

УДК [624.04:624.131.5]:004.94

## ВИБІР СІТКИ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ КОМП'ЮТЕРНОМУ МОДЕЛЮВАННІ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ І ГРУНТОВИХ МАСИВІВ

*к.т.н. Гуслиста Г.Е., д.т.н., доц. Банніков Д.О.\**

*ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»,*

*\* Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту  
імені академіка В. Лазаряна*

### Постановка проблеми, аналіз останніх досліджень та публікацій

На сьогодні найбільш популярним серед існуючих методів аналізу різноманітних конструкцій і споруд є метод скінченних елементів (МСЕ).

Незважаючи на всі переваги інших числових методів тільки МСЕ застосовується в промислових масштабах. Саме МСЕ реалізований в багатьох програмних розробках для сучасних комп'ютерів. І саме МСЕ застосовується для прогнозування поведінки не тільки конструкцій зі сталі, залізобетону, дерева або пластиків, але й ґрунтових масивів, руху газів, фільтрації та течії рідини та інших фізичних процесів. Це пов'язане з низкою властивостей, що притаманні цьому методу [1].

Основна ідея МСЕ полягає в розбитті (дискретизації) розрахункової області (конструкції) на низку більш дрібних підобластей (скінченних елементів) стандартної геометричної форми (стрижні, пластини, оболонки, об'ємні тіла – тетраєдр, призма та ін.). При цьому питання про вибір сітки скінченних елементів є одним з ключових для забезпечення точності і достовірності отримуваних результатів. Аналіз великої кількості наукової літератури, присвяченої МСЕ [2-10], показав, що на жаль в даний час не існує якихось певних універсальних теоретичних розробок стосовно такого вибору. Всі рекомендації зводяться в більшості випадків до напівформальних закономірностей, які також буває складно застосувати в певній конкретній ситуації.

### Мета досліджень

Метою досліджень, приведених в даній статті, є встановлення необхідних розмірів та конфігурації СЕ, застосовуваних при моделюванні напружено-деформованого стану будівельних конструкцій і ґрунтових масивів.

### Викладення основного матеріалу досліджень

Оскільки моделювання за допомогою стрижневих скінченних елементів труднощів не викликає (рекомендації щодо розбиття стрижнів на скінченні елементи в літературі існують), при визначенні необхідних розмірів, форми та конфігурації скінченних елементів розглядалися плоскі скінченні елементи пластин та оболонок. Такі елементи застосовуються в просторових (тривимірних) моделях будівельних конструкцій, а також в плоских (двовимірних) моделях ґрунтового масиву в умовах плоскої задачі механіки ґрунтів. Створення просторової моделі ґрунтового масиву здійснюється на

основі вже створеної плоскої моделі, отже при цьому розмір, форма та конфігурація просторового скінченного елемента обумовлюється вихідною плоскою моделлю.

Задача досліджень була сформульована таким чином. Квадратна область зі стороною квадрата  $l = 10$  м перебуває під дією двох врівноважених зосереджених сил  $P = 1$  кН в умовах плоскої деформації (рис. 1). На цьому ж рисунку зображена сітка скінченних елементів зі стороною  $a$ .

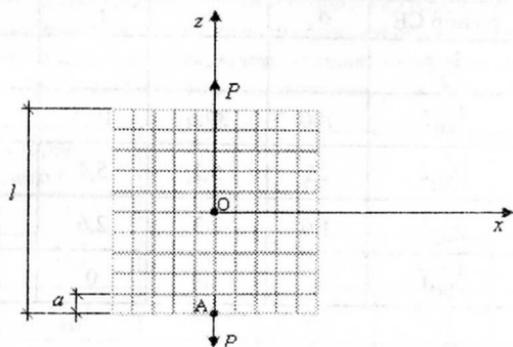


Рис. 1. Розбиття квадратної області на скінченні елементи

Умови закріплення квадратної області: повне закріплення точки  $O$  та закріплення точки  $A$  від переміщень вздовж осі  $x$ .

В ході досліджень варіювались конфігурація та розміри скінченних елементів.

При дослідженні впливу розмірів скінченних елементів квадратна пластина розбивалась на квадратні скінченні елементи. Розмір сторони квадратного скінченного елемента  $a$  приймався в частках від розміру пластини  $l$  та на кожному етапі досліджень зменшувався вдвічі, тобто  $a$  дорівнював  $1/5l$ ,  $1/10l$ ,  $1/20l$ ,  $1/40l$ ,  $1/80l$ .

Задача розв'язувалась при використанні ПК «ЛІРА» в лінійній постановці. Фізико-механічні характеристики матеріалу умовно були прийняті такими: модуль деформації  $E = 7000$  кН/м<sup>2</sup>, коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,35$ , питома вага  $\gamma = 18$  кН/м<sup>3</sup>.

На кожному з етапів визначались напруження в квадратній області  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$  та її переміщення  $X$ ,  $Z$  вздовж відповідних осей.

Отримані на кожному етапі напруження та переміщення порівнювались з отриманими на попередньому етапі, а також з точним аналітичним розв'язком, отриманим методом теорії пружності [11]. Результати проведених досліджень представлені в таблицях 1, 2.

Аналіз табличних даних дозволив зробити висновок, що, якщо розходження результатів попереднього та наступного етапів (тобто при

зменшенні розміру скінченних елементів вдвічі) становить не більше 5 %, то розходження з точним розв'язком не перевищує 1,5 %.

*Таблиця 1*  
Розходження результатів розрахунку параметрів напружено-деформованого стану квадратної області у порівнянні з попереднім етапом при зменшенні розміру скінченних елементів вдвічі, %

№ етапу	розмір CE	$\sigma_x$	$\sigma_z$	$\tau_{xz}$	X	Z
1	$\frac{1}{5}l$	-	-	-	-	-
2	$\frac{1}{10}l$	700	39,6	19,4	2,9	0
3	$\frac{1}{20}l$	25	5,1	5,4	1,4	0
4	$\frac{1}{40}l$	1,6	2,3	2,6	1,4	0
5	$\frac{1}{80}l$	0	1,4	0	0	0

*Таблиця 2*  
Розходження результатів розрахунку параметрів напружено-деформованого стану квадратної області у порівнянні з аналітичним розв'язком при варіюванні розмірів скінченних елементів, %

№ етапу	розмір CE	$\sigma_x$	$\sigma_z$	$\tau_{xz}$	X	Z
1	$\frac{1}{5}l$	90	38,9	18,4	5,4	0
2	$\frac{1}{10}l$	20	8,3	2,6	2,7	0
3	$\frac{1}{20}l$	1,6	2,9	2,6	1,4	0
4	$\frac{1}{40}l$	0	1,4	0	0	0
5	$\frac{1}{80}l$	0	0	0	0	0

При дослідженні впливу конфігурації скінченних елементів на результати розрахунку квадратну область було розбито на скінченні елементи у формі прямокутників, трикутників та паралелограмів.

З метою визначення впливу співвідношення сторін скінченного елемента на результати розрахунку в ході досліджень були проведені розрахунки при розбитті області на прямокутні CE із співвідношенням сторін 1:20, 1:10, 1:5, 1:2, 1:1. Також при цьому варіювався розмір скінченних елементів.

Для кожного з варіантів розрахунку обчислювались напруження в розрахунковій області  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$  та її переміщення  $X$ ,  $Z$  вздовж відповідних осей.

В якості прикладу результати розрахунку для співвідношення сторін 1:10 приведені в таблиці 3.

Таблиця 3

*Розходження результатів розрахунку параметрів напружено-деформованого стану розрахункової області при застосуванні прямокутних скінченних елементів із співвідношенням сторін 1:10 у порівнянні з точним аналітичним розв'язком, %*

розміри сторін прямокутного СЕ		$\sigma_x$	$\sigma_z$	$\tau_{xz}$	$X$	$Z$
$a$	$b$					
$\frac{1}{40}l$	$\frac{1}{4}l$	90	27,7	42,1	5,4	21,2
$\frac{1}{100}l$	$\frac{1}{10}l$	31,7	4,2	13,2	0	1,2
$\frac{1}{200}l$	$\frac{1}{20}l$	10	0	0	0	1,2
$\frac{1}{400}l$	$\frac{1}{40}l$	0	0	0	0	0

Аналіз результатів розрахунку дозволив встановити, що при різних співвідношеннях сторін прямокутного скінченного елемента розходження результатів у порівнянні з точним розв'язком не перевищує 10 %, якщо розміри скінченних елементів призначені в діапазоні  $(\frac{1}{20} \dots \frac{1}{40})l$ . Виходячи з цього можна зробити висновок, що при розмірі більшої сторони скінченного елемента в межах  $(\frac{1}{20} \dots \frac{1}{40})l$  можна при моделюванні застосовувати прямокутні скінченні елементи із співвідношенням сторін 1:20, 1:10, 1:5, 1:2, 1:1.

З метою визначення впливу розмірів кутів скінченного елемента на результати розрахунку при розбитті розрахункової області на скінченні елементи у формі неправильних чотирикутників варіювався розмір їх найменшого кута  $\alpha$ . Зокрема гострий кут  $\alpha$  дорівнював  $6^\circ$ ;  $11^\circ$ ;  $27^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $90^\circ$ , при цьому розмір більшого (тупого) кута  $\beta$  дорівнював відповідно  $174^\circ$ ;  $169^\circ$ ;  $153^\circ$ ;  $135^\circ$ ;  $90^\circ$ . З урахуванням даних попереднього дослідження розмір сторони чотирикутника було прийнято  $a = \frac{1}{40}l$ . Для кожного з варіантів розрахунку обчислювались напруження в розрахунковій області  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$  та її переміщення  $X$ ,  $Z$  вздовж відповідних осей. Результати розрахунку приведені в таблиці 4.

Таблиця 4

*Розходження результатів розрахунку параметрів  
напружено-деформованого стану розрахункової області при застосуванні  
скінченних елементів у формі неправильного чотирикутника при різних  
розмірах його кутів у порівнянні з точним аналітичним розв'язком, %*

Найменування	розміри кутів чотирикутника $\alpha, \beta, ^\circ$				
	6; 174	11; 169	27; 153	45; 135	90; 90
нормальні напруження $\sigma_x, \sigma_z$	14,2	12,4	5,7	5,7	0
дотичне напруження $\tau_{xz}$	500	100	5,3	2,6	0
переміщення вздовж осей $X, Z$	5,7	1,2	3,3	6,7	0

З таблиці видно, що при застосуванні скінченних елементів у формі неправильних чотирикутників відсоток розходжень результатів у порівнянні з точним аналітичним розв'язком зменшується при наближенні розміру меншого кута чотирикутника  $\alpha$  до  $90^\circ$ . Для напружень  $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$  та переміщень  $X, Z$  різниця в результатах не перевищує 7 % при розмірі кута  $\alpha$  в межах  $30 - 90^\circ$ . При розмірі кута  $\alpha$  в межах  $0 - 30^\circ$  ( $\beta$  - відповідно  $150 - 180^\circ$ ) різниця в результатах для переміщень  $X, Z$  не більше 6 %, для нормальних напружень  $\sigma_x, \sigma_z$  - близько 15 %, а для дотичного напруження  $\tau_{xz}$  результати відрізняються від точних в кілька разів. Отже, при застосуванні скінченних елементів у формі неправильних чотирикутників слід уникати таких, гострі кути яких дорівнюють  $0 - 30^\circ$ , а тупі  $150 - 180^\circ$ .

Також в ході досліджень були проведені розрахунки при розбитті області на скінченні елементи у формі трикутників.

Було розглянуто сітку скінченних елементів у формі прямокутних трикутників. Менші гострі кути  $\alpha$  цих прямокутних трикутників дорівнювали  $6^\circ; 11^\circ; 27^\circ; 45^\circ$ . Також при цьому варіювався розмір катетів ( $a, b$ ) трикутних скінченних елементів.

Для кожного з варіантів розрахунку обчислювались напруження в розрахунковій області  $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$  та її переміщення  $X, Z$  вздовж відповідних осей.

За результатами розрахунків було встановлено, що точність отримуваних розв'язків залежить не від розмірів гострих кутів трикутників, а тільки від розмірів сторін трикутників. Розходження результатів розрахунку нормальних напружень  $\sigma_x$  та  $\sigma_z$  у порівнянні з точним аналітичним розв'язком не перевищує 10 % при розмірах сторін трикутників

$(\frac{1}{20} \dots \frac{1}{40})l$ , де  $l$  - розмір розрахункової області. Розходження для дотичного напруження  $\tau_{xz}$  не перевищує 5 – 10 % при розмірах сторін трикутників  $(\frac{1}{40} \dots \frac{1}{80})l$ , де  $l$  - розмір розрахункової області. При цьому переміщення  $X, Z$  вздовж відповідних осей в кілька разів відрізняються від точних за рахунок деякого перекосу ізополів переміщень при застосуванні трикутних скінченних елементів (рис. 2-4).

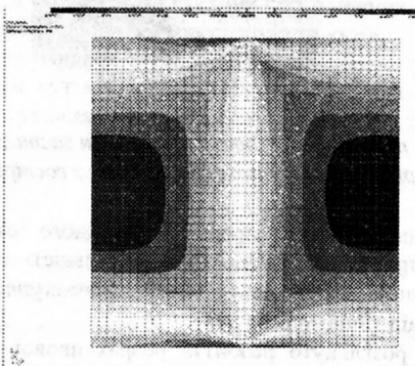


Рис. 2. Ізополі переміщень вздовж осі  $X$ , що відповідають точному розв'язку задачі

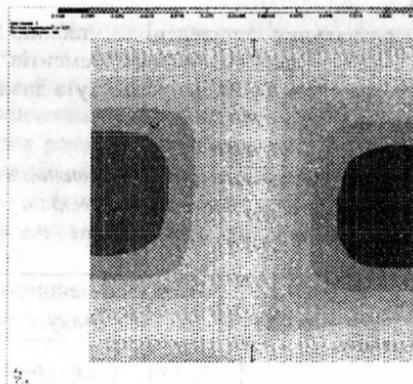


Рис. 3. Ізополі переміщень вздовж осі  $X$  при застосуванні скінченних елементів у формі прямокутних трикутників з гострим кутом  $\alpha = 6^\circ$

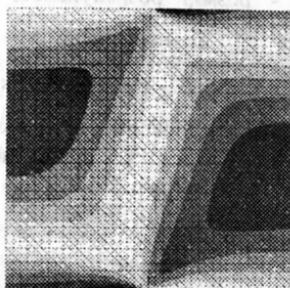


Рис. 4. Ізополя переміщень вздовж осі  $X$  при застосуванні скінченних елементів у формі прямокутних трикутників з гострим кутом  $\alpha = 45^\circ$

При чому, чим більше форма трикутного скінченного елемента наближається до правильної та чим більше кількість цих елементів (тобто, чим менше їх розмір), тим більше результати розрахунку для переміщень  $X$ ,  $Z$  відрізняються від точного розв'язку.

Також було розглянуто розбиття розрахункової області на скінченні елементи у формі неправильних трикутників з тупими кутами  $\beta$   $174^\circ$ ;  $169^\circ$ ;  $153^\circ$ ;  $135^\circ$ , гострі кути  $\alpha$  при цьому дорівнювали відповідно  $3^\circ$ ;  $5^\circ$ ;  $13^\circ$ ;  $18^\circ$ .

Для кожного з варіантів розрахунку обчислювались напруження в розрахунковій області  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$  та її переміщення  $X$ ,  $Z$  вздовж відповідних осей.

Результати розрахунку приведені в таблиці 5. Аналіз результатів показав, що при застосуванні скінченних елементів у формі неправильних трикутників з тупими кутами розмір тупого кута значно впливає на точність результатів розрахунку.

Таблиця 5

Розходження результатів розрахунку у порівнянні з точним аналітичним розв'язком при застосуванні скінченних елементів у формі неправильного трикутника при різних розмірах його кутів, %

Найменування	розміри найменшого та найбільшого кутів трикутника, $\alpha$ , $\beta$ , $^\circ$			
	3; 174	6; 169	13; 153	18; 135
нормальне напруження $\sigma_x$	150,0	75,0	0,0	0
нормальне напруження $\sigma_z$	10,9	7,8	0,5	0,5
дотичне напруження $\tau_{xz}$	18,4	13,2	5,3	2,6

Так, при розмірах тупого кута трикутника в межах  $150 - 180^\circ$  розходження результатів для нормального напруження  $\sigma_x$  становить більше 75 %, а для нормального напруження  $\sigma_z$  та дотичного напруження  $\tau_{xz}$  - більше 5 %.

Крім того, при застосуванні скінчених елементів у формі неправильних трикутників з будь-якими розмірами кутів переміщення вздовж осей  $X$ ,  $Z$  в деяких точках розрахункової області в 2 – 16 разів відрізняються від точних.

Це ж спостерігалось і при застосуванні скінчених елементів у формі прямокутних трикутників з будь-якими розмірами кутів.

Отже, при моделюванні не слід застосовувати трикутні скінченні елементи з розмірами кутів в межах  $150 - 180^\circ$ , а при можливості краще взагалі уникати застосування трикутних скінчених елементів.

### **Висновки**

1. При застосуванні квадратних скінчених елементів розходження результатів розрахунку параметрів напружено-деформованого стану у порівнянні з точним аналітичним розв'язком становить менше 5 % при розмірах скінченого елемента  $\frac{1}{20}l$ , де  $l$  - розмір розрахункової області.
2. При застосуванні прямокутних скінчених елементів із співвідношенням сторін 1:20, 1:10, 1:5, 1:2, 1:1 розходження результатів розрахунку у порівнянні з точним розв'язком не перевищує 10 %, якщо розмір більшої сторони прямокутних скінчених елементів змінюється в діапазоні  $(\frac{1}{20} \dots \frac{1}{40})l$ ,  $l$  - розмір розрахункової області.
3. При застосуванні скінчених елементів у формі неправильних чотирикутників точність отримуваних результатів підвищується при наближенні розміру меншого кута чотирикутника  $\alpha$  до  $90^\circ$ .
4. При застосуванні скінчених елементів у формі прямокутних трикутників, точність отримуваних розв'язків залежить не від розмірів гострих кутів трикутників, а тільки від розмірів сторін трикутників.
5. При застосуванні скінчених елементів у формі неправильних трикутників з тупими кутами в межах  $150 - 180^\circ$  розходження результатів становить більше 75 %.
6. При застосуванні трикутних скінчених елементів будь-якої конфігурації (тобто, з будь-якими розмірами кутів) переміщення в деяких точках розрахункової області в 2 – 16 разів відрізняються від точних за рахунок перекосу ізополів переміщень.

### **ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА**

1. Банников, Д.О. Расчет пирамидально-призматических бункеров методом конечных элементов [Текст] / Д.О. Банников, М.И. Казакевич. – Днепропетровск: Наука и образование. 2003. – 150 с.

2. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред [Текст] / О. Зенкевич, И. Чанг; пер. с англ. О.П. Троицкого; под ред. д.т.н. Ю.К. Зарецкого. – М.: Недра, 1974. – 238 с.
3. Зенкевич, О.С. Метод конечных элементов в технике [Текст] / О.С. Зенкевич; пер. с англ.; под ред. Б.Е. Победри. – М.: Мир, 1975. – 542 с.
4. Ухов, С.Б. Расчет сооружений и оснований методом конечных элементов: учеб. пособие [Текст] / С.Б. Ухов. – М., 1973. – 118 с. с черт.
5. Амузин, Б.З. Метод конечных элементов при решении задач горной геомеханики [Текст] / Б.З. Амузин, А.Б. Фадеев. – М., 1975.
6. Автоматизация расчетов транспортных сооружений [Текст] / [Городецкий А.С., Зоворицкий В.И., Лантух-Лященко А.И., Рассказов А.О.; редактор Л.Н. Пустовалова]. – М.: Транспорт, 1989. – 231 с.
7. Метод конечных элементов: теория и численная реализация. Программный комплекс «ЛИРА-Windows» [Текст] / [Городецкий А.С., Евзеров И.Д., Стрелец-Стрелецкий Е.Б. и др.]. – К.: ФАКТ, 1997. – 138 с.
8. Метод конечных элементов: Учеб. пособие [Текст] / [П.М. Варвак, И.М. Бузун, А.С. Городецкий и др.]; под ред. Варвака П.М. – К.: Вища школа, 1981. – 176 с.
9. Перельмутер, А. В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа [Текст] / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – Киев: «Сталь», 2002. – 600 с.: ил.
10. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов [Текст] / Л.Сегерлинд; пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
11. Розин, Л.А. Метод конечных элементов в применении к упругим системам [Текст] / Л.А. Розин. – М.: Стройиздат, 1977. – 129 с.

УДК 624.05:005.72+005.591.6

## РОЗВИТОК ТА ОНОВЛЕННЯ ОРГАНІЗАЦІЙНИХ СТРУКТУР БУДІВЕЛЬНОЇ КОМПАНІЇ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ АДАПТИВНИХ ЯКОСТЕЙ ЇЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ (НА ПРИКЛАДІ ВАТ «УКРТЕХНОПРОМ»)

*к.т.н, доц. Доненко В.І.*

*Запорізька державна інженерна академія, м. Запоріжжя*

**Актуальність теми.** Останнім часом фундаментальні зрушення та новітні тенденції на ринку будівельно-підрядних послуг, а саме: інтенсифікація зростання обсягів будівництва, насамперед, комерційного, потребує забезпечення поліпшення збалансованості учасників будівельно-інвестиційного процесу, що в свою чергу потребує формування об'єктно-орієнтованої команди втілення проекту в рамках структури замовника, або ж, силами спеціальних організацій з управління будівельними проектами;