

## ПРОСТОЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АБСОЛЮТНОГО СКОЛЬЖЕНИЯ АСИНХРОННОГО ТЯГОВОГО ДВИГАТЕЛЯ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ТРЕБУЕМОГО МОМЕНТА

У статті наведено результати порівняльного аналізу формул для розрахунків механічних характеристик асинхронного тягового двигуна, а також запропоновано новий спосіб визначення абсолютного ковзання для потрібного моменту.

*Ключові слова:* асинхронний тяговий двигун, абсолютне ковзання для потрібного моменту, формули для розрахунків механічних характеристик

В статье приведены результаты сравнительного анализа формул для расчетов механических характеристик асинхронного тягового двигателя, а также предложен новый способ определения абсолютного скольжения для требуемого момента.

*Ключевые слова:* асинхронный тяговый двигатель, абсолютное скольжение для требуемого момента, формулы для расчетов механических характеристик

The results of a comparative analysis of formulas for calculating the mechanical characteristics of asynchronous traction motors are presented, as well as a new method of determining the absolute slip for the required moment is proposed.

*Keywords:* asynchronous traction motor, absolute slip for required moment, formulas for calculating mechanical characteristics

В учебной литературе по теории электропривода для расчета механической характеристики асинхронного двигателя рекомендуется использовать полную формулу немецкого инженера Клосса

$$M = \frac{2M_K(1+\delta)}{\frac{S}{S_K} + \frac{S_K}{S} + 2\delta}, \quad (1)$$

где  $M$  – текущее значение момента, Н·м;  $M_K$  – критическое значение момента, Н·м;  $\delta$  – коэффициент, учитывающий параметры двигателя, в частности, активное сопротивление обмотки статора;  $S$  – текущее или задаваемое значение относительного скольжения;  $S_K$  – критическое значение относительного скольжения.

Часто для расчетов механических характеристик асинхронных двигателей используют упрощенную формулу Клосса

$$M = \frac{2M_K}{\frac{S}{S_K} + \frac{S_K}{S}}. \quad (2)$$

Как показано ниже, это допустимо для двигателей значительной мощности на частотах тока статора  $f_1$  не ниже 25...30 Гц.

Для частотно-управляемых двигателей формула (1) используется в модернизированном виде [1, 2]:

$$M = \frac{2M_K(1+\delta)}{\frac{f_2^*}{f_{2K}^*} + \frac{f_{2K}^*}{f_2^*} + 2\delta}, \quad (3)$$

$$M = \frac{2M_K(1+\delta)}{\frac{\beta}{\beta_K} + \frac{\beta_K}{\beta} + 2\delta}, \quad (4)$$

где  $f_2^*$ , как и  $\beta$  – относительная частота тока ротора,  $f_2^* = \beta = f_2/f_{1H}$ ,  $f_{1H}$  – номинальная частота тока статора;  $\beta_K$  или  $f_{2K}^*$  – критическая частота тока ротора (относительное значение),  $f_2$  – абсолютное скольжение [3].

Некоторые авторы называют  $\beta$  и  $f_2^*$  параметрами абсолютного скольжения.

У разных авторов «добавка»  $\delta$  в [1, 2, 4, 5] имеет для вычисления разные формулы, которые без расшифровки приведены ниже.

В [1] приводится формула

$$\delta = \varepsilon = \frac{\frac{r_s}{f_s^*} \cdot x_s(1-\sigma)}{\sqrt{\left[\left(\frac{r_s}{f_s^*}\right)^2 + x_s^2\right] \cdot \left[\left(\frac{r_s}{f_s^*}\right)^2 + (x_s \cdot \sigma)^2\right]}}. \quad (5)$$

В [2]

$$\delta = q \cdot \beta_K = \frac{r_1 \cdot \alpha}{r_2' (d^2 + e^2 \cdot \alpha^2)} \cdot \beta_K. \quad (6)$$

В [4]

$$\delta = a \cdot S_K = \frac{r_1}{r_2'} \cdot S_K. \quad (7)$$

В [5]

$$\delta = \frac{S_{KS} (1 - \sigma)}{\sqrt{(1 + \sigma^2 \cdot S_{KS}^2) \cdot (1 + S_{KS}^2)}}. \quad (8)$$

Графики коэффициента  $\delta$  в функции частоты  $f_1$  с учетом параметров тягового двигателя АД 914 рассчитаны по формулам (5) – (8) и приведены для диапазона частот 1...55,9 Гц на рис. 1. Они практически совмещаются, поэтому формула (7) из-за своей простоты наиболее употребляемая.

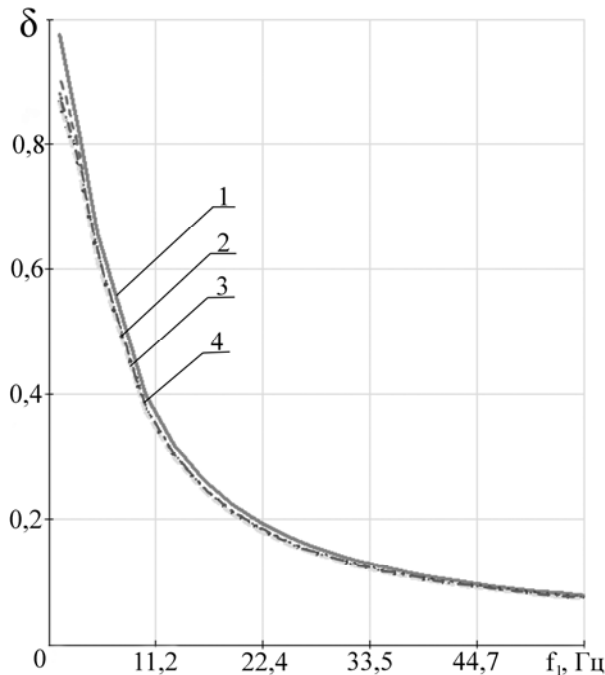


Рис. 1. К сравнению коэффициентов  $\delta$ :  
1 – рассчитана по (7); 2 – по (6); 3 – по (5); 4 – по (8)

В настоящей работе предлагается использовать видоизмененную формулу, содержащую не относительные величины  $f_2^*$ ,  $f_{2K}^*$  или  $\beta$ ,  $\beta_K$ , а абсолютные значения  $f_2$  и  $f_{2K}$ :

$$M = \frac{2M_K \left( 1 + \frac{r_1}{r_2'} \cdot \frac{f_{2K}}{f_1} \right)}{\frac{f_2}{f_{2K}} + \frac{f_{2K}}{f_2} + 2 \frac{r_1}{r_2'} \cdot \frac{f_{2K}}{f_1}}, \quad (9)$$

где  $f_2$ ,  $f_{2K}$  – абсолютное и абсолютное критическое скольжение.

Величины  $f_2$  и  $f_{2K}$  более информативны и легко воспринимаются на графиках (рис. 2)

Также при использовании абсолютных величин появляется возможность получить готовое значение абсолютного скольжения  $f_2$ , соответствующее требуемому моменту, путем преобразования формулы (9) в квадратное уравнение и решением его.

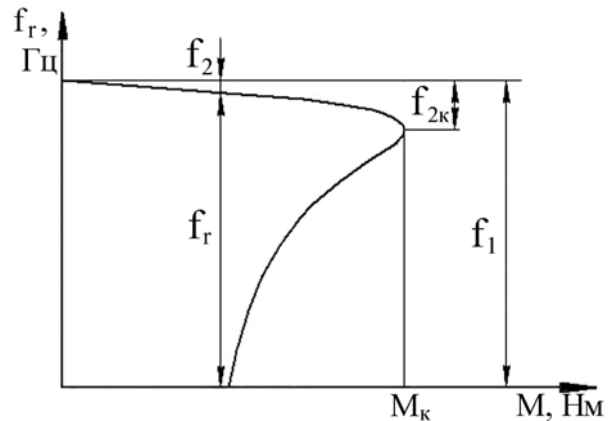


Рис. 2. Механическая характеристика асинхронного двигателя

Квадратное уравнение имеет вид:

$$f_2^2 - \left[ \frac{2M_K}{M} \cdot \left( 1 + a \frac{f_{2K}}{f_1} \right) - 2a \frac{f_{2K}}{f_1} \right] \cdot f_{2K} \cdot f_2 + f_{2K}^2 = 0, \quad (10)$$

где  $a = \frac{r_1}{r_2'}$ .

Для асинхронного тягового двигателя АД 914 с обмоткой ротора из алюминиевого сплава и при его нагреве до 150 °С  $a = \frac{0,0344}{0,0308} = 1,11$ .

Решая уравнение (10) относительно  $f_2$  (предварительно рассчитав величины  $M_K$  и  $f_{2K}$ ), получаем два значения  $f_2$  – для рабочей и нерабочей части механической характеристики. Берется та, которая меньше величины  $f_{2K}$ .

Таким образом, предлагается простой способ определения абсолютного скольжения  $f_2$  в зависимости от требуемого момента  $M$  для любой частоты  $f_1$ .

При частотах  $f_1$  свыше 25...30 Гц возможно использовать более простой вариант расчета

момента  $M$ , не учитывая при этом коэффициент  $\delta$ . Тогда формула (9) будет иметь вид:

$$M = \frac{2M_K}{\frac{f_2}{f_{2K}} + \frac{f_{2K}}{f_2}}. \quad (11)$$

Эта формула преобразуется в квадратное уравнение

$$f_2^2 - \frac{2M_K}{M} \cdot f_{2K} \cdot f_2 + f_{2K}^2 = 0. \quad (12)$$

И решением этого уравнения будет

$$f_{2(1,2)} = f_{2K} \left( \frac{M_K}{M} \pm \sqrt{\left( \frac{M_K}{M} \right)^2 - 1} \right). \quad (13)$$

В литературе часто предлагается пренебречь активным сопротивлением статора  $r_1$ . Это позволяет упростить формулы, но может приводить к большим ошибкам при расчетах для низких частот. При  $r_1 = 0$  формула

$$M_K = \frac{m_1 p}{2\pi f_1} \cdot \frac{U_{1\phi}^2}{2 \left[ r_1 \pm \sqrt{r_1^2 + (x_K)^2} \right]} \quad (14)$$

превращается в формулу

$$M_K = \frac{m_1 p}{8\pi^2 L_K} \cdot \left( \frac{U_{1\phi}}{f_1} \right)^2 = c_1 \cdot \left( \frac{U_{1\phi}}{f_1} \right)^2, \quad (15)$$

где  $c_1$  – постоянная величина.

В этом случае критический момент зависит только от отношения  $U_1/f_1$ , а значит при  $U_1/f_1 = \text{const}$  момент  $M_K = \text{const}$ .

Критическое абсолютное скольжение при  $r_1 = 0$ :

$$S_K = \frac{r'_2}{x_1 + x'_2} = \frac{r'_2}{x_K} = \frac{r'_2}{2\pi f_1 \cdot L_K}. \quad (16)$$

При частотном управлении используют не относительное критическое скольжение  $S_K$ , а абсолютное критическое скольжение  $f_{2K}$ , поэтому поскольку  $S_K = f_{2K}/f_1$ , то учитывая (16) получим

$$f_{2K} = S_K \cdot f_1 = \frac{r'_2}{2\pi \cdot L_K}. \quad (17)$$

Допуская отсутствие насыщения стали и  $r_1 = 0$ , имеем абсолютное критическое скольжение, которое не зависит от частоты  $f_1$ :

$$f_{2K} = \frac{r'_2}{2\pi \cdot L_K} = \text{const}.$$

Таким образом, формулы (15) и (17) дают основание сделать вывод о том, что все механические характеристики в диапазоне частот  $f_{1\min} \dots f_{1\text{ном}}$  являются «близнецами» (рис. 3).

А отсюда может быть сделан вывод – для получения  $M = \text{const}$  необходимо иметь  $f_2 = \text{const}$  (т.к. жесткость у всех характеристик одинакова). Но реально критическое абсолютное скольжение  $f_{2K}$  изменяется. Это показано графиками  $f_{2K}$  и  $S_K$  в функции частоты  $f_1$  на рис. 4 (для параметров тягового двигателя АД 914).

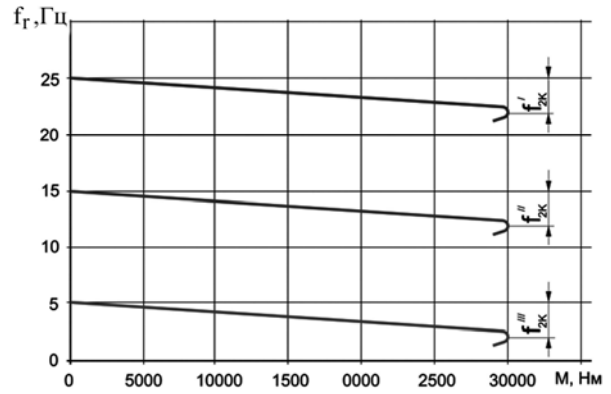


Рис. 3. Механические характеристики асинхронного двигателя при  $r_1 = 0$  и  $U_1/f_1 = \text{const}$ ,

$$f'_{2K} = f''_{2K} = f'''_{2K}$$

Расчеты показывают, что значительные изменения  $f_{2K}$  происходят в зоне низких частот  $f_1$ . А это значит, что жесткость характеристик также будет существенно изменяться в функции частоты  $f_1$ . Поэтому одна и та же величина  $f_2$  на разных характеристиках будет давать разные значения моментов. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен ниже.

В расчетные формулы входят три параметра, зависящих от активного сопротивления статора  $r_1$ . Это критический момент  $M_K$ , критическое скольжение  $S_K$  (или  $f_{2K}^*$ ,  $\beta_K$ ), и коэффициент  $\delta$ . При расчетах момента  $M$  возможны различные варианты:

- учет  $r_1$  только при расчете  $M_K$ ;
- учет  $r_1$  только при расчете  $S_K(f_{2K})$ ;

- в) учет  $r_1$  только при расчете  $\delta$ ;
- г) учет  $r_1$  только при расчетах  $M_K$  и  $S_K(f_{2K}^*)$ , но без учета его при расчете  $\delta$ ;
- д) учет  $r_1$  при расчете всех параметров.

На рис. 5 приведены графики механических характеристик тягового двигателя АД 914 для

частоты  $f_1 = 3$  Гц при фазном напряжении 96 В. Штриховыми линиями показаны характеристики, рассчитанные по полной формуле Клосса, а сплошными – по упрощенной формуле.

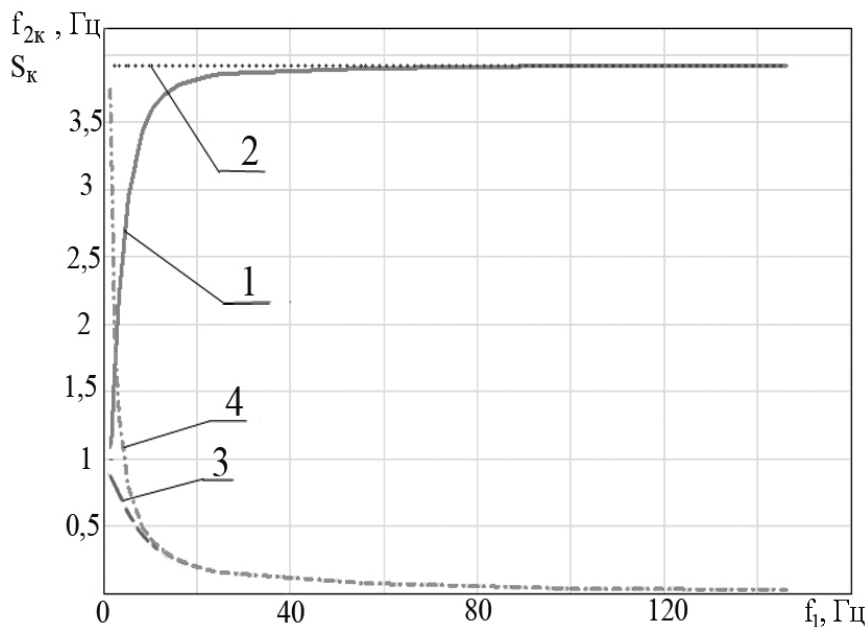


Рис. 4. Графики критических относительных  $S_K$  и абсолютных  $f_{2K}$  скольжений в функции частоты  $f_1$ :  
1 – расчет  $f_{2K}$  при  $r_1 = 0,0344$  Ом; 2 – расчет  $f_{2K}$  при  $r_1 = 0$  Ом; 3 – расчет  $S_K$  при  $r_1 = 0,0344$  Ом; 4 – расчет  $S_K$  при  $r_1 = 0$

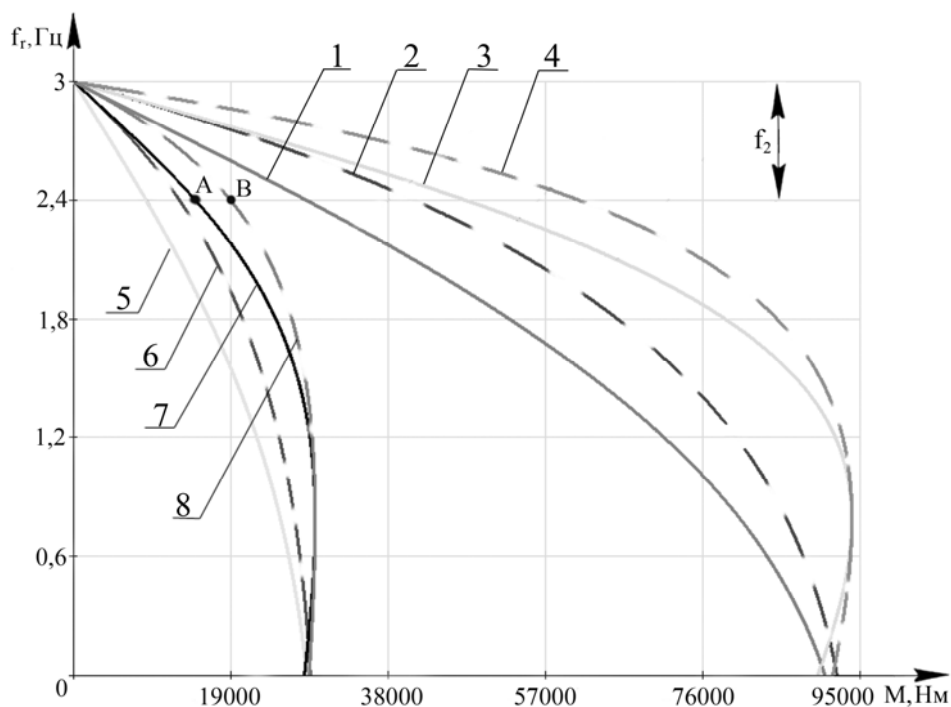


Рис. 5. Механические характеристики, рассчитанные по различным формулам и при разных параметрах, для  $f_1 = 3$  Гц

Группа кривых 1-4 получена при расчете критического момента  $M_K$  при активном сопротивлении статора  $r_1 = 0$ .

Группа кривых 5-8 получена при расчете  $M_K$  при активном сопротивлении статора  $r_1 = 0,0344$  Ом (при  $t = 150^\circ\text{C}$ ).

Первая группа кривых (1-4) дает нереально большие моменты. Поэтому их анализ не имеет смысла.

Кривые 1, 2, 5, 6 – получены при расчетах абсолютного критического скольжения  $f_{2K}$  ( $S_K$ ) при  $r_1 = 0$ . Расчет велся по известным

формулам  $S_K = \frac{r'_2}{\sqrt{r_1^2 + x_K^2}}$  и  $f_{2K} = S_K \cdot f_1$ .

Величина  $f_{2K}$  для указанных графиков получена большей, чем величина  $f_1$  и равна 3,92 Гц.

Кривые 3, 4, 7, 8 получены при  $r_1 = 0,0344$  Ом, и для них значение  $f_{2K} = 2,217$  Гц. Итак, внимания заслуживают только кривые 7 и 8, для которых  $f_{2K}$  и  $M_K$  рассчитывались с учетом активных сопротивлений. Кривая 7 рассчитана по упрощенной формуле Клосса (11), а кривая 8 – по полной формуле (9).

Рис. 5 позволяют сделать вывод о том что величина момента двигателя при одном и том же значении абсолютного скольжения  $f_2$  при расчетах по полной и упрощенной формулам Клосса может отличаться на десятки процентов (сравним моменты в точках А и В при одном и том же значении  $f_2$ ).

На рис. 6 изображены две кривые зависимости частоты вращения ротора от момента  $f_r = \varphi(M)$ , которые рассчитаны для одного и того же значения  $f_2 = 0,67$ , соответствующего номинальному режиму, при изменении  $f_1$  от 1 до  $f_{1H} = 55,9$  Гц и при напряжениях, которые обеспечивают один и тот же критический момент  $M_K = M_H = \text{const}$  во всем диапазоне указанных частот [6].

Графики представлены с целью показать следующее:

- $f_2 = \text{const}$  не обеспечивает  $M = \text{const}$  в зоне пусковых частот;
- разность моментов, рассчитанных по формулам (9) и (11) зависит от частоты  $f_1$ ;
- резкое увеличение моментов на низких частотах является следствием увеличения жесткости механических характеристик, и тем больше чем ниже частота  $f_1$ .

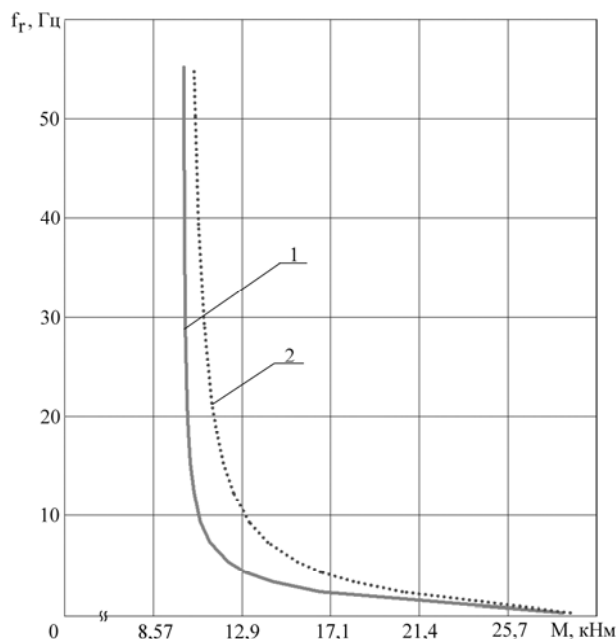


Рис. 6. Моменты двигателя, рассчитанные по полной и упрощенной формуле Клосса для  $f_2 = \text{const}$ :

1 – при расчете по (11); 2 – при расчете по (9)

Разница  $\Delta M$  между расчетными значениями моментов, полученными по формулам (9) и (11) для двигателя АД 914 при  $f_2 = \text{const}$  представлена на рис. 7.

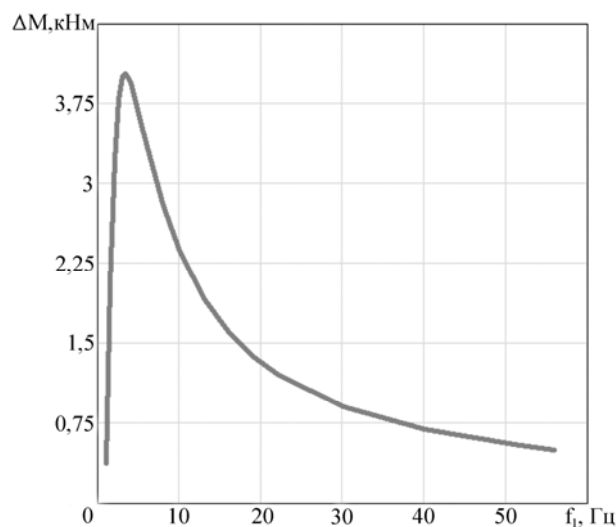


Рис. 7. Разность моментов, получаемых при расчетах по полной и упрощенной формулам Клосса

График показывает, что максимальное значение  $\Delta M$  имеет место при частоте  $f_1$  в районе 3,3 Гц. Резкое снижение величины  $\Delta M$  имеет место с обеих сторон вблизи максимума. Однако с увеличением частоты  $f_1$  график  $\Delta M(f_1)$  становится более пологим, и значение  $\Delta M$  стремится к нулю.

## ВЫВОДЫ

1. В работе дан способ определения момента двигателя в зависимости от частоты тока ротора  $f_2$  при любом значении  $f_1$  и  $U_1$ .

2. Часто встречающееся в литературе утверждение о том, что  $f_2 = \text{const}$  во всем диапазоне пуска обеспечивает  $M = \text{const}$  – не соответствует действительности.

3. Расчет характеристик частотно-управляемого асинхронного двигателя для низких частот при допущении равенства нулю активного сопротивления обмотки статора и использование упрощенной формулы Клосса дает некорректные результаты.

4. Различие результатов расчета момента для двигателя АД 914 по упрощенной и полной формуле Клосса в диапазоне частот  $f_1 = 3,3...55,9$  Гц тем больше, чем ниже частота тока статора.

2. Булгаков, А. А. Частотное управление асинхронными двигателями [Текст] / А. А. Булгаков. – М.: Энергоиздат, 1982. – 216 с.
3. Ротанов, Н. А. Электроподвижной состав с асинхронными тяговыми двигателями [Текст] / Н. А. Ротанов. – М.: Транспорт, 1991. – 336 с.
4. Основы автоматизированного электропривода [Текст] : учеб. пособие для вузов / М. Г. Чиликин [и др.]. – М.: Энергия, 1974. – 568 с.
5. Ковач, К. П. Переходные процессы в машинах переменного тока [Текст] / К. П. Ковач, И. Рац; [пер. с нем. А. А. Дартау и В. А. Щедровича]; под ред. А. И. Вольдека. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 744 с.
6. Чиликин, М. Г. Общий курс электропривода [Текст] : учеб. для вузов. – 6-е изд., доп. и перераб. / М. Г. Чиликин, А. С. Сандлер. – М.: Энергоиздат, 1981. – 560 с.

Поступила в редколлегию 12.05.2010.

Принята к печати 26.05.2010.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сабинин, Ю. А. Частотно-регулируемые асинхронные электроприводы [Текст] / Ю. А. Сабинин, В. А. Грузов. – Л.: Энергоиздат, 1985. – 128 с.