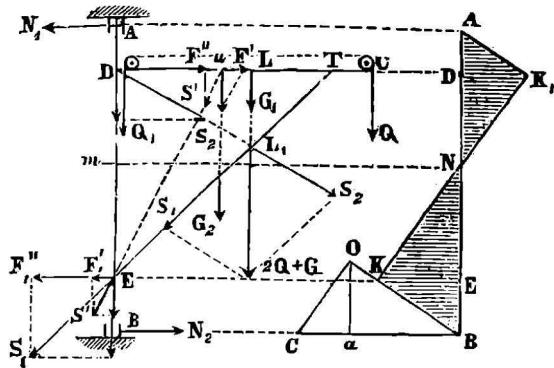
Переходя къ опредѣленію взаимодействій въ соединеніяхъ брусковъ, составляющихъ устой крана, замѣтимъ, что всѣ внѣшнія силы уравновѣшиваются давленіями N_1 и S на цапфы, но, такъ какъ эти цапфы



Фиг. 170.

составляют одно цѣлое со стойкою, поэтому внѣшнія силы должны непосредственно передаваться этой послѣдней въ точкахъ D и E , черезъ которыя и должны проходить силы взаимодѣйствія стойки, поперечины и укосины.

Опредѣлимъ сначала силы взаимодѣйствія, происходящія отъ груза Q , приложеннаго къ поперечинѣ въ точкѣ C , вѣса G_1 (фиг. 171) поперечины, приложеннаго въ ея центрѣ тяжести L и натяженія Q_1 цѣпи, которое можно принять равнымъ грузу Q , если пренебречь жесткостью цѣпи и треніемъ въ оси блока. Три эти силы дадутъ равнодѣйствующую $2Q + G_1$, которую можно считать приложенною въ центрѣ тяжести L поперечины. Она должна уравниваться давленіями, приложенными также къ поперечинѣ, которыя должны проходить черезъ точки D и T , причемъ то давленіе, которое проходитъ черезъ точку D , будетъ прямо передано стойкѣ, а то, которое проходитъ черезъ точку T , должно быть направлено вдоль укосины, при посредствѣ которой будетъ передано стойкѣ AB . Поэтому, чтобы опредѣлить эти давленія, найдемъ точку встрѣчи L_1 направленія силы $2Q + G_1$ съ направлениемъ укосины и, соединивъ L_1 съ D , разложимъ силу $2Q + G_1$ на направленія DL_1 и TL_1 . Давленіе въ T будетъ равно S_1 , а въ D равно S_2 . Разложивъ ихъ въ свою очередь на горизонтальную и вертикальную составляющія, найдемъ горизонтальныя изгибающія стойку силы F_1'' и F'' . Какъ видно изъ чертежа, онѣ равны и противоположны.



Фиг. 171.

Остается опредѣлить вліяніе вѣса G_2 укосины. Онъ также долженъ уравниваться силами, къ ней приложенными, слѣд., дѣйствующими въ точкахъ E и T . Чтобы найти эти силы, продолжимъ направленіе вѣса G_2 до встрѣчи въ U съ поперечиной, соединимъ эту точку съ E , перенесемъ силу G_2 въ точку U и разложимъ ее на двѣ составляющія, изъ которыхъ одна F' , направленная вдоль поперечины, будетъ передана послѣднею стойкѣ въ точку D . Вторая составляющая S' будетъ направлена по UE и представитъ давленіе на стойку въ точкѣ E . Разложивъ силу S' на горизонтальную и вертикальную составляющія, найдемъ изгибающую стойку перпендикулярную силу F_1' , равную F'' .

Такимъ образомъ, стойка оказывается подверженною изгибающему дѣйствію слѣдующихъ перпендикулярныхъ къ ней силъ: 1) силы N_1 , приложенной въ серединѣ верхней цапфы A и направленной справа-направо; 2) $N_2 = N_1$, приложенной къ серединѣ пяты B и направленной слѣва-направо; 3) силъ F' и F'' , приложенныхъ въ D и направленныхъ слѣва-направо; онѣ дадутъ равнодѣйствующую $F' + F'' = F_1$; 4) силъ

Остается опредѣлить вліяніе вѣса G_2 укосины. Онъ также долженъ уравниваться силами, къ ней приложенными, слѣд., дѣйствующими въ точкахъ E и T . Чтобы найти эти силы, продолжимъ направленіе вѣса G_2 до встрѣчи въ U съ поперечиной, соединимъ эту точку съ E , перенесемъ силу G_2 въ точку U и разложимъ ее на двѣ составляющія, изъ которыхъ одна F' , направленная вдоль поперечины, будетъ передана послѣднею стойкѣ въ точку D . Вторая составляющая S' будетъ направлена по UE и представитъ давленіе на стойку въ точкѣ E . Разложивъ силу S' на горизонтальную и вертикальную составляющія, найдемъ изгибающую стойку перпендикулярную силу F_1' , равную F'' .

Такимъ образомъ, стойка оказывается подверженною изгибающему дѣйствію слѣдующихъ перпендикулярныхъ къ ней силъ: 1) силы N_1 , приложенной въ серединѣ верхней цапфы A и направленной справа-направо; 2) $N_2 = N_1$, приложенной къ серединѣ пяты B и направленной слѣва-направо; 3) силъ F' и F'' , приложенныхъ въ D и направленныхъ слѣва-направо; онѣ дадутъ равнодѣйствующую $F' + F'' = F_1$; 4) силъ

F_1' и F_1'' , приложенныхъ въ E и направленныхъ справа-налѣво; онѣ дадутъ равнодѣйствующую $F_2 = F_1' + F_1''$. Какъ видно изъ чертежа, $F_1 = F_2$.

Итакъ, мы имѣемъ двѣ уравновѣшивающіяся пары ($N_1 — N_2$) и ($F_1, — F_2$). Многоугольникъ силъ для этого случая обратится въ прямую Bac , гдѣ $cB = F_1$, $Bc = F_2$, $ca = N_2$ и $ac = N_1$. Чтобы построить многоугольникъ моментовъ, проведемъ $AK_1 \parallel OB$ до пересѣченія въ K_1 съ направлениемъ силы F_1 и $K_1K \parallel Oc$ до пересѣченія въ K съ направлениемъ силы F_2 . Замыкающая сторона $AB \parallel Oa$.

Какъ видно изъ чертежа, между точками D и E существуетъ сѣченіе m стойки, для котораго изгибающій моментъ равенъ нулю: выше этого сѣченія стойка выгибается вправо, а ниже—влѣво. Опасное сѣченіе лежитъ въ E .

§ 113. Опредѣленіе напряженій въ частяхъ фермъ. Методъ Кремены. Фермою наз. система брусевъ, соединенныхъ между собою шарнирами и образующихъ сѣтъ треугольниковъ, вершины которыхъ наз. узлами фермы (фиг. 172). Въ дальѣйшемъ изложеніи будемъ предполагать, что всѣ дѣйствующія на ферму силы лежатъ въ ея плоскости, и что въ шарнирахъ нѣтъ тренія. Хотя въ дѣйствительности соединенія отдѣльных брусевъ дѣлаются чаще всего не шарнирными, а глухими, вслѣдствіе затруднительности устройства и дороговизны шарнирныхъ соединеній, тѣмъ не менѣе приемы графической статики, которые будутъ далѣе изложены, могутъ быть примѣняемы въ обыкновенныхъ случаяхъ практики, причѣмъ получаются результаты достаточно близкіе къ истинѣ.

Представимъ себѣ, что ферма AB (фиг. 172), находящаяся въ равновѣсіи подѣ дѣйствіемъ силъ F_1, F_2, \dots и реакцій опоръ, разрѣзана на двѣ части по mn . Для возстановленія равновѣсія необходимо приложить къ каждому разрѣзанному бруску внѣшнія силы, способныя замѣнить дѣйствіе частей фермы одна на другую. Эти силы наз. *напряженіями брусковъ*. Не трудно видѣть, что эти напряженія должны быть направлены вдоль брусковъ, такъ какъ въ противномъ случаѣ они стремились бы повернуть ихъ около шарнировъ. Такимъ образомъ отдѣльные бруски фермы подвергаются только растяженію или сжатію.

Для графическаго опредѣленія этихъ напряженій ит. мат. Кремена предложилъ весьма простой способъ, основанный на томъ положеніи, что если внѣшнія силы, дѣйствующія на ферму, находятся въ равновѣсіи, тогда и въ каждомъ узлѣ внѣшнія силы должны уравновѣшиваться съ напряженіями, т. е. составлять сомкнутый многоугольникъ силъ. Для возможности опредѣленія напряженій по способу Кремены необходимо, однако, чтобы въ каждомъ узлѣ было не болѣе двухъ неизвѣстныхъ напряженій. Въ такомъ случаѣ, найдя равнодѣйствующую остальныхъ $n - 2$ силъ, можно будетъ разложить ее на направленія тѣхъ двухъ брусковъ, напряженія которыхъ отыскиваются. Поэтому должно начинать построеніе съ того узла, въ которомъ сходятся только два стержня, и на который дѣйствуетъ внѣшняя сила, извѣстная по величинѣ и направленію. Въ такихъ условіяхъ находятся опорные узлы. Такъ, напр., для фермы, изображенной на фиг. 172, надо начать съ узла A . Построивъ многоугольники силъ и моментовъ, опредѣлимъ реакціи опоръ N_1 и N_2 . Въ

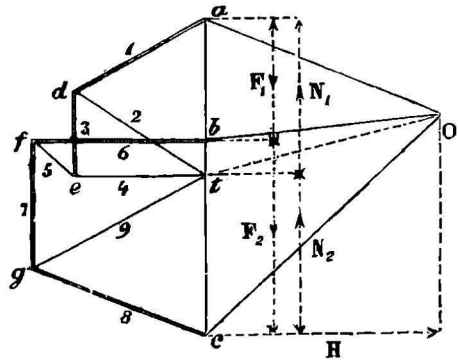
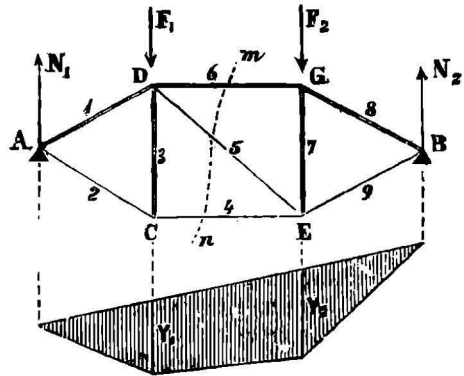
дальнѣйшихъ построеніяхъ будемъ обозначать, для большей ясности чертежа, части фермы, напряжения которыхъ отыскиваются, цифрами и тѣми же цифрами линіи, представляющія на чертежѣ эти напряжения.

Въ узлѣ A уравниваются три силы N_1 , 1 и 2. Проведа черезъ точки a и t линіи ad и td , параллельныя стержнямъ 1 и 2, получимъ

треугольникъ adt , который выразить графически равновѣсіе силъ въ узлѣ A ; слѣд., стороны его ad и td представятъ напряженія стержней 1 и 2 данной фермы. Такъ какъ N_1 направлена по вертикали снизу вверхъ, то сила 1 направлена отъ a къ d , а сила 2 отъ d къ t . Чтобы отличить части фермы, подверженныя сжатію отъ частей, подверженныхъ растяженію, должно напряженіямъ стержней придать то же направление, которое получилось въ треугольникѣ напряженій adt .

Легко видѣть, что напряженіе 1, направленное къ узлу A , стремится прижать брусокъ 1 къ точкѣ A , а напряженіе 2, направленное отъ узла, наоборотъ, стремится оторвать брусокъ 2 отъ точки A ; слѣд., въ первомъ случаѣ проявляется сжатіе, а во второмъ растяженіе бруска. Отсюда вытекаетъ такое заключеніе: *силы, направленныя къ узлу, суть силы сжимающія, а силы направленныя отъ узла, — растягивающія* ¹⁾.

Перейдемъ теперь къ одному изъ сосѣднихъ узловъ, а именно къ узлу C , въ которомъ уравниваются силы 2, 3 и 4. Сила 2 уже построена: это есть dt ; поэтому, во избѣжаніе повторенія линій, *прочертимъ* новый многоугольникъ равновѣсія къ полученному уже треугольнику adt , воспользовавшись его стороною dt . Для этого проведемъ черезъ d линію de , параллельную стержню CD , а черезъ t — линію $te \parallel CE$, получимъ треугольникъ det ; стороны его de и et представятъ величины напряженій въ брускахъ 3 и 4. Чтобы опредѣлить, производятъ ли найденныя напряженія сжатіе или растяженіе, замѣтимъ, что напряженіе 2, какъ было выше найдено, производитъ растяженіе бруска AC , поэтому по отношенію къ узлу C его надо считать направленнымъ отъ узла C



Фиг. 172.

¹⁾ На чертежѣ сжатые стержни вычерчены двойными линіями.

къ A , въ чемъ не трудно убѣдиться, разрѣзавъ мысленно брусокъ AC и замѣнивъ дѣйствіе лѣвой части на правую внѣшнюю силою. На этомъ основанія въ треугольникѣ tde равновѣсія узла C мы должны считать напряженіе 2 направленнымъ не отъ d къ t , а отъ t къ d ; тогда напряженіе 3 должно будетъ считать направленнымъ отъ d къ e , т. е. къ узлу C , а напряженіе 4 отъ e къ t , т. е. отъ узла C ; слѣдовательно, брусокъ 3 сжать, а 4 растянуть.

Въ узлѣ D уравниваются пять силъ: F_1 , 1, 3, 5 и 6, изъ которыхъ только двѣ: 5 и 6 неизвѣстны. Силы F_1 , 1 и 3 уже имѣются на чертежѣ; поэтому остается причертить къ нимъ 5 и 6 въ томъ порядкѣ, въ какомъ бруски слѣдуютъ одинъ за другимъ въ узлѣ D , т. е. къ силѣ 3 должно причертить не 6, а 5, а къ этой послѣдней уже 6. Для этого проведемъ черезъ точку e линію $ef \parallel DE$, а черезъ точку b линію $bf \parallel DG$. Получится многоугольникъ равновѣсія $abfeda$ узла D , въ которомъ направленіе силы F_1 опредѣляетъ направленіе остальныхъ сторонъ. Напряженіе 5 = fe направлено отъ узла D , слѣд., брусокъ DE растянуть; напряженіе же 6 = bf направлено къ узлу, слѣдов., представляеть сжимающую силу.

Перейдя затѣмъ къ узлу G , а отъ него къ E и B , получимъ слѣдующіе многоугольники равновѣсія:

$$\begin{array}{l} \text{Для узла } G — bcgfb \\ \text{» » } E — tefgt \\ \text{» » } B — ctgc. \end{array}$$

Какъ видно изъ чертежа, всѣ верхніе бруски и вертикальныя стойки *сжаты*, а нижніе бруски и стержень DE *растянуты*.

Полученная такимъ способомъ фигура наз. *діаграммою напряженій*.

Примчаніе. Сопоставленіе діаграммы напряженій и чертежа фермы открываетъ слѣдующія черты взаимности: 1) число линій діаграммы равно числу линій чертежа фермы, при томъ каждой линіи фермы есть въ діаграммѣ параллельная; 2) напряженія, составляющія въ фермѣ треугольникъ, на діаграммѣ проходятъ черезъ одну и ту же точку, и обратно: если въ какомъ-либо узлѣ фермы сходятся три силы, то на діаграммѣ онѣ образуютъ треугольникъ. Эта взаимность линій обѣихъ фигуръ соблюдается всегда въ діаграммахъ напряженій.

§ 114. Методъ статическихъ моментовъ Риттера основанъ на извѣстномъ положеніи статики, заключающемся въ томъ, что при равновѣсіи силъ, лежащихъ въ одной плоскости: 1) *алгебраическія суммы проекцій ихъ на двѣ взаимно перпендикулярныя оси, лежащія въ плоскости силъ, порознь равны нулю* и 2) *алгебраическая сумма моментовъ силъ относительно какой-либо точки, въ ихъ плоскости равна нулю*.

Пусть требуется, наприимѣръ, опредѣлить напряженіе брусковъ 4, 5 и 6 (фиг. 172). Разрѣжемъ мысленно ферму по mn на двѣ части такъ, чтобы бруски 4, 5 и 6 приходились въ разрѣзѣ, и введемъ въ число внѣшнихъ силъ N_1 , F_1 искомыя напряженія 4, 5, 6, замѣняющія дѣйствіе правой части фермы на лѣвую. Такъ какъ существуетъ равновѣсіе, то моментъ силъ 4, 5 и 6 для всякой точки чертежа долженъ равняться моменту внѣшнихъ силъ N_1 и F_1 для той же точки. Возьмемъ за центръ моментовъ точку D , въ которой встрѣчаются силы 5 и 6; тогда моментъ ихъ будетъ равенъ нулю; остается только сила 4, мо-

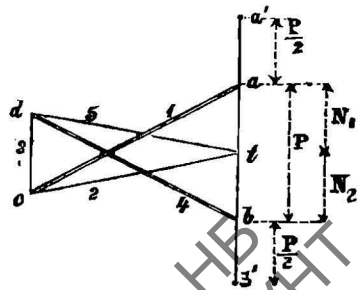
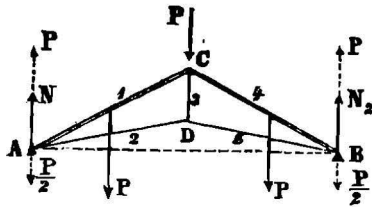
ментъ которой относительно точки D долженъ равняться моменту вѣшнихъ силъ. Послѣдній опредѣляется при помощи веревочнаго многоугольника. Въ данномъ случаѣ моментъ вѣшнихъ силъ, лежащихъ лѣвѣ сѣченія m , относительно точки D измѣряется ординатою y_1 веревочнаго многоугольника; онъ равенъ Hy_1 , гдѣ H есть полюсное разстоянiе. Раздѣливъ этотъ моментъ на плечо силы 4, т. е. на высоту фермы h , найдемъ: $4 = \frac{Hy_1}{h}$. Графически вопросъ приводится къ построению четвертой пропорциональной къ y_1 , H и h . Сила 4 должна быть измѣрена тѣмъ масштабомъ силъ, который былъ принятъ при построении многоугольника силъ.

При опредѣленiи напряженiя 6 должно взять за центръ моментовъ точку встрѣчи E силъ 4 и 5. Моментъ вѣшнихъ силъ равенъ ординатѣ y_2 . Напряженiе $6 = \frac{y_2 H}{h}$.

Что касается напряженiя бруска 5 (диагональнаго), то по общему правилу слѣдовало бы взять моменты относительно точки пересѣченiя двухъ другихъ силъ 4 и 6; но въ данномъ случаѣ силы эти параллельны, а потому способъ моментовъ здѣсь не удобенъ. Въ подобныхъ случаяхъ искомое напряженiе легко опредѣляется изъ перваго условiя равновѣсiя, а именно: *вертикальная проекция его должна быть равна и прямопротивоположна алгебр. суммѣ вертикальныхъ проекций вѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ на отрѣзанную часть балки. Вертикальная проекция взята для того, чтобы проекции силъ 4 и 6 были равны нулю.*

Если въ разрѣзѣ фермы заключается только два бруска, то за центръ моментовъ можно взять какую угодно точку на направленiи того бруска, напряженiе котораго не опредѣляется.

Разсмотрѣнный только что способъ Риттера даетъ возможность опредѣлить напряженiе какой угодно части фермы, *независимо отъ вѣсъ остальныхъ.*



Фиг. 173.

§ 115. Примѣръ 1. Висячая стропила съ одною бабкою (Фиг. 173). Они состоятъ изъ двухъ стропильныхъ ногъ AC и CB и бабки CD , подвѣшенной къ коньку C при помощи струнъ AD и BD . На ферму дѣйствуютъ слѣдующiя силы: вѣсъ самой фермы, вѣсъ обрѣшотки съ кровлею, давленiе вѣтра и снѣга. Оставляя въ сторонѣ давленiе вѣтра, можно допустить, что нагрузка стропильной ноги равномерно распределена по всей ея длинѣ. Пусть P означаетъ нагрузку каждой ноги. Об эти нагрузки распределяются поровну на точки (шарниры) A , C и C и

B, такъ что полная нагрузка фермы $2P$ распределится въ шарнирахъ *A*, *B* и *C* слѣдующимъ образомъ: на шарниръ *A* будетъ дѣйствовать грузъ $\frac{P}{2}$, на шарниръ *C* грузъ P и на шарниръ *B* грузъ $\frac{P}{2}$. Съ другой стороны нагрузка $2P$, распредѣляясь поровну на опоры *A* и *B*, вызоветъ реакціи, равныя каждая P . Такимъ образомъ, къ фермѣ въ шарнирахъ *A* и *B* будетъ приложено по двѣ прямопротивоположныхъ силы: составляющая $\frac{P}{2}$ полной нагрузки, направленная сверху внизъ, и реакція P опоры, направленная снизу вверхъ. Поэтому мы можемъ разсматривать ферму, какъ поддержанную дѣйствію слѣдующихъ взаимно-уравновѣшивающихся силъ: силы $N_1 = \frac{P}{2}$, приложенной къ шарниру *A* и направленной вверхъ, силы P , приложенной къ шарниру *C* и направленной внизъ, и силы $\frac{P}{2}$, приложенной къ шарниру *B* и направленной снизу вверхъ.

Для опредѣленія напряженій въ частяхъ 1, 2, 3, 4 и 5 построимъ діаграмму силъ, начиная съ опоры *A*. Для этой точки получаемъ треугольникъ *tact*, изъ котораго видно, что нога *AC* сжата, а тяга *AD* растянута. Для точки *C* получимъ фигуру *abcd*; направление силъ въ ней показываетъ, что бабка *CD* растянута, а нога *CB* сжата. Для узла *D* получимъ треугольникъ *tdct*; изъ него видно, что тяга *BD* испытываетъ растяженіе.

Примѣчаніе. Кромѣ сжатія, каждая нога испытываетъ изгибъ отъ дѣйствія равномерно распределеннаго груза $P \cos \alpha$, гдѣ α есть уголъ наклона стропила къ горизонту. Сумма напряженій отъ сжатія и изгиба не должна превосходить безопаснаго допускаемаго напряженія.

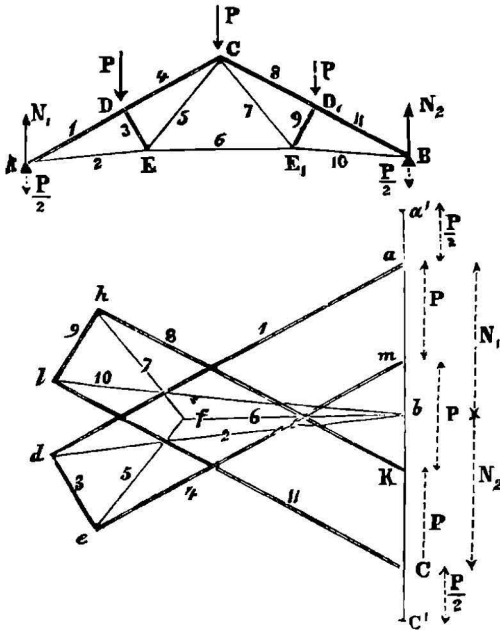
Численный примѣръ. Нагрузка $P = 4500$ klg.; пролетъ $AB = 6,5$ м.; длина ноги $= 4$ м.; длина тягъ $= 3$ м. Начертить діаграмму напряженій (масштабъ длинъ 1 : 50); (масштабъ силъ 1 см. $= 500$ klg.).

§ 116. *Примѣръ 2-й. Французскія стропила (системы Polonceau).* Ферма Полонсо простѣйшаго устройства состоитъ изъ ногъ *AC* и *CB* (фиг. 174), подпертыхъ въ своихъ серединахъ перпендикулярными подпорками *DE* и *D₁E₁*, подвѣшенными къ ногѣ посредствомъ тягъ или подпругъ *AE*, *EC*, *BE₁* и *CE₁*. Шарниры *E* и *E₁* стянуты затяжкой *EE₁*. Предположимъ, что каждая изъ частей *AD*, *DC*, *CD₁* и *D₁B* стропильныхъ ногъ нагружена равномерно грузомъ P . Тогда на каждый изъ узловъ *D*, *C*, *D₁* придется по грузу P , а на узлы *A* и *B* по $\frac{P}{2}$, такъ что реакціи опоръ N_1 и N_2 будутъ: $N_1 = N_2 = 2P - 0,5 P = 1,5 P$.

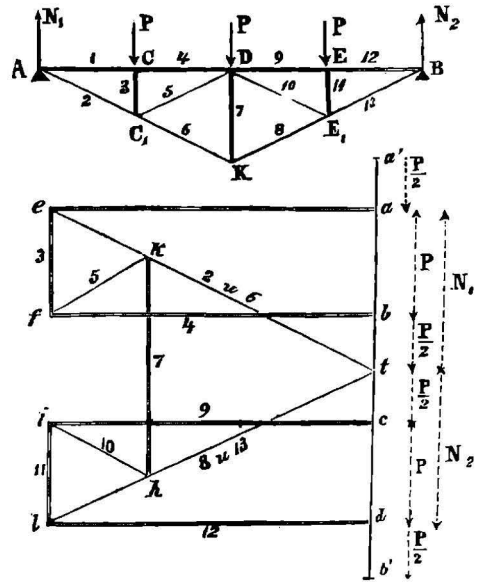
Діаграмма напряженій для этой фермы будетъ имѣть видъ *adefmc* (фиг. 174). Изъ нея видно, что стропильныя ноги и подпорки выдерживаютъ сжатіе, а тяги и затяжка—растяженіе.

Численный примѣръ. Пролетъ $AB = 9$ м.; высота h конька *C* надъ линіей *AB* равна 2,8 м.; длина подпорокъ $= 1,2$ м. $P = 10000$ klg. Масштабъ длинъ 1 : 100; масштабъ силъ: 1 см. $= 1000$ klg.

§ 117. **Примѣръ 3-й.** Подпружная балка съ тремя подпорками (фиг. 175). Равноѣрно распреѣленная на каждую панель AC , CD , DE и BE нагрузка даетъ въ узлахъ C , D и E силы P , а въ узлахъ A и B силы $\frac{P}{2}$. Поэтому реакціи будутъ равны: $N_1 = N_2 = 1,5 P$. Такъ какъ ферма



Фиг. 174.



Фиг. 175.

симметрична относительно своей середины, то діаграмма напряжений $aef \dots kd$, какъ и въ предыдущемъ примѣрѣ, состоитъ изъ двухъ симметричныхъ частей. Какъ видно, стойки и панели сжаты, а остальные части (тяги и подкосы) растянуты.

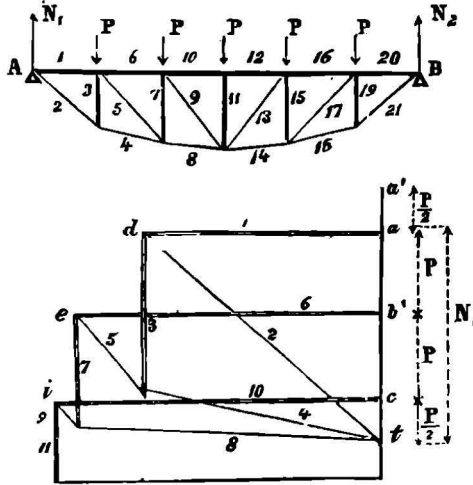
Численный примѣръ. $AB = 12$ м.; $P = 4000$ к.; длина средней подпорки $DK = 2,4$ м. Масштабъ длинъ $1\frac{1}{2}$ см. = 1 м.; масштабъ силъ 1 см. = 1500кг.

§ 118. **Примѣръ 4-й.** Подпружная распорная балка (фиг. 176). Она состоитъ изъ двухъ поясовъ: верхняго AB (горизонтальнаго), раздѣленнаго на 6 панелей, и нижняго $A2, 4 \dots B$, имѣющаго видъ вогнутой ломаной линіи. Оба пояса соединены ригелью, состоящею изъ стоекъ и подкосовъ.

Если балка нагружена равноѣрно распреѣленнымъ грузомъ, то каждый узелъ выдерживаетъ нагрузку P . Реакціи $N_1 = N_2 = 2\frac{1}{2} P$.

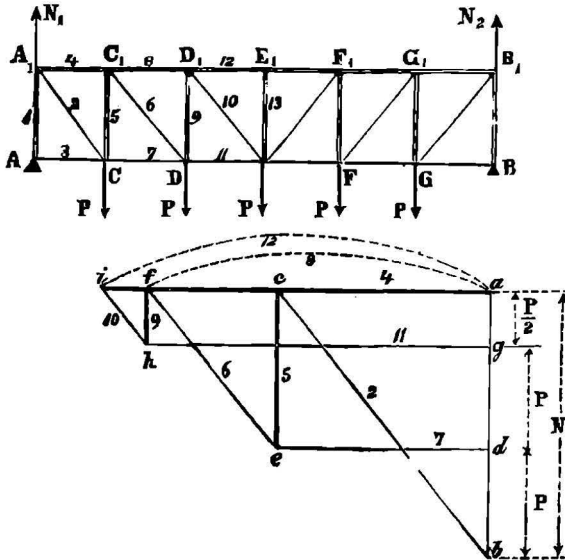
На фиг. 176 начерчена діаграмма напряжений (планъ силъ) для половины симметричной фермы. Какъ видно изъ чертежа, всѣ части верхняго пояса и стойки сжаты, а части нижняго пояса и подкосы растянуты.

Численный пример. Длина пролета $AB = 17,5$ м.; длина панели = 3,2 м., высота стойки 3-й равна 2,8 м.; 7-й—3,5 м. и 11-й—3,7 м. $P = 9000$ кг. Масштаб длины 1 : 100; масштаб сил 1 см. = 4500 кг.



Фиг. 176.

§ 119. Примеръ 5-й. Раскосная ферма съ горизонтальными поясами (фиг. 177). Нагрузка мостовыхъ фермъ состоитъ изъ постоянного вѣса моста со всеми его частями и изъ временной (подвижной) нагрузки—



Фиг. 177.

НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

вѣса локомотива съ тендеромъ и вагоновъ, если мостъ желѣзнодорожный. Для упрощенія расчета подвижная нагрузка можетъ быть замѣнена, въ случаѣ значительныхъ пролетовъ, соотвѣтствующею равномерно-распределенною нагрузкою на ед. длины моста.

На фиг. 177 представлена мостовая ферма съ рѣшеткою въ видѣ буквы *N*. Пусть въ нижнихъ узлахъ *C*, *D*, *E*, *F* и *G* дѣйствуютъ равныя силы *P*, происходящія отъ постоянной и временной нагрузокъ фермы, а въ узлахъ *A* и *B* силы, равныя $\frac{P}{2}$. Тогда реакціи опоръ будутъ: $N_1 = N_2 = 3P - \frac{1}{2} P = 2,5 P$.

Условія равновѣсія узла *A* даютъ для напряженій 1 и 3 слѣдующія величины: 1 = N_1 , 3 = 0; поэтому брусокъ 3 могъ бы отсутствовать въ фермѣ. Первая стойка выдерживаетъ полное давленіе N_1 , вслѣдствіе чего узелъ *A*, можно разсматривать какъ истинную точку опоры фермы; то же замѣчаніе справедливо и для узла *B*.

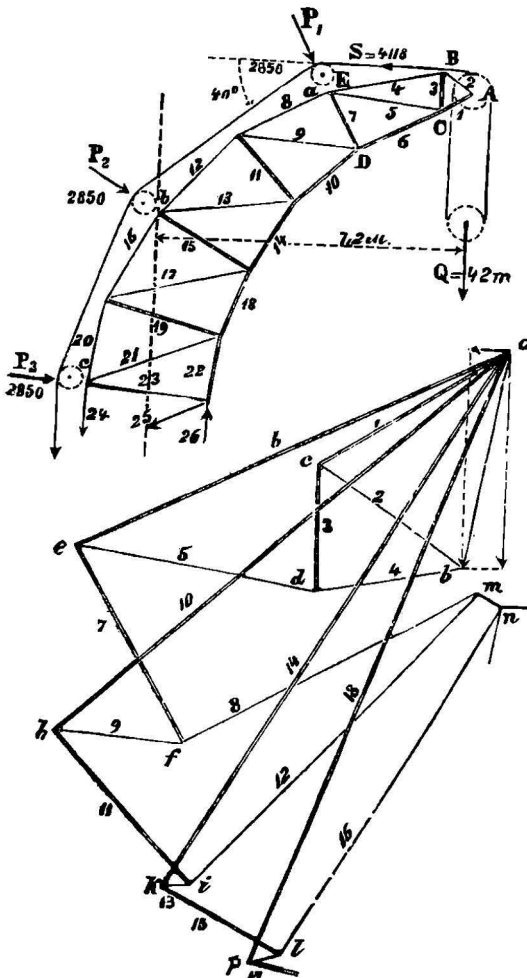
Въ узлѣ *A* уравновѣшиваются силы: N_1 , 2 и 4. Отложивъ $ab = N_1$ и проведя $ac \parallel 4$ и $bc \parallel 2$, найдемъ: $ac = 4$, $bc = 2$. Первое напряженіе есть сжатіе, второе—растяженіе. Чтобы начертить діаграмму равновѣсія въ узлѣ *C*, въ которомъ уравновѣшиваются четыре силы: 2, 5, 7 и *P*, проведемъ черезъ конецъ *C* линіи $bc \parallel 5$ и, отложивъ отъ точки *b* отрѣзокъ $db = P$, проведемъ черезъ точку *d* прямую $de \parallel 7$. Многоугольникъ $dbced$ выразитъ равновѣсіе узла *C*. Подобнымъ способомъ построимъ для узла *C*₁ многоугольникъ равновѣсія $acefa$; для узла *D*—многоугольникъ $defhg$ и наконецъ для узла *D*₁ многоугольникъ $afhia$. Что касается равновѣсія въ узлѣ *E*₁, то оно выражается на діаграммѣ прямою aia ; отсюда видно, что напряженіе стойки 13 равно 0, и, слѣд., она могла бы отсутствовать въ фермѣ.

Какъ видно изъ діаграммы, верхній поясъ и стойки фермы испытываютъ сжатіе, нижній же поясъ и раскосы—растяженіе. Чѣмъ ближе стойка къ опорѣ, тѣмъ больше сжимающая сила. Наибольшее растяженіе испытываютъ раскосы, ближайшіе къ опорѣ, а въ нижнемъ поясѣ—панели, ближайшія къ серединѣ фермы.

§ 120. Примѣръ 6-й. Рѣшотчатая стойка крана Ферберна (фиг. 178). Дано: наибольшій поднимаемый грузъ равенъ 42 тоннамъ. Стойка двойная, вѣсомъ 34000 кгр.; разстояніе ц. тяжести отъ оси вращенія равно 2,4 м. Вылетъ крана равенъ 7,2 м. Тали съ тремя подвижными и тремя неподвижными блоками. Подъемная цѣпь направляется тремя неподвижными блоками *a*, *b*, *c*, укрѣпленными на стойкѣ.

Такъ какъ грузъ подвѣшенъ при помощи тали, то теоретическое натяженіе цѣпи равно $\frac{42000}{6} = 7000$ кгр., а дѣйствительное, при коэфф. п. д. тали 0,85, равно $\frac{7000}{0,85} = \infty 8235$ кгр. Въ мѣстахъ, гдѣ цѣль проходитъ по направляющимъ блокамъ, вѣтви ея образуютъ уголъ въ 140°; поэтому давленіе на блоки будетъ: $2.8235 \cdot \sin 20^\circ = 5633$ кгр., или круглымъ числомъ 5700 кгр. Вѣсъ крана, приведенный къ точкѣ приложенія груза, составитъ $34000 \frac{2,4}{7,2} = 11333$ кгр.; такимъ образомъ полная нагрузка

крана = 53333 кгр. Этотъ грузъ распределяется поровну на обѣ балки стойки; такъ что каждая изъ нихъ будетъ выдерживать вертикальный грузъ 26666 кгр., и горизонтальный, равный половинѣ натяженія цѣпи 4117,5 кгр. Сверхъ того, въ мѣстахъ укрѣпленія направляющихъ роликовъ каждая балка выдерживаетъ грузъ $\frac{5700}{2} = 2850$ кгр., направле-



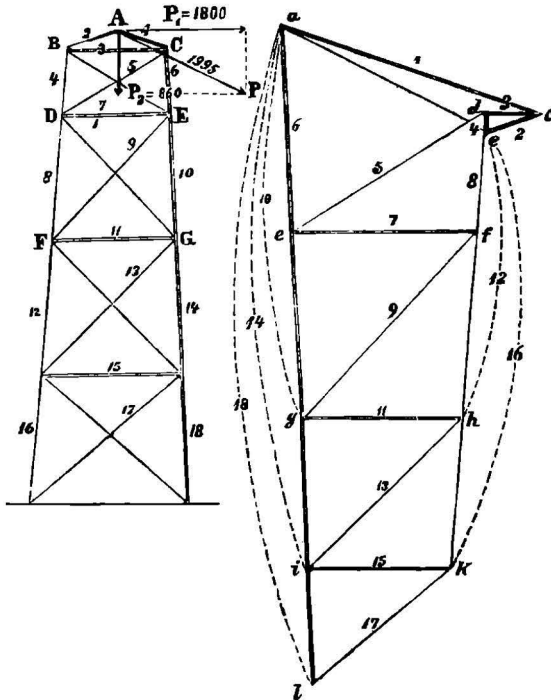
Фиг. 178.

котораго будемъ принимать совпадающимъ съ поперечной распоркою рѣшетки. Въ узлѣ *A* уравновѣшиваются силы *Q*, *S*, 1 и 2. Замѣнивъ силы *Q* и *S* равнодѣйствующею $R = ab$, разложимъ послѣднюю на двѣ составляющія *bc* и *ac*, параллельныя *AB* и *AC*; это будутъ натяженія 2 и 1. Такъ какъ эти силы уравновѣшиваются въ узлѣ *A*, то треугольникъ *abc* долженъ быть сомкнутый, т. е. всѣ силы должны имѣть одинаковое направленіе вдоль его периметра. Но сила *ab* направлена отъ *a* къ *b*, слѣд., сила 2 направлена отъ *b* къ *c*, отъ узла *A*, т. е. производитъ *растяженіе*, а сила 1 направлена отъ *c* къ *a*, т. е. къ узлу *A*, слѣд., производитъ *сжатіе*. Въ узлѣ *B* дѣйствуютъ три силы 2, 3 и 4, треугольникъ равновѣсія будетъ *cbd*; сила 3 произведетъ *сжатіе*, а 4 — *растяженіе*. Въ узлѣ *c* дѣйствуютъ четыре силы 1, 3, 5 и 6. Равнодѣйствующая силъ 1 и 3 даетъ въ разложеніи силы: $de = 5$ (*растяженіе*) и $ca = 6$ (*сжатіе*). Переходя затѣмъ къ узлу *E*, мы должны къ силамъ 4 и 5 присоединить силу *P*₁ и равнодѣйствующую этихъ трехъ силъ разложить на направленія 7 и 8. Многоугольникъ равновѣсія будетъ *bmfedb*. Какъ видно, распорка *DE* испытываетъ *сжатіе*.

Поступая подобнымъ способомъ, получимъ діаграмму равновѣсія (для верхней части крана, выступающей изъ шахты) *abcd...pqqr*, по ко-

торой определяются натяжения всѣхъ частей устоя крана, если заданъ масштаб эпюра крана и масштабъ силъ.

§ 121. Примѣръ 7-й. Рѣшотчатая опорная башня для шкива канатной передачи (фиг. 179). Башня имѣетъ форму усѣченной четырехгранной пирамиды, но расчетъ ведется только для двухъ граней, между которыми проходитъ плоскость шкива. На эти грани распредѣляются поровну дѣйствующія силы. Соединительныя части остальныхъ двухъ граней башни служатъ для скрѣпленія первыхъ и для противодѣйствія напору вѣтра;



Фиг. 179.

обыкновенно всѣмъ сходно расположеннымъ частямъ даютъ одинаковые размѣры. На башню дѣйствуютъ слѣдующія силы: натяженіе каната, давленіе вѣтра, вѣсъ каната и шкива и собственный вѣсъ башни.

Дано: горизонтальная проекція натяженія каната = 1200 кгр.; давленіе вѣтра (въ случаѣ бури) = 120 кгр. на кв. м., а на всю поверхность, принимая ее въ 10 кв. м., 1200 кгр.; точка приложенія этого давленія расположена на половинѣ высоты башни. Разматривая его, какъ приложенное въ центрѣ шкива, получимъ силу въ 600 кгр., которую должно считать направленною въ одну сторону съ натяженіемъ каната. Вѣсъ каната—210 кгр., вѣсъ шкива съ осью 650 кгр. Такимъ образомъ, горизонтальная сила = 1800, а вертикальная 860 кгр. (вѣсъ башни не принятъ въ расчетъ); ихъ равнодѣйствующая = 1995 кгр.

Уголь α , образуемый этою равнодѣйствующею съ горизонтомъ, опредѣлится изъ равенства:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{860}{1800} = 0,478; \quad \angle \alpha = 25^{\circ}30'.$$

Найденная сила 1995 кгр. распредѣляется поровну на двѣ грани башни; слѣд., на каждую приходится 997,5 кгр. При расчетѣ рѣшотки должно имѣть въ виду, что въ сопротивленіи участвуетъ изъ двухъ діагоналей каждой панели только одна, а именно та, которая подвержена растяженію, т. е. при расположеніи силъ, показанномъ на фиг. 179, раскосъ, идущій слѣва—направо вверхъ. Такъ какъ направленіе силъ можетъ измѣниться на противоположное, то оба діагональные раскоса каждой панели получаютъ одинаковые размѣры.

Къ узлу A приложены три силы P_1 , 1 и 2; треугольникъ равновѣсія будетъ $abca$; какъ видно, силы 2 и 1 производятъ сжатіе частей AB и AC опорной башни. Для узла B получимъ треугольникъ равновѣсія $cbdc$; всѣ силы (2, 3 и 4) сжимающія. Для узла C получимъ многоугольникъ равновѣсія $acdea$; сила 5 производитъ растяженіе, а 6 — сжатіе. Полная діаграмма равновѣсія будетъ $abc . . . ghikl$. Будучи вычерчена въ извѣстномъ масштабѣ силъ, она дастъ напряженія всѣхъ частей башни.

НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

Рѣшеніе задачъ ¹⁾.

1. Площадь поп. сѣч. $F=11,7 \text{ см}^2$. При постоянной нагрузкѣ можно принять коэфф. пр. $K=5$. По табл. § 17. $T=4000:5=800 \text{ кг./см}^2$. Слѣдовательно, 1) безопасная нагрузка $P=FT=9360 \text{ кг}$; 2) предѣлъ упругости $P_1=16380 \text{ кг}$. и 3) сопротивление разрыву $P_2=46800 \text{ кг}$. 2. $T=8000:10,24=781,2 \text{ кг}$. 3. При постоянной нагрузкѣ коэфф. пр. $K=4$ и безопасное напряженіе равно $320:4=205 \text{ кг./см}^2$. Такъ какъ въ данномъ случаѣ нагрузка измѣняется до 0, то $T=\frac{2}{3} 205=136,6 \text{ кг}$. По формулѣ (5) попер. сѣченіе $F=12000:136,6=87,85 \text{ см}^2$. Сторона квадрата $=9,4 \text{ см}$. 4. 1) По табл. § 17, для сосны $E=130000 \text{ кг./см}^2$; по формулѣ (2) удлиненіе $S=\frac{PE}{EF}=4,2 \text{ см}$; 2) предѣлъ упругости для сосны равенъ 245 кг./см^2 ; поэтому полная нагрузка, соответствующая предѣлу упругости, равна $245 \cdot 87,85=20523,25 \text{ кг}$, а удлиненіе $\delta=7,19 \text{ см}$; 3) разрывающая нагрузка равна $820 \cdot 87,85=71837 \text{ кг}$. 5. По формулѣ (2) $P=\frac{\delta EF}{L}=\frac{17,4 \cdot 21500 \cdot 10}{15000}=2494 \text{ кг}$. 6. По формулѣ (3): $\lambda=\frac{\delta}{L}=\frac{T}{E}=\frac{12}{20000}=0,0006$. 7. $d=48,8 \text{ мм}$. 8. Вѣсъ стержня $G=\Delta FL \text{ кг}$, гдѣ вѣсъ куб. см. желѣза $\Delta=0,0077 \text{ кг}$, F и L суть площадь поп. сѣч. и длина бруска въ см. Имѣемъ ур.: $\Delta FL=FT=800 F$; откуда $L=1039 \text{ м}$. При длинѣ $L=5.1039=5195 \text{ м}$. произойдетъ разрывъ стержня. 9. По формулѣ (2): $\frac{\pi d^2}{4}=\frac{PL}{\delta E}$; $d=30,9 \text{ мм}$. 10. $P=9891 \text{ кг}$. 11. $T=1075 \text{ кг./см}^2$. 12. По формулѣ (6) $\frac{\pi d^2}{4}=\frac{20000}{900-\Delta 2500}$; откуда, принявъ вѣсъ куб. см. желѣза $\Delta=0,0077 \text{ кг}$, найдемъ $d=5,38 \text{ см}$; удлиненіе $\delta=1,025 \text{ см}$. Если не принимать въ расчетъ собственнаго вѣса тяги, то $d=5,32 \text{ см}$. 13. Такъ какъ насосъ простаго дѣйствія, то онъ поднимаетъ воду только при восходящемъ движеніи поршня. Штанга будетъ испытывать попеременно то растяженіе (при подъемѣ), то сжатіе (при опусканіи), т. е. она будетъ испытывать переменное по величинѣ и направленію натяженіе (родъ нагрузки, промежуточный между b и c (§ 17), такъ какъ противодавленіе воды при опусканіи поршня меньше растягивающаго усилія 18000 кг . при его подъемѣ). Если бы нагрузка была постоянная, то для дерева слѣдовало бы принять коэфф. пр. $K=10$ (§ 6), при чемъ $T=82 \text{ кг./см}^2$; но въ данномъ случаѣ должно принять безопасное напряженіе, среднее между $\frac{2}{3} T$ и $\frac{1}{3} T$; т. е. $\frac{1}{2} T$; оно равно 41 кг./см^2 . Ур. прочности будетъ: $18000+0,0006 \cdot x^2 \cdot 12000=x^2 \cdot 41$, гдѣ x есть сторона квадрата искомага сѣченія. Отсюда $x^2=532,55 \text{ см}^2$. Если не принимать въ расчетъ собств. вѣса штанги

¹⁾ Въ рѣшеніяхъ принято вездѣ $\pi=3,14$.

то $x^2 = 439,02 \text{ см.}^2$. 14. 1) $F_1 = \frac{18000}{41 - 0,0006 \cdot 4000} = 466,32 \text{ см.}^2$; 2) $F_2 = \frac{18000 + 1119,17}{38,6} = 495,31 \text{ см.}^2$; 3) $F_3 = 526,11 \text{ см.}^2$ 15. Углы α и β определяются из равн:

$tg \alpha = \frac{a}{H} = \frac{4,5}{5} = 0,9$; $\alpha = 42^\circ$; $tg(\alpha + \beta) = \frac{a}{H - h} = \frac{4,5}{2} = 2,25$; $\alpha + \beta = 66^\circ 4'$; слѣд. $\beta = 24^\circ 4'$. Разложение силы Q даетъ: $P = Q \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8200 \text{ к.}$ При двухъ тягахъ каждая изъ нихъ будетъ выдерживать силу $P : 2 = 4100 \text{ к.}$ Принявъ здѣсь $T = 500 \text{ к./см.}^2$ (такъ какъ сила измѣняется и могутъ случиться удары), найдемъ: $d = 3,2 \text{ см.}$ 16. Центробѣжная сила $K = 0,00112 \cdot 50 \cdot 1,5 \cdot 80^2 = 537,6 \text{ к.}$ Изъ ур. прочности: $537,6 = \frac{\pi d^2}{4} 600$,

находимъ: $d = 1,14 \text{ см.}$ 17. Въ этомъ сѣченіи работаютъ 4 звена. Опасное сѣчение будетъ въ cd . Площадь его $F = (2,8 - 1) 4 \cdot 0,2 = 1,44 \text{ см.}^2$ Рабочее напряжение $T = 1200 : 1,44 = 833 \text{ к./см.}^2$. 18. Примѣняя формулу (6), будемъ имѣть: $L = Z : \Delta$, гдѣ L есть критическая длина, Z сопротивление разрыву и Δ вѣсь куб. ед. материала. Для желѣза $Z = 4000 \text{ к./см.}^2$; $\Delta = 0,00755 \text{ к.}$, слѣд. $L = 4000 : 0,00755 = 5300 \text{ м.}$ 19. Площадь поршня $F = 1962,5 \text{ см.}^2$ Полное давленіе пара на крышку $Q = 4 \cdot 1962,5 = 7850 \text{ кг.}$ Число болтовъ опредѣлимъ по эмпирич. формулѣ: $i = 2 + \frac{D}{5} = 12$. Нагрузка на каждый болтъ равна $654,17 \text{ кг.}$ Внутренній діаметръ болта по формулѣ (7) $d = 0,065 \sqrt{P} = 1,66 \text{ см.}$, чему соответствуетъ по таблицѣ Витворта (§ 20) болтъ $\frac{3}{4}$ " наружнаго діаметра. 20. Площадь отверстия для болта равна $\frac{\pi d_1^2}{4} = 3,799 \text{ см.}^2$. На каждый болтъ приходится величина поверхности, подверженной давленію пара: $100 - 3,799 = 96,201 \text{ см.}^2$ Давленіе пара на нее $P = 11,96,201 = 1058,21 \text{ кг.}$ Ур. прочности: $1058,21 = \frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_2^2) T$, откуда: $T = 288,1 \text{ кг./см.}^2$. 21. Площадь ныряла $F = 490,75 \text{ см.}^2$ Давленіе на ныряло $P = 117780 \text{ кг.}$ Ур. прочности: $117780 = 4 \cdot \frac{\pi d^2}{4} 500$, откуда $d = 8,66 \text{ см.}$ 22. На каждый болтъ приходится $12000 : 5 = 2400 \text{ к.}$ По формулѣ (7) : $d = 0,065 \sqrt{2400} = 31,8 = \approx 32 \text{ см.}$ Для стальныхъ болтовъ можно принять $T = 900 \text{ к./см.}^2$ 23. При 10-кратной прочности $T = 30 \text{ кг./см.}^2$ Принявъ $e = 8 \text{ мм.}$, найдемъ по формулѣ (9) $b = \frac{4500 \cdot 100}{\pi \cdot 2 \cdot 0,8 \cdot 30 \cdot 40} = 74,6 \text{ см.}$ Такая ширина слишкомъ велика для одиночнаго ремня; необходимо поставить двойной, ширина котораго $b' = 0,7b = 52,2 \text{ см.}$ 24. Опредѣлимъ сначала размѣры ординарнаго ремня, способнаго передать ту же силу. Его ширина $b = 55,07 = 78,6 \text{ см.}$, а толщина $e = 1,5 : 2 = 0,75 \text{ см.}$ Допуская $T = 30 \text{ кг./см.}^2$, получимъ (§ 21) : $2P = 78,6 \cdot 0,75 \cdot 30$, откуда $P = 884,25 \text{ кг.}$ 25. Разность натяжений полосы $T - t = P = \frac{Qr}{R}$, гдѣ P есть тормозящее усиліе, направленное по касательной къ окружности колеса. Но $T = te^{f\alpha}$ 1). Принимая $f = 0,18$ и $\alpha = 1,6\pi$, найдемъ: $e^{f\alpha} = 2,47$; слѣд., $T = 2,47t$; а такъ какъ $t = T - P$, то $T = 2,47(T - P)$, откуда $T = 1,68P$. На эту силу должна быть рассчитана тормозная лента. Изъ ур. прочности: $1,68P = FT = \beta \delta T$, гдѣ β есть ширина полосы, δ — толщина ея и $T = 500 \text{ кг./см.}^2$, находимъ: $\beta \delta = \frac{1,68 Qr}{TR} = 2,52 \text{ см.}^2$ Принявъ $\delta = 4 \text{ мм.}$, найдемъ $\beta = 6,3 \text{ см.}$ 26. Ширина $b = 4,76 \text{ см.}$ 27. Сопротивленіе разрыву равно 8000 кг./см.^2 ; слѣд. $K = 8$. 28. Вѣсь погоннаго м. цѣпи равенъ (§ 22) : $G = 2,25\delta^2 \text{ кг.}$, гдѣ δ выражено въ см. Вѣсь всей цѣпи равенъ $300 \cdot 2,25\delta^2 \text{ кг.}$

1) Учебникъ механики, 8-ое изд. § 225.

УДѢЛЪ (ПРѢБ)

Изъ ур. прочности: $1250 + 300 \cdot 2,25\delta^2 = 2 \cdot \frac{\pi\delta^2}{4} \cdot 600$, находимъ $\delta = 2,16$ см. 29.

На канатъ дѣйствуетъ сила $P = Q : 2n = 2000 : 4 = 500$ к.; но, полагая 20% на треніе и жесткость, можно принять $P = 600$ к., слѣд. $d = 0,113 \sqrt{600} = 2,76$ см. 30. На канатъ дѣйствуетъ сила $P = 600 : 2 = 300$ к., а полагая 20% на бесполезныя сопротивленія: $P = 360$ к.; слѣд. $d = 0,113 \sqrt{360} = 2,14$ см. 31. По формуль (11) $d = 0,113 \sqrt{1000} = 3,57$ см. 32. Примемъ діаметръ канатовъ $d = 5$ см. По формуль (13) $i = 9,17 \frac{200}{20 \cdot 25} = 3,66$; примемъ $i = 4$. Діаметръ

шкива $D = \frac{60v}{\pi n} = 2,548$ м. 33. Діаметръ проволокъ $\delta = 0,326 \sqrt{\frac{1260}{36}} =$

$= 1,9$ мм., слѣд. діам. каната $d = 8,5 \cdot 1,9 = 16$ см. (§ 24). 34. Потеря работы на 1200 м. составляетъ 12%, слѣдоват. работа, развиваемая турбиною, равна

$90 \frac{100}{88} = 102,27$ п. л. На эту работу и долженъ быть рассчитанъ канатъ. При-

нявъ въ формуль (15) $v = 20$ м./сек., найдемъ: $\delta = 5,65 \sqrt{\frac{102,27}{20 \cdot 36}} = 2,14$ мм.

Діаметръ каната $d = 8,5 \cdot \delta = 1,82$ см. 35. Высота столба въ 60 м. соотвѣт-

ствуетъ давленію 60 : 10,334 = 5,8 атм.; поэтому по формуль (16) $\delta = 0,9 +$

$+ \frac{45 \cdot 5,8}{2 \cdot 200} = 1,55$ см. 36. Для чугуна хорошаго качества можно принять $T =$

$= 300$ к./см.²; поэтому по формуль Ламэ имѣемъ: $D_1 = 40 \sqrt{\frac{300 + 40}{300 - 130}} =$

$= 56,6$ см.; $\delta = \frac{D_1 - D}{2} = 8,3$ см. 37. $D = 12 \sqrt{\frac{900 + 24}{900 - 78}} = 12,72$ см. $\delta =$

$= 3,6$ мм. 38. Сопротивленіе раздробленію кирпичной кладки равно 100 кг./см.², слѣд. $T_1 = 5$ кг./см.² Площадь поперечнаго сѣченія $F = 30000 : 5 = 6000$ см.²; поэтому $D = 87,4$ см. 39. $F = 384$ см.²; $T_1 = 750$ кг./см.², слѣд. $P = 288000$ кг.

40. $T_1 = \frac{2}{3} 750 = 500$ кг./см.² Ур. прочности $100000 = \frac{\pi}{4} [4e^2 - (4e - 2e)^2] 500$,

откуда $e = 1,7$ см. (изъ двухъ значеній корня ваято меньшее). 41. 1) $60000 =$

$= \frac{\pi D^2}{4} \cdot 900$; $D = 9,2$ см.; 2) $d = 0,6D$; $60000 = \frac{3,14}{4} \{D^2 - (0,6D)^2\} 900$, $D =$

$= 11,5$ см.; $d = 6,9$ см. Толщина стѣнокъ $e = 2,3$ см. 42. $T_1 = 750$ кг./см.²;

1) $50000 = \frac{\pi}{4} [(d + 5)^2 - d^2] 750$; $d = 5,94$ см.; $D = 10,94$ см.; (2). По

формуль (21) $F = \frac{50000}{750 - 260 \cdot 0,0075}$; откуда $d = 5,96$ см.; $D = 10,96$ см.

43. $l = 50$ см. 44. $a = 4$ м. 45. Площадь поршня $F = 1963,49$ см.². Давленіе пара на крышку цилиндра $P = 1963,49 \cdot 4 = 7853,96$ кг. 1) Число крышечныхъ

болтовъ $i = 2 + \frac{D}{5} = 12$. На каждый болтъ приходится 654,5 кг. По формуль

(7): $d = 1,66$ см., чему соотвѣтствуетъ (по табл. Витворта, § 20) $1\frac{1}{8}$ " болтъ.

2) Для фундам. болтовъ цилиндра можетъ быть допущено $T = 400$ кг, въ виду того, что растягивающее дѣйствіе пара ослабляется вѣсомъ цилиндра, а также потому, что эти болты не затягиваются съ такою силою, какъ крышечные. Принимая число фундаментныхъ болтовъ $i = 4$, будемъ имѣть ур. прочности:

$7853,96 = 4 \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot 400$, откуда $d_1 = 2,5$ см. ($1\frac{1}{4}$ " по табл. Витворта). 3) Опредѣ-

лимъ теперь ширину b кольцевой опорной поверхности цилиндра. Полное давленіе цилиндра на фундаментъ равно $7853,96 + 1200 = 9053,96$ кг. Безопасное

напряженіе хорошей кирпичной кладки при переменномъ давленіи (по величинѣ и направленію) $T_1 = \frac{2}{3} 10 = 6,6$ кг./см.². Кольцевая опорная площадь

$F = 9053,96 \cdot 6,6 = 1371,11$ см.². Принимая внутренній діаметръ кольцевой по-

верхности $d_0 = 54$ см., определяем ширину ее b изъ уравн. $1371,11 = \frac{\pi}{4} [(d_0 + 2b)^2 - d_0^2]$; $b = 5,74$ см. 4) *колонна*, на которой установлены

подшипники коромысла, подвергается попеременному действию сжатия (при нисходящемъ движеніи поршня) и растяженіи (при восход. дв. п.). Чтобы найти силу сжимающую колонну и равную реакціи Q подшипниковъ коромысла, напишемъ ур. моментовъ силъ, дѣйствующихъ на балансиръ при нисходящ. дв. поршня, относительно конца коромысла, противоположнаго цилиндру: $7853,96 \text{ kg} \cdot 500 + 1600 \cdot 250 - Q \cdot 250 = 0$, откуда $Q = 17307,9 \text{ kg}$. (вѣсъ поршня, штока, шатуна и кривошипа въ расчетъ не приняты). Ур. мом. для восходящ. движ. поршня будетъ: $7853,96 \cdot 500 - 1600 \cdot 250 - Q \cdot 250 = 0$, откуда $Q_1 = 14107,9 \text{ kg}$. Такъ какъ временное сопротивленіе чугуна при растяженіи въ 6 разъ менше, нежели при сжатіи, то размѣры колонны должно рассчитывать по растяг. силѣ

$14107,9 \text{ kg}$. При коэфф. прочности $K = 10$, безоп. напряжение $T = \frac{1}{3} \frac{1250}{10} = 41,7 \text{ kg./см.}^2$. Сдѣлаемъ наружный діаметръ колонны въ верхнемъ концѣ $D_1 = 50$ см. Внутренній діаметръ ее d_0 въ этомъ мѣстѣ опредѣлится изъ ур.: $14107,9 = \frac{\pi}{4} (50^2 - d_0^2) \cdot 41,7$; $d_0 = 45,48$ см. 5) *Растягивающая сила Q* выдерживается тремя группами болтовъ 1) *крышечными болтами* двухъ подшипниковъ балансира; 2) *корпусными болтами* этихъ подшипниковъ и 3) *фундаментными болтами* колонны. Для всѣхъ группъ можно принять $T = 400 \text{ kg./см.}^2$. Поэтому для каждой группы площадь поперечнаго сѣченія $F = 14107,9 : 400 = 35,28 \text{ см.}^2$ Предполагая по 4 крыш. болта для cadaго подшипника, найдемъ попер. сѣч. болта $\frac{\pi d_2^2}{4} = 35,28$ $d_2 = 4,41$ см., откуда $d_2 = 2,37$ см. ($1\frac{1}{8}$ " по табл. Витворта). Такой же діаметръ должны имѣть болты для корпуса подшипниковъ, если ихъ также 4. Для укрѣпленія колонны къ фундаменту ставится 4 болта; поперечное сѣченіе cadaго $\frac{\pi d_2^2}{4} = 2 \cdot 4,41 = 8,82 \text{ см.}^2$: откуда

$d_2 = 3,35$ см. ($1\frac{1}{8}$ " по табл. Витворта). 46. Вѣсъ вала $G = \frac{\pi 12^2}{4} 1000 \cdot 0,0077 = 870,4 \text{ kg}$. Полная нагрузка пяти $P = 2870,4 \text{ kg}$. По формулѣ (22), допуская $T_1 = 125 \text{ kg./см.}^2$ $d = 5,4$ см. Проверка по формулѣ (23): $2870,4 \cdot 80 \leq 42500 \cdot 5,4$ удовлетворительна. 47. По формулѣ (24): $i = 0,5 \frac{18000}{900} = 10$. 48. Давленіе пара на поршень $P = 7850 \text{ kg}$. Наиб. давленіе на ползуны (§ 34) $Q = 7850 : 5 = 1570 \text{ kg}$. Не принимая въ расчетъ вѣса крестовины и шатуна, найдемъ (формула 25) площадь ползуна $F = 785 \text{ см.}^2$. Пусть a будетъ длина и b ширина ползуна. Обыкновенно дѣлается: $a = 2b$, слѣд., $F = ab = 2b^2 = 785 \text{ см.}^2$; откуда $b = 19,8$ см., $a = 39,6$ см. 49. $1600 = 20eT_2 = 20e12$; $e = 6,6$ см. 50. Горизонтальный

распоръ $H = P \cos \alpha = \frac{P}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$; $\tan \alpha = \frac{1}{3} : \frac{2}{2} = \frac{2}{3}$; слѣдовательно $H = \frac{3800,3}{\sqrt{13}} = 3000 \text{ kg}$. Ур. прочности затяжки: $x \cdot 16 \cdot 6 = 3000$, откуда $x = 31,25$ см.

Проверка прочности шипа: $16 \cdot 17 \cdot 12 = 3456 \text{ kg}$, т. е. сопротивленіе шипа нѣсколько больше срѣзывающаго усилія. 51. 1) По формулѣ (5) : $a = \frac{10000}{15 \cdot 70} = 9,5$ см. 2) $2b \cdot 1 \cdot 900 = 10000$; $b = 5,6$ см. 3) по формулѣ (27) : $10000 = 2 \frac{\pi d^2}{4} \cdot 700$; $d = 3,25$ см. 4) $2 \cdot 15 \cdot x \cdot 6 = 10000$; $x = 5,6$ см.; 5) $10000 = 4y \cdot 1 \cdot 700$; $y = 3,5$ см. 6) сопротивленіе хомута равно $2 \cdot 1 \cdot 5,6 \cdot 720 = 8064 \text{ kg}$, а растягивающая сила равна 10000 kg , слѣд. хомутъ недостаточно крепко. Увеличимъ ширину b до 7 см.; сопротивленіе хомута будетъ: 10080 kg , т. е. нѣсколько болѣе нагрузки. 52. 1) По формулѣ (5) : $8000 = \frac{\pi d^2}{4} T$. Хотя нагрузка

постоянная, но, для большей прочности, примемъ коэф. $k=5$, слѣд. $T=800$ к./см.² Получимъ: $d=3,6$ см. 2) Болтъ B подвергается двойному срѣзыванію; поэтому ур. прочности будетъ: $8000 = 2 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot 800$, $d_1=2,8$ см. 3) Такъ какъ вилка и тяга должны оказывать одинаковое сопротивление, то: $2be = \pi d^2 : 4$, откуда, принявъ $b=1,25d$; найдемъ $e=1,13$ см. 4) Диаметръ D проушины опредѣляется обыкновенно по эмпирической формулѣ: $D=3d_1=8,4$ см. 5) Такъ какъ болтъ пропущенъ черезъ середину ребра балки, то длина плоскостей срѣза $\alpha = 7,5 - 2,8 : 2 = 6,1$ см. Изъ ур. прочности 2. 2. 6.1 $T_2=8000$ к. находимъ $T_2 = 328$ к./см.², т. е. почти вдвое меньше допущеннаго выше безоп. нат. 640 к./см.²

53. Диаметръ d вилкообразныхъ тягъ опред. изъ ур.: $\frac{\pi d^2}{4} \cdot 800 = 10000$ к., $d = 4$ см. Тяги укрѣплены при помощи двухъ болтовъ; ихъ діам. d_1 опред. изъ ур.: $4 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot 8000 = 10000$ к., $d_1 = 2,236$ см. Для опредѣленія разстоянія α болта отъ края ребра башмака имѣемъ ур.: $2\alpha e T_2 = 10000$ к. По таблицѣ § 40 примемъ безопасное напряженіе для чугуна при сдвигѣ $T_2 = 0,8T = 240$ к./см.² Поэтому: $2\alpha \cdot 1,5 \cdot 240 = 10000$ к., откуда $\alpha = 13,9$ см. Для опредѣленія діам. d_2 болтовъ одиночныхъ тягъ имѣемъ ур.: $\frac{\pi d_2^2}{4} \cdot 640 = 3000$ к.; $d_2=2,5$ см. Такъ какъ допускаемое напряженіе сдвига равно 4 : 5 напряж. при растяженіи, то можемъ написать: $\frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{5}{4} \frac{\pi d_3^2}{4}$, откуда діам. тяги $d_3 = 0,894d_2 = 2,2$ см.

54. Для опредѣленія діам. болтовъ имѣемъ ур. $P = 2 \cdot 3 \cdot \frac{\pi d_2^2}{4} T_2$. Принявъ $T_2 = 600$ к./см.², въ виду того, что болты выдерживаютъ не полное срѣзывающее усиліе, получимъ $d=2,3$ см. Каждая изъ накладокъ подвергается разрыву по плоскости $ab=h$. Назвавъ δ толщину накладокъ и, принявъ при расчетѣ для большей прочности, что отверстіе ближайшаго болта лежитъ въ плоскости ab , получимъ ур. прочности накладокъ: $2(h\delta - d\delta) T = P$, откуда, ноложивъ $h = 3\delta$ и $T = 300$ к./см.², найдемъ $\delta = 1/6 \cdot \left(d + \sqrt{d^2 + \frac{6P}{T}} \right) = 3,7$ см.

Каждая изъ накладокъ подвергается, сверхъ того, срѣзыванію силою P по двумъ сѣченіямъ: $ae \cdot \delta + bd \cdot \delta = 2e\delta$; поэтому: $4e\delta = 15700 : 480$; откуда $e = 22$ см. Этотъ размѣръ очень малъ: его увеличиваютъ настолько, чтобы могли помѣститься гайки болтовъ. 55. Такъ какъ каждая заклепка срѣзывается по одному сѣченію, то $P = 3 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot 3500 = 32970$ kg.

56. Толщина полосы $e = 1,5$ см. Примемъ диаметръ $\delta = 2e = 3$ см. Пусть $T_2 = 600$ к./см.²; тогда число заклепокъ n опред. изъ ур.: $n \cdot \frac{\pi \delta^2}{4} \cdot 600 = 8000$, откуда $n = 2$. 57. Возьмемъ $e = 0,8$ см. $\delta = 2,5 \cdot 0,8 = 2$ см.; по форм. (30) $x = 9,85$ см.; $y = 5,9$ см. $n = 6$.

58. Называя черезъ d диаметръ тяги и черезъ d и h толщину и высоту клина будемъ имѣть: $\frac{\pi d^2}{4} T = P$ и $2bhT_2 = P$, или $\frac{\pi d^2}{4} = 2bh \frac{4}{5}$, откуда принявъ $b = 1/8 h$, получимъ: $h = 1,4d$. Изъ 2-го ур. $h = 3,5$ см. Клинь уменьшаетъ нѣсколько сѣченіе тяги во втулкѣ, поэтому $d_1 > d$, и мы имѣемъ условіе: $\frac{\pi d_1^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = bd_1 \frac{hd_1}{4}$, откуда: $d_1 = 1,25d$. Поперечное сѣченіе чугунной втулки опредѣ-

лится изъ условія: $\left(\frac{\pi d_0^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4} \right) \cdot T_2 = \frac{\pi d^3}{4} T$. Если $T_2 = 240$ к./см.², $T = 750$ к./см.², то $d_0 = 2d$. 59. 1) $d = 4,37$ см. 2) По формулѣ (32) толщина клина $e = 1,4$ см.; $d_1 = 5,33$ см.; 3) по формулѣ (33) $h = 6,55$ см., $h_1 = 4,4$ см. 60. Моментъ груза $M = 14400$ к. см. Давленіе въ зубцахъ $P = 514$ kg. Тормозящій моментъ $M_1 =$

$= P \cdot 4,5 = 2314,2$ kg. см. По формулѣ (36): $t = 0,493 \sqrt{\frac{2314}{12}} = \infty 3$ см. Длина

зубца $l = 0,5t = 1,5$ см.; радиус храповика $r = mt$: $2\pi = 5,73$ см. **61.** Поверхность срываания равна $\pi \cdot 3,2 \cdot 1,2 = 12,057$ см.² Поэтому давление $P = 12,057 \cdot 3500 = 42201,6$ кг. **62.** $P = \frac{\pi d^2}{4} 4000 = 1538,6$ кг. **63.** Для дуба безопасное напряжение при сжатии меньше, нежели при растяжении, поэтому въ расчетъ должно ввести первое (§ 58). По таблицѣ § 31, $T_1 = 66$ кг./см.²; слѣд. (форм. 44): $P = \frac{WT_1}{e}$; но $W = \frac{I}{e} = 2613$; поэтому $P = \frac{2613 \cdot 66}{140} = 1231,8$ кг. **64.** Сопротивленіе изгибу зависитъ отъ произведенія ширины на квадратъ высоты бруса, ибо $W = \frac{bh^2}{6}$. Пусть x и y будутъ искомыя ширина и высота балки. Вопросъ приводится къ нахожденію максимумъ произведенія xy^2 или $x(d^2 - x^2)$, гдѣ d есть діаметръ бревна. Чтобы найти max. этого выраженія ищемъ max. его квадрата $x^2(d^2 - x^2)^2$. Такъ какъ сумма переменныхъ [x^2 и $d^2 - x^2$] постоянная (d^2), то имѣемъ условіе: $\frac{x^2}{1} = \frac{d^2 - x^2}{2}$, откуда $x^2 = \frac{d^2}{3}$, или $d : x = 3 : 2$. Далѣе $y^2 = \frac{2}{3}d^2$; или $d : y = 3 : 2$. Отсюда вытекаетъ извѣстное построеніе (фиг. 100). Стороны прямоугольника относятся между собою какъ $x : y = 1 : \sqrt{2} = 1 : 1,414 = 5 : 7$. **65.** Пусть b и h будутъ ширина и высота сѣченія. По условію $b = \frac{5}{7}h$; слѣд.; $W = \frac{5}{42}h^3$. При коэфф. пр. $k = 10$ (долговрем. сооруженіе) $T_1 = 50$ кг./см.² Поэтому: $\frac{5h^3}{42} = \frac{600 \cdot 140}{50}$; откуда $h = 24,2$ см. **66.** По формулѣ (42) напряженія на растянутой и сжатой сторонахъ въ разстояніи x будутъ: $T = Px : \frac{I}{e}$ и $T_1 = Px : \frac{I}{e_1}$, но $e = e_1$, поэтому $T = T_1$. Далѣе: $W = W_1 = \frac{bh^2}{6} = \frac{12 \cdot 18^2}{6} = 648$ см.³ Слѣдовательно, напряженіе въ 1-мъ сѣченіи $T' = 148,1$ кг.; $T'' = 296,2$ кг. и $T''' = 444,3$ кг. **67.** Вѣсъ куб. дец. желѣза = 7,7 кг. Собственный вѣсъ балки $G = (2,1, 25,0, 162 + 26,76, 0,1) 24,77 = 569,4$ кг. Моментъ сопротивленія $W = \frac{I}{e} = \frac{12,5, 30^3 - 11,5, 26,76^3}{12 \cdot 15} = 650,7$ см.³. Безопасное напряженіе при 5-кратной прочтости $T = T_1 = 800$ кг./см.² Внеся эти величины въ ур. (50), получимъ: $\left[P + \frac{569,4}{2} \right] 240 = 650,7 \cdot 800$, откуда $P = 1884,3$ кг. **68.** Допускаемое напряженіе $T = 70$ к./см.² Полная равномерно-распределенная нагрузка на балки будетъ: $2,1, 5,400 = 1200$ к., а на каждую балку 600 к., и приложена на разстояніи 1 м. Изгибающій моментъ $M_f = 1000 \cdot 2 + 600 \cdot 1 = 2600$ к. м. = 260000 к. см. Изъ ур. прочтости: $260000 = \frac{1}{6} bh^2 T$ находимъ: $h = \sqrt[3]{44571} = 36$ см.; $b = 18$ см. Стрѣла прогиба составляетъ изъ двухъ частей, опредѣляемыхъ по форм. (45) и (48): $f = \frac{1}{3} \frac{P}{2} \frac{l^3}{EI} + \frac{1}{2} \frac{Q}{8} \frac{l^3}{EI} = \frac{P}{2EI} \left(\frac{P}{3} + \frac{Q}{8} \right) = 0,34$ см. или $f = 3,4$ мм. **69.** Безопасное напряженіе T равно: для желѣза: $\frac{1}{3} \frac{4000}{5} = 270$ кг./см.², а для стали: $\frac{1}{3} \frac{7500}{5} = 500$ кг./см.² Сила P распределяется на двѣ цапфы, поэтому по формулѣ (47) имѣемъ: $200 \frac{1}{2} = 0,1d^3 500$, откуда принявъ $l = 1,4d$, получимъ: $d = 1,7$ см.; слѣд.: $l = 2,4$ см. Примемъ отношеніе $b : h = \frac{1}{3}$; тогда ур. прочтости рычага будетъ: $400 \cdot 50 = \frac{bh^2}{6} 270 = \frac{h^3}{18} 270$, откуда $h = 11$ см., слѣд.: $b = 3,7$ см. **70.** Для сѣченія C грузъ P_1 даетъ моментъ: $M_c = 900 \cdot 0,9 =$

= 810 к. м., а для закрѣпленнаго сѣченія B : $M_B = 900.2 - 1400 (2 - 0,9) = 260$ к. м. слѣд., опасное сѣченіе лежитъ въ C . 71. По формулѣ (49): $M_{max} = (P + \frac{Q}{2}) L = 240000$ к. см.; а по формулѣ (77): $W = \frac{BH^3 - bh^3}{6H} = 321,25$.

Обозначивъ искомое напряженіе буквою T , получимъ $T = \frac{M_{max}}{W} = 747,1$ кг.

72. Изгибающій моментъ $M_f = 6000.6 + Gx$, гдѣ G есть вѣсъ крана и x его плечо. Примемъ вѣсъ крана (вмѣстѣ съ воротомъ, цѣпями, блоками и пр.) равнымъ $\frac{1}{3} Q = G = 2000$ к., а плечо его $x = 6 : 2 = 3$ м. Тогда $M_f = 42000$ к. м.

Нагружка поясовъ $S = M : h = 42000$ к. Этой нагрузкѣ соответствуетъ площадь сѣченія $F = \frac{42000}{500} = 84$ см.² соответствующій моментъ инерціи $I = \frac{Me}{T} =$

$= 50 \frac{4200000}{500} = 420000$ см.⁴ Если примемъ толщину поясовъ и боковыхъ стѣнокъ равной 1 см., то при ширинѣ сѣченія $b = 60$ см., получимъ: $I = \frac{1}{12} (60.100^3 - 58.98^3) = 450000$ см.⁴ Сѣченіе это можно считать подходящимъ въ виду ослабленія его отъ заклепокъ. 73. Найдемъ прежде всего положеніе нейтральной оси NN (фиг. 104) въ опасномъ сѣченіи. Пусть x будетъ ея разстояніе отъ нижняго края сѣченія. Напишемъ ур. моментовъ площадей относительно нижняго края: (S 60, V): $(4.2 + 2.2.6 + 3.12) x = 2.4.1 + 2.6.5 + 2.6.29 + 3.12.33,5$, или: $68x = 1632$, отсюда $x = 24$ см. Моментъ инерціи опаснаго сѣченія относительно нейтральной оси NN найдемъ, пользуясь формулою (64); въ которой подъ I_0 надо разумѣть сумму моментовъ инерціи частей профиля относительно ихъ центральныхъ линій параллельныхъ NN . Такимъ образомъ получимъ: $I = \frac{4.2^3}{12} + 4.2 (24 - 21)^2 + \frac{2.6^3}{12} + 2.6 (24 - 5)^2 + \frac{2.6^3}{12} + 2.6(11 - 6)^2 + \frac{10.3^3}{12} + 10.3 (12 - 1,5)^2 = 13337,5$. Моментъ сопротивленія (растяженію) $W = \frac{I}{e} = \frac{13337,5}{11} = 1212,5$. Для чугуновыхъ крвштейныхъ допускаютъ T не болѣе 100 кг./см.²; поэтому $P = \frac{WT}{L} = \frac{1212,5.100}{40} = 3031\frac{1}{4}$ кг. 74. Вращающій моментъ $M_i = PL = 2.15.40 = 1200$ к. см. По форм. (86): $P =$

$= 4,725 \sqrt{\frac{1200}{2.16.300}} = 2,36$ см. Радиусъ шестерни $r = \frac{mp}{2\pi} = 6$ см. Небольшія шестерни отливаются въ видѣ сплошнаго диска—безъ ручекъ. Большое колесо получаетъ радиусъ $R = 5r = 30$ см. и число зубцовъ $m' = 80$. Размѣры зубцовъ на обоихъ колесахъ: толщина $e = \frac{19}{40} p = 1,12$ см., высота $h = 0,7p = 1,65$ см. и длина $l = 4,72$ см. Моментъ, вращающій большое колесо, $M_i' = 5M_i = 6000$ к. см. Число ручекъ (спиць) опред. по эмпир. формулѣ $i = \frac{1}{4} \sqrt{2R}$ мм. до $\frac{1}{6} \sqrt{2R}$ мм.

Примемъ $i = \frac{1}{6} \sqrt{2R} = 4$. Высота h крестообразной спицы опред. по формулѣ (100): $h = 7,65$ см.; $b = 1,53$ см. 75. По формулѣ (84): $p = 185 \sqrt[3]{\frac{12}{3.60.50.300}} = 2,87$ см., гдѣ число зубцовъ на шестернѣ принято $m = 50$. Радиусъ шестерни $r = \frac{mp}{2\pi} = 22,8$ см.; $e = \frac{19}{40} p = 1,4$ см.; $h = 0,7 p = 2$ см.; $l = 8,61$ см. Большое колесо получаетъ $m' = 120$ зубцовъ: $R = 45,6$ см. Число ручекъ его $i = \frac{1}{6} \sqrt{2.482} = 6$. Шестерня получаетъ $i = 4$ спицы. 76. Скорость на ободѣ колеса $v = \frac{576000}{10.60.60} = 16$ м./сек. Число оборотовъ въ мин. $n = \frac{60v}{2\pi R} = 25$. По

формуль (97), принявъ $T_1 = 1 \text{ kg. м.}$, найдемъ: $l = 33,4 \text{ см.}$ Затѣмъ наъ раз.: $0,1d^3 \cdot 500 = 0,55000 \cdot l$ находимъ $d = 11,7 \text{ см.}$ Проверья по форм. (88) найдемъ $T_1 = 13 \text{ kg./см.}^2$, допустимо. Изъ рав.: $0,1 \cdot d^3 \cdot 500 = 5000,25$, находимъ діам. вагонной оси между колесами $d_1 = 13,6 \text{ см.}$ 77. Давленіе въ зубцахъ $P = \frac{2.45,5}{0,6} = 750 \text{ kg.}$ По формуль (82), принявъ $a = 2$ и $T = 250 \text{ kg./см.}^2$, получимъ: $p = 4,1 \sqrt{\frac{750}{2.250}} = 5 \text{ см.}$ Длина зубца $l = 10 \text{ см.}$ 78. Скорость на окружности колеса $v = \frac{2\pi Rn}{60} = 6,698 \text{ м.}$ Поэтому $T = 180 \text{ kg./см.}^2$ (§ 64, б). Если бы оба колеса были чугуныя, то шагъ зацѣпленія ихъ былъ бы (форм. 83): $p = 1097,6 \sqrt{\frac{100}{3.180.0,8.80}} = 5,7 \text{ см.}$ Но одно колесо имѣеть деревянныя зубцы, поэтому для него (§ 64; примѣч.): $p' = 1,4p = 7,98 \text{ см.}$ Число зубцовъ ведущаго колеса $m = \frac{2\pi R}{p} = 63$; сдѣлаемъ ихъ 66; тогда точная величина шага $p' = 7,6 \text{ см.}$ Толщина зубцовъ деревянныхъ опредѣляется по слѣд. формуль:

$e_1 = \frac{23}{40} p' = 4,4 \text{ см.}$; а толщина чугуныхъ зубцовъ: $e = \frac{16}{40} p' = 3 \text{ см.}$; высота зубцовъ $h = 0,77,6 = 5,3 \text{ см.}$ Число спиць ведущаго колеса $i = \frac{1}{6} \sqrt{2.800} = 6$. Оно удовлетворяеть условію дѣлимости числа зубцовъ на него, какъ это требуется практическими соображеніями. Длина зубцовъ $l = 3p' = 22,8 \text{ см.}$ 79. По формуль (10) діаметръ звеньевъ подъемной цѣпи $\delta = 0,0326 \sqrt{600} = 0,798 \text{ см.} = 8 \text{ мм.}$ Сдѣлаемъ радіусъ барабана $p = 10,8 = 80 \text{ мм.}$ Моментъ груза $M_1 = 600,8 = 4800 \text{ к. см.}$, а моментъ движущей силы $M = 10,40 = 400 \text{ к. см.}$ Принимаемая коэфф. п. дѣйствія ворота $\mu = 0,4$, найдемъ передаточное число $k = \frac{4800}{0,4 \cdot 400} = 30$. Слѣд., если червякъ имѣеть одну нарѣзку, то винтовое колесо должно имѣть 30 зубцовъ. Шагъ зацѣпленія опредѣлится по формуль (86): $p = 4,725 \sqrt{\frac{4800}{2.250.30}} = 3,25 \text{ см.}$ Радіусъ винтового колеса $R = \frac{pm}{2\pi} = 15,5 \text{ см.}$ 80. Для опредѣленія силы, передаваемой шестерню, необходимо знать шагъ зацѣпленія. Имѣемъ: $\frac{r'}{r} = \frac{m'}{m}$, откуда $\frac{r+r'}{r} = \frac{m+m'}{m} = \frac{d}{r}$; слѣд., $r = \frac{md}{m+m'} = \frac{210.120}{175} = 1,34 \text{ м.}$; поэтому $p = \frac{2\pi r}{m} = 7,012 \text{ см.}$ Такъ какъ скорость на окружности колесъ около 10 м., то должно принять $T = 150 \text{ kg./см.}^2$; $\alpha = \frac{1}{p} = 3,7$. Поэтому (форм. 82) $P = \frac{p^2 \alpha T}{(4,1)^2} = 1623,3 \text{ kg.}$, если только зубчатая передача была рассчитана съ обычнымъ запасомъ прочности. Такъ какъ, по условію, ведущій шкивъ долженъ имѣть радіусъ $R = 1,6 \text{ м.}$, то передаваемая сила P уменьшится въ отношеніи $\frac{1,34}{1,6}$, т. е. будетъ: $P' = 1623,3 \frac{134}{160} = 1359,5 \text{ kg.}$

Принимая толщину ремня $e = 8 \text{ мм.}$, получимъ по форм. (8): $b = \frac{2.1359,5}{0,8.30} = 113,3 \text{ см.}$ Для одиночнаго ремня эта ширина слишкомъ велика, поставимъ двойной ремень, ширина котораго (§ 21) $b' = 0,7b = 79,3 \text{ см.}$ 81. Размѣры домкратовъ должны быть какъ можно меньше, поэтому зубчатая колеса и рейка наготавливаются изъ лучшихъ сортовъ желѣза, допускающихъ $T = 1200 \text{ kg./см.}^2$. Число зубцовъ на шестерняхъ всегда меньше 10. Сдѣлаемъ на шестернѣ рейки 5, а на шестернѣ рукоятки 6 зубцовъ. Длина зубцовъ дѣлается обыкновенно $l = 1,5p$; слѣдов. $a = 1,5$; поэтому по формуль (82) шагъ зацѣпленія рейки

$p_1 = 4,1 \sqrt{\frac{900}{1,5.1200}} = 2,9 \text{ см.}$ Радіусъ шестерни рейки при $m_1 = 5$ будетъ:

$r_1 = \frac{m_1 p}{2\pi} = 2,31$ см. Моментъ груза Q будетъ: $Qr_1 = 2079$ к. см. Передаточное число k для колесъ R и r_2 опредѣлится изъ равенства: $\frac{Qr_1}{\mu PL} = \frac{2079}{0,6 \cdot 36 \cdot 30} = 3,208$. Шагъ зацепления второй шестерни при $m_2 = 6$, будетъ (форм. 86):

$p_2 = 4,725 \sqrt{\frac{PL}{\alpha T m_2}} = 2,193$ см., а радиусъ ея $r_2 = 2,09$ см. Большое колесо получаетъ $m = 3,2m_2 = 19$ зубцовъ, а радиусъ его $R = 6,7$ см. 82. По формулѣ (90): $d = 0,158 \sqrt{1600} = 6,32$ см.; $l = 9,48$ см. 83. Нагрузка каждой цапфы $P = \frac{18000 + 4,2 \cdot 1000}{2} = 11100$ кг.; поэтому по формулѣ (91): $d = 27,18$ см.;

$l = \frac{4}{3} d = 36,24$ см. 84. Диаметръ цилиндрической стальной цапфы, выдерживающей давленіе 900, опредѣлится по формулѣ (92): $d = 0,112 \sqrt{900} = 3,36$ см. Диаметръ шаровой цапфы $d_1 = 1,5d = 5$ см. 85. Число оборотовъ цапфы $n = \frac{15,60}{0,8\pi} = 358$. На каждую цапфу приходится давленіе 3700 кг. Подобно зад.

76 находимъ: $l = 34,6$ см. $d = 10,9$ см. 86. Каждая цапфа выдерживаетъ грузъ въ 1000 кг. Принявъ (§ 65, IV) $l = \frac{d}{3}$ и $T = 600$ кг./см.², получимъ по

формулѣ (87): $d = 1,58$ см.; $l = 0,53$ см. 87. Давленіе пара на поршень $P = 4.10334 \frac{\pi 0,4^2}{4} = \infty 5192$ кг.; поэтому по форм. (96) $d = 0,11 \sqrt{5192} = 7,9$ см.,

$l = 1,4d = 11$ см. 88. 1) По формулѣ (100): $h = 13,1$ см.; 2) по формулѣ (101): $h = 16,46$ см.; 3) $h = 7,1$ см. 89. Реакція $N_1 = 1680$ кг., $N_2 = 720$ к. $M_{max} = 1680 \cdot 60 = 100800$ к. см. При пятикратной прочности $T = T_1 = 800$ кг./см.². Поэтому имѣемъ по формулѣ (42): $100800 = W \cdot 800$, откуда $W = 126$. По этой величинѣ момента сопротивленія производится *подборъ сѣчѣнія*, пользуясь таблицей XI (въ концѣ книги). По этой таблицѣ наиболее подходящимъ оказывается профиль № 16. Моментъ его сопротивленія равенъ 113. 90. По формулѣ (59)

$Q \frac{E}{8} = WT$. Принявъ $T = 800$ кг./см.², получимъ: $W = 450$ см.³. Выберемъ профиль (фиг. 72, IV) слѣдующихъ размѣровъ: $B = 8$ см., $H = 28$ см.; $b = 6$ см. и $h = 25$ см. Моментъ сопротивленія такого профиля будетъ:

$$W = \frac{1}{6} \left(8 \cdot 28^3 - \frac{6 \cdot 25^3}{28} \right) = 454 \text{ см.}^3$$

избранный профиль годенъ.

91. Реакція $N_A = \frac{2200 \cdot 3,6 + 1600 \cdot 3,1 + 1000 \cdot 2,6 + 3000 \cdot 2}{4,6} = 4669,5$ кг.; $N_B = 3130,5$ кг. Изгибающіе моменты для точекъ приложения силъ будутъ: $M_{c_1} = 466950$ к. см., $M_{c_2} = 4669,5 \cdot 150 - 2200 \cdot 50 = 590425$ к. см.; $M_{c_3} = 633900$ к. см. $M_{c_4} = 606070$. Опасное сѣчѣніе лежитъ въ C_2 . Для сѣчѣній C_1, C_2, C_3 и C_4 (фиг. 180) вертикальныя перерѣзывающія силы будутъ:

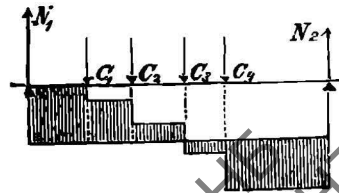
$$V_1 = 4669,5 - 2200 = 2469,5 \text{ к.}$$

$$V_2 = 869,5 \text{ к.}$$

V_3 переходитъ черезъ 0 изъ положительнаго значенія 869,5 въ отрицательное —130,5 к.

$$V_4 = -130,5 \text{ к.}$$

При спокойной нагрузкѣ можно принять для желѣза $T = 700$ к./см.²; поэтому моментъ сопротивленія $W = M_{max} : T = 633900 : 700 = 905,6$ см.³ Для этого сопротивленія достаточна двутавровая балка № 34 высотой 34 см., при ширинѣ подошвы 13,7 см., толщинѣ средняго ребра 1,22 см. и толщинѣ подошвы 1,83 см. 92. Равнодѣйствующая натяженій кон-



Фиг. 180.

цовъ кавата $R_1 = 2.2500$. $\cos 50^\circ = 3213,95$ kg. Она составляетъ съ направлениемъ вѣса шкива уголъ 40° и сложится съ вѣсомъ 300 kg. въ равнодѣйствующую $R = \infty 3449$ kg. Пусть d будетъ диаметръ оси блока въ серединѣ. Тогда по формулѣ (55) имѣемъ: $\frac{3449}{2} \cdot \frac{78}{2} = 0,1d^3 \cdot 500$; откуда $d = 11,4$ см. Каждая

цапфа испытываетъ давленіе 1724,5 kg. Если шкивъ дѣлаетъ менѣе 150 оборотовъ въ мин., то диаметръ цапфъ опредѣлится по формулѣ (90): $d_1 = 0,158 \sqrt{1724,5} = 6,56$ см.; $l = 9,84$ см. 93. Давленіе пара на поршень $P = 11341,1$ k. Наибольшее давл. крейцкопфа на параллели (§ 34): $Q = 11341 \frac{27}{150} = 2041,4$ k. Можно принять для простоты, что это давленіе соответствуетъ среднему положенію крестовины; поэтому ур. прочности будетъ: $2041,4 \frac{110}{4} = \frac{bh^3}{6} \cdot 600$. Ширина b параллели опредѣляется по эмпирич. формулѣ для

величины площади скольженія: $bl_1 = 0,1 Q$, выражающей, что давленіе на см.² должно быть равно 10 k; изъ послѣдняго равенства, принявъ отношеніе длины полоуауна къ его ширинѣ $l_1 : b = 2$, найдемъ $b = 10,1$ см.; $l_1 = 20,2$ см. Подставляя эту величину для b въ ур. прочности, получимъ $h = 7,6$ см. Если крейцкопфъ имѣетъ не 2, а 4 полоуауна, то высота сѣченія будетъ $h_1 = h \sqrt{0,5} = 5,3$ см. Если оба полоуауна укрѣплены на цапфахъ, служащихъ продолженіемъ шарнирнаго болта крейцкопфа, то диаметръ d_1 этихъ цапфъ долженъ быть рассчитанъ на изгибъ на половину давленія $Q = 2041,4$ k., т. е. на 1020,7 k. Обозначивъ черезъ l_0 длину цапфъ, получимъ ур. прочности: $\frac{Q}{2} \frac{l_0}{2} = 0,1d_1^3 T$, гдѣ T для стальной цапфы можно принять равнымъ $T = 700$ k./см.². Въ данномъ случаѣ длина цапфъ равна шири-

ринѣ $b = 10,1$ полоуауновъ. Поэтому: $d = \sqrt{\frac{10 \cdot Q \cdot 10}{4 \cdot 700}} = 4,2$ см. Шарнирный болтъ крейцкопфа можетъ быть рассчитанъ по формулѣ (107) § 69. 94. Реакція лѣваго подшипника $N_1 = 1427,5$ kg. Моменты всѣхъ силъ относительно точекъ приложенія грузовъ P_1, P_2 и P_3 будутъ соответственно $M_1 = 1570,2$ k. м.; $M_2 = 2308,75$ k. м.; $M_3 = 1872,5$ k. м. Ось должна быть рассчитана по моменту M_2 . Такъ какъ вслѣдствіе вращенія натяженіе мѣняется анакъ, то должно принять $T = 700$ kg./см.² Ур. прочности будетъ: $230875 = \infty 0,1d_0^3 \cdot 700$, откуда $d_0 = 14,88$ см. Увеличивъ на 15% этотъ диаметръ (§ 6), вычислимъ вѣсъ G оси. Получимъ: $G = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 40 \cdot 7,785$ kg. = $\infty 710$ kg. На часть AP_2 оси придется: $710 \cdot \frac{2,5}{4} = 443,75$ kg. Полный изгибающій моментъ для

сѣченія, соответствующаго точкѣ приложенія силы P_2 , будетъ: $M_2 = 230875 + 355 \cdot 250 - 443,75 \cdot 125 = 264156,25$ kg. см.; поэтому: $264156 = 0,1d^3 \cdot 700$; откуда болѣе точный размѣръ диаметра, съ принятіемъ въ расчетъ собственнаго вѣса оси, будетъ: $d = 15,57$ см. Вѣсъ этой оси равенъ 595 kg. Реакція въ $A = N_1 = 1427 + 298 = 1725$ kg., а въ $B = N_2 = 2170$ kg. По формулѣ (91) диаметръ цапфы A , если ось дѣлаетъ менѣе 150 оборотовъ въ мин., будетъ $d_1 = 0,112 \sqrt{VP} = 4,6$ см.; $l_1 = 1,78d = 8,2$ см.; диаметръ цапфы $B = d_2 = 5,2$ см.; $l_2 = 9,25$ см. 95. Предположимъ, что кранъ устроенъ такимъ образомъ, что грузъ постоянно распредѣляется поровну на обѣ балки моста; тогда каждая пазъ нихъ будетъ выдерживать грузъ 4000 kg. Такъ какъ усиліе измѣняется отъ 0 до max., то при $k = 5$ безопасное напряженіе $T = T_1 = \frac{2}{3} \cdot 800 = \infty 500$ kg./см.² Моментъ сопротивленія средняго сѣченія каждой балки долженъ быть равенъ $W = \frac{I}{e} = \frac{4000 \cdot 1000}{4 \cdot 500} = 2000$ см.³ Возьмемъ для этого сѣченія профиль, изображенный на фиг. 78. Его моментъ сопротивленія $W = 2766$; вѣсъ пог. метра = 142 kg., а всей балки 1420 kg. Принимая во вниманіе и этотъ вѣсъ, найдемъ наибольшій изгибающій моментъ посерединѣ = 1177500 kg. см., что вызоветъ напряженіе 426 kg./см.², — менѣе безопаснаго. Къ концамъ вы-

сота балки дѣлается меньше, нежели въ серединѣ. Чтобы опредѣлить высоту сѣченія балки въ какомъ-либо мѣстѣ, предполагаютъ грузъ передвинутымъ въ это мѣсто и вычисляютъ изгибающій моментъ, по которому опредѣляется моментъ сопротивленія, а затѣмъ и искомая высота профиля. Перейдемъ теперь къ опредѣленію діаметровъ цапфъ и шейки колесной оси. Предположимъ для этого, что тельжка съ воротомъ передвинута на самый край моста, такъ что весь грузъ падаетъ на двѣ находящіяся тамъ оси. Сверхъ того, на эти оси падаетъ еще половина вѣса моста съ тельжкой. Примемъ вѣсъ каждой балки равнымъ 1100 kg., вѣсъ тельжки, рельсовъ для нея и пр. равнымъ 1000 kg., тогда вѣсъ моста будетъ $G=3200$ kg. Такимъ образомъ каждая изъ осей вы-

держиваетъ (приблизительно) грузъ: $\frac{9000}{2} + \frac{3200}{4} = 6100$ kg. Реакція $N_1 = \frac{6100 \cdot 40}{30} = 8133$ kg., а реакція $N_2 = 2033$ kg. Безопасное напряженіе для стальныхъ осей $T = 700$ kg./см.² (давленіе переменное, $k = 5$). По формулѣ (87), принявъ отношеніе $l : d = 1,4$, діаметръ $d_1 = 2,236 \sqrt{\frac{6100 \cdot 1,4}{700}} = 7,8$ см.; $l_1 = 10,9$ см. Для шейки имѣемъ уравненіе $6100 \cdot 10 = 0,1d_2^3 700$; отсюда $d_2 = 9,55$ см. 96. Реакція подшипниковъ: $N_1 = N_2 = 8000$ kg. Принимаемъ $T = 800$ kg./см.² и $\frac{l}{d} = 1,25$, опредѣлимъ діаметръ цапфъ d_1 по формулѣ (87):

$d_1 = 2,236 \sqrt{\frac{N_1 \cdot 1,25}{800}} = 7,9$ см.; $l = 9,9$ см. Діаметръ D оси въ серединѣ

опредѣлимъ по формулѣ (102): $D = 1,26 \cdot 7,9 \sqrt[3]{\frac{40}{9,9}} = 15,8$ см. Принимая во вниманіе, что въ головкѣ должна быть сдѣлана дорожка для шпонки, увеличимъ D на 10%; слѣд. діам. головки $D' = 17,3$ см.; длина ея $l' = 2L' = 34$ см. Діаметръ оси въ другомъ мѣстѣ, напр., въ разстояніи 12 см. отъ се-

редины цапфъ будетъ $D_1 = 1,26d_1 \sqrt[3]{\frac{12}{9,9}} = 10,6$ см., а въ разстояніи 24 см.:

$D_2 = 13,4$ см. Такимъ образомъ, кромѣ вершины A имѣемъ три точки кубической параболы (§ 62, l) дающей форму равнаго сопротивленія. Опредѣливъ подобнымъ образомъ діаметры еще нѣсколькихъ сѣченій, можемъ вычертить контуръ оси равнаго сопротивленія изгибу. Такъ какъ нагрузка симметрична относительно цапфъ, то обѣ половины оси будутъ имѣть одинаковые раамѣры. Принимаемый на практикѣ прамолинейный (фиг. 110) контуръ, обусловливаемый цилиндрическою формою цапфъ и головки, а также устройствомъ заплечиковъ, не долженъ нигдѣ пересѣкать параболу, но можетъ ея касаться. 97. По формулѣ (91): $d_1 = 0,112 \sqrt[3]{6000} = 8,67$ см.; $l_1 = 1,78d_1 = 15,4$ см. Реакція въ B равна: $N_2 = \frac{6000 \cdot 50}{120} = 2500$ kg; поэтому діаметръ цапфы B будетъ: $d_2 = 5,6$ см.; $l_2 = 9,97$ см. Діаметръ шейки C опредѣлится

по формулѣ (102): $d_2 = 1,26d_3 \sqrt[3]{\frac{x}{l_3}} = 1,26 \cdot 5,6 \sqrt[3]{\frac{120}{9,97}} = 16,3$ см.; $l_2 = 29$ см.

Высота e заплечиковъ опредѣляется по эмпирической формулѣ: $e = 0,3$ см. + $+ 0,07d_2 = 1,44$ см.; ширина e_1 заплечиковъ дѣлается: $e_1 = 1,5e = 2,16$ см.

Діаметръ d_4 оси у праваго заплечика шейки будетъ: $d_4 = 1,26 \cdot 5,6 \sqrt[3]{\frac{x}{9,97}}$, гдѣ $x = 120 - \frac{l_2}{2} - 1,51 = 120 - 14,5 - 2,16 = 103,34$ см.; поэтому $d_4 = 15,4$ см.; для сѣченія, лежащаго непосредственно у лѣваго заплечика шейки имѣемъ

$x = 50 - 14,5 - 2,16 = 33,4$ см.; поэтому $d_3 = 1,26 \cdot 8,67 \sqrt[3]{\frac{33,4}{15,4}} = 14,1$ см.

На практикѣ части тѣла равнаго сопротивленія отъ заплечиковъ до серединъ

цапфъ (фиг. 92) замѣняютъ усѣченными конусами, которымъ у заплечиковъ дають вычисленные диаметры d_4 и d_5 , а въ серединахъ цапфъ диаметры, равные соответственно $\frac{2}{3}d_4$ и $\frac{2}{3}d_5$. Построениемъ этихъ конусовъ опредѣляются и размѣры заплечиковъ цапфъ. 98. По формулѣ (109): $1200 = \frac{10 \cdot 120000 \cdot I}{10 \cdot 110^2}$,

откуда $I = 121 \text{ см.}^4 = \frac{x^4}{12}$; $x = 6,17 \text{ см.}$ Провѣряемъ на сжатіе; сила 1200 kg.

вызоветъ напряженіе: $T_1 = \frac{1200}{6,17^2} = 32 \text{ kg./см.}^2$, что вполнѣ допустимо (безопасное напряженіе = 50 kg./см.²). 99. По формулѣ (109), принявъ $k = 10$,

$E = 120000$, будемъ имѣть: $35000 = \frac{10 \cdot 120000 \cdot 25h^3}{200^2 \cdot 10 \cdot 12}$, откуда $h = 18 \text{ см.}$

Напряженіе отъ сжатія получимъ $T_1 = 78 \text{ kg./см.}^2$, что недопустимо въ долговременномъ сооруженіи. Для того, чтобъ напряженіе было равно 50 kg./см.²,

необходимо сдѣлать $h = 28 \text{ см.}$ 100. $I = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = 478224$; по формулѣ

(108): $P = 2,5 \frac{1000000 \cdot 478224 \cdot \pi}{12 \cdot 160000 \cdot 64} = 30550 \text{ kg.}$, что вызоветъ напряженіе отъ сжатія всего 120 kg./см.² 101. Въ этомъ случаѣ слѣдуетъ примѣнить форм. (111):

$I = \frac{P^2 k}{40E}$. Принявъ $k = 5$, получимъ $I = \frac{81}{16} \text{ см.}^4$ Наименьшій моментъ инерціи сѣченія выразится: $I = \frac{hb^3}{12} = \frac{2}{81} h^4$; слѣд. $\frac{2}{81} h^4 = \frac{81}{16}$, откуда $h = 5,34 \text{ см.}$;

$b = 3,56 \text{ см.}$; $F = 19 \text{ см.}^2$ Напряженіе отъ сжатія всего 190 kg./см.² 102. Моментъ инерціи $I = \frac{1}{12} [bH^3 - (H - b)b^3] = \frac{221}{12} b^4$; $P = \frac{10EI}{kl^2}$; $b^4 = \frac{12}{221} \cdot \frac{600 \cdot 200^2 \cdot 6}{10 \cdot 1000000}$;

$b = 1,67 \text{ см.}$; $H = 10 \text{ см.}$; $F = 30 \text{ см.}^2$; $T_1 = 200 \text{ kg./см.}^2$ Въ концамъ подпорки размѣръ h нѣсколько уменьшаютъ, а именно: $h' = 0,7h = 7 \text{ см.}$ Размѣры у концовъ должны быть, однако, достаточны для прочнаго сопротивленія простому сжатію. $F' = 20 \text{ см.}^2$; $T_1 = 300 \text{ kg./см.}^2$ Ребра могутъ быть ограничены дугами круга или другой какой-либо плоской кривой. 103. Разложеніе силъ P даетъ составляющія S и P_1 , изъ которыхъ первая производитъ растяженіе стержня AB , а вторая продольный изгибъ частей AO и BO . Діам. d тяги AB

опредѣлится изъ ур. $S = \frac{\pi d^2}{4} T$, гдѣ $S = P \sqrt{2}$ и $T = 600 \text{ kg./см.}^2$; получимъ

$d = 3,6 \text{ см.}$ — Части AO и BO рычага должны быть рассчитаны по формулѣ

(109) $P_1 = \frac{10EI}{25 \cdot 80^2}$, въ которую должно внести наименьшій мом. инерціи относительно оси Y (фиг. 117); принято $k = 25$ вслѣдствіе возможности изгиба.

Получимъ: $I = \frac{P_1 \cdot 25 \cdot 80^2}{10 \cdot 1000000}$, но $P_1 = P$, слѣдовательно $I = \frac{5000 \cdot 25 \cdot 80^2}{10 \cdot 1000000} = 80 = \frac{2e_1 H^3 + be^3}{12}$. Положивъ $B = H = 5e$; $e_1 = e$ и слѣд. $b = 5e - 2e = 3e$, найдемъ: $e = 1,4 \text{ см.}$ 104. Укосина должна быть рассчитана по формулѣ

(109), такъ какъ концы ея подвижны: $I = 0,05d^4 = \frac{Pkl^2}{10 \cdot E}$. Нагрузка частей

крана, по самому назначенію его, переменная (отъ 0 до тах.); поэтому, принимая во вниманіе неизбежные удары, должно взять коэфф. прочности при продольномъ изгибѣ (§ 73) $k = 12$. Для опредѣленія нагрузки P укосины, напишемъ уравненіе моментовъ силъ, приложенныхъ къ ней, относительно точки пересѣченія A , оси AB , около которой вращается кранъ, съ осью тяги AC . На укосину дѣйствуютъ: грузъ 600 kg. на плечѣ 2,1 м., натяженіе грузового каната, равное $\frac{1}{2} \cdot 600 = 300 \text{ kg.}$, на плечѣ $AE = 1,02 \text{ м.}$ (по чертежу) и

сила сжатія укосины P на плечѣ $AF = 1,11 \text{ м.}$ (по чертежу). Поэтому уравненіе моментовъ будетъ: $600 \cdot 2,10 + 300 \cdot 1,02 - P \cdot 1,11 = 0$, откуда $P = 1410,9 \text{ kg.}$ Внеся значенія P , k , l и E въ выраженіе для I , получимъ: $d = 5,37 \text{ см.}$

$F = 22,6 \text{ см.}^2$; $T_1 = 62 \text{ кг./см.}^2$. Что касается влияния на прочность укосины ее вѣса, а также трения и жесткости, то по незначительности ими можно пренебречь. **105.** 1) Для круглаго сѣченія: $12500 = \frac{10 \cdot 2000000 \cdot 0,05 d^4}{15 \cdot 220^3}$; откуда $d =$

$= 9,8 \text{ см.}$; $T_1 = 160 \text{ кг./см.}^2$. 2) Для прямоугольнаго сѣченія ($h = 2b$): $12500 = \frac{10 \cdot 2000000 \cdot hb^3}{15 \cdot 220^3 \cdot 12}$; откуда: $b = 7,2 \text{ см.}$; $h = 14,4 \text{ см.}$; $T_1 = 125 \text{ кг./см.}^2$. **106.**

Давление пара на поршень $P = 8796 \text{ кг.}$ По формулѣ (109) имѣемъ: $8796 = \frac{10 \cdot 2000000 \cdot 10 \cdot 4^3}{k \cdot 140^2 \cdot 12}$; откуда $k = 6,2$; $T_1 = 220 \text{ кг./см.}^2$ — допустимо. **107.**

Такъ какъ штокъ подвергается попеременно то растяженію, то сжатію, то проведемъ оба расчета: на растяженіе и продольный изгибъ, и изъ двухъ результатовъ возьмемъ тотъ, который дастъ большіе размѣры. 1) Давление пара на поршень $P = 7854 \text{ кг.}$ По формулѣ (5) имѣемъ: $7854 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 500$, откуда

$d = 4,5 \text{ см.}$ 2) По формулѣ (110): $7854 = \frac{20 \cdot 2000000 \cdot \pi d^4}{15 \cdot 8100 \cdot 64}$; откуда $d = 4,74$

$T_1 = 446 \text{ кг./см.}^2$. Округливъ, возьмемъ $d = 5 \text{ см.}$ **108.** По формулѣ (126) $d = 165 \text{ см.}$ **109.** По форм. (126) діам. вала шестерни $d = 3,7 \text{ см.}$; колеса $d' = 6,3 \text{ см.}$ Толщина втулки опред. по эмпир. формулѣ: $a = 10 \text{ мм.} + \frac{d \text{ мм.}}{3}$

слѣд. $a = 2 \text{ см.}$; $a' = 2,75 \text{ см.}$ Наибольшій діам. ступицы (въ серединѣ) опред. по формулѣ: $d_0 = 1,8 d + 2 \text{ см.}$ Длина ступицы равна $1 + \frac{R}{15} = 6,7 \text{ см.}$ **110.** По

форм. (126) для шестерни: $d = 8,8 \text{ см.}$ Толщина втулки шестерни $a = 10 + \frac{70}{3} = 3,9 \text{ см.}$ Наиб. діам. ступицы равенъ 18 см. Діам. вала большого колеса $d_1 = 11 \text{ см.}$ **111.** $d = 11 \text{ см.}$ Уголъ крученія на одномъ см. опредѣляется по формулѣ: $\varphi = \frac{M_1}{E_1 I_p} = \frac{71620 \cdot 32 \cdot N}{770000 \cdot \pi d^4 \cdot n} = 0,0000254 \text{ радіана} = 0,001455^\circ$; на

одномъ метрѣ $\varphi = 0,1455^\circ$. **112.** По формул. 117, 118, и 122 для $d = 0,7 D$ и $T_2 = 100 \text{ кг./см.}^2$ находимъ $\frac{\pi D^4 - 0,2401 D^4}{16 D} = \frac{71620 \cdot 80}{100 \cdot 30}$, откуда $D = 23,3 \text{ см.}$

113. $d = 12,9 \text{ см.}$; толщина втулки $a = 5,3 \text{ см.}$; наиб. діам. втулки $d_0 = 25 \text{ см.}$ длина ступицы $L = 28 \text{ см.}$ Толщина обода колеса съ деревянными зубцами дѣлается равною шагу $p = 7,6 \text{ см.}$ **114.** По формулѣ примѣч. къ § 83 для

длинныхъ валовъ: 1) діам. вала $AB = d_1 = 12 \sqrt{\frac{20}{80}} = 8,4 \text{ см.}$; 2) діам. вала $BC = d_2 = 7,2 \text{ см.}$; 3) діам. вала $DE = d_3 = 6,8 \text{ см.}$; 4) діам. вала $FG = d_4 = 6,8 \text{ см.}$ и 5) вала $HK = d_5 = 3,8 \text{ см.}$ **115.** Муфта закручивается моментомъ, величина котораго равна моменту M_1 , закручивающему валы. Для опредѣленія діам. d валовъ имѣемъ ур.: $M_1 = \frac{\pi d^3}{16} T_1$, а для опредѣленія наружнаго діам.

D муфты ур.: $M_1 = \frac{\pi}{16} \left(\frac{D^4 - d^4}{D} \right) T_2$. Изъ этихъ ур. находимъ $d^3 T_1 = \frac{D^4 - d^4}{D} T_2$, причеиъ $d = 9 \text{ см.}$ Допустимъ $T_1 = 400 \text{ кг./см.}^2$ и $T_2 = 100 \text{ кг./см.}^2$; тогда: $\frac{D^4 - d^4}{D} = 4d^3 = 2916$. Рѣшаемъ это ур. приближенно, положивъ въ знаменателѣ $L = 2d$, получимъ: $D^3 - 0,5d^3 = 2916 \text{ см.}^3$, или $D^3 = 2916 + 364 = 3280$; см.^3 , откуда $D = 14,8 \text{ см.}$ **116.** Крутящій моментъ ведущаго вала (шестерни) $M_1 = 18 \cdot 40 = 720 \text{ кг. см.}$ Въ виду небольшой длины вала его можно рассчитывать исключительно на сопротивленіе крученію; поэтому получимъ по формулѣ (125): $d_1 = 0,35 \sqrt{M_1} = 3,1 \text{ см.}$ Для вала ворота $M_2 = PR = 400 \cdot 12 = 4800 \text{ кг. см.}$; $d_2 = 5,9 \text{ см.}$ **117.** Моментъ M'_1 , закручивающій передат. валъ, равенъ $M'_1 = 2 PL = 1200 \text{ кг. см.}$, а мом., закруч. грузаго вала $M'_2 =$

$= 2PLk$; но по заданію $\mu = \frac{Qr}{2PLk}$, отсюда $2PLk = \frac{Qr}{\mu} = 1,25 Qr$, слѣд. $M_1'' = 1,25 Qr = 11250$ кг. см. — По формуль (126): $d_1 = 3,7$ см. и $d_2 = 7,5$ см. **118.** $M_1 = 4PL = 2400$ кг. см. Разложимъ передаточн. число k на два множителя. $\frac{R_1}{r_1} = 6$ и $\frac{R_2}{r_2} = 7$; тогда $M_2 = M_1 \frac{R_1}{r_1} = 14400$ кг. см. $M_3 = M_2 \frac{R_2}{r_2} = 14400 \cdot 7 = 86800$ кг. см. Диаметры валовъ будутъ: $d_1 = 4,7$ см.; $d_2 = 8,6$ см. и $d_3 = 15,5$ см. — Грузъ, который воротъ можетъ поднять, $Q = \frac{4PLk \cdot \mu}{7} = 3780$ кг. **119.** По формуль (128) $d = 24,6$ см. **120.** Для части

BC крутящій моментъ $M_i = 1000,26 = 26000$ кг. см. По формуль (125) $d_2 = 10,4$ см. Для части AB крутящій моментъ $M_i = 1000 \cdot 26 + 1400 \cdot 32 = 70800$ кг. см.; поэтому $d_1 = 14,5$ см. **121.** 1) Часть AB передаетъ 16 п. л.; $d_1 = 12 \sqrt{\frac{N}{n}} = 8,6$ см. 2) Часть BC передаетъ 6 п. л.; $d_2 = 6,5$ см.

122. 1) Диаметръ части AB $d_1 = 8,2$ см. $\varphi_1 = 1,49^\circ$; 2) для части BC $d_2 = 6,74$ см.; $\varphi_2 = 1,99^\circ$; 3) Для части CD $d_3 = 5,28$ см.; $\varphi_3 = 0,995^\circ$. Полный уголъ крученія $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 4,475^\circ$. **123.** Нагрузка на одинъ консоль равна $1,2 \cdot 2 \cdot 500 = 1200$ к. Эта сила даетъ двѣ составляющія (реакци), равныя каждая половинѣ нагрузки, т. е. $Q = 600$ к. Разложивъ Q на $P_1 = \frac{Q}{\cos \alpha}$

и $P = Q \operatorname{tg} \alpha$, гдѣ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1,2}{0,6} = 2$, слѣд. $\alpha = 63^\circ 30'$ и $\cos \alpha = 0,446$; поэтому $P_1 = 1345,3$ к. и $P = 1200$ к. — Балка AB подвержена растяженію силою P и въ то же время изгибу равном.-распред. грузомъ 1200 к. Подкосъ BC долженъ быть рассчитанъ на продольный изгибъ. Длина подкоса $BC = \sqrt{0,6^2 + 1,2^2} = 1,34$ м. По форм. (109) имѣемъ (принявъ коэфф. прочности $k = 10$); $P_1 = 1345 = \frac{10 \cdot 2000000 I}{10 \cdot 134^2}$; отсюда $I = 12,075$ см⁴. Выберемъ для подкоса тавровое сѣченіе (фиг. 76) слѣд. размѣровъ: высота $H = 5$ см., ширина $AC = 5$ см., толщина среднего ребра $B = 0,6$ см. Моментъ инерціи этого профиля, взятый относительно оси XX , $I = 13,1$ см⁴, что вполне достаточно. Число заклепокъ, потребн. для скрѣпл. подкоса съ горизонт. балкою, опредѣлится какъ показано въ зад. 56. — Для horiz. балки AB выберемъ двутавровое сѣченіе. Изгиб. мом.

$M_f = \frac{1200 \cdot 120}{8} = 18000$ кг. см. возбуждаетъ въ балкѣ horiz. напряженіе $\frac{M_f}{W}$, которое сложится съ напряженіемъ $\frac{P}{F}$ отъ растяженія. Равнодѣйствующее напряженіе (§ 84) $S = \frac{M_f}{W} + \frac{P}{F}$ Такъ какъ размѣры сѣченія входятъ въ W и F ; то для рѣшенія вопроса буд. имѣть ур. выше 2-й степени. Въ практикѣ его рѣшаютъ попытками, именно пренебрегаютъ сначала величиною $\frac{P}{F}$

Такъ какъ S должно б. менѣе 700 кг./см², то примемъ $\frac{M}{W} \leq 600$ к/см²; отсюда $W = \frac{18000}{600} = 30$ см³. Выберемъ слѣд. размѣры для двутавроваго профиля (фиг. 72. IV); $H = 10$ см., $B = 5$ см., толщина среднего ребра $0,45$ см. и толщина поясовъ $0,68$ см. Его мом. сопротивленія $W = 34,4$ см³ и $F = 10,7$ см², поэтому $S = \frac{18000}{34,4} + \frac{1200}{10,7} = 635,3$ к/см². **124.** Дадимъ профилю слѣдующіе размѣры: высота $H = 25$ см., ширина прилива $B = 14$ см.; толщина среднего ребра $b = 3$ см. и толщина прилива 4 см. При этихъ размѣрахъ разстояніе ней-

тральной оси до среднего ребра $e = 10$ см. Моментъ инерціи $I = 10000$ см⁴. Моментъ сопротивления $W = 1000$ см³. Моментъ инерціи прилива $I_p = 1000$ см⁴. Моментъ сопротивления прилива $W_p = 100$ см³. Моментъ инерціи всего профиля $I_{\text{вс}} = 11000$ см⁴. Моментъ сопротивления всего профиля $W_{\text{вс}} = 1100$ см³. Моментъ инерціи относительно оси XX $I_{XX} = 10000$ см⁴. Моментъ сопротивления относительно оси XX $W_{XX} = 1000$ см³. Моментъ инерціи относительно оси YY $I_{YY} = 1000$ см⁴. Моментъ сопротивления относительно оси YY $W_{YY} = 100$ см³. Моментъ инерціи относительно оси YY $I_{YY} = 1000$ см⁴. Моментъ сопротивления относительно оси YY $W_{YY} = 100$ см³. Моментъ инерціи относительно оси ZZ $I_{ZZ} = 1000$ см⁴. Моментъ сопротивления относительно оси ZZ $W_{ZZ} = 100$ см³. Моментъ инерціи относительно оси ZZ $I_{ZZ} = 1000$ см⁴. Моментъ сопротивления относительно оси ZZ $W_{ZZ} = 100$ см³. Моментъ инерціи относительно оси ZZ $I_{ZZ} = 1000$ см⁴. Моментъ сопротивления относительно оси ZZ $W_{ZZ} = 100$ см³.

тральной оси от верхнего края прилива: $x_0 = \frac{14 \cdot 4 \cdot 2 + 21 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 5}{14 \cdot 4 + 21 \cdot 3} = 8,61$.

Моментъ инерціи: $I = \frac{1}{3} (2 \cdot 16,39^3 + 14 \cdot 8,61^3 - 11 \cdot 4,61^3) = \infty 5555$. Мо-

менты сопротивленія равны: $W_1 = \frac{I}{8,61} = \infty 645$; $W_2 = \frac{I}{16,39} = \infty 333$. Наибольшій изгибающій моментъ $M_f = 3800 \cdot 55 = 209000$. Площадь сѣченія $F = 119$. Если прилавъ находится вверху, на растаянтой сторонѣ балки, то наи-

большее напряженіе будетъ (форм. 129): $S_1 = \frac{209000}{645} - \frac{4500}{119} = 283 \text{ kg.}$ а $S_2 = \frac{209000}{333} + \frac{4500}{119} = 668,7 \text{ kg.}$ Эти напряженія вполнѣ безопасны. 125. Прежде

всего опредѣлимъ положеніе *нейтральной оси* и величину мом. инерціи I . Расстояніе нейтр. оси отъ верхняго края: $x_0 = \frac{66 \cdot 18,9 + 61 \cdot 18 \cdot 49}{66 \cdot 18 + 62 \cdot 18} =$

$= 28,4 \text{ мм.}$ Моментъ инерціи $I = \frac{1}{3} (66 \cdot 28,4^3 + 18 \cdot 51,6^3 - 48 \cdot 10,4^3) =$

$= 1310268 \text{ мм}^4$. Моментъ сопротивленія: $W_1 = \frac{1310268}{28,4} = 46136 \text{ мм}^3$ и $W_2 = \frac{1310268}{51,6} = 25392 \text{ мм}^3$. Нагрузка дѣйствуетъ эксцентрически на плечѣ

5 см. + x_0 . Изгибающій моментъ $M_f = 2000 (50 + 28,4) = 156800 \text{ kg. мм.}$ По формуламъ (130): $T_1 = \frac{156800}{46136} + \frac{2000}{2304} = 427 \text{ к./см}^2$ и $T_2 = \frac{2000}{2304} - \frac{156800}{25392} =$

$= -531,2 \text{ к. см}^2$. Напряженіе слишкомъ велико, поэтому слѣдуетъ увеличить нѣсколько толщину прилива. 126. Моментъ сопротивленія балки A : $W = \frac{QL}{8T_1} =$

$= \frac{10000 \cdot 240}{8 \cdot 66} = 4545,4$. Сдѣлаемъ высоту балки $h = 35 \text{ см.}$; тогда ширина

ея $b = \frac{6 \cdot W}{h^2} = 22,2 \text{ см.}$ Сила P , растягивающая эксцентрически каждую ви-

сячую балку C , равна 5000 kg. Сдѣлаемъ высоту сѣченія этихъ балокъ $h_1 = 24 \text{ см.}$ Ширина ихъ b_1 опредѣляется по формуламъ (130); изъ первой полу-

чимъ: $b_1 = \frac{5000}{24 \cdot 110} + \frac{5000 \cdot 23,1 \cdot 6}{24^2 \cdot 110} = 12,8 \text{ см.}$, а изъ второй $b'_1 = \frac{5000 \cdot 23,1 \cdot 6}{24^2 \cdot 66} -$

$\frac{5000}{24 \cdot 66} = 15 \text{ см.}$ Ширина всякихъ брусковъ должна быть 15 см. 127. При-

нимаю, какъ и для цѣпи (§ 22), безопасное напряженіе $T = 600 \text{ kg./см}^2$, полу-

чимъ для верхней части крюка, подверженной только растяженію: $\frac{\pi d^2}{4} 600 = 9000$; откуда $d = 4,37 \text{ см.}$; для того, чтобы въ очко крюка могли входить

одновременно съ нѣкоторымъ зазоромъ два звена, диаметръ D дѣлается $D = 1,5 d_1$, гдѣ d_1 есть диаметръ крюка въ наиболѣе опасномъ сѣченіи B . По

формулѣ (130) имѣемъ: $600 = 9000 \left(\frac{1,25 d_1}{0,1 d_1^3} + \frac{1}{0,79 d_1^2} \right)$; откуда $d_1 = 14,5 \text{ см.}$ Если сѣченіе крюка прямоугольное (фиг. 130), то дѣлаютъ

$b = \frac{2}{3} h$, $D = 1,5 h$. Тогда: $600 = 9000 \left(\frac{1,25 \cdot 6 \cdot 3}{2h^2} + \frac{3}{2h^2} \right)$, откуда $h = 13,8 \text{ см.}$ 128. Грузъ $P = 7000 \text{ к.}$ передается непосредственно бабкѣ

A , которая должна быть рассчитана на продольный изгибъ, такъ какъ точки A и B мы можемъ разсматривать какъ неподвижныя. Мом. изги-

бабки: $I = \frac{kPl^2}{10 E}$, откуда, принявъ $k = 6$, найдемъ $I = 15 \text{ см}^4$. Сдѣлаемъ сѣ-

ченіе крестообразное, при чемъ $b = h : 5$; тогда: $I = \frac{bh^3}{12} + \frac{(h-b)b^3}{12} =$

$$= \frac{bh^3 + hb^3}{12} - \frac{b^4}{12} = \frac{129}{7500} h^4, \text{ откуда } h = \sqrt[4]{\frac{7500 \cdot 15}{129}} = 5,45 \text{ см.}; b = 1,09 \text{ см.}$$

Площадь поперечн. сѣч. бабки $F = 10,78 \text{ см}^2$; слѣд. $T_2 = 650 \text{ к/см}^2$. Оно слишкомъ велико, округлимъ: $h = 6 \text{ см.}; b = 1,2 \text{ см.}$; при этомъ $T_2 = 538 \text{ к/см}^2$. — Разложене силъ въ узлахъ A и B даетъ: $P_1 = P \cdot \sin \alpha$ и $P_2 = P - tg \alpha$. Примемъ $\alpha = 25^\circ$, тогда $P_1 = 16560 \text{ к.}$, $P_2 = 15012 \text{ к.}$ Эти силы производятъ растяженіе тягъ AD , AB и BC . Для безоп. напр. $T = 700 \text{ к./см}^2$, площади сѣч. тягъ AD и AB

будутъ: $F_1 = \frac{16560}{700} = 23,66 \text{ см}^2$ и $F_2 = 21,44 \text{ см}^2$. Большой площади соотвѣт-

ствуетъ діаметръ $d = 5,6 \text{ см.}$, который примемъ и для остальныхъ тягъ. — Рассчетъ балки CD должно вести также для положенія тѣлѣжки непоср., надъ бабкою, какъ самаго неблагопріятнаго для бабки, ибо при всякомъ иномъ положеніи груза между бабками давленія въ узлахъ A и B будутъ меньше предыдущихъ. Сила P , сжимающая бабку B , стремится въ то же время провалиться изгибъ части $CB = \frac{2}{3} L$ балки, какъ сила, приложенная къ серединѣ изгибаема бруса. Одновременно съ изгибомъ балка испытываетъ сжатіе силою $P_2 =$

$= 15012 \text{ к.}$ По формулѣ (129) полное напряженіе $S = \frac{M}{W} + \frac{P_2}{F}$. Изгибающій

моментъ $M_f = \frac{P \cdot \frac{2}{3} l}{4} = \frac{Pl}{6} = \frac{6900 \cdot 1100}{6} = 1265000 \text{ к. см.}$ Допустивъ $T = 500 \text{ к/см}^2$.

получимъ: $W = \frac{M_f}{500} = 2530 \text{ см}^3$. Выберемъ двутавровое сѣченіе слѣдующихъ

размѣровъ: $H = 50 \text{ см.}; B = 18,5 \text{ см.}$; толщина средняго ребра $1,8 \text{ см.}$; толщина полокъ $2,7 \text{ см.}$ По таблицѣ профилей $W = 2770 \text{ см}^3$; $F = 180,2 \text{ см}^2$. Напряженіе,

вызываемое изгибомъ $S_1 = \frac{M_f}{W} = \frac{1265000}{2770} = 456,7 \text{ к.}$, а напряженіе отъ сжатія

$S_2 = \frac{6900}{tg \alpha} = 180,2 = 66,3$ (уголъ α принять $= 30^\circ$). Полное напряженіе $S = S_1 +$

$+ S_2 = 523 \text{ кг.}$, что можетъ быть допущено. 129. Крутящій моментъ $M_t =$

$= P \cdot R = 300,60 = 18000 \text{ к. см.}$ Валъ изгибается дѣйствіемъ вѣса шкива и силы $3P$, происходящей отъ натяженія ремня: набѣгающей вѣтви $2P$ и сбѣгающей P .

Предположивъ, что натяженія ремня направлены вертикально внизъ, получимъ изгибающій моментъ $M_f = (3 \cdot 300 + 200) \cdot 85 = 93500 \text{ к. см.}$ Идеальный моментъ

$M_t = \frac{2}{3} \cdot 93500 + \frac{5}{6} \sqrt{93500^2 + 18000^2} = 94562$; или (менѣе точно) по формулѣ

Понсле (§ 87), такъ какъ $M_t < M_f$; $M_t = 0,975 \cdot 93500 + 0,25 \cdot 18000 = 95662 \text{ к. см.}$

Ур. прочности будетъ: $94562 = 0,1 d^3 \cdot 500$; откуда діаметръ вала $d = 12,37 \text{ см.}$

130. Реакція $N_1 = \frac{720,2 + (1400 + 750) \cdot 0,6}{3} = 910 \text{ кг.}$, $N_2 = 1960 \text{ к.}$ Горизон-

тальное давленіе въ зубцахъ 1500 к. вызываетъ въ опорахъ A и B гориз. да-

вленія: $R_1 = \frac{1500 \cdot 2}{3} = 1000 \text{ к.}$, и $R_2 = 500 \text{ к.}$ Части AC и BD вала подвергаются

только изгибу, но въ части CD вызывается сложное сопротивленіе изгибу и

крученію; слѣд., опасное сѣченіе лежитъ на этой части, положеніе его най-

дется по наибольшему изгибающему моменту. Пусть x будетъ разстояніе нѣ-

котораго сѣченія F , лежащаго между C и D , отъ опоры B . Изгибающій мо-

ментъ для этого сѣченія вертикальныхъ силъ равенъ: $M_f' = 2150(x - 60) -$

$1960x = 190x - 129000$, а горизонтальными: $M_f'' = 500x$. Равнодѣйствующій

моментъ $M_f = \sqrt{(190x - 129000)^2 + (500x)^2}$. Послѣдній достигаетъ максимумъ а

при $x_{max} = BC$, т. е. для сѣченія C : $M_{f,max} = \sqrt{(190 \cdot 200 - 129000)^2 + (500 \cdot 200)^2} =$

$= 135200 \text{ кг. см.}$ Крутящій моментъ для рассматриваемаго сѣченія $M_t = 1600,80 =$

$= 128000 \text{ кг. см.}$ По формулѣ (а, § 86) имѣемъ: $450 = \frac{1}{W} \left\{ \frac{3}{8} M_f +$

$+ \frac{5}{8} \sqrt{M_f'^2 + M_f''^2} \right\}$ Отсюда: $W = 0,1 d^3 = 3640,5$; слѣд. $d = 15,4 \text{ см.}$

131. Дѣйствительный объемъ воды, поднимаемый насосомъ въ сек., $Q =$

$\varphi = \frac{\pi D^2 2Ln}{4 \cdot 60}$ 1), гдѣ коэфф. потери $\varphi=0,8$; отсюда число двойныхъ размаховъ насоса $n=34,6$. Такъ какъ приводный валъ дѣлаетъ 100 обор. въ мин., то полное передаточное число $k = \frac{100}{34,6} = 2,9$. Устроимъ между зубчатыми колесами C и E двойную передачу $k_1=2$, тогда для ременной передачи AB останется $k_2=1,45$. Диаметръ рабочаго шкива B (при 2% потери скорости вследствие скольженія ремня) будетъ: $D_2=(1-0,02) 1,45 \cdot 60=85,26$ см. Теоретическое давление P_0 на поршень насоса равно вѣсу столба воды: $1000 \frac{\pi \cdot 0,12^2}{4} \cdot 40 = 452,16$ кг.

Истинное давление $P = P_0 \cdot \mu$, гдѣ μ есть коэфф. полезнаго дѣйствія насоса, равный 0,75; слѣд., $P = P_0 \cdot 0,75 = 339,12$ кг. Это будетъ въ то же время сила (наибольшая), приложенная къ пуговкѣ k кривошипа. При расчетѣ отдѣльныхъ частей привода должно принять во вниманіе вредныя сопротивленія въ самомъ приводѣ. Можно принять, что они составляютъ 10% давления P , т. е. должно считать, что къ пуговкѣ кривошипа приложена сила $1,1 \cdot 339,12 = 373,03$ кг. Моментъ этой силы относительно оси O' равенъ $M_1 = 373,03 \cdot 1,6 = 600,85$ к. с.; а моментъ, преодолимый шестерней C , равенъ $M_2 = 10613,2 = 5306,5$ к. с., ибо передаточное число $k_1=2$. Сдѣлаемъ на шестернѣ (C) 20 зубцовъ и при-

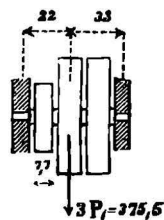
мемъ $T = 250$ кг./см.² и $\alpha = 2,5$; тогда шагъ зацѣпленія $p = 4,725 \sqrt{\frac{M}{\pi \alpha T}} = 4,725 \sqrt{\frac{5306,5}{20 \cdot 2,5 \cdot 250}} = 3,08$ см. Радиусъ вѣн. окружности шестерни $r_1 = \frac{p m}{2\pi} = 9,8$ см. Радиусъ колеса E будетъ: $R = 2,9,8 = 19,6$ см., а число зубцовъ на

немъ $m_1=40$. Передаваемая ремнемъ сила равна $P_1 = M_2 : \frac{D_2}{2} = 5306,5 : \frac{85,26}{2} = 124,5$ кг. Принявъ для ремня (§ 21) $T=30$ кг./см.² и толщину его $e=5$ мм., получимъ по формулѣ (8): $b = 16,6$ см. Пуговка кривошипа испытываетъ давление 603 кг. Для стали $T=700$ кг./см.², поэтому диаметръ пуговки $d = 0,11 \sqrt{P} = 2,7$ см. и $l_1 = 1,4 d = 3,78$ см. Валъ O' кривошипа можно рассчитать по углу крученія, $d_2 =$

$= 0,73 \sqrt[4]{M} = 0,73 \sqrt[4]{600,85 \cdot 16} = 7,36$ см. Передаточный валъ O_1 должно рассчитать на сложное сопротивленіе — изгибъ и крученіе. Такъ какъ давленіе въ зубцахъ шестерни направлено вертикально вверхъ, то можно допустить, что оно уравновѣшивается вѣсомъ колеса C и шкива B , при чемъ останется одна изгибающая сила — натяженія обѣихъ вѣтвей ремня, равная $3P_1 = 373,5$ кг. Реакція

правой опоры (фиг. 181) $N_2 = 373,5 \frac{22}{57} = 144$ к. Изги-

бающий моментъ $M_f = 144,35 = 5140$ к. с., моментъ крученія для этого вала (O_1): $M_t = 5306,5$ к. с.; поэтому: $M_t = 0,625 \cdot 5140 + 0,6 \cdot 5306,5 = 6406,4$ к. с. Допустивъ $T = 300$ к./см.², получимъ: $6406,4 = 0,1 d^3 300$; отсюда $d_1 = 5,98$ см. 132. 1) Поперечина подвергается одновременно *изгибу* дѣйствіемъ поднимаемаго груза и собственного вѣса и *растяженію* — дѣйствіемъ реакціи укосины. Наибольшую величину моментъ груза будетъ имѣть при положеніи тѣлѣжки посерединѣ части AB поперечины, т. е. $M_{fmax} = Q \frac{AB}{4}$. Длина x выступающей части BC поперечины дѣлается обыкновенно такою, чтобы моменты груза по обѣ стороны точки B были одинаковы, т. е. $Q \frac{l-x}{4} = Qx$, откуда $x = \frac{610}{5} = 122$ см. Поэтому $M_{fmax} = 10000 \cdot 122 = 1220000$ к. с. Допуская $T = 650$ кг./см.², получимъ моментъ сопро-

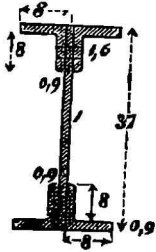


Фиг. 181.

1) Прикладная механика, 7 изд., § 356.

твления (при симетрич. профилѣ): $W = \frac{1220000}{650} = 1877 \text{ см.}^3$ Въ виду значи-

тельной величины W сдѣлаемъ поперечнику двойною — изъ двухъ отдѣльныхъ балокъ, имѣющихъ профиль, представленный на фиг. 182. Площадь поперечнаго сѣченія каждой балки $F = 0,9 (8 + 7,1 - 1,6) 4 + 37,1 = 85,7$ кв. см. Вѣсъ части AB каждой балки $G = 85,7 \cdot 488,0,0077 = 322 \text{ kg.}$ Наибольшій моментъ изгиба отъ дѣйствія нагрузки и собственного вѣса



Фиг. 182.

будетъ для каждой балки по форм. (61): $M_{fmax} = \frac{5000 \cdot 488}{4} + 322 \frac{488}{8} = 629642 \text{ в. см.}$ Моментъ инерціи такой балки

$$I = \frac{1}{12} [17 \cdot 37^3 - 2 \cdot 7,1 (37 - 1,8)^3 - 2 \cdot 0,9 \cdot (37 - 16)^3] = 18759,3 \text{ слѣд., моментъ сопротивленія } W = \frac{1}{e} = \frac{18759}{18,5} = 1014.$$

Напряженіе, возбуждаемое въ каждой балкѣ изгибомъ $T = \frac{M}{W} = \frac{629642}{1014} = 620,9 \text{ kg./см.}^2$. Для опредѣленія

силы, растягивающей каждую балку поперечины, необходимо знать вѣсъ каждой балки; онъ равенъ: $85,7 \cdot 700,0,0077 = 462 \text{ kg.}$ Вертикальное давленіе, производимое вѣсомъ 462 kg. (одной балки) въ точкѣ B поперечины равно $N =$

$$= \frac{462 \cdot 350}{488} = 331 \text{ kg.}$$

Что касается вертикальнаго давленія въ точкѣ B , производимаго грузомъ Q , то оно измѣняется съ положеніемъ тѣлѣжки на поперечинѣ: возрастаетъ по мѣрѣ приближенія груза къ узлу B , но изгибающій моментъ груза при этомъ уменьшается. Такъ какъ послѣдній имѣетъ большее вліяніе на размѣры сѣченія поперечины, нежели искомое вертикальное давленіе въ узлѣ B , то расчетъ слѣдуетъ вести для положенія груза Q , дающаго M_{fmax} , т. е. для положенія тѣлѣжки въ средней части AB поперечины. При этомъ вертикальное давленіе, производимое (въ одной балкѣ) на узелъ B грузомъ Q , будетъ:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{2} = \frac{10000}{4} = 2500 \text{ kg.}$$

Полное вертикальное давленіе въ узлѣ B каждой балки поперечины равно $N + \frac{Q}{4} = 2831 \text{ kg.}$ Это давленіе раз-

лагается на двѣ составляющія, изъ которыхъ одна пойдетъ по направленію укосины, а другая по направленію поперечной балки. Величина послѣдней равна $2831 \cdot \tan \alpha$, гдѣ $\tan \alpha = 430 : 488$. Поэтому сила, растягивающая каж-

дую ординарную балку поперечины, будетъ: $2831 \frac{483}{430} = 3213 \text{ kg.}$ Напряже-

ніе, возбуждаемое этою силою въ поперечинѣ, будетъ: $T_2 = 3213 : 85,7 = 37,5 \text{ kg.}$ Такимъ образомъ полное напряженіе въ каждой балкѣ поперечины будетъ: $T = T_1 + T_2 = 620,9 + 37,5 = 658,4 \text{ kg./см.}^2$, что можетъ быть допущено.

2) Укосина должна быть рассчитана на продольный изгибъ. Сила P , сжимающая ее, опредѣлится изъ уравн. моментовъ относительно точки A : $9420 + 942 \cdot 350 - P \sin \alpha \cdot 488 = 0$ (гдѣ 924 kg. есть вѣсъ двойной поперечины);

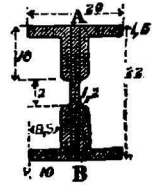
отсюда: $P = \frac{10000 \cdot 610 + 924 \cdot 350}{488 \sin \alpha}$; но $\sin \alpha = \frac{430}{\sqrt{430^2 + 488^2}}$; поэтому $P =$

$= 19909,4 \text{ kg.}$ Сдѣлаемъ укосину двойною; тогда каждая балка укосины будетъ подвержена дѣйствию сжимающей силы 9954,5 kg. (вѣсъ укосины въ расчетъ не принятъ по незначительности его дѣйствія). При 10-кратной проч-

ности будемъ имѣть по форм. (109) $9954,5 = \frac{10 E I}{10^3} = \frac{2000000 I}{430^3 + 488^3}$ откуда

моментъ инерціи каждой балки укосины $I = 2105,6 \text{ см.}^4$. Выберемъ для этихъ балокъ профиль, представленный на фиг. 183. Укосина можетъ прогнуться по двумъ взаимно-перпендикулярнымъ направленіямъ. Наименьшій моментъ

инерция избраннаго сѣченія для оси AB будетъ: $I = \frac{1}{12}(2,1,5,20^3 + 2,8,5,4,2^3 + + 2,1,2^3) = 2105,2$. Профиль оказывается пригоднымъ. 3) *Стойка*—также двойная; часть AD подвержена *растяженію и изгибу*. Растягивающая сила опредѣлится изъ ур. моментовъ относительно точки B ; именно: $S = \frac{10000,122 + Ga}{488}$, гдѣ G есть вѣсъ всего крана и a его плечо относительно точки B . Примемъ $G = 4000$ kg. а расстояние центра тяжести G крана отъ осн стойки, согласно наблюденіямъ, равнымъ $\frac{1}{4}$ высоты стойки. Тогда $S = \frac{10000,122 + 4000,338}{448} = 5270,5$ kg. На каждую балку



Фиг. 183.

стойки придется сила $S' = \frac{5270,5}{2} = 2635$ kg. Изгибъ стойки

производятъ грузъ Q и собственный вѣсъ G крана. Въ этомъ случаѣ являются двѣ пары силъ. ($H\eta - H$) съ плечомъ EF и ($L\eta - L$) съ плечомъ AD . Давленіе H на цапфы крана опредѣлится изъ ур. моментовъ: $H,600 = 10000,610 + 4000,150$, откуда $H = 11166,6$ kg. Наибольшій изгибающій моментъ получается для сѣченій A и D . Они равны между собою и имѣютъ численную величину: $M_f = 11166 \cdot 85 = 949195$ к. с. Часть DE стойки подвергается *изгибу и сжатію*. Сжимающая сила для каждой ординарной балки $k = \frac{10000 + 4000}{2} = 7000$ kg. Такъ

какъ эта сила значительно больше S' , то опредѣлимъ размѣры поперечнаго сѣченія части DE , которые примемъ затѣмъ для всей стойки. Выберемъ для каждой балки профиль, представленный на (фиг. 182), но высоту примемъ: $H = 34$ см. Площадь поперечнаго сѣченія балки $F = 82,7$ см.² Моментъ инерціи

$I = \frac{1}{12} | 17,34^3 - 2,7,1(34 - 1,8)^3 - 2,0,9(34 - 16)^3 | = 15298,6$. Моментъ сопротивленія

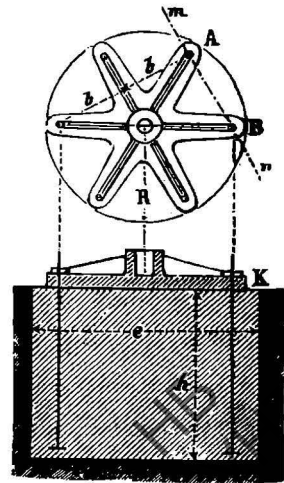
$W = \frac{I}{e} = \frac{15298}{17} = 888,1$. Напряженіе, возбуждаемое изгибомъ въ сѣченіи D : $T_1 =$

$= \frac{M_f}{2} : W = 534$ kg./см.², а напряженіе возбуждаемое сжимающею силою 7000 kg.

равно $T_2 = 7000 : 82,7 = 84,6$ kg./см.² Полное напряженіе $T = 534,5 + 84,6 = 619$ kg./см.² не превосходитъ безопаснаго напряженія $T = 650$ kg./см.². 4) *Верхняя цапфа* испытываетъ изгибъ силою $H = 11166,6$ kg., поэтому, принявъ для стали $T = 750$ kg./см.² и $l = 1,5d$, получимъ по формулѣ (87) $d_1 = 9,6$ см.; слѣдов., $l = 14,4$ см. 5) На *плату*, кромѣ изгибающей силы $H = 11167$ kg., дѣйствуетъ сжимающая сила, равная $Q + G = 14000$ kg. Если бы не было сжатія, то діаметръ пята былъ бы равенъ $d_2 = d_1 = 9,6$ см. Въ виду существованія сжатія сдѣлаемъ $d_2 = 12$ см. и $l_2 = 18$ см. При этомъ напряженіе отъ изгиба $S_1 = \frac{M}{W} = \frac{Pl}{2W} =$

$$= \frac{11667,18}{2,0,1,12^3} = \infty 608 \text{ к.}, \text{ отъ сжатія } S_2 = \frac{14000}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{14000}{113} =$$

$\infty 124$. Полное напряженіе $S = S_1 + S_2 = \infty 732$ kg./см.² меньше безопаснаго. Фундаментные болты должны б. рассчитаны на растяженіе силою X , которая опредѣлится слѣд. образомъ. Предположимъ, что фундам. доска имѣетъ звѣздообр. форму (фиг. 184) съ 6 ребрами, что внѣшнія силы стремятся опрокинуть кранъ по линіи mn . Если болты всѣ затянуты съ одинаковою силою, то можно



Фиг. 184.

принять, что во внѣшнихъ

болтах возбуждятся полное натяжение его, а во внутренних только половина его. На этом основании можем написать ур. моментов относительно линий

$m_1 : Q(l - b) + G(a - b) = 2 \frac{X}{2} b + 2X \cdot 2b$. Размѣръ b опред. по условию, что разстояніе AB между болтами должно заключаться въ предѣлахъ отъ 0,4 до 0,8 м.; но $b = \frac{AB}{2} : \operatorname{tg} 30^\circ$; принявъ $AB = 0,6$ м., получимъ: $b = 0,52$ м. Подста-

вимъ это значеніе въ предыд. ур. получимъ: $X = 2297$ к. Допуская $T = 400$ к./см.² найдемъ діам. фунд. болтовъ $= d \sqrt{\frac{2297 \cdot 4}{\pi \cdot 400}} = 2,7$ см. — Ручки фундаментной доски

изгибаются силою 2297 к. Опасное сѣченіе лежитъ у втулки; наиб. мом. изгиба м. б. принять равнымъ $M = 2297 \cdot b = 119500$ к.см. Для таврового сѣченія обы-

кновенно назначаютъ на глазъ размѣры и повѣряютъ ихъ по формулѣ: $I = \frac{M}{W} \cong = 300$ к./см.² Примемъ (фиг. 76) $H = 20$ см., $AC = 15$ см., $B = 2$ см., $h = 3$ см., тогда $I = \frac{BH^3 + bh^3}{3} + Fa^2$, гдѣ площадь профиля $F = BH + bh = 79$ см.². Раз-

стояніе ц. тяжести сѣченія отъ AC равно $a = 5,8$ см.; слѣдовательно $I = = 2793$ см.⁴; $W = \frac{I}{c} = \frac{I}{5,8} = 481,5$ см.³; поэтому $T = \frac{M}{W} = \frac{119500}{481,5} = 248$ к./см.²;

что вполне удовлетворяетъ условию. — Фундаменту даютъ или квадратное или круглое сѣченіе. Его высоту h и ширину e рассчитываются по условию, чтобы

его вѣсъ уравновѣшивалъ грузъ и собственный вѣсъ крана, т. е.: $G_1 \frac{1}{2} = = Q \left(1 - \frac{e}{2} \right) + G \left(a - \frac{e}{2} \right)$. Принявъ $e = 2,6$ м., найдемъ вѣсъ фундамента

$G_1 = 37540$ к., или, округливъ для большей безопасности, $G_1 = 40000$ к. Принимая вѣсъ 1 куб. м. кирпичной кладки равнымъ 1500 к., можемъ написать:

$he^2 1500 = 40000$, откуда $h = 3,94$ м. Ворота д. б. рассчитаны на половину наиб. груза, такъ какъ послѣдній подвѣшивается къ тѣлѣжкѣ при помощи подвижного блока. Пусть вѣсъ тѣлѣжки будетъ 500 к.; расчетъ ворота надо будетъ

вести на $9500 : 2 = 4750$ к. По форм. (10) діам. цѣпного желѣза $\delta = \infty 2,3$ см. Радиусъ барабана r дѣлается отъ 9 до 10 δ ; пусть $r = 20$ см. Мом. груза $M = Qr = 95000$ к. см. Принимаемъ коэфф. п. д. ворота $\mu = 0,85$, будемъ имѣть:

$0,85 P 2\pi Lk = Q 2pr$, гдѣ P есть полное усиліе рабочихъ, вращающихъ рукоятку, L — длина ея и k — передаточное число. Поставимъ 4 рабочихъ, по два на каждую

рукоятку; пусть усиліе каждаго будетъ 20 к.; тогда $k = \frac{95000}{0,85 \cdot 4 \cdot 20 \cdot 40} = 35,6$. Устроимъ двойную передачу: $k = k_1 k_2 = 5,7, 12$. Принимаемъ число зубцовъ первой шестерни $m_1 = 10$, отношеніе $\alpha = l \cdot p = 2$ и $T = 250$ к./см.², найдемъ по форм.

(86): $p_1 = 4,08$ см. Радиусъ начальной окр. шестерни $r_1 = \frac{m_1 p_1}{2\pi} = 6,5$ см. Число зубцовъ на большемъ колесѣ $m' = 5 \cdot 10 = 50$; рад. его нач. окр. $R_1 = 32,5$ см.; длина зубцовъ $l_1 = 13$ см. Пусть число зубцовъ второй шестерни $m_2 = 12$ и

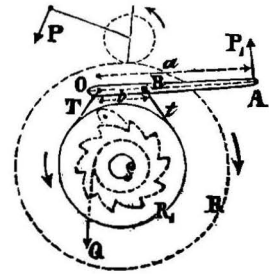
$\alpha = 2$, тогда $p_2 = 4,7 \sqrt{\frac{4 \cdot 20 \cdot 40 \cdot 0,95 k_1}{2 \cdot 12 \cdot 250}}$, гдѣ 0,95 есть коэфф. п. д. первой пере-

дачи и $k_1 = 5$; произведя вычисленія, получимъ $p_2 = 6,4$ см.; слѣд. $r_2 = 12,2$ см., $m' = 7,12, 12 = 85,44 = \infty 86$; $R_2 = 12,2 \frac{86}{12} = 87,4$ см., $l_2 = 12,8$ см. Ворота всегда

снабжаются тормазомъ, чаще всего ленточнымъ, служащимъ для замедленія движенія опускаемаго груза. Набѣгающій конецъ T ленты (фиг. 185) удерживается всегда къ неподвижному центру O , а сбѣгающій t — къ концу рычага (въ B). Для устраненія скольженія ленты при подъемѣ груза, рычагъ AO полагаютъ так. обр., чтобы собственный вѣсъ его не могъ возбуждать натя-

жения. Для устранения скольженія ленты при подъемѣ груза, рычагъ AO полагаютъ так. обр., чтобы собственный вѣсъ его не могъ возбуждать натя-

жения ленты. При действии рабочего на рычаг AB снизу—вверх между лентой и ободом возбуждается трение $F=T-t$, равное разности натяжений концов ленты. Это трение, действуя на плечь, равному радиусу тормозного колеса, доставляет момент, замедляющий спуск груза. Расчет тормоза должен вести по условию, что момент трения ленты равен моменту груза, т. е. $(T-t)R_1=Qr$; но $T=te^{f\alpha}$ или $T-t=t(e^{f\alpha}-1)$, где $e=2,71828\dots$, α есть угол, охватываемый лентой (выраженный отвлеченным числом) и f —коэф. трения стали по чугуку; его можно принять равным 0,18. Предполагая, что 0,7 окружности колеса охвачено лентой,



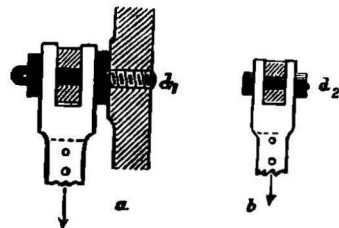
Фиг. 185.

буд. имѣть: $t(2,21-1)R_1=Qr$, откуда $t=0,826Q\frac{r}{R_1}$.
 Сдѣлаемъ $R_1=30$ см., тогда $t=0,826\cdot 4750\cdot\frac{20}{45}=1744$ к; слѣд. $T=2,2t=3854$ к. Сила, необходимая для тормажения: $P_1=t\frac{b}{a}$, откуда, принявъ

$b=4$ см. и $P_1=60$ к. (два рабочихъ), найдемъ: $a=1,76$ м. — Рычагъ тормоза подвергается изгибу дѣйствиемъ силъ: P_1 на плечѣ 1,16 м. и t на плечѣ 4 см. Для опаснаго сѣченія (въ точкѣ прилож. силы t , § 51, IV) имѣемъ: $2\cdot 30\cdot 116=\frac{eh^2}{6}500$, гдѣ h есть высота сѣченія, а e —толщина рычага. Принявъ $e=\frac{1}{3}h$, найдемъ: $h=6,3$ см., $e=2,1$ см. Лента выдерживаетъ растяженіе дѣйствиемъ силы $T=3854$ к. Сдѣлаемъ толщину ея 5 мм., тогда: $3854=0,5b\cdot 700$, откуда ширина ея $b=11$ см. — Ось рычага (186, а) подвержена дѣйствию силъ: $t-P_1=1684$ к. и $T=3854$. Пусть длина оси равна 12 см., изгибающій ее моментъ равенъ (приблизительно): $(1684+$

$+3854)\frac{12}{2}=33228$ к. см., слѣд. $33228=0,1d_1^3700$, откуда $d_1=7,7$ см.—Болтъ, при помощи котораго лента укрѣплена на рычагѣ (фиг. 186, б), выдерживаетъ двустороннее срывавање усилиемъ t , ур. прочности: $1744=2\frac{\pi d^2}{4}2\cdot\frac{4}{5}700$; отку-

да $d_2=1,4$ см. Рассчитывая этотъ болтъ на изгибъ, получимъ по форм. (58): $\frac{tl}{8}=\frac{1744\cdot 2,1}{8}=0,1d_2^3700$, откуда $d_2=1,9$ см.



Фиг. 186.

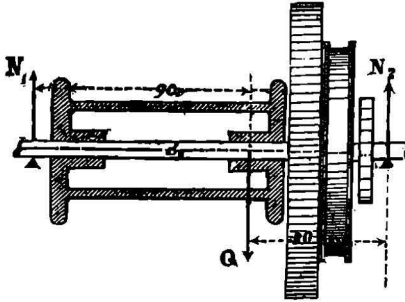
Этотъ размѣръ и удержимъ для діам. болта. Необходимую принадлежность ворота составляетъ храповое колесо (фиг. 185), служащее для предупрежденія обратнаго движенія поднимаемаго груза въ случаѣ внезапнаго прекращенія дѣйствія движущей силы. Храповикъ заклинивается обыкновенно на передаточной оси, находящейся въ сѣзвленіи съ грузовой осью. Въ данномъ случаѣ его слѣдуетъ рассчитать на моментъ $M_1=0,95\cdot 4\cdot 20\cdot 40\cdot 5=15200$ к. см. Ширина зубца t опред. по форм. (36):

$t=0,493\sqrt[3]{\frac{15200}{20}}=4,5$ см., гдѣ число зубцовъ храповика принято равнымъ 20. Радиусъ храповика $r_0=\frac{4,5\cdot 20}{2\pi}=14,3$ см. Болтъ, на которомъ сидитъ со-

1) См. учебникъ механики 8 изд., § 225.

бачка, изгибается силою $X = 4750 \frac{P}{r_0} = 6643,4 \text{ к.}$ Ур. прочности будетъ:

$6643,05l = 0,1d_2^{3500}$, откуда, принявъ длину болта $l = 1,8 \text{ см.}$, получимъ $d_2 = 5,1 \text{ см.}$ —Валь барабана (фиг. 187) скручивается моментомъ $Qp = 95000 \text{ к. см.}$ и изгибается нагрузкою Q (не принимая въ расчетъ вѣсъ барабана, зубч. и торм. колесъ и давленіе въ зубцахъ)



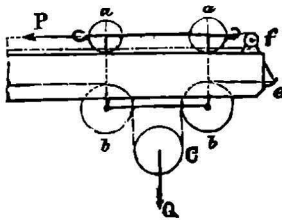
Фиг. 187.

Наиб. величину изгиб. мом. получаемъ при положеніи груза Q надъ правую втулку. Реакція $N_2 = 4750 \frac{90}{110} = 3700 \text{ к.}$, а моментъ изгиб. $M_f = N_2 \cdot 20 = 74000 \text{ к. см.}$ Идеальный моментъ $M_i = 0,625 \cdot 74000 + 0,6 \cdot 95000 = 103250 \text{ к. см.} = 0,1d_4^{3700}$,

откуда $d_4 = 11,3 \text{ см.}$ —Тельжка (фиг. 188) снабжена 4 колесами a, a, \dots , перемѣщающимися вдоль поперечины. Подъ ними увѣрлены къ рамѣ тельжки на особыхъ осяхъ рошны b, b , направляющіе грузовую цѣпь. Полный грузъ Q распредѣляется на 4 колеса тельжки, поэтому діам. d_4 цапфъ этихъ колесъ опред. изъ ур.

$\frac{Ql}{4 \cdot 2} = 0,1d_4^{3500}$, откуда, принявъ длину цапфъ $l = 1,5d_4$, получимъ: $d_4 = 6,1 \text{ см.}$

Сила, передвигающая тельжку, должна преодолѣть: 1) треніе 1-го рода въ цапфахъ; 2) треніе 2-го рода между колесами и рельсами поперечины и 3) сопротивление, представляемое цѣпью при набѣганіи и сбѣганіи съ подвижного блока C и направляющихъ роликовъ b, b . Это сопротивление можетъ быть принято, какъ показываетъ опытъ, равнымъ 5% полной нагрузки Q . Такимъ образомъ сила, необходимая для перемѣщенія тельжки:



Фиг. 188.

$P = fQ \frac{P}{r} + f_1 \frac{Q}{r} + 0,05Q$, гдѣ коэфф. тренія 1-го рода $f = 0,1$; 2-го рода $f_1 = 0,0012 \text{ м.}$, а r есть радіусъ колесъ тельжки; онъ дѣлается обыкновенно равнымъ $3d_4$, т. е. $r = 18,3 \text{ см.}$

Въ данномъ случаѣ: $P = 0,1 \cdot 10000 \frac{3,05}{18,3} + 0,0012 \cdot 10000 + 0,05 \cdot 10000 = 732 \text{ к. 133.}$

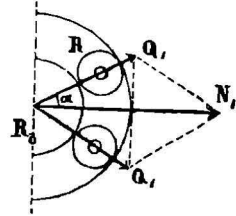
Опредѣлимъ прежде всего силы, действующія на каждую часть крана. Для этого будемъ

пользоваться, какъ и прежде, методомъ статич. моментовъ, при чемъ плечи силъ могутъ быть найдены или вычисленіемъ, или же измѣреніемъ непосредственно на эскизномъ чертѣжѣ крана. Такъ какъ въ вычисленія входитъ вѣсъ G крана и его плечо, которые неизвѣстны, то принимають, для предварит. вычисленія, $G = 0,5$ до $0,75Q$ и $a = \frac{1}{4}$ до $\frac{1}{3}L$. Пусть $G = 1500 \text{ к.}$ и $a = 0,875 \text{ м.}$ Для опредѣленія натяженія тѣги AB напишемъ ур. мом. силъ, действующихъ на нее (грузъ Q , вѣсъ G , укосины AC , натяженіе цѣпи $k = \frac{1}{2}Q$ и натяженіе самой тѣги Z ; вѣсомъ же тѣги и цѣпи пренебрежемъ), относительно точки C пересѣченія оси укосины AC съ осью BC крана. Принимъ вѣсъ укосины равнымъ 500 к. и плечо силы K равнымъ плечу натяженія Z , получимъ: $3000 \cdot 3,5 + 500 \cdot 1,75 - 1500 h \sin \alpha - Zh \sin \alpha = 0$. Уголъ α опредѣлится изъ равн.:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{L}{H-h} = \frac{3,5}{4,2-1,5} = 1,285, \text{ слѣд. } \alpha = 52^\circ 20'; \sin \alpha = 0,795, \text{ а потому}$$

$Z = 8039 \text{ к.}$ Для опред. силы P , сжимающей укосину, напишемъ ур. мом. относит. B точки пересѣченія оси крана и тѣги AB . Пусть плечо силы Z будетъ (по

эскизу) 0,29 м., а плечо силы $P = 1,31$ м.; тогда: $3000 \cdot 3,5 + 1500 \cdot 0,875 - 8039 \cdot 0,29 - P \cdot 1,31 = 0$, откуда $P = 7237$ к.— Чтобы определить реакции, N_1 и N_2 , напишем ур. мом. для точек C и E : $N_1 h_1 = N_2 h_2 = QL + Ga$ или: $N_1 2,1 = N_2 2,1 = 3000 \cdot 3,5 + 1500 \cdot 0,875$, откуда $N_1 = N_2 = 5625$ к. Для уменьшения трения в верхней цапфѣ C крана устроена система горна, катковъ (фиг. 189) (отъ 6 до 8). Давленіе N_1 можетъ падать на одинъ или два катка. Въ последнемъ случаѣ каждый катокъ будетъ вы-



Фиг. 189.

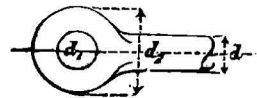
держивать давленіе $Q_1 = \frac{N_1}{2 \cos \alpha} = \frac{5625}{2 \cdot 0,5} = 5625$ kg.

(при 6 каткахъ). Колонна BE отливаается изъ чугуна пустотѣлюю. Верхняя часть ея BC подвергается изгибу моментомъ: $QL + Ga = 3000 \cdot 3,5 + 1500 \cdot 0,875 = 0,1 \left(\frac{D^4 - d^4}{D} \right) 250$, откуда, принявъ внутрен-

ній діаметръ $d = 0,7D$, получимъ: діам. опаснаго сѣченія въ $C = D = 37$ см., $d = 18,5$ см. Въ видахъ сбереженія матеріала, соответственно уменьшенію изгиба. момента, уменьшаютъ вверху и внизу эти діам. до 0,7, такъ что на верхнемъ концѣ $D_1 = 0,7D = \infty 26$ см., а внутренній $d_1 = \infty 13$ см. Кромѣ изгиба нижняя часть колонны испытываетъ еще сжатіе силою $Q + G$. Имѣемъ: $3000 + 1500 = \frac{\pi}{4} (D_1^2 - d_1^2) T_2$, откуда $T_2 = 11,4$ к./см.²; слѣд. на сжатой сторонѣ полное напряженіе равно 261,4 к./см.², а на растянутой 238,6 к./см.², при чемъ первое значительно менѣе безопаснаго допускаемаго напряженія при сжатіи.— Пята E подвергается изгибу силою $N_2 = 5625$ к. Если пята стальная, то $T = 1000$ к./см.², принявъ $l : d = 1,5$, получимъ: $N_2 \frac{l}{2} = 0,1d^3 1000$, откуда $d = 6,5$ см. Кромѣ изгиба пята испытываетъ сжатіе силою $Q + G = 4500$ к. Огра-

ничивая допускаемое давленіе 100 к./см.², можемъ написать ур.: $\frac{\pi d^2}{4} 100 = 4500$, $d = 7,6$ см. Этотъ размѣръ для діаметра пяты и слѣд. удержать.—Для большей устойчивости крана ставятся двѣ паралл. тяги. Выбравъ круглое сѣченіе и допуская $T = 500$ к./см.², найдемъ: $\frac{8039}{2} = \frac{\pi d^2}{4} 500$, откуда $d = 3,2$ см.— Болты, служащіе для укрѣпленія проушинъ (фиг. 190) тягъ къ рамѣ ворота, должно рассчитать на изгибъ; принявъ длину ихъ $l = 4$ см.; получимъ:

$\frac{8039}{2} \cdot \frac{4}{2} = 0,1d_1^3 600$, откуда $d_1 = \infty 5,1$ см. Наружный діам. проушинъ $d_2 = 2d_1 = 10,2$ см.—Верхніе концы тягъ укрѣплены на одномъ общемъ болтѣ длиною $2 \cdot 4 = 8$ см., выдерживающемъ изгибающую нагрузку $Z = 8039$ к. Рассматривая этотъ болтъ какъ брусокъ, лежащій на двухъ опорахъ и нагруженный равномерно, получимъ ур.: $\frac{8039 \cdot 8}{8} =$



Фиг. 190.

$= 0,1d_2^3 400$, откуда $d_2 = 5,9$ см.— Длина укосины $l = \sqrt{350^2 + 420^2} = 528$ см. Сила, производ. продольный изгибъ, равна 7237 к. По формулѣ (110), принявъ

$k = 10$, имѣемъ: $l = \frac{7237 \cdot 10 \cdot 528^2}{10 \cdot 2000000} = 1088$ см.⁴. Вполнѣ целесообразенъ для желѣзныхъ укосинъ, колоннъ, сжатыхъ раскосовъ и т. п. профиль, состоящій изъ двухъ корытообразныхъ полосъ (фиг. 191), разстояніе a между которыми выбирается такъ, чтобы моменты инерціи относительно осей XX и YY были между собою равны. Для каждой полосы потребуется моментъ инерціи $I_2 =$

$= \frac{1088}{2} = 544$ см.⁴. При указанныхъ на фиг. 191 размѣрахъ (профиль № 14) $I_2 = 605$ см.⁴, что вполнѣ достаточно для прочности.—Катки b испытываютъ давленіе Q , $= 5625$ к., которое распределяется на двѣ цапфы катка. Діаметръ

этих цапф опред. по формул: $\delta = 0,11 \sqrt{2812} = 5,8$ см.; длина их $l = 1,4\delta = 8,1$ см. — Фундаментные болты и фонд. доска рассчитываются, как показано в задачах 132. 134. При данном положении передат. колеса B (замкнено на валу *ань приёма*) работа, принимаемая отъ воды ободомъ колеса, передается валу при помощи ручекъ, а отъ вала зубчатому колесу и далѣ передат. валу. Ручки испытываютъ, слѣд., изгиб, а валъ — *крученіе* и *изгиб* дѣйствіемъ вѣса G колеса и воды. Если колесо имѣетъ 2 системы ручекъ, какъ на фиг. 138, то вѣсъ G колеса и работа N распределяется поровну въ точкахъ C и F , т. е. каждая изъ нихъ будетъ нагружена грузомъ $\frac{1}{2}G$ и получитъ работу $\frac{1}{2}N$. При 3 системахъ ручекъ (при трехъ розеткахъ) нагрузка на каждую розетку будетъ равна $\frac{1}{3}G$, и каждая изъ нихъ передаетъ валу работу $\frac{1}{3}N$. Такимъ образомъ часть вала отъ C до F передаетъ крутящій

моментъ $\frac{1}{2}M_1$, а отъ F до зубч. колеса полный крут. мом. $M_1 = 71620 \frac{N}{n}$ к. см.

При расчетѣ для каждой изъ этихъ точекъ д. б. опредѣлены изгибающій и крутящій моменты M_f и M_i , а по нимъ идеальный (*составной*) мом. M_i . Кру-

тящій моментъ $M_i = 286624$ к. см. Давленіе въ зубцахъ колеса $P \frac{M}{R} = 1910,8$ к.

Нагрузка вала въ точкѣ B (предполагая, что давленіе P направлено вертикально внизъ) равна: $900 + 1910,8 = 2810,8$ kg. Реакція N_1 лѣвой опоры A опредѣляется изъ ур. моментовъ: $N_1 \cdot 320 - 12000 \cdot 160 + 2811 \cdot 35 = 0$, отсюда $N_1 = 5692,5$ kg; $N_2 = 12000 + 2811 - 5692,5 = 9118,5$ kg. Лѣвая цапфа подвергается лишь изгибу дѣйствіемъ реакціи N_1 . Называя ея вѣшній діаметръ буквою D_2 , а внутренней d_1 и принявъ $d_1 = 0,7D_1$, получимъ (§ 65, III): $D_1 = 1,1d_0$, гдѣ діаметръ d_0 сплошной цапфы выразится по формулѣ (90): $d_0 = 0,258 \sqrt{P}$; слѣдовательно $D_1 = 1,1 \cdot 0,258 \sqrt{5692,5} = 21,4$ см.; поэтому $d_1 = 14,98$ см. Изгиб. мом. для сѣченія C : $M_f = 5692,5 \cdot 35 = 199237,5$ к. см. Крутящій моментъ для этого сѣченія равенъ половинѣ полного крут. момента, т. е. $M_i = 0,5 \cdot 286624 = 143312$ к. см. Поэтому: $M_i = 0,975 \cdot 199237,5 + 0,25 \cdot 143312 = 230184,5$ к. см. Называя буквами D_2 и d_2 вѣшній и внутренней діаметры вала въ сѣченіи C и принявъ $d_2 = 0,7D_2$, найдемъ моментъ сопротивленія изгибу $W = 0,1 \frac{D_2^4 - d_2^4}{D_2} = 0,076D_2^3$.

Поэтому можемъ написать: $M_i = 230184,5 = 0,076D_2^3 \cdot 100$; отсюда $D_2 = 31,2$ см.; $d_2 = 21,8$ см. Для сѣченія F : $M_f = 9118,5 \cdot 35 - 2810,8 \cdot 70 = 122391,5$ к. см. Крутящій моментъ для этого сѣченія равенъ полному моменту крученія $M_i = 286624$ к. см. Идеальный моментъ $M_i = 0,625 \cdot 122391,5 + 0,6 \cdot 286624 = 248269$ к. см. Но $M_i = 248269 = 0,076D_3^3 \cdot 100$; отсюда $D_3 = 32$ см.; $d_3 = 2,24$ см. Диаметры D_2 и D_3 мало разнятся между собою, поэтому на практикѣ діам. части CF вала дають діам. равный $D_2 = 31$ см., а для розетки дѣлають головки, діаметръ которыхъ дѣлается равнымъ $1,1D_3 = 34$ см. Для сѣченія E : $M_f = 2810,8 \cdot 35 = 98378$ к. см., а крут. моментъ $M_i = 286624$ к. см., и, такъ какъ $M_f < M_i$, то $M_i = 0,625 \cdot 98378 + 0,6 \cdot 286624 = 233460$ к. см. Поэтому $233460 = 0,076D_4^3 \cdot 100$; отсюда $D_4 = 31,4$ см., $d_4 = 21,98$ см. Наконецъ, для сѣченія B :

$M_f = 2810,8 \cdot \frac{l_3}{2}$, гдѣ l_3 есть длина цапфы. Пусть $l_3 = 26$ см.; тогда $M_f = 36540$

к. см., а $M_i = 286624$ к. см. и $M_i = 0,625 \cdot 36540 + 0,6 \cdot 286624 = 194811$; $D_5 = 29,5$ см. $d_5 = 20,65$ см. Пусть $l_4 = 26$ см.; тогда $M_f = 36540$ к. см., а $M_i = 286624$ к. см.; и $M_i = 0,625 \cdot 36540 + 0,6 \cdot 286624 = 194811$ к. см.; $D_6 = 29,5$ см.; $d_6 = 20,65$ см. Такъ какъ всѣ ручки одинаково нагружены, то изгибающій каждую изъ нихъ

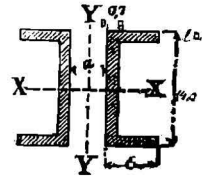
моментъ принимается равнымъ полному передаваемому ими мом. $M_i = 71620 \frac{N}{n}$,

дѣленному на число всѣхъ ручекъ, т. е. на 2; гдѣ число ручекъ i каждой розетки опред. по эмпир. формулѣ *Редтенбахера*: $i = 2(R_m + 1)$; въ данн. случаѣ $i = 10$; слѣд. изгибающій каждую ручку моментъ $M = 14331,4$ к. см. Мом. сопрот. $W = M : T$, гдѣ для *чугунныхъ* ручекъ $T = 200$ к./см.², слѣд. $W = 72$ см.³. Если ручки крестообразныя, то при опредѣленіи прочныхъ размѣровъ принимаютъ въ расчетъ только главное ребро ручки, лежащее въ плоскости колеса, т. е. разсматриваютъ сѣченіе какъ прямоугольное (§ 66), ши-

рина b котораго равна $\frac{1}{5}$ высоты h ; такимъ образомъ получимъ: $W = 72 = \frac{bh^2}{6} = \frac{1}{30} h^3$, откуда $h = \infty 13$ см. 135. Въ этомъ колесѣ зубчатый вѣнецъ

привинченъ къ одной изъ системъ ручекъ. При такомъ устройствѣ часть работы N передается непосредственно отъ обода при помощи ручекъ зубчатому

вѣнцу. Такъ при трехъ розеткахъ A, B, C (если ширина колеса болѣе 2 м.) система ручекъ A передаетъ валу $\frac{1}{3} N$ п. л., а отъ него къ розеткѣ B , отъ которой переходитъ еще $\frac{1}{3} N$ п. л., такъ что валъ въ точкѣ C подверженъ крутящему моменту, соотв. работѣ $\frac{1}{3} N + \frac{1}{3} N = \frac{2}{3} N$ п. л. Эти $\frac{2}{3} N$ п. л. валъ передаетъ зубчатому вѣнцу, который сверхъ того получаетъ непосредственно отъ обода еще $\frac{1}{3} N$ п. л. Такимъ образомъ на послѣдней системѣ ручекъ C соединяется вся работа N , поэтому эти ручки являются наиболѣе нагруженными. Однако, въ этой конструкціи наиб. крутящій моментъ M_c составляетъ лишь $\frac{2}{3}$ полного крут. мом., соотвѣствующаго работѣ N , т. е. меньше, нежели въ конструкціи фиг. 136. Расчетъ частей колеса должно вести на полный за-



Фиг. 191.

пасъ работы $T_m = \frac{N}{\mu} = \frac{30}{0,75} = 40$ п. л. = 3000 к. м. въ секунду. Въ колесо вливается въ секунду 3000 N : $H = 300$ к. воды; это количество распределяется по длинѣ дуги обода, равной скорости $v = 1,5$ м. Во всемъ колесѣ находятся (не принимая во вниманіе потерю отъ преждевременнаго вытеканія) воды:

$G_0 = \frac{300 \pi R}{v} = \frac{300 \cdot 3,14 \cdot 4,73}{1,5} = 2970,4$ к. *Вѣсъ колеса* можетъ быть опред. (приблизительно) по эмпир. форм. *Редтенбахера*: $G_1 = T_m 400$ к. = $40 \cdot 400 = 16000$ к.

Передаваемое колесомъ усиліе, приведенное къ его окружности, $P = \frac{75N}{v} =$

= 1500 к. *Вѣсъ зубчатого вѣнца* примемъ равнымъ 1800 к. — *Валъ* подвергается *изгибу* дѣйствіемъ вѣса колеса (съ водою) и *крученію* дѣйствіемъ передаваемой работы. *Вѣсъ колеса* распределяется поровну на всѣ три розетки, т. е. по 6324 к.; но на крайнюю правую розетку прибавляется еще вѣсъ зубчат.

вѣнца 1800 к. *Реакція* лѣвой опоры $N_1 = \frac{6324 \cdot 290 + 6324 \cdot 165 + 8124 \cdot 40}{320} =$

= 10008 к., а реакція лѣвой опоры $N_2 = 10762$ к. Такъ какъ эти давления мало разнятся между собою, то діам. обѣихъ цапф вала можно сдѣлать одинаковыми, рассчитывая ихъ по наиб. реакціи N_2 , пользуаясь формулою (88):

$d = 0,158 \sqrt{10762} = 16,4$ см. Длина цапфы $l_1 = 1,5d = 24,6$ см. — *Иагибующіе* валъ моменты для сѣченій A, B и C будутъ: $M_A = N_1 30 = 300240$ кг. см.;

$M_B = N_1 155 = 6324 \cdot 125 = 760740$ к. см.; $M_C = N_2 40 = 430480$ к. см. Сверхъ того, валъ подвергается крученію между A и B моментомъ M_{AB} и между B и C моментомъ M_{BC} при чемъ: $M_{AB} = \frac{1}{3} PR = \frac{1}{3} 1500 \cdot 473 = 236500$ к. см.; $M_{BC} =$

= $\frac{2}{3} PR = 473000$ к. см. Идеальные *иагиб. мом.* для сѣченій A, B и C будутъ: $M_{Ai} = 0,975 \cdot 300240 + 0,25 \cdot 236500 = 351859$; $M_{Bi} = 859971$ кг. см. и $M_{Ci} =$

= 552830 к. см. Допуская $T = 300$ к./см.² (въ виду знач. перекручиванія), будемъ имѣть для діам. сѣченій A, B и C изъ ур. $M_i = 0,1d^3 300$; $d_A = 22,8$ см.,

$d_B = 30,7$ см. $d_C = 26,5$ см. Въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ заклинены розетки, слѣдуетъ итск. увеличить діам., въ виду ослабленія вала дорожками для шпонокъ. — Такъ какъ ручки не-одинаково напряжены, то за основаніе расчета берется система ручекъ, испытывающая наиб. *иагибъ*. Чтобы получить моментъ, по которому должно рассчитать ручки, дѣлать полный моментъ, передаваемый наиболѣе нагруженной системой, на число i ручекъ. Въ данномъ случаѣ наиболѣе нагружена крайняя правая система ручекъ: она передаетъ колесу пол-

ный моментъ $M = 71620 \frac{N}{n} = 214968$ к. см. Такъ какъ всѣхъ ручекъ 12, то на каждую приходится мом. $M = 17914$ к. см. При *желѣзныхъ* ручкахъ $T =$

= 500 к./см.² поэтому $W = \infty 36$ см.³. Для *желѣзныхъ* ручекъ берется обычно-

внешне корытообразный профиль (фиг. 72, III). Выберем слѣд. размѣры: ширина $B = 5$ см., толщина среднего ребра $0,6$ см, а полокъ $0,85$ см., высота $H = 10$ см. Для такого профиля $W = 41,1$ см.³ Эти же размѣры даются ручкамъ и остальнымъ системъ.—Зубчатый вѣнецъ рассчитывается по передаваемому имъ

давленію $P_1 = \frac{71620 \cdot 30}{400 \cdot \pi}$, но $\pi = \frac{30v}{\pi R} = \frac{30 \cdot 150}{\pi 473} \approx 3,04$ см., поэтому $P \approx 1778$ к. Принявъ отношеніе $i: p = 3$ и $T = 200$ (§ 64), получимъ по форм. (85):

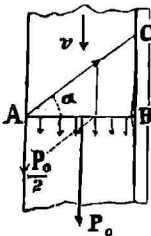
$p = 7,056$ см. Теоретическое число зубцовъ $m_0 = \frac{2\pi R_1}{7,056} \approx 356$, но такъ какъ

зубч. вѣнецъ дѣлается обыкновенно изъ столькихъ косяковъ, сколько у водяного колеса ручекъ, т. е. 12, то число зубцовъ должно быть кратнымъ числа ручекъ, напримѣръ, $m = 348$, поэтому истинный шагъ зацѣпленія $p = \frac{2\pi R_1}{348} =$

$= 7,218$ см. 136. Валь не испытываетъ вовсе крученія, а лишь изгибъ отъ вѣса колеса, слѣд. онъ представляетъ простую ось (§ 67). Колесо какъ бы подвѣшено къ оси. *Радиальныя* спицы служатъ исключительно для поддержанія колеса; *диагональныя* — для предупрежденія сдвига въ плоскости, проход. черезъ ось, а *периферическія* — для предупрежденія перекашивания ободьевъ,

вслѣдствіе односторонняго дѣйствія давленія въ зубцахъ— Вѣсъ колеса распред. поровну на розетки, т. е. по 9485 к., но на правую розетку прибавляется еще вѣсъ вѣнца 1800 к. Наиб. мом. будетъ для правой розетки: $M_2 = N_2 \cdot 40 = 10762 \cdot 40 = 430480$ к. см., слѣд.: $0,1d^3 \cdot 300 = 430480$, откуда $d = 24,3$ см.— *Радиальныя* спицы не испытываютъ вовсе изгиба, но поддерживаютъ растяженію дѣйствіемъ вѣса колеса и заключенной въ немъ воды, т. е. силою 9485 кг. для лѣвой розетки, а для правой 9485 + 1800 = 11285 к. Въ сопротивленіи въ каждой моментъ принимаютъ участіе только спицы нижней половины колеса. Обыкновенно расчетъ ведется въ предположеніи, что только одна спица поддерживаетъ вѣсъ колеса. Принимая $T = 600$ кг/см.², получимъ поперечное сѣ-

ченіе наиболѣе нагруженныхъ спиць $P = \frac{11285}{600} = 18,8$ кв. см., чему соответствуетъ $d_1 \approx 4,9$ см. *Диагональныя спицы* назначаются въ помощь радиальнымъ и периферическимъ и получаютъ обыкновенно площадь сѣченія, равную 0,6 площади радиальныхъ спиць. *Периферическія спицы* назначены для прочнаго скрѣпленія ободьевъ колеса между собою, такъ что взаимная связь ковшей AB (фиг. 192), ободьевъ BC и периферическихъ спиць AC образуетъ систему треугольниковъ, позволяющихъ передавать работу непосредственно отъ ковшей и ободьевъ зубчатому вѣнцу. Если назовемъ буквою P_0 давленіе воды, равное 2970 кг., то на лѣвый ободъ



Фиг. 192.

придется сила $\frac{P_0}{2} = 1485$ кг., которая должна быть передана периферическими спицами отъ лѣваго обода правому. При этомъ въ сопротивленіи участвуютъ не всѣ спицы одновременно, а поочередно тѣ изъ нихъ, которыя находятся на сторонѣ колеса, наполненной водою, преимущественно же тѣ, которыя находятся въ данный моментъ на высотѣ оси колеса. Предположимъ, что периф. спиць 12, и что только одна пара ихъ участвуетъ въ сопротивленіи. Тогда на каждую спицу придется сила 742,5 кг.,

которая разложится на двѣ составляющія, изъ которыхъ одна— $P'_0 = \frac{P_0}{2} \cdot \sin \alpha$

пойдетъ по направленію спицы. Уголъ α опредѣляется изъ чертежа: $\tan \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{2\pi R}{12} : 250 = 0,99$; слѣд., $\sin \alpha = 0,704$; поэтому $P'_0 = \approx 2110$ кг. Допустивъ $T = 600$ кг./см.², найдемъ величину поперечнаго сѣченія спицы: $F = \frac{1961,7}{600} = 3,5$ см.², чему соответствуетъ $d_2 = 2,12$ см. 137. Колонна должна быть

рассчитана на продольный изгибъ по форм. (109): $P = \frac{10EI}{20l^2} = \frac{10 \cdot 2000000 \cdot \frac{\pi^4}{64}}{20 \cdot 290^2}$

откуда $d = 6,7 = \infty 7$ см. Внутренний диам. d_0 чугунаго вала можно принять равнымъ $d_0 = 9$ см. Валъ этотъ подвергается растяженію силою $P = 1200$ к. и крученію моментомъ $M_t = 71620 \frac{N}{n} = 89570$ к. см. Такъ какъ напряженіе, происходящее отъ крученія, всегда превосходитъ напряженіе, возбуждаемое растяженіемъ, то на практикѣ рассчитываютъ валъ предварительно по M_t , и затѣмъ повѣряютъ полученный результатъ по формулѣ сложнаго сопротивленія *Сен-Венана* (§ 86): $S = \frac{3}{8} S + \frac{5}{8} \sqrt{S^2 + 4S_t^2}$, гдѣ S есть напряженіе отъ растяженія,

а S_t — отъ крученія. Принявъ $T = 150$ к./см.², получимъ: $89570 = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^3 - d_0^3}{D} = 150$

или $3043 = L^3 - \frac{6561}{D}$. Это ур. 4-й ст. относительно D . Рѣшимъ его попытками, примемъ $D = 15$ см.; получимъ: $3043 = 3375 - 437 = 2938$, слѣд. $D = 15$ см. мало. Подставимъ $D = 15,2$; получимъ: $3043 = 3512 - 432 = 3089$, что можетъ быть допущено. Толщина стѣнокъ пустотѣлага вала $l = 3,1$ см. Площадь сѣч. его $F = \frac{\pi}{4} (D^2 - d_0^2) = 117,8 = \infty 118$ см.²; слѣд. напряженіе, возбуждаемое

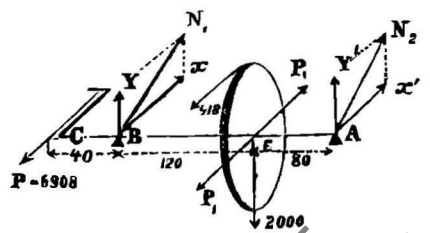
растяженіемъ $S = \frac{P_1}{F} = \frac{190 + 400 + 150}{118} = \infty 6,3$ к./см.²; такимъ ничтожнымъ напряженіемъ можно пренебречь. При диам. колонны $d = 7$ см. давленіе на ед. площади *пяти* равно $\frac{1200}{38,5} = \infty 32$ к./см.², что можетъ быть допущено (§ 32). —

Число ручекъ опред. по эмпирич. формулѣ: $i = 2 + \frac{R_{мм}}{400}$, гдѣ R есть средний радиусъ турбины въ мм. Сѣченіе ручекъ дѣлается большею частью прямоугольнымъ. Пусть h будетъ высота прямоугольника, т. е. размѣръ въ плоскости турбины, и b — ширина сѣченія; тогда получимъ: $M = 71620 \frac{N}{n} = i \frac{hb^2}{6} T$; от-

куда, принявъ $T = 150$ к./см.² и $b = \frac{1}{4} h$, найдемъ: $h = 24 \sqrt{\frac{1}{i}}$. 138. Наибольшее давленіе пара на поршень $P = \frac{\pi 40^2}{4} 5,5 = 6908$ к. Давленіе въ зуб-

цахъ маховика $P_1 = \frac{75 N}{v}$, гдѣ $v = \frac{\pi R n}{30}$, слѣд. $P_1 = \frac{75 \cdot 70 \cdot 30}{3,14 \cdot 1,5 \cdot 100} = \infty 335$ к. —

Шейка В и цапфа *А* кореннаго вала испытываютъ горизонтальныя и вертикальныя давленія; первыя происходятъ отъ горизонтальныхъ силъ: давленія пара и давленія въ зубцахъ маховика, вторыя — отъ вѣса маховика (вѣсъ вала въ расчетъ не принимаемъ). *Давленія въ шейкѣ В* опредѣляются изъ слѣдующихъ ур. статическихъ моментовъ относительно середины цапфы (фиг. 193): 1) $6908 \cdot 240 + 418 \cdot 80 - X \cdot 200 = 0$ и 2) $Y \cdot 200 - 2000 \cdot 80 = 0$. Изъ этихъ ур. находимъ: $X = 8456,8$ кг.; $Y = 800$ кг. Сложивъ эти взаимно перпендикулярныя силы, получимъ полную реакцію шейки: $N_1 = \sqrt{(8456,8)^2 + (800)^2} = 8494,5$ кг. Наибольшее горизонтальное давленіе въ цапфѣ *А* получится при дѣйствіи силы P въ обратную сторону. Величина его X' опредѣлится изъ ур. моментовъ относительно середины шейки B : $6908 \cdot 40 + 418 \cdot 120 - X' \cdot 200 = 0$, откуда $X' = 1632$ кг. Вертикальное давленіе $Y' = 2000 - Y = 1200$ кг. Полная реакція $N_2 = \sqrt{1632^2 + 1200^2} = 2025,7$ кг. Опасное сѣченіе вала лежитъ въ томъ мѣстѣ, гдѣ заклинено маховое колесо. Для этого сѣче-



Фиг. 193.

ня: $M_f = 2025,7 \cdot 80 = 162056$ к. с., а крутящий момент $M_t = PR = 6908 \cdot \frac{80}{2} = 276320$. Идеальный момент $M_i = 0,625 M_f + 0,6 M_t = 267077$ к. с. Из ур. прочности: $267077 = 0,1 d^3 500$ находим диаметр вала в сечении E : $d = 17,48$ см. Шейка B подвергается изгибу действием давления пара P и вертикальной силы Y . Не принимая во внимание изгибающее действие последней, по его незначительности, получим: $M_f = 6908 \cdot 40 = 276320$ к. с., или, округлив в виду влияния силы Y , $M_f = 280000$ к. с. Идеальный момент $M_i = 0,975 \cdot 280000 + 0,25 \cdot M_t$, но $M_t = 276320$ к. с., поэтому $M_i = 342080$ к. с. Диаметр шейки d , определяется из ур. прочности: $342080 = 0,1 d_1^3 500$, откуда $d_1 = 19$ см. Длина шейки должна быть определена по условию, чтобы она не перерывалась, для чего необходимо, чтобы работа трения в сек. на ед. поверхности шейки не превосходила $0,5$ кг. м. на кв. см. (§ 65, VI). Называя через l_1 длину шейки, получим по формулѣ (97): $l_1 = 44,4$ см. Правая цапфа A подвергается только изгибу. Диаметр ее определяется из ур. $N_2 \frac{l_2}{2} = 0,1 d_2^3 700$, гдѣ $l_2 = \frac{N_2 \pi n}{1200 \cdot 50} = \frac{2025 \cdot 3,14 \cdot 100}{1200 \cdot 50} = 10,59$; поэтому $d_2 = 5,35$ см. Правой части вала (отъ опас-

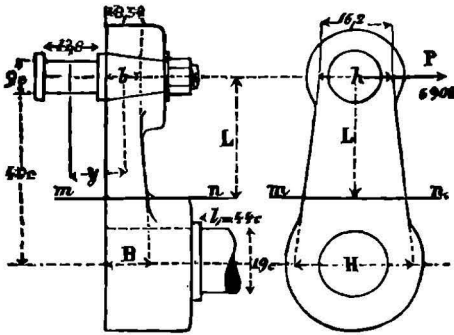
наго сѣченія E до цапфы) дается форма усѣченного конуса, диаметры котораго определяются по форм. (102). Цапфа кривошипа (фиг. 194) подвержена только изгибу действием давления пара P ; ее диаметр определится по формулѣ (96): $d_1 = 0,11 \sqrt{6908} = 9,14$ см.; длина ее $l = 1,4 d = 12,8$ см. Корпус кривошипа подвергается эксцентрическому растяжению и сжатію (§ 85) въ мертвыхъ положеніяхъ, а при положеніи, перпендикулярномъ къ шатуну, онъ подвергается изгибу въ плоскости вращения и крученію около своей продольной оси XX (вслѣдствіе односторонности пуговки), при чемъ плечо изгиба равно a , плечо крученія равно r , которое можетъ быть принято равнымъ длинѣ l пуговки, т. е. $r = 12,8$ см. Вычислимъ размѣры наиб. поперечнаго сѣченія m (прямоугольнаго) по идеальному мом. M_i . Крут. мом. $M_t = Pr = Pl = 6908 \cdot 12,8 = 88442$ к. см.; изгиб. мом. $M_f = 6908L$, гдѣ L опред. слѣд. образомъ: діам. D втулки дѣляется $D = d_1 + 2 \cdot e$, гдѣ $d_1 = 19$ см. еств діам. шейки вала, а толщина втулки $e = 0,4d_1 + 1$ см. $= 8,6$ см.; слѣд. $D = 36,2$ см. Поэтому $L = R - \frac{D}{2} = 40 - 18,1 = 21,9$ см. Итакъ $M_f = 6908 \cdot 21,9 = 151285$ к. см. Идеальный момент $M_i = 0,975 \cdot 151285 + 0,25 \cdot 88442 = 169598$ к. см. Пусть h и b будутъ ширина и толщина кривошипа въ сѣченіи m , касательномъ къ втулкѣ. Ур.

прочности будетъ: $169598 = \frac{bh^2}{6} 400$, откуда, принявъ $b = \frac{1}{2} h$, найдемъ $h = 17,2$ см., слѣд. $b = 8,6$ см. Принимая во вниманіе растяженіе вслѣдствіе эксцентричности нагрузки, сдѣлаемъ $b = 9$ и $h = 18$ см. Предположимъ, что шатунъ имѣетъ круглое сѣченіе, и что его длина $L_1 = 5R = 2$ м. Диаметръ его въ серед-

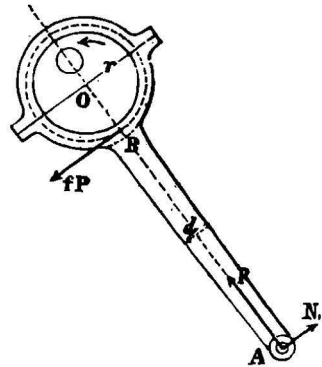
инѣ определится по форм. (122): $d = 0,0316 \sqrt{Prk} = 0,0316 \sqrt{6908 \cdot 200^2 \cdot 20} = 8,6$ см. Диаметры концовъ шатуна: у пуговки: $d_1 = 0,8d = 6,88$ см., а у крайцкопфа $d_2 = 0,7d = 6,02$ см. Диаметръ цапфы крайцкопфа определится изъ ур. $\frac{Pl}{8} = 0,1 \delta^3 \cdot 700$, или (принявъ $l = \delta$): $\frac{6908\delta}{8} = 0,1 \delta^3 700$, откуда $\delta = 3,5$ см.

Въ виду того, что размѣры цапфы крестовины, вычисленные по условіямъ прочности, выходятъ очень малыми, на практикѣ дѣлаютъ обыкновенно δ отъ 0,75 до 0,8 диаметра цапфы кривошипа. Поверхность скольженія подшатуновъ определяется по условію, чтобы давленіе на кв. см. не превосходило 2 kg. (§ 33), т. е. $F = \left(\frac{6908}{5} + G\right) 2$, гдѣ G есть вѣсъ крестовины; принявъ его равнымъ 100 kg., получимъ: $F = 710,8$ см.². Диаметръ штока $d = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{F}{n}}$ (формула 115), гдѣ D есть диаметръ цилиндра, равный 40 см., $n = 5,5$ атм.; поэтому $d = 6,1$ см. Чтобы определить размѣры эксцентрика (фиг. 195) для питательнаго насоса, замѣтимъ, что напоръ 4 м. соответствуетъ

давлению 0,4, поэтому, не принимая в расчет вредн. сопротивлений, получим для давления на шарики: $P = \frac{\pi D^2}{4} 4,4 = 169 \text{ к.}$, или увеличивъ, въ виду вредныхъ сопр., на 15%: $P = 195 \text{ к.}$ Трение хомута равно fP . Оно возбуждаетъ въ шарнирѣ A реакцию $N_1 = fP \frac{r}{AO}$, моментъ которой для сѣч. B будетъ: $M = fP \frac{rL}{AO} = 0,11 \cdot 195 \frac{10 \cdot 60}{72,5} = 177,5 \text{ к. см.}$ Кроме поперечнаго изгиба тяга эксцентрика подвергается продольному изгибу дѣйствиемъ силы 195 к. Рассчитаемъ тягу сначала на продольный изгибъ по формулѣ (109): $I = \frac{\pi d^3}{64} = \frac{15 \cdot 195 \cdot 60^2}{10 \cdot 2000000}$, откуда діам. въ серединѣ тяги эксцентрика $d = 1,8 \text{ см.}$ Въ виду существованія поперечнаго изгиба увеличимъ d до 2 см. и проверимъ



Фиг. 194.



Фиг. 195.

этотъ размѣръ по условію, чтобы безопасное напряженіе не превышало 200 к./см. (насосъ работаетъ съ ударами). Полное напряженіе тяги $T = \frac{P}{F} + \frac{M_0}{W}$, гдѣ

$P = 195 \text{ к.}$, а M_0 — изгиб. моментъ для средняго сѣч. тяги — равенъ $\frac{M}{2}$, т. е.

$M_0 = \frac{177,5}{2} = 89 \text{ к. см.}$, потому $T = 195 \cdot \frac{\pi(2)^2}{4} + \frac{89}{0,1 \cdot 2^3} = 173,3 \text{ к./см.}^2$, т. е. менѣе заданнаго предѣльнаго напряженія 200 к./см.². Для сѣченія B діам. тяги долженъ быть нѣсколько увеличенъ (напр. до 2,5 см.) въ виду того, что изгибающій моментъ для этого сѣченія вдвое болѣе, а для сѣченія A нѣсколько уменьшенъ (напр. до 1,5 см.), такъ какъ для этого сѣченія изгиб. моментъ равенъ нулю. Выбранные діаметры — слѣдуетъ повѣрить по условію $T \cong 200 \text{ к./см.}^2$

139. Шейка A вала подвергается крученію моментомъ $M_1 = PR = 225000 \text{ к. см.}$ и изгибу дѣйствиемъ вѣса G маховика, натяженія ремня, на него надѣтаго, и давления пара P . Передаваемая ремнемъ сила $P_1 = M_1 : R_1 = 225000 : 130 = 1731 \text{ к.}$ Полное давление ремнемъ равно $2P_1 + P_1$ (§ 21) = 5193 к. Примемъ, что эта сила горизонтальна и, слѣд., перпендикулярна къ G ; ихъ равнодѣйствующая равна $\sqrt{5193^2 + 1600^2} = 5434 \text{ к.}$ Изгибающій шейку A мом. $M_2 = 5434 \cdot 25 + 4500 \cdot 45 = 388350 \text{ к. см.}$ Идеальный мом. $M_3 = 0,975 \cdot 388350 + 0,25 \cdot 225000 = 386141 = 0,1d_1^3 600$, откуда $d_1 = 18,5 \text{ см.}$ Цапфа B подвержена только изгибу дѣйствиемъ силы $\frac{1}{2}P$, поэтому: $0,1d^3 600 = \frac{P}{2} \cdot \frac{l_2}{2}$, откуда при-

нявъ $l_2 = 1,78d_2$, получимъ $d_2 = \infty 5,8$ см. — Диаметръ d_3 вала опред. по крутящему моменту $M_t = PR$ и изгибающему $M_f = \frac{P}{2} \left[\frac{L}{2} - \left(\frac{l}{2} + 2e \right) \right]$, гдѣ l есть длина пуговки и e — высота ея заплечика. Последняя опред. по эмпир. форм.: $e = 3 \text{ мм.} + 0,04d$ мм. = 8,6 мм. Такимъ образомъ $M_f = \frac{4500}{2} \left[45 - \left(\frac{10}{2} + 1,7 \right) \right] = 85950$ к. см. Но $M_t = PR = 225000$ к. см. Поэтому: $0,1d^3_3 600 = \sqrt[3]{\frac{2}{3} 85950 + \frac{5}{8} \sqrt{85950^2 + 225000^2}} = 182767$ к. см., откуда $d_3 = 15,5$ см. Такъ какъ диаметръ шейки $d_2 = 15,8$ см., то диаметру вала должно дать размѣръ нѣсколько большій 15,5 см., напр. 19 см. Для опредѣленія диаметра шейки колѣна сдѣлаемъ самое неблагоприятное предположеніе относительно способа укрѣпленія вала, а именно, что послѣдній опирается свободно въ точкахъ A и B , представляющихъ конечныя точки вала. При такомъ предположеніи изгибающій мом. для шейки $M_f = \frac{PL}{4}$, т. е. такой же, какъ для средней точки K прямого вала AKB , не имѣющаго колѣна. Кромѣ изгиба, шейка подвергается еще крученію дѣйствіемъ реакціи цапфы B . Вообразивъ шатунъ неподвижно скрѣпленнымъ съ шейкою, найдемъ крут. мом. реакціи B на плечѣ R ; $M_t = \frac{P}{2} R = \frac{4500 \cdot 50}{2} = 112500$ к. см. Идеальный моментъ $M_i = \sqrt[3]{\frac{4500 \cdot 90}{4} + 112500^2} = 132564$ к. см. Принявъ для стали $T = 600$ к./см.² найдемъ изъ ур. $M_i = 0,1d^3T$, $d = 13$ см. Длина шейки колѣна дѣлается равною длинѣ пуговки простаго кривошипа, подверженнаго только изгибу дѣйствіемъ силы P , т. е. $l = 1,4 \cdot 0,11 \sqrt{P} = 10,3$ см.

НБ
УДУНТ
(ИПБТ)

ТАБЛИЦЫ.

I. Сравнительныя таблицы мѣръ и вѣсовъ.

1. Линейныя мѣры.

САЖЕНЬ.	МЕТРЪ.	Футъ русск. и англійскій.	Дюймъ англійскій.	Аршинъ.
1	2,13356	7	84	3
0,4687	1	3,289	39,4	1,4061
$\frac{1}{7}$	0,304794	1	12	$\frac{3}{7}$
$\frac{1}{3}$	0,7112	$2\frac{1}{3}$	28	1
$\frac{1}{84}$	0,0254	$\frac{1}{12}$	1	$\frac{1}{20}$

1 см. = 0,393 дм. = 0,0109 ярд.

1 дм. = 2,53995 см.

1 врш. = 0,04445 м.

1 км. = 3281 ф. = 1093,6 ярд. = 0,621377 англ. мил.

1 англ. миля = 1,609 км.; 1 геогр. миля = 6,957 вер.

1 морская миля = 1,73898 версты = 1 уалу.

2. Квадратныя мѣры.

Сажень.	Метръ.	Футъ.	Дюймъ.
1	4,552	49	7056
0,2197	1	10,764	1550,06
0,0204	0,0929	1	144

1 кв. дм. = 6,4514 кв. см. = 645 кв. мм.

1 кв. см. = 0,155 кв. дм. = 0,001076 кв. ф.

3. Кубичныя мѣры.

Сажень.	Метръ.	Футъ.	Дюймъ.
1	9,9282	343	592704
0,1030	1	35,3166	61027,1
0,0029	0,02831	1	1728

1 куб. дм. = 16,836 куб. см. = 16836 куб. мм.

1 куб. см. = 0,06103 куб. дм.

4. Мѣры вѣса.

Пудъ.	Фувтъ.	Килограммъ.	Англійск. фунтъ.
1	40	16,380	36,112
$\frac{1}{40}$	1	0,4095	0,9028
0,61046	2,4419	1	2,2046
0,0277	1,1076	0,4536	1

1 фр. тонна = 1000 к. = 61,0475 п. = 0,9842 англ. тон. = 10 фр. центн. = 20 нѣм. центн.

1 англ. тонна = 1,0161 фр. тон. = 62,0275 пуд. = 2240 lbs (англ. фунт.) = 20 англ. цент.

1 фр. центнеръ = 100 к. = 2 нѣм. центн. = 6,1 пуд.

1 нѣм. центнеръ = 50 к. = $\frac{1}{2}$ фр. центн. = 100 нѣм. фунт. = 3,0524 п.

5. Мѣры емкости.

Ведро.	Литръ.	Галлонъ англійск.	Куб. дм.
1	12,299	2,707	750,567
0,0813	1	0,2201	61,027
0,3694	4,5435	1	277,2738

1 к. = литру воды при наибол. плотн. и атм. д. 760 мм. ртутн. столба = 0,0353 куб. ф. = 0,001 куб. м.

1 куб. м. = 81,31 ведра = 220 англ. галлон. = 1000 литр.

1 ведро = 0,0123 куб. м. = 0,434 куб. ф. = 0,469 четверика.

6. Давленіе на ед. площади.

Пуды на кв. д.	Kg. на кв. см.	Англ. ф. на кв. д.	Русск. ф. на кв. д.
1	2,5391	36,113	40
0,3938	1	14,2226	15,75
0,0277	0,0703	1	1,108
$\frac{1}{40}$	0,063	—	1

1 атм. = 1,0333 к. на кв. см.

1 атм. = 16,278 рус. фн. на кв. д. = 14,696 lbs на кв. дм. = 29,9218 дм. ртутн. столба = 33,947 фут. водян. столба.

7. Механическая работа.

1 п. л. (русск., франц., нѣм.) = 75 к. м. въ сек. = 15 п. ф. въ сек.

1 п. л. англ. = 550 англ. фунто-фут. въ сек.

1 п. л. фр. = 1,0133 п. л. англ.

1 п. л. англ. = 0,9857 п. л. фр.

1 км. = 8 фунто-фут. (русск.) = 0,2 пудо-фут.

II. Удѣльный вѣсъ.

Асфальтъ	1,16	Мѣдь	8,8	Дубъ	0,69
Бетонъ	2,49	Латунь	8,55	Лиственница	0,47
Гранитъ	2,8	Свинець	11,35	Песокъ	1,24
Земля (влажная)	2,1	Цинкъ	6,8	Песчаникъ	2,35
Чугунъ	7,2	Олово	7,29	Шиферъ	2,67
Жельзо	7,78	Ель	0,56	Бутовая кладка	2,43
Литая сталь	7,87	Сосна	0,47	Песчаник. кладка	2,1
				Кирпичн. кладка	1,6

V. Таблица тригонометрическихъ величинъ.

Уголь въ гр.	<i>Sin.</i>	<i>Cos.</i>	<i>Tang.</i>	<i>Cotg.</i>	Уголь въ гр.
0	0,0000	1,0000	0,0000	∞	90
1	0,0175	0,9998	0,0175	57,290	89
2	0,0349	0,9994	0,0349	28,636	88
3	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	87
4	0,0698	0,9976	0,0699	14,301	86
5	0,0872	0,9962	0,0875	11,430	85
6	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144	84
7	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443	83
8	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154	82
9	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	81
10	0,1739	0,9848	0,1763	5,6713	80
11	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446	79
12	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046	78
13	0,2250	0,9743	0,2309	4,3315	77
14	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108	76
15	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	75
16	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874	74
17	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709	73
18	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	72
19	0,3256	0,9455	0,3443	2,9042	71
20	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475	70
21	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	69
22	0,3746	0,9272	0,4040	2,4751	68
23	0,3907	0,9205	0,4245	2,3559	67
24	0,4067	0,9135	0,4452	2,2460	66
25	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445	65
26	0,4384	0,8988	0,4877	2,0503	64
27	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	63
28	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807	62
29	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040	61
30	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	60
31	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643	59
32	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003	58
33	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	57
34	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826	56
35	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	55
36	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	54
37	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270	53
38	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799	52
39	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	51
40	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	50
41	0,6561	0,7547	0,8693	1,1504	49
42	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106	48
43	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	47
44	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355	46
45	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	45

Уголь въ гр.	<i>Cos.</i>	<i>Sin.</i>	<i>Cotg.</i>	<i>Tang.</i>	Уголь въ гр.
-----------------	-------------	-------------	--------------	--------------	-----------------

VI. Квадраты, кубы, квадратные и кубические корни.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
1	1	1	1	1	51	2601	132651	7,1414	3,708
2	4	8	1,4142	1,260	52	2704	140608	7,2111	3,733
3	9	27	1,7321	1,442	53	2809	148877	7,2801	3,756
4	16.	64	2,0000	1,587	54	2916	157464	7,3485	3,780
5	25	125	2,2361	1,710	55	3025	166375	7,4162	3,803
6	36	216	2,4495	1,817	56	3136	175616	7,4833	3,826
7	49	343	2,6458	1,913	57	3249	185193	7,5498	3,849
8	64	512	2,8284	2,000	58	3364	195112	7,6158	3,871
9	81	729	3,0000	2,080	59	3481	205379	7,6811	3,893
10	100	1000	3,1623	2,154	60	3600	216000	7,7460	3,915
11	121	1331	3,3166	2,224	61	3721	226981	7,8102	3,936
12	144	1728	3,4641	2,289	62	3844	238328	7,8740	3,958
13	169	2197	3,6056	2,351	63	3969	250047	7,9373	3,979
14	196	2744	3,7417	2,410	64	4096	262144	8,0000	4,000
15	225	3375	3,8730	2,466	65	4225	274625	8,0623	4,021
16	256	4096	4,0000	2,520	66	4356	287496	8,1240	4,041
17	289	4913	4,1231	2,571	67	4489	300763	8,1854	4,062
18	324	5832	4,2426	2,621	68	4624	314432	8,2462	4,082
19	361	6859	4,3589	2,668	69	4761	328509	8,3066	4,102
20	400	8000	4,4721	2,714	70	4900	343000	8,3666	4,121
21	441	9261	4,5826	2,759	71	5041	357911	8,4261	4,141
22	484	10648	4,6904	2,802	72	5184	373248	8,4853	4,160
23	529	12167	4,7958	2,844	73	5329	389017	8,5440	4,179
24	576	13824	4,8990	2,885	74	5476	405224	8,6023	4,198
25	625	15625	5,0000	2,924	75	5625	421875	8,6603	4,217
26	676	17576	5,0990	2,962	76	5776	438976	8,7178	4,236
27	729	19683	5,1962	3,000	77	5929	456533	8,7750	4,254
28	784	21952	5,2915	3,037	78	6084	474552	8,8318	4,272
29	841	24389	5,3852	3,072	79	6241	493039	8,8882	4,291
30	900	27000	5,4772	3,107	80	6400	512000	8,9443	4,309
31	961	29791	5,5678	3,141	81	6561	531441	9,0000	4,327
32	1024	33768	5,6569	3,175	82	6724	551368	9,0554	4,344
33	1089	35937	5,7446	3,208	83	6889	571787	9,1104	4,362
34	1156	39304	5,8310	3,240	84	7056	592704	9,1652	4,380
35	1225	42875	5,9161	3,271	85	7225	614125	9,2196	4,397
36	1296	46656	6,0000	3,302	86	7396	636056	9,2736	4,414
37	1369	50653	6,0828	3,332	87	7569	658503	9,3274	4,431
38	1444	54872	6,1644	3,362	88	7744	681472	9,3808	4,448
39	1521	59319	6,2450	3,391	89	7921	704969	9,4340	4,465
40	1600	64000	6,3246	3,420	90	8100	729000	9,4868	4,481
41	1681	68921	6,4031	3,448	91	8281	753571	9,5394	4,498
42	1764	74088	6,4807	3,476	92	8464	778688	9,5917	4,514
43	1849	79507	6,5574	3,503	93	8649	804357	9,6437	4,531
44	1936	85184	6,6332	3,530	94	8836	830584	9,6954	4,547
45	2025	91125	6,7082	3,557	95	9025	857375	9,7468	4,563
46	2116	97336	6,7823	3,583	96	9216	884736	9,7980	4,579
47	2209	103823	6,8557	3,609	97	9409	912673	9,8489	4,595
48	2304	110592	6,9282	3,634	98	9604	941192	9,8995	4,610
49	2401	117649	7,0000	3,659	99	9801	970299	9,9500	4,626
50	2500	125000	7,0711	3,684	100	10000	1000000	10,0000	4,642

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
101	10201	1030301	10,050	4,657	151	22801	3442951	12,288	5,325
102	10404	1061208	10,100	4,672	152	23104	3511808	12,329	5,337
103	10609	1092727	10,149	4,688	153	23409	3581577	12,369	5,348
104	10816	1124864	10,198	4,703	154	23716	3652264	12,410	5,360
105	11025	1157625	10,247	4,718	155	24025	3723875	12,450	5,372
106	11236	1191016	10,296	4,733	156	24336	3796416	12,490	5,383
107	11449	1225043	10,344	4,747	157	24649	3869893	12,530	5,395
108	11664	1259712	10,392	4,762	158	24964	3944312	12,570	5,406
109	11881	1295029	10,440	4,777	159	35281	4019679	12,610	5,418
110	12100	1331000	10,488	4,791	160	25600	4096000	12,649	5,429
111	12321	1367631	10,536	4,806	161	25921	4173281	12,689	5,440
112	12544	1404928	10,583	4,820	162	26244	4251528	12,728	5,451
113	12769	1442897	10,630	4,835	163	26569	4330747	12,767	5,463
114	12996	1481544	10,677	4,849	164	26896	4410944	12,806	5,474
115	13225	1520875	10,724	4,863	165	27225	4492125	12,845	5,485
116	13456	1560896	10,770	4,877	166	27556	4574296	12,884	5,496
117	13689	1601613	10,817	4,891	167	27889	4657463	12,923	5,507
118	13924	1643032	10,863	4,905	168	28224	4741632	12,961	5,518
119	14161	1685159	10,909	4,919	169	28561	4826809	13,000	5,529
120	14400	1728000	10,954	4,932	170	28900	4913000	13,038	5,540
121	14641	1771561	11,000	4,946	171	29241	5000211	13,077	5,550
122	14884	1815848	11,045	4,960	172	29584	5088448	13,115	5,561
123	15129	1860867	11,091	4,973	173	29929	5177717	13,153	5,572
124	15376	1906624	11,136	4,987	174	30276	5268024	13,191	5,583
125	15625	1953125	11,180	5,000	175	30625	5359375	13,229	5,593
126	15876	2000376	11,225	5,013	176	30976	5451776	13,266	5,604
127	16129	2048383	11,269	5,027	177	31329	5545233	13,304	5,615
128	16384	2097152	11,314	5,040	178	31684	5639752	13,342	5,625
129	16641	2146689	11,358	5,053	179	32041	5735339	13,379	5,636
130	16900	2197000	11,402	5,066	180	32400	5832000	13,416	5,646
131	17161	2248091	11,446	5,079	181	32761	5929741	13,454	5,657
132	17424	2299968	11,489	5,092	182	33124	6028568	13,491	5,667
133	17689	2352637	11,533	5,104	183	33489	6128487	13,528	5,677
134	17956	2406104	11,576	5,117	184	33856	6229504	13,565	5,688
135	18225	2460375	11,619	5,130	185	34225	6331625	13,601	5,698
136	18496	2515456	11,662	5,143	186	34596	6434856	13,638	5,708
137	18769	2571353	11,705	5,155	187	34969	6539203	13,675	5,718
138	19044	2628072	11,747	5,168	188	35344	6644672	13,711	5,729
139	19321	2685619	11,790	5,180	189	35721	6751269	13,748	5,739
140	19600	2744000	11,832	5,192	190	36100	6859000	13,784	5,749
141	19881	2803221	11,874	5,205	191	36481	6967871	13,820	5,759
142	20164	2863288	11,916	5,217	192	36864	7077888	13,856	5,769
143	20449	2924207	11,958	5,229	193	37249	7189057	13,892	5,779
144	20736	2985984	12,000	5,241	194	37636	7301384	13,928	5,789
145	21025	3048625	12,042	5,254	195	38025	7414875	13,964	5,799
146	21316	3112136	12,083	5,266	196	38416	7529536	14,000	5,809
147	21609	3176523	12,124	5,278	197	38809	7645373	14,036	5,819
148	21904	3241792	12,166	5,290	198	39204	7762392	14,071	5,828
149	22201	3307949	12,207	5,301	199	39601	7880599	14,107	5,838
150	22500	3375000	12,247	5,313	200	40000	8000000	14,142	5,848

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
201	40401	8120601	14,177	5,858	251	63001	15813251	15,843	6,308
202	40804	8242408	14,213	5,867	252	63504	16009008	15,875	6,316
203	41209	8365427	14,248	5,877	253	64009	16194277	15,906	6,325
204	41616	8489664	14,283	5,887	254	64516	16387064	15,937	6,333
205	42025	8615125	14,318	5,896	255	65025	16581875	15,969	6,341
206	42436	8741816	14,353	5,906	256	65536	16777216	16,000	6,350
207	42849	8869743	14,387	5,915	257	66049	16974593	16,031	6,358
208	43264	8998912	14,422	5,925	258	66564	17173512	16,062	6,366
209	43681	9129329	14,457	5,934	259	67081	17373979	16,093	6,374
210	44100	9261000	14,491	5,944	260	67600	17576000	16,125	6,383
211	44521	9393931	14,526	5,953	261	68121	17779581	16,155	6,391
212	44944	9528128	14,560	5,963	262	68644	17984728	16,186	6,399
213	45369	9663597	14,595	5,972	263	69169	18191447	16,217	6,407
214	45796	9800344	14,629	5,981	264	69696	18399744	16,248	6,415
215	46225	9938375	14,663	5,991	265	70225	18609625	16,279	6,423
216	46656	10077696	14,697	6,000	266	70756	18821096	16,310	6,431
217	47089	10218313	14,731	6,009	267	71289	19034163	16,340	6,439
218	47524	10360232	14,765	6,018	268	71824	19248832	16,371	6,447
219	47961	10503459	14,799	6,028	269	72361	19465109	16,401	6,455
220	48400	10648000	14,832	6,037	270	72900	19683000	16,432	6,463
221	48841	10793861	14,866	6,046	271	73441	19902511	16,462	6,471
222	49284	10941048	14,900	6,055	272	73984	20123648	16,492	6,479
223	49729	11089567	14,933	6,064	273	74529	20346417	16,523	6,487
224	50176	11239424	14,967	6,073	274	75076	20570824	16,553	6,495
225	50625	11390625	15,000	6,082	275	75625	20796875	16,583	6,503
226	51076	11543176	15,033	6,091	276	76176	21024576	16,613	6,511
227	51529	11697083	15,067	6,100	277	76729	21253933	16,643	6,519
228	51984	11852352	15,100	6,109	278	77284	21484952	16,673	6,527
229	52441	12008989	15,133	6,118	279	77841	21717639	16,703	6,534
230	52900	12167000	15,166	6,127	280	78400	21952000	16,733	6,542
231	53361	12326391	15,199	6,136	281	78961	22188041	16,763	6,550
232	53824	12487168	15,232	6,145	282	79524	22425768	16,793	6,558
233	54289	12649337	15,264	6,153	283	80089	22665187	16,823	6,565
234	54756	12812904	15,297	6,162	284	80656	22906304	16,852	6,573
235	55225	12977875	15,330	6,171	285	81225	23149125	16,882	6,581
236	55696	13144256	15,362	6,180	286	81796	23393656	16,912	6,589
237	56169	13312053	15,395	6,188	287	82369	23639903	16,941	6,596
238	56644	13481272	15,427	6,197	288	82944	23887872	16,971	6,604
239	57121	13651919	15,460	6,206	289	83521	24137569	17,000	6,611
240	57600	13824000	15,492	6,214	290	84100	24389000	17,029	6,619
241	58081	13997521	15,524	6,223	291	84681	24642171	17,059	6,627
242	58564	14172488	15,556	6,232	292	85264	24897088	17,088	6,634
243	59049	14348907	15,588	6,240	293	85849	25153757	17,117	6,642
244	59536	14526784	15,620	6,249	294	86436	25412184	17,146	6,649
245	60025	14706125	15,652	6,257	295	87025	25672375	17,175	6,657
246	60516	14886936	15,684	6,266	296	87616	25934336	17,205	6,664
247	61009	15069223	15,716	6,274	297	88209	26198073	17,234	6,672
248	61504	15252992	15,748	6,283	298	88804	26463592	17,263	6,679
249	62001	15438249	15,780	6,291	299	89401	26730899	17,292	6,687
250	62500	15625000	15,811	6,300	300	90000	27000000	17,321	6,694

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[2]{n}$	n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
301	90601	27270901	17,349	6,702	351	123201	43243551	18,735	7,054
302	91204	27543608	17,378	6,709	352	123904	43614208	18,762	7,061
303	91809	27818127	17,407	6,717	353	124609	43986977	18,788	7,067
304	92416	28094464	17,436	6,724	354	125316	44361864	18,815	7,074
305	93025	28372625	17,464	6,731	355	126025	44738875	18,841	7,081
306	93636	28652616	17,493	6,739	356	126736	45118016	18,868	7,087
307	94249	28934443	17,521	6,746	357	127449	45499293	18,894	7,094
308	94864	29218112	17,550	6,753	358	128164	45882712	18,921	7,101
309	95481	29503629	17,578	6,761	359	128881	46268279	18,947	7,107
310	96100	29791000	17,607	6,768	360	129600	46656000	18,974	7,114
311	96721	30080231	17,635	6,775	361	130321	47045881	19,000	7,120
312	97344	30371828	17,664	6,782	362	131044	47437928	19,026	7,127
313	97969	30664297	17,692	6,790	363	131769	47832147	19,053	7,133
314	98596	30959144	17,720	6,797	364	132496	48228544	19,079	7,140
315	99225	31255875	17,748	6,804	365	133225	48627125	19,105	7,147
316	99856	31554496	17,776	6,811	366	133956	49027896	19,131	7,153
317	100489	31855013	17,804	6,818	367	134689	49430863	19,157	7,160
318	101124	32157432	17,833	6,826	368	135424	49836032	19,183	7,166
319	101761	32461759	17,861	6,833	369	136161	50243409	19,209	7,173
320	102400	32768000	17,889	6,840	370	136900	50653000	19,235	7,179
321	103041	33076161	17,916	6,847	371	137641	51064811	19,261	7,186
322	103684	33386248	17,944	6,854	372	138384	51478848	19,287	7,192
323	104329	33698267	17,972	6,861	373	139129	51895117	19,313	7,198
324	104976	34012224	18,000	6,868	374	139876	52313624	19,339	7,205
325	105625	34328125	18,028	6,875	375	140625	52734375	19,365	7,211
326	106276	34645976	18,055	6,882	376	141376	53157376	19,391	7,218
327	106929	34965783	18,083	6,889	377	142129	53582633	19,416	7,224
328	107584	35287552	18,111	6,896	378	142884	54010152	19,442	7,230
329	108241	35611289	18,138	6,903	379	143641	54439939	19,468	7,237
330	108900	35937000	18,166	6,910	380	144400	54872000	19,494	7,243
331	109561	36264691	18,193	6,917	381	145161	55306341	19,519	7,250
332	110224	36594368	18,221	6,924	382	145924	55742968	19,545	7,256
333	110889	36926037	18,248	6,931	383	146689	56181887	19,570	7,262
334	111556	37259704	18,276	6,938	384	147456	56623104	19,596	7,268
335	112225	37596375	18,303	6,945	385	148225	57066625	19,621	7,275
336	112896	37933056	18,330	6,952	386	148996	57512456	19,647	7,281
337	113569	38272753	18,358	6,959	387	149769	57960603	19,672	7,287
338	114244	38614472	18,385	6,966	388	150544	58411072	19,698	7,294
339	114921	38958219	18,412	6,973	389	151321	58863869	19,723	7,300
340	115600	39304000	18,439	6,980	390	152100	59319000	19,748	7,306
341	116281	39651821	18,466	6,986	391	152881	59776471	19,774	7,312
342	116964	40001688	18,493	6,993	392	153664	60236288	19,799	7,319
343	117649	40353607	18,520	7,000	393	154449	60698457	19,824	7,325
344	118336	40707584	18,547	7,007	394	155236	61162984	19,849	7,331
345	119025	41063625	18,574	7,014	395	156025	61629875	19,875	7,337
346	119716	41421736	18,601	7,020	396	156816	62099136	19,900	7,343
347	120409	41781923	18,628	7,027	397	157609	62570773	19,925	7,350
348	121104	42144192	18,655	7,034	398	158404	63044792	19,950	7,356
349	121801	42508549	18,682	7,041	399	159201	63521199	19,975	7,362
350	122500	42875000	18,708	7,047	400	160000	64000000	20,000	7,368

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
401	160801	64481201	20,025	7,374	451	203401	91733851	21,237	7,669
402	161604	64964808	20,050	7,380	452	204304	92345408	21,260	7,674
403	162409	65450827	20,075	7,386	453	205209	92959677	21,284	7,680
404	163216	65939264	20,100	7,393	454	206116	93576664	21,307	7,686
405	164025	66430125	20,125	7,399	455	207025	94196375	21,331	7,691
406	164836	66923416	20,149	7,405	456	207936	94818816	21,354	7,697
407	165649	67419143	20,174	7,411	457	208849	95443993	21,378	7,703
408	166464	67917312	20,199	7,417	458	209764	96071912	21,401	7,708
409	167281	68417929	20,224	7,423	459	210681	96702579	21,424	7,714
410	168100	68921000	20,248	7,429	460	211600	97336000	21,448	7,719
411	168921	69426531	20,273	7,435	461	212521	97972181	21,471	7,725
412	169744	69934528	20,298	7,441	462	213444	98611128	21,494	7,731
413	170569	70444997	20,322	7,447	463	214369	99252847	21,517	7,736
414	171396	70957944	20,347	7,453	464	215296	99897344	21,541	7,742
415	172225	71473375	20,372	7,459	465	216225	100544625	21,564	7,747
416	173056	71991296	20,396	7,465	466	217156	101194696	21,587	7,753
417	173889	72511713	20,421	7,471	467	218089	101847563	21,610	7,758
418	174724	73034632	20,445	7,477	468	219024	102503232	21,633	7,764
419	175561	73560059	20,469	7,483	469	219961	103161709	21,656	7,769
420	176400	74088000	20,494	7,489	470	220900	103823000	21,679	7,775
421	177241	74618461	20,518	7,495	471	221841	104487111	21,703	7,780
422	178084	75151448	20,543	7,501	472	222784	105154048	21,726	7,786
423	178929	75686967	20,567	7,507	473	223729	105823817	21,749	7,791
424	179776	76225024	20,591	7,513	474	224676	106496424	21,772	7,797
425	180625	76765625	20,616	7,518	475	225625	107171875	21,794	7,802
426	181476	77308776	20,640	7,524	476	226576	107850176	21,817	7,808
427	182329	77854483	20,664	7,530	477	227529	108531333	21,840	7,813
428	183184	78402752	20,688	7,536	478	228484	109215352	21,863	7,819
429	184041	78953589	20,712	7,542	479	229441	109902239	21,886	7,824
430	184900	79507000	20,736	7,548	480	230400	110592000	21,909	7,830
431	185761	80062991	20,761	7,554	481	231361	111284641	21,932	7,835
432	186624	80621568	20,785	7,560	482	232324	111980168	21,954	7,841
433	187489	81182737	20,809	7,565	483	233289	112678587	21,977	7,846
434	188356	81746504	20,833	7,571	484	234256	113379904	22,000	7,851
435	189225	82312875	20,857	7,577	485	235225	114084125	22,023	7,857
436	190096	82881856	20,881	7,583	486	236196	114791256	22,045	7,862
437	190969	83453453	20,905	7,589	487	237169	115501303	22,068	7,868
438	191844	84027672	20,928	7,594	488	238144	116214272	22,091	7,873
439	192721	84604519	20,952	7,600	489	239121	116930169	22,113	7,878
440	193600	85184000	20,976	7,606	490	240100	117649000	22,136	7,884
441	194481	85766121	21,000	7,612	491	241081	118370771	22,159	7,889
442	195364	86350888	21,024	7,617	492	242064	119095488	22,181	7,894
443	196249	86938307	21,048	7,623	493	243049	119823157	22,204	7,900
444	197136	87528384	21,071	7,629	494	244036	120553784	22,226	7,905
445	198025	88121125	21,095	7,635	495	245025	121287375	22,249	7,910
446	198916	88716536	21,119	7,640	496	246016	122023936	22,271	7,916
447	199809	89314623	21,142	7,646	497	247009	122763473	22,293	7,921
448	200704	89915392	21,166	7,652	498	248004	123505992	22,316	7,926
449	201601	90518849	21,190	7,657	499	249001	124251499	22,338	7,932
450	202500	91125000	21,213	7,663	500	250000	125000000	22,361	7,937

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
501	251001	125751501	22,388	7,942	551	303601	167284151	23,473	8,198
502	252004	126506008	22,405	7,948	552	304704	168196608	23,495	8,203
503	253009	127263527	22,428	7,953	553	305809	169112377	23,516	8,208
504	254016	128024064	22,450	7,958	554	306916	170031464	23,537	8,213
505	255025	128787625	22,472	7,963	555	308025	170953875	23,558	8,218
506	256036	129554216	22,494	7,969	556	309136	171879616	23,580	8,223
507	257049	130323843	22,517	7,974	557	310249	172808693	23,601	8,228
508	258064	131096512	22,539	7,979	558	311364	173741112	23,622	8,233
509	259081	131872229	22,561	7,984	559	312481	174676879	23,643	8,238
510	260100	132651000	22,583	7,990	560	313600	175616000	23,664	8,243
511	261121	133432831	22,605	7,995	561	314721	176558481	23,685	8,247
512	262144	134217728	22,627	8,000	562	315844	177504328	23,706	8,252
513	263169	135005697	22,650	8,005	563	316969	178453547	23,728	8,257
514	264196	135796744	22,672	8,010	564	318096	179406144	23,749	8,262
515	265225	136590875	22,694	8,016	565	319225	180362125	23,770	8,267
516	266256	137388096	22,716	8,021	566	320356	181321496	23,791	8,272
517	267289	138188413	22,738	8,026	567	321489	182284263	23,812	8,277
518	268324	138991832	22,760	8,031	568	322624	183250432	23,833	8,282
519	269361	139798359	22,782	8,036	569	323761	184220009	23,854	8,286
520	270400	140608000	22,804	8,041	570	324900	185193000	23,875	8,291
521	271441	141420761	22,825	8,047	571	326041	186169411	23,896	8,296
522	272484	142236648	22,847	8,052	572	327184	187149248	23,917	8,301
523	273529	143055667	22,869	8,057	573	328329	188132517	23,937	8,306
524	274576	143877824	22,891	8,062	574	329476	189119224	23,958	8,311
525	275625	144703125	22,913	8,067	575	330625	190109375	23,979	8,316
526	276676	145531576	22,935	8,072	576	331776	191102976	24,000	8,320
527	277729	146363186	22,956	8,077	577	332929	192100033	24,021	8,325
528	278784	147197952	22,978	8,082	578	334084	193100552	24,042	8,330
529	279841	148035889	23,000	8,088	579	335241	194104539	24,062	8,335
530	280900	148877000	23,022	8,093	580	336400	195112000	24,083	8,340
531	281961	149721291	23,043	8,098	581	337561	196122941	24,104	8,344
532	283024	150568768	23,065	8,103	582	338724	197137368	24,125	8,349
533	284089	151419437	23,087	8,108	583	339889	198155287	24,145	8,354
534	285156	152273304	23,108	8,113	584	341056	199176704	24,166	8,359
535	286225	153130375	23,130	8,118	585	342225	200201625	24,187	8,363
536	287296	153990656	23,152	8,123	586	343396	201230056	24,207	8,368
537	288369	154854153	23,173	8,128	587	344569	202262003	24,228	8,373
538	289444	155720872	23,195	8,133	588	345744	203297472	24,249	8,378
539	290521	156590819	23,216	8,138	589	346921	204336469	24,269	8,382
540	291600	157464000	23,238	8,143	590	348100	205379000	24,290	8,387
541	292681	158340421	23,259	8,148	591	349281	206425071	24,310	8,392
542	293764	159220088	23,281	8,153	592	350464	207474688	24,331	8,397
543	294849	160103007	23,302	8,158	593	351649	208527857	24,352	8,401
544	295936	160989184	23,324	8,163	594	352836	209584584	24,372	8,406
545	297025	161878625	23,345	8,168	595	354025	210644875	24,393	8,411
546	298116	162771336	23,367	8,173	596	355216	211708736	24,413	8,416
547	299209	163667323	23,388	8,178	597	356409	212776173	24,434	8,420
548	300304	164566592	23,409	8,183	598	357604	213847192	24,454	8,425
549	301401	165469149	23,431	8,188	599	358801	214921799	24,474	8,430
550	302500	166375000	23,452	8,193	600	360000	216000000	24,495	8,434

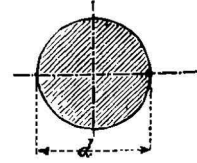
n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
601	361201	217081801	24,515	8,439	651	423801	275894451	25,515	8,667
602	362404	218167208	24,536	8,444	652	425104	277167808	25,534	8,671
603	363609	219256227	24,556	8,448	653	426409	278445077	25,554	8,676
604	364816	220348864	24,576	8,453	654	427716	279726264	25,573	8,680
605	366026	221445125	24,597	8,458	655	429025	281011375	25,593	8,685
606	367236	222545016	24,617	8,462	656	430336	282300416	25,612	8,689
607	368449	223648543	24,637	8,467	657	431649	283593393	25,632	8,693
608	369664	224755712	24,658	8,472	658	432964	284890812	25,652	8,698
609	370881	225866529	24,678	8,476	659	434281	286191179	25,671	8,702
610	372100	226981000	24,698	8,481	660	435600	287496000	25,690	8,707
611	373321	228099131	24,718	8,486	661	436921	288804781	25,710	8,711
612	374544	229220928	24,739	8,490	662	438244	290117528	25,729	8,715
613	375769	230346397	24,759	8,495	663	439569	291434247	25,749	8,720
614	376996	231475544	24,779	8,499	664	440896	292754944	25,768	8,724
615	378225	232608375	24,799	8,504	665	442225	294079625	25,788	8,729
616	379456	233744896	24,819	8,509	666	443556	295408296	25,807	8,733
617	380689	234885113	24,839	8,513	667	444889	296740963	25,826	8,737
618	381924	236029032	24,860	8,518	668	446224	298077632	25,846	8,742
619	383161	237176659	24,880	8,522	669	447561	299418309	25,865	8,746
620	384400	238328000	24,900	8,527	670	448900	300763000	25,884	8,750
621	385641	239483061	24,920	8,532	671	450241	302111711	25,904	8,755
622	386884	240641848	24,940	8,536	672	451584	303464448	25,923	8,759
623	388129	241804367	24,960	8,541	673	452929	304821217	25,942	8,763
624	389376	242970624	24,980	8,545	674	454276	306182024	25,962	8,768
625	390625	244140625	25,000	8,550	675	455625	307546875	25,981	8,772
626	391876	245314376	25,020	8,554	676	456976	308915776	26,000	8,776
627	393129	246491883	25,040	8,559	677	458329	310288733	26,019	8,781
628	394384	247673152	25,060	8,564	678	459684	311665752	26,038	8,785
629	395641	248858189	25,080	8,568	679	461041	313046839	26,058	8,789
630	396900	250047000	25,100	8,573	680	462400	314432000	26,077	8,794
631	398161	251239591	25,120	8,577	681	463761	315821241	26,096	8,798
632	399424	252435968	25,140	8,582	682	465124	317214568	26,115	8,802
633	400689	253636137	25,160	8,586	683	466489	318611987	26,134	8,807
634	401956	254840104	25,179	8,591	684	467856	320013504	26,153	8,811
635	403225	256047875	25,199	8,595	685	469225	321419125	26,173	8,815
636	404496	257259456	25,219	8,600	686	470596	322828856	26,192	8,819
637	405769	258474853	25,239	8,604	687	471969	324242703	26,211	8,824
638	407044	259694072	25,259	8,609	688	473344	325660672	26,230	8,828
639	408321	260917119	25,278	8,613	689	474721	327082769	26,249	8,832
640	409600	262144000	25,298	8,618	690	476100	328509000	26,268	8,837
641	410881	263374721	25,318	8,622	691	477481	329939371	26,287	8,841
642	412164	264609288	25,338	8,627	692	478864	331373888	26,306	8,845
643	413449	265847707	25,357	8,631	693	480249	332812557	26,325	8,849
644	414736	267089984	25,377	8,636	694	481636	334255384	26,344	8,854
645	416025	268336125	25,397	8,640	695	483025	335702375	26,363	8,858
646	417316	269586136	25,417	8,645	696	484416	337153536	26,382	8,862
647	418609	270840023	25,436	8,649	697	485809	338608873	26,401	8,866
648	419904	272097792	25,456	8,653	698	487204	340068392	26,420	8,871
649	421201	273359449	25,475	8,658	699	488601	341532099	26,439	8,875
650	422501	274625000	25,495	8,662	700	490000	343000000	26,458	8,879

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
701	491401	344472101	26,476	8,889	751	564001	423564751	27,404	9,090
702	492804	345948408	26,495	8,887	752	565504	425259008	27,423	9,094
703	494209	347428927	26,514	8,892	753	567009	426957777	27,441	9,098
704	495616	348913664	26,533	8,896	754	568516	428661084	27,459	9,102
705	497025	350402625	26,552	8,900	755	570025	430368875	27,477	9,106
706	498436	351895816	26,571	8,904	756	571536	432081216	27,495	9,110
707	499849	353393243	26,589	8,909	757	573049	433798093	27,514	9,114
708	501264	354894912	26,608	8,913	758	574564	435519512	27,532	9,118
709	502681	356400829	26,627	8,917	759	576081	437245479	27,550	9,122
710	504100	357911000	26,646	8,921	760	577600	438976000	27,568	9,126
711	505521	359425431	26,665	8,925	761	579121	440711081	27,586	9,130
712	506944	360944128	26,683	8,929	762	580644	442450728	27,604	9,134
713	508369	362467097	26,702	8,934	763	582169	444194947	27,622	9,138
714	509796	363994344	26,721	8,938	764	583696	445943744	27,641	9,142
715	511225	365525875	26,739	8,942	765	585225	447697125	27,659	9,146
716	512656	367061696	26,758	8,946	766	586756	449455096	27,677	9,150
717	514089	368601813	26,777	8,950	767	588289	451217663	27,695	9,154
718	515524	370146232	26,796	8,955	768	589824	452984832	27,713	9,158
719	516961	371694959	26,814	8,959	769	591361	454756609	27,731	9,162
720	518400	373248000	26,833	8,963	770	592900	456533000	27,749	9,166
721	519841	374805361	26,851	8,967	771	594441	458314011	27,767	9,170
722	521284	376367048	26,870	8,971	772	595984	460099648	27,785	9,174
723	522729	377933067	26,889	8,975	773	597529	461889917	27,803	9,178
724	524176	379503424	26,907	8,979	774	599076	463684824	27,821	9,182
725	525625	381078125	26,926	8,984	775	600625	465484375	27,839	9,185
726	527076	382657176	26,944	8,988	776	602176	467288576	27,857	9,189
727	528529	384240583	26,963	8,992	777	603729	469097433	27,875	9,193
728	529984	385828352	26,981	8,996	778	605284	470910952	27,893	9,197
729	531441	387420489	27,000	9,000	779	606841	472729139	27,911	9,201
730	532900	389017000	27,019	9,004	780	608400	474552000	27,928	9,205
731	534361	390617891	27,037	9,008	781	609961	476379541	27,946	9,209
732	535824	392223168	27,055	9,012	782	611524	478211768	27,964	9,213
733	537289	393832837	27,074	9,016	783	613089	480048687	27,982	9,217
734	538756	395446904	27,092	9,021	784	614656	481890304	28,000	9,221
735	540225	397065375	27,111	9,025	785	616225	483736625	28,018	9,225
736	541696	398688256	27,129	9,029	786	617796	485587656	28,036	9,229
737	543169	400315553	27,148	9,033	787	619369	487443403	28,054	9,233
738	544644	401947272	27,166	9,037	788	620944	489303872	28,071	9,237
739	546121	403583419	27,185	9,041	789	622521	491169069	28,089	9,240
740	547600	405224000	27,203	9,045	790	624100	493039000	28,107	9,244
741	549081	406869021	27,221	9,049	791	625681	494913671	28,125	9,248
742	550564	408518488	27,240	9,053	792	627264	496793088	28,142	9,252
743	552049	410172407	27,258	9,057	793	628849	498677257	28,160	9,256
744	553536	411830784	27,276	9,061	794	630436	500566184	28,178	9,260
745	555025	413493625	27,295	9,065	795	632025	502459875	28,196	9,264
746	556516	415160936	27,313	9,069	796	633616	504358336	28,213	9,268
747	558009	416832723	27,331	9,073	797	635209	506261573	28,231	9,272
748	559504	418508992	27,350	9,078	798	636804	508169592	28,249	9,275
749	561001	420189749	27,368	9,082	799	638401	510082399	28,267	9,279
750	562500	421875000	27,386	9,086	800	640000	512000000	28,284	9,283

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
801	641601	513922401	28,302	9,287	851	724201	616295051	29,172	9,476
802	643204	515849608	28,320	9,291	852	725904	618470208	29,189	9,480
803	644809	517781627	28,337	9,295	853	727609	620650477	29,206	9,484
804	646416	519718464	28,355	9,299	854	729316	622835864	29,223	9,488
805	648025	521660125	28,373	9,302	855	731025	625026375	29,240	9,491
806	649636	523606616	28,390	9,306	856	732736	627222016	29,257	9,495
807	651249	525557943	28,408	9,310	857	734449	629422793	29,275	9,499
808	652864	527514112	28,425	9,314	858	736164	631628712	29,292	9,502
809	654481	529475129	28,443	9,318	859	737881	633839779	29,309	9,506
810	656100	531441000	28,460	9,322	860	739600	636056000	29,326	9,510
811	657721	533411731	28,478	9,326	861	741321	638277381	29,343	9,513
812	659344	535387328	28,496	9,329	862	743044	640503928	29,360	9,517
813	660969	537367797	28,513	9,333	863	744769	642735647	29,377	9,521
814	662596	539353144	28,531	9,337	864	746496	644972544	29,394	9,524
815	664225	541343375	28,548	9,341	865	748225	647214625	29,411	9,528
816	665856	543338496	28,566	9,345	866	749956	649461896	29,428	9,532
817	667489	545338513	28,583	9,348	867	751689	651714363	29,445	9,535
818	669124	547343432	28,601	9,352	868	753424	653972032	29,462	9,539
819	670761	549353259	28,618	9,356	869	755161	656234909	29,479	9,543
820	672400	551368000	28,636	9,360	870	756900	658503000	29,496	9,546
821	674041	553387661	28,653	9,364	871	758641	660776311	29,513	9,550
822	675684	555412248	28,671	9,368	872	760384	663054848	29,530	9,554
823	677329	557441767	28,688	9,371	873	762129	665338617	29,547	9,557
824	678976	559476224	28,705	9,375	874	763876	667627624	29,563	9,561
825	680625	561515625	28,723	9,379	875	765625	669921875	29,580	9,565
826	682276	563559976	28,740	9,383	876	767376	672221376	29,597	9,568
827	683929	565609283	28,758	9,386	877	769129	674526133	29,614	9,572
828	685584	567663552	28,775	9,390	878	770884	676836152	29,631	9,576
829	687241	569722789	28,792	9,394	879	772641	679151439	29,648	9,579
830	688900	571787000	28,810	9,398	880	774400	681472000	29,665	9,583
831	690561	573856191	28,827	9,402	881	776161	683797841	29,682	9,586
832	692224	575930368	28,844	9,405	882	777924	686128968	29,698	9,590
833	693889	578009537	28,862	9,409	883	779689	688465387	29,715	9,594
834	695556	580093704	28,879	9,413	884	781456	690807104	29,732	9,597
835	697225	582182875	28,896	9,417	885	783225	693154125	29,749	9,601
836	698896	584277056	28,914	9,420	886	784996	695506456	29,766	9,605
837	700569	586376253	28,931	9,424	887	786769	697864103	29,783	9,608
838	702244	588480472	28,948	9,428	888	788544	700227072	29,799	9,612
839	703921	590589719	28,965	9,432	889	790321	702595369	29,816	9,615
840	705600	592704000	28,983	9,435	890	792100	704969000	29,833	9,619
841	707281	594823321	29,000	9,439	891	793881	707347971	29,850	9,623
842	708964	596947688	29,017	9,443	892	795664	709732288	29,866	9,626
843	710649	599077107	29,034	9,447	893	797449	712121957	29,883	9,630
844	712336	601211584	29,052	9,450	894	799236	714516984	29,900	9,633
845	714025	603351125	29,069	9,454	895	801025	716917375	29,917	9,637
846	715716	605495736	29,086	9,458	896	802816	719323136	29,933	9,641
847	717409	607645423	29,103	9,462	897	804609	721734273	29,950	9,644
848	719104	609800192	29,120	9,465	898	806404	724150792	29,967	9,648
849	720801	611960049	29,138	9,469	899	808201	726572699	29,983	9,651
850	722500	614125000	29,155	9,473	900	810000	729000000	30,000	9,655

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	n	n^2	n	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
901	811801	731432701	30,017	9,658	951	904401	860085351	30,838	9,834
902	813604	733870808	30,033	9,662	952	906304	862801408	30,854	9,837
903	815409	736314327	30,050	9,666	953	908209	865523177	30,871	9,841
904	817216	738763264	30,067	9,669	954	910116	868250664	30,887	9,844
905	819025	741217625	30,083	9,673	955	912025	870983875	30,903	9,848
906	820836	743677416	30,100	9,676	956	913936	873722816	30,919	9,851
907	822649	746142643	30,116	9,680	957	915849	876467493	30,935	9,855
908	824464	748613312	30,133	9,683	958	917764	879217912	30,952	9,858
909	826281	751089429	30,150	9,687	959	919681	881974079	30,968	9,861
910	828100	753571000	30,166	9,691	960	921600	884736000	30,984	9,865
911	829921	756058031	30,183	9,694	961	923521	887503681	31,000	9,868
912	831744	758550528	30,199	9,698	962	925444	890277128	31,016	9,872
913	833569	761048497	30,216	9,701	963	927369	893056347	31,032	9,875
914	835396	763551944	30,232	9,705	964	929296	895841344	31,048	9,879
915	837225	766060875	30,249	9,708	965	931225	898632125	31,064	9,882
916	839056	768575296	30,265	9,712	966	933156	901428696	31,081	9,885
917	840889	771095213	30,282	9,715	967	935089	904231063	31,097	9,889
918	842724	773620632	30,299	9,719	968	937024	907039232	31,113	9,892
919	844561	776151559	30,315	9,722	969	938961	909853209	31,129	9,896
920	846400	778688000	30,332	9,726	970	940900	912673000	31,145	9,899
921	848241	781229961	30,348	9,729	971	942841	915498611	31,161	9,902
922	850084	783777448	30,364	9,733	972	944784	918330048	31,177	9,906
923	851929	786330467	30,381	9,736	973	946729	921167317	31,193	9,909
924	853776	788889024	30,397	9,740	974	948676	924010424	31,209	9,913
925	855625	791453125	30,414	9,743	975	950625	926859375	31,225	9,916
926	857476	794022776	30,430	9,747	976	952576	929714176	31,241	9,919
927	859329	796597983	30,447	9,750	977	954529	932574893	31,257	9,923
928	861184	799178752	30,463	9,754	978	956484	935441352	31,273	9,926
929	863041	801765089	30,480	9,758	979	958441	938313739	31,289	9,930
930	864900	804357000	30,496	9,761	980	960400	941192000	31,305	9,933
931	866761	806954491	30,512	9,764	981	962361	944076141	31,321	9,936
932	868624	809557568	30,529	9,768	982	964324	946966168	31,337	9,940
933	870489	812166237	30,545	9,771	983	966289	949862087	31,353	9,943
934	872356	814780504	30,561	9,775	984	968256	952763904	31,369	9,946
935	874225	817400375	30,578	9,778	985	970225	955671625	31,385	9,950
936	876096	820025856	30,594	9,782	986	972196	958585256	31,401	9,953
937	877969	822656953	30,610	9,785	987	974169	961504803	31,417	9,956
938	879844	825293672	30,627	9,789	988	976144	964430272	31,432	9,960
939	881721	827936019	30,643	9,792	989	978121	967361669	31,448	9,963
940	883600	830584000	30,659	9,796	990	980100	970299000	31,464	9,967
941	885481	833237621	30,676	9,799	991	982081	973242271	31,480	9,970
942	887364	835896888	30,692	9,803	992	984064	976191488	31,496	9,973
943	889249	838561807	30,708	9,806	993	986049	979146657	31,512	9,977
944	891136	841232384	30,725	9,810	994	988036	982107784	31,528	9,980
945	893025	843908625	30,741	9,813	995	990025	985074875	31,544	9,983
946	894916	846590536	30,757	9,817	996	992016	988047936	31,559	9,987
947	896809	849278123	30,773	9,820	997	994009	991026973	31,575	9,990
948	898704	851971392	30,790	9,824	998	996004	994011992	31,591	9,993
949	900601	854670349	30,806	9,827	999	998001	997002999	31,607	9,997
950	902500	857375000	30,822	9,830	1000	1000000	1000000000	31,623	10,000

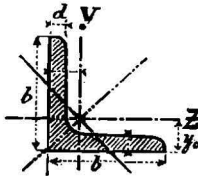
**VII. Моменты инерции и площади
круглыхъ сѣченій диаметра d .**



Фиг. 196.

d	$F = \frac{\pi d^2}{4}$	$I_x = \frac{\pi d^4}{64}$	d	$F = \frac{\pi d^2}{4}$	$I_x = \frac{\pi d^4}{64}$	d	$F = \frac{\pi d^2}{4}$	$I_x = \frac{\pi d^4}{64}$
10	78,5398	490,9	40	1256,64	125664	70	3848,45	1178588
11	95,0332	718,7	41	1320,25	138709	71	3959,19	1247393
12	113,097	1018	42	1385,44	152745	72	4071,50	1319167
13	132,732	1402	43	1452,20	167820	73	4185,39	1393995
14	153,938	1886	44	1520,53	183984	74	4300,84	1471963
15	176,715	2485	45	1590,43	201289	75	4417,86	1553156
16	201,062	3217	46	1661,90	219787	76	4536,46	1637662
17	226,980	4100	47	1734,94	239531	77	4656,63	1725571
18	254,469	5153	48	1809,56	260576	78	4778,36	1816972
19	283,529	6397	49	1885,74	282979	79	4901,67	1911967
20	314,159	7854	50	1963,50	306796	80	5026,55	2010619
21	346,361	9547	51	2042,82	332086	81	5153,00	2113051
22	380,133	11499	52	2123,72	358908	82	5281,02	2219347
23	415,476	13737	53	2206,78	387323	83	5410,61	2329605
24	452,389	16286	54	2290,22	417393	84	5541,77	2443920
25	490,874	19175	55	2375,83	449180	85	5674,50	2562392
26	530,929	22432	56	2463,01	482750	86	5808,80	2685120
27	572,555	26087	57	2551,76	518166	87	5944,68	2812205
28	615,752	30172	58	2642,08	555497	88	6082,12	2943748
29	660,520	34719	59	2733,97	594810	89	6221,14	3079853
30	706,858	39761	60	2827,43	636172	90	6361,73	3220623
31	754,768	45333	61	2922,47	679651	91	6503,88	3366165
32	804,248	51472	62	3019,07	725332	92	6647,61	3516586
33	855,299	58214	63	3117,25	773272	93	6792,91	3671992
34	907,920	65597	64	3216,99	823550	94	6939,78	3832492
35	962,113	73662	65	3318,31	876240	95	7088,22	3998198
36	1017,88	82448	66	3421,19	931420	96	7238,23	4169220
37	1075,21	91998	67	3525,65	989166	97	7389,81	4345671
38	1134,11	102354	68	3631,68	1049556	98	7542,96	4527664
39	1194,59	113561	69	3739,28	1112660	99	7697,69	4715315

Извлечения из Русского метрического нормального сортамента ¹⁾.

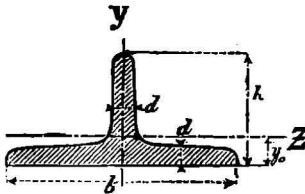


Фиг. 197.

VIII. Равнобокое угловое желѣзо.

Нормальная длина 4—8 метр. (макс. 12 метр.). Центр тяжести въ точки пересѣченія координатныхъ осей. Ширина полокъ b отъ 15 до 140 мм.; толщина d отъ 3 до 16 мм.

№ профили.	Нормальный сорт						Угловое желѣзо						
	Ширина b , мм.	Толщина d , мм.	Площ. поперечнаго сѣченія, см. ²	Вѣсъ погоннаго метра, kg.	Расстояние центра тяжести Y_0 , см.	Моментъ инерціи I_z , см. ⁴	№ профили.	Ширина b , мм.	Толщина d , мм.	Площ. поперечнаго сѣченія, см. ²	Вѣсъ погоннаго метра, kg.	Расстояние центра тяжести Y_0 , см.	Моментъ инерціи I_z , см. ⁴
5	50	7	6,56	5,15	1,48	14,62	10	100	10	19,17	15,05	2,82	176,3
6	60	8	9,03	7,09	1,77	29,16			12	22,73	17,84	2,90	206,4
7	70	9	11,87	9,32	2,06	52,6			14	26,21	20,57	2,98	234,5
8	80	10	15,11	11,86	2,34	87,2			16	29,61	23,24	3,05	262
9	90	11	18,72	14,69	2,62	137,6			12	120	14	31,82	24,98



Фиг. 198.

IX. Тавровое желѣзо.

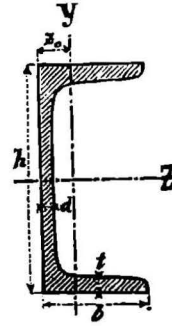
Нормальная длина 4—8 м. (макс. 12 м.)
Уклонъ реберъ 0,02—0,04.

Н И З К О Е.							В Ы С О К О Е.								
№ профили.	Размѣры въ мм.			Площ. поперечнаго сѣченія, см. ²	Вѣсъ погоннаго метра, kg.	Расстояние центра тяжести Y_0 , см.	Моментъ инерціи I_z , см. ⁴	№ профили.	Размѣры въ мм.			Площ. поперечнаго сѣченія, см. ²	Вѣсъ погоннаго метра, kg.	Расстояние центра тяжести Y_0 , см.	Моментъ инерціи I_z , см. ⁴
	b	h	d						b	h	d				
6/3	60	30	6	5,06	3,97	0,71	2,92	5/5	50	50	6	5,66	4,44	1,38	12,2
10/5	100	50	9	12,72	9,99	1,15	20,6	7/7	70	70	8	10,59	8,31	1,93	44,3
16/8	160	80	13	29,53	23,18	1,78	124	9/9	90	90	10	17,05	13,38	2,47	118

¹⁾ Кромѣ приведенныхъ здѣсь номеровъ профилей изготовляется еще много другихъ.

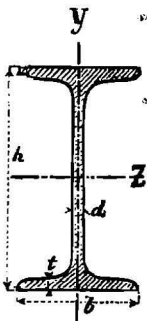
Х. Корытное желѣзо.

Нормальная длина 4 — 8 метр. (максим. 12 м.). Толщина полки t измѣрена на разстояніи $0,5 b$ отъ края.



Фиг. 199.

№ профили.	Высота h .	Ширина b .	Толщина.		Площадь поперечнаго сѣченія.	Вѣсъ погоннаго метра.	Разст. центра тян. z_0 .	Моментъ инерціи см. ⁴		Моментъ сопротивленія см. ³	
			Шейка d .	Полка t .				I_x .	I_y .	W_x .	W_y .
5	50	38	5	7,5	7,47	5,86	1,41	27,57	9,44	11,03	3,94
6 ^{1/2}	65	42	5,5	8	9,62	7,55	1,43	59,9	14,98	18,43	5,42
8	80	45	6	9	11,85	9,30	1,53	113,9	20,9	28,5	7,02
10	100	50	6	9	13,92	10,93	1,60	213,2	30,16	42,65	8,86
12	120	55	6,5	9,5	17,26	13,55	1,65	371,6	44,9	61,9	11,67
14	140	60	7	10,5	20,92	16,42	1,80	624	64,5	89,2	15,34
16	160	65	7,5	11	24,92	18,56	1,86	954	89,0	119,2	19,2
18	180	70	8	12	29,26	22,97	2,01	1433	121	159	24,26
20	200	75	8,5	12,5	33,93	26,64	2,08	2018	159	202	29,4
22	220	80	9	13,5	38,94	30,57	2,23	2831	208	257	36,0
24	240	85	9,5	14	44,28	34,76	2,30	3773	264	314	42,6
26	260	90	10	15	49,95	39,21	2,45	5045	334	388	51,0
28	280	95	10,5	15,5	55,96	43,93	2,53	6472	413	469	59,27
30	300	100	11	16,5	62,30	48,91	2,68	8361	510	557	69



БИБЛИОТЕКА
ИНЖЕНЕРОВ
КАМЕРОВСКОГО ИИ
СТАЛИНА

XI. Двутаговое желѣзо.

Нормальная длина 4 — 10 метр. (максим. 14 м.). Толщина полки *t* указана на расстоянии 0,25*b* отъ краевъ.

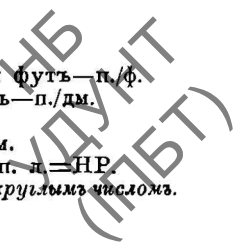
Фиг. 200.

№ профили.	Высота <i>h</i> .	Шир. <i>b</i> .	Толщина.		Площ. попереч. сѣченія.	Вѣсъ погон. метра.	Моментъ инерциі см. ⁴		Моментъ сопротивленія см. ³	
			Стѣнки <i>d</i> .	Полки <i>t</i> .			<i>I_z</i> .	<i>I_y</i> .	<i>W_z</i> .	<i>W_y</i> .
	мм.	мм.	мм.	мм.	см. ²	kg.				
8	80	50,6	3,9	5,5	8,16	6,41	86,3	9,71	21,6	3,84
10	100	57	4,5	6,3	11,03	8,66	180,4	16,1	36,1	5,65
12	120	63,4	5,1	7,1	14,34	11,26	334,4	25,2	55,7	7,95
14	140	69,8	5,7	7,9	18,08	14,19	569	37,7	81,3	10,8
16	160	76,2	6,3	8,8	22,26	17,47	909	54,3	113	14,3
18	180	82,6	6,9	9,6	26,87	21,09	1381	75,9	153	18,4
20	200	89	7,5	10,4	31,91	25,05	2014	103	201	23,2
22	220	95,4	8,1	11,3	37,38	29,34	2843	137	258	28,8
24	240	101,8	8,7	12,1	43,29	33,98	3903	180	325	35,4
26	260	108,2	9,3	13	49,63	38,96	5234	231	403	42,7
28	280	114,6	9,9	13,9	56,40	44,27	6878	293	491	51,1
30	300	121,0	10,5	14,7	63,61	49,93	8881	366	592	60,5
32	320	127,4	11,1	15,5	71,25	55,93	11292	542	706	70,9
34	340	133,8	11,7	16,4	79,32	62,27	14161	552	833	82,5
36	360	140,2	12,3	17,2	87,82	68,94	17544	668	975	95,3
38	380	146,6	12,9	18	96,76	75,96	21499	801	1132	109,3
40	400	153	13,5	18,9	106,13	83,31	26087	954	1304	125,5

XII. Нѣкоторыя употребительныя величины, обозначенія и сокращенія.

$\pi = 3,14159; \quad \pi^2 = 9,8696; \quad \pi^3 = 31,006; \quad \sqrt{\pi} = 1,77245; \quad \sqrt[3]{\pi} = 1,4646;$
 $\frac{1}{\pi} = 0,31831; \quad \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,56419; \quad \frac{1}{\pi^2} = 0,10132; \quad \frac{\pi}{32} = 0,098175; \quad \frac{\pi}{16} = 0,19635;$
 $\frac{\pi}{4} = 0,7854.$

- Квадр. миллим.—мм.²; кв. дюймъ—дм.²
- ” сантим.—см.²; кв. футъ—ф.²
- ” метръ—м.²; куб. дм.—дм.³
- Куб. милл., сант., метръ—мм.³, см.³, м.³
- Литръ—лт.; килограм.—кг.; тонна—тн.
- 1 кг. на погонный метръ—к./м.
- 1 кг. на кв. сант.—к./см.²=1 атм. (ат.).
- 1 пудъ на погонный футъ—п./ф.
- 1 ” ” кв. дюймъ—п./дм.
- 1 пудофутъ—пф.
- 1 килограммъ—км.
- 1 лошадиная сила—п. л.—HP
- Знакъ \approx выражаетъ: *круглымъ числомъ.*



25 ref. 10 Ко.

НБ
УДУНТ
(ПБТ)

Сканувала Радул М.А.

УДУНЬ
(17БТ)