

ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ ІМЕНІ АКАДЕМІКА В. ЛАЗАРЯНА

На правах рукопису

Куроп'ятник Олексій Сергійович

УДК 625.57

ФОРМУВАННЯ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ПРИВОДИ  
ПІДВІСНИХ КАНАТНИХ ДОРІГ З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ  
НЕСУЧЕ-ТЯГОВИХ СИСТЕМ

05.22.12 – промисловий транспорт

Дисертація на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Науковий керівник  
доктор технічних наук, професор  
Ракша Сергій Васильович

Дніпропетровськ – 2016

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	5
РОЗДІЛ 1 СТАН ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕНЬ .....	12
1.1. Загальні відомості про об'єкт дослідження .....	12
1.2. Огляд і аналіз досліджень навантаженості елементів ПКД .....	14
1.3. Основні результати та висновки за розділом.....	20
РОЗДІЛ 2 СТАТИЧНА НАВАНТАЖЕНІСТЬ ЕЛЕМЕНТІВ ПІДВІСНИХ КАНАТНИХ ДОРІГ .....	22
2.1. Математичне моделювання навантаженості та форми кривої провисання несучого каната з урахуванням його зміщення на опорах .....	22
2.1.1. Використання принципу модульного компоунування для розробки математичної моделі .....	23
2.1.2. Приклад складання математичної моделі .....	36
2.2. Дослідження зусиль у тягових канатах .....	38
2.2.1. Методика визначення зусиль у тягових канатах .....	38
2.2.2. Дослідження впливу пружних і температурних деформацій несучого каната на зусилля в тяговому канаті .....	42
2.3. Побудова діаграм окружних зусиль приводу .....	52
2.3.1. Побудова діаграм за результатами експерименту .....	53
2.3.2. Побудова діаграм за результатами математичного моделювання .....	56
2.4. Вплив раціонального розташування опор на навантаженість елементів канатних доріг .....	62
2.4.1. Зменшення навантаженості несучого каната .....	62
2.4.2. Зменшення навантаженості елементів приводу .....	68
2.5. Основні результати та висновки за розділом .....	77
РОЗДІЛ 3 ЧАСТОТНИЙ АНАЛІЗ ПРИВОДІВ ПІДВІСНИХ КАНАТНИХ ДОРІГ .....	79

	3
3.1. Моделювання динаміки приводів підвісних канатних доріг .....	79
3.2. Математичне забезпечення побудови частотних діаграм тягових контурів підвісних канатних доріг .....	86
3.3. Застосування частотних діаграм для аналізу динаміки тягових контурів підвісних канатних доріг різних типів .....	103
3.3.1. Побудова і аналіз частотних діаграм приводів ПКД маят- никового типу .....	104
3.3.2. Побудова і аналіз частотних діаграм приводів ПКД кіль- цевого типу .....	107
3.4. Обґрунтування раціональних швидкісних режимів приводів пі- двісних канатних доріг .....	110
3.4.1. Аналіз швидкісних режимів приводів ПКД маятникового типу .....	111
3.4.2. Аналіз швидкісних режимів приводів ПКД кільцевого типу	114
3.5. Основні результати та висновки за розділом .....	118
<b>РОЗДІЛ 4 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСТОТНОГО СПЕКТРА ПІДВІСНОЇ КАНАТНОЇ ДОРОГИ .....</b>	<b>120</b>
4.1. Мета і задачі експериментальних досліджень .....	120
4.2. Загальна характеристика експериментальної установки .....	120
4.3. Вимірювальне обладнання .....	124
4.4. Методика проведення досліджень .....	124
4.5. Аналіз результатів досліджень .....	131
4.6. Висновок за розділом .....	134
<b>ЗАГАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ .....</b>	<b>135</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>137</b>
Додаток А. Матриця коефіцієнтів для складання частотної функції .....	154
Додаток Б. Комп'ютерна програма для визначення власних частот тягового контуру ПКД .....	155
Додаток В. Осцилограми динамічних процесів у тяговому контурі .....	161

Додаток Г. Результати аналізу осцилограм динамічних процесів у тяговому контурі .....	182
Додаток Д. Методика визначення раціональних значень швидкості руху транспортних засобів підвісної канатної дороги .....	185
Додаток Е. Довідка про використання результатів дисертаційної роботи (ПКП «Союзпроммеханізація», м. Харків) .....	206
Додаток Ж. Акт про використання результатів кандидатської дисертаційної роботи (Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, м. Дніпропетровськ) .....	207

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Підвісні канатні дороги (ПКД) є універсальним транспортним засобом, який має суттєві переваги над існуючими машинами, що забезпечують перевезення вантажів та людей, зокрема, в межах промислових об'єктів. Обсяги витрат на спорудження та утримання ПКД є значно меншими, ніж відповідні величини, що характеризують інші види транспорту. При цьому тривалість циклу транспортування скорочується за рахунок реалізації можливості поєднання кінцевих (і проміжних, за необхідності) пунктів призначення за найкоротшою відстанню, що пояснюється малою залежністю траси ПКД від особливостей рельєфу місцевості. Сукупне врахування вказаних переваг підтверджує техніко-економічну доцільність використання канатних доріг як засобу промислового транспорту.

Під час моделювання канатних систем більшості ПКД несучі канати представляються як багатопрогонні гнучкі нитки, що перебувають у статичній рівновазі на всіх опорних точках каната. При цьому умовою такої рівноваги вважається рівність і постійність горизонтальних складових натягу ділянок каната в усіх прогонах. Таке припущення призводить до суттєвого зниження точності результатів моделювання ПКД з прогонами великої довжини, які на сьогодні є доволі поширеними. Тому для забезпечення можливості більш точного формування зовнішніх навантажень на приводи ПКД як засобів промислового транспорту актуальною задачею є розробка нових та уточнення існуючих моделей, які дозволяють визначати зусилля в елементах несуче-тягових систем за будь-яких вихідних даних, що сприятиме підвищенню ефективності ПКД.

При моделюванні приводів ПКД як складних динамічних систем виділяються два підходи. Перший з них полягає у дискретизації тягового каната шляхом його заміни системою зосереджених мас, послідовно з'єднаних між собою пружними невагомими елементами сталої жорсткості. Такий підхід є доволі простим з точки зору математичного апарату, що використовується для дослідження динаміки приводу, однак його точність суттєво знижується

у разі використання з метою розрахунку ПКД з прогонами значної довжини. Другий підхід до моделювання передбачає представлення приводу як дискретно-континуальної системи, у якій тяговий канат розглядається як елемент з розподіленими параметрами. Такий підхід є більш точним за попередній, однак на сьогодні його реалізовано лише у вигляді математичних моделей, що дозволяють досліджувати канатні установки, які мають по одному вагону на кожній з віток тягового каната. Зазначена особливість значно обмежує галузь використання таких моделей, тому розробка і використання нових, універсальних моделей, які є прийнятними для аналізу ПКД будь-якого типу з довільною кількістю одиниць рухомого складу на вітках тягового каната сприятиме підвищенню функціональної безпеки ПКД за рахунок забезпечення можливості більш точного формування зовнішніх навантажень, що є актуальним.

Таким чином, розробка та обґрунтування універсальних моделей процесів, які супроводжують експлуатацію ПКД, із залученням точних методів дослідження та сучасних технологій з метою формування зовнішніх навантажень є актуальною науково-технічною задачею.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана у Дніпропетровському національному університеті залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, відповідає пріоритетним напрямкам розвитку транспортної інфраструктури, які визначені Транспортною стратегією України на період до 2020 року. Автор дисертації є співвиконавцем держбюджетної науково-дослідної роботи № ДР 0112U003560 «Удосконалення методів оцінки та підвищення функціональної безпеки в експлуатаційній роботі на залізницях».

**Мета і задачі дослідження.** Метою дисертаційної роботи є формування розрахункових зовнішніх навантажень на приводи підвісних канатних допіг з урахуванням впливу несуче-тягових систем шляхом вдосконалення математичних моделей процесів, що супроводжують експлуатацію ПКД.

Поставлена мета досягається розв'язанням таких задач:

- аналіз відомих математичних моделей процесів, що супроводжують експлуатацію ПКД;
- уточнення математичних моделей процесів, що супроводжують експлуатацію ПКД, шляхом врахування впливу несуче-тягових систем;
- формування навантажень, які діють на приводи ПКД, на основі аналізу розроблених моделей;
- удосконалення математичної моделі для визначення власних частот тягових контурів ПКД;
- експериментальне підтвердження адекватності математичної моделі для визначення власних частот тягових контурів ПКД.

**Об'єкт дослідження** – процеси у тяговому контурі, що супроводжують експлуатацію підвісних канатних доріг.

**Предмет дослідження** – закономірності формування навантажень, які діють на приводи підвісних канатних доріг.

**Методи дослідження.** У роботі використовувалися теоретичні та експериментальні методи дослідження. Моделювання навантаженості несучих і тягових канатів здійснювалося з використанням методів, що ґрунтуються на положеннях теорії гнучких ниток. Частотний аналіз приводів виконувався з урахуванням методів хвильової механіки. Для розв'язання систем трансцендентних рівнянь, які є основою математичних моделей, використовувалися числові методи, реалізовані в програмному середовищі автоматизованих математичних розрахунків MathCAD. Експериментальні дослідження проводилися в лабораторних умовах з використанням систем реєстрації коливань елементів досліджуваної установки з подальшою розшифровкою осцилограм та математичною обробкою отриманих результатів.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає у наступному:

- вперше розроблено методіку побудови частотних діаграм тягових контурів ПКД як дискретно-континуальних систем, що дозволило підвищити безпеку транспортування шляхом встановлення проектних зна-

- чень швидкості руху вагонів з урахуванням необхідності попередження і обмеження резонансних явищ;
- удосконалено математичну модель тягового контуру приводу з канатом, яка, на відміну від існуючих, ґрунтується на представленні тягового контуру, як замкненої дискретно-континуальної динамічної системи з довільною кількістю зосереджених мас, внаслідок чого з'явилася можливість враховувати вплив несуче-тягових систем на зовнішні навантаження приводів ПКД;
  - удосконалено математичні моделі навантаженості несучих канатів багатопрогонних ПКД шляхом уточнення умов спряження розрахункових ділянок несучого каната, які розташовані у суміжних прогонах, що дало можливість підвищити ефективність ПКД за рахунок раціонального профілювання траси;
  - уточнено залежності для визначення окружного зусилля приводів ПКД шляхом урахування зміщення несучого каната на опорах на етапі побудови діаграм окружних зусиль, що дозволило враховувати вплив несуче-тягових систем при формуванні зовнішніх навантажень приводів ПКД.

**Практичне значення одержаних результатів.** Основні результати дисертації реалізовані у вигляді «Методики визначення раціональних значень швидкості руху транспортних засобів ПКД» та рекомендацій щодо вибору параметрів приводів ПКД, які можуть бути використані під час проектування канатних доріг різних типів, конструктивного виконання та призначення, а також для дослідження процесів, що виникають під час експлуатації ПКД.

Методика визначення раціональних значень швидкості руху транспортних засобів підвісних канатних доріг прийнята до використання у ТОВ «Проектно-конструкторське підприємство «Союзпроммеханізація» (м. Харків), яке є головною організацією по проектуванню пасажирських та вантажних ПКД в Україні (довідка про використання результатів дисертації представлена в дод. Е). Розроблені математичні моделі, розрахункові схеми

та методики впроваджені в навчальний процес під час викладання дисциплін «Машини безперервного транспорту», «Динаміка машинного агрегату» на кафедрі прикладної механіки Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна.

**Особистий внесок здобувача.** Основні результати дисертації отримані здобувачем особисто. Дослідження проводилися у Дніпропетровському національному університеті залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. Робота [9] підготовлена у співавторстві з провідними фахівцями ТОВ «Стартінвест», м. Ялта. Усі математичні моделі, наведені в друкованих працях, розроблені здобувачем самостійно. Щодо інших аспектів робіт, опублікованих у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає в наступному: [7] – аналіз результатів математичного моделювання та формування рекомендацій щодо модернізації досліджуваної ПКД; [8, 73] – формування принципів визначення резервів енергії приводів ПКД; [9] – розробка методики побудови діаграм окружних зусиль приводів ПКД аналітичним шляхом та порівняльний аналіз експериментальних та теоретичних діаграм; [10] – формування принципів модульного компонування для математичного моделювання навантаженості несучих канатів та чисельний аналіз математичних моделей; [11, 12] – чисельний аналіз математичних моделей та формування загальних рекомендацій щодо раціонального розташування опори ПКД; [63, 65, 67] – побудова та аналіз частотних діаграм приводів ПКД; [64, 69] – чисельний аналіз математичних моделей; [66] – чисельний аналіз математичних моделей та формування рекомендацій щодо визначення раціональних параметрів приводів ПКД; [68] – обґрунтування доцільності використанням діаграм окружних зусиль під час моделювання навантаженості елементів приводу ПКД та формування принципів їх складання; [70] – обґрунтування принципів визначення раціональних швидкісних режимів приводів ПКД, складання і аналіз частотних діаграм; [71, 72] – розробка підходів до визначення енергоспоживання ПКД та обґрунтування способів його зниження.

Постановку задач, аналіз і трактовку основних результатів, формування висновків і рекомендацій виконано спільно з науковим керівником.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати дисертації були представлені на Міжнародній науково-практичній конференції «Нові досягнення в галузі проектування і експлуатації підйомно-транспортних, будівельних і дорожніх машин» (м. Харків, 2012 р.); Міжнародній науково-технічній конференції «Розвиток наукової школи транспортної механіки» (м. Дніпропетровськ, 2013 р.); XII Міжнародній науково-технічній конференції «Производство и эксплуатация стальных канатов – проблемы и решения» (м. Одеса, 2013 р.); Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми розвитку дорожньо-транспортного і будівельного комплексів» (м. Кіровоград, 2013 р.); Міжнародній науково-технічній конференції «Новые технологии, оборудование, материалы в строительстве и на транспорте» (м. Харків, 2014 р.); 70-й Міжнародній науково-практичній конференції «Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта» (м. Дніпропетровськ, 2010 р.); 72-й Міжнародній науково-практичній конференції «Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта» (м. Дніпропетровськ, 2012 р.); 73-й Міжнародній науково-практичній конференції «Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта» (м. Дніпропетровськ, 2013 р.); 74-й Міжнародній науково-практичній конференції «Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта» (м. Дніпропетровськ, 2014 р.); засіданні кафедри «Підйомно-транспортні машини і обладнання» Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» (м. Харків, 11 квітня 2012 р.). В повному обсязі дисертація доповідалася на науковому міжкафедральному семінарі Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна.

**Публікації.** Основні наукові результати дисертації опубліковано у двадцять одній друкованій праці, серед яких: 12 статей – у фахових виданнях України, в т. ч. у виданнях, які включено до міжнародних наукометричних

баз – [8, 64 74] (бази Index Copernicus, Google Scholar, DOAJ та ін.), та 9 тез доповідей на міжнародних конференціях.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел зі 132 найменувань на 17 сторінках. Загальний обсяг дисертації – 207 сторінок, в т. ч. 128 сторінок основного тексту, 49 рисунків, 8 таблиць і додатки на 54 сторінках. Рисунки, розташовані на окремих сторінках, займають 8 сторінок.

## РОЗДІЛ 1

### СТАН ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕНЬ

#### 1.1. Загальні відомості про підвісні канатні дороги

Підвісною канатною дорогою (ПКД) називається конструкція, призначена для транспортування вантажів та (або) людей на певній відстані від поверхні землі. Транспортований вантаж розміщується у вагонах різного конструктивного виконання, які переміщуються по гнучкій підвісній колії – несучому канату. Рух вагонів забезпечується за допомогою приводу з канатною тягою, окружне зусилля якого передається вагонам через тяговий канат.

Зазначені особливості будови властиві двоканатним дорогам, тобто таким, які містять канати двох типів за призначенням (несучий та тяговий канати) не залежно від їх кількості. Наприклад, існують ПКД, які мають два тягові канати та один несучий канат (чимало доріг, розташованих на території Криму) або два несучих та один тяговий (так звана система 3S, розроблена австрійською компанією Doppelmauer [32]). Окрім таких, існують і широко використовуються одноканатні ПКД, у яких функції несучого та тягового канатів виконує один або кілька несуче-тягових канатів.

Іншою класифікаційною ознакою ПКД є характер руху вагонів. Для маятникових доріг властивим є зворотно-поступальний рух двох вагонів (по одному вагону на кожному з напрямків руху) між двома кінцевими станціями. Основним недоліком таких конструкцій є суттєва залежність їх продуктивності (пропускної здатності) від довжини траси, тому для отримання прийняттого економічного ефекту використовуються вагони великої місткості – від 20 до 80 чол. [58], а в деяких випадках – навіть до 200 чол. [61] із можливістю конструктивного виконання вагонів у два яруси.

У разі однонаправленого руху вагонів за замкненою трасою ПКД називаються кільцевими. Для них властивою є наявність значної кількості вагонів малої місткості (до 15 чол. [58]), відсутність залежності продуктивності

(пропускної здатності) від довжини траси та більша універсальність щодо галузей використання.

Основною перевагою ПКД будь-якого типу є можливість поєднання двох точок траси за найменшою відстанню через доволі малий вплив особливостей рельєфу на профіль дороги. Саме тому ПКД є універсальним транспортним засобом як вантажного (промислового), так і пасажирського (зокрема, міського) призначення.

Як промисловий транспорт ПКД мають чимало способів використання. У гірничорудній промисловості їх використовують для подавання сировини до збагачувальних фабрик або безпосередньо до підприємств основного виробництва. У хімічній промисловості ПКД використовують для транспортування сировини на заводи та комбінати, а також вивезення відходів виробництва у відвал. Під час виготовлення будівельних матеріалів за допомогою ПКД здійснюється подавання сировини на цементні, цегляні заводи тощо. У вугільній промисловості канатні дороги використовують для транспортування вугілля від шахт до збагачувальних фабрик, залізничних пунктів, для утворення відвалів порід. Під час зведення дамб та гідроелектростанцій за допомогою ПКД транспортують будівельні матеріали від кар'єрів або каменедробильних заводів. Також існують спеціальні канатні дороги, які обслуговують підприємства машинобудівної, легкої та лісової промисловості [2, 4, 23, 58].

Останнім часом ПКД доволі широко використовуються як засіб пасажирського транспорту, в тому числі, міського призначення. На гірських курортах та інших місцевостях зі складним рельєфом канатні дороги є основним видом транспорту, а в містах вони використовуються як альтернатива традиційним транспортним засобам з метою зменшення завантаженості основних шляхів та раціонального перерозподілу вантажо- та пасажиропотоків [103, 104, 105, 122].

## 1.2. Огляд і аналіз досліджень навантаженості елементів ПКД

Теоретичні основи досліджень та проектування ПКД були закладені відомими спеціалістами у галузях канатного транспорту, підйомно-транспортних машин та теорії розрахунків сталевих канатів. До таких відносяться М. Г. Адамовський, М. Б. Беркман, Н. М. Белая, Г. Н. Бовський, О. О. Горошко, О. В. Денищенко, А. І. Дукельський, А. А. Короткий, Г. Г. Куйбіда, М. П. Мартинців, Д. І. Патарая, С. В. Ракша, Г. М. Савін, Б. В. Сологуб, Л. О. Тисовський, G. A. Koranakis, K. Hoffmann, M. Knapa, R. Petrova та інші.

Аналіз літературних джерел показав, що дослідження канатних доріг здійснюються у кількох напрямках:

- загальні питання досліджень, проектування та експлуатації канатних доріг;
- навантаженість канатів і канатних систем;
- динаміка приводів.

При цьому основні задачі досліджень ПКД в межах зазначених напрямків розглядаються комплексно, а серед об'єктів досліджень виокремлюються:

- підвісні канатні дороги (вантажні, пасажирські, в т. ч. як засіб міського транспорту);
- лісотransпортні канатні установки;
- надґрунтові канатні дороги;
- інші (в т. ч. засоби курортного транспорту).

Більшість із названих доріг за певних умов використання є засобами промислового транспорту.

Подальший огляд і аналіз публікацій, які є підґрунтям для даної дисертаційної роботи, представимо структурно згідно зазначених вище напрямків досліджень з виділенням окремих питань, які стосуються вказаних видів канатних доріг.

*Загальні питання досліджень, проектування та експлуатації канатних доріг*

Одними з фундаментальних робіт у цьому напрямі досліджень є роботи М. Б. Беркмана, Г. Н. Бовського, Г. Г. Куйбіди [58] та А. І. Дукельського [23]. У них викладено більшість основних понять, методик теоретичних досліджень та проектних розрахунків ПКД, як пасажирських, так і вантажних. Питання аналізу та раціонального проектування пасажирських ПКД також розглядалися в роботах Б. В. Сологуба [83, 85–88].

До базових монографій, присвячених дослідженню лісотransпортних канатних установок, можна віднести роботи Н. М. Білої [4] та М. Г. Адамовського, М. П. Мартинціва [2, 45].

Більшість відомих робіт, у яких розглянуто питання надґрунтових канатних доріг, виконано О. В. Денищенком [19].

Зазначеному колу питань також присвячено роботи Р. Байцера [3], А. М. Земського [24, 25], О. В. Кінжибалова [31], М. В. Матіїшина [47], Й. Нейца [49], П. А. Немцова [50], А. І. Олехновича [51] та інших [55–57, 74, 78, 81, 83, 90].

Серед закордонних видань можна виділити роботи Ch. Dwyer [106], М. Кпава [110–112], G. A. Koranakis [113–119], R. Petrova [126–128], а також матеріали, підготовлені колективами авторів та співробітниками провідних компаній у даній галузі [32, 61, 103–105, 121, 131, 132].

*Навантаженість канатів і канатних систем*

Сталеві канати, не залежно від їх конструкції та призначення, є одними з основних елементів ПКД будь-якого типу. Тому дослідженню їх навантаженості за різних умов експлуатації присвячено значну кількість робіт.

Загальні питання навантаженості сталевих канатів як несучих і тягових органів, що використовуються у засобах канатного транспорту, розглянуто в роботах [13, 29, 30]. Наведені в них результати досліджень можуть бути розповсюджені на канати всіх типів доріг, які розглядаються в даній дисертаційній роботі.

Під час досліджень широко використовується монографія Д. І. Патараї [53], у якій розглядається ряд питань, присвячених розрахунку канатних систем ПКД. Автором враховано чимало факторів, що впливають як на статичну, так і на динамічну навантаженість канатів різного призначення, розглянуто їх у взаємодії з іншими елементами ПКД.

Дослідженням канатів лісотransпортних установок з урахуванням специфічних умов їх використання присвячені роботи М. Г. Адамовського [1, 102], Н. М. Білої [5] та ряду інших авторів [41, 43, 44, 46, 75, 93, 95, 96].

Деякі особливості використання та розрахунку канатів надґрунтових канатних доріг розглянуто в роботі [19]. Однак через суттєву відмінність схем запасування та використання канатів виключно як тягових органів ці матеріали докладно розглядатися не будуть.

Однією з характерних особливостей використання канатів як елементів ПКД є їх навішування на багатопрогонній трасі. Таким чином, кожен з канатів (несучий, тяговий – для двоканатних ПКД; несуче-тяговий – для одноканатних ПКД) має декілька опорних точок, які змінюють форму кривої провисання канатів у залежності від довжин прогонів та перепадів висот опорних точок. Тому під час досліджень канати, особливо несучі, моделюють як багатопрогонні, а їх загальну криву провисання розраховують як послідовне сполучення кривих у кожному з прогонів. Такий підхід було реалізовано в роботах [37, 53]. Схожі принципи моделювання були використані в роботах [23, 58]. Загальним недоліком таких моделей є припущення про те, що горизонтальна складова натягу несучого каната є однаковою для всіх прогонів, а подекуди – представлення каната у вигляді сукупності послідовно з'єднаних відрізків з закріпленими на опорах кінцями [5]. Точність таких моделей є достатньою лише для розрахунку канатів з малими стрілами провисання на прогонах малої довжини, що на сьогодні не є актуальним.

Неточність зазначених моделей було обґрунтовано в роботі [36], де запропоновано моделювати несучий канат, як багатопрогонну гнучку нитку, виходячи з твердження про те, що повні зусилля розтягу каната (а не лише

горизонтальні складові цих величин) є рівними для ділянок несучого каната, розміщених у суміжних прогонах, в точці їх поєднання (на опорі). Подальший розвиток зазначені підходи набули в роботі [10], де було запропоновано та обґрунтовано доцільність використання принципів модульного компонування під час складання математичних моделей багатопробіжних несучих канатів. Це дозволило сформулювати універсальну методику розрахунку навантаженості несучого каната багатопробіжної ПКД, на основі якої може бути визначено зусилля в будь-якій точці кривої провисання каната. За такою методикою було проведено ряд досліджень щодо поліпшення технічних характеристик та умов експлуатації ПКД [7, 11, 12, 34].

До інших досліджень, спрямованих на розробку нових та уточнення існуючих методик розрахунку сталевих канатів ПКД, можна віднести роботи [38–40, 84, 98, 101]. У багатьох з них використовуються сучасні технології, теоретичні та експериментальні методи досліджень, що підвищує практичну цінність отриманих результатів.

Також характерним є вивчення статички та динаміки канатних систем установок, які є близькими за принципами функціонування та галузями використання до ПКД як засобу промислового транспорту [41, 42]. Результати таких досліджень можуть бути підґрунтям для розробки методик розрахунку канатних систем.

Особливо слід відмітити фундаментальну монографію Г. М. Савіна та О. О. Горошка [76], присвячену моделюванню різних процесів, які супроводжують експлуатацію шахтних підйомних установок. Оскільки дане устаткування є близьким за конструкцією та призначенням до ПКД (особливо за умови використання в ньому приводу з канатоведучим шківом), результати досліджень вказаних авторів можуть бути підґрунтям для формування математичних моделей канатів різного призначення. Характерною відмінністю даної роботи є використання положень хвильової механіки [89] під час розрахунку тягових канатів. Такий підхід є більш точним і дозволяє враховувати фізику процесу розповсюдження пружних хвиль уздовж каната.

Дослідженню канатів і канатних систем також присвячено чимало робіт закордонних авторів. Для них є властивим використання комплексного підходу під час моделювання навантаженості канатів, що враховує взаємозв'язок та взаємний вплив усіх елементів ПКД як єдиної, у більшості випадків моделювання – динамічної системи [111–120, 123, 125]. Ключовим питанням вважається дослідження впливу зовнішніх факторів, зокрема, вітрового навантаження [107, 110, 127–129].

### *Динаміка приводів*

Як один з найбільш відповідальних складових елементів ПКД, привід заслуговує особливої уваги, оскільки він забезпечує переміщення всіх інших рухомих елементів дороги. Непередбачувана зупинка приводу в більшості випадків вважається аварійною ситуацією [55], тому на ПКД всіх типів (особливо, пасажирських) встановлюють додатковий, резервний привід. Згідно вимог нормативних документів [59, 60, 82, 91], він має живитися від джерела, що не залежить від мережі, яка забезпечує роботу основного приводу.

Зазвичай, джерелом живлення основного приводу засобів канатного транспорту є електромережа змінного струму, вплив якої на динаміку канатних доріг різних типів є досить суттєвим, оскільки електромагнітні процеси, що супроводжують експлуатацію будь-яких електричних машин, можуть бути збурювачами резонансних явищ. Дослідженням, які спрямовані на виявлення та обмеження впливу електромагнітних явищ шляхом добору раціональних параметрів та технічних схем систем керування, присвячено роботи [76, 79, 99, 100].

Питання динаміки приводів надґрунтових канатних доріг розглядаються в роботах О. В. Денищенка [16, 20, 54]. У таких конструкціях подекуди застосовують гідропривід, що зумовлює необхідність внесення певних змін до математичних моделей [17].

Досить ґрунтовними з точки зору оцінки впливу зовнішніх чинників на динаміку ПКД як єдиної системи та, зокрема, її приводу є роботи Г. А. Коранакіс [114–120]. В них автор приділяє увагу особливостям конс-

труктивного виконання, точності виготовлення та монтажу окремих елементів приводу, підкреслюючи, що вони можуть бути джерелом небезпечних коливань, як самі по собі, так і у складній взаємодії з іншими елементами ПКД – канатами, а через них – з рухомим складом, опорами, натяжними пристроями тощо.

Особливо слід відмітити роботу S. Simonović [130], яка є близькою за математичним описом та досліджуваними процесами до тієї, що розробляється в даній дисертації. У вказаній публікації автором розглядається двоканатна ПКД маятникового типу. Особливістю моделювання є представлення тягового каната як сукупності ділянок, розташованих в окремих прогонах. Кожну з таких ділянок було змодельовано невагомою пружиною сталої жорсткості, а масу ділянки каната було розділено на дві зосереджені маси, приведені до точок з'єднання ділянок – опорних точок каната. Такий підхід характеризується достатнім ступенем точності, однак лише за умови моделювання канатів ПКД з прогонами малої довжини. В інших випадках на достовірності отриманих результатів суттєвим чином відбивається характерна особливість каната – розподіленість інерційних та пружних властивостей уздовж його довжини. До того ж, отримані автором залежності можуть бути використані лише для моделювання ПКД маятникового типу, що, зважаючи на тенденції сьогодення в плані розвитку канатного транспорту, не є достатнім.

Підходи до моделювання канатів як елементів з розподіленими параметрами не є новими, однак використовуються, здебільшого, під час розрахунку шахтних підйомних установок через їх суттєву глибину, а отже, й велику довжину тягових канатів. Базовою в цьому питанні може вважатися монографія Г. Н. Савіна та О. А. Горошка [76], особливістю якої є представлення приводу у взаємодії з тяговим канатом, рухомим складом (клітьями, скіпами) та натяжним пристроєм (за наявності такого), які разом утворюють єдину динамічну систему – тяговий контур. Такий підхід було використано також в роботах [79, 89]. Тяговий контур моделюється як дискретно-континуальна система, тобто така, що містить зосереджені маси, які з'єднані між собою

елементами з розподіленими параметрами. При цьому до зосереджених відносяться маси обертальних частин приводу, маси одиниць рухомого складу та натяжний пристрій як одна чи кілька зосереджених мас. Елементами з розподіленими параметрами вважаються ділянки тягового каната, які з'єднують зосереджені маси. Виключенням є маси приводу, які вважаються з'єднаними за допомогою невагомих пружних елементів сталої жорсткості.

Спільною особливістю зазначених підходів до моделювання динаміки приводів канатних установок є наявність по одному вагону (кліті, скіпу) на кожній з віток тягового каната. Така модель за структурою відповідає тяговому контуру ПКД маятникового типу і не може бути використана (в чистому вигляді) для дослідження динамічних процесів, що супроводжують експлуатацію приводів транспортних засобів з кількома одиницями рухомого складу на одній вітці тягового каната. До таких, зокрема, відносяться ПКД кільцевого типу, що є досить розповсюдженими як засіб промислового транспорту та набувають все більшого значення як пасажирський транспорт. Тому в даній дисертаційній роботі було запропоновано та обґрунтовано нову, універсальну модель тягового контуру ПКД як дискретно-континуальної динамічної системи. Така модель дозволяє здійснювати розрахунок ПКД будь-якого типу з довільною кількістю одиниць рухомого складу. Результати її використання до вирішення практичних задач наведено в роботах [63, 65–67, 70].

### **1.3. Основні результати та висновки за розділом**

Аналіз літературних джерел дозволяє стверджувати, що одними з пріоритетних напрямів досліджень ПКД, в т. ч. як засобу промислового транспорту, є навантаженість сталевих канатів і канатних систем, які виконують роль несучих, тягових та несуче-тягових елементів, а також динаміка приводів як складних систем у сполученні з канатами, рухомим складом та натяжними пристроями.

Досі не вирішеними лишаються чимало питань, безпосередньо пов'язаних з навантаженістю елементів ПКД, а отже, з безпекою здійснення перевезень як вантажів, так і людей. Серед таких питань можна виділити наступні:

- розробка універсальних моделей систем і процесів, що відбуваються в них, використання яких дозволяє здійснювати розрахунок ПКД будь-якого типу, призначення та галузі використання;
- застосування комплексного підходу під час аналізу канатних систем і приводів у їх взаємодії з дотриманням умов спряження, що відображають фізичну суть процесів, які супроводжують експлуатацію ПКД;
- використання точних методів досліджень та сучасних технологій під час моделювання динамічних процесів, що виникають в тяговому контурі в період транспортування.

Зазначені питання будуть вирішуватися в межах даної дисертаційної роботи.

## РОЗДІЛ 2

### СТАТИЧНА НАВАНТАЖЕНІСТЬ ЕЛЕМЕНТІВ ПІДВІСНИХ КАНАТНИХ ДОРІГ

#### 2.1. Математичне моделювання навантаженості та форми кривої провисання несучого каната з урахуванням його зміщення на опорах

Відомою та досить поширеною є методика розрахунку натягу канатів, яка ґрунтується на припущенні про те, що крива їх провисання – ланцюгова лінія – несуттєво (2...3 % за силовим розрахунком) відрізняється від квадратичної параболи [23, 58, 132], що значно спрощує проектування однопрогонних (наприклад, верхня ділянка дороги «Місхор – Ай-Петрі» у м. Ялті) та доріг з довгими прогонами (при цьому несучий канат розбивається на відрізки, які закріплюються та натягуються на якірних та натяжних проміжних станціях відповідно). Однак найбільш поширеними є багатопрогонні канатні дороги з довжинами прогонів до 500 м. У таких випадках несучий канат може розглядатися, як багатопрогонна гнучка нитка, яка провисає між опорами, набуваючи форми відрізків квадратичних парабол. За таких умов криві провисання визначаються основними характеристиками прогонів (довжина  $l$  та кут нахилу хорди  $\beta$ ) та горизонтальною складовою натягу  $H$ .

##### *2.1.1. Використання принципу модульного компоунування для розробки математичної моделі*

Відповідно до принципу модульного компоунування, об'єкт проектування доцільно розробляти у вигляді окремих незалежних структурних одиниць – модулів, які характеризуються вхідними та вихідними параметрами. Під час моделювання навантаженості несучого каната підвісної дороги як модулі можна розглядати прогони з певними ознаками (особливостями розміщення опор та провисання каната).

Для класифікації прогонів будемо вважати прогін, в якому на даний момент переміщується вагон, базовим ( $j$ -им). Тоді всі інші прогони можна

умовно поділити на ті, які розміщуються вище ( $i < j$ ) та нижче ( $i > j$ ) за базовий (рис. 2.1). У першому випадку вагон переміщується в прогоні, опорні точки (конструктивно – опорні башмаки) якого характеризуються висотними позначками, меншими, ніж опори  $i$ -ого прогону. У другому випадку висотні позначки опорних точок  $i$ -ого прогону є меншими за ті самі величини, що характеризують  $j$ -ий прогін. При цьому окремими випадками виділяємо  $j = 1$  та  $j = n$ , де  $n$  – кількість прогонів дороги.

В основу математичної моделі покладемо умову рівноваги несучого каната на опорних башмаках за будь-якого положення  $\delta_j = x_j / l_j$  вагона в прогоні (у цій формулі  $x_j$  – координата, яка вказує відстань від верхньої опори прогону до точки прикладання ваги вагона  $P$ , виміряна по горизонталі). Ця умова може бути подана формулою Ейлера

$$\frac{T_{нб}}{T_{зб}} = e^{\mu\varphi}, \quad (2.1)$$

де  $T_{нб}$ ,  $T_{зб}$  – натяг несучого каната біля опори, на якій розглядається рівновага (на кінцях опорного башмака);

$e$  – основа натурального логарифму;

$\mu$  – коефіцієнт тертя у парі «несучий канат – опорний башмак», значення якого може змінюватися у широких межах в залежності від багатьох факторів (футерівка башмака, змащення каната тощо);

$\varphi$  – кут охоплення башмака канатом (визначається геометрично для кожного з модулів за наведеними далі схемами).

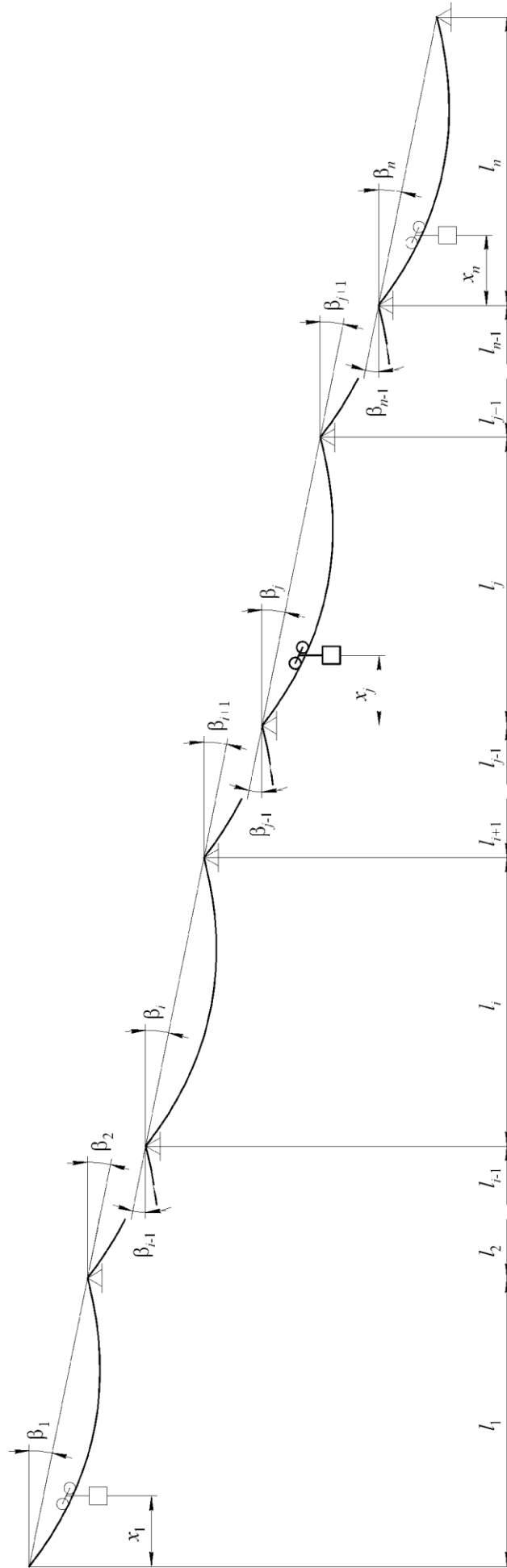


Рис. 2.1. Модульна схема підвісної канавної дороги

Першим модулем вважаємо прогін  $i < j$  (рис. 2.2). У даному випадку вагон переміщується в прогоні, опорні точки якого характеризуються висотними позначками, меншими, ніж опори  $i$ -ого прогону. Отже,

$$T_i^B = T_{i-1}^H \cdot e^{\mu\varphi_{i-1,i}}, \quad (2.2)$$

де  $T_{i-1}^H$ ,  $T_i^B$  – натяг каната біля опори, яка розділяє  $(i-1)$ -ий та  $i$ -ий прогони;

$\varphi_{i-1,i}$  – кут охоплення канатом башмака, розміщеного на опорі, яка розділяє  $(i-1)$ -ий та  $i$ -ий прогони.

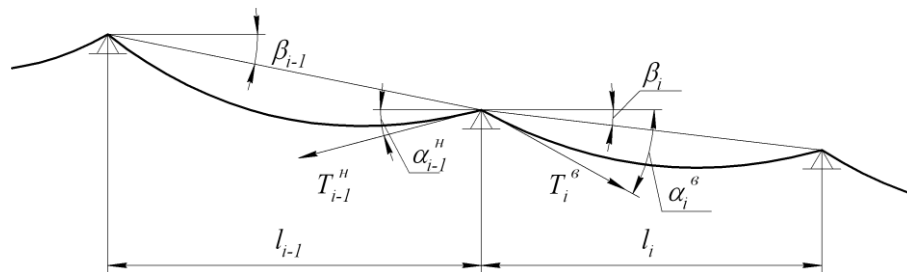


Рис. 2.2. Розрахункова схема модуля № 1

Кут охоплення башмака канатом  $\varphi_{i-1,i}$  визначаємо згідно схеми (рис. 2.3) за формулою  $\varphi_{i-1,i} = \alpha_{i-1}^H + \alpha_i^B$ .

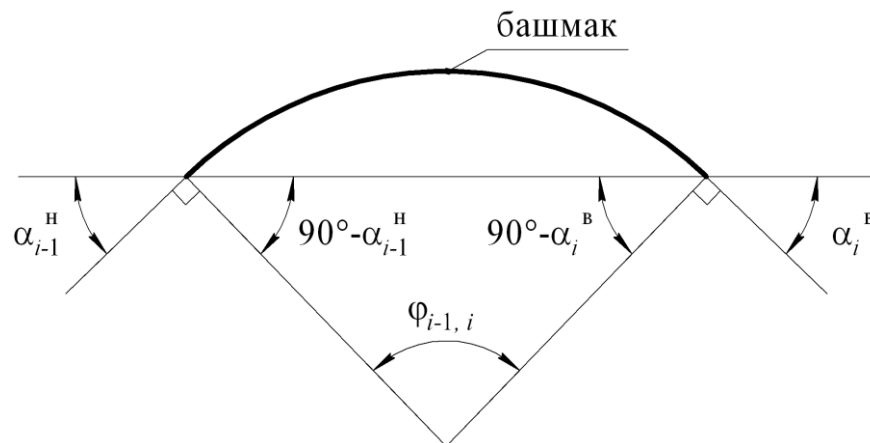


Рис. 2.3. Розрахункова схема до визначення кута  $\varphi_{i-1,i}$

Зважаючи на те, що відлік кутів  $\alpha_{i-1}^H$  та  $\alpha_i^B$  відбувається у різні боки, додатнім вважається кут із відліком за годинниковою стрілкою ( $\alpha_i^B$ ) [58].

Використовуючи надалі абсолютні значення кутів, запишемо цю формулу у такому вигляді:

$$\varphi_{i-1,i} = \alpha_i^B - \alpha_{i-1}^H, \quad (2.3)$$

де  $\alpha_{i-1}^H$ ,  $\alpha_i^B$  – кути нахилу дотичних до кривих провисання відрізків каната біля опори, яка розділяє  $(i-1)$ -ий та  $i$ -ий прогони.

Умова (2.2) з урахуванням (2.3) реалізується такою математичною моделлю ( $i = \overline{2, j-1}$ ):

$$H_i \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_i^B} = H_{i-1} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{i-1}^H} \cdot \exp(\mu \cdot \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_i^B - \operatorname{tg} \alpha_{i-1}^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_i^B \cdot \operatorname{tg} \alpha_{i-1}^H}); \quad (2.4)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_i^B = \operatorname{tg} \beta_i + \frac{ql_i}{2H_i \cos \beta_i}; \quad \operatorname{tg} \alpha_{i-1}^H = \operatorname{tg} \beta_{i-1} - \frac{ql_{i-1}}{2H_{i-1} \cos \beta_{i-1}}, \quad (2.5)$$

де  $H_{i-1}$ ,  $H_i$  – горизонтальні складові натягу каната біля опори, яка розділяє  $(i-1)$ -ий та  $i$ -ий прогони;

$\beta_{i-1}$ ,  $\beta_i$  – кути нахилу хорд  $(i-1)$ -ого та  $i$ -ого прогонів відповідно;

$l_{i-1}$ ,  $l_i$  – довжини  $(i-1)$ -ого та  $i$ -ого прогонів відповідно;

$q$  – погонна вага каната.

Другим модулем вважаємо прогін  $i > j$  (рис. 2.4). У цьому випадку висотні позначки опорних точок  $i$ -ого прогону є меншими за ті самі величини, що характеризують  $j$ -ий прогін, тому

$$T_i^H = T_{i+1}^B \cdot e^{\mu \varphi_{i,i+1}}, \quad (2.6)$$

де  $T_i^H$ ,  $T_{i+1}^B$  – натяг каната біля опори, яка розділяє  $i$ -ий та  $(i+1)$ -ий прогони;

$\varphi_{i,i+1}$  – кут охоплення канатом башмака, розміщеного на опорі, яка розділяє  $i$ -ий та  $(i+1)$ -ий прогони.

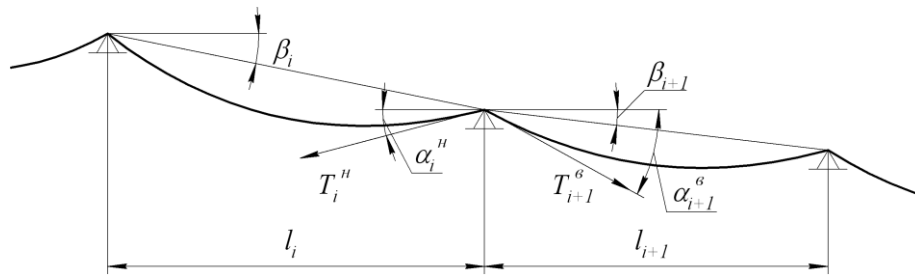
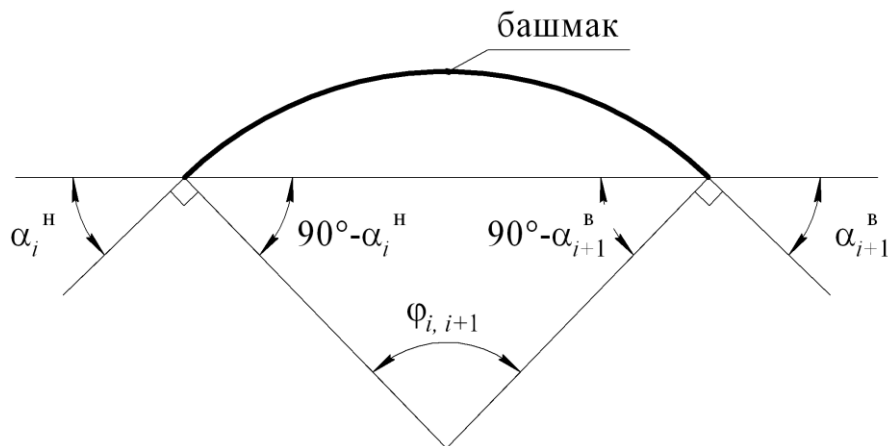


Рис. 2.4. Розрахункова схема модуля № 2

Кут охоплення башмака канатом  $\varphi_{i,i+1}$  визначаємо згідно схеми (рис. 2.5) за формулою

$$\varphi_{i,i+1} = \alpha_{i+1}^B - \alpha_i^H, \quad (2.7)$$

де  $\alpha_i^H$ ,  $\alpha_{i+1}^B$  – кути нахилу дотичних до кривих провисання відрізків каната біля опори, яка розділяє  $i$ -ий та  $(i+1)$ -ий прогони.

Рис. 2.5. Розрахункова схема до визначення кута  $\varphi_{i,i+1}$ 

Умова (2.6) з урахуванням (2.7) реалізується такою математичною моделлю ( $i = \overline{j+1, n-1}$ ):

$$H_i \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_i^H} = H_{i+1} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{i+1}^B} \cdot \exp(\mu \cdot \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_{i+1}^B - \operatorname{tg} \alpha_i^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_{i+1}^B \cdot \operatorname{tg} \alpha_i^H}); \quad (2.8)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{i+1}^B = \operatorname{tg} \beta_{i+1} + \frac{ql_{i+1}}{2H_{i+1} \cos \beta_{i+1}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_i^H = \operatorname{tg} \beta_i - \frac{ql_i}{2H_i \cos \beta_i}, \quad (2.9)$$

де  $H_i$ ,  $H_{i+1}$  – горизонтальні складові натягу каната біля опори, яка розділяє  $i$ -ий та  $(i+1)$ -ий прогони;

$\beta_i, \beta_{i+1}$  – кути нахилу хорд  $i$ -ого та  $(i+1)$ -ого прогонів відповідно;

$l_i, l_{i+1}$  – довжини  $i$ -ого та  $(i+1)$ -ого прогонів відповідно.

Третій модуль відображає окремий випадок розміщення вагона на траєкторії, а саме, у першому прогоні ( $j = 1$ ), та описує рівновагу несучого каната на опорі, яка розділяє перший та другий прогони (рис. 2.6).

Оскільки висотні позначки опорних точок першого прогону більші величин відповідних характеристик другого прогону, то

$$T_1^H = T_2^B \cdot e^{\mu\varphi_{1,2}}, \quad (2.10)$$

де  $T_1^H, T_2^B$  – натяг каната біля опори, яка розділяє перший та другий прогони;

$\varphi_{1,2}$  – кут охоплення канатом башмака, розміщеного на опорі, яка розділяє перший та другий прогони.

Кут охоплення башмака канатом  $\varphi_{1,2}$  визначаємо згідно схеми, наведеної на рис. 2.5, за умови  $i = j = 1$ :

$$\varphi_{1,2} = \alpha_2^B - \alpha_1^H, \quad (2.11)$$

де  $\alpha_1^H, \alpha_2^B$  – кути нахилу дотичних до кривих провисання відрізків каната біля опори, яка розділяє перший та другий прогони.

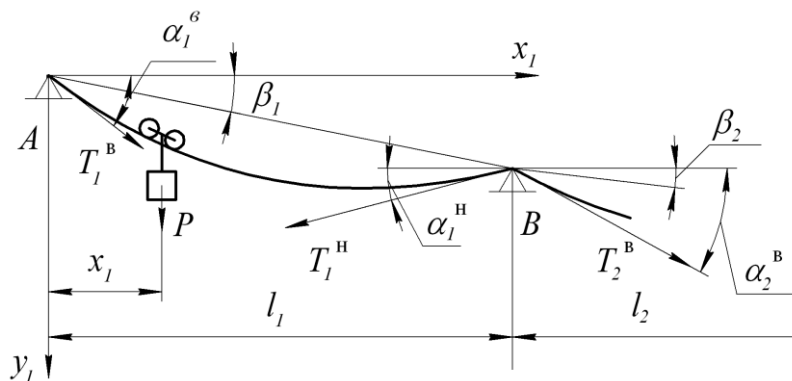


Рис. 2.6. Розрахункова схема модуля № 3

Умова (2.10) з урахуванням (2.11) реалізується такою математичною моделлю:

$$H_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1^H} = H_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2^B} \cdot \exp(\mu \cdot \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_2^B - \operatorname{tg} \alpha_1^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2^B \cdot \operatorname{tg} \alpha_1^H}); \quad (2.12)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1^H = \operatorname{tg} \beta_1 - \frac{ql_1}{2H_1 \cos \beta_1} \cdot (1 + 2k_1 \cdot \delta_1); \quad (2.13)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2^B = \operatorname{tg} \beta_2 + \frac{ql_2}{2H_2 \cos \beta_2}; \quad k_1 = \frac{P}{ql_1} \cos \beta_1, \quad (2.14)$$

де  $H_1, H_2$  – горизонтальні складові натягу каната біля опори, яка розділяє перший та другий прогони;

$\beta_1, \beta_2$  – кути нахилу хорд першого та другого прогонів відповідно;

$l_i, l_{i+1}$  – довжини першого та другого прогонів відповідно;

$\delta_1 = x_1/l_1$  – відносна координата, яка характеризує положення вагона у першому прогоні ( $x_1$  – координата, яка вказує відстань від верхньої опори прогону до точки прикладання ваги вагона  $P$ , виміряна по горизонталі); оскільки  $x_1 = \operatorname{var}(0; l_1)$ , то  $\delta_1 = \operatorname{var}(0; 1)$ .

Четвертий модуль є загальним випадком моделювання рівноваги каната на опорах для прогону, в якому переміщується вагон, тому що описує будь-який варіант  $j = \overline{2, n-1}$  (рис. 2.7).

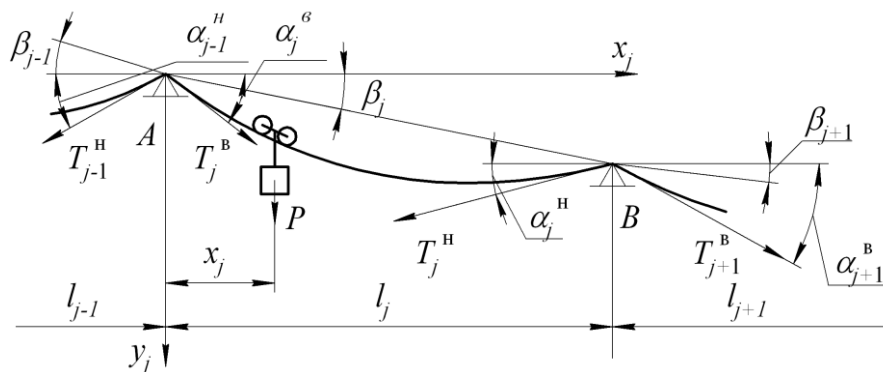


Рис. 2.7. Розрахункова схема модуля № 4

Особливістю випадку є необхідність моделювання рівноваги каната на двох опорах (саме тому виділено два окремі випадки  $j=1$  та  $j=n$ , у яких розглядається рівновага каната лише на одній опорі). Умови рівноваги подаємо в такому вигляді:

$$T_j^B = T_{j-1}^H \cdot e^{\mu\varphi_{j-1,j}}; \quad T_j^H = T_{j+1}^B \cdot e^{\mu\varphi_{j,j+1}}, \quad (2.15)$$

де  $T_{j-1}^H$ ,  $T_j^B$  – натяг каната біля опори, яка розділяє  $(j-1)$ -ий та  $j$ -ий прогони;

$\varphi_{j-1,j}$  – кут охоплення канатом башмака, розміщеного на опорі, яка розділяє  $(j-1)$ -ий та  $j$ -ий прогони.

$T_j^H$ ,  $T_{j+1}^B$  – натяг каната біля опори, яка розділяє  $j$ -ий та  $(j+1)$ -ий прогони;

$\varphi_{j,j+1}$  – кут охоплення канатом башмака, розміщеного на опорі, яка розділяє  $j$ -ий та  $(j+1)$ -ий прогони.

Кути  $\varphi_{j-1,j}$  та  $\varphi_{j,j+1}$  визначаються згідно рис. 2.3 та 2.5 відповідно за умови  $i = j$ :

$$\varphi_{j-1,j} = \alpha_j^B - \alpha_{j-1}^H; \quad \varphi_{j,j+1} = \alpha_{j+1}^B - \alpha_j^H, \quad (2.16)$$

де  $\alpha_{j-1}^H$ ,  $\alpha_j^B$  – кути нахилу дотичних до кривих провисання відрізків каната біля опори, яка розділяє  $(j-1)$ -ий та  $j$ -ий прогони.

$\alpha_j^H$ ,  $\alpha_{j+1}^B$  – кути нахилу дотичних до кривих провисання відрізків каната біля опори, яка розділяє  $j$ -ий та  $(j+1)$ -ий прогони.

Умови (2.15) з урахуванням (2.16) реалізується такою математичною моделлю:

$$H_j \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_j^B} = H_{j-1} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{j-1}^H} \cdot \exp\left(\mu \cdot \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_j^B - \operatorname{tg} \alpha_{j-1}^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_j^B \cdot \operatorname{tg} \alpha_{j-1}^H}\right); \quad (2.17)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_j^B = \operatorname{tg} \beta_j + \frac{ql_j}{2H_j \cos \beta_j} \left[1 + 2k_j(1 - \delta_j)\right]; \quad (2.18)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{j-1}^H = \operatorname{tg} \beta_{j-1} - \frac{ql_{j-1}}{2H_{j-1} \cos \beta_{j-1}}; \quad (2.19)$$

$$H_j \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_j^H} = H_{j+1} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{j+1}^B} \cdot \exp(\mu \cdot \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_{j+1}^B - \operatorname{tg} \alpha_j^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_{j+1}^B \cdot \operatorname{tg} \alpha_j^H}); \quad (2.20)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_j^H = \operatorname{tg} \beta_j - \frac{ql_j}{2H_j \cos \beta_j} \cdot (1 + 2k_j \cdot \delta_j); \quad (2.21)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{j+1}^B = \operatorname{tg} \beta_{j+1} + \frac{ql_{j+1}}{2H_{j+1} \cos \beta_{j+1}}; \quad k_j = \frac{P}{ql_j} \cos \beta_j, \quad (2.22)$$

де  $H_{j-1}$ ,  $H_j$  – горизонтальні складові натягу каната біля опори, яка розділяє  $(j-1)$ -ий та  $j$ -ий прогони;

$\beta_{j-1}$ ,  $\beta_j$  – кути нахилу хорд  $(j-1)$ -ого та  $j$ -ого прогонів відповідно;

$l_{j-1}$ ,  $l_j$  – довжини  $(j-1)$ -ого та  $j$ -ого прогонів відповідно;

$H_j$ ,  $H_{j+1}$  – горизонтальні складові натягу каната біля опори, яка розділяє  $j$ -ий та  $(j+1)$ -ий прогони;

$\beta_j$ ,  $\beta_{j+1}$  – кути нахилу хорд  $j$ -ого та  $(j+1)$ -ого прогонів відповідно;

$l_j$ ,  $l_{j+1}$  – довжини  $j$ -ого та  $(j+1)$ -ого прогонів відповідно;

$\delta_j = \operatorname{var}(0;1)$  – відносна координата, яка характеризує положення вагона в  $j$ -ому прогоні (див. пояснення до формул (2.12)–(2.14)).

Останнім випадком моделювання рівноваги каната є ситуація, коли вагон переміщується в останньому ( $n$ -ому) прогоні (рис. 2.8).

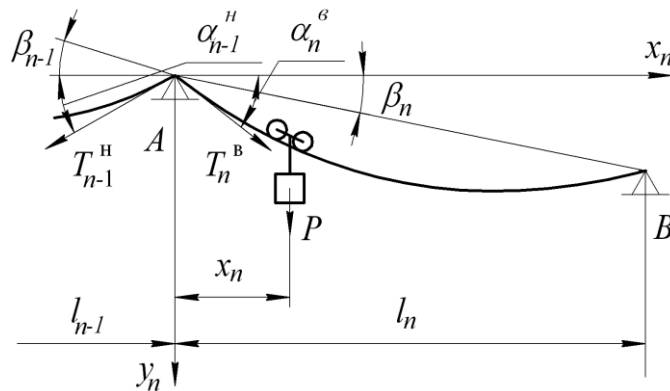


Рис. 2.8. Розрахункова схема модуля № 5

Умову рівноваги каната на опорі, яка розділяє  $(n-1)$ -ий та  $n$ -ий прогони, подаємо в такому вигляді:

$$T_n^B = T_{n-1}^H \cdot e^{\mu \varphi_{n-1,n}}, \quad (2.23)$$

де  $T_{n-1}^H$ ,  $T_n^B$  – натяг каната біля опори, яка розділяє  $(n-1)$ -ий та  $n$ -ий прогони;

$\varphi_{n-1,n}$  – кут охоплення канатом башмака, розміщеного на опорі, яка розділяє  $(n-1)$ -ий та  $n$ -ий прогони.

Кут охоплення башмака канатом  $\varphi_{n-1,n}$  визначаємо згідно рис. 2.3 за умови  $i = n$ :

$$\varphi_{n-1,n} = \alpha_n^B - \alpha_{n-1}^H, \quad (2.24)$$

де  $\alpha_{n-1}^H$ ,  $\alpha_n^B$  – кути нахилу дотичних до кривих провисання відрізків каната біля опори, яка розділяє  $(n-1)$ -ий та  $n$ -ий прогони.

Згідно Правил...[59, 60] несучі канати повинні мати натяжні пристрої у вигляді вантажу або (у разі обґрунтування розрахунками) бути заякореними з двох боків. Обидва випадки враховуємо окремо шляхом включення до математичної моделі додаткових блоків формул.

Врахування наявності натяжного пристрою здійснюється шляхом включення до математичної моделі додаткових блоків формул, які будуть наведені нижче. Такий підхід дозволяє описати рівновагу каната на опорі, яка розділяє  $(n-1)$ -ий та  $n$ -ий прогони, наступною системою рівнянь:

$$H_n \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_n^B} = H_{n-1} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{n-1}^H} \cdot \exp\left(\mu \cdot \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n^B - \operatorname{tg} \alpha_{n-1}^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_n^B \cdot \operatorname{tg} \alpha_{n-1}^H}\right); \quad (2.25)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_n^B = \operatorname{tg} \beta_n + \frac{q l_n}{2 H_n \cos \beta_n} [1 + 2 k_n (1 - \delta_n)]; \quad (2.26)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{n-1}^H = \operatorname{tg} \beta_{n-1} - \frac{q l_{n-1}}{2 H_{n-1} \cos \beta_{n-1}}; \quad k_n = \frac{P}{q l_n} \cos \beta_n, \quad (2.27)$$

де  $H_{n-1}$ ,  $H_n$  – горизонтальні складові натягу каната біля опори, яка розділяє  $(n-1)$ -ий та  $n$ -ий прогони;

$\beta_{n-1}$ ,  $\beta_n$  – кути нахилу хорд  $(n-1)$ -ого та  $n$ -ого прогонів відповідно;

$l_{n-1}$ ,  $l_n$  – довжини  $(n-1)$ -ого та  $n$ -ого прогонів відповідно;

$\delta_n = \text{var}(0;1)$  – відносна координата, яка характеризує положення вагона в  $n$ -ому прогоні (див. пояснення до формули (2.12)–(2.14)).

У випадку, коли обидва кінці каната заякорені, його довжина  $L_{\text{к}}$  під час переміщення вагона лишається постійною (пружними та температурними деформаціями на даному етапі моделювання нехтуємо). Поширюючи поняття модуля математичної моделі на опис особливостей натягу каната на станціях, запишемо модуль № 6 у такому вигляді:

$$L_{\text{к}} = \sum_{i=1}^{j-1} \left[ \frac{l_i}{\cos \beta_i} + \frac{q^2 l_i^3 \cos \beta_i}{24H_i^2} \right] + \left[ \frac{l_j}{\cos \beta_j} + \frac{q^2 l_j^3 \cos \beta_j}{24H_j^2} \left( 1 + 12\delta_j (1 - \delta_j) (k_j^2 + k_j) \right) \right] + \sum_{i=j+1}^n \left[ \frac{l_i}{\cos \beta_i} + \frac{q^2 l_i^3 \cos \beta_i}{24H_i^2} \right]; \quad L_{\text{к}} = \text{const}. \quad (2.28)$$

Практика конструювання маятникових підвісних канатних доріг свідчить, що натяжний пристрій несучого каната може розміщуватися як на верхній (тій, що має більшу висотну позначку), так і на нижній станції [23, 58]. Це зумовлено особливостями побудови профілю дороги, а також доцільністю розташування натяжних пристроїв двох суміжних відрізків несучого каната дороги з довгими прогонами на одній подвійній натяжній станції, або доцільністю розташування натяжного пристрою несучого каната на одній станції з приводом (зазвичай, верхній) з точки зору зручності обслуговування та ремонту.

Нехай  $G_0 = \text{const}$  – величина робочого зусилля натяжного пристрою несучого каната, а  $k_0 = \text{const}$  – коефіцієнт, який враховує опір переміщенню робочого органа пристрою під час руху вагона. Тоді рівновага каната на башмаку першої опори за умови розташування натяжного пристрою на верхній

станції ( $T_1^B = G_0 k_0$ , рис. 2.9) може бути описана системою рівнянь, яка утворює модуль № 7 математичної моделі ( $\delta_1 = \text{var}(0;1)$ ):

$$H_1 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_1^B} = G_0 k_0; \quad (2.29)$$

$$\text{tg} \alpha_1^B = \text{tg} \beta_1 + \frac{q l_1}{2 H_1 \cos \beta_1} [1 + 2 k_1 (1 - \delta_1)]; \quad (2.30)$$

$$k_1 = \frac{P}{q l_1} \cos \beta_1; \quad (2.31)$$

$$P = \begin{cases} \text{const}, & j = 1; \\ 0, & j \neq 1. \end{cases} \quad (2.32)$$

Запис (2.32) слід розуміти так: якщо вагон рухається у першому прогоні ( $j = 1$ ), то його вагу слід підставляти у формулу (2.29) та враховувати при розрахунку даного модуля, в іншому випадку (за відсутності вагона у першому прогоні,  $j \neq 1$ ) в межах даного модуля вважати вагу вагона рівною нулю, а отже, й  $k_1 = 0$ .

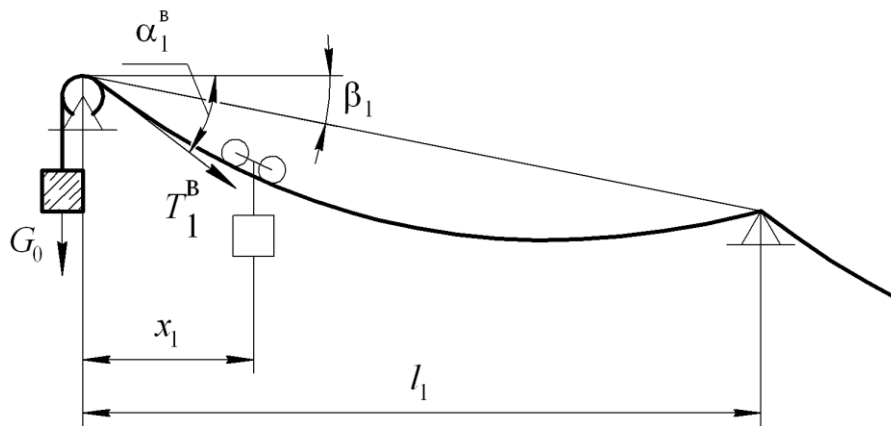


Рис. 2.9. Розрахункова схема модуля № 7

Аналогічним чином формується модуль № 8, який описує рівновагу каната на башмаку останньої опори за умови розташування натяжного пристрою на нижній станції ( $T_n^H = G_0 k_0$ , рис. 2.10):

$$H_n \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_n^H} = G_0 k_0; \quad (2.33)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_n^H = \operatorname{tg} \beta_n - \frac{ql_n}{2H_n \cos \beta_n} (1 + 2k_n \delta_n); \quad (2.34)$$

$$k_n = \frac{P}{ql_n} \cos \beta_n; \quad (2.35)$$

$$P = \begin{cases} \text{const}, & j = n; \\ 0, & j \neq n. \end{cases} \quad (2.36)$$

Запис (2.36) слід розуміти так: якщо вагон рухається в останньому прогоні ( $j = n$ , де  $n$  – кількість прогонів), то його вагу слід підставляти у формулу (2.35) та враховувати при розрахунку даного модуля, в іншому випадку (за відсутності вагона у останньому прогоні,  $j \neq n$ ) в межах даного модуля вважати вагу вагона рівною нулю, а отже, й  $k_n = 0$ .

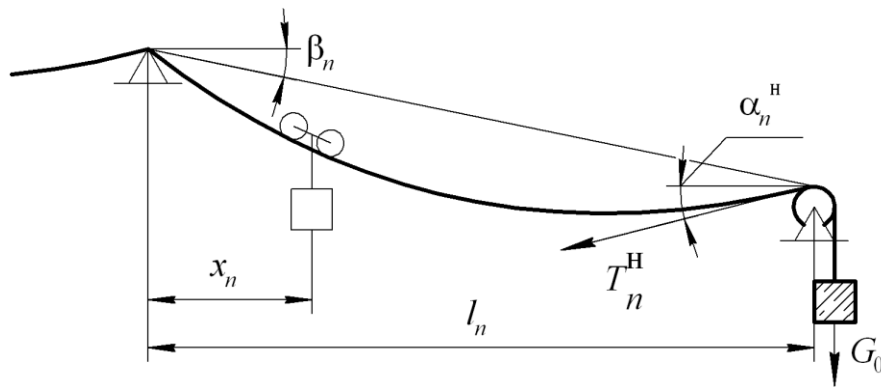


Рис. 2.10. Розрахункова схема модуля № 8

Основною перевагою розробленої методики є можливість складання математичної моделі навантаженості несучого каната з урахуванням його переміщення вздовж опорних башмаків для маятникових підвісних канатних доріг з профілем будь-якої складності шляхом сполучення відповідних модулів у необхідній кількості.

Відмічаємо, що в процесі моделювання слід використовувати лише один з модулів № 3, 4, 5, а також один з модулів № 6, 7, 8. Кількість модулів № 1, 2 залежить від профілю дороги.

Розроблена за наведеними принципами математична модель дозволяє:

- визначати зусилля в несучому канаті, як у будь-якому перерізі, так і екстремальні значення;

- визначати параметри кривої провисання несучого каната в прогоні з вагоном та інших прогонах;
- визначати опір переміщенню вагона в прогоні.

Розв'язання цих задач є необхідним для подальшої оцінки навантаженості тягових канатів та обґрунтування раціональних значень окружного зусилля як одного з параметрів приводу.

### 2.1.2. Приклад складання математичної моделі

Розглянемо особливості використання розробленої методики на прикладі моделювання навантаженості несучого каната підвісної канатної дороги маятникового типу, яка експлуатується на території санаторію «Ясна Поляна» м. Ялти (рис. 2.11).

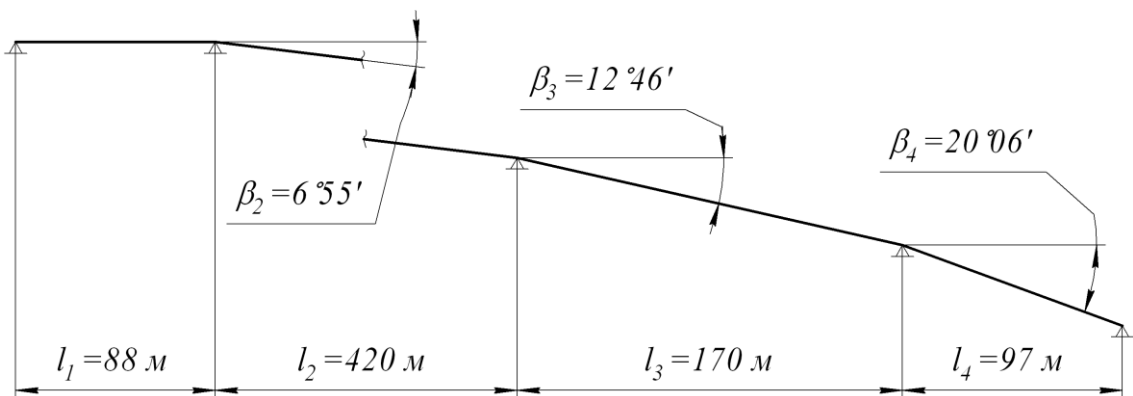


Рис. 2.11. Профіль канатної дороги санаторію «Ясна Поляна»

Під час складання систем рівнянь, які описують рівновагу несучого каната на опорах, рух вагона слід розглядати як такий, який відбувається в кожному прогоні окремо, тому математична модель буде складатися з чотирьох частин (за кількістю прогонів).

Під час руху вагона у першому прогоні ( $j = 1$ ) математична модель має таку структуру:

- модуль № 1 – не використовується (немає прогонів, які розміщуються вище за  $j$ -ий за умови  $j = 1$ );
- модуль № 2 – 2 шт. (для другого та третього прогонів –  $i = \overline{2, 3}$ );
- модуль № 3 – 1 шт. (вагон переміщується у першому прогоні,  $j = 1$ );

- модулі № 4, 5 – не використовуються (оскільки в модель включено модуль № 3);
- модуль № 6 – 1 шт. (натяжний пристрій несучого каната відсутній);
- модулі № 7, 8 – не використовуються (оскільки в модель включено модуль № 6).

Відповідно до наведеної структури математична модель, яка описує рівновагу несучого каната на опорах під час руху вагона у першому прогоні, має вигляд ( $\delta_1 = \text{var}(0; 1)$ ):

$$H_1 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_1^H} = H_2 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_2^B} \cdot \exp(\mu \arctg \frac{\text{tg} \alpha_2^B - \text{tg} \alpha_1^H}{1 + \text{tg} \alpha_2^B \cdot \text{tg} \alpha_1^H}); \quad (2.37)$$

$$\text{tg} \alpha_1^H = \text{tg} \beta_1 - \frac{ql_1}{2H_1 \cos \beta_1} (1 + 2k_1 \delta_1); \quad (2.38)$$

$$\text{tg} \alpha_2^B = \text{tg} \beta_2 + \frac{ql_2}{2H_2 \cos \beta_2}; \quad k_1 = \frac{P}{ql_1} \cos \beta_1; \quad (2.39)$$

$$H_2 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_2^H} = H_3 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_3^B} \cdot \exp(\mu \arctg \frac{\text{tg} \alpha_3^B - \text{tg} \alpha_2^H}{1 + \text{tg} \alpha_3^B \cdot \text{tg} \alpha_2^H}); \quad (2.40)$$

$$\text{tg} \alpha_3^B = \text{tg} \beta_3 + \frac{ql_3}{2H_3 \cos \beta_3}; \quad \text{tg} \alpha_2^H = \text{tg} \beta_2 - \frac{ql_2}{2H_2 \cos \beta_2}; \quad (2.41)$$

$$H_3 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_3^H} = H_4 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_4^B} \cdot \exp(\mu \arctg \frac{\text{tg} \alpha_4^B - \text{tg} \alpha_3^H}{1 + \text{tg} \alpha_4^B \cdot \text{tg} \alpha_3^H}); \quad (2.42)$$

$$\text{tg} \alpha_4^B = \text{tg} \beta_4 + \frac{ql_4}{2H_4 \cos \beta_4}; \quad \text{tg} \alpha_3^H = \text{tg} \beta_3 - \frac{ql_3}{2H_3 \cos \beta_3}; \quad (2.43)$$

$$L_K = \left[ \frac{l_1}{\cos \beta_1} + \frac{q^2 l_1^3 \cos \beta_1}{24H_1^2} \left( 1 + 12\delta_1(1 - \delta_1)(k_1^2 + k_1) \right) \right] + \left[ \frac{l_2}{\cos \beta_2} + \frac{q^2 l_2^3 \cos \beta_2}{24H_2^2} \right] + \left[ \frac{l_3}{\cos \beta_3} + \frac{q^2 l_3^3 \cos \beta_3}{24H_3^2} \right] + \left[ \frac{l_4}{\cos \beta_4} + \frac{q^2 l_4^3 \cos \beta_4}{24H_4^2} \right]; \quad L_K = \text{const.} \quad (2.44)$$

Розв'язок системи (2.37)–(2.44) може бути отримано з використанням пакетів математичних програм (наприклад, MathCAD). При цьому вхідними

величинами є характеристики прогонів ( $l_1 - l_4, \beta_1 - \beta_4$ ), довжина каната  $L_k$ , його погонна вага  $q$  та вага вагона  $P$ , а вихідними – горизонтальні складові натягу каната у кожному з прогонів ( $H_1 - H_4$ ), які, на відміну від традиційних уявлень, що ґрунтуються на деяких припущеннях [58], близькі за значенням, але не рівні (рівними є повні зусилля з урахуванням опору переміщенню каната уздовж опорних башмаків).

Для інших випадків навантаження ( $j = \overline{2, 4}$ ) вкажемо лише структури математичних моделей (табл. 2.1).

Таблиця 2.1

### Структури математичних моделей прогонів

Номер прогону	Номер модуля							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$j = 1$	–	2	1	–	–	1	–	–
$j = 2$	–	1	–	1	–	1	–	–
$j = 3$	1	–	–	1	–	1	–	–
$j = 4$	2	–	–	–	1	1	–	–

## 2.2. Дослідження зусиль у тягових канатах

### 2.2.1. Методика визначення зусиль у тягових канатах

Згідно Правил [59, 60] при виконанні розрахунку тягового каната необхідно враховувати робоче зусилля натяжного пристрою, складові мас каната та рухомого складу (вагонів), опори в натяжних пристроях, опорних роликах і шківках на станціях. Розглянемо кожну з цих складових окремо.

Робоче зусилля натяжного пристрою визначається за відомими методиками [58, 132] та є постійним під час руху вагонів. Його вплив на навантаженість тягового каната є однозначним: зі збільшенням робочого зусилля натяжного пристрою зусилля в тяговому канаті лінійно збільшується.

Вплив складової маси каната відбивається у врахуванні його погонної ваги та опору руху, зумовленого тертям в опорних роликах та зчепленням

каната з поверхнею роликів. Враховуючи робоче зусилля натяжного пристрою, маємо

$$W = T_0 \pm q_T (h_c + fl_c), \quad (2.45)$$

де  $T_0$  – робоче зусилля натяжного пристрою;

$h_c$  – перепад висот по кінцевих опорних точках профілю;

$l_c$  – довжина горизонтальної проекції траси;

$f$  – коефіцієнт опору руху тягового каната.

У формулі (2.45) знак «+» відповідає руху каната вгору, а знак «-» – руху вниз.

Складовою маси вагона є опір його переміщенню, який сприймається тяговим канатом та залежить від ваги вагона  $P$ , кута підйому  $\gamma$  (рис. 2.12) та інших факторів, врахованих коефіцієнтом опору руху  $C_p$ . При цьому слід зазначити, що кут підйому вагона не дорівнює куту нахилу дотичної до кривої провисання несучого каната, оскільки несучий і тяговий канат в прогоні з вагоном утворюють систему, а отже, мають взаємний вплив.

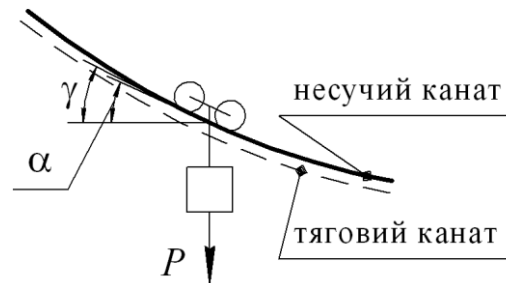


Рис. 2.12. Схема, яка ілюструє відмінність кута підйому вагона  $\gamma$  від кута нахилу кривої провисання несучого каната  $\alpha$

Кут підйому вагона визначається за формулою

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \beta + \frac{P \cos \beta + (q_H + q_T) l}{2H \cos \beta} \left( 1 - 2 \frac{x}{l} \right), \quad (2.46)$$

де  $\beta$  – кут нахилу хорди прогону;

$q_H$  – погонна вага несучого каната;

$l$  – довжина прогону;

$H$  – горизонтальна складова натягу несучого каната;

$x$  – відстань від верхньої опори прогону до точки прикладання ваги вагона.

Враховуючи вище зазначене, визначаємо зусилля у тяговому канаті за формулою

$$T = P \sin \gamma \pm PC_p \cos \gamma + W. \quad (2.47)$$

У формулі (2.47) знак «+» відповідає руху вагона вгору, а знак «-» – руху вниз.

Як видно з формул (2.46) та (2.47), зусилля у тяговому канаті значною мірою залежить від форми кривої провисання несучого каната, вплив якої відбивається у необхідності врахування кута підйому вагона  $\gamma$ . Залежність горизонтальної складової натягу несучого каната  $H$  встановлюємо за методикою, наведеної у п. 2.1.

#### Чисельний аналіз отриманих результатів

Розглянемо використання даної методики на прикладі підвісної канатної дороги «Місхор – Ай-Петрі» (рис. 2.13) з такими характеристиками:

- корисне навантаження (сумарна вага пасажирів)  $P = 32$  кН (40 пасажирів по 80 кг);
- вага порожнього вагона  $P_0 = 18$  кН;
- погонна вага несучого каната  $q_H = 0,1263$  кН/м (канат закритий несучий діаметром 47 мм за ГОСТ 7675-73);
- погонна вага тягового каната  $q_T = 0,01635$  кН/м (канат подвійного звивання діаметром 21 мм за ГОСТ 2688-80; діаметри головного та хвостового канатів приймаємо рівними);
- робоче зусилля натяжного пристрою, яке сприймається однією віткою тягового каната,  $T_0 = 56,5/2$  кН (маса робочого вантажу пристрою 5,65 т);
- довжина каната на трасі  $L_K = 1342$  м (визначена за рекомендаціями [132], вважаючи провисання несучого каната в прогонах приблизно од-

наковим і рівним 2 % від довжини прогонів за умови відсутності натяжного пристрою).

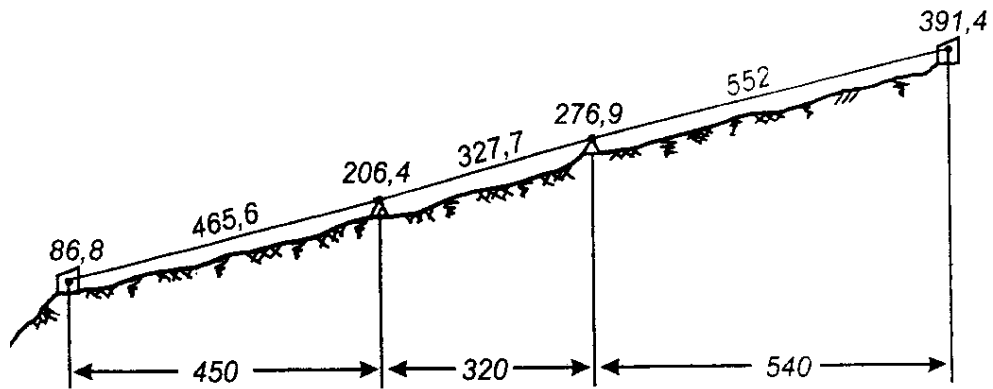


Рис. 2.13. Профіль нижньої ділянки дороги «Місхор – Ай-Петрі»

На рис. 2.14 наведено діаграму зусиль у набігаючій на приводний шків та збігаючій з нього вітках тягового каната. Характерною особливістю отриманих результатів є наявність стрибків зусилля під час проходження вагонами опор. Це пов'язано зі стрімкою зміною кривої провисання несучого каната при переході вагона з одного прогону до іншого (рис. 2.15).

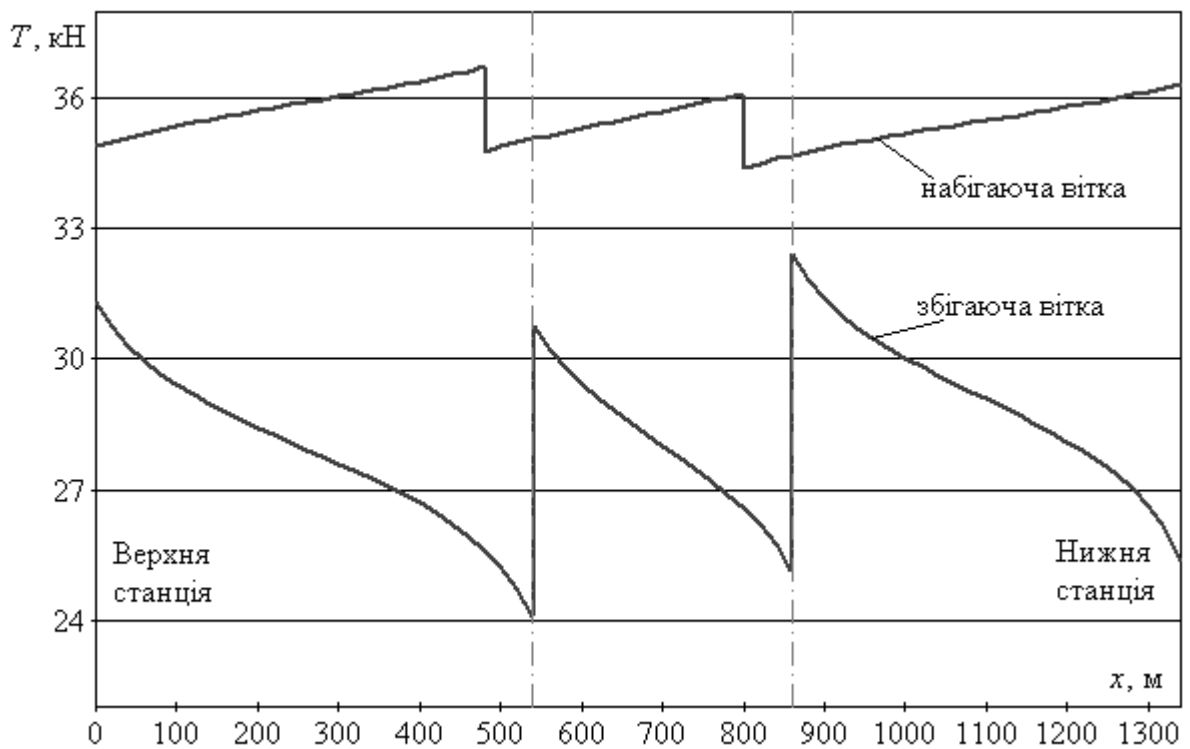


Рис. 2.14. Діаграма зусиль у набігаючій та збігаючій вітках тягового каната

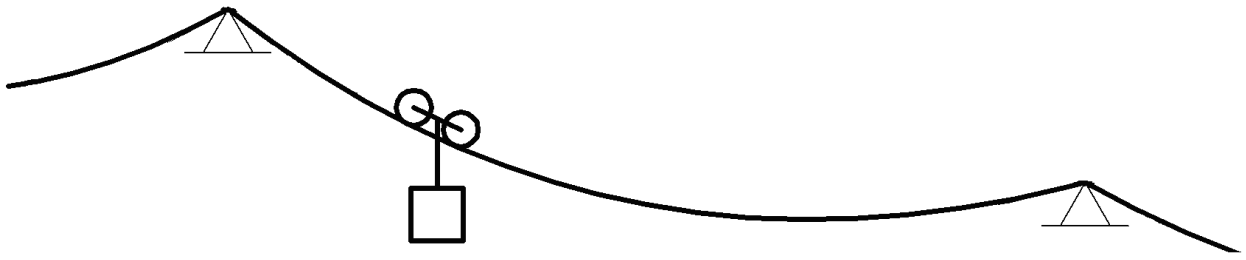


Рис. 2.15. Форма кривої провисання несучого каната

Відмічене явище буде мати суттєвий вплив на діаграми окружних зусиль приводу, побудова і аналіз яких буде виконано далі.

### 2.2.2. Дослідження впливу пружних і температурних деформацій несучого каната на зусилля у тяговому канаті

Вплив температурних деформацій на навантаженість несучого каната відображається в кількох аспектах. По-перше, зміна температури призводить до зміни об'єму. Оскільки довжина несучого каната підвісної дороги значно більша за площу поперечного перерізу, вважається, що температурна деформація відіб'ється у зміні довжини каната

$$\Delta L_t = L_k \rho_t \Delta t, \quad (2.48)$$

де  $L_k$  – довжина каната у недеформованому стані;

$\rho_t$  – коефіцієнт температурної деформації;

$\Delta t$  – зміна температури відносно початкового стану.

Зміна довжини каната впливає на його початкову жорсткість, тому під час аналізу напружено-деформованого стану каната слід використовувати замість  $L_k$  величину  $L_{kt} = L_k \pm \Delta L_t$  (знак «+» у разі збільшення довжини каната через температурну деформацію, «-» у разі її зменшення).

По-друге, вплив температури відбивається у зміні модуля пружності каната в цілому, який набуває вигляду функції двох змінних  $E = E(\Delta t, \varepsilon)$ , де  $\varepsilon$  – відносне значення пружної деформації, вплив якого не враховується під час виконання проектних розрахунків, але має місце в загальному випадку навантаження канатної системи [53].

Третій фактор впливу температурних деформацій – зміна погонної ваги каната:

$$q_t = q \frac{L_{\kappa}}{L_{\kappa} \pm \Delta L_t}, \quad (2.49)$$

де  $q_t$  – значення погонної ваги каната з урахуванням температурних деформацій.

Зазначені зміни мають взаємний вплив, а простежити їх комбінацію в межах канатної системи, більш того, контуру «привод – тяговий канат – натяжний пристрій» є досить складною задачею з точки зору точного математичного формулювання. Тому перед проведенням досліджень доцільно перевірити вплив кожного з вказаних факторів на кінцевий результат відносно початкового (недеформованого) стану елементів канатної системи.

#### Вплив температурних деформацій

Щодо впливу зміни температури на напружено-деформований стан елементів канатної системи підвісної дороги слід зауважити, що період, який моделюється з метою дослідження навантаженості елементів контуру «привод – тяговий канат – натяжний пристрій», є порівняно невеликим (кілька хвилин), впродовж якого температура каната зміниться несуттєво, а отже, і вплив температурних деформацій є досить обмеженим. Це вказує на можливість не враховувати температурні деформації несучого каната під час визначення зусилля у тяговому канаті.

#### Вплив пружних деформацій

Вплив пружних деформацій несучого каната відбивається у збільшенні його довжини, а отже, зменшенні натягу. З формули (2.46) видно, що зменшення натягу несучого каната (а отже, й горизонтальної складової  $H$  цієї величини) призведе до збільшення кута підйому вагона, що, згідно формули (2.47), підвищить навантаженість тягового каната.

Визначимо горизонтальну складову натягу несучого каната  $H$  з урахуванням пружних деформацій, використовуючи метод послідовних наближень:

- 1) за характеристиками ПКД з урахуванням рекомендацій [132] визначаємо довжину каната в недеформованому стані  $L_K$ ;
- 2) визначаємо середній натяг каната у недеформованому стані за формулою

$$T_{\text{сер}0} = 0,5(T_{\text{max}0} + T_{\text{min}0}), \quad (2.50)$$

де  $T_{\text{max}0}$ ,  $T_{\text{min}0}$  – найбільша і найменша величини натягу, які властиві найвищій та найнижчій точкам кривої провисання каната відповідно;

$$T_{\text{max}0} = H_0 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_0^B}, \quad (2.51)$$

$$T_{\text{min}0} = H_0, \quad (2.52)$$

де  $H_0$  – горизонтальна складова натягу каната у недеформованому стані;

$\alpha_0^B$  – кут нахилу дотичної до кривої провисання несучого каната в найвищій її точці;

- 3) визначаємо пружне видовження каната у першому наближенні за формулою

$$\Delta L_1 = L_K \frac{T_{\text{сер}0}}{EF}, \quad (2.53)$$

де  $E$ ,  $F$  – модуль пружності та площа поперечного перерізу несучого каната;

- 4) визначаємо уточнене значення довжини каната у першому наближенні за формулою

$$L_{K1} = L_K + \Delta L_1; \quad (2.54)$$

- 5) визначаємо уточнене значення максимального натягу у першому наближенні за формулою

$$T_{\text{max}1} = H_1 \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_1^B}, \quad (2.55)$$

де  $H_1, \alpha_1^B$  – уточнені значення відповідних величин у першому наближенні;

- б) визначаємо відхилення уточненого значення максимального натягу каната за першим наближенням від максимального натягу каната у недеформованому стані за формулою

$$\Delta T_1 = \frac{|T_{\max 1} - T_{\max 0}|}{T_{\max 0}} \cdot 100 \% ; \quad (2.56)$$

- 7) якщо  $\Delta T_1 > \xi$  (зазвичай приймають  $\xi \leq 1 \%$  [53]), повторити розрахунки п. 3–7, використовуючи формули (2.53)–(2.56) у такому вигляді:

$$\Delta L_i = L_{\kappa} \frac{T_{\text{сер}i-1}}{EF} ; \quad (2.53a)$$

$$L_{\kappa i} = L_{\kappa} + \Delta L_i ; \quad (2.54a)$$

$$T_{\max i} = H_i \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_i^B} ; \quad (2.55a)$$

$$\Delta T_i = \frac{|T_{\max i} - T_{\max i-1}|}{T_{\max i-1}} \cdot 100 \% , \quad (2.56a)$$

де  $i = \overline{2, n}$  – порядок наближення розрахунку (розрахунок виконується для  $n$  наближень, доки  $\Delta T_i > \xi$ ).

### Чисельний аналіз отриманих результатів

Розглянемо вплив деформацій несучого каната на навантаженість тягового каната (а отже, й усіх елементів контуру «привод – тяговий канат – натяжний пристрій») на прикладі підвісної канатної дороги маятникового типу з такими характеристиками:

- параметри профілю (рис. 2.16): перший прогін –  $l_1 = 50$  м;  $\beta_1 = 10^\circ$ ;
- другий прогін –  $l_2 = 75$  м;  $\beta_2 = 5^\circ$ ;
- вага вагона з пасажирами  $P = 50$  кН;
- коефіцієнти опору до формул (2.45) та (2.47)  $C_p = 0,02$  [58],  $f = 0,0065$  [9];

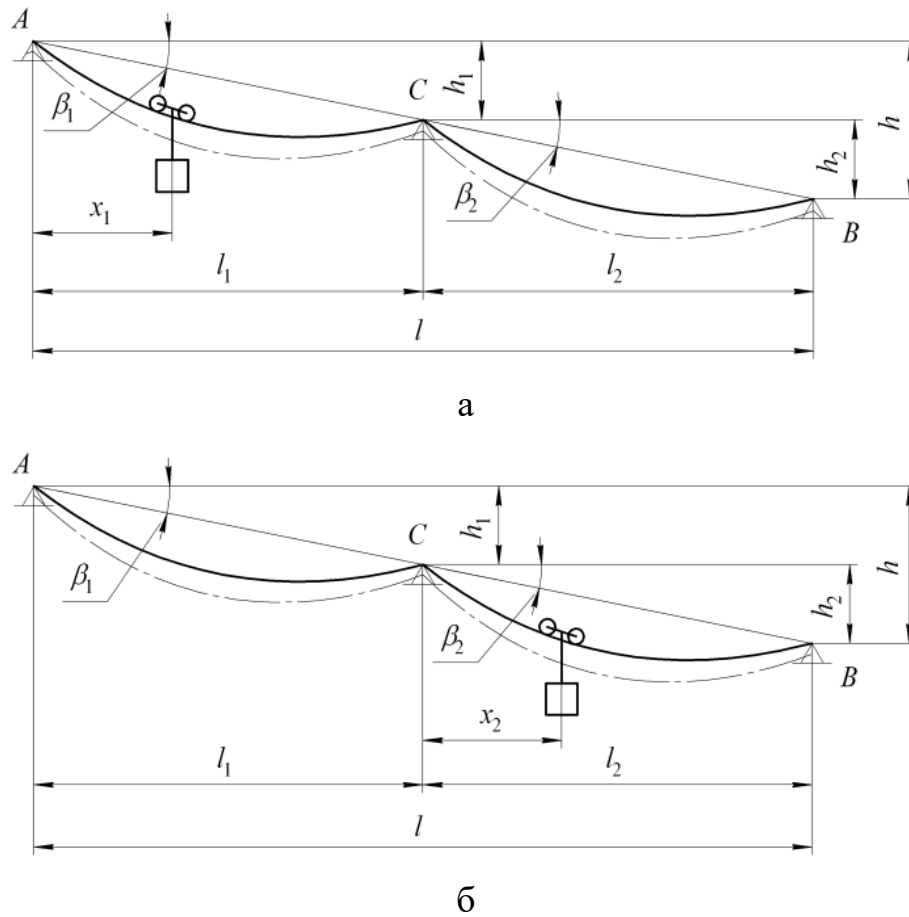


Рис. 2.16. Профіль дороги:

а – вагон у першому прогоні;

б – вагон у другому прогоні

- погонна вага несучого та тягового канатів у недеформованому стані  $q_H = 0,1263$  кН/м (канат закритий несучий діаметром 47 мм за ГОСТ 7675-73) та  $q_T = 0,01635$  кН/м (канат подвійного звивання діаметром 21 мм за ГОСТ 2688-80) відповідно;
- модуль пружності та площа поперечного перерізу несучого каната  $E = 1,6 \cdot 10^5$  МПа та  $F = 1476,62$  мм<sup>2</sup> відповідно;
- робоче зусилля натяжного пристрою: до несучого каната  $G_0 = 460$  кН; до тягового каната  $T_0 = 56,5 / 2 = 28,25$  кН (зусилля 56,5 кН, яке розвиває натяжний пристрій, сприймається двома вітками каната);
- відносне провисання несучого каната в обох прогонах вважаємо однаковим і рівним 2 % від довжини прогонів.

Розглянемо дві задачі:

- 1 – кінці несучого каната закріплені у точках  $A$  і  $B$ ;
- 2 – у точці  $B$  несучий канат натягнуто пристроєм з робочим зусиллям  $G_0$ .

В обох випадках передбачено вільне переміщення каната уздовж опорного башмака, шарнірно закріпленого у точці  $C$ ; коефіцієнт тертя в парі «несучий канат – опорний башмак» приймаємо  $\mu = 0,16$ .

Із точки  $A$  (верхня приводна станція) до точки  $B$  (нижня натяжна станція) рухається вагон вагою  $P$ . При цьому несучий канат зміщується уздовж опорного башмака (точка  $C$ ) для забезпечення статичної рівноваги двох відрізків каната  $AC$  і  $BC$ , один з яких завантажено рівномірно розподіленою вагою  $q_H$  (погонна вага несучого каната) та зосередженою силою  $P$ , інший – лише вагою  $q_H$ . Вважаючи лінію контакту каната з башмаком (у площині поздовжнього профілю дороги) дугою кола, можна записати умову рівноваги відрізків  $AC$  і  $BC$  на опорі  $C$  у вигляді

$$T_1^H = T_2^B \exp \mu \varphi, \quad (2.57)$$

де  $T_1^H$ ,  $T_2^B$  – зусилля в несучому канаті біля нижньої опори першого прогону та біля верхньої опори другого прогону відповідно;

$\varphi = \alpha_2^B - \alpha_1^H$  – кут взаємодії каната з башмаком;

$\alpha_1^H$ ,  $\alpha_2^B$  – кути нахилу дотичних до кривої провисання несучого каната біля нижньої опори першого прогону та верхньої опори другого прогону відповідно (точка  $C$ ).

Рівняння (2.57) відповідає руху вагона у першому прогоні. Коли розглядається рух вагона у другому прогоні, воно має бути записано у вигляді  $T_2^B = T_1^H \exp \mu \varphi$ , оскільки при цьому змінюється напрямок переміщення каната.

Для визначення величини натягу несучого каната, а через неї і довжини каната в недеформованому стані використаємо принцип модульного компонування, наведений у п. 2.1.

Для кожної з задач згідно принципів модульного компонування складемо по дві математичні моделі, які відповідають переміщенню вагона у першому та другому прогонах.

У разі відсутності натяжного пристрою до несучого каната (кінці закріплені в точках  $A$  і  $B$ ; див. рис. 2.16) при переміщенні вагона у першому прогоні математична модель складається з таких рівнянь:

$$H_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1^H} = H_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2^B} \cdot \exp \left( \mu \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_2^B - \operatorname{tg} \alpha_1^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2^B \operatorname{tg} \alpha_1^H} \right); \quad (2.58)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1^H = \operatorname{tg} \beta_1 - \frac{q_H l_1}{2H_1 \cos \beta_1} (1 + 2k_1 \delta_1); \quad (2.59)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2^B = \operatorname{tg} \beta_2 + \frac{q_H l_2}{2H_2 \cos \beta_2}; \quad (2.60)$$

$$L_k = \frac{l_1}{\cos \beta_1} + \frac{q_H^2 l_1^3 \cos \beta_1}{24H_1^2} \left( 1 + 12\delta_1(1 - \delta_1) \left( k_1^2 + k_1 \right) \right) + \frac{l_2}{\cos \beta_2} + \frac{q_H^2 l_2^3 \cos \beta_2}{24H_2^2}, \quad (2.61)$$

де  $H_1, H_2$  – горизонтальні складові натягу несучого каната в першому та другому прогонах відповідно;

$\beta_1, \beta_2, l_1, l_2$  – кут нахилу хорд і довжини першого та другого прогонів відповідно;

$k_1 = P \cos \beta_1 / q_H l_1$  – коефіцієнт, який враховує вплив ваги вагона  $P$  на форму кривої провисання несучого каната;

$\delta_1 = x_1 / l_1$  – відносна координата вагона у першому прогоні ( $x_1$  – абсциса вагона у плоскій декартовій системі координат; див. рис. 2.16, а).

За умови переміщення вагона у другому прогоні математична модель має вигляд:

$$H_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2^B} = H_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1^H} \cdot \exp \left( \mu \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_2^B - \operatorname{tg} \alpha_1^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2^B \operatorname{tg} \alpha_1^H} \right); \quad (2.62)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1^H = \operatorname{tg} \beta_1 - \frac{q_H l_1}{2H_1 \cos \beta_1}; \quad (2.63)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2^B = \operatorname{tg} \beta_2 + \frac{q_H l_2}{2H_2 \cos \beta_2} [1 + 2k_2(1 - \delta_2)]; \quad (2.64)$$

$$L_K = \frac{l_1}{\cos \beta_1} + \frac{q_H^2 l_1^3 \cos \beta_1}{24H_1^2} + \frac{l_2}{\cos \beta_2} + \frac{q_H^2 l_2^3 \cos \beta_2}{24H_2^2} \left( 1 + 12\delta_2(1 - \delta_2) (k_2^2 + k_2) \right), \quad (2.65)$$

де  $k_2 = P \cos \beta_2 / q_H l_2$ ;  $\delta_2 = x_2 / l_2$  (див. рис. 2.16, б).

При розташуванні натяжного пристрою до несучого каната на нижній станції (таке розташування є звичайним для більшості підвісних канатних доріг) наведені вище математичні моделі зазнають змін лише щодо рівнянь (2.61) та (2.65). Замість них слід враховувати умову статичної рівноваги каната у точці  $B$  (див. рис. 2.16), яка матиме такий вигляд:

$$H_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2^H} = G_0 k_0, \quad (2.66)$$

де  $k_0$  – коефіцієнт, який враховує опори у натяжному пристрої до несучого каната та відповідних відхиляючих елементах (шківах, башмаках тощо).

За умови переміщення вагона в першому прогоні

$$\operatorname{tg} \alpha_2^H = \operatorname{tg} \beta_2 - \frac{q_H l_2}{2H_2 \cos \beta_2}, \quad (2.67)$$

в іншому разі

$$\operatorname{tg} \alpha_2^H = \operatorname{tg} \beta_2 - \frac{q_H l_2}{2H_2 \cos \beta_2} (1 + 2k_2 \delta_2). \quad (2.68)$$

З формул (2.61) та (2.65) видно, що довжина каната у не розтягнутому стані, яка надалі підлягає уточненню з урахуванням пружних деформацій, залежить не стільки від зусилля в канаті, як від горизонтальної складової цієї величини, тому аналіз впливу деформацій на навантаженість як несучого, так і тягового каната здійснюємо саме за параметром  $H$ . Доцільність такого під-

ходу підтверджується і виразом (2.46), згідно якого кут підйому вагона  $\gamma$  залежить від величини  $H$ .

За наведеним вище алгоритмом визначаємо горизонтальну складову зусилля в несучому канаті з урахуванням пружних деформацій ( $H_{\text{пр}}$ ), після чого розраховуємо відхилення цієї величини від такої для недеформованого стану каната за формулою

$$\Delta H = \frac{|H_{\text{пр}} - H|}{H} \cdot 100 \% . \quad (2.69)$$

Аналіз отриманих результатів показав, що ряди послідовно визначених величин горизонтальної складової натягу збігаються у четвертому наближенні (деякі й раніше) з точністю  $\xi \leq 0,1 \%$ .

Графіки зміни відхилення  $\Delta H$  під час переміщення вагона у першому та другому прогонах за наявності натяжного пристрою до несучого каната і без такого наведені на рис. 2.17, 2.18. Результати аналізу отриманих даних вказано в табл. 2.2.

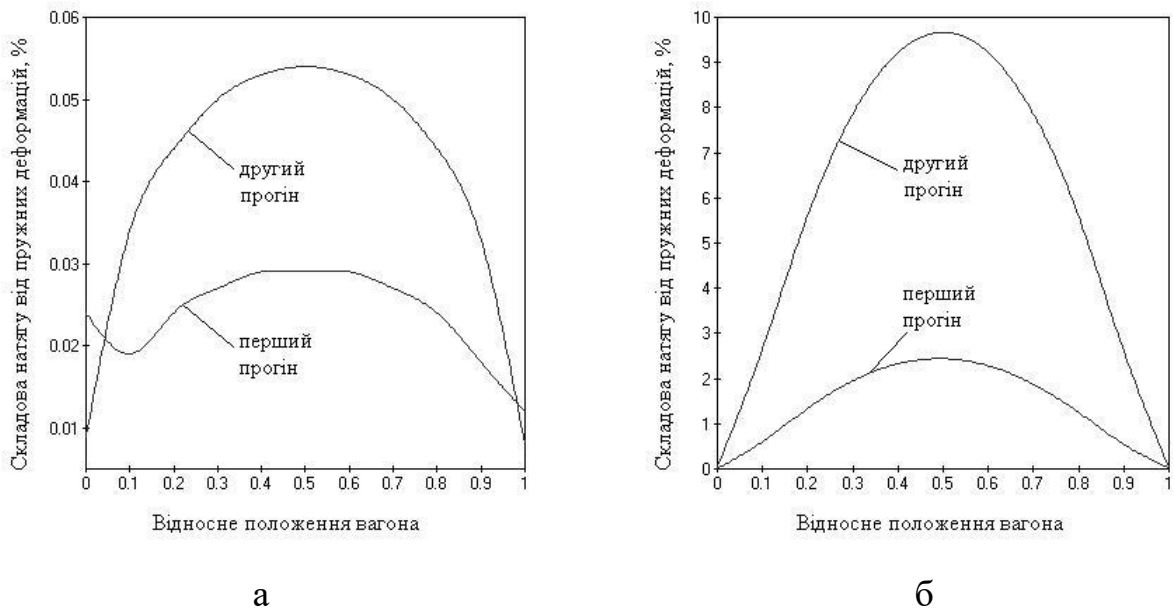


Рис. 2.17. Вплив пружних деформацій на навантаженість несучого каната без натяжного пристрою:

а – прогони з вагоном;

б – прогони без вагона

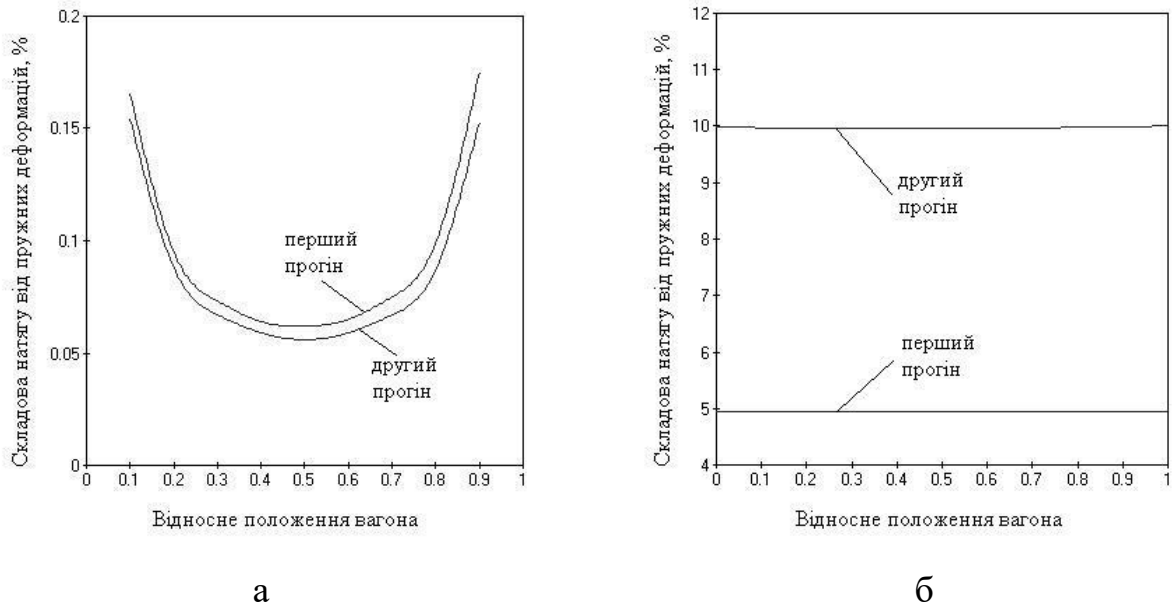


Рис. 2.18. Вплив пружних деформацій на навантаженість несучого каната за умови розташування натяжного пристрою на нижній станції:

а – прогони з вагоном;

б – прогони без вагона

Таблиця 2.2

**Значення показників впливу пружних деформацій на зусилля в несучому і тяговому канатах, %**

Показник	Без НП		НП-низ	
	I	II	I	II
$\Delta H_1$	0,029	9,668	0,175	10,005
$\Delta H_2$	2,441	0,054	0,933	0,154
$\Delta T_T$	0,009	0,005	0,565	0,305

У табл. 2.2 прийнято такі позначення:

$\Delta H_1$ ,  $\Delta H_2$  – складові натягу несучого каната від пружних деформацій у першому та другому прогонах відповідно;

$\Delta T_T$  – відхилення зусилля у тяговому канаті, визначеного з урахуванням зміни кута підйому вагона через пружну деформацію несучого каната у

четвертому наближенні, від відповідної величини для несучого каната у недеформованому стані;

I, II – номери прогонів, в яких рухається вагон;

«Без НП» – кінці несучого каната закріплені в точках *A* і *B* (див. рис. 2.16) без використання натяжного пристрою (НП);

«НП-низ» – використання натяжного пристрою несучого каната з його розміщенням на нижній станції (точка *B*; див. рис. 2.16).

Аналізуючи отримані результати, можна зробити такі висновки:

1. З табл. 2.2 видно, що вплив пружних деформацій несучого каната на зусилля у тяговому канаті є незначним (менше 1 %), що вказує на можливість не враховувати зміни довжини несучого каната через пружні властивості під час моделювання навантаженості елементів контуру «привод – тяговий канат – натяжний пристрій» та обґрунтування раціональних параметрів приводу.
2. Наявність натяжного пристрою підвищує вплив пружних властивостей несучого каната на елементи канатної системи та систему в цілому. Однак з рис. 2.18, б видно, що в прогонах за відсутності вагона величина  $\Delta H$  майже не змінюється. Це вказує на те, що вона не залежить від положення вагона в суміжному прогоні, а визначається лише параметрами канатної системи.

### 2.3. Побудова діаграм окружних зусиль приводу

Під час експлуатації існуючих та проектуванні нових канатних доріг виникає потреба у побудові діаграм окружних зусиль приводу, які відображають зміну окружного зусилля у часі або як функцію положення вагонів на трасі за різних режимів навантаження. Такі діаграми дозволяють визначати середні та пікові значення навантаженості елементів приводу, його потужності, а також оцінити стан обладнання після тривалої експлуатації (за характером зміни діаграм).

У роботі [77] викладено методику побудови діаграм окружних зусиль експериментальним шляхом, що є зручним для оцінки стану обладнання доріг, які використовуються або були у вжитку, проте знову монтуються і вводяться в експлуатацію. Однак такий підхід не може бути використаний для аналізу навантаженості елементів приводу у разі внесення змін до будови існуючих (наприклад, деякі зміни описано в роботі [78]) або проектуванні нових доріг. У таких випадках доцільним є використання методик, які ґрунтуються на аналітичних залежностях та приймають в якості вихідних даних параметри дороги до чи після модернізації.

Діаграми окружних зусиль дозволяють обґрунтовувати розрахункові навантаження на елементи приводів шляхом встановлення максимальних значень окружних зусиль та положень вагонів у прогонах, які відповідають цим значенням.

Етапи побудови діаграм окружних зусиль приводу експериментальним та аналітичним шляхами розглянемо на прикладі нижньої ділянки підвісної канатної дороги маятникового типу «Місхор – Ай-Петрі» (м. Ялта), схема профілю якої наведена на рис. 2.13.

### 2.3.1. Побудова діаграм за результатами експерименту

Побудова діаграм окружних зусиль експериментальним шляхом ґрунтується на виразі, який визначає залежність обертального моменту  $M$  вала електродвигуна від сили струму якоря  $I$ :

$$M = k\Phi \cdot I, \quad (2.70)$$

де  $k$  – коефіцієнт, який залежить від особливостей будови двигуна;

$\Phi$  – потік збудження.

Враховуючи відносну стабільність величини  $k\Phi$  у всіх режимах роботи та можливість її визначення за номінальними характеристиками двигуна, запишемо

$$k\Phi = \frac{M_H}{I_H}, \quad (2.71)$$

де  $M_H$  – номінальний обертальний момент на валу двигуна;

$I_H$  – номінальний струм двигуна (паспортна характеристика).

Вважаючи відомими діаметр приводного шківa  $D_{III}$ , передаточне відношення  $u$  та коефіцієнт корисної дії  $\eta$  приводу, можна встановити залежності між окружним зусилля  $F$  та силою струму  $I$  у силовому та гальмівному режимах роботи.

У силовому режимі роботи привод долає усі опори переміщенню вагонів та канатів в урахуванням втрат енергії в елементах самого приводу (механічні передачі, підшипникові вузли тощо). При цьому окружне зусилля на діаграмі є додатнім і визначається за формулою

$$F = \frac{2k\Phi u \eta}{D_{III}} \cdot I. \quad (2.72)$$

У гальмівному режимі привод стримує вільний рух вагонів, а втрати енергії в елементах самого приводу зменшують окружне зусилля, величина якого на діаграмі є від'ємною та визначається за формулою

$$F = \frac{2k\Phi u}{D_{III} \eta} \cdot I. \quad (2.73)$$

Від'ємність окружного зусилля у гальмівному режимі зумовлюється від'ємним значенням сили струму в таких умовах роботи.

Експериментальні дослідження проводилися для ПКД «Місхор – Ай-Петрі», характеристики якої наведено в п. 2.2. Перед проведенням експерименту на приводному шківу була нанесена позначка.

Роботи проводилися наступним чином [77]. Під час проходження позначкою деякої нерухомої точки здійснювалася реєстрація сили струму якоря двигуна. Запис діаграм струмів здійснювався впродовж руху вагонів в обох напрямках. При цьому один з вагонів був завантажений повністю, а інший – порожній.

За результатами експериментів було побудовано діаграми окружних зусиль (суцільна лінія, яка відповідає проектній характеристиці дороги) та струмів (штрихпунктирна лінія), які наведено на рис. 2.19.

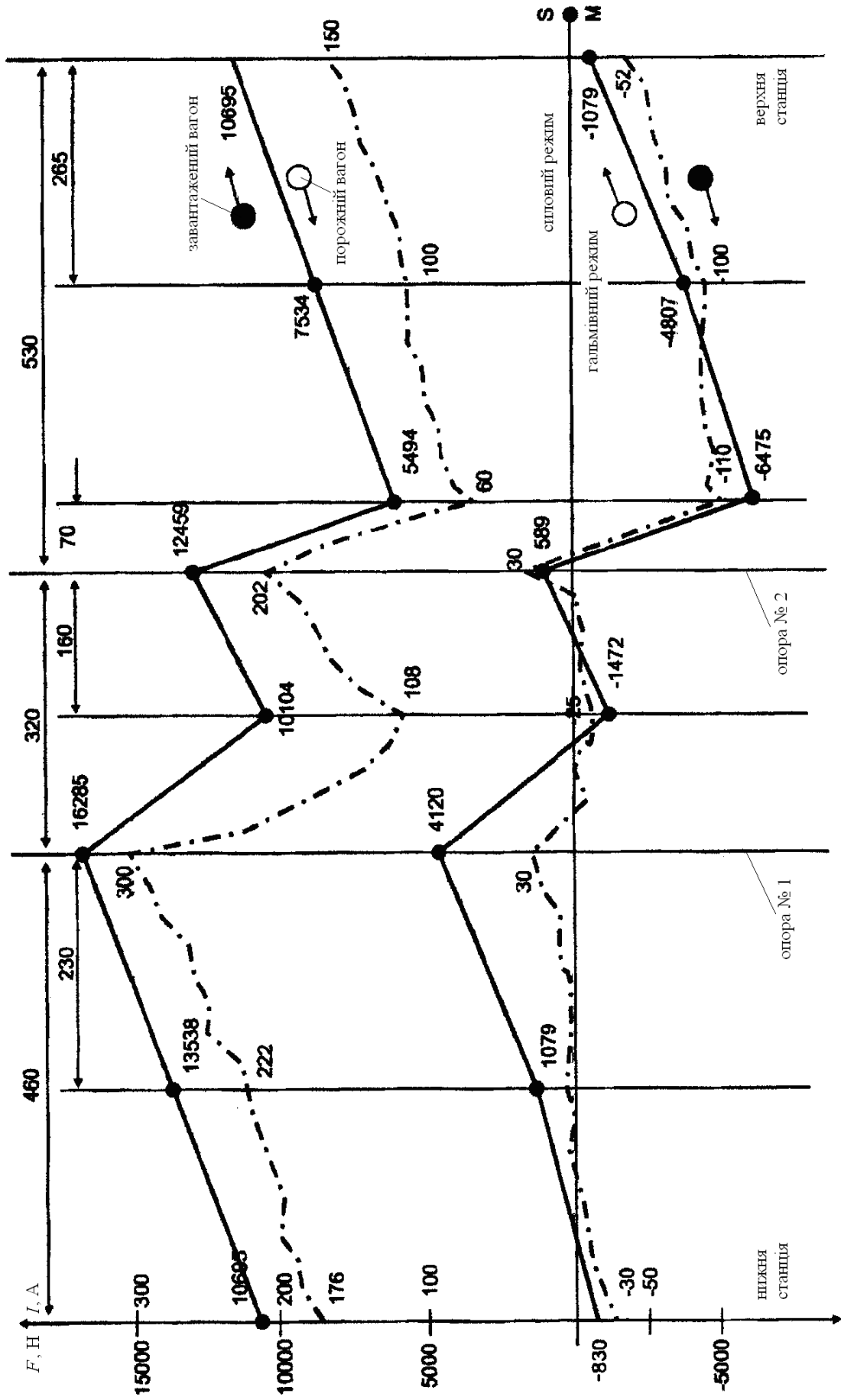


Рис. 2.19. Діаграми окружних зусиль та струмів, які отримано експериментальним шляхом

З рис. 2.20 видно, що проектна діаграма окружних зусиль та діаграма струмів за своїм характером майже співпадають. Це вказує на можливість використання способу побудови діаграми за експериментальними даними для визначення фактичних навантажень на елементи приводів ПКД, які експлуатуються тривалий час з метою обґрунтування необхідності проведення додаткових ремонтних робіт або заміни певних вузлів приводу.

### 2.3.2. Побудова діаграм за результатами математичного моделювання

Для побудови діаграм окружних зусиль аналітичним шляхом використовуємо математичні моделі, які складено з використанням принципів модульного компонування (див. п. 2.1). Такий підхід є універсальним і дозволяє отримати залежність окружного зусилля приводу від положення вагона на трасі з урахуванням проектних характеристик та змін конструкції, внесених під час експлуатації.

Для визначення величини окружного зусилля приводу канатної дороги необхідно моделювати зустрічний синхронний рух вагонів. Оскільки вони з'єднані між собою тяговим канатом, переміщення вагона з верхньої станції до нижньої (надалі – верхній вагон) уздовж траси  $s_B$  дорівнює переміщенню вагона з нижньої станції до верхньої  $s_H$  (надалі – нижній вагон). Положення вагона, який рухається вниз, визначає зусилля у збігаючій з приводного шківів вітці тягового каната  $T_{3\delta}$ , а положення вагона, який рухається уверх, – зусилля у набігаючій на приводний шків вітці тягового каната  $T_{H\delta}$ .

Окружне зусилля визначається за формулою

$$F = T_{H\delta} - T_{3\delta}. \quad (2.74)$$

Величини  $T_{H\delta}$  і  $T_{3\delta}$  визначаємо за методикою, наведеною в п. 2.2 з урахуванням напрямку руху (вверх або вниз):

$$T_{H\delta} = P_H C_p \cos \gamma_H + P_H \sin \gamma_H + W_H; \quad (2.75)$$

$$T_{3\delta} = -P_B C_p \cos \gamma_B + P_B \sin \gamma_B + W_B, \quad (2.76)$$

де  $P_H, P_B$  – складові ваги нижнього та верхнього вагонів відповідно, які сприймаються одним тяговим канатом;

$\gamma_H, \gamma_B$  – кути підйому нижнього та верхнього вагонів відповідно;

$W_H, W_B$  – складові натягу віток тягового каната від власної ваги з боку нижнього та верхнього вагонів відповідно;

$C_p$  – коефіцієнт опору руху вагонів.

Величини  $P_H$  і  $P_B$  характеризують робоче навантаження. Для визначення пікових значень окружного зусилля необхідно розглянути два варіанти навантаження:

- нижній вагон завантажено повністю, верхній – порожній:

$$P_H = 0,5(P + P_0), \quad P_B = 0,5P_0; \quad (2.77)$$

- нижній вагон порожній, верхній – завантажено повністю:

$$P_H = 0,5P_0, \quad P_B = 0,5(P + P_0), \quad (2.78)$$

де  $P$  – корисне навантаження (сумарна вага пасажирів);

$P_0$  – вага порожнього вагона.

Значення кутів підйому вагонів визначаємо за виразами, складеними на основі формули (2.46):

$$tg \gamma_H = tg \beta + \frac{P_H \cos \beta + (q_H + q_T)l}{2H \cos \beta} \left(1 - 2 \frac{x_H}{l}\right); \quad (2.79)$$

$$tg \gamma_B = tg \beta + \frac{P_B \cos \beta + (q_H + q_T)l}{2H \cos \beta} \left(1 - 2 \frac{x_B}{l}\right), \quad (2.80)$$

де  $\beta, l$  – кут нахилу хорди та довжина прогону відповідно;

$q_H, q_T$  – погонна вага несучого та тягового канатів відповідно;

$H$  – горизонтальна складова натягу несучого каната;

$x_H, x_B$  – координати, які характеризують положення нижнього та верхнього вагонів по горизонталі відносно верхніх опор відповідних прогонів.

Складові натягу віток тягового каната від власної ваги визначаємо за виразами, складеними на основі формули (2.45):

$$W_H = T_0 + q_T(h_c + f l_c); \quad (2.81)$$

$$W_B = T_0 - q_T(h_c + f l_c), \quad (2.82)$$

де  $T_0$  – робоче зусилля натяжного пристрою, яке сприймається однією віткою тягового каната;

$f$  – коефіцієнт опору руху тягового каната;

$h_c$  – перепад висот за кінцевими станціями;

$l_c$  – довжина дороги по горизонталі.

### Чисельний аналіз математичної моделі

В якості вихідних даних для складання діаграм окружних зусиль за результатами математичного моделювання було прийнято характеристики ПКД «Місхор – Ай-Петрі» (див. п. 2.1) для можливості співставлення результатів з діаграмою, побудованою за експериментальними даними.

Як було зазначено у п. 2.2, натяг віток тягового каната суттєво залежить від форми кривої провисання несучого каната в конкретній точці розташування вагона в прогоні, яка вказується координатою  $x$  ( $x_H$  для нижнього та  $x_B$  для верхнього вагона відповідно). Вплив кривої провисання відбивається через зміну кута підйому вагона, який залежить від горизонтальної складової натягу несучого каната  $H$ . Залежність цієї величини від положення вагона в прогоні отримуємо за методикою, наведеною в п. 2.1. Так, за умови руху вагона у першому прогоні (відлік ведеться від верхньої станції) математична модель має вигляд:

$$H_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1^H} = H_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2^B} \cdot \exp \left( \mu \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_2^B - \operatorname{tg} \alpha_1^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2^B \cdot \operatorname{tg} \alpha_1^H} \right); \quad (2.83)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1^H = \operatorname{tg} \beta_1 - \frac{q_H l_1}{2H_1 \cos \beta_1} (1 + 2k_1 \delta_1); \quad (2.84)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2^B = \operatorname{tg} \beta_2 + \frac{q_H l_2}{2H_2 \cos \beta_2}; \quad k_1 = \frac{P_B}{q_H l_1} \cos \beta_1; \quad (2.85)$$

$$H_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2^H} = H_3 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_3^B} \cdot \exp \left( \mu \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_3^B - \operatorname{tg} \alpha_2^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_3^B \cdot \operatorname{tg} \alpha_2^H} \right); \quad (2.86)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2^H = \operatorname{tg} \beta_2 - \frac{q_H l_2}{2H_2 \cos \beta_2}; \quad \operatorname{tg} \alpha_3^B = \operatorname{tg} \beta_3 + \frac{q_H l_3}{2H_3 \cos \beta_3}; \quad (2.87)$$

$$L_K = \frac{l_1}{\cos \beta_1} + \frac{q_H^2 l_1^3 \cos \beta_1}{24H_1^2} \left( 1 + 12\delta_1(1 - \delta_1) \left( k_1^2 + k_1 \right) \right) + \\ + \frac{l_2}{\cos \beta_2} + \frac{q_H^2 l_2^3 \cos \beta_2}{24H_2^2} + \frac{l_3}{\cos \beta_3} + \frac{q_H^2 l_3^3 \cos \beta_3}{24H_3^2}. \quad (2.88)$$

У цих формулах  $k_1$  – коефіцієнт додаткового навантаження, який враховує вплив зосередженої сили (ваги вагона) на криву провисання несучого каната;

$\delta_1 = x_1 / l_1$  – відносна координата, яка характеризує положення вагона в прогоні (вагон розташовано на відстані  $x_1$  від верхньої опори прогону по горизонталі);

$H_1, H_2, H_3$  – горизонтальні складові натягу несучого каната у першому, другому та третьому прогонах відповідно.

Математичні моделі для випадків переміщення вагона в другому та третьому прогонах складаються аналогічним чином.

Отримані за наведеною методикою діаграми окружних зусиль приводу наведено на рис. 2.20.

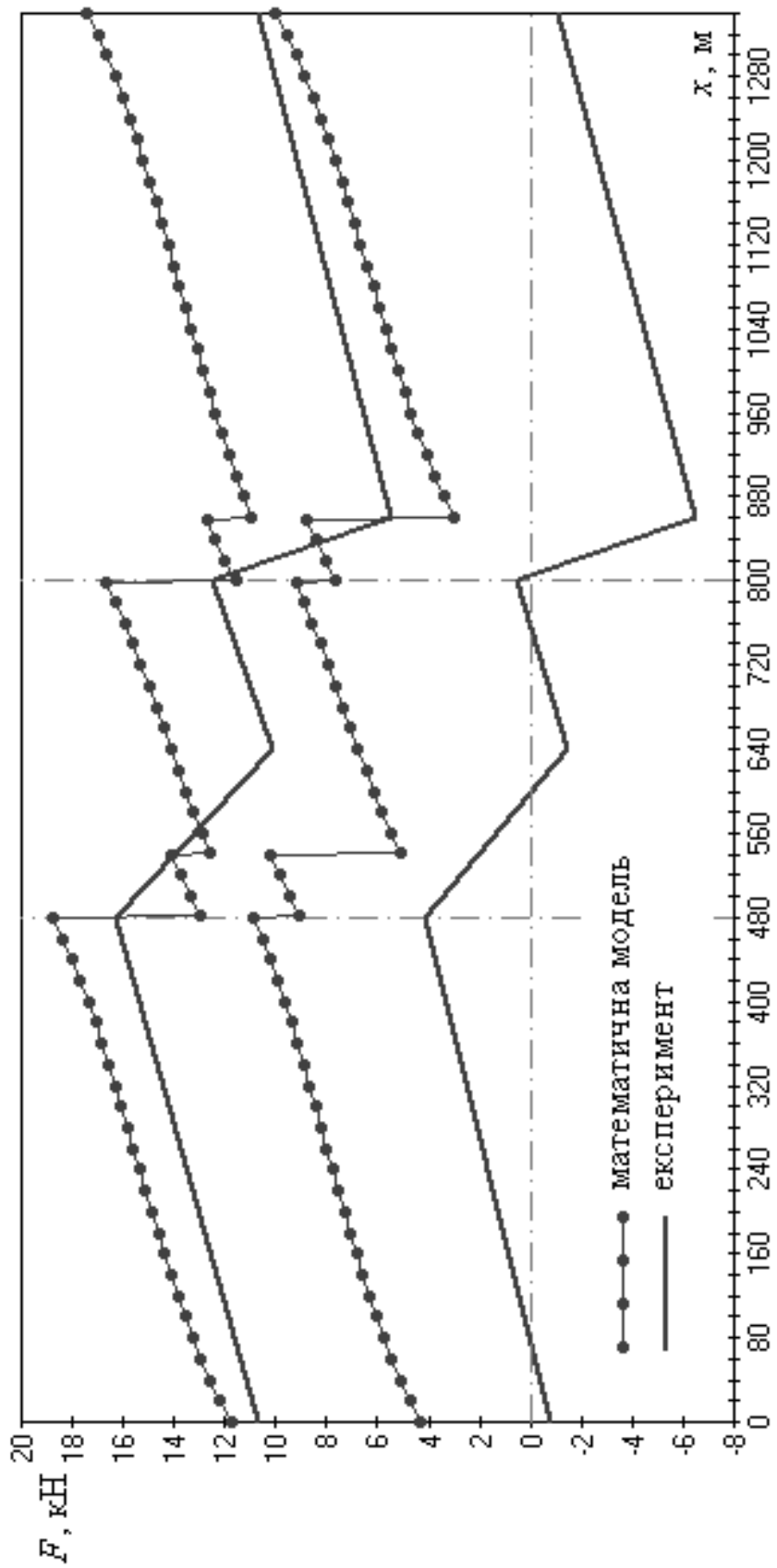


Рис. 2.20. Діаграми окружних зусиль, отримані аналітично та експериментально

Як бачимо, на кожній ділянці діаграми, яка відповідає певному прогону, має місце похибка моделювання (різниця між теоретичним та експериментальним значеннями). Це пояснюється неточністю задавання технічних характеристик дороги (особливо довжини каната на трасі  $L_K$ ), неоднозначністю визначення коефіцієнтів опору переміщенню вагонів та тягового каната, а також нехтуванням малими величинами. Однак, така похибка є систематичною (різниця теоретичного та експериментального значень окружного зусилля в межах одного прогону є відносно постійною), а отже, може бути виключена після обробки більшого обсягу статистичного матеріалу (порівняння діаграм окружних зусиль, отриманих аналітично та експериментально, для доріг з різними технічними характеристиками).

Особливу увагу слід звернути на різку зміну окружного зусилля під час проходження вагонами опор (так само, як і зусилля у тяговому канаті згідно п. 2.2), що є властивим для канатних доріг усіх типів [23]. Це явище не відмічено на експериментальних діаграмах окружних зусиль і струмів (див. рис. 2.19) через деякі особливості реєстрації зміни величини сили струму (мала місце дискретність замірів, а не безперервний запис).

Узагальнюючи отримані результати, можна дійти таких висновків:

- 1) на основі порівняння теоретичних та експериментальних діаграм окружних зусиль з проектними відмічаємо можливість використання наведених методик в інженерній практиці; при цьому математична модель може бути уточнена з метою виключення систематичних похибок, а експериментальна методика вимагає підвищення точності замірів (за необхідності, яка визначається метою побудови діаграми, слід використовувати безперервний запис зміни сили струму якоря двигуна);
- 2) теоретичну методику побудови діаграм окружних зусиль доцільно використовувати під час проектування нових та модернізації існуючих доріг з метою оцінки навантаженості елементів приводу;

- 3) експериментальну методику доцільно використовувати у разі перевірки технічного стану існуючих доріг під час проведення щорічних пуско-налагоджувальних робіт.

## 2.4. Вплив раціонального розташування опор на навантаженість елементів канатних доріг

### 2.4.1. Зменшення навантаженості несучого каната

#### Розробка математичної моделі

Для визначення натягу несучого каната при довільному розміщенні вагона на трасі скористаємося методикою, що базується на рівновазі каната на опорних башмаках, основи якої викладені в п. 2.1.

Основним принципом формування математичної моделі є опис перебування несучого каната в стані статичної рівноваги в кожному дискретному положенні вагона на трасі. Використовуючи формулу Ейлера (2.1), складаємо системи рівнянь, що характеризують рівновагу каната при русі вагона в першому та другому прогонах.

Розглянемо два випадки моделювання:

- 1) вагон рухається у першому прогоні (рис. 2.21);
- 2) вагон рухається у другому прогоні (рис. 2.22).

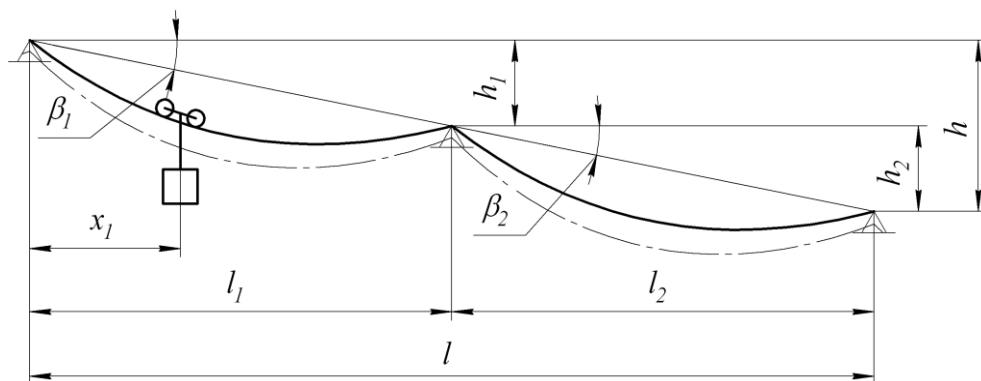


Рис. 2.21. Розрахункова схема до першого випадку моделювання (вагон рухається у першому прогоні)

Для першого випадку математична модель має вигляд:

$$H_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1^{\text{H}}} = H_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2^{\text{B}}} \cdot \exp \left( \mu \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_2^{\text{B}} - \operatorname{tg} \alpha_1^{\text{H}}}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2^{\text{B}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_1^{\text{H}}} \right); \quad (2.89)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2^{\text{B}} = \operatorname{tg} \beta_2 + \frac{ql_2}{2H_2 \cos \beta_2}; \quad (2.90)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1^{\text{H}} = \operatorname{tg} \beta_1 - \frac{ql_1}{2H_1 \cos \beta_1} (1 + k_1 \delta_1); \quad (2.91)$$

$$k_1 = \frac{P}{ql_1} \cos \beta_1; \quad (2.92)$$

$$L_{\text{K}} = \left[ \frac{l_1}{\cos \beta_1} + \frac{q^2 l_1^3 \cos \beta_1}{24H_1^2} \left( 1 + 12\delta_1(1 - \delta_1) (k_1^2 + k_1) \right) \right] + \left[ \frac{l_2}{\cos \beta_2} + \frac{q^2 l_2^3 \cos \beta_2}{24H_2^2} \right]. \quad (2.93)$$

Тут  $H_1$ ,  $H_2$  – горизонтальні складові натягу несучого канату в першому і другому прогонах відповідно, які, зважаючи на відсутність натяжного пристрою несучого канату, не однакові;  $l_1$ ,  $l_2$  – довжини прогонів;  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  – кути нахилу хорд прогонів;  $q$  – погонна вага каната;  $P$  – вага вагона (в межах даного пункту розглядається як сума ваги металоконструкції (корпусу) вагона і ваги пасажирів);  $\mu$  – коефіцієнт тертя несучого каната по опорному башмаку;  $\alpha_1^{\text{H}}$ ,  $\alpha_2^{\text{B}}$  – кути нахилу дотичних до кривої провисання несучого каната по обидві сторони від опори;  $\delta_1 = x_1/l_1$  – змінна, що визначає відносне положення вагона у прогоні;  $k_1$  – коефіцієнт додаткового навантаження, введений для спрощення запису математичної моделі;  $L_{\text{K}}$  – довжина несучого каната на трасі, яка, зважаючи на відсутність натяжного пристрою несучого канату, є постійною.

Максимальне зусилля – це натяг каната в найвищій точці профілю [58], тому для першого випадку моделювання

$$T_{\text{max}} = T_1^{\text{B}} = H_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1^{\text{B}}}; \quad (2.94)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1^B = \operatorname{tg} \beta_1 + \frac{ql_1}{2H_1 \cos \beta_1} [1 + 2k_1(1 - \delta_1)], \quad (2.95)$$

де  $\alpha_1^B$  – кут нахилу дотичної до кривої провисання несучого каната в точці, що відповідає опорі верхньої станції.

Другий випадок моделювання характеризується переміщенням вагона в другому прогоні (рис. 2.22), внаслідок чого математична модель набуває вигляду:

$$H_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2^B} = H_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1^H} \cdot \exp \left( \mu \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_2^B - \operatorname{tg} \alpha_1^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2^B \cdot \operatorname{tg} \alpha_1^H} \right); \quad (2.96)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2^B = \operatorname{tg} \beta_2 + \frac{ql_2}{2H_2 \cos \beta_2} [1 + 2k_2(1 - \delta_2)]; \quad (2.97)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1^H = \operatorname{tg} \beta_1 - \frac{ql_1}{2H_1 \cos \beta_1}; \quad (2.98)$$

$$k_2 = \frac{P}{ql_2} \cos \beta_2; \quad (2.99)$$

$$L_K = \left[ \frac{l_1}{\cos \beta_1} + \frac{q^2 l_1^3 \cos \beta_1}{24H_1^2} \right] + \left[ \frac{l_2}{\cos \beta_2} + \frac{q^2 l_2^3 \cos \beta_2}{24H_2^2} \left( 1 + 12\delta_2(1 - \delta_2) \left( k_2^2 + k_2 \right) \right) \right]. \quad (2.100)$$

Тут  $\delta_2 = x_2 / l_2$  – змінна, що визначає відносне положення вагона у прогоні;  $k_2$  – коефіцієнт додаткового навантаження, введений для спрощення запису математичної моделі.

Максимальний натяг каната, як і раніше, визначається за формулою (2.93); при цьому

$$\operatorname{tg} \alpha_1^B = \operatorname{tg} \beta_1 + \frac{ql_1}{2H_1 \cos \beta_1}. \quad (2.101)$$

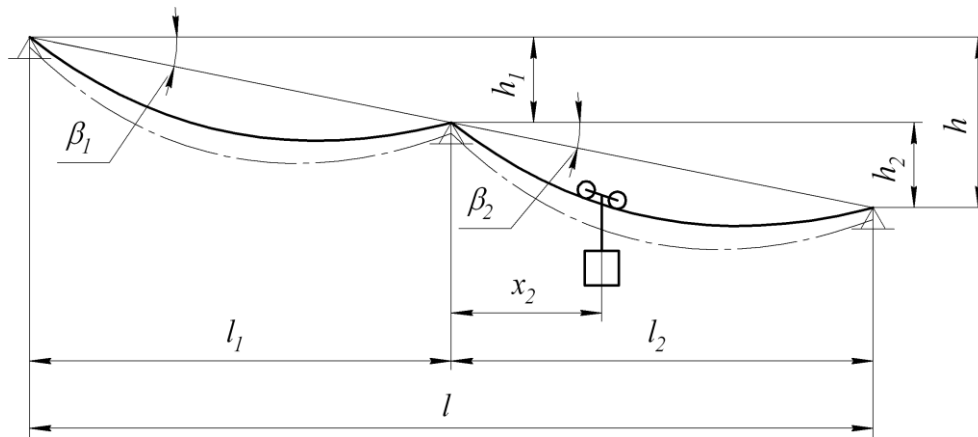


Рис. 2.22. Розрахункова схема до другого випадку моделювання (вагон рухається у другому прогоні)

### Чисельний аналіз математичної моделі

Розглянемо двопрогінну маятникову підвісну канатну дорогу з такими параметрами:

- відстань між кінцевими станціями  $l = 200$  м;
- перепад висот між кінцевими станціями  $h = 35$  м, що відповідає куту нахилу хорди траси  $\beta = 10^\circ$ ;
- несучий канат діаметром 52 мм з погонних вагою  $q = 0,15$  кН/м;
- вага вагона  $P = 50$  кН (40 пасажирів);
- провисання несучого каната в кожному прогоні – 5 %.

Для визначення параметрів раціонального розміщення опори між станціями, зробимо розрахунок зусилля в несучому канаті, змінюючи характеристики прогонів ( $l_1$ ,  $l_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ) шляхом переміщення опорної точки каната у вертикальній і горизонтальній площинах, розбиваючи  $l$  і  $h$  на пропорційні відрізки. Результати розрахунків зведемо в табл. 2.3 та відобразимо на графіках (рис. 2.23, 2.24)

Відзначимо, що найбільше значення натягу відповідає розміщенню вагона посередині одного з прольотів, тому в табл. 2.3 представлені два значення зусиль: над рисою – при розміщенні вагона посередині першого прогону, під рисою – посередині другого прогону. Більше з них виділено квад-

ратними дужками. Також наведено відносне відхилення  $\Delta$  більшого значення натягу каната від меншого за стовпцем та рядком.

Таблиця 2.3

## Максимальне зусилля в несучому канаті, кН

$l_1/l_2$	$h_1/h_2$					$\Delta, \%$
	$1/4$	$1/2$	$1/1$	$2/1$	$4/1$	
$1/4$	306/[620]	305/[634]	301/[650]	296/[662]	291/[671]	8
$1/2$	375/[538]	375/[547]	375/[559]	372/[569]	369/[575]	6
$1/1$	[461]/442	[463]/450	[463]/459	463/[468]	461/[473]	3
$2/1$	[547]/346	[550]/354	[552]/363	[552]/372	[552]/377	1
$4/1$	[615]/265	[619]/274	[623]/284	[625]/294	[626]/300	2
$\Delta, \%$	26	27	29	29	30	–

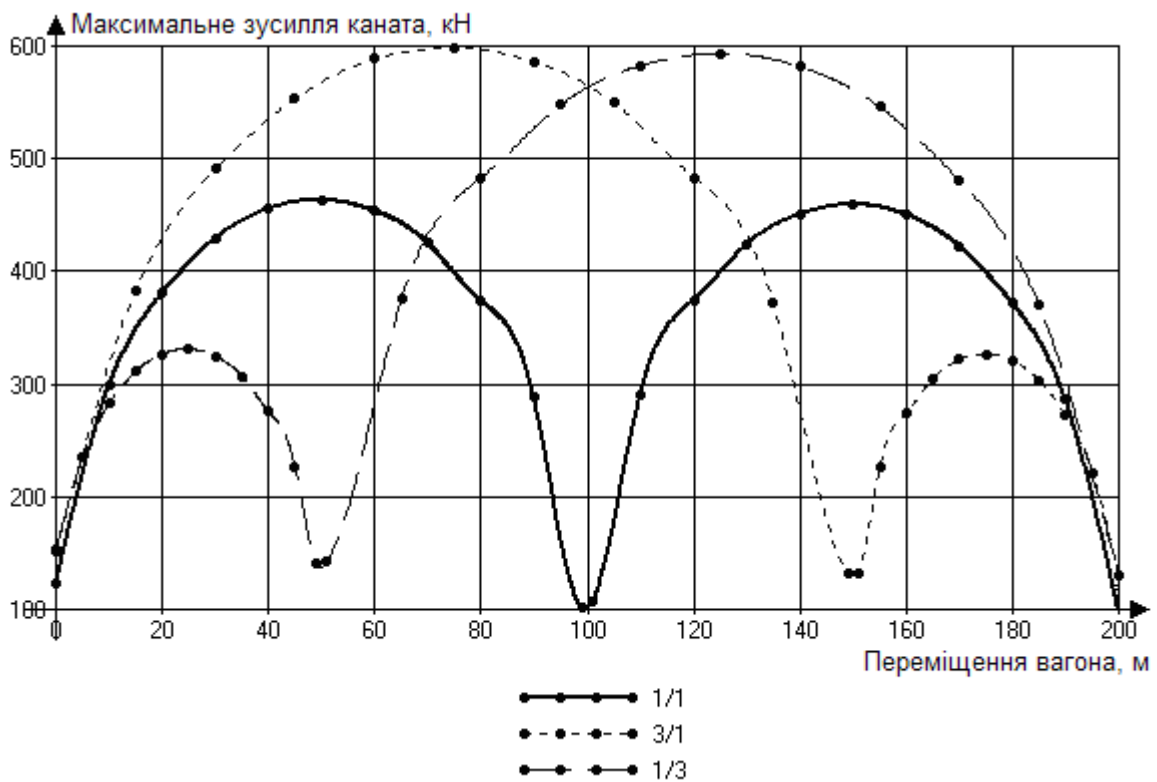


Рис. 2.23. Діаграми натягу несучого каната при горизонтальному зміщенні опор (наведено  $l_1/l_2$  при  $h_1 = h_2$ )

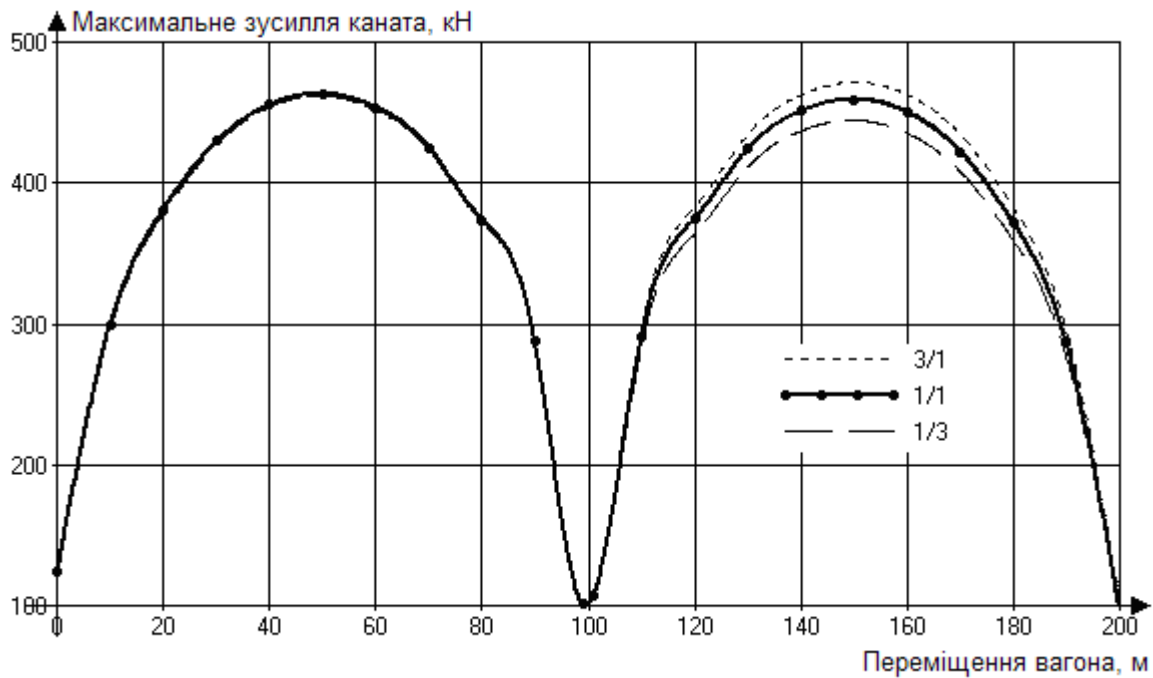


Рис. 2.24. Діаграми натягу несучого каната при вертикальному зміщенні опори (наведено  $\frac{h_1}{h_2}$  при  $l_1 = l_2$ )

Аналіз результатів розрахунків (табл. 2.3) та діаграм (рис. 2.23, 2.24) показує наступне:

- найбільші зусилля в канаті виникають при розташуванні вагона посередині довшого прогону;
- при переміщенні опорної точки у вертикальній площині натяг несучого каната майже не змінюється;
- зміна  $\Delta$  натягу несучого каната при переміщенні опорної точки в горизонтальній площині відносно стабільна (26...30 %);
- виділені в табл. 2.3 співвідношення  $\frac{l_1}{l_2}$  та  $\frac{h_1}{h_2}$  визначають найкраще

положення опорної точки несучого каната з огляду на зменшення його навантаженості, проте, на підставі рекомендацій роботи [78] і висновків щодо висотного розміщення опорної точки, також може бути рекомендований профіль  $\frac{l_1}{l_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{1}$ .

Ці результати дозволяють зробити такі висновки:

- найкращим з точки зору мінімізації натягу несучого каната може вважатися профіль, для якого положення опорної точки визначено співвідношеннями  $l_1/l_2 = 1/1$  та  $h_1/h_2 = 1/4$ ;
- на етапі проектування ПКД зміною натягу несучого каната при переміщенні опори у вертикальній площині можна нехтувати, оскільки воно близьке до похибки проектних розрахунків, та використовувати можливість переміщення опори для удосконалення профілю дороги за іншими критеріями;
- збільшення нормативного коефіцієнта запасу міцності до 4 дозволить не враховувати зміну натягу каната при горизонтальному переміщенні опори в пошуках оптимального профілю дороги.

#### 2.4.2. Зменшення навантаженості елементів приводу

Одним із недоліків підвісних канатних доріг маятникового типу є безпосередня залежність продуктивності (для вантажних доріг) або пропускної здатності (для пасажирських доріг) від довжини дороги (шляху транспортування). Зі збільшенням довжини дороги суттєво збільшується цикл транспортування – різниця в часі між двома послідовними завантаженнями (розвантаженнями) вагонів. У дорогах кільцевого типу величина шляху транспортування замінюється кроком навішування вагонів, який (а отже, і продуктивність) не залежить від довжини дороги.

Величина пропускної здатності особливо важлива для доріг, введених в експлуатацію десятки років тому, які є одним з основних видів транспорту в місці їх розташування. Прикладом такої є пасажирська підвісна канатна дорога маятникового типу «Місхор – Ай-Петрі», призначена для перевезення туристів та місцевих мешканців від підніжжя до вершини гори та в зворотному напрямку. При цьому зменшення витрат часу на процес переміщення (у порівнянні з іншими видами транспорту) досягається за рахунок прямолінійності профілю траси в плані. Оскільки кількість пасажирів щороку збільшується, виникла необхідність підвищення пропускної здатності дороги.

У роботі [78] запропоновано змінити положення опор для забезпечення можливості проходження їх вагонами одночасно. Однак наведені дані дозволяють лише орієнтовно оцінити економічну доцільність застосування такого підходу, технічний бік питання майже не розглянуто.

З матеріалів роботи [78] видно, що при розміщенні опор за схемою, вказаною на рис. 2.13, під час переміщення вагона між станціями мають місце зайві цикли перехідних режимів руху (рис. 2.25), що збільшує тривалість циклу транспортування в цілому. Цього можна уникнути, якщо розмістити опори таким чином, щоб шляхи транспортування  $L_1$  та  $L_3$  (рис. 2.13) були однаковими.

Пропускна здатність дороги з вихідним профілем ( $\Pi_0$ ) та після модернізації (зміни положення опор) ( $\Pi$ )

$$\Pi_0 = \frac{N}{t_{\text{ц0}}}; \quad \Pi = \frac{N}{t_{\text{ц}}}, \quad (2.102)$$

де  $N$  – місткість вагонів;

$t_{\text{ц0}} = 369$  с;  $t_{\text{ц}} = 309$  с – тривалість циклу транспортування до та після модернізації (рис. 2.25).

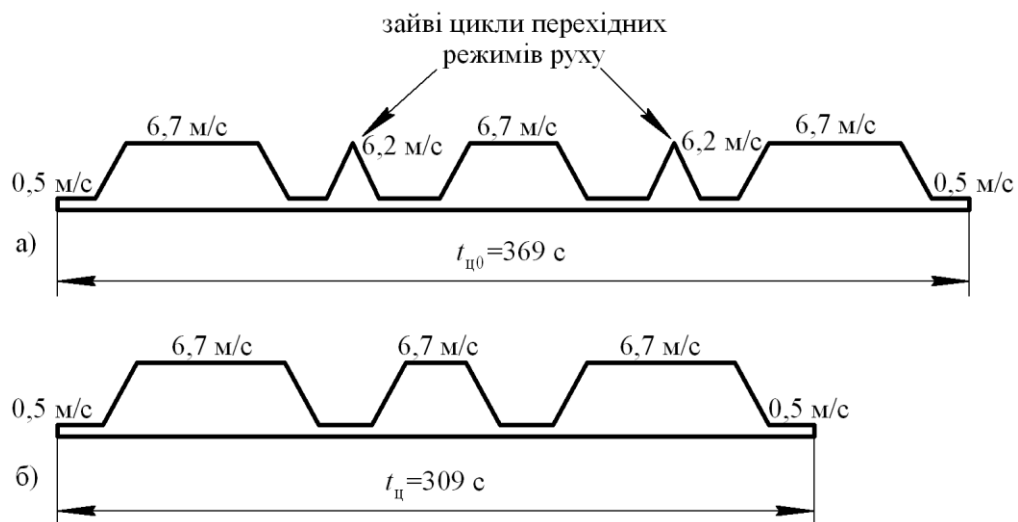


Рис. 2.25. Діаграми швидкостей руху вагонів:

а – вихідний профіль;

б – профіль зі зміщеними опорами (модернізований)

Лишаючи незмінною місткість вагонів, визначимо відносну величину збільшення пропускної здатності за формулою

$$\Delta\Pi = \left( \frac{t_{ц0}}{t_{ц}} - 1 \right) \cdot 100 \% = \left( \frac{369}{309} - 1 \right) \cdot 100 \% = 19,4 \% . \quad (2.103)$$

З формули (2.103) видно, що при розміщенні опор за вказаним вище принципом пропускна здатність дороги збільшується майже на 20 %, що, безперечно, підкреслює доцільність проведення запропонованої модернізації.

Результати досліджень, наведені в п. 2.3, свідчать про те, що величина окружного зусилля приводу значною мірою залежить від розміщення опор уздовж траси, тому постає необхідність оцінити вплив запропонованої модернізації на навантаженість елементів приводу.

Відомо [58], що форма кривої провисання несучого каната значною мірою визначається горизонтальною складовою його натягу. Для стабілізації цієї величини введемо в конструкцію дороги натяжний пристрій до несучого каната, який, окрім зазначеного ефекту, буде компенсувати температурне та пружне видовження каната впродовж експлуатації.

З метою зменшення робочого зусилля натяжний пристрій розміщуємо на нижній станції.

Зважаючи на те, що навантаженість тягового каната (а отже, й елементів приводу) залежить від кута підйому вагона, який визначається кривою провисання несучого каната та змінюється під час руху вагона [58], математичну модель змінності натягу тягового каната складаємо з урахуванням особливостей формування кривої провисання несучого каната з використанням принципів модульного компонування (див. п. 2.1).

Оскільки досліджувана дорога має три прогони, необхідно скласти три математичні моделі, які описують процес формування (зі змінністю в часі) кривої провисання несучого каната під час руху вагона у відповідних прогонах. При цьому структуру математичних моделей (кількість модулів певного типу згідно п. 2.1) може бути подано у вигляді табл. 2.4.

## Структура математичних моделей

№ модуля	1	2	3	4	5	6	7	8
$j=1$	–	1	1	–	–	–	–	1
$j=2$	–	–	–	1	–	–	–	1
$j=3$	1	–	–	–	1	–	–	1

Примітка. Літерою  $j$  позначено номер прогону, в якому переміщується вагон.

При переміщенні вагона в першому прогоні згідно табл. 2.4 математична модель має вигляд:

$$H_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1^H} = H_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2^B} \cdot \exp \left( \mu \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_2^B - \operatorname{tg} \alpha_1^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2^B \operatorname{tg} \alpha_1^H} \right); \quad (2.104)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1^H = \operatorname{tg} \beta_1 - \frac{q_H l_1}{2H_1 \cos \beta_1} (1 + 2k_1 \delta_1); \quad (2.105)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2^B = \operatorname{tg} \beta_2 + \frac{q_H l_2}{2H_2 \cos \beta_2}; \quad k_1 = \frac{P}{q_H l_1} \cos \beta_1; \quad (2.106)$$

$$H_2 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2^H} = H_3 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_3^B} \cdot \exp \left( \mu \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \alpha_3^B - \operatorname{tg} \alpha_2^H}{1 + \operatorname{tg} \alpha_3^B \operatorname{tg} \alpha_2^H} \right); \quad (2.107)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2^H = \operatorname{tg} \beta_2 - \frac{q_H l_2}{2H_2 \cos \beta_2}; \quad \operatorname{tg} \alpha_3^B = \operatorname{tg} \beta_3 + \frac{q_H l_3}{2H_3 \cos \beta_3}; \quad (2.108)$$

$$H_3 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_3^H} = G_0 k_0; \quad \operatorname{tg} \alpha_3^H = \operatorname{tg} \beta_3 - \frac{q_H l_3}{2H_3 \cos \beta_3}. \quad (2.109)$$

У наведених рівняннях прийнято такі позначення ( $i = \overline{1; 3}$ ):

$H_i$  – горизонтальна складова натягу несучого каната в  $i$ -ому прогоні;

$\alpha_i^B, \alpha_i^H$  – кути нахилу дотичних до кривої провисання несучого каната

в  $i$ -ому прогоні біля верхньої та нижньої опорних точок відповідно;

$\beta_i, l_i$  – кут нахилу хорди та довжина  $i$ -ого прогону;

$k_i$  – коефіцієнт додаткового навантаження при переміщенні вагона в  $i$ -ому прогоні;

$P$  – вага вагона;

$\mu$  – коефіцієнт тертя в парі «несучий канат – опорний башмак»;

$\delta_i = x_i / l_i$  – відносна координата, яка вказує положення вагона в  $i$ -ому прогоні (де  $x_i$  – відповідна абсциса положення);

$G_0$  – величина робочого зусилля натяжного пристрою несучого каната;

$k_0$  – коефіцієнт, який враховує опори руху елементів натяжного пристрою несучого каната.

Математичні моделі, які описують процес формування кривої провисання несучого каната під час руху вагона у другому та третьому прогонах, складаються аналогічним чином з дотриманням відповідної структури (див. табл. 2.4).

Подальший розрахунок та побудова діаграм окружних зусиль здійснюється за методиками, наведеними в п. 2.2, 2.3.

На рис. 2.26 наведено дві пари графіків, на яких тонкими лініями вказані діаграми окружних зусиль приводу без використання натяжного пристрою до несучого каната, а товстими – з використанням такого (обидва випадки – після зміщення опор). Верхня пара графіків відповідає ситуації, коли нижній вагон повністю завантажено, а верхній – порожній; нижня пара – для випадку, коли верхній вагон повністю завантажено, а нижній – порожній. Оскільки гальмівних режимів при роботі дороги немає (окружне зусилля більше нуля для всіх положень вагона), проектний розрахунок щодо вибору елементів приводу слід виконувати за верхньою парою графіків. Однак під час проведення досліджень динамічної навантаженості елементів приводу необхідно розглядати обидва випадки, враховуючи амплітуди місцевої зміни значень окружного зусилля.

Оцінку впливу запропонованої модернізації на навантаженість елементів приводу здійснюємо за величинами амплітуд місцевої зміни значень окружного зусилля (табл. 2.5).

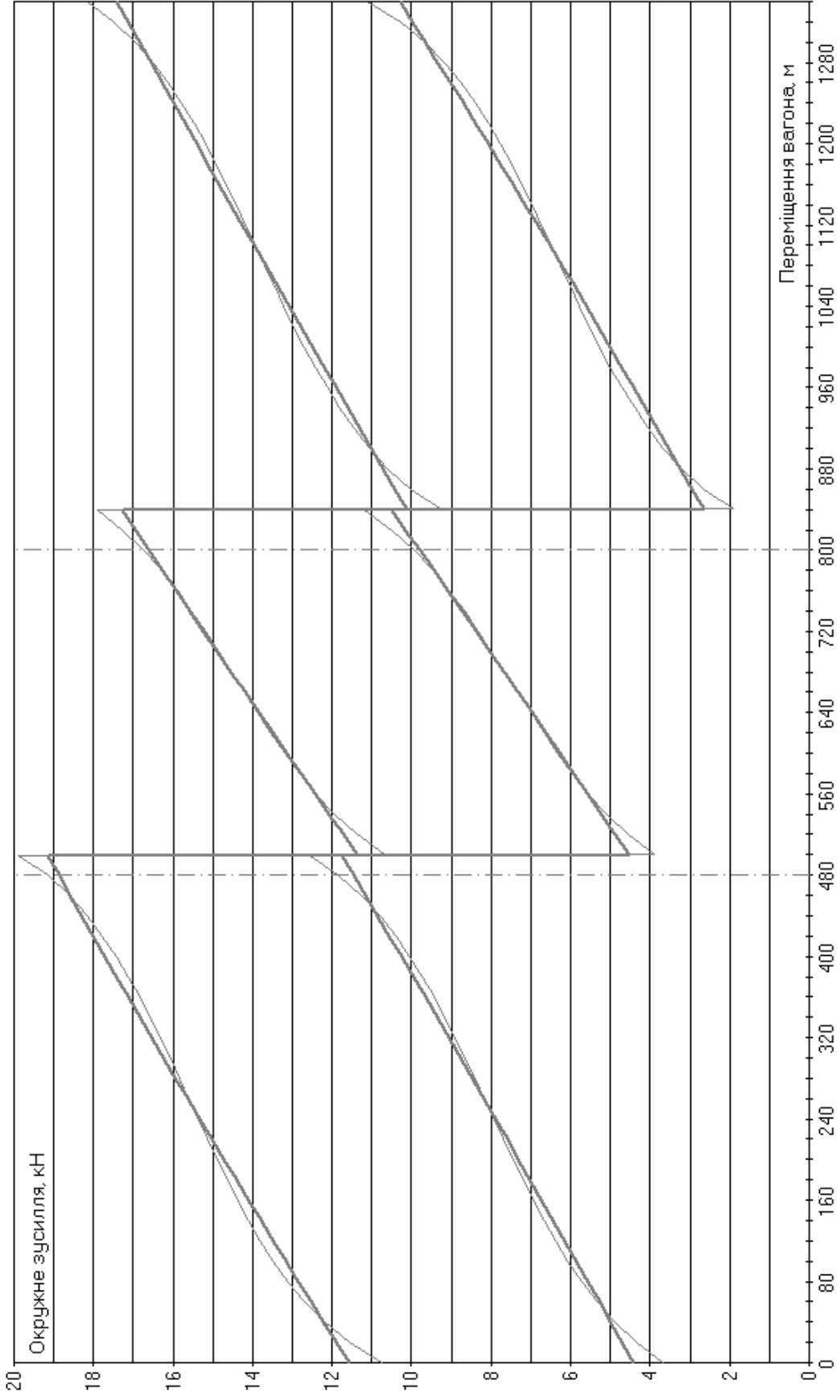


Рис. 2.26. Діаграми окружних зусиль приводу (після зміщення опор)

Результати аналізу діаграм окружних зусиль (за рис. 2.26)

Напрямок руху вагонів	№ опори	Амплітуда, кН		Зменшення амплітуди, %
		Без натяжного пристрою	З натяжним пристроєм	
Вверх	1	9,211	7,79	15
	2	8,62	7,163	17
Вниз	1	8,653	7,189	17
	2	9,274	7,844	15

Результати аналізу діаграм свідчать про доцільність використання натяжного пристрою до несучого каната, оскільки це зменшує навантаженість елементів приводу на 17 %, що є суттєвим, зважаючи на наявність перехідних режимів руху вагонів біля опор.

Відомо [12], що розміщення опор за запропонованою схемою збільшує амплітуду місцевої зміни окружного зусилля на 30 % у порівнянні з фактичним профілем. Оцінимо вплив вказаної вище модернізації (зміщення опор з використанням натяжного пристрою до несучого каната) на амплітуду місцевої зміни окружного зусилля у порівнянні з фактичним профілем. Результати зведемо в табл. 2.6 та подамо в графічному вигляді (рис. 2.27).

З табл. 2.6 видно, що при зміщенні опор за вказаним вище принципом з використанням натяжного пристрою до несучого каната збільшення амплітуди місцевої зміни окружного зусилля складає лише 8,5 % (без натяжного пристрою – 30 %).

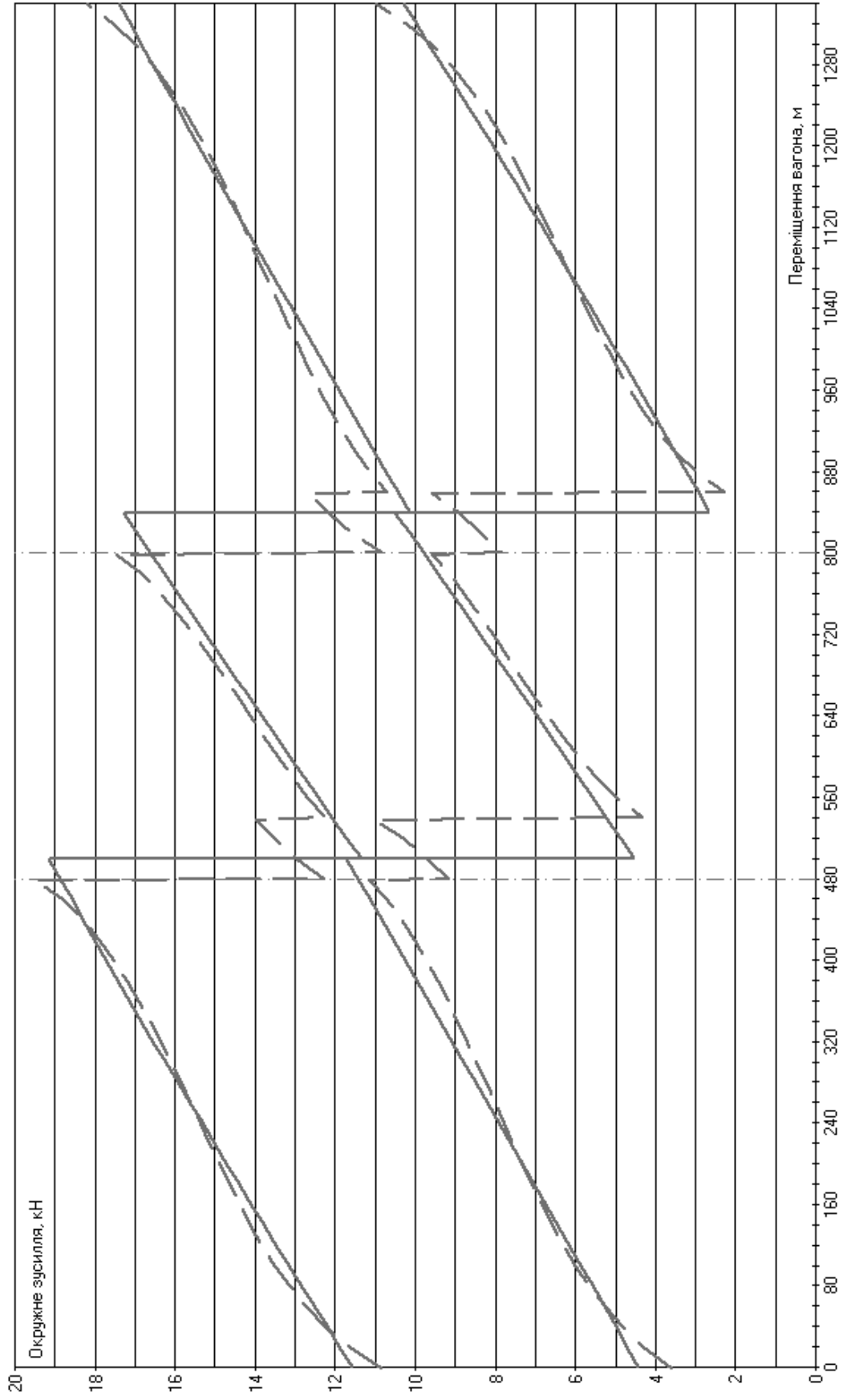


Рис. 2.27. Діаграми окружних зусиль приводу до та після зміщення опор за умови використання натяжного пристрою несучого каната

**Результати аналізу впливу модернізації на завантаженість  
елементів приводу (за рис. 2.27)**

Напрямок руху вагонів	№ опори	Амплітуда, кН		Збільшення амплітуди, %
		Фактичний профіль	Модернізований профіль з натяжним пристроєм	
Вверх	1	7,233	7,79	7,7
	2	6,603	7,163	8,5
Вниз	1	6,655	7,189	8,0
	2	7,307	7,844	7,3

Враховуючи позитивний ефект (збільшення пропускної здатності дороги майже на 20 % – згідно формули (2.103)), робимо висновок про доцільність проведення модернізації пасажирської підвісної канатної дороги «Місхор – Ай-Петрі» в такому обсязі:

- зміна профілю дороги шляхом зміщення опор таким чином, щоб довжини несучого каната в першому та третьому прогонах були однаковими;
- використання натяжного пристрою несучого каната з його розміщенням на нижній станції.

Узагальнюючи результати проведених досліджень, звертаємо увагу на доцільність проведення комплексного техніко-економічного аналізу впливу зміни профілю на показники працездатності та економічної ефективності під час підготовки плану модернізації підвісної канатної дороги. Разом із тим, зважаючи на складність і трудомісткість таких операцій, відмічаємо актуальність задач формування рекомендацій щодо раціонального профілювання підвісних канатних доріг з урахуванням зазначених вище підходів.

## 2.5. Основні результати та висновки за розділом

1. Розроблена математична модель навантаженості та кривої провисання несучого каната з урахуванням його зміщення на опорах під час руху вагонів дозволяє здійснювати розрахунок несучих канатів всіх ПКД маятникового типу незалежно від їх конструктивного виконання, призначення та галузі використання. Для забезпечення такої універсальності було використано принцип модульного компонування, вважаючи окремими модулями прогони ПКД з характерними умовами навантаження та закріплення кінців несучого каната. Умовою спряження модулів прийнято рівність зусиль в опорних точках ділянок каната, розташованих у суміжних прогонах, з урахуванням опору переміщенню каната на опорах.
2. Розроблено методику визначення зусилля в тяговому канаті з урахуванням кривої провисання несучого каната, яка змінюється під час руху вагонів та залежить від переміщення несучого каната на опорах.
3. В ході аналізу впливу пружних і температурних деформацій несучого каната на зусилля в тяговому канаті встановлено, що такий вплив є незначним: врахування деформацій несучого каната призводить до збільшення розрахункового значення зусилля в тяговому канаті менш, ніж на 1 %. Це вказує на можливість не враховувати зміни довжини несучого каната через його пружні властивості під час моделювання навантаженості елементів тягового контуру та обґрунтування раціональних параметрів приводів ПКД.
4. Розроблено методики побудови діаграм окружних зусиль приводів ПКД експериментальним шляхом та з використанням аналітичних залежностей. Аналіз діаграм показав наявність зон стрімкої зміни окружного зусилля в період проходження вагонами опор, що може призвести до захлестування тягового каната та появи небезпечних динамічних процесів у приводі. Також відмічено характерний розподіл діаграм на

зони, що відповідають силовому та гальмівному режимам роботи приводу.

5. Розроблено та обґрунтовано способи зменшення навантаженості елементів ПКД на основі аналізу впливу схем розташування опор. Дослідження показали, що зміною натягу несучого каната при переміщенні його опорних точок тільки у вертикальній площині можна нехтувати і використовувати даний ефект для удосконалення профілю ПКД за іншими критеріями. Також зазначено, що зміну натягу несучого каната при переміщенні його опорних точок у горизонтальній площині можна не враховувати у разі збільшення коефіцієнта запасу міцності каната до 4.
6. Підтверджено, що розробка профілю ПКД з прогонами однакової довжини, кратної кроку навішування вагонів, є небажаним через суттєве збільшення навантаженості елементів приводу (до 30 % за діаграмою окружних зусиль під час проходження вагонами опор). Однак такий профіль є допустимим у разі техніко-економічного обґрунтування (зокрема, з урахуванням можливості підвищення продуктивності ПКД) за умови використання натяжного пристрою для несучого каната, що призводить до збільшення навантаженості елементів приводу лише на 8 %.

## РОЗДІЛ 3

### ЧАСТОТНИЙ АНАЛІЗ ПРИВОДІВ ПІДВІСНИХ КАНАТНИХ ДОРІГ

#### 3.1. Моделювання динаміки приводів підвісних канатних доріг

Будь-який транспортний засіб з гнучким тяговим органом, і зокрема, підвісна канатна дорога є досить складною системою з точки зору математичного моделювання динаміки її елементів. Вона характеризується наявністю зосереджених мас та елементів з розподіленими параметрами. Зосередженими масами будемо вважати ротор електродвигуна 1, маси деталей редуктора, приведені до вихідного вала 2, приводний шків 3, реальну або умовну масу 5, що характеризує робоче зусилля натяжного пристрою тягового каната (поняття умовної маси вводиться для натяжних пристроїв не вагової дії, наприклад, гідравлічних; надалі – натяжний вантаж тягового каната) та вагони 6. Ділянки тягового каната 4 є елементами з розподіленими параметрами (рис. 3.1). Таке представлення ПКД визначає математичну модель руху її елементів у вигляді системи диференціальних рівнянь у звичайних та часткових похідних [76], яка є досить громіздкою та складною для аналізу.

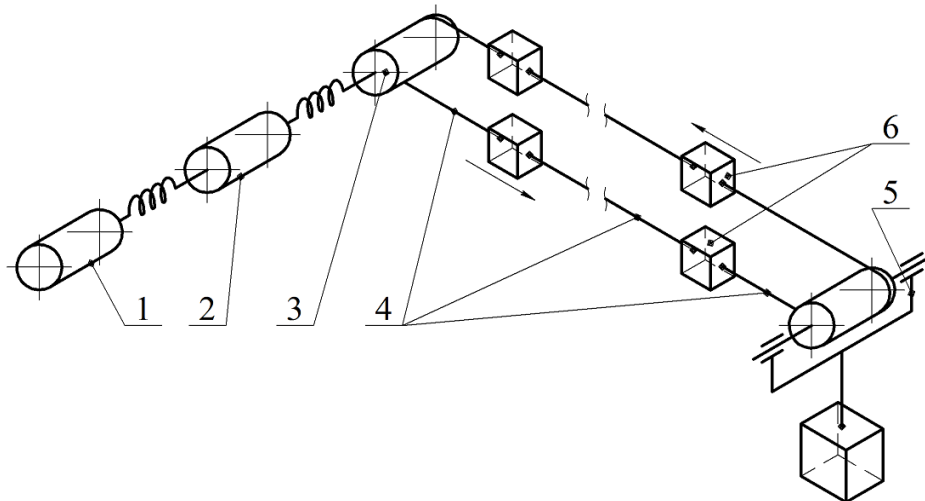


Рис. 3.1. Розрахункова схема ПКД як системи зосереджених мас та елементів з розподіленими параметрами

Зображену на рис. 3.1 систему надалі будемо називати тяговим контуром ПКД. Така система може бути умовно поділена на дві підсистеми:

- 1) система зосереджених мас «ротор двигуна – маси деталей редуктора, приведені до вихідного вала – приводний шків»;
- 2) система елементів з розподіленими параметрами (ділянки тягового каната), а також вагонів і натяжного вантажу тягового каната як зосереджених мас.

Математична модель першої підсистеми (рис. 3.2) складається у формі системи рівнянь Лагранжа II роду та може бути представлена у такому вигляді:

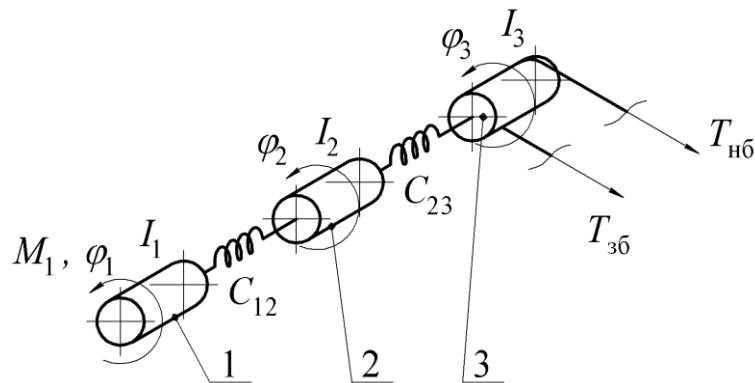


Рис. 3.2. Розрахункова схема першої підсистеми (позиції – за рис. 3.1)

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 - C_{12} \psi_{12} = M_1; \\ I_2 \frac{\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\psi}_{12}}{i} + i C_{12} \psi_{12} - C_{23} \psi_{23} = \Phi_{12}; \\ I_3 \left[ \frac{\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\psi}_{12}}{i} + \ddot{\psi}_{23} \right] + C_{23} \psi_{23} = -R(T_{нб} - T_{сб}) + \Phi_{23}, \end{cases} \quad (3.1)$$

де  $I_1, I_2, I_3$  – моменти інерції ротора двигуна, рухомих мас редуктора (приведений) та приводного шківа відповідно;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  – узагальнені координати;

$\psi_{12}, \psi_{23}$  – деформації пружних елементів, які з'єднують маси 1–2 та 2–3 відповідно;

$C_{12}, C_{23}$  – жорсткості пружних елементів, які з'єднують маси 1–2 та 2–3 відповідно;

$\Phi_{12}, \Phi_{23}$  – дисипативні функції;

$i$  – передаточне число редуктора;

$R$  – радіус приводного шківів;  
 $M_1$  – електромагнітний момент двигуна;  
 $T_{нб}, T_{зб}$  – зусилля у вітках тягового каната, які набігають та збігають з приводного шківів (залежать від параметрів другої підсистеми).

При цьому

$$\Psi_{12} = i\Phi_2 - \Phi_1; \quad \Psi_{23} = \Phi_3 - \Phi_2. \quad (3.2)$$

Математична модель другої підсистеми у найпростішому вигляді (для маятникової ПКД, рис. 3.3) має вигляд системи рівнянь хвильової механіки:

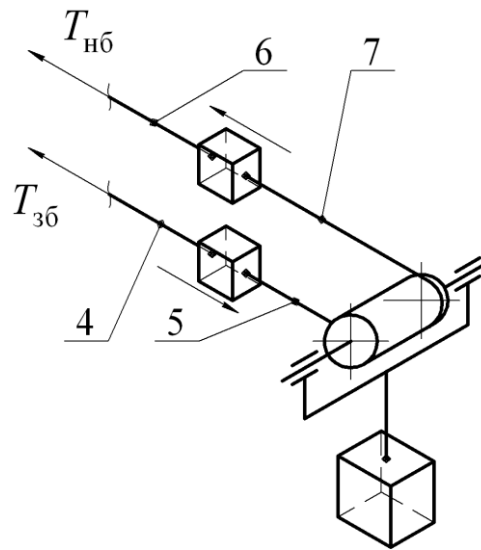


Рис. 3.3. Розрахункова схема другої підсистеми (4–7 – ділянки тягового каната)

$$\begin{cases} q_4 \frac{\partial^2 u_4}{\partial t^2} = EA_4 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( u_4 + \mu_4 \frac{\partial u_4}{\partial t} \right) + \frac{\partial F_4}{\partial x} - q_4 \ddot{\Phi}_3 R; \\ q_5 \frac{\partial^2 u_5}{\partial t^2} = EA_5 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( u_5 + \mu_5 \frac{\partial u_5}{\partial t} \right) + \frac{\partial F_5}{\partial x}; \\ q_6 \frac{\partial^2 u_6}{\partial t^2} = EA_6 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( u_6 + \mu_6 \frac{\partial u_6}{\partial t} \right) - \frac{\partial F_6}{\partial x} + q_6 \ddot{\Phi}_3 R; \\ q_7 \frac{\partial^2 u_7}{\partial t^2} = EA_7 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( u_7 + \mu_7 \frac{\partial u_7}{\partial t} \right) - \frac{\partial F_7}{\partial x}, \end{cases} \quad (3.3)$$

де  $q_4 - q_7$  – погонна маса відповідних ділянок тягового каната;

$A_4 - A_7$  – площа поперечного перерізу відповідних ділянок тягового каната;

$u_4 - u_7$  – деформації відповідних ділянок тягового каната;

$\mu_4 - \mu_7$  – коефіцієнти дисипації відповідних ділянок тягового каната;

$F_4 - F_7$  – власна вага відповідних ділянок тягового каната;

$E$  – модуль пружності тягового каната.

При цьому зусилля у вітках тягового каната

$$T_{нб} = EA_4 \left. \frac{\partial}{\partial x} \left( u_4 + \mu_4 \frac{\partial u_4}{\partial t} \right) \right|_{x=0}; \quad (3.4)$$

$$T_{зб} = EA_6 \left. \frac{\partial}{\partial x} \left( u_6 + \mu_6 \frac{\partial u_6}{\partial t} \right) \right|_{x=0}. \quad (3.5)$$

Загальна математична модель динаміки тягового контуру ПКД передбачає поєднання виразів (3.1)–(3.5). При цьому для аналізу динаміки тягових контурів кільцевих ПКД система рівнянь (3.3) значно змінюється за кількістю та складністю рівнянь. Її подальше використання є досить непростим з точки зору оцінювання впливу окремих параметрів системи на характеристики приводу та формування рекомендацій щодо визначення їх раціональних величин.

Для спрощення математичної моделі можна застосувати один з таких підходів:

- заміна елементів з розподіленими параметрами системою скінченної кількості зосереджених мас (рис. 3.4), що дозволяє скласти математичну модель виключно з рівнянь Лагранжа II роду без використання часткових похідних;
- приведення мас підсистеми «ротор двигуна – маси деталей редуктора, приведені до вихідного вала – приводний шків» до приводного шківа (рис. 3.5), що дозволяє скласти математичну модель виключно з рівнянь хвильової механіки без використання звичайних похідних.

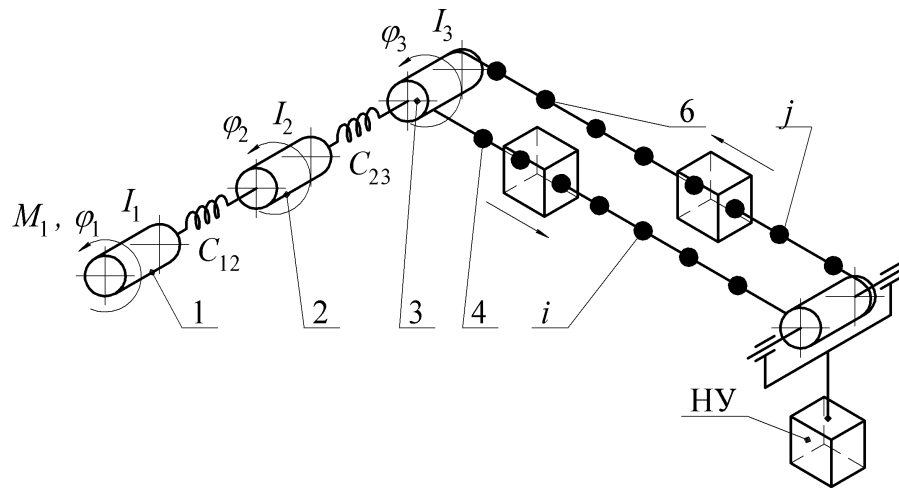


Рис. 3.4. Розрахункова схема тягового контуру за умови заміни елементів з розподіленими параметрами системою зосереджених мас

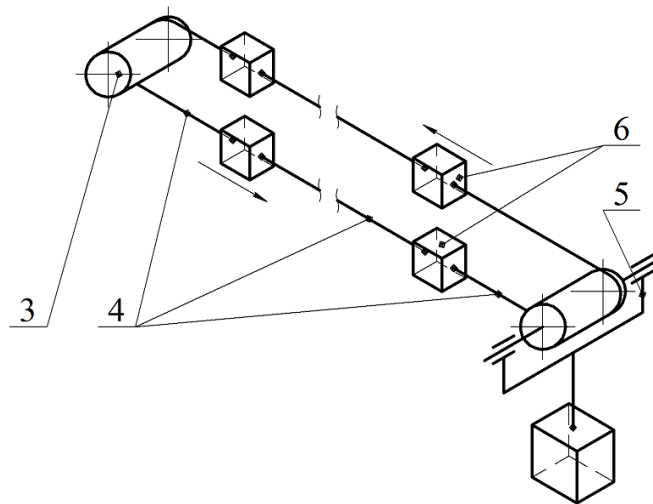


Рис. 3.5. Розрахункова схема тягового контуру за умови приведення мас підсистеми «ротатор двигуна – маси деталей редуктора, приведені до вихідного вала – приводний шків» до приводного шківів

У даній роботі виконується спрощення моделі тягового контуру ПКД шляхом приведення мас підсистеми «ротатор двигуна – маси деталей редуктора, приведені до вихідного вала – приводний шків» до приводного шківів як зосередженої маси.

З метою формування опису математичної моделі вводимо такі поняття:

- кількість вагонів на одному напрямку руху ( $n$ ) – кількість вагонів, які одночасно розміщені на ділянці між шківом та натяжним пристроєм як зосередженими масами (конструктивно – між приводною та натяжною

станціями) і рухаються в одному напрямку; при цьому загальна кількість вагонів ПКД дорівнює  $2n$ ;

- нижній вагон – вагон, який рухається від нижньої станції до верхньої;
- верхній вагон – вагон, який рухається від верхньої станції до нижньої;
- нижній напрямок руху – ділянка траси ПКД, уздовж якої рухаються нижні вагони;
- верхній напрямок руху – ділянка траси ПКД, уздовж якої рухаються верхні вагони.

Ці твердження в абсолютній мірі є дійсними для ПКД, профіль якої змінюється монотонно, тобто різниця висотних відміток двох суміжних опорних точок на верхньому напрямку руху завжди є додатною, а на нижньому напрямку руху – від’ємною. У разі наявності змін кривизни профілю вказані поняття можуть використовуватися для кожного з прогонів окремо з подальшим поєднанням у загальну систему моделювання.

Для зручності складання математичної моделі доцільним є використання схеми заміщення, у якій всі маси здійснюють поступальний рух [89] (рис. 3.6, а). При цьому особливістю такої схеми для тягового контуру ПКД є її замкненість, що зумовлює певну специфіку складання рівнянь. Вона відображається у прикладанні до кінцевих мас додаткових сил, які характеризують взаємний вплив цих мас (рис. 3.6, б).

У схемі заміщення використовуємо наступні позначення:

$m_{III}$  – маса приводного шківів (маса всіх рухомих елементів приводу, приведена до приводного шківів);

$m_{III}$  – маса (еквівалент робочого зусилля) натяжного пристрою тягового каната;

$m_i^H$  – маса  $i$ -ого нижнього вагона ( $i = \overline{1, n}$ );

$m_i^B$  – маса  $i$ -ого верхнього вагона ( $i = \overline{1, n}$ );

$u_1^H$  – пружна деформація ділянки тягового каната між шківом та першим вагоном на нижньому напрямку руху;

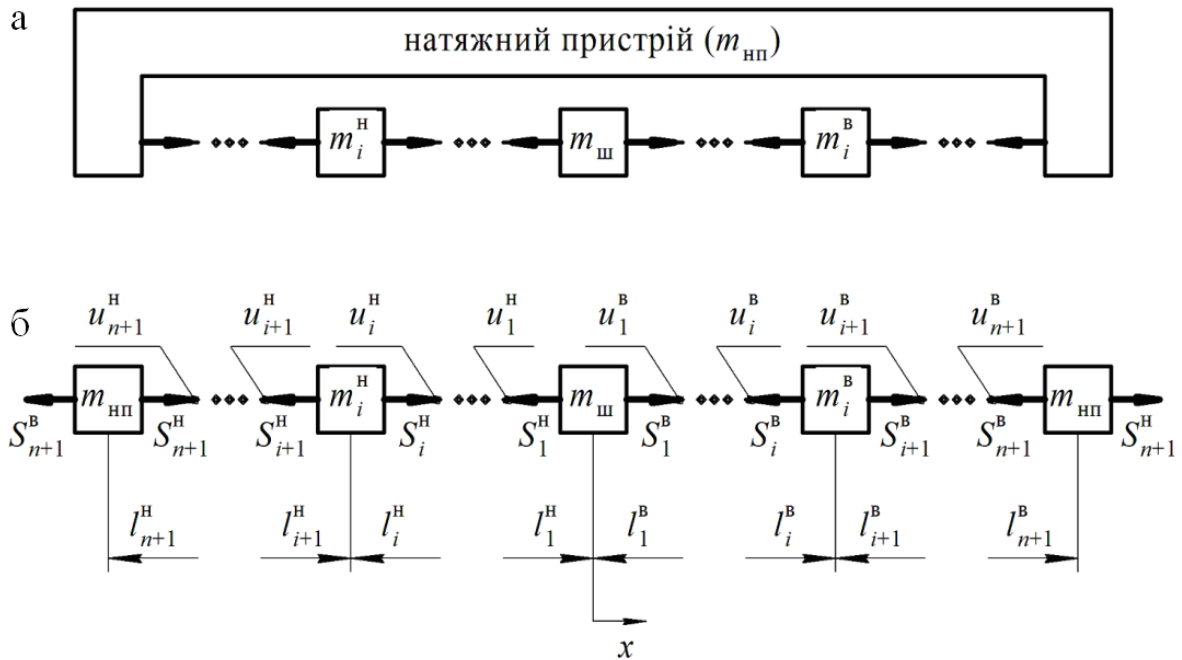


Рис. 3.6. Схема заміщення:

а – загальний вигляд;

б – з прикладанням додаткових сил.

$u_i^H$  – пружна деформація ділянки тягового каната між  $(i-1)$ -им та  $i$ -им вагонами на нижньому напрямку руху ( $i = \overline{2, n}$ );

$u_{n+1}^H$  – пружна деформація ділянки тягового каната між  $i$ -им вагоном на нижньому напрямку руху та натяжним пристроєм;

$u_1^B$  – пружна деформація ділянки тягового каната між шківом та першим вагоном на верхньому напрямку руху;

$u_i^B$  – пружна деформація ділянки тягового каната між  $(i-1)$ -им та  $i$ -им вагонами на верхньому напрямку руху ( $i = \overline{2, n}$ );

$u_{n+1}^B$  – пружна деформація ділянки тягового каната між  $i$ -им вагоном на верхньому напрямку руху та натяжним пристроєм);

$S_1^H, S_i^H, S_{n+1}^H, S_1^B, S_i^B, S_{n+1}^B$  – пружні сили, які відповідають деформаціям  $u_1^H, u_i^H, u_{n+1}^H, u_1^B, u_i^B, u_{n+1}^B$ ;

$$S_i^H = EF \frac{\partial u_i^H}{\partial x}; \quad S_i^B = EF \frac{\partial u_i^B}{\partial x}, \quad i = \overline{1, n+1}, \quad (3.6)$$

де  $E, F$  – модуль пружності та площа перерізу тягового каната.

Згідно наведених позначень математична модель, яка описує динамічний стан приводу, складається з рівнянь у формі деформацій ділянок тягового каната з використанням положень хвильової механіки [89]:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial t^2} U^H = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} U^H; \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} U^B = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} U^B, \end{cases} \quad (3.7)$$

де  $U^H = \begin{bmatrix} u_i^H \end{bmatrix}$  – вектор деформацій ділянок тягового каната на нижньому напрямку руху вагонів ( $i = \overline{1, n+1}$ );

$U^B = \begin{bmatrix} u_i^B \end{bmatrix}$  – вектор деформацій ділянок тягового каната на верхньому напрямку руху вагонів ( $i = \overline{1, n+1}$ );

$a$  – швидкість розповсюдження пружної хвилі у поздовжньому напрямку коливань.

Оскільки математичну модель складено у загальному формалізованому вигляді, вона є універсальною і дозволяє досліджувати динаміку тягових контурів ПКД різних типів.

### 3.2. Математичне забезпечення побудови частотних діаграми тягових контурів підвісних канатних доріг

З ряду параметрів приводів ПКД можуть бути виділені кінематичні параметри, до яких відносяться переміщення, швидкості та прискорення його елементів. Ці параметри суттєво впливають на працездатність дороги та без-

пеку перевезень, а отже, потребують наукового обґрунтування щодо вибору їх раціональних значень. При цьому мають враховуватися динамічні процеси, що виникають у вузлах і механізмах ПКД під час експлуатації.

Одним із кінематичних параметрів, значення якого обмежується Правилами [59, 60], є швидкість руху вагонів. Нормативні значення швидкості регламентуються з умови забезпечення безпечного руху вагонів уздовж траси. Однак, визначним параметром у формуванні швидкості руху вагонів є частота обертання приводного шківів, а отже, динамічні процеси, що виникають у приводі під час його експлуатації, мають суттєвий вплив на безпеку перевезень і повинні враховуватися.

Під час визначення раціональних значень частоти обертання приводного шківів виходимо з принципу попередження та обмеження резонансних явищ, які виникають у тяговому контурі ПКД на етапах зміни швидкості руху вагонів, до яких відносяться:

- розгін вагонів на початку руху біля станцій (зміна швидкості від нуля до номінального значення);
- сповільнення під час проходження вагонами опор (зміна швидкості від номінального значення до меншого значення, яке називається швидкістю проходження вагонами опор);
- розгін під час проходження вагонами опор (зміна швидкості від значення, яке називається швидкістю проходження вагонами опор, до номінального значення);
- сповільнення вагонів наприкінці руху біля станцій (зміна швидкості від номінального значення до нуля).

Етапи зміни швидкості під час проходження вагонами опор можуть бути відсутніми в залежності від особливостей конструктивного виконання, призначення та умов експлуатації ПКД.

Відзначимо, що резонансні явища виникають у тяговому контурі ПКД у разі співпадання частоти обертання шківів з власними частотами системи, які змінюються під час руху вагонів. Цю зміну відображаємо на частотних

діаграмах, які являють собою графічну залежність власних частот тягового контуру ПКД від переміщення вагонів між станціями.

Для побудови частотних діаграм необхідно скласти частотну функцію, яка отримується шляхом перетворень системи рівнянь у формі граничних умов до рівнянь (3.7).

З метою спрощення запису вводимо такі позначення ( $i = \overline{1, n}$ ):

$$x_i^H = - \sum_{j=1}^i l_j^H \text{ – координата } i\text{-ого вагона на нижньому напрямку руху;}$$

$$x_i^B = \sum_{j=1}^i l_j^B \text{ – координата } i\text{-ого вагона на верхньому напрямку руху;}$$

$\alpha_i^H = ql / m_i^H$  – масовий коефіцієнт для  $i$ -ого вагона на нижньому напрямку руху;

$\alpha_i^B = ql / m_i^B$  – масовий коефіцієнт для  $i$ -ого вагона на верхньому напрямку руху;

$$\alpha_{III} = ql / m_{III} \text{ – масовий коефіцієнт для шківів;}$$

$\alpha_{HII} = ql / m_{HII}$  – масовий коефіцієнт для натяжного пристрою тягового каната;

$\lambda = kl$  – власне число частотної функції ( $k$  – певна константа, яка використовується під час перетворення системи рівнянь [89]);

$A, B$  (з будь-якими індексами) – амплітудні коефіцієнти.

Також враховуємо наступні параметри тягового каната:  $E$  – модуль пружності;  $F$  – площа перерізу;  $q$  – погонна маса;  $l$  – довжина ділянки каната між шківом та натяжним пристроєм як зосередженими масами на одному напрямку руху.

Для подальшого аналізу динаміки приводу ПКД отримаємо вирази, що є граничними умовами до рівнянь системи (3.7) з урахуванням положення кожного з вагонів на відповідному напрямку руху. В якості граничних умов використовуємо по два рівняння для кожної з зосереджених мас тягового ко-

нтуру, одне з яких відображає рівність деформацій ділянок тягового каната з обох боків зосередженої маси, а інше є рівнянням руху цієї маси.

Нижній напрямок руху.

Для першого вагона на нижньому напрямку руху граничні умови мають вигляд:

$$u_1^H(x_1^H, t) = u_2^H(x_1^H, t); \quad (3.8)$$

$$m_1^H \frac{\partial^2 u_1^H}{\partial t^2} \Big|_{x=x_1^H} = \left( S_1^H - S_2^H \right) \Big|_{x=x_1^H}, \quad (3.9)$$

де  $u_1^H, u_2^H$  – деформації першої та другої ділянок тягового каната на нижньому напрямку руху (рис. 3.7);

$x_1^H = -l_1^H$  – координата першого вагона на нижньому напрямку руху (рис. 3.7);

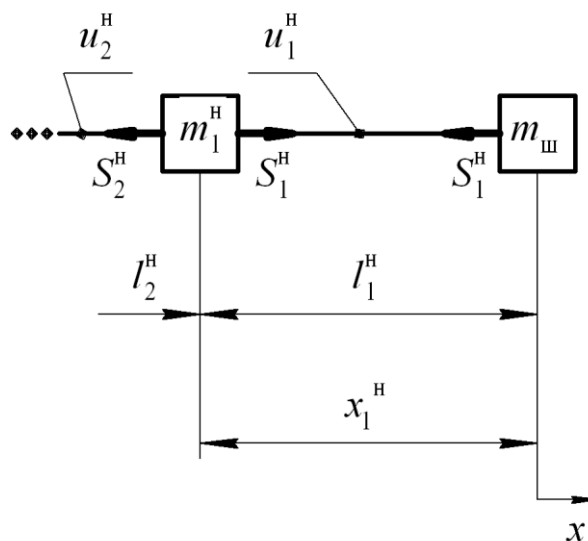


Рис. 3.7. Схема деформацій та пружних сил для першого вагона нижнього напрямку руху

$l_1^H$  – довжина першої ділянки тягового каната на нижньому напрямку руху (відстань між шківом та першим вагоном як зосередженими масами на нижньому напрямку руху, рис. 3.7);

$m_1^H$  – маса першого вагона на нижньому напрямку руху;

$S_1^H, S_2^H$  – пружні сили, які відповідають деформаціям  $u_1^H, u_2^H$ ;

$$S_1^H = EF \frac{\partial u_1^H}{\partial x}; \quad S_2^H = EF \frac{\partial u_2^H}{\partial x}. \quad (3.10)$$

Підставляючи (3.10) до (3.9), маємо:

$$m_1^H \frac{\partial^2 u_1^H}{\partial t^2} \Big|_{x=x_1^H} = EF \left( \frac{\partial u_1^H}{\partial x} - \frac{\partial u_2^H}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_1^H}. \quad (3.11)$$

Для  $i$ -ого вагона на нижньому напрямку руху граничні умови мають вигляд:

$$u_i^H(x_i^H, t) = u_{i+1}^H(x_i^H, t); \quad (3.12)$$

$$m_i^H \frac{\partial^2 u_i^H}{\partial t^2} \Big|_{x=x_i^H} = (S_i^H - S_{i+1}^H) \Big|_{x=x_i^H}, \quad (3.13)$$

де  $u_i^H, u_{i+1}^H$  – деформації  $i$ -ої та  $(i+1)$ -ої ділянок тягового каната на нижньому напрямку руху (рис. 3.8);

$x_i^H = - \sum_{j=1}^i l_j^H$  – координата  $i$ -ого вагона на нижньому напрямку руху

(рис. 3.8);

$m_i^H$  – маса  $i$ -ого вагона на нижньому напрямку руху;

$S_i^H, S_{i+1}^H$  – пружні сили, які відповідають деформаціям  $u_i^H, u_{i+1}^H$ ;

$$S_i^H = EF \frac{\partial u_i^H}{\partial x}; \quad S_{i+1}^H = EF \frac{\partial u_{i+1}^H}{\partial x}. \quad (3.14)$$

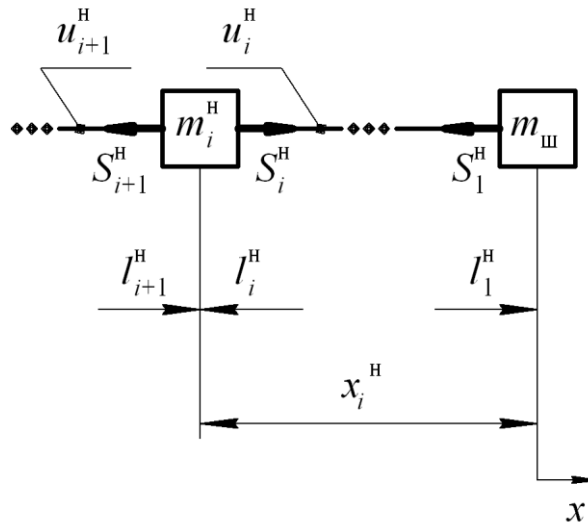


Рис. 3.8. Схема деформацій та пружних сил для  $i$ -ого вагона нижнього напрямку руху

Підставляючи (3.14) до (3.13), маємо:

$$m_i^H \frac{\partial^2 u_i^H}{\partial t^2} \Big|_{x=x_i^H} = EF \left( \frac{\partial u_i^H}{\partial x} - \frac{\partial u_{i+1}^H}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_i^H}. \quad (3.15)$$

Для останнього  $n$ -ого вагона на нижньому напрямку руху граничні умови мають вигляд:

$$u_n^H(x_n^H, t) = u_{n+1}^H(x_n^H, t); \quad (3.16)$$

$$m_n^H \frac{\partial^2 u_n^H}{\partial t^2} \Big|_{x=x_n^H} = (S_n^H - S_{n+1}^H) \Big|_{x=x_n^H}, \quad (3.17)$$

де  $u_n^H$  – деформація  $n$ -ої ділянки тягового каната на нижньому напрямку руху (рис. 3.9), тобто ділянки між  $(n-1)$ -им та  $n$ -им вагонами як зосередженими масами;

$u_{n+1}^H$  – деформація  $(n+1)$ -ої ділянки тягового каната на нижньому напрямку руху (рис. 3.9), тобто ділянки між останнім вагоном та натяжним пристроєм як зосередженими масами;

$x_n^H = -\sum_{j=1}^n l_j^H$  – координата останнього  $n$ -ого вагона на нижньому на-

прямку руху (рис. 3.9);

$m_n^H$  – маса останнього  $n$ -ого вагона на нижньому напрямку руху;

$S_n^H, S_{n+1}^H$  – пружні сили, які відповідають деформаціям  $u_n^H, u_{n+1}^H$ ;

$$S_n^H = EF \frac{\partial u_n^H}{\partial x}; \quad S_{n+1}^H = EF \frac{\partial u_{n+1}^H}{\partial x}. \quad (3.18)$$

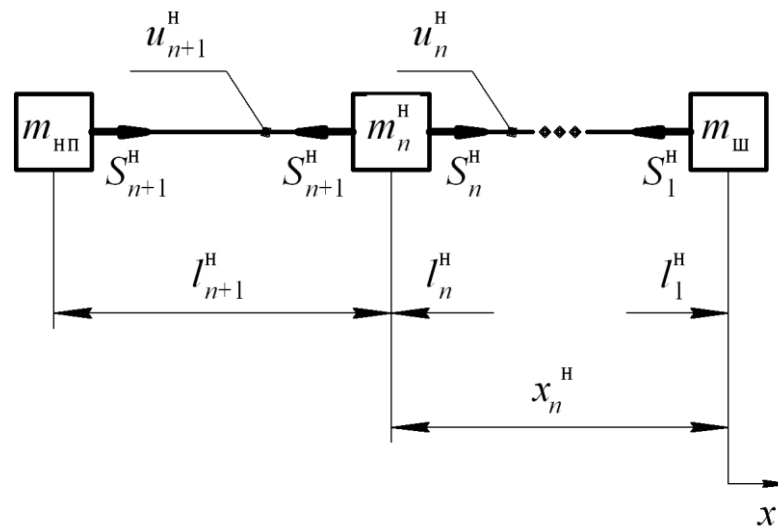


Рис. 3.9. Схема деформацій та пружних сил для  $n$ -ого вагона нижнього напрямку руху

Підставляючи (3.18) до (3.17), маємо:

$$m_n^H \frac{\partial^2 u_n^H}{\partial t^2} \Big|_{x=x_n^H} = EF \left( \frac{\partial u_n^H}{\partial x} - \frac{\partial u_{n+1}^H}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_n^H}. \quad (3.19)$$

Верхній напрямок руху.

Для першого вагона на верхньому напрямку руху граничні умови мають вигляд:

$$u_1^B(x_1^B, t) = u_2^B(x_1^B, t); \quad (3.20)$$

$$m_1^B \frac{\partial^2 u_2^B}{\partial t^2} \Big|_{x=x_1^B} = \left( S_2^B - S_1^B \right) \Big|_{x=x_1^B}, \quad (3.21)$$

де  $u_1^B, u_2^B$  – деформації першої та другої ділянок тягового каната на верхньому напрямку руху (рис. 3.10);

$x_1^B = l_1^B$  – координата першого вагона на верхньому напрямку руху (рис. 3.10);

$l_1^B$  – довжина першої ділянки тягового каната на верхньому напрямку руху (відстань між шківом та першим вагоном як зосередженими масами на верхньому напрямку руху, рис. 3.10);

$m_1^B$  – маса першого вагона на верхньому напрямку руху;

$S_1^B, S_2^B$  – пружні сили, які відповідають деформаціям  $u_1^B, u_2^B$ ;

$$S_1^B = EF \frac{\partial u_1^B}{\partial x}; \quad S_2^B = EF \frac{\partial u_2^B}{\partial x}. \quad (3.22)$$

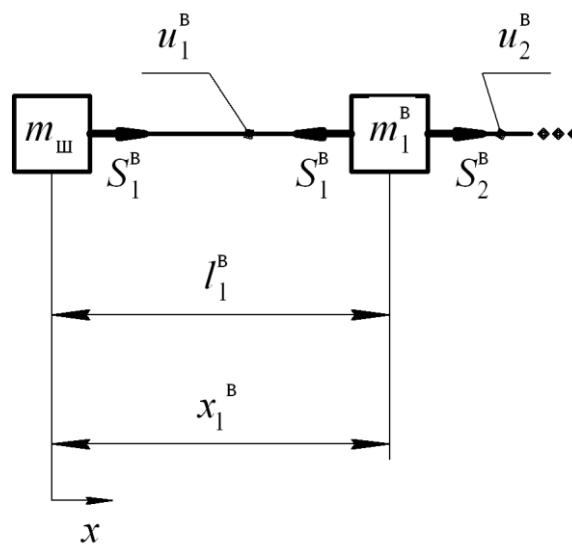


Рис. 3.10. Схема деформацій та пружних сил для першого вагона верхнього напрямку руху

Підставляючи (3.22) до (3.21), маємо:

$$m_1^B \frac{\partial^2 u_2^B}{\partial t^2} \Big|_{x=x_1^B} = EF \left( \frac{\partial u_2^B}{\partial x} - \frac{\partial u_1^B}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_1^B}. \quad (3.23)$$

Для  $i$ -ого вагона на верхньому напрямку руху граничні умови мають вигляд:

$$u_i^B(x_i^B, t) = u_{i+1}^B(x_i^B, t); \quad (3.24)$$

$$m_i^B \frac{\partial^2 u_{i+1}^B}{\partial t^2} \Big|_{x=x_i^B} = (S_{i+1}^B - S_i^B) \Big|_{x=x_i^B}, \quad (3.25)$$

де  $u_i^B$ ,  $u_{i+1}^B$  – деформації  $i$ -ої та  $(i+1)$ -ої ділянок тягового каната на верхньому напрямку руху (рис. 3.11);

$$x_i^B = \sum_{j=1}^i l_j^B - \text{координата } i\text{-ого вагона на верхньому напрямку руху}$$

(рис. 3.11);

$m_i^B$  – маса  $i$ -ого вагона на верхньому напрямку руху;

$S_i^B$ ,  $S_{i+1}^B$  – пружні сили, які відповідають деформаціям  $u_i^B$ ,  $u_{i+1}^B$ ;

$$S_i^B = EF \frac{\partial u_i^B}{\partial x}; \quad S_{i+1}^B = EF \frac{\partial u_{i+1}^B}{\partial x}. \quad (3.26)$$

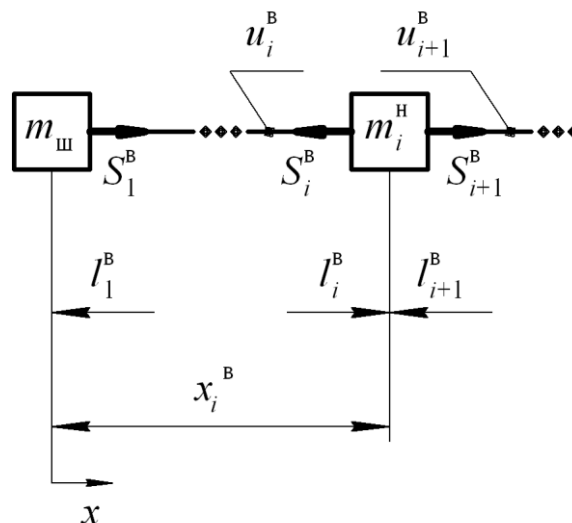


Рис. 3.11. Схема деформацій та пружних сил для  $i$ -ого вагона верхнього напрямку руху

Підставляючи (3.14) до (3.13), маємо:

$$m_i^B \frac{\partial^2 u_{i+1}^B}{\partial t^2} \Big|_{x=x_i^B} = EF \left( \frac{\partial u_{i+1}^B}{\partial x} - \frac{\partial u_i^B}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_i^B}. \quad (3.27)$$

Для останнього  $n$ -ого вагона на верхньому напрямку руху граничні умови мають вигляд:

$$u_n^B(x_n^B, t) = u_{n+1}^B(x_n^B, t); \quad (3.28)$$

$$m_n^B \frac{\partial^2 u_{n+1}^B}{\partial t^2} \Big|_{x=x_n^B} = (S_{n+1}^B - S_n^B) \Big|_{x=x_n^B}, \quad (3.29)$$

де  $u_n^B$  – деформація  $n$ -ої ділянки тягового каната на верхньому напрямку руху (рис. 3.12), тобто ділянки між  $(n-1)$ -им та  $n$ -им вагонами як зосередженими масами;

$u_{n+1}^B$  – деформація  $(n+1)$ -ої ділянки тягового каната на верхньому напрямку руху (рис. 3.12), тобто ділянки між останнім вагоном та натяжним пристроєм як зосередженими масами;

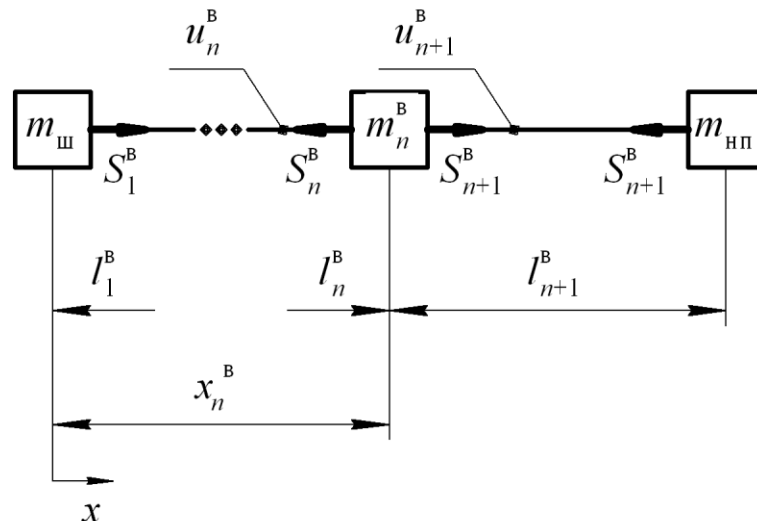


Рис. 3.12. Схема деформацій та пружних сил для  $n$ -ого вагона верхнього напрямку руху

$x_n^B = \sum_{j=1}^n l_j^B$  – координата останнього  $n$ -ого вагона на верхньому напрямку руху (рис. 3.12);

$m_n^B$  – маса останнього  $n$ -ого вагона на верхньому напрямку руху;

$S_n^B, S_{n+1}^B$  – пружні сили, які відповідають деформаціям  $u_n^B, u_{n+1}^B$ ;

$$S_n^B = EF \frac{\partial u_n^B}{\partial x}; \quad S_{n+1}^B = EF \frac{\partial u_{n+1}^B}{\partial x}. \quad (3.30)$$

Підставляючи (3.30) до (3.29), маємо:

$$m_n^B \frac{\partial^2 u_{n+1}^B}{\partial t^2} \Big|_{x=x_n^B} = EF \left( \frac{\partial u_{n+1}^B}{\partial x} - \frac{\partial u_n^B}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_n^B}. \quad (3.31)$$

#### Умови спряження.

Для поєднання отриманих рівнянь у систему використовуємо умови спряження двох напрямків руху. Вони складаються за формою, подібною до граничних умов рівнянь системи (3.7), і описують динаміку приводного шківа та натяжного пристрою тягового каната як зосереджених мас. Кількість рівнянь – по два для кожної з мас.

Згідно використаних вище позначень умови спряження для приводного шківа складаються на основі схеми, поданої на рис. 3.13, та мають вигляд:

$$u_1^H(0, t) = u_1^B(0, t); \quad (3.32)$$

$$m_{\text{ш}} \frac{\partial^2 u_1^B}{\partial t^2} \Big|_{x=0} = \left( S_1^B - S_1^H \right) \Big|_{x=0}, \quad (3.33)$$

де  $m_{\text{ш}}$  – маса приводного шківа.

Підставляючи  $S_1^B$  з виразу (3.22) та  $S_1^H$  з виразу (3.10), отримуємо:

$$m_{\text{ш}} \frac{\partial^2 u_1^B}{\partial t^2} \Big|_{x=0} = EF \left( \frac{\partial u_1^B}{\partial x} - \frac{\partial u_1^H}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}. \quad (3.34)$$

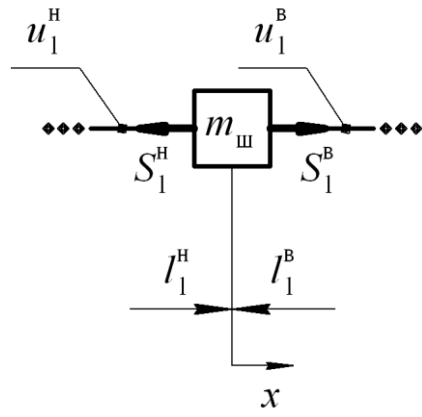


Рис. 3.13. Схема деформацій та пружних сил для приводного шківa

Динаміка натяжного пристрою тягового каната як зосередженої маси описується рівняннями згідно схеми, поданої на рис. 3.14, у такому вигляді:

$$u_{n+1}^{\text{B}}(x_{n+1}^{\text{B}}, t) = -u_{n+1}^{\text{H}}(x_{n+1}^{\text{H}}, t); \tag{3.35}$$

$$m_{\text{нп}} \frac{\partial^2 u_{n+1}^{\text{H}}}{\partial t^2} \Big|_{x_{n+1}^{\text{H}}} = S_{n+1}^{\text{H}} \Big|_{x_{n+1}^{\text{H}}} - S_{n+1}^{\text{B}} \Big|_{x_{n+1}^{\text{B}}}, \tag{3.36}$$

де  $m_{\text{нп}}$  – маса натяжного пристрою;

$x_{n+1}^{\text{B}} = \sum_{j=1}^{n+1} l_j^{\text{B}}$ ,  $x_{n+1}^{\text{H}} = -\sum_{j=1}^{n+1} l_j^{\text{H}}$  – координати натяжного пристрою у сис-

темі, прийнятій на рис. 3.14.

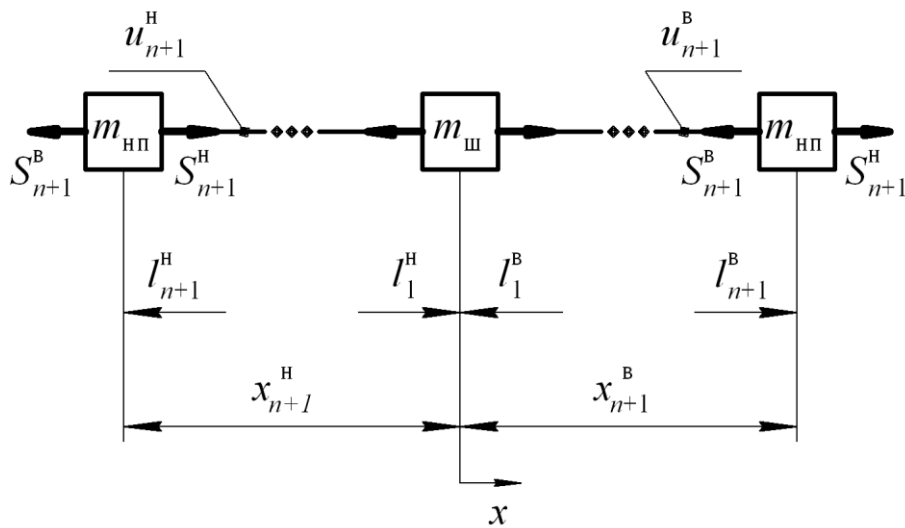


Рис. 3.14. Схема деформацій та пружних сил для натяжного пристрою

Підставляючи  $S_{n+1}^H$  з виразу (3.18) та  $S_{n+1}^B$  з виразу (3.30), отримуємо:

$$m_{\text{нп}} \frac{\partial^2 u_{n+1}^H}{\partial t^2} \Big|_{x_{n+1}^H} = EF \left( \frac{\partial u_{n+1}^H}{\partial x} \Big|_{x_{n+1}^H} - \frac{\partial u_{n+1}^B}{\partial x} \Big|_{x_{n+1}^B} \right). \quad (3.37)$$

### Складання частотної функції

Для складання частотної функції необхідно здійснити перетворення отриманих виразів. Послідовність операцій перетворення є однаковою для рівнянь, які описують кожен із зосереджених мас, тому проілюструємо її на прикладі рівнянь, які є граничними умовами для  $i$ -ого вагона нижнього напрямку руху.

Продублюємо рівняння (3.12):

$$u_i^H(x_i^H, t) = u_{i+1}^H(x_{i+1}^H, t). \quad (3.12^*)$$

У загальному вигляді його можна записати так:

$$u_i(x_i, t) = u_{i+1}(x_{i+1}, t). \quad (3.38)$$

Представимо функції двох змінних  $u_i(x_i, t)$  та  $u_{i+1}(x_{i+1}, t)$  як добутки незалежних функцій положення  $X_i(x_i)$ ,  $X_{i+1}(x_{i+1})$  та часу  $T(t)$ :

$$u_i(x_i, t) = X_i(x_i)T(t); \quad (3.39)$$

$$u_{i+1}(x_{i+1}, t) = X_{i+1}(x_{i+1})T(t). \quad (3.40)$$

Тоді рівняння (3.38) набуває вигляду

$$X_i(x_i)T(t) = X_{i+1}(x_{i+1})T(t). \quad (3.41)$$

Розпишемо функції положення наступним чином:

$$X_i(x_i) = A_i \cos kx_i + B_i \sin kx_i; \quad (3.42)$$

$$X_{i+1}(x_{i+1}) = A_{i+1} \cos kx_{i+1} + B_{i+1} \sin kx_{i+1}, \quad (3.43)$$

де  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $A_{i+1}$ ,  $B_{i+1}$  – амплітудні коефіцієнти;

$k$  – певне константа, яка використовується під час перетворення виразів і не має фізичної суті.

Підставляючи (3.42) та (3.43) у рівняння (3.41) та скорочуючи функцію часу, отримуємо:

$$A_i \cos kx_i + B_i \sin kx_i = A_{i+1} \cos kx_{i+1} + B_{i+1} \sin kx_{i+1}. \quad (3.44)$$

Введемо позначення  $\lambda = kl$  – власне число частотної функції ( $l$  – довжина тягового каната на одному напрямку руху вагонів), після чого запишемо рівняння (3.44) так:

$$\cos\left(\lambda \frac{x_i}{l}\right) A_i + \sin\left(\lambda \frac{x_i}{l}\right) B_i - \cos\left(\lambda \frac{x_i}{l}\right) A_{i+1} - \sin\left(\lambda \frac{x_i}{l}\right) B_{i+1} = 0. \quad (3.45)$$

Продублюємо рівняння (3.15):

$$m_i^H \frac{\partial^2 u_i^H}{\partial t^2} \Big|_{x=x_i^H} = EF \left( \frac{\partial u_i^H}{\partial x} - \frac{\partial u_{i+1}^H}{\partial x} \right) \Big|_{x=x_i^H}. \quad (3.15^*)$$

У загальному вигляді його можна записати так:

$$m_i \ddot{u}_i = EF(u_i' - u_{i+1}'). \quad (3.46)$$

Тут і надалі

$$\ddot{u}_i = \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial t^2}; \quad u_i' = \frac{\partial u_i(x_i, t)}{\partial x}; \quad u_{i+1}' = \frac{\partial u_{i+1}(x_{i+1}, t)}{\partial x}.$$

Розпишемо наявні похідні функцій  $u_i$  та  $u_{i+1}$  з урахуванням виразів (3.39) і (3.40):

$$\ddot{u}_i = X_i \ddot{T}; \quad u_i' = X_i' T; \quad u_{i+1}' = X_{i+1}' T. \quad (3.47)$$

При цьому  $X_i$  – за формулою (3.42), а інші похідні такі:

$$X_i' = k(-A_i \sin kx_i + B_i \cos kx_i); \quad (3.48)$$

$$X_{i+1}' = k(-A_{i+1} \sin kx_{i+1} + B_{i+1} \cos kx_{i+1}). \quad (3.49)$$

Підставляючи вирази (3.47) до рівняння (3.46), маємо:

$$m_i^H X_i \ddot{T} = EF(X_i' T - X_{i+1}' T). \quad (3.50)$$

Після розділення змінних отримуємо:

$$\frac{\ddot{T}}{T} \frac{m_i^H}{EF} = \frac{X_i' - X_{i+1}'}{X_i}. \quad (3.51)$$

Вводимо позначення:

$$a^2 = \frac{EF}{q} - \text{швидкість розповсюдження пружної хвилі у поздовжньому}$$

напрямку коливань ( $q$  – погонна маса тягового каната);

$$\frac{1}{a^2} \frac{\ddot{T}}{T} = -k^2 - \text{певна константа, зазначена вище } (k^2 > 0).$$

Тоді рівняння (3.51) набуває вигляду

$$-k^2 \frac{m_i^H}{q} = \frac{X'_i - X'_{i+1}}{X_i}. \quad (3.52)$$

Враховуючи вирази (3.42), (3.48) та (3.49), після перетворень маємо:

$$\begin{aligned} \left[ \sin\left(\lambda \frac{x_i}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_i^H} \cos\left(\lambda \frac{x_i}{l}\right) \right] A_i - \left[ \frac{\lambda}{\alpha_i^H} \sin\left(\lambda \frac{x_i}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_i}{l}\right) \right] B_i - \\ - \sin\left(\lambda \frac{x_i}{l}\right) A_{i+1} + \cos\left(\lambda \frac{x_i}{l}\right) B_{i+1} = 0, \end{aligned} \quad (3.53)$$

де  $\alpha_i^H = ql/m_i^H$  – масовий коефіцієнт для  $i$ -ого вагона на нижньому напрямку руху.

Аналогічним чином перетворюємо рівняння, які є граничними умовами для інших зосереджених мас.

Нижній напрямок руху.

Для першого вагона рівняння (3.8) та (3.11) набувають вигляду:

$$\cos\left(\lambda \frac{x_1}{l}\right) A_1 + \sin\left(\lambda \frac{x_1}{l}\right) B_1 - \cos\left(\lambda \frac{x_1}{l}\right) A_2 - \sin\left(\lambda \frac{x_1}{l}\right) B_2 = 0; \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} \left[ \sin\left(\lambda \frac{x_1}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_1^H} \cos\left(\lambda \frac{x_1}{l}\right) \right] A_1 - \left[ \frac{\lambda}{\alpha_1^H} \sin\left(\lambda \frac{x_1}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_1}{l}\right) \right] B_1 - \\ - \sin\left(\lambda \frac{x_1}{l}\right) A_2 + \cos\left(\lambda \frac{x_1}{l}\right) B_2 = 0. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Для останнього  $n$ -ого вагона рівняння (3.16) та (3.19) запишемо так:

$$\cos\left(\lambda \frac{x_n}{l}\right)A_n + \sin\left(\lambda \frac{x_n}{l}\right)B_n - \cos\left(\lambda \frac{x_n}{l}\right)A_{n+1} - \sin\left(\lambda \frac{x_n}{l}\right)B_{n+1} = 0; \quad (3.56)$$

$$\left[ \sin\left(\lambda \frac{x_n}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_n^H} \cos\left(\lambda \frac{x_n}{l}\right) \right] A_n - \left[ \frac{\lambda}{\alpha_n^H} \sin\left(\lambda \frac{x_n}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_n}{l}\right) \right] B_n - \\ - \sin\left(\lambda \frac{x_n}{l}\right)A_{n+1} + \cos\left(\lambda \frac{x_n}{l}\right)B_{n+1} = 0. \quad (3.57)$$

Верхній напрямок руху.

Для першого вагона рівняння (3.20) та (3.23) набувають вигляду:

$$\cos\left(\lambda \frac{x_1^B}{l}\right)A_1^B + \sin\left(\lambda \frac{x_1^B}{l}\right)B_1^B - \cos\left(\lambda \frac{x_1^B}{l}\right)A_2^B - \sin\left(\lambda \frac{x_1^B}{l}\right)B_2^B = 0; \quad (3.58)$$

$$\sin\left(\lambda \frac{x_1^B}{l}\right)A_1^B - \cos\left(\lambda \frac{x_1^B}{l}\right)B_1^B - \left[ \sin\left(\lambda \frac{x_1^B}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_1^B} \cos\left(\lambda \frac{x_1^B}{l}\right) \right] A_2^B + \\ + \left[ \frac{\lambda}{\alpha_1^B} \sin\left(\lambda \frac{x_1^B}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_1^B}{l}\right) \right] B_2^B = 0. \quad (3.59)$$

Для  $i$ -ого вагона рівняння (3.24) та (3.27) набувають вигляду:

$$\cos\left(\lambda \frac{x_i^B}{l}\right)A_i^B + \sin\left(\lambda \frac{x_i^B}{l}\right)B_i^B - \cos\left(\lambda \frac{x_i^B}{l}\right)A_{i+1}^B - \sin\left(\lambda \frac{x_i^B}{l}\right)B_{i+1}^B = 0; \quad (3.60)$$

$$\sin\left(\lambda \frac{x_i^B}{l}\right)A_i^B - \cos\left(\lambda \frac{x_i^B}{l}\right)B_i^B - \left[ \sin\left(\lambda \frac{x_i^B}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_i^B} \cos\left(\lambda \frac{x_i^B}{l}\right) \right] A_{i+1}^B + \\ + \left[ \frac{\lambda}{\alpha_i^B} \sin\left(\lambda \frac{x_i^B}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_i^B}{l}\right) \right] B_{i+1}^B = 0. \quad (3.61)$$

Для останнього  $n$ -ого вагона рівняння (3.16) та (3.19) запишемо так:

$$\cos\left(\lambda \frac{x_n^B}{l}\right) A_n^B + \sin\left(\lambda \frac{x_n^B}{l}\right) B_n^B - \cos\left(\lambda \frac{x_{n+1}^B}{l}\right) A_{n+1}^B - \sin\left(\lambda \frac{x_{n+1}^B}{l}\right) B_{n+1}^B = 0; \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \sin\left(\lambda \frac{x_n^B}{l}\right) A_n^B - \cos\left(\lambda \frac{x_n^B}{l}\right) B_n^B - \left[ \sin\left(\lambda \frac{x_n^B}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_n^B} \cos\left(\lambda \frac{x_n^B}{l}\right) \right] A_{n+1}^B + \\ + \left[ \frac{\lambda}{\alpha_n^B} \sin\left(\lambda \frac{x_n^B}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_n^B}{l}\right) \right] B_{n+1}^B = 0. \quad (3.63) \end{aligned}$$

### Умови спряження.

Для приводного шківів рівняння (3.32) та (3.34) набувають вигляду:

$$A_1^B - A_1^H = 0; \quad (3.64)$$

$$\frac{\lambda}{\alpha_{III}^B} A_1^B + B_1^B - B_1^H = 0. \quad (3.65)$$

Для натяжного пристрою рівняння (3.35) та (3.37) запишемо так:

$$\cos\lambda \cdot A_{n+1}^B + \sin\lambda \cdot B_{n+1}^B + \cos\lambda \cdot A_{n+1}^H - \sin\lambda \cdot B_{n+1}^H = 0; \quad (3.66)$$

$$\begin{aligned} \sin\lambda \cdot A_{n+1}^B - \cos\lambda \cdot B_{n+1}^B + \left[ \sin\lambda + \frac{\lambda}{\alpha_{HII}^B} \cos\lambda \right] A_{n+1}^H - \\ - \left[ \frac{\lambda}{\alpha_{HII}^B} \sin\lambda - \cos\lambda \right] B_{n+1}^H = 0. \quad (3.67) \end{aligned}$$

Частотна функція встановлюється як визначник матриці коефіцієнтів системи, складеної з рівнянь (3.54), (3.55), (3.45), (3.53), (3.56)–(3.67) (саме в такому порядку). Ця матриця є досить складною для відображення та подана в дод. А. Нульовими аргументами цієї функції (такими, за яких функція набуває нульового значення) є власні числа  $\lambda$ , за якими можуть бути визначені власні частоти тягового контуру ПКД як динамічної системи.

Згідно введених вище позначень власні числа

$$\lambda = kl. \quad (3.68)$$

При цьому

$$\frac{1}{a^2} \ddot{T} = -k^2, \quad (3.69)$$

де  $a = \sqrt{\frac{EF}{q}}$  – швидкість розповсюдження пружної хвилі у поздовж-

ньому напрямку;

$T, \ddot{T}$  – гармонічна функція часу та її друга похідна за часом.

Для будь-якої гармонічної функції

$$\ddot{T} = -\omega^2 T, \quad (3.70)$$

де  $\omega$  – частота функції, що в межах даної роботи є власною частотою тягового контуру ПКД як динамічної системи.

Здійснюючи перетворення виразів (3.68)–(3.70), отримуємо

$$\omega = \frac{\lambda}{l} \sqrt{\frac{EF}{q}}. \quad (3.71)$$

Враховуючи те, що тяговий контур ПКД змодельовано як систему зосереджених мас (шків, вагони, натяжний пристрій), з'єднаних між собою пружними елементами з розподіленими параметрами (ділянки тягового канату), частотна функція має безліч нульових аргументів, а отже, і тяговий контур як динамічна система має безліч власних частот  $\omega$ , які визначаються за власними числами  $\lambda$ .

### 3.3. Застосування частотних діаграм для аналізу динаміки тягових контурів ПКД різних типів

Як видно з наведених вище міркувань, математична модель, яка дозволяє досліджувати динаміку тягового контуру та приводу ПКД, складається з багатьох рівнянь, кількість яких визначається кількістю вагонів.

У будь-якому разі математична модель вміщує чотири умови спряження виразів та по два рівняння для кожного з вагонів. Таким чином, дослідження динаміки ПКД маятникового типу (такі дороги є в м. Ялті), яка має лише два вагони (по одному вагону на кожному з напрямків руху), здійсню-

ється за системою з восьми рівнянь. А для кільцевої дороги, що має 70 вагонів (такі дороги є в м. Дніпропетровську та Харкові), математична модель складається з 144 рівнянь за наведеною вище формою.

Для спрощення процесу формування математичної моделі та подальшого дослідження динаміки тягових контурів ПКД різних типів з будь-якою кількістю вагонів використовуємо систему комп'ютерної алгебри MathCAD, для якої нами було розроблено спеціальну програму, що здійснює формування математичної моделі, розрахунок власних чисел та власних частот в автоматичному режимі в залежності від вказаних вихідних даних. Основні елементи програмного коду наведено в дод. Б.

Особливості використання частотних діаграм під час аналізу динамічного стану приводу розглянемо на прикладах ПКД маятникового та кільцевого типів.

### *3.3.1. Побудова і аналіз частотних діаграм приводів ПКД маятникового типу*

Для ПКД маятникового типу приймаємо такі параметри:

- маса приводного шківів  $m_{шк} = 5\,000$  кг;
- маса натяжного пристрою  $m_{нп} = 5\,650$  кг;
- довжина тягового каната на одному напрямку руху  $l = 1\,340$  м;
- кількість вагонів на одному напрямку руху  $n = 1$ ;
- маса завантаженого вагона  $m = 5\,000$  кг;
- маса порожнього вагона  $m_0 = 1\,800$  кг.

Як тяговий приймаємо канат діаметром 21 мм за ГОСТ 2688-80 з наступними характеристиками:

- модуль пружності  $E = 1,2 \cdot 10^5$  МПа [23];
- погонна маса  $q = 1,635$  кг/м;
- площа перерізу  $F = 167,03$  мм<sup>2</sup>.

Розглянемо три варіанти сполучення вихідних даних:

варіант I – верхній та нижній вагони повністю завантажені  
 $(m_1^B = m_1^H = m)$ ;

варіант II – верхній вагон порожній, нижній завантажено повністю  
 $(m_1^B = m_0; m_1^H = m)$ ;

варіант III – верхній вагон завантажено повністю, нижній – порожній  
 $(m_1^B = m; m_1^H = m_0)$ .

Для кожного з варіантів сполучення вихідних даних будемо частотні діаграми (рис. 3.15, 3.16).

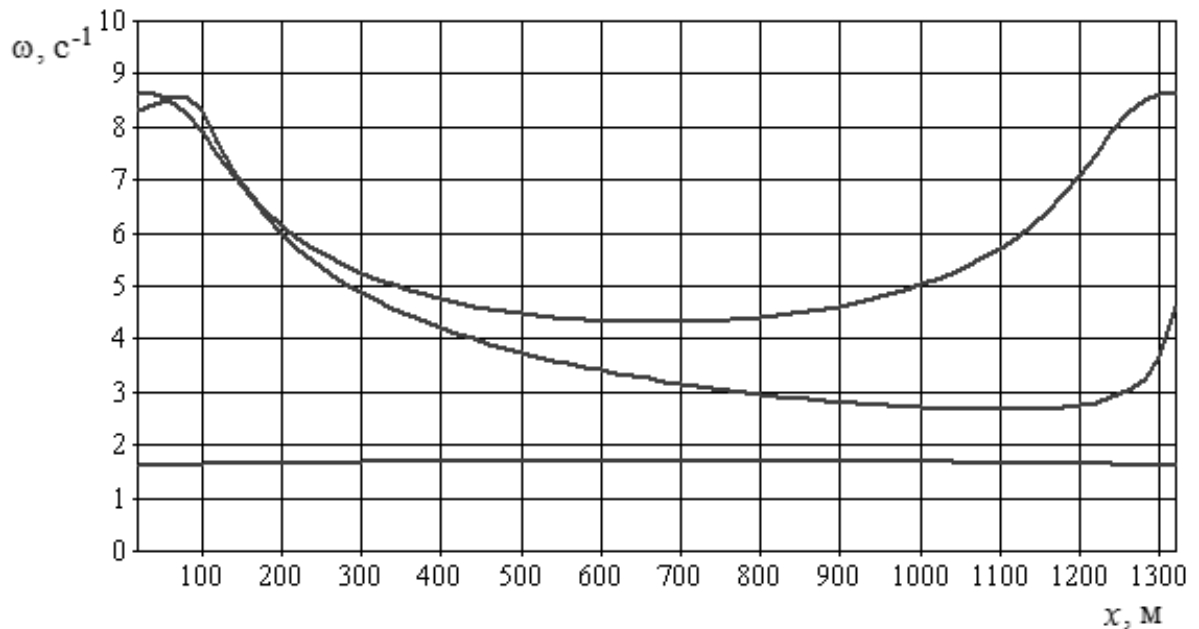
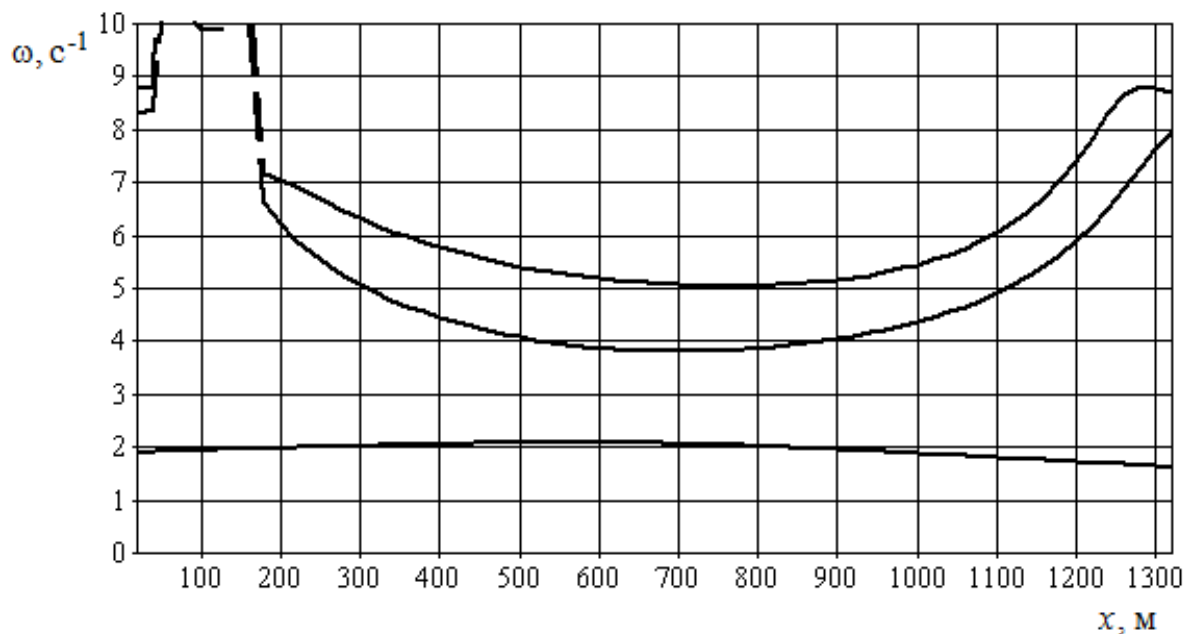


Рис. 3.15. Частотна діаграма тягового контуру ПКД маятникового типу за умови однакового завантаження вагонів (варіант I)

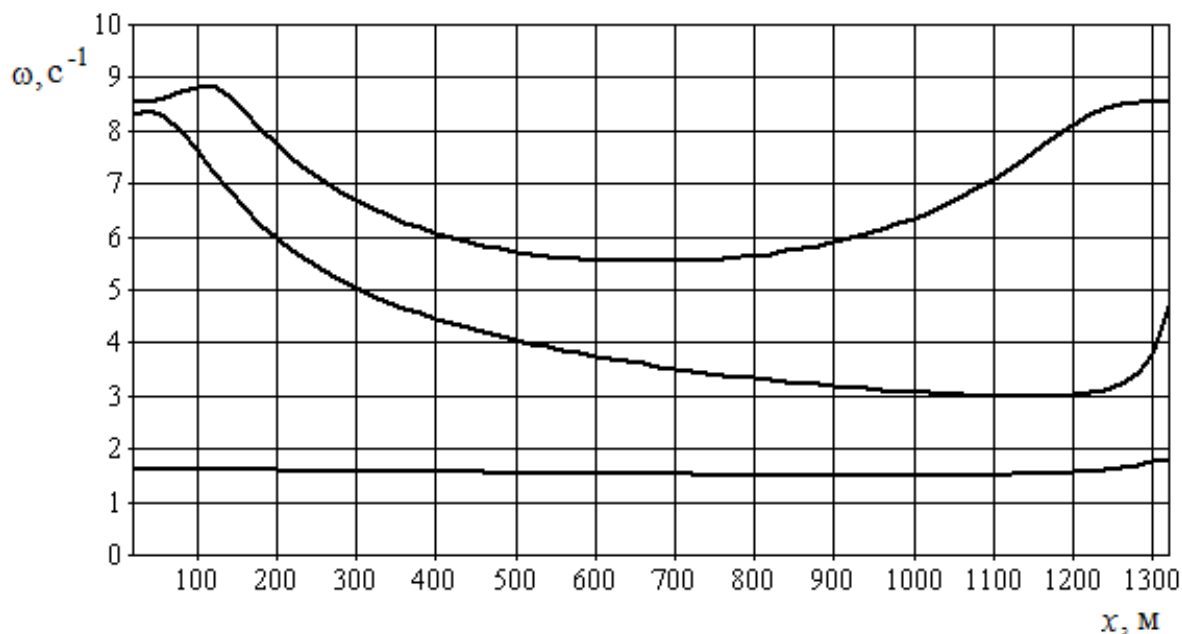
На діаграмах (рис. 3.15, 3.16) зображено перші три власні частоти тягового контуру ПКД як функції переміщення вагонів. У порівнянні з другою та третьою, перша частота є відносно постійною, оскільки, здебільшого, визначається масою шківа. На другу та третю частоти значний вплив мають координати вагонів, що пояснює суттєву нелінійність відповідних кривих.

Особливістю діаграми у разі неоднакового завантаження вагонів (рис. 3.16, а) є наявність розривів функцій другої та третьої власних частот в діапазоні координат вагонів від 40 до 180 м. Це пояснюється тим, що другий

та третій нульові аргументи частотної функції є комплексними. За фізичною сутністю процесу такий результат характеризує вільне віддалення елементів динамічної системи від положення статичної рівноваги, тобто зміну їх координат не за періодичними законами, а за гіперболічними [52].



а



б

Рис. 3.16. Частотні діаграми тягового контуру ПКД маятникового типу за умови неоднакового завантаження вагонів:

а – варіант II; б – варіант III.

Зазначене явище є вкрай небезпечним для будь-якої механічної системи, тому описаному процесу слід приділяти особливу увагу на етапі проектування ПКД. Зокрема, не слід встановлювати опори на ділянці траси, що характеризується наявністю гіперболічних процесів, через високу ймовірність ударяння вагонів об їх металоконструкції та захлестування тягового каната під час проходження вагонами опор. Однак можна відмітити, що у багатьох механічних системах такі процеси затухають з подальшою зміною їх характеристик [92], тому за певного добору кінематичних параметрів приводу гіперболічні процеси можуть не проявитися.

### *3.3.2. Побудова і аналіз частотних діаграм приводів ПКД кільцевого типу*

Як приклад ПКД кільцевого типу розглянемо дорогу з такими параметрами:

- маса приводного шківів  $m_{\text{ш}} = 5\,000$  кг;
- маса натяжного пристрою  $m_{\text{нп}} = 5\,650$  кг;
- довжина тягового канату на одному напрямку руху  $l = 1\,320$  м;
- кількість вагонів на одному напрямку руху  $n = 4$ ;
- маса завантаженого вагона  $m = 1\,250$  кг;
- маса порожнього вагона  $m_0 = 450$  кг.

Приймаємо тяговий канат діаметром 21 мм за ГОСТ 2688-80 з параметрами, наведеними в п. 3.3.1.

Для забезпечення можливості співставлення результатів більшість параметрів ПКД кільцевого типу було прийнято рівними відповідним характеристикам маятникової дороги. Тому, як і раніше, розглядаємо три варіанти сполучення вихідних даних (див. п. 3.3.1), для кожного з яких будуємо частотні діаграми (рис. 3.17, 3.18). При цьому вважаємо, що всі вагони одного напрямку руху завантажені однаково.

На діаграмах рис. 3.17, 3.18 зображено перші три власні частоти тягового контуру ПКД як функції переміщення вагонів. Перша частота для кожного з відповідних випадків майже співпадає за величиною:

- рис. 3.15 та рис. 3.17 –  $1,6 \text{ с}^{-1}$  та  $1,7 \text{ с}^{-1}$  відповідно;
- рис. 3.16, а та рис. 3.18, а –  $1,9 \text{ с}^{-1}$  та  $1,96 \text{ с}^{-1}$  відповідно;
- рис. 3.16, б та рис. 3.18, б –  $1,6 \text{ с}^{-1}$  та  $1,65 \text{ с}^{-1}$  відповідно.

Це підтверджує висновок про те, що величина та характер зміни першої власної частоти приводу здебільшого визначаються масою шківів, аніж масами вагонів.

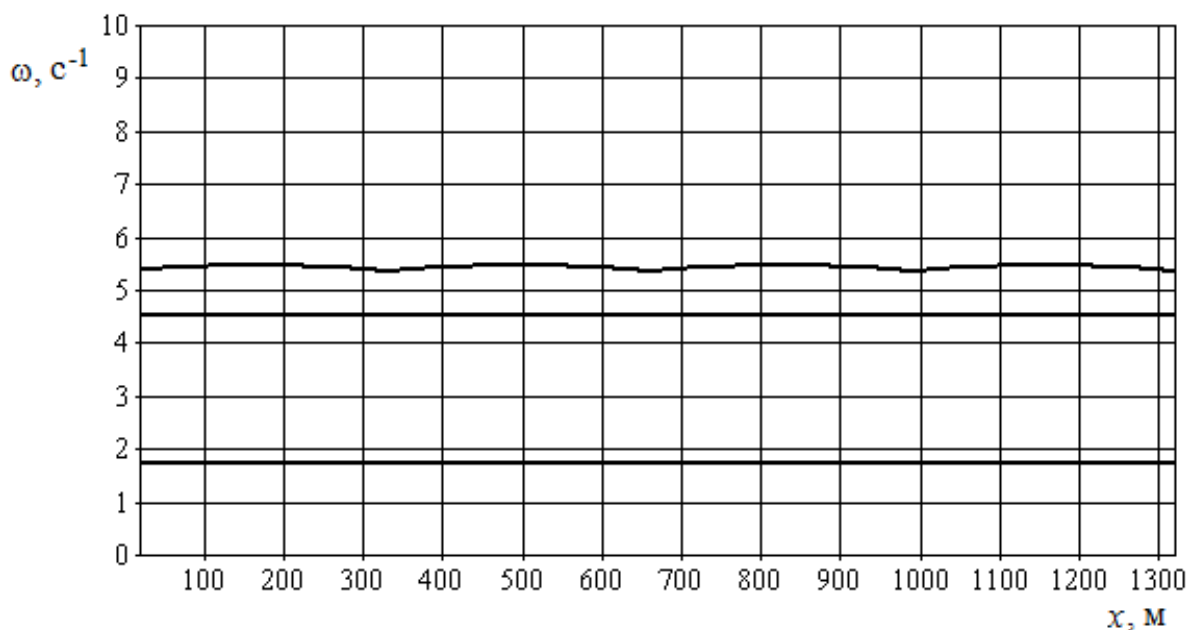
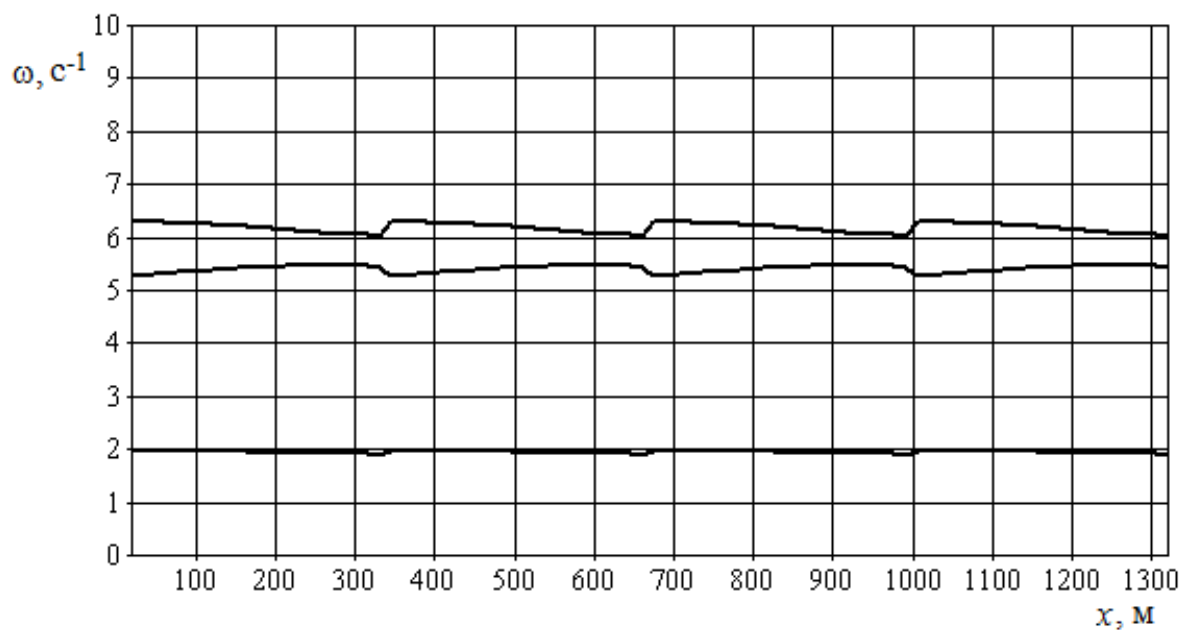


Рис. 3.17. Частотна діаграма тягового контуру ПКД кільцевого типу за умови однакового завантаження вагонів (варіант І)

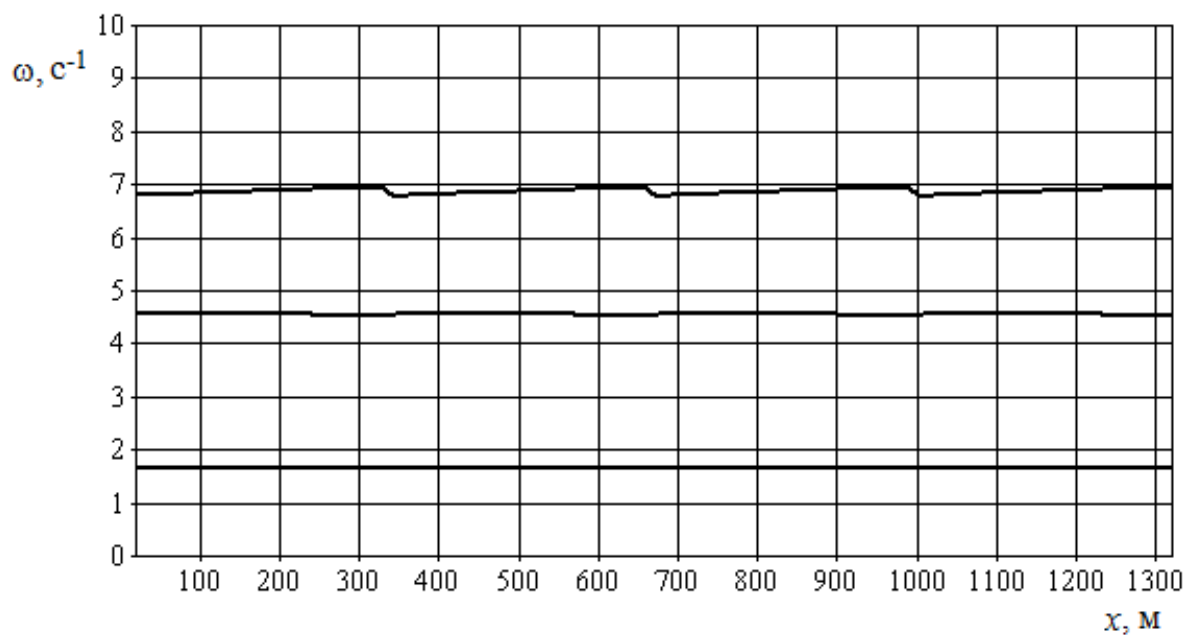
Як бачимо на рис. 3.17, 3.18, для частотних діаграм приводу ПКД кільцевого типу спостерігається певна циклічність зміни частот, особливо другої та третьої, при цьому кількість циклів відповідає кількості вагонів на одному напрямку руху.

У разі однакового завантаження вагонів обох напрямків руху (рис. 3.17) динамічний стан системи є найбільш сприятливим для нормальної роботи приводу: перша та третя частоти змінюються несуттєво, друга частота є постійною. Найгіршим є варіант незавантаження вагонів верхнього напрямку

руху (рис. 3.18, а), однак він не є небезпечним у разі встановлення опор таким чином, щоб довжини прогонів не були кратними кроку розміщення вагонів.



а



б

Рис. 3.18. Частотні діаграми тягового контуру ПКД кільцевого типу за умови неоднакового завантаження вагонів:

а – варіант II; б – варіант III.

Слід також відмітити, що для ПКД кільцевого типу не є властивим явище вільного віддалення елементів механічної системи із заміною періодичних динамічних процесів на гіперболічні (що спостерігається для маятникових доріг; див. рис. 3.16, а).

Узагальнюючи наведений матеріал, можна зробити такі висновки:

- застосування частотних діаграм під час аналізу динаміки тягових контурів ПКД дозволяє виявляти та попереджувати небезпечні явища, пов'язані з доланням щонайменше однієї резонансної зони за власними частотами;
- впродовж циклу транспортування ПКД маятникового типу на певних етапах руху вагонів спостерігається небезпечне явище заміни циклічних динамічних процесів на гіперболічні, що супроводжується вільним переміщенням вагонів з можливим ударянням об опори та захлестуванням тягового канату;
- частотні діаграми приводів ПКД кільцевого типу мають циклічний характер з можливою стрибкоподібною зміною власних частот; при цьому таке явище не є небезпечним за умови раціонального профілювання дороги;
- у більшості випадків спостерігається наявність доволі широкої міжрезонансної зони, обмеженої першою та другою власними частотами, що може бути основою для обґрунтування раціональних значень частоти обертання шківів як одного з кінематичних параметрів приводу ПКД.

### **3.4. Обґрунтування раціональних швидкісних режимів приводів ПКД**

Одним із напрямів використання частотних діаграм тягових контурів ПКД є обґрунтування раціональних швидкісних режимів приводів, дотримання яких дозволяє поліпшити роботу дороги з точки зору безпеки процесу транспортування та зменшення динамічних навантажень на її елементи.

Під швидкісними режимами приводів слід розуміти дискретні значення частоти обертання приводного шківів ( $\omega$ ) та залежні від них швидкості руху

вагонів ( $v$ ), які змінюються впродовж циклу транспортування. При цьому зазначені величини пов'язані залежністю

$$v = \omega \frac{D}{2}, \quad (3.72)$$

де  $D$  – діаметр приводного шківа.

Особливістю даного підходу до обґрунтування раціональних швидкісних режимів є врахування динаміки приводу та накладання обмежень не лише на швидкості переміщення вагонів [59, 60], але й на частоті обертання шківа, що дозволяє враховувати більше факторів ризику виникнення аварійної ситуації через порушення працездатності елементів ПКД.

Для розкриття сутності підходів до обґрунтування раціональних швидкісних режимів розглянемо два приклади:

- ПКД маятникового типу із вказаними вище характеристиками та частотними діаграмами, зображеними на рис. 3.15, 3.16;
- ПКД кільцевого типу із вказаними вище характеристиками та частотними діаграмами, зображеними на рис. 3.17, 3.18.

У кожному випадку приймаємо діаметр шківа  $D = 3$  м.

#### *3.4.1. Аналіз швидкісних режимів приводів ПКД маятникового типу*

Продублюємо частотні діаграми тягового контуру, наведені на рис. 3.15, 3.16, із вказанням на них резонансних зон.

На рис. 3.19 зображено доповнену частотну діаграму для випадку однакового завантаження вагонів (варіант I).

На діаграмі (рис. 3.19) зображено зміну перших трьох власних частот тягового контуру ПКД. Перша частота є невеликою та відносно стабільною. Однак під час розгону та сповільнення привід має долати резонансну зону за цією частотою. У разі роботи приводу в дорезонансній зоні (на діаграмі відмічена жовтим кольором) рух вагонів можливий зі швидкістю до 2,5 м/с. За такої швидкості можливе здійснення технічного огляду або долання зон перехідних режимів під час проходження вагонами опор, однак використання

такого значення як номінальної швидкості є нераціональним через значне зниження продуктивності (пропускної здатності).

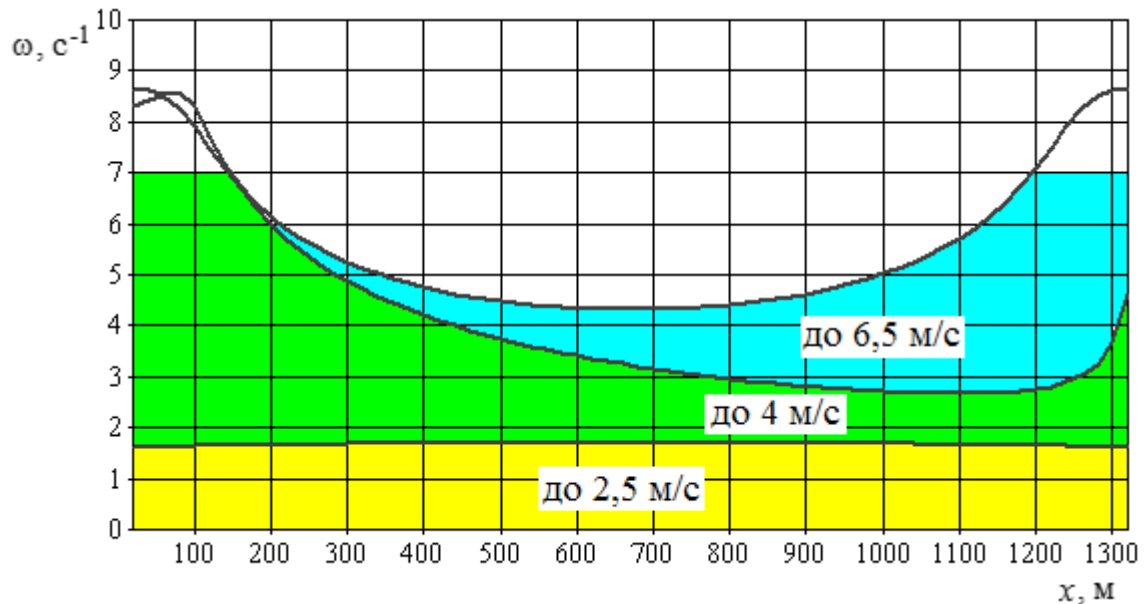


Рис. 3.19. Частотна діаграма тягового контуру ПКД маятникового типу для випадку однакового завантаження вагонів (варіант I) із вказанням резонансних зон

Друга та третя частоти мають доволі широкий діапазон зміни. При цьому робота приводу у першій міжрезонансній зоні (на діаграмі відмічена зеленим кольором) дозволяє вагонам рухатися зі швидкістю до 4 м/с під час наближення до нижньої станції в інтервалі переміщень від 1 000 до 1 300 м. У разі роботи приводу в даній міжрезонансній зоні на інтервалі переміщень від 0 до 1 000 м максимум швидкості може суттєво змінюватися в залежності від положення вагонів на трасі.

Третя частота своїм мінімумом обмежує швидкість руху вагонів до 6,5 м/с, що також не є граничним показником для маятникових ПКД. Синім кольором вказана друга міжрезонансна зона.

Як видно на діаграмі (див. рис. 3.19), вказані міжрезонансні зони додатково обмежені зверху частотою  $7 \text{ с}^{-1}$ , яка відповідає ліміту швидкості руху вагонів, встановленому Правилами... [59] на рівні 10 м/с.

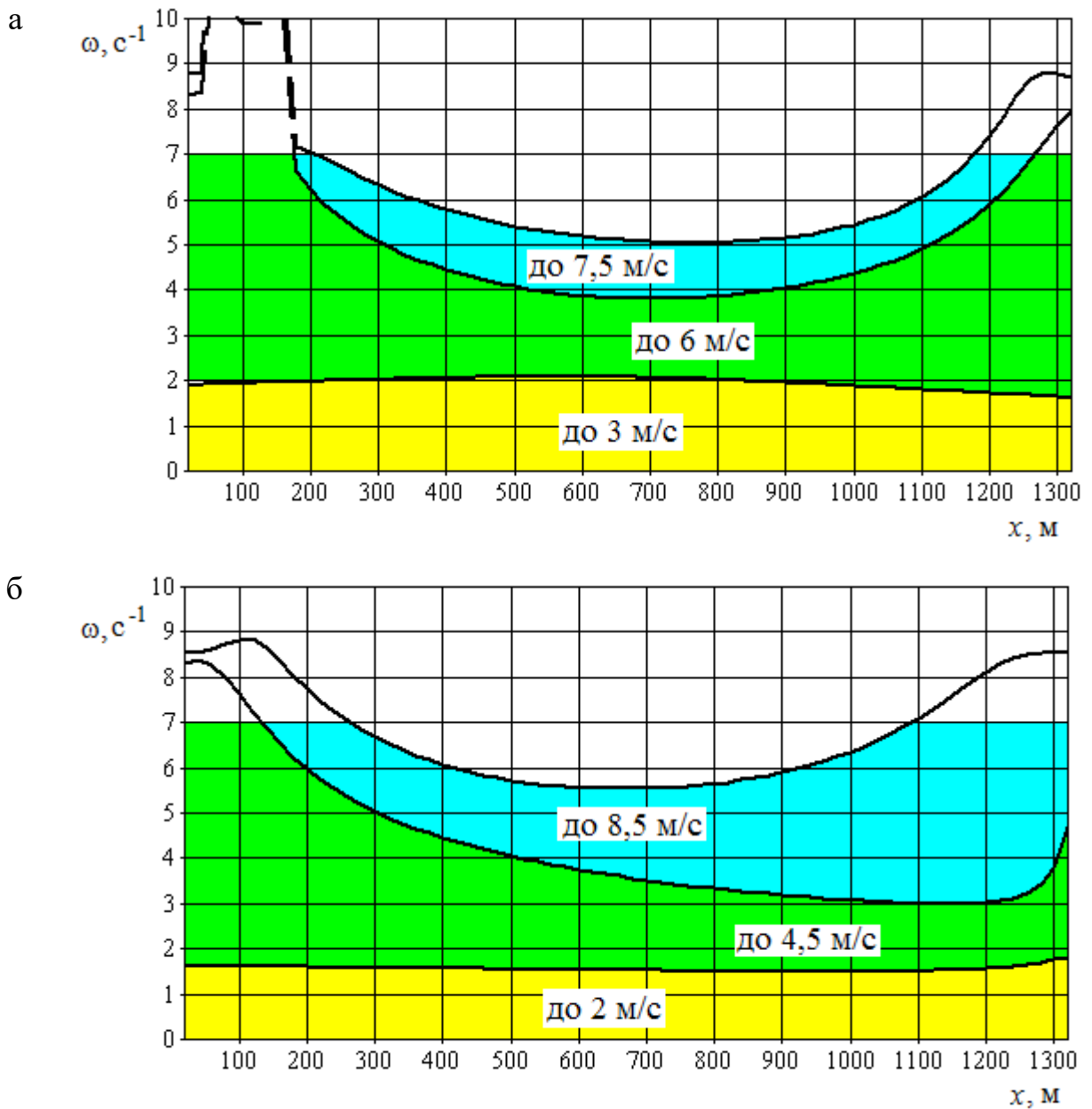


Рис. 3.20. Частотні діаграми тягового контуру ПКД маятникового типу за умови неоднакового завантаження вагонів із вказанням резонансних зон:

а – варіант II; б – варіант III.

Доповнені частотні діаграми для випадків неоднакового завантаження вагонів (варіанти II, III) наведені на рис. 3.20. У разі незавантаження верхніх вагонів (рис. 3.20, а) діаграма характеризується наявністю певної динаміки першої власної частоти тягового контуру, діапазон зміни другої частоти зменшується, при цьому мінімальні та максимальні значення кожної з частот збільшуються. За таких умов робота приводу в дорезонансній зоні дозволяє забезпечити рух вагонів зі швидкістю до 3 м/с, а мінімум другої частоти об-

межує швидкість руху вагонів до 6 м/с під час роботи приводу у першій міжрезонансній зоні. У даному випадку розгін та сповільнення вагонів біля станцій може здійснюватися за умови роботи приводу в першій міжрезонансній зоні, що дозволяє реалізовувати основний цикл руху з більшою швидкістю, інколи – навіть у другій міжрезонансній зоні, де обмеження швидкості складає 7,5 м/с.

У разі незавантаження нижніх вагонів (рис. 3.20, б) частотна діаграма схожа з діаграмою, властивою для варіанту повного завантаження вагонів обох напрямків руху. Перша частота відносно стабільна, діапазон зміни другої частоти доволі великий, динаміка третьої частоти – помірна. При цьому обмеження швидкості руху вагонів такі:

- за умови роботи приводу в дорезонансній зоні – до 2 м/с;
- за умови роботи приводу в першій міжрезонансній зоні – до 4,5 м/с на ділянці переміщень від 1 000 до 1 300 м;
- за умови роботи приводу в другій міжрезонансній зоні – до 8,5 м/с, що є непоганим показником для ПКД маятникового типу.

#### *3.4.2. Аналіз швидкісних режимів приводів ПКД кільцевого типу*

Продублюємо частотні діаграми тягового контуру, наведені на рис. 3.17, 3.18, із вказанням на них резонансних зон.

На рис. 3.21 зображено доповнену частотну діаграму для випадку однакового завантаження вагонів (варіант І).

Як видно на діаграмі (рис. 3.21), у разі повного завантаження всіх вагонів перша та друга власні частоти є постійними, третя має незначну динаміку, до того ж кількість циклів зміни частоти дорівнює кількості вагонів на одному напрямку руху. Під час роботи приводу в дорезонансній зоні можливе переміщення вагонів зі швидкістю до 2,5 м/с. Робота приводу в першій міжрезонансній зоні дозволить здійснювати рух вагонів зі швидкістю до 6,5 м/с. Оскільки Правилами... [59] встановлюється обмеження швидкості до 7 м/с під час руху вагонів у прогоні та до 6 м/с в період проходження ва-

гонами опор, роботу приводу в другій міжрезонансній зоні можна вважати недоцільною.

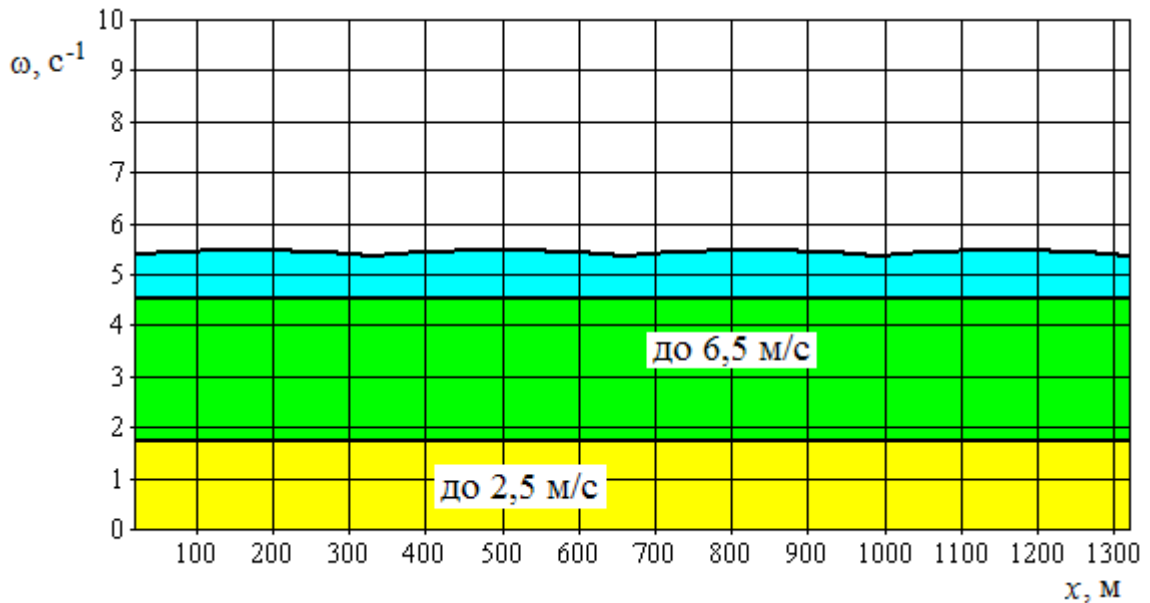


Рис. 3.21. Частотна діаграма тягового контуру ПКД кільцевого типу для випадку однакового завантаження вагонів (варіант I) із вказанням резонансних зон

У разі незавантаження верхніх вагонів (рис. 3.22, а) спостерігається певна динаміка другої та третьої частот, до того ж кількість циклів відповідає кількості вагонів на одному напрямку руху. Обмеження швидкості руху вагонів в залежності від роботи приводу в одній з резонансних зон наступні:

- за умови роботи приводу в дорезонансній зоні – до 3 м/с;
- за умови роботи приводу в першій міжрезонансній зоні – до 7 м/с з урахуванням вимог Правил... [59].

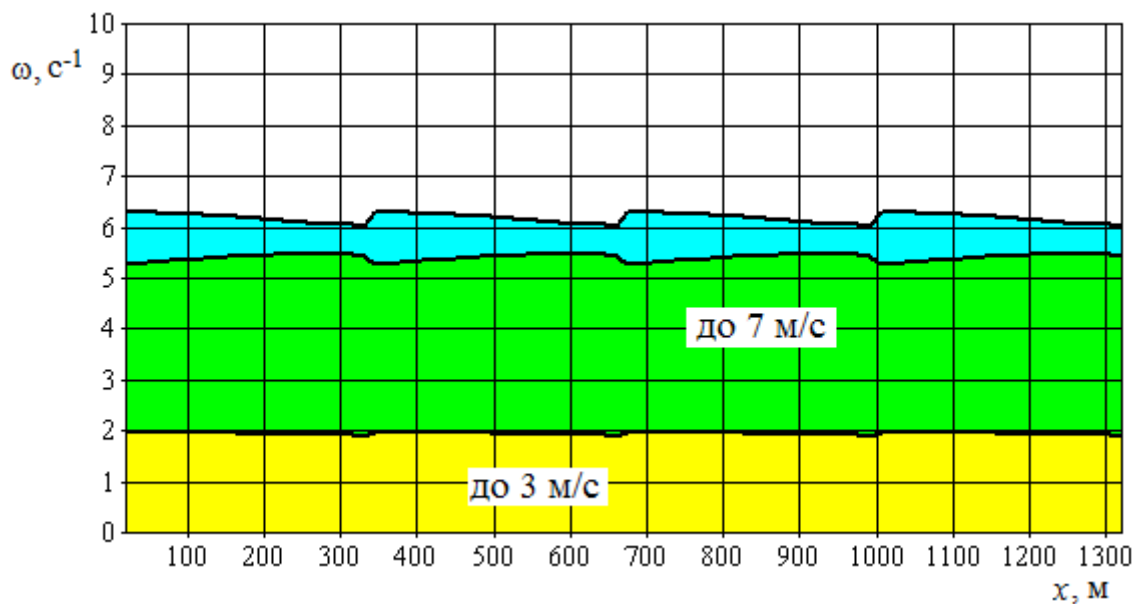
Робота приводу у другій міжрезонансній зоні є недопустимою через обмеження швидкості руху вагонів, що накладаються Правилами... [59].

У разі незавантаження нижніх вагонів (рис. 3.22, б) перша власна частота тягового контуру ПКД є постійною, динаміка другої та третьої частот – незначна зі збереженням відміченої вище періодичності. Обмеження швидкості руху вагонів в залежності від роботи приводу в одній з резонансних зон наступні:

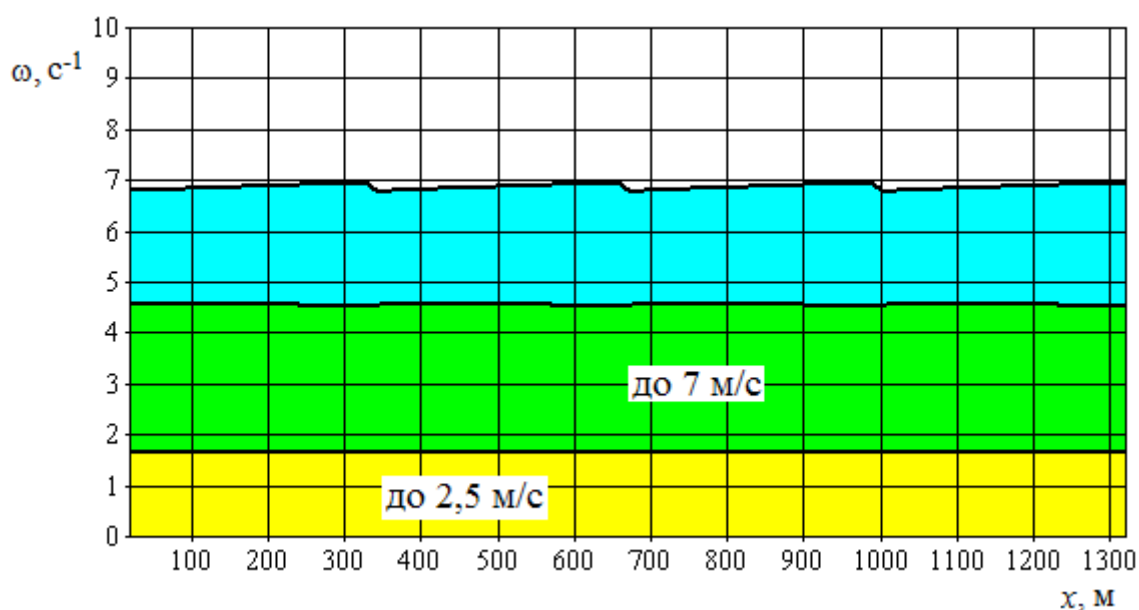
- за умови роботи приводу в дорезонансній зоні – до 2,5 м/с;

– за умови роботи приводу в першій міжрезонансній зоні – до 7 м/с з урахуванням вимог Правил... [59].

Робота приводу у другій міжрезонансній зоні є недопустимою через обмеження швидкості руху вагонів, що накладаються Правилами... [59].



а



б

Рис. 3.20. Частотні діаграми тягового контуру ПКД кільцевого типу за умови неоднакового завантаження вагонів із вказанням резонансних зон:

а – варіант II; б – варіант III.

Узагальнені результати щодо вибору раціональних швидкісних режимів наведено в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

### Раціональні швидкісні режими ПКД

Швидкісний режим	Маятникова ПКД			Кільцева ПКД		
	Значення швидкості, м/с		Зона частот	Значення швидкості, м/с		Зона частот
	Правила	Рекомендації		Правила	Рекомендації	
Р-С	–	–	0, I	–	–	0, I
У-ном	12 (10)	8,5 (6,5)	II	7 (6)	6,5 (6)	I
У-рев	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0

У табл. 3.1 використано позначення

- швидкісних режимів: Р-С – розгін або сповільнення; У-ном – усталений рух з номінальною швидкістю; У-рев – усталений рух з ревізійною швидкістю;
- зон частот: 0 – дорезонансна; I – перша міжрезонансна; II – друга міжрезонансна.

Значення швидкості, вказані в дужках, відповідають швидкості проходження вагонами опор.

Як видно з табл. 3.1, врахування динаміки тягового контуру ПКД накладає додаткові обмеження щодо швидкості руху вагонів у порівнянні з вказаними у Правилах... [59]. Так, для маяткової ПКД номінальну швидкість рекомендовано зменшити до 8,5 м/с під час руху вагонів у прогонах та до 6,5 м/с в період проходження вагонами опор. Для кільцевої ПКД рекомендовано зменшення номінальної швидкості до 6,5 м/с під час руху вагонів у прогонах. Рекомендована ревізійна швидкість не суперечить вимогам Правил... [59].

Слід відзначити, що рекомендовані значення швидкості руху вагонів значною мірою залежать від діаметра приводного шківів, тому обмеження, які

враховують динаміку приводу, слід встановлювати щодо частот обертання приводного шківів з урахуванням відповідних зон власних частот тягового контуру ПКД.

Результати проведених досліджень дозволяють зробити такі висновки:

- на етапі проектування ПКД рекомендовано складати частотні діаграми тягового контуру з метою призначення раціональних швидкісних режимів роботи приводу;
- режим усталеного руху вагонів з номінальною швидкістю слід забезпечувати за рахунок роботи приводу в першій міжрезонансній зоні частот з максимально можливим наближенням до її верхньої межі;
- перехідні режими руху слід реалізовувати за рахунок роботи приводу в дорезонансній та (або) першій міжрезонансній зонах частот;
- для маятникових ПКД допустимим є усталений рух вагонів з номінальною швидкістю, яка відповідає роботі приводу в другій міжрезонансній зоні частот;
- для кільцевих ПКД рух вагонів зі швидкістю, яка відповідає роботі приводу у другій міжрезонансній зоні частот, не рекомендовано.

### **3.5. Основні результати та висновки за розділом**

1. Розроблено математичну модель динаміки тягового контуру ПКД як дискретно-континуальної системи, що складається із зосереджених мас (приводний шків з приведеними до нього масами всіх обертальних елементів приводу, вагони, натяжний пристрій тягового каната), з'єднаних між собою ділянками тягового каната як елемента з розподіленими параметрами. Така модель є більш точною, ніж дискретна, та дозволяє враховувати вплив зміни інерційних і пружних характеристик тягового каната уздовж його довжини. Розроблена модель складена в загальному вигляді та може бути використана для дослідження ПКД будь-якого типу, призначення та галузі використання.

2. Розроблено методику складання частотних діаграм приводів ПКД, що відображають зміну власних частот тягового контуру як функцій переміщення вагонів.
3. Дослідження показали, що застосування частотних діаграм під час аналізу динаміки тягових контурів ПКД дозволяє виявляти та попереджувати небезпечні явища, пов'язані з доланням щонайменше однієї резонансної зони за власними частотами.
4. Частотні діаграми приводів ПКД кільцевого типу мають циклічний характер з можливою стрибкоподібною зміною власних частот тягового контуру; при цьому таке явище не є небезпечним за умови раціонального профілювання дороги.
5. У більшості випадків на частотних діаграмах спостерігається наявність доволі широкої між резонансної зони, обмеженої першою та другою власними частотами тягового контуру, що може бути основою для обґрунтування раціональних значень частоти обертання приводного шківця як одного з кінематичних параметрів приводу ПКД.
6. Аналіз ряду частотних діаграм тягових контурів ПКД дозволяє стверджувати, що: режим усталеного руху вагонів з номінальною швидкістю слід забезпечувати за рахунок роботи приводу в першій міжрезонансній зоні власних частот з максимально можливим наближенням до її верхньої межі; перехідні режими руху вагонів слід забезпечувати за рахунок роботи приводу в до резонансній та (або) першій міжрезонансній зонах власних частот; для ПКД маятникового типу допустимим є усталений рух вагонів з номінальною швидкістю, яка відповідає роботі приводу в другій міжрезонансній зоні власних частот; для ПКД кільцевого типу рух вагонів зі швидкістю, яка відповідає роботі приводу в другій міжрезонансній зоні власних частот, не рекомендовано.

## РОЗДІЛ 4

### ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСТОТНОГО СПЕКТРА ПІДВІСНОЇ КАНАТНОЇ ДОРОГИ

#### 4.1. Мета і задачі експериментальних досліджень

Основною метою проведення експериментальних досліджень є підтвердження адекватності математичної моделі для розрахунку частотного спектра ПКД, яку було викладено та обґрунтовано у розділі 3.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити ряд задач, основними з яких є наступні:

- 1) розробка та обґрунтування конструктивної схеми експериментальної установки;
- 2) формування методології проведення досліджень;
- 3) виготовлення, складання та монтаж експериментального обладнання та вимірювальної системи;
- 4) проведення досліджень згідно розробленої методики;
- 5) аналіз збіжності результатів теоретичних та експериментальних досліджень;
- б) надання висновку щодо адекватності математичної моделі.

Виконання деяких задач здійснюється паралельно, тому отримані за ними результати буде суміщено у відповідних пунктах даного розділу.

#### 4.2. Загальна характеристика експериментальної установки

Для перевірки адекватності математичної моделі, наведеної у розділі 3, розглянемо однопрогонну ПКД (рис. 4.1), яка складається з приводу 1, якоря несучого каната 2, тягового каната 3, несучих канатів 4, натяжних пристроїв несучих канатів 5, натяжного пристрою тягового каната 6, вагонів 7. Такі дороги класифікуються як маятникові, вагони яких здійснюють зворотно-поступальний рух між кінцевими станціями. Вони зазвичай використовують-

ся як засіб промислового транспорту для утворення відвалів, для переміщення вантажів між виробничими та складськими приміщеннями, у гірничій промисловості – для транспортування різних матеріалів від місця їх видобування до залізничних та автомобільних шляхів тощо. Також ПКД маятникового типу можуть використовуватися для переміщення людей, зокрема, як засіб пасажирського міського транспорту.

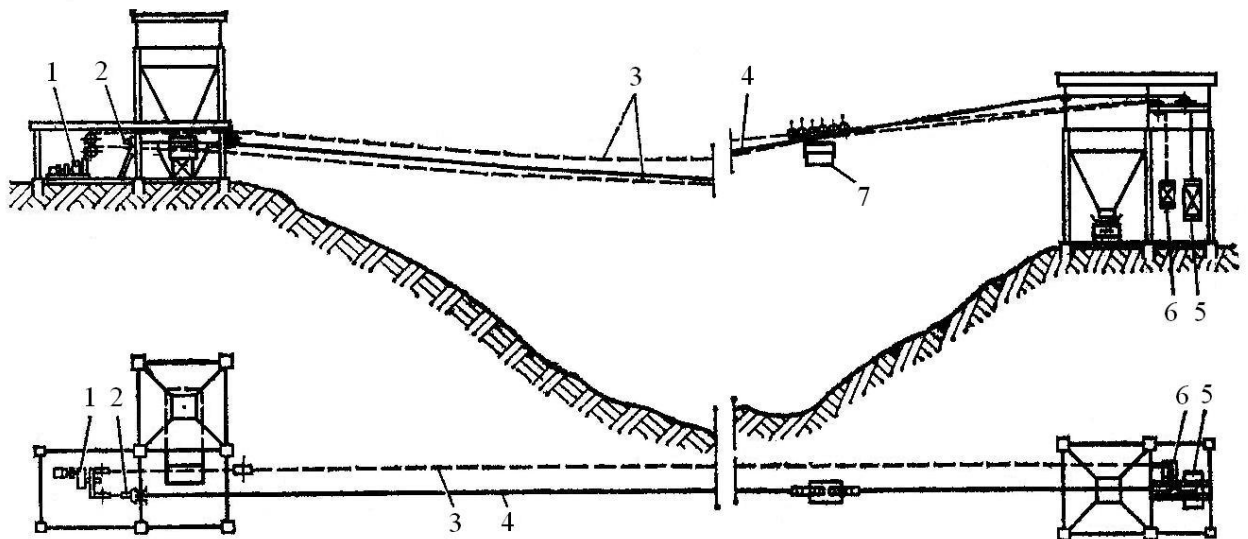


Рис. 4.1. Схема модельованої ПКД

Для проведення експериментальних досліджень будемо використовувати лабораторну установку, аналогічну за будовою до наведеної ПКД, із внесенням деяких змін для спрощення конструктивного виконання та монтажу певних вузлів установки та вимірювального обладнання.

Проведення експериментальних досліджень частотного спектра ПКД передбачає наявність у будові установки таких елементів, як приводний та натяжний шків, несучий і тяговий канати, вагони, опорні металокаркаси. Забезпечення зусилля у тяговому канаті, необхідного для надійного зчеплення з поверхнею жолоба приводного шківа, здійснюється шляхом використання натяжного пристрою вантажного типу, вертикальне розташування якого забезпечується за рахунок зміни положення віток тягового каната за допомогою відхиляючих блоків. Натяжний пристрій несучого каната було замінено на якірні затискачі для спрощення будови установки, що є допустимим для ПКД малої довжини [58].

Згідно викладених міркувань конструктивна схема експериментальної установки набуває вигляду, наведеного на рис. 4.2.

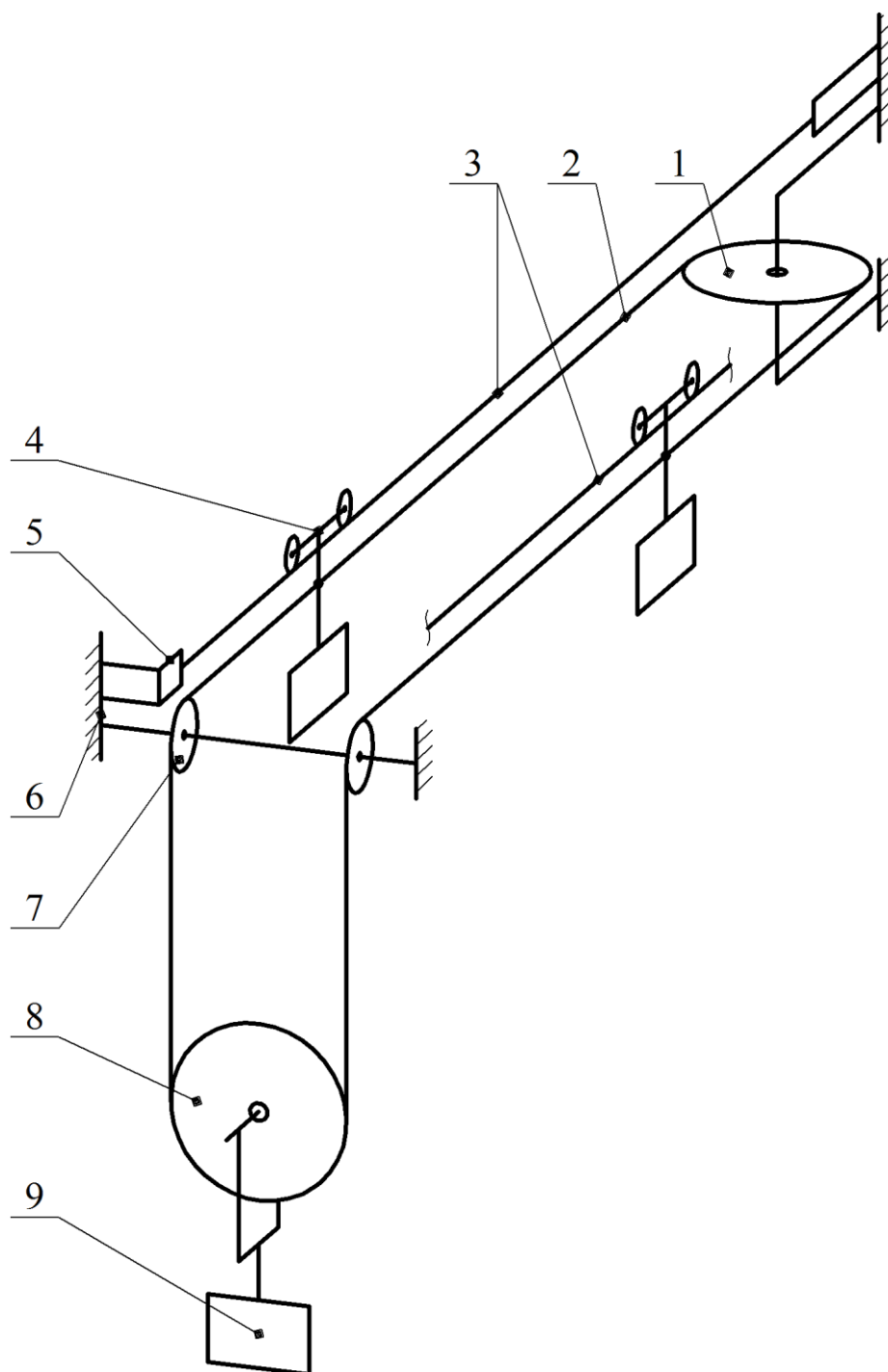


Рис. 4.2. Схема експериментальної установки:

- 1 – приводний шків; 2 – тяговий канат; 3 – несучий канат; 4 – вагон;  
 5 – якор несучого каната; 6 – опорна металоко́нструкція; 7 – відхиляючий блок;  
 8 – натяжний шків; 9 – натяжний вантаж

Приводний і натяжний шківів та відхиляючі блоки встановлені на підшипниках кочення та обертаються відносно нерухомих осей. Вагони перекочуються колесами по несучому канату та жорстко зв'язані з тяговим канатом.

Конструктивна реалізація наведеної схеми представлена на рис. 4.3.



Рис. 4.3. Експериментальна установка (позначення відповідають рис. 4.2)

Експериментальна установка має такі параметри:

- довжина траси (по траєкторії руху вагона) – 2,5 м;
- приводний та натяжний шківів: діаметр – 320 мм; маса – 15 кг;
- відхиляючі блоки: діаметр – 200 мм; маса – 10 кг;

- приведена маса натяжного вантажу (враховує масу натяжного шківа, відхиляючих блоків та власне натяжного вантажу) – 37 кг;
- діаметр несучого каната – 8 мм;
- діаметр тягового каната – 4,1 мм;
- маса вагона – змінна, від 3,5 до 16 кг з кроком зміни 2,5 кг (реалізується за рахунок використання набору вантажів).

### 4.3. Вимірювальне обладнання

Для здійснення реєстрації зміни прискорення руху елементів тягового контуру використовувалася вимірювальна система, яка складається з таких одиниць:

- акселерометр (датчик прискорення) АТ 1105-05; діапазон вимірювання – (0...5) g; діапазон частот – (0...500) Гц; похибка вимірювання – 2,5 %;
- восьмиканальний універсальний підсилювач QuantumX MX840A; клас точності – 0,05;
- комп'ютер з програмним забезпеченням Catman Easy 3.2.3.

Результати безперервного запису прискорення, який здійснювався за наведеною нижче методикою, зберігалися у вигляді табульованої функції окремими файлами (типу \*.asc).

### 4.4. Методика проведення досліджень

Експериментальні дослідження частотного спектра ПКД передбачають побудову частотних діаграм, які відображають зміну власних частот тягового контуру ПКД під час переміщення вагонів між станціями. Вимірювальне обладнання, яке використовується в ході проведення експерименту, дозволяє здійснювати реєстрацію зміни прискорення руху елементів тягового контуру як функції часу. Таким чином, в результаті виконання експерименту отримуємо ряд осцилограм, за якими визначаємо частоти зміни прискорення як по-

лігармонійної функції. Ці величини дорівнюють власним частотам тягового контуру, а отже, здійснюючи заміри у кількох дискретних положеннях вагонів на трасі, можна побудувати частотні діаграми.

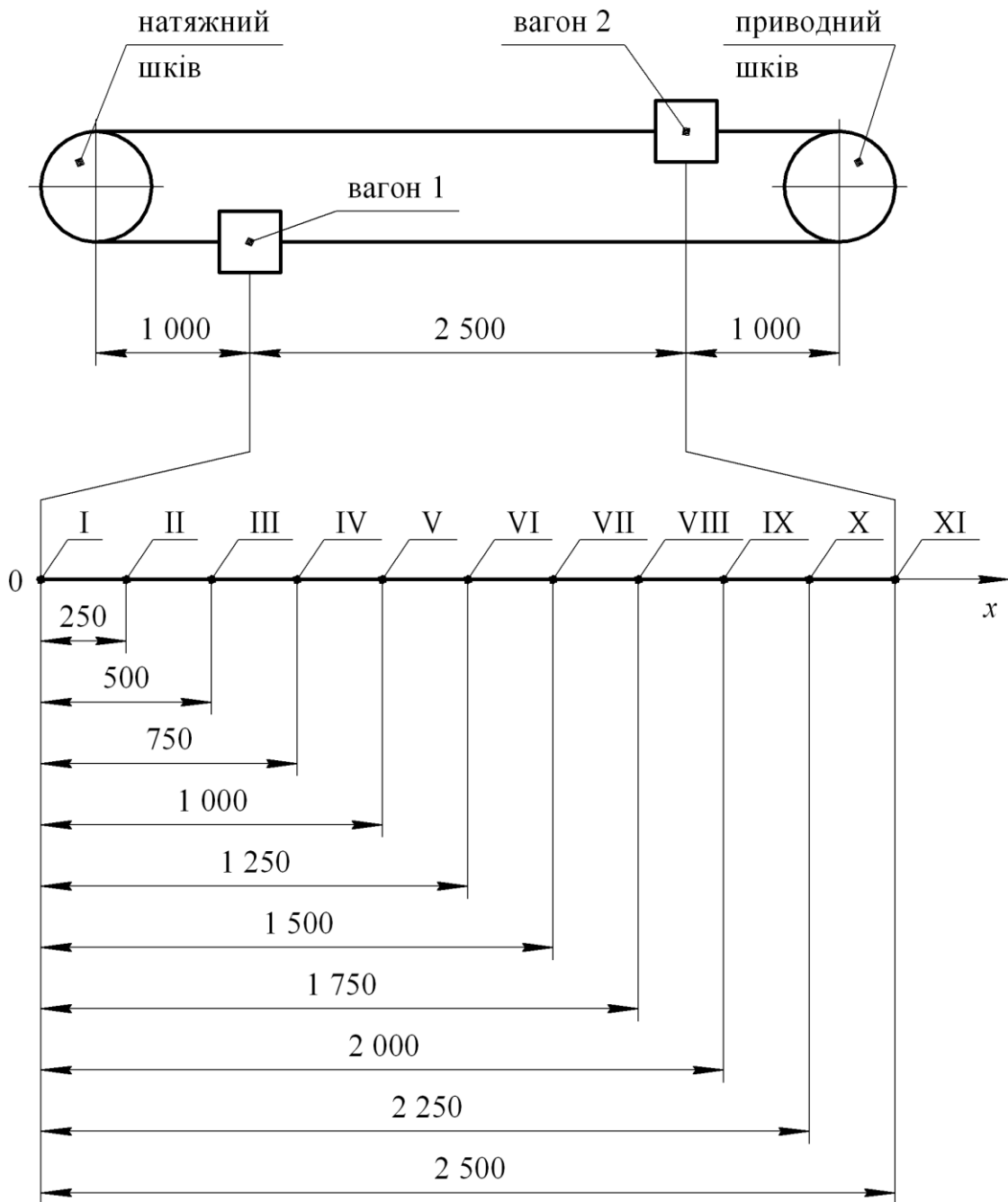


Рис. 4.4. Схема точок розташування вагона 1 під час реєстрації прискорення (розміри наведено в міліметрах)

Для проведення експерименту було обрано десять положень вагона, рівномірно розташованих на базовій відстані у 250 мм (рис. 4.4).

Останнє, одинадцятьте положення вагона є нестійким за деяких умов навантаження: якщо різниця мас вагонів є суттєвою (для даної установки – більше 5 кг), спостерігається вільне переміщення вагонів у напрямку їх зустрічного руху під дією складової власної ваги. Тому реєстрація прискорення у точці  $x = 2\,500$  мм не здійснювалася.

Експеримент проводився для тридцяти шести сполучень мас вагонів ( $m_1, m_2$ ), які змінювалися в діапазоні від 3,5 до 16 кг з кроком зміни 2,5 кг ( $m_1 = 3,5$  кг,  $m_2 = 3,5$  кг;  $m_1 = 3,5$  кг,  $m_2 = 6$  кг;  $m_1 = 3,5$  кг,  $m_2 = 8,5$  кг ...  $m_1 = 16$  кг,  $m_2 = 3,5$  кг;  $m_1 = 16$  кг,  $m_2 = 6$  кг ...  $m_1 = 16$  кг,  $m_2 = 16$  кг).

Реєстрація зміни прискорення руху елементів тягового контуру здійснювалася в такій послідовності:

- 1) вагони з наперед визначеними масами встановлювалися у положення, що задається координатою  $x$ ;
- 2) здійснювався фоновий запис зміни прискорення до моменту стабілізації установки (припинення коливань вагонів, які виникали через вимушене їх переміщення);
- 3) приводному шківу надавався одиничний силовий імпульс, який призводив до його обертання таким чином, щоб забезпечити мале переміщення вагона 1 у напрямку додатної зміни координати  $x$ ; при цьому реєструвалися вільні коливання вагона 1 до їх повного затухання та набуття осцилограмою вигляду фонового запису.

Дана послідовність дій повторювалася тричі для кожного положення вагонів та сполучення їх мас. Загалом було записано 1 080 осцилограм. тривалість запису однієї осцилограми (фон – робочий процес – фон) – до 10 с.

На рис. 4.5 наведено одну типову діаграму з ряду записаних осцилограм. Як бачимо, спостерігається наявність значної кількості шумів – хвиль високої частоти, які не мають безпосереднього відношення до досліджуваного динамічного процесу та повинні бути вилучені з аналізу. Для цього здійснюємо апроксимацію записаної табульованої функції за допомогою програми Advanced Grapher. Осцилограму після апроксимації наведено на рис. 4.6.

Досліджуваний процес є полігармонійним, тому для встановлення власних частот тягового контуру та співставлення з величинами, які визначаються аналітично, було здійснено їх попередній розрахунок за допомогою наведеної в розділі 3 математичної моделі. Такий підхід дав можливість встановити порядок величин, які необхідно визначити за допомогою осцилограм.

Подальшою метою був пошук на осцилограмі гармонік досліджуваного процесу, які за частотами близькі до визначених аналітичним шляхом. Для цього було проаналізовано фрагмент осцилограми від моменту збудження коливань тягового контуру як динамічної системи внаслідок дії одиничного імпульсу. На цьому фрагменті встановлювалися періоди хвиль, що виражені достатньою мірою, за якими визначалися їх частоти

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ с}^{-1}, \quad (4.1)$$

де  $T$  – період хвилі, с.

Приклад фрагменту наведено на рис. 4.7, де зображено особливості визначення періодів двох хвиль, частоти яких відповідають першій та другій власним частотам тягового контуру.

Період першої хвилі

$$T_1 = 3,27 - 3,231 = 0,039 \text{ с},$$

а отже, згідно формули (4.1) її частота

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{0,039} = 161 \text{ с}^{-1}.$$

Період другої хвилі

$$T_2 = 3,249 - 3,24 = 0,009 \text{ с},$$

а отже, згідно формули (4.1) її частота

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{0,009} = 698 \text{ с}^{-1}.$$

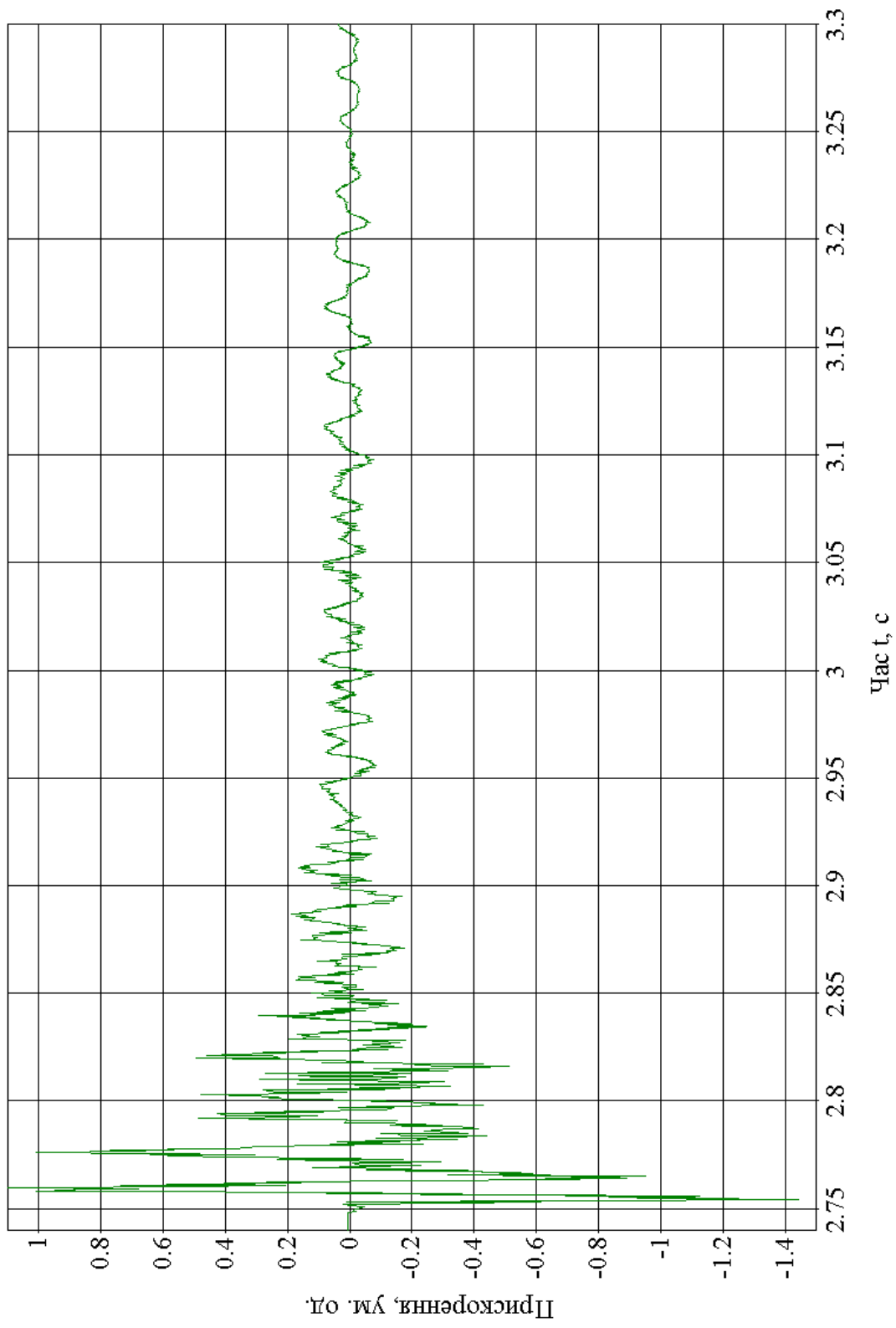


Рис. 4.5. Осцилограма з шумами

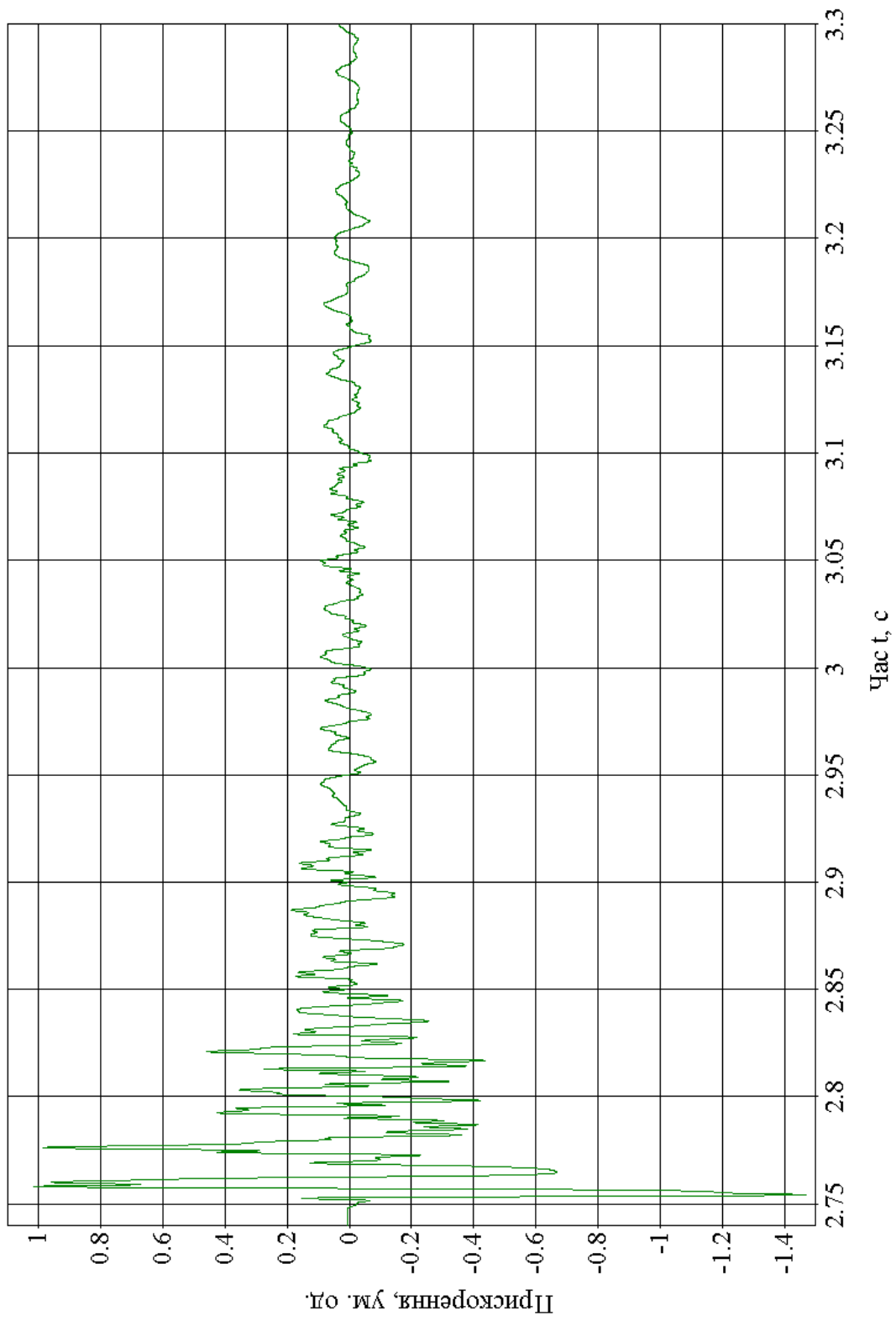


Рис. 4.6. Осцилограма після апроксимації (очищена від шумів)

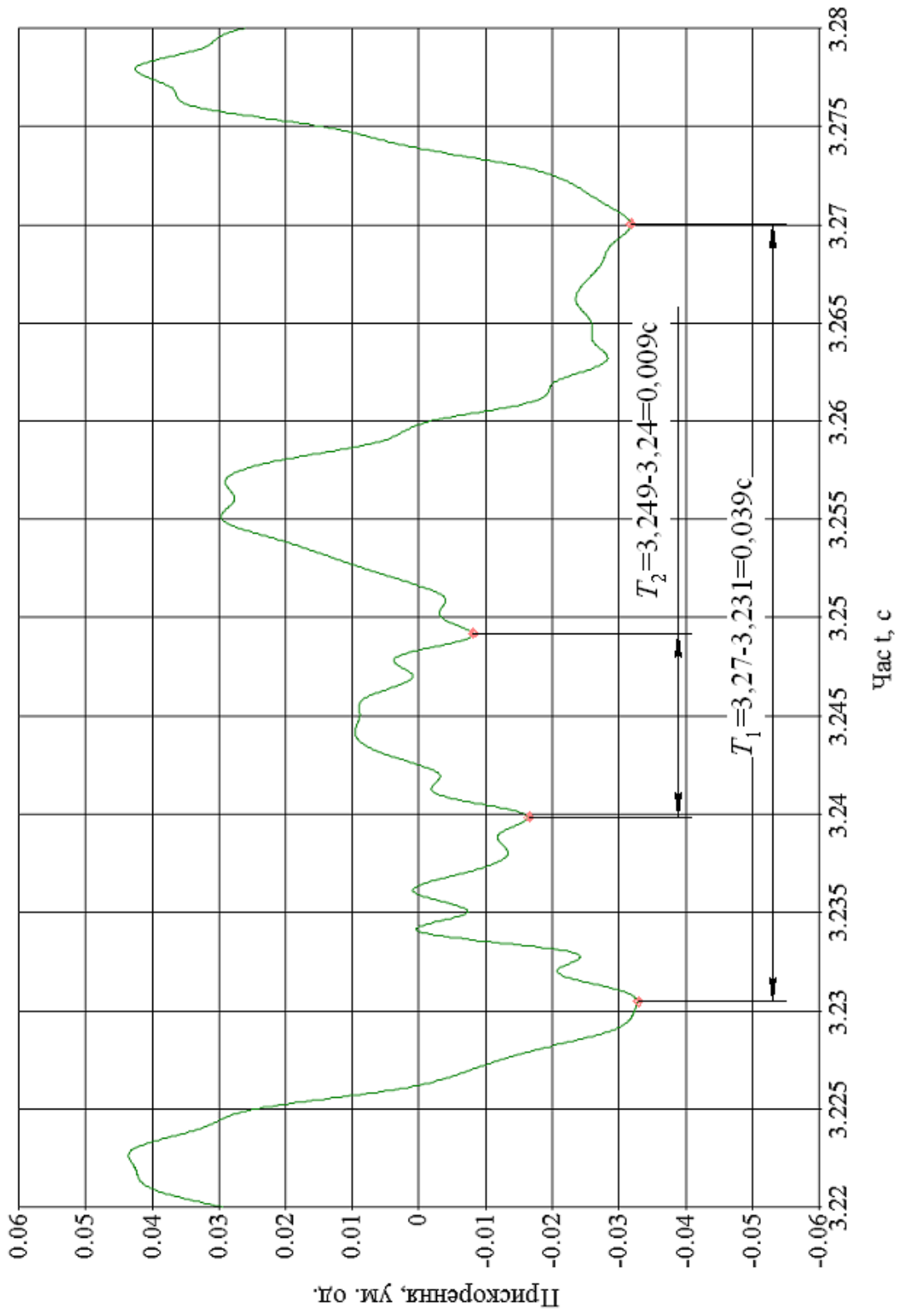


Рис. 4.7. Фрагмент осцилограми (з рис. 4.6) для визначення періодів хвиль

Визначаємо відповідні частоти аналітично за допомогою наведеної в розділі 3 математичної моделі та порівнюємо їх з експериментальними значеннями. Відхилення визначаємо за формулою

$$\Delta = \frac{|\omega_a - \omega_e|}{\omega_T} \cdot 100 \%, \quad (4.2)$$

де  $\omega_a$ ,  $\omega_e$  – значення власних частот, отримані аналітичним та експериментальним шляхом.

Результати співставлення значень власних частот тягового контуру для наведеного прикладу зводимо до табл. 4.1.

Таблиця 4.1

**Значення власних частот тягового контуру, с<sup>-1</sup>**

№ частоти	Значення		Відхилення, %
	теоретичне	експериментальне	
I	167	161	3,59
II	730	698	4,38

Більш глибокий аналіз значного масиву даних наведено у наступному пункті.

#### 4.5. Аналіз результатів досліджень

Загальний масив результатів включає в себе інформацію, отриману в ході розшифровки близько сотні осцилограм, які було отримано та досліджено згідно методики, наведеної у попередньому пункті. Для представлення основних результатів експерименту та підтвердження адекватності математичної моделі, описаної в розділі 3, розглянемо такі варіанти сполучення вихідних даних:

варіант I –  $m_1 = 3,5$  кг,  $m_2 = 3,5$  кг;

варіант II –  $m_1 = 6$  кг,  $m_2 = 3,5$  кг;

варіант III –  $m_1 = 8,5$  кг,  $m_2 = 3,5$  кг.

Тут  $m_1$  та  $m_2$  – маси вагонів, величини яких змінювалися шляхом комбінування певної кількості вантажів.

Інші параметри установки для всіх випадків моделювання є однаковими та відповідають наведеним у пункті 4.2.

Для кожного сполучення мас заміри здійснювалися тричі у кожному з десяти положень вагонів з кроком розташування 250 мм, як передбачено методикою проведення досліджень (п. 4.4). По одній із записаних осцилограм для кожного з положень вагонів наведено в дод. В. Результати їх аналізу зведено в таблиці (дод. Г) та подано у вигляді частотних діаграм (рис. 4.8–4.10).

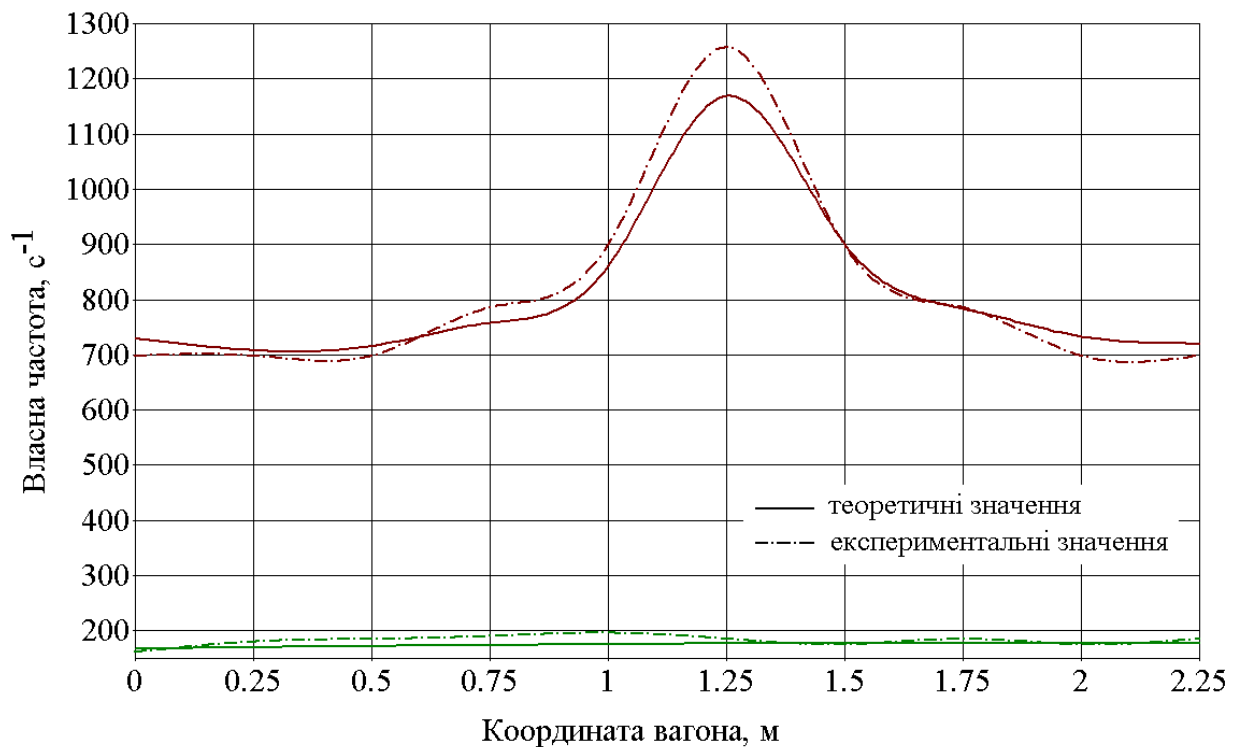


Рис. 4.8. Частотна діаграма для варіанту I сполучення вихідних даних

На кожному з рис. 4.8, 4.9, 4.10 зображено по дві пари кривих: перша пара, що має меншу амплітуду, характеризує зміну першої власної частоти, друга пара характеризує зміну другої власної частоти тягового контуру ПКД.

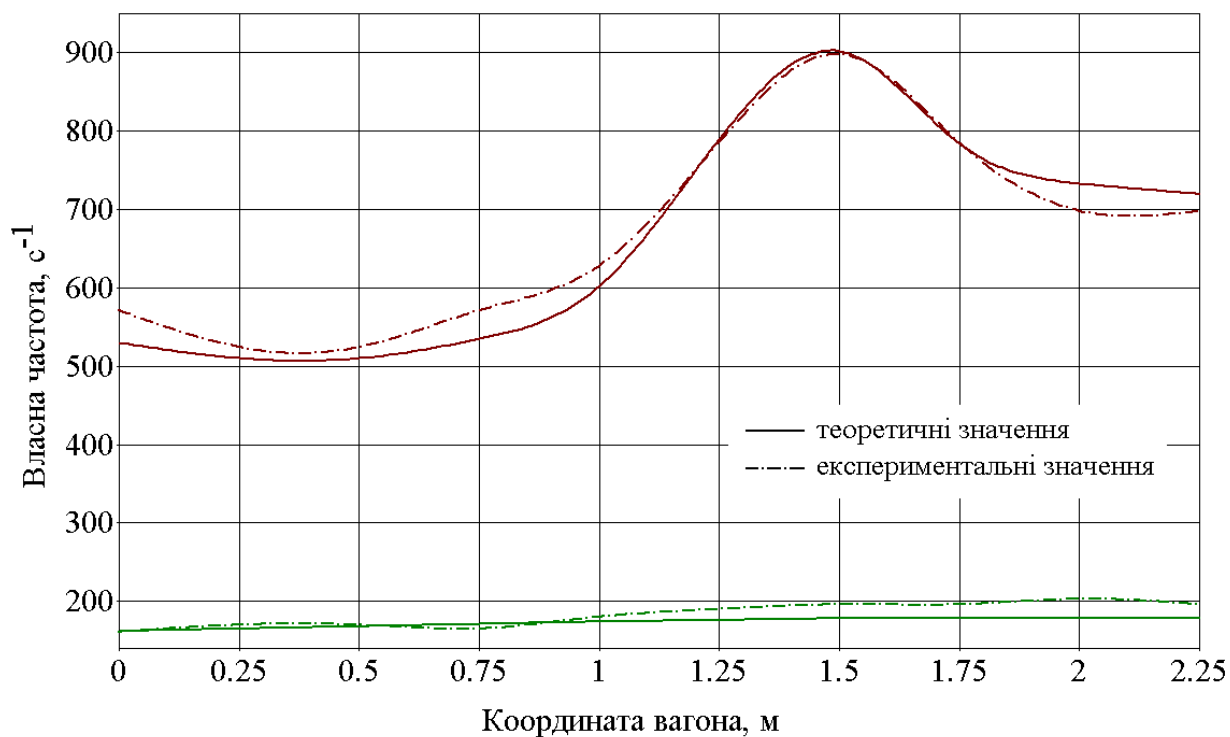


Рис. 4.9. Частотна діаграма для варіанту II сполучення вихідних даних

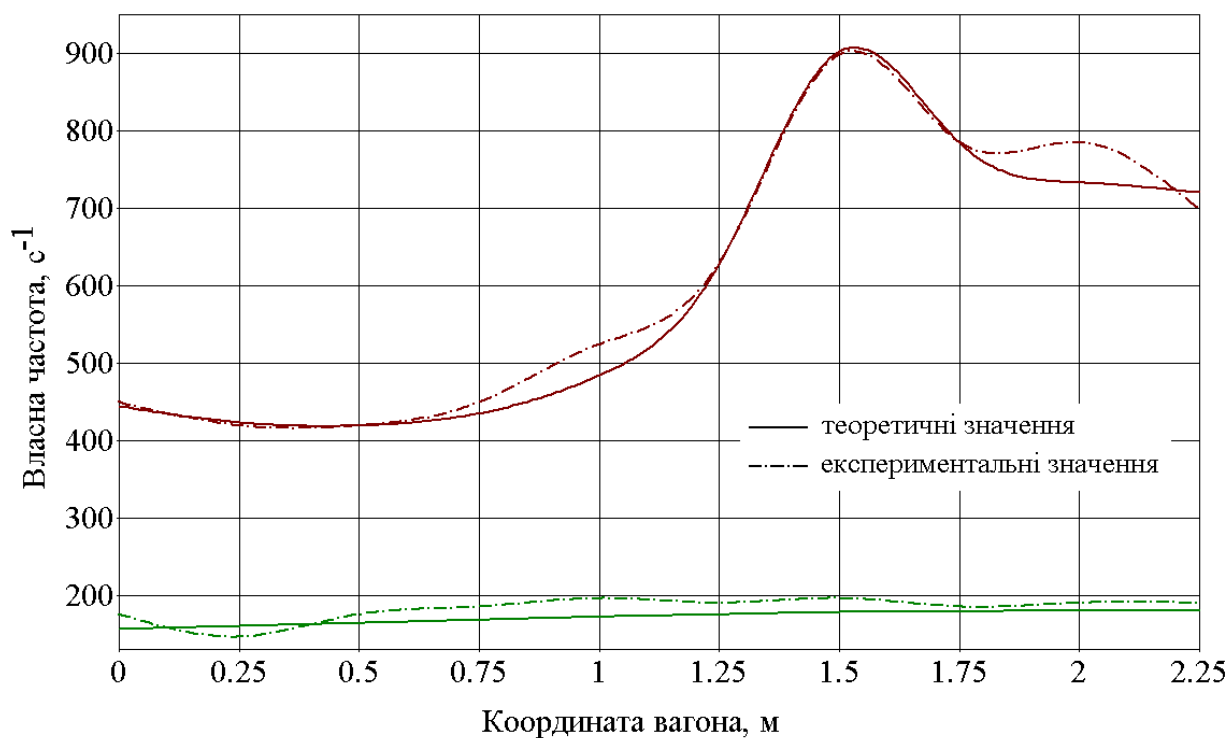


Рис. 4.10. Частотна діаграма для варіанту III сполучення вихідних даних

Як видно з табл. Г.1–Г.3 та рис. 4.8–4.10, збіжність результатів, отриманих аналітичним шляхом та експериментально, є задовільною та характеризується відхиленням експериментальних значень власних частот від теоре-

тичних в межах до 14 %, що є прийнятним та свідчить про адекватність математичної моделі, розробленої в розділі 3.

#### **4.6. Висновок за розділом**

Результати проведених експериментальних досліджень підтверджують адекватність математичної моделі для розрахунку частотного спектра ПКД.

## ЗАГАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота є завершеним науковим дослідженням, в якій вирішено актуальне науково-технічне завдання – розробка та обґрунтування універсальних моделей процесів, які супроводжують експлуатацію ПКД, із залученням точних методів дослідження та сучасних технологій з метою формування зовнішніх навантажень.

Основні результати і висновки дисертаційної роботи полягають у наступному.

1. Виконано аналіз відомих математичних моделей процесів, що супроводжують експлуатацію ПКД, який дозволив виділити проблемні питання, пов'язані з проектуванням та використанням ПКД, сформулювати тему дисертації, мету і задачі досліджень.
2. Використання уточнених математичних моделей під час проведення теоретичних досліджень по визначенню впливу несуче-тягових систем на умови виникнення аварійно небезпечних явищ захлестування тягового каната за несучий та сходження вагонів з несучого каната дозволило встановити раціональні значення параметрів профілю ПКД. Для багатьох ПКД маятникового типу доцільно планувати профіль з прогонами однакової довжини, забезпечуючи при цьому різницю довжин несучого каната в прогонах за рахунок зміни висот опор. Зокрема, для двопробонних ПКД маятникового типу, параметри яких відповідають найбільш розповсюдженим значенням, висоти опор слід вибирати таким чином, щоб відношення перепадів висот першого та другого прогонів складало 1:4.
3. Аналіз отриманих аналітичних залежностей свідчить про те, що розробка профілю ПКД з прогонами однакової довжини, кратної кроку навішування вагонів, є небажаним через суттєве збільшення навантажентості елементів приводу (до 30 % за діаграмою окружних зусиль під час проходження вагонами опор). Однак такий профіль є допустимим у разі техніко-економічного обґрунтування (зокрема, з урахуванням мо-

жливості підвищення продуктивності ПКД) за умови використання на-тяжного пристрою до несучого каната, що призводить до збільшення навантаженості елементів приводу лише на 8 %.

4. Теоретичні дослідження щодо визначення власних частот тягових кон-турів ПКД та складання за ними частотних діаграм дозволили встано-вити критичні значення частоти обертання приводного шківів та швид-кості руху вагонів, за яких спостерігаються резонансні явища. Зокрема, для ПКД маятникового типу, параметри тягових контурів яких відпові-дають найбільш розповсюдженим значенням, критична швидкість руху вагонів в прогонах дорівнює 8,5 м/с, а під час проходження вагонами опор – 6,5 м/с. Для ПКД кільцевого типу з характерними параметрами тягового контуру критична швидкість руху вагонів в прогонах встанов-лена на рівні 6,5 м/с, а під час проходження вагонами опор – 6 м/с. Для більшості ПКД перехідні режими розгону та сповільнення рекомендо-вано реалізовувати під час роботи приводу в дорезонансній та першій міжрезонансній зонах власних частот тягового контуру. Усталений рух вагонів ПКД маятникового типу слід здійснювати під час роботи при-воду в другій міжрезонансній зоні частот, а для ПКД кільцевого типу – у першій міжрезонансній зоні. Такий підхід дозволяє збільшити проду-ктивність ПКД та зменшити навантаження на її елементи, що сприяє підвищенню ефективності ПКД.
5. У лабораторних умовах на фізичній моделі ПКД проведено перевірку адекватності математичної моделі динаміки тягового контуру та визна-чені його власні частоти. Збіжність є задовільною і не перевищує 14 %.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Адамовский Н. Г. Оптимальные режимы нагружения несущих канатов подвесных лесотранспортных установок с учетом приведенной жесткости системы : автореф. дис. на соискание наук. степени канд. техн. наук : спец. 05.06.02 «Машины и механизмы лесозаготовки, лесного хозяйства» / Н. Г. Адамовский. – Львов, 1984. – 24 с.
2. Адамовський М. Г. Підвісні канатні лісотранспортні системи / М. Г. Адамовський, М. П. Мартинців, Й. С. Бадера. – Київ : ІЗМН, 1997. – 156 с.
3. Байцар Р. Класифікація пасажирських підвісних канатних доріг та показники їх якості / Р. Байцар, І. Рогова // Вимірювальна техніка та метрологія. – 2003. – № 62. – С. 105–110.
4. Белая Н. М. Канатные лесотранспортные установки / Н. М. Белая, А. Г. Прохоренко. – Москва : Лесная промышленность, 1964. – 299 с.
5. Белая Н. М. Основы расчета несущих канатов / Н. М. Белая // Стальные канаты. – 1965. – № 2. – С. 139–144.
6. Вибрации в технике : справочник в 6-ти т. / Ред. совет : В. Н. Челомей (пред.). – Т. 1 : Колебания линейных систем / под ред. В. В. Болотина. – Москва : Машиностроение, 1979. – 352 с.
7. Горячев Ю. К. До питання про раціональне розміщення опор підвісної канатної дороги маятникового типу / Ю. К. Горячев, О. С. Куроп'ятник // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. – 2011. – № 2 (33). – С. 30–37.
8. Горячев Ю. К. Исследование возможности использования резервов энергии приводов подвесных канатных дорог с учетом диаграмм окружных усилий / Ю. К. Горячев, А. С. Куропятник, М. Р. Измайлов // Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. – 2013. – № 3 (51). – С. 109–116.

9. Горячев Ю. К. Построение диаграмм окружных усилий привода маятниковой подвесной канатной дороги / Ю. К. Горячев, Л. Г. Сванидзе, А. С. Куропятник, В. Ф. Супрунов // Подъемно-транспортная техника. – 2010. – № 4. – С. 56–63.
10. Горячев Ю. К. Применение принципа модульной компоновки к математическому моделированию нагруженности несущего каната маятниковой подвесной дороги / Ю. К. Горячев, А. С. Куропятник // Збірник наукових праць ПолтНТУ. Серія: галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава. – 2010. – № 2 (27). – С. 205–214.
11. Горячев Ю. К. Рациональное размещение опоры двухпролетной маятниковой подвесной канатной дороги / Ю. К. Горячев, А. С. Куропятник // Подъемно-транспортная техника. – 2010. – № 2. – С. 87–93.
12. Горячев Ю. К. Улучшение профиля маятниковой подвесной канатной дороги / Ю. К. Горячев, А. С. Куропятник // Збірник наукових праць ДЕТУТ «Транспортні системи і технології». – 2011. – № 18. – С. 24–28.
13. Груйич М. К вопросу о выборе стальных канатов горных подвесных канатных дорог / М. Груйич, Д. Кузманович, М. Игнатович // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2006. – № 4. – С. 384–387.
14. Гуляев В. И. Прикладные задачи теории нелинейных колебаний механических систем / В. И. Гуляев, В. А. Баженов, С. Л. Попов. – Москва : Высшая школа, 1989. – 383 с.
15. Дворников В. И. Динамические жесткости канатов шахтных подъемных установок / В. И. Дворников, Е. Р. Карцелин, В. А. Трибухин, Э. С. Савенко // Стальные канаты. – 2003. – № 3. – С. 22–25.
16. Денищенко А. В. Динамика пуска канатной напочвенной дороги / А. В. Денищенко // Вибрации в технике и технологиях. – 2002. – № 19 (22). – С. 39–41.

17. Денищенко А. В. Динамика торможения канатной дороги [Электронный ресурс] / Международная научно-практическая конференция «Современные научные достижения – 2007». – Режим доступа : [http://www.rusnauka.com/2.\\_SND\\_2007/Tecnic/19051.doc.htm](http://www.rusnauka.com/2._SND_2007/Tecnic/19051.doc.htm)
18. Денищенко А. В. Оценка эффективности канатных транспортных установок в условиях карьеров / А. В. Денищенко, О. О. Юрченко // Науковий вісник НГУ. – 2010. – № 11–12. – С. 49–51.
19. Денищенко А. В. Шахтные канатные дороги / А. В. Денищенко. – Днепропетровск : Национальный горный ун-т, 2011. – 160 с.
20. Денищенко О. В. Динаміка приводу канатної дороги / О. В. Денищенко // Науковий вісник НГУ. – 2006. – № 12. – С. 51–55.
21. Денищенко О. В. Обґрунтування параметрів та технологічних схем застосування канатних надґрунтових доріг під час проведення гірничих виробок : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.05.06 «Гірничі машини» / О. В. Денищенко. – Дніпропетровськ, 1999. – 14 с.
22. Динамика крупных машин / под ред. В. И. Соколовского и др. – Москва : Машиностроение, 1969. – 512 с.
23. Дукельский А. И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны / А. И. Дукельский. – Москва – Ленинград : Машиностроение, 1966. – 484 с.
24. Земсков А. Н. Особенности применения грузовых подвесных дорог на открытых горных работах / А. Н. Земсков, И. Г. Полетаев // Горная промышленность. – 2004. – № 5. – С. 30–33.
25. Земсков А. Н. Перспективы использования грузовых подвесных канатных дорог / А. Н. Земсков, И. Г. Полетаев // Горная промышленность. – 2004. – № 2. – С. 32–38.
26. Зінченко В. І. Дослідження стійкості стаціонарного руху візків канатного транспорту / В. І. Зінченко // Сборник ДГТУ, КГМТУ. – 2013. – № 14. – С. 46–50.

27. Иванов Д. А. Структура системы автоматического управления механической подвесной канатной дорогой с распределенным приводом / Д. А. Иванов // Микроэлектронные информационно-управляющие системы и комплексы : Сборник тезисов выступлений и статей Всероссийской научной школы. – Новочеркасск : ЛИК, 2011. – С. 158–161.
28. Іщук В. В. Обґрунтування параметрів канатних установок з рухомих тягово-несним канатом // В. В. Іщук, Й. Л. Ацбергер // Науковий вісник НЛТУ України. – 2013. – № 23.10. – С. 99–103.
29. Каряченко Н. В. К вопросу об исследовании динамики канатов грузотранспортирующих устройств с подвижной инерционной нагрузкой [Электронный ресурс] / Н. В. Каряченко // Международная научно-практическая конференция «Ключевые проблемы современной науки – 2012». – Режим доступа : [http://www.rusnauka.com/12\\_KPSN\\_2012/Tecnic/2\\_108480.doc.htm](http://www.rusnauka.com/12_KPSN_2012/Tecnic/2_108480.doc.htm)
30. Качурин В. К. Теория висячих систем / В. К. Качурин. – Москва – Ленинград : Гос. Изд-во литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1962. – 224 с.
31. Кинжибалов А. В. Повышение безопасности пассажирских канатных дорог на основе оценки риска и резервирования привода : автореф. дис. на соискание наук. степени канд. техн. наук : спец. 05.05.04 «Дорожные, строительные и подъемно-транспортные машины» / А. В. Кинжибалов. – Новочеркасск, 2008. – 24 с.
32. Королева среди подвесных канатных дорог: мощная и надежная [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.doppelmayr.com/ru/produkcija/trekhkanatnye-dorogi-tipa-3s/>
33. Куроп'ятник О. С. Особливості визначення тягового зусилля приводу маятникової підвісної канатної дороги / О. С. Куроп'ятник // Матеріали 70 Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми і перспективи розвитку залізничного транспорту» (пос-

- вьящается 80-летию ДИИТа) (Днепропетровск, 15–16 апреля 2010 г.). – Днепропетровск : Изд-во Днепропетр. нац. ун-та железнодорож. трансп. им. акад. В. Лазаряна, 2010. – С. 32–33.
34. Куроп'ятник О. С. Поліпшення профілю підвісної канатної дороги маятникового типу / О. С. Куроп'ятник // *Materiály VIII Mezinárodní vědecko-praktická konference «Dny vědy – 2012»*. Díl 90 «Technické vědy» (Praha, 27.03–05.04.2012). – Praha : Publishing House «Education and Science» s.r.o., 2012. – P. 56–58.
35. Куроп'ятник О. С. Розробка профілю підвісної канатної дороги з урахуванням діаграм окружних зусиль / О. С. Куроп'ятник // *Тези доповідей 72 Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми та перспективи розвитку залізничного транспорту»* (Дніпропетровськ, 19–20 квітня 2012 р.). Дніпропетровськ : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2012. – С. 123–124.
36. Куропятник А. С. Расчет несущих канатов многопролетных маятниковых подвесных дорог [Электронный ресурс] / А. С. Куропятник // *Материалы VI Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы современных наук»* (7–9 июня 2010 г.). – Режим доступа : [http://www.rusnauka.com/Page\\_ru.htm](http://www.rusnauka.com/Page_ru.htm)
37. Лавитский А. С. О моделировании многопролетных канатов подвесных канатных дорог / А. С. Лавитский // в кн.: *Перспективы комплексного освоения лесосырьевых ресурсов в северо-восточных районах Иркутской области, тяготеющих к зоне строительства БАМ*. – Иркутск : Изд-во Всесоюзного лесопромышленного объединения «Иркутсклеспром», 1979. – С. 48–54.
38. Лепеха О. Г. Аналіз напруженого стану несучих канатів підвісних транспортних систем [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://base.dnsgb.com.ua/files/journal/Lisove-gospodarstvo-l-p-d-promyslovist/2004\\_29/91\\_Lepecha\\_LG\\_29.pdf](http://base.dnsgb.com.ua/files/journal/Lisove-gospodarstvo-l-p-d-promyslovist/2004_29/91_Lepecha_LG_29.pdf)

39. Лепеха О. Г. Імітаційне моделювання роботи несучих канатів підвісних систем / О.Г. Лепеха // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість : міжвідомчий науково-технічний збірник. – Львів : УкрДЛТУ. – 2003. – № 28. – С. 68–76.
40. Лютий Є. М. Визначення силових параметрів і геометричних характеристик кривої прогину каната у виді ланцюгової лінії / Є. М. Лютий, Л. О. Тисовський, І. М. Рудько // Вісник Східноукраїнського НУ ім. Володимира Даля. – Луганськ. – 2003. – № 12 (70). – С. 184–192.
41. Лютий Є. М. Статичний розрахунок канатів спарених підвісних систем, завантажених власною вагою / Є.М. Лютий, Л.О. Тисовський // Науковий вісник НЛТУ України. – 2008. – № 18.5. – С. 57–61.
42. Ляшук О. Л. Коливання канатів гнучких конвеєрів для транспортування насипних вантажів / О.Л. Ляшук // Науковий вісник НЛТУ України. – 2010. – № 20.10. – 84–88.
43. Мартинців М. П. Динаміка та надійність підвісних канатних систем / М. П. Мартинців, Б. В. Сологуб, М. В. Матіїшин. – Львів : Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2011. – 188 с.
44. Мартинців М. П. Особливості розрахунку систем із рухомим тягово-несним канатом / М. П. Мартинців, М. Г. Адамовський, В. В. Баріляк, Б. В. Сологуб // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2009. – № 19.8. – С. 146–152.
45. Мартинців М. П. Розрахунок основних елементів підвісних канатних лісотранспортних установок / М. П. Мартинців. – Київ : Ясмина, 1996. – 175 с.
46. Мартинців М. П. Теоретичні основи розробки несучих і тягових канатних систем : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук : спец. 05.02.02 «Машинознавство» / М. П. Мартинців. – Львів, 2011. – 22 с.

47. Матіїшин М. В. Засоби підвищення довговічності та безпеки роботи канатних лісотransпортних систем : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук : спец. 05.05.05 «Піднімально-транспортні машини» / М. В. Матіїшин. – Хмельницький, 2007. – 32 с.
48. Мироненко А. С. Неразрушающий контроль стальных канатов пассажирских канатных дорог / А. С. Мироненко, И. И. Шпаков // Монтажные и специальные работы в строительстве. Стальные конструкции. – 2007. – № 9. – С. 9–11.
49. Нейец Й. Городские канатные дороги / Йозеф Нейец // Международное обозрение по канатному транспорту. Русский спецвыпуск – октябрь 2011. – С. 6–18.
50. Немцов П. А. Применение канатных напочвенных дорог при проведении выработок / П. А. Немцов, А. В. Денищенко, С. В. Федоренко // Уголь Украины. – 1987. – №. 10. – С. 33–34.
51. Олехнович А. И. Рациональные области применения пассажирских канатных дорог как средства городского транспорта / А. И. Олехнович // Труды ВНИИПТМАШ. Исследования канатных дорог. – 1969. – № 1. – С. 3–43.
52. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний / Я. Г. Пановко. – Москва : Наука, 1980. – 272 с.
53. Патарая Д. И. Расчет и проектирование канатных систем на примере подвесных дорог / Д. И. Патарая. – Тбилиси : Мецниерба, 1991. – 103 с.
54. Пат. 93761 Україна, МПК (2011.01) В61В 7/04, В61В 12/00, Е21F 13/00. Спосіб зниження динамічних зусиль у замкнутому тяговому органі шахтної канатної дороги / Денищенко О. В.; заявник – Державний вищий навчальний заклад «Національний гірничий університет». – № а200906802 ; заявл. 30.06.2009 ; опубл. 10.03.2011, бюл. № 5.

55. Пірко В. М. Експертиза канатних доріг: досвід, проблеми, перспективи / В. М. Пірко // Матеріали міжнародних науково-практичних конференцій по підъемним сооружениям за 2005 год. Перспективы рынка лифтов, эскалаторов, канатных дорог в Украине (08–10 декабря 2005 г.). – Одесса : Астропринт, 2006. – С. 212–215.
56. Пічугін С. Ф. Дослідження навантажень на металеві конструкції буксирувальних канатних доріг / С. Ф. Пічугін, С. О. Скляренко // Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського. – 2008. – № 1. – С. 155–162.
57. Пічугін С. Ф. Узагальнення досвіду проектування буксирувальних канатних доріг / С. Ф. Пічугін, О. В. Семко, Г. М. Трусів. // Збірник наукових праць ПолтНТУ ім. Ю. Кондратюка. – 1998. – № 15. – С. 54–59.
58. Подвесные канатные дороги / М. Б. Беркман, Г. Н. Бовский, Г. Г. Куйбида, Ю. С. Леонтьев. – Москва : Машиностроение, 1984. – 264 с.
59. Правила будови і безпечної експлуатації пасажирських підвісних канатних доріг [Електронний ресурс] : станом на 10 лютого 2014 р. / Міністерство енергетики та вугільної промисловості України. – Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/z0264-14>
60. Правила устройства и безопасной эксплуатации грузовых подвесных канатных дорог : по состоянию на 1 января 2014 г. / Госгортехнадзор СССР. – Москва : Недра, 1973. – 30 с.
61. Превосходная канатная дорога – веха в развитии прогрессивных канатных дорог [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.doppelmayr.com/ru/produkcija/majatnikovye-kanatnye-dorogi/>
62. Прочность, устойчивость, колебания : справочник в 3 т. Т. 1 / под ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. – Москва : Машиностроение, 1968. – 831 с.

63. Ракша С. В. Анализ влияния подвижных масс подвесной канатной дороги на спектр собственных частот привода / С. В. Ракша, Ю. К. Горячев, А. С. Куроп'ятник // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. – 2013. – № 1 (30). – С. 110–116.
64. Ракша С. В. Аналіз впливу пружних деформацій несучого каната на зусилля в тяговому канаті підвісної дороги / С. В. Ракша, Ю. К. Горячев, О. С. Куроп'ятник // Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. – 2013. – № 6 (48). – С. 110–119.
65. Ракша С. В. Аналіз спектра власних частот приводу підвісної канатної дороги / С. В. Ракша, Ю. К. Горячев, О. С. Куроп'ятник // Сб. научн. трудов «Строительство. Материаловедение. Машиностроение». – 2012. – № 66. – С. 249–256.
66. Ракша С. В. Визначення раціональних параметрів приводу підвісної канатної дороги / С. В. Ракша, О. С. Куроп'ятник // Проблеми розвитку дорожньо-транспортного і будівельного комплексів : збірник статей і тез доповідей (Кіровоград, 03–05 жовтня 2013 р.). – С. 116–119.
67. Ракша С. В. Застосування частотних діаграм для вивчення динаміки приводів підвісних канатних доріг / С. В. Ракша, Ю. К. Горячев, О. С. Куроп'ятник // Подъемно-транспортная техника. – 2014. – № 3 (43). – С. 38–53.
68. Ракша С. В. Моделювання навантаженості елементів приводу підвісної канатної дороги з використанням діаграм окружних зусиль / С. В. Ракша, Ю. К. Горячев, О. С. Куроп'ятник // Тези доповідей 73 Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми та перспективи розвитку залізничного транспорту» (Дніпропетровськ, 23–24 травня 2013 р.). Дніпропетровськ : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2013. – С. 130–131.
69. Ракша С. В. Моделювання навантаженості приводу канатної дороги з урахуванням зміщення несучого каната на опорах / С. В. Ракша,

- Ю. К. Горячев, О. С. Куроп'ятник // Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета. – 2012. – № 57. – С. 75–84.
70. Ракша С. В. Обоснование рациональных скоростных режимов приводов подвесных канатных дорог / С. В. Ракша, А. С. Куроп'ятник // Нові технології, обладнання, матеріали в будівництві і на транспорті : матеріали конференції (Харків, 26–28 листопада 2014 р.). – Харків, 2014. – С. 14–15.
71. Ракша С. В. Обоснование способов снижения энергопотребления подвесных канатных дорог / С. В. Ракша, А. С. Куроп'ятник, А. А. Курка // Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. – 2013. – № 1 (49). – С. 125–131.
72. Ракша С. В. Рациональное проектирование подвесных канатных дорог с учетом ресурсозберігаючих технологій / С. В. Ракша, О. С. Куроп'ятник, А. О. Курка // Тези Міжнародної науково-технічної конференції «Розвиток наукової школи транспортної механіки» (Дніпропетровськ, 05 грудня 2013 р.). – Дніпропетровськ : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2013. – С. 44–45.
73. Ракша С. В. Формализация подходов к определению резервов энергии приводов подвесных канатных дорог / С. В. Ракша, Ю. К. Горячев, А. С. Куроп'ятник, М. Р. Измайлов // Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта : Тезисы 74 Международной научно-практической конференции (Днепропетровск, 15–16 мая 2014 г.). – Днепропетровск : Изд-во Днепропетр. нац. ун-та железнодорож. трансп. им. акад. В. Лазаряна, 2014. – С. 141–142.
74. Рангевич А. А. Напочвенные канатные дороги на шахтах Донбасса / А. А. Рангевич, В. С. Трошило, Е. Г. Петришина // Уголь Украины. – 1984. – №. 11. – С. 29–30.

75. Рудько І. М. Удосконалення моделей та розроблення методу визначення геометричних і силових параметрів несучих канатів підвісних установок : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.05.04 «Машини для земляних, дорожніх та лісотехнічних робіт» / І. М. Рудько. – Львів, 2008. – 25 с.
76. Савин Г. Н. Динамика нити переменной длины / Г. Н. Савин, О. А. Горошко. – Киев : Изд-во Академии Наук Украинской ССР, 1962. – 332 с.
77. Сванидзе Л. Г. Окружные усилия на шкивах канатных дорог / Л. Г. Сванидзе, В. Ф. Супрунов // Подъемные сооружения. Специальная техника. – 2008. – № 7. – С. 48–50.
78. Сванидзе Л. Г. Размещение опор маятниковой канатной дороги / Л. Г. Сванидзе, В. Ф. Супрунов // Подъемные сооружения. Специальная техника. – 2009. – № 4. – С. 47–49.
79. Семчук Л. В. Вплив нестационарних режимів роботи шахтних підіймальних установок на навантаження елементів конструкцій : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.02.09 «Динаміка та міцність машин» / Л. В. Семчук. – Львів, 2008. – 22 с.
80. Семчук Л. В. Вплив пружно-інерційних властивостей каната на динаміку шахтних підіймальних установок / Л. В. Семчук // Науковий вісник НЛТУ України. – 2013. – № 23.2. – С. 371–379.
81. Скляренко С. О. Надійність конструкцій буксирувальних канатних доріг : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / С. О. Скляренко. – Полтава, 2008. – 23 с.
82. СНиП 2.05.07-91. Промышленный транспорт [Электронный ресурс] / Государственный комитет СССР по строительству и инвестициям. – Режим доступа : <http://www.gosthelp.ru/text/SNiP2050791Promyshlennyjt.html>

83. Сологуб Б. В. Аналіз конструктивних особливостей та основи синтезу пасажирських доріг з тягово-несним канатом / Б. В. Сологуб // Науковий вісник Херсонської державної морської академії. – 2012. – № 2 (7). – С. 206–216.
84. Сологуб Б. В. Аналіз напружено-деформованого стану тягово-несного канату крісельної дороги в зоні проміжної опори / Б. В. Сологуб // Підійомно-транспортна техніка. – 2011. – № 2. – С. 3–10.
85. Сологуб Б. В. Комп'ютерне проектування та моделювання пасажирських доріг з тягово-несним канатом [Електронний ресурс] / Б. В. Сологуб, Я. Я. Данило. – Режим доступу : [http://ena.lp.edu.ua:8080/bitstream/ntb/12244/1/025\\_Kompjuterne%20proektuvannja\\_108\\_112\\_713.pdf](http://ena.lp.edu.ua:8080/bitstream/ntb/12244/1/025_Kompjuterne%20proektuvannja_108_112_713.pdf)
86. Сологуб Б. В. Моделювання та аналіз роботи пасажирських канатних доріг із замкнутим канатом / Б. В. Сологуб // Машинознавство. – 2011. – № 1–2 (163–164). – С. 44–47.
87. Сологуб Б. В. Розрахунок основних параметрів спареної крісельної дороги з перевантажувальним пристроєм / Б. В. Сологуб, Я. Я. Данило // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – 2014. – № 788. – С. 48-55.
88. Сологуб Б. В. Розробка схеми моделювання роботи основних елементів канатних установок з рухомим тягово-несивним канатом / Б. В. Сологуб, В. В. Іщук, Я. Я. Данило // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – 2013. – № 759. – С. 85–91.
89. Степанов А. Г. Динамика машин / А. Г. Степанов. – Екатеринбург : УрО РАН, 1999. – 302 с.
90. Стрелков М. А. Определение динамических нагрузок и ресурса одноканатных шахтных подъемных установок : автореф. дис. на соискание

- наук. степени канд. техн. наук : спец. 05.05.06 «Горные машины» / М. А. Стрелков. – Екатеринбург, 2011. – 19 с.
91. Технічний регламент канатних доріг для перевезення пасажирів [Електронний ресурс] : за станом на 17 березня 2014 р. / Кабінет Міністрів України. – Режим доступу : <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1076-2009-%D0%BF>
92. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Универ. – М. : Машиностроение, 1985. – 472 с.
93. Тисовський Л. О. До визначення рівняння кривої прогину каната підвісної транспортної установки / Л. О. Тисовський, І. М. Рудько // Науковий вісник НЛТУ України : Збірник науково-технічних праць. – Львів : УкрДЛТУ. – 2005. – № 15.1. – С. 137–142.
94. Тисовський Л. О. Дослідження закономірностей руху вантажу вздовж канатної транспортної установки / Л. О. Тисовський, І. М. Рудько // Підйомно-транспортна техніка. – 2005. – № 4. – С. 12–18.
95. Тисовський Л. О. Порівняння результатів експериментальних і теоретичних досліджень характеристик несного каната підвісної системи, завантаженого власною вагою / Л. О. Тисовський, І. М. Рудько // Науковий вісник НЛТУ України : Збірник науково-технічних праць. – Львів : НЛТУ України. – 2006. – № 16.2. – С. 65–69.
96. Тисовський Л. О. Розрахунок несучого каната не завантаженої двопроміжної установки / Л. О. Тисовський, І. М. Рудько // Наук. вісник НЛТУ України : Зб. наук.-техн. праць. – Львів : НЛТУ України. – 2005. – № 15.4. – С. 101–104.
97. Транспортна стратегія України на період до 2020 року [Електронний ресурс] / Кабінет міністрів України. – Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/2174-2010-%D1%80>
98. Хальфин М. Н. Повышение стойкости несущих канатов при эксплуатации на подвесных канатных дорогах / М. Н. Хальфин,

- Е. В. Сорокина // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2013. – Вып. 12. Ч. 2. – С. 337–343.
99. Чунашвили Б. М. Позиционная система управления частотно-регулируемого электропривода маятниковых подвесных канатных дорог с промежуточными опорами / Б. М. Чунашвили, М. И. Кобаля, М. А. Тугуши, А. М. Петросян // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – 2011. – № 3. – С. 161–162.
100. Чунашвили Б. М. Результаты исследований динамических процессов системы управления асинхронного частотного электропривода маятниковых подвесных канатных дорог с промежуточными опорами / Б. М. Чунашвили, М. И. Кобаля, А. М. Петросян, К. О. Церетели // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2012. – № 3 (19). – С. 452–453.
101. Энтин Г. Я. Исследование продольных колебаний бесконечных гибких нитей применительно к тяговым системам подвесных кольцевых канатных дорог / Г. Я. Энтин // Труды ВНИИПТМаш. – 1966. – № 6 (48). – С. 34–39.
102. Adamovsky M. G. Design calculations of main components and parametric substantiation of cable yarding systems used in groupselection felling operations / M. G. Adamovsky, M. P. Martyntsiy, O. V. Voratynsky // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість : міжвідомчий науково-технічний збірник. – Львів : НЛТУ України. – 2011. – № 37.2. – С. 6–13.
103. Aerial cableways as urban public transport systems. – Available online at : [http://www.strmtg.developpement-durable.gouv.fr/IMG/pdf/cableways\\_MEDDLT\\_december2011.pdf](http://www.strmtg.developpement-durable.gouv.fr/IMG/pdf/cableways_MEDDLT_december2011.pdf)
104. CARVATECH, <http://www.carvatech.com>
105. DOPPELMAYR, <http://www.doppelmayr.com>

106. Dwyer Ch. Aerial tramways, ski lifts and tows. Description and terminology / Charles F. Dwyer. – Washington : U. S. Government Printing Office, 1975. – 104 p.
107. Hoffmann K. Oscillation effects of ropeways caused by cross-wind and other influences / Klaus Hoffmann // FME Transactions. – 2009. – No. 37. – P. 175–184.
108. Hoffmann K. Recent developments in cable-drawn urban transport systems / Klaus Hoffmann // FME Transactions. – 2006. – No. 34. – P. 205–212.
109. Hoffmann K. Simulation of vortex excited vibrations of a bicable ropeway / Klaus Hoffmann, Radostina Petrova // Engineering Review. – 2009. – Vol. 29, No. 1. – P. 11–23.
110. Jan Guštinčič J. Analysis of oscillations in a cableway: wind load effects / Jan Guštinčič, Lluís M. Garcia Raffi // Modelling in Science Education and Learning. – 2013. – Vol. 6 (1), No. 11. – P. 145–155.
111. Knawa M. Effects of dynamic loads acting on carrying cable in operating ropeway / M. Knawa, D. Bryja // Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics. Online Journall. – 2008. – Vol. 8. – No. 1. – P. 10297–10298.
112. Knawa M. Modeling problems of steeply inclined cableway subjected to moving load / M. Knawa, D. Bryja // Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics. Online Journall. – 2009. – Vol. 9. – No. 1. – P. 263–264.
113. Knawa M. Nonlinear vibrations of a ropeway system with moving passenger cabins / M. Knawa, D. Bryja // Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics. Online Journall. – 2007. – Vol. 7. – No. 1. – P. 4040045–4040046.
114. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 1. / G. A. Kopanakis // International Ropeway Review. – 2011. – No. 6. – P. 48–50.
115. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 2, 3 / G. A. Kopanakis // Intern. Ropeway Review. – 2012. – No. 1. – P. 46–49.
116. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 4. / G. A. Kopanakis // International Ropeway Review. – 2012. – No. 3. – P. 63–66.

117. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 5. / G. A. Kopanakis // International Ropeway Review. – 2012. – No. 5. – P. 60–62.
118. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 6. / G. A. Kopanakis, R. Canale // International Ropeway Review. – 2013. – No. 2. – P. 104–106.
119. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 7. / G. A. Kopanakis // International Ropeway Review. – 2013. – No. 4. – P. 70–71.
120. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 8. / G. A. Kopanakis, G. Kovacs // International Ropeway Review. – 2013. – No. 6. – P. 64–66.
121. Kowal J. Static and dynamic analysis of the cableway / J. Kowal // The Arch. of Mechanical Engineering. – 2008. – Vol. LV, No. 4. – P. 357–368.
122. LEITNER, <http://www.leitner-ropeways.com>
123. Liedl S. Motions and forces in the rope system of aerial ropeways during operation / Stephan Liedl. – Available online at : <http://www.fml.mw.tum.de/fml/images/Publikationen/MotionsAndForcesInRopeSystem.pdf>
124. Matsuhisa H. Vibration control of a ropeway carrier by passive dynamic vibration absorbers / Hiroshi Matsuhisa, Rongrong Gu, Yongjing Wang, Osamu Nishihara, Susumu Sato // JSME International Journal. – 1995. – Series C, Vol. 38, No. 4. – P. 657–662.
125. Nejez J. Cableway oscillation problems / J. Nejez // Intern. Ropeway Review. – 2011. – No. 6. – P. 47.
126. O'Connor R. Urban gondolas, aerial ropeways and public transportation: past mistakes & future strategies / Ryan O'Connor, Steven Dale. – Available online at : <http://www.oitaf.org/Kongress%202011/Referate/O%27Connor%20-%20Dale%2001-2012.pdf>
127. Petrova R. Dynamic analysis of a chair ropeway exposed to random wind loads / R. Petrova // FME Transactions. – 2005. – Vol. 33, No. 3. – P. 123–128.

128. Petrova R. Mathematical simulation of cross-wind vibrations in a mono-cable chair ropeway / R. Petrova, St. Karapetkov, S. Dechkova, Pl. Petrov // *Procedia Engineering*. – 2011. – No. 14. – P. 2459–2467.
129. Petrova R. Modelling and simulation of bicable ropeways under cross-wind influence / R. Petrova, K. Hoffmann, R. Liehl // *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*. – 2007. – Vol. 13, No. 1. – P. 63–81.
130. Simonović S. Effects of bicable reversible ropeway ending deceleration on dynamical strain of the haulage rope / Svetomir Simonović // *Tehnička dijagnostika*. – 2009. – No. 3. – P. 37–44.
131. Štollmann V. Assessment of the current theory for projecting cableway routes in terms of the risk level in overloading / V. Štollmann, Š. Ilčík // *Res. agr. eng.* – 2009. – No. 1. – P. 35–38.
132. *Wire rope engineering handbook*. – U. S. Steel Supply. Division of Unated States Steel. – 82 p.

Додаток А. Матриця коефіцієнтів для складання частотної функції

	$A^0$	$B^0$	$A^1$	$B^1$	$A^2$	$B^2$	$A^3$	$B^3$	$A^4$	$B^4$	$A^5$	$B^5$	$A^6$	$B^6$	$A^7$	$B^7$	$A^8$	$B^8$	$A^9$	$B^9$	$A^{10}$	$B^{10}$	$A^{11}$	$B^{11}$	
1.1	$c'_{1,1}$	$c'_{1,1}$																							
1.2	$c'_{1,2}$																								
1.3			$c'_{1,3}$	$c'_{1,3}$																					
1.4			$c'_{1,4}$	$c'_{1,4}$																					
:																									
$i.1$					$c'_{i,1}$	$c'_{i,1}$																			
$i.2$					$c'_{i,2}$	$c'_{i,2}$																			
$i.3$							$c'_{i,3}$	$c'_{i,3}$																	
$i.4$							$c'_{i,4}$	$c'_{i,4}$																	
:																									
$n.1$													$c'_{n,1}$	$c'_{n,1}$											
$n.2$													$c'_{n,2}$	$c'_{n,2}$											
$n.3$															$c'_{n,3}$	$c'_{n,3}$									
$n.4$															$c'_{n,4}$	$c'_{n,4}$									
III.1	$c''_{m,1}$	$c''_{m,1}$																							
III.2	$c''_{m,2}$	$c''_{m,2}$																							
III.1																									
III.2																									

Коефіцієнти матриці визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}
 c'_{1,1} &= \sin\left(\lambda \frac{T}{l}\right); & c'_{1,1} &= -\cos\left(\lambda \frac{T}{l}\right); & c'_{1,1} &= \left[\sin\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_n^0} \cos\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right)\right]; & c'_{n,1} &= -\cos\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right); & c'_{n,1} &= \frac{\lambda}{\alpha_n^0} \sin\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right); \\
 c'_{1,2} &= \cos\left(\lambda \frac{T}{l}\right); & c'_{1,2} &= \sin\left(\lambda \frac{T}{l}\right); & c'_{1,2} &= -\cos\left(\lambda \frac{T}{l}\right); & c'_{n,2} &= \sin\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right); & c'_{n,2} &= -\sin\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right); \\
 c'_{1,3} &= -\sin\left(\lambda \frac{T}{l}\right) + \frac{\lambda}{\alpha_n^0} \cos\left(\lambda \frac{T}{l}\right); & c'_{1,3} &= \frac{\lambda}{\alpha_n^0} \sin\left(\lambda \frac{T}{l}\right) - \cos\left(\lambda \frac{T}{l}\right); & c'_{1,3} &= \left[\frac{\lambda}{\alpha_n^0} \sin\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right)\right]; & c'_{n,3} &= -\sin\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right); & c'_{n,3} &= \cos\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right); \\
 c'_{1,4} &= \cos\left(\lambda \frac{T}{l}\right); & c'_{1,4} &= -\sin\left(\lambda \frac{T}{l}\right); & c'_{1,4} &= -\cos\left(\lambda \frac{T}{l}\right); & c'_{n,4} &= \sin\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right); & c'_{n,4} &= -\sin\left(\lambda \frac{x_n^0}{l}\right); \\
 c'_{i,1} &= \sin\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right); & c'_{i,1} &= -\cos\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right); & c'_{i,1} &= \left[\sin\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_i^0} \cos\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right)\right]; & c'_{m,1} &= 1; & c'_{m,1} &= -1; \\
 c'_{i,2} &= \cos\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right); & c'_{i,2} &= \sin\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right); & c'_{i,2} &= -\cos\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right); & c'_{m,2} &= 0; & c'_{m,2} &= 0; \\
 c'_{i,3} &= -\sin\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right) + \frac{\lambda}{\alpha_i^0} \cos\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right); & c'_{i,3} &= \frac{\lambda}{\alpha_i^0} \sin\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right) - \cos\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right); & c'_{i,3} &= \left[\frac{\lambda}{\alpha_i^0} \sin\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right)\right]; & c'_{m,3} &= \sin \lambda; & c'_{m,3} &= -\cos \lambda; \\
 c'_{i,4} &= \cos\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right); & c'_{i,4} &= -\sin\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right); & c'_{i,4} &= -\cos\left(\lambda \frac{x_i^0}{l}\right); & c'_{m,4} &= \cos \lambda; & c'_{m,4} &= -\sin \lambda.
 \end{aligned}$$

D := "D:\111.tif"

**Додаток Б. Комп'ютерна програма для визначення власних частот  
тягового контуру ПЖД**

D

ORIGIN := 1

-----

Massa\_shkiva            msh := 4000   kg

Massa\_NU                mnp := 4500   kg

Interval\_hoda\_vagonov   Δl := 400

x := 380

Dlini\_uchastkov\_tyag\_kanata

\_verh\_napravlenie

\_nijn\_napravlenie

$$l_v := \begin{pmatrix} x \\ \Delta l \\ \Delta l \\ \Delta l \\ \Delta l - x \end{pmatrix} m \qquad \underline{l}_n := \begin{pmatrix} \Delta l - x \\ \Delta l \\ \Delta l \\ \Delta l \\ x \end{pmatrix} m$$

Kol\_vo\_vagonov\_na\_odnom\_napravlenii

n := rows(ln) = 5

i := 1..n

Massi\_vagonov

\_verh\_napravlenie      mv<sub>i</sub> := 750   kg

\_nijn\_napravlenie      mn<sub>i</sub> := 750   kg

D := "D:\222.tif"

### Продовження додатку Б

D

Parametri\_tyag\_kanata

$$E := 1.2 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \quad d := 21 \text{ mm} \quad q := 1.635 \frac{\text{H}}{\text{m}} \quad E_{\text{max}} := 167.03 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2$$

Dovжина\_tyag\_kanata\_na\_odnom\_naprovli\_dvijenia

$$l_{\text{sv}} := \sum_{j=1}^n l_{vj} = 1.6 \times 10^3$$

Massovie\_koeficienti

$$\alpha_{ni} := \frac{q \cdot l}{m n_i} \quad \alpha_n = \begin{pmatrix} 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \end{pmatrix} \quad \alpha_{vi} := \frac{q \cdot l}{m v_i} \quad \alpha_v = \begin{pmatrix} 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_{sh} := \frac{q \cdot l}{m_{sh}} = 0.654$$

$$\alpha_{np} := \frac{q \cdot l}{m_{np}} = 0.581$$

Koordinati\_mass

$$x_{ni} := - \sum_{j=1}^i l_{nj} \quad x_n = \begin{pmatrix} -20 \\ -420 \\ -820 \\ -1.22 \times 10^3 \\ -1.6 \times 10^3 \end{pmatrix} \quad x_{vi} := \sum_{j=1}^i l_{vj} \quad x_v = \begin{pmatrix} 380 \\ 780 \\ 1.18 \times 10^3 \\ 1.58 \times 10^3 \\ 1.6 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

## Продовження додатку Б

D

Formirovanie\_chastotnoj\_funktsii

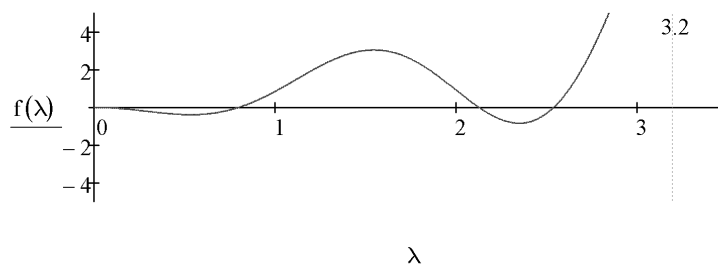
```

C(λ) := for i ∈ 1..n
| j ← 4·i - 3
| Qj,j ← sin(λ ·  $\frac{xv_i}{1}$ )
| Qj,j+1 ← -cos(λ ·  $\frac{xv_i}{1}$ )
| Qj,j+4 ← - ( sin(λ ·  $\frac{xv_i}{1}$ ) -  $\frac{\lambda}{\alpha v_i}$  · cos(λ ·  $\frac{xv_i}{1}$ ) )
| Qj,j+5 ←  $\frac{\lambda}{\alpha v_i}$  · sin(λ ·  $\frac{xv_i}{1}$ ) + cos(λ ·  $\frac{xv_i}{1}$ )
| Qj+1,j ← cos(λ ·  $\frac{xv_i}{1}$ )
| Qj+1,j+1 ← sin(λ ·  $\frac{xv_i}{1}$ )
| Qj+1,j+4 ← -cos(λ ·  $\frac{xv_i}{1}$ )
| Qj+1,j+5 ← -sin(λ ·  $\frac{xv_i}{1}$ )
| Qj+2,j+2 ← sin(λ ·  $\frac{xn_i}{1}$ ) -  $\frac{\lambda}{\alpha n_i}$  · cos(λ ·  $\frac{xn_i}{1}$ )
| Qj+2,j+3 ← - (  $\frac{\lambda}{\alpha n_i}$  · sin(λ ·  $\frac{xn_i}{1}$ ) + cos(λ ·  $\frac{xn_i}{1}$ ) )
| Qj+2,j+6 ← -sin(λ ·  $\frac{xn_i}{1}$ )
| Qj+2,j+7 ← cos(λ ·  $\frac{xn_i}{1}$ )
| Qj+3,j+2 ← cos(λ ·  $\frac{xn_i}{1}$ )
| Qj+3,j+3 ← sin(λ ·  $\frac{xn_i}{1}$ )
| Qj+3,j+6 ← -cos(λ ·  $\frac{xn_i}{1}$ )

```

$Q_{j+3,j+7} \leftarrow -\sin\left(\lambda \cdot \frac{x_{n_j}}{l}\right)$	<b>Продовження додатку Б</b>
$Q_{4 \cdot n+1,1} \leftarrow \frac{\lambda}{\alpha \text{sh}}$	D
$Q_{4 \cdot n+1,2} \leftarrow 1$	
$Q_{4 \cdot n+1,4} \leftarrow -1$	
$Q_{4 \cdot n+2,1} \leftarrow 1$	
$Q_{4 \cdot n+2,3} \leftarrow -1$	
$Q_{4 \cdot n+3,4 \cdot n+1} \leftarrow \sin(\lambda)$	
$Q_{4 \cdot n+3,4 \cdot n+2} \leftarrow -\cos(\lambda)$	
$Q_{4 \cdot n+3,4 \cdot n+3} \leftarrow \sin(\lambda) + \frac{\lambda}{\alpha \text{np}} \cdot \cos(\lambda)$	
$Q_{4 \cdot n+3,4 \cdot n+4} \leftarrow -\left(\frac{\lambda}{\alpha \text{np}} \cdot \sin(\lambda) - \cos(\lambda)\right)$	
$Q_{4 \cdot n+4,4 \cdot n+1} \leftarrow \cos(\lambda)$	
$Q_{4 \cdot n+4,4 \cdot n+2} \leftarrow \sin(\lambda)$	
$Q_{4 \cdot n+4,4 \cdot n+3} \leftarrow \cos(\lambda)$	
$Q_{4 \cdot n+4,4 \cdot n+4} \leftarrow -\sin(\lambda)$	
$\text{return } Q$	

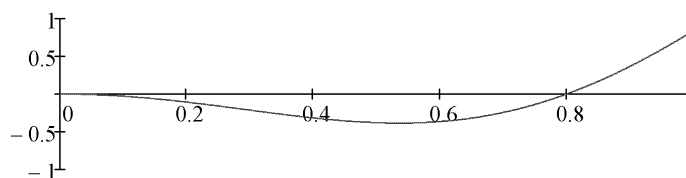
$$f(\lambda) := |C(\lambda)|$$



## Продовження додатку Б

D

-----Определение\_первоj\_chastoti-----■

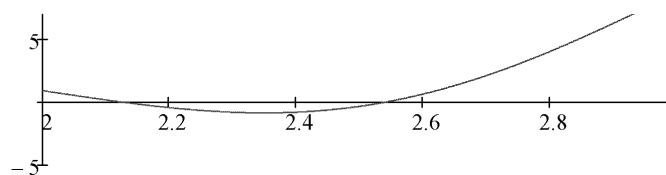


$$\lambda_1 := 0.8$$

$$\lambda_0 := \text{root}(f(\lambda_1), \lambda_1) \quad \lambda_0 = 0.8$$

$$\omega_0 := \sqrt{\frac{E \cdot F}{q}} \cdot \frac{\lambda_0}{l} \quad \omega_0 = 1.751 \quad \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

-----Определение\_второj\_chastoti-----■



$$\lambda_1 := 2.1$$

$$\lambda_0 := \text{root}(f(\lambda_1), \lambda_1) \quad \lambda_0 = 2.128$$

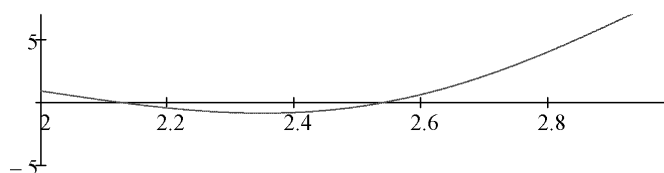
$$\omega_0 := \sqrt{\frac{E \cdot F}{q}} \cdot \frac{\lambda_0}{l} \quad \omega_0 = 4.656 \quad \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

D := "D:\333.tif"

### Закінчення додатку Б

D

-----Opredelenie\_tretej\_chastoti-----■



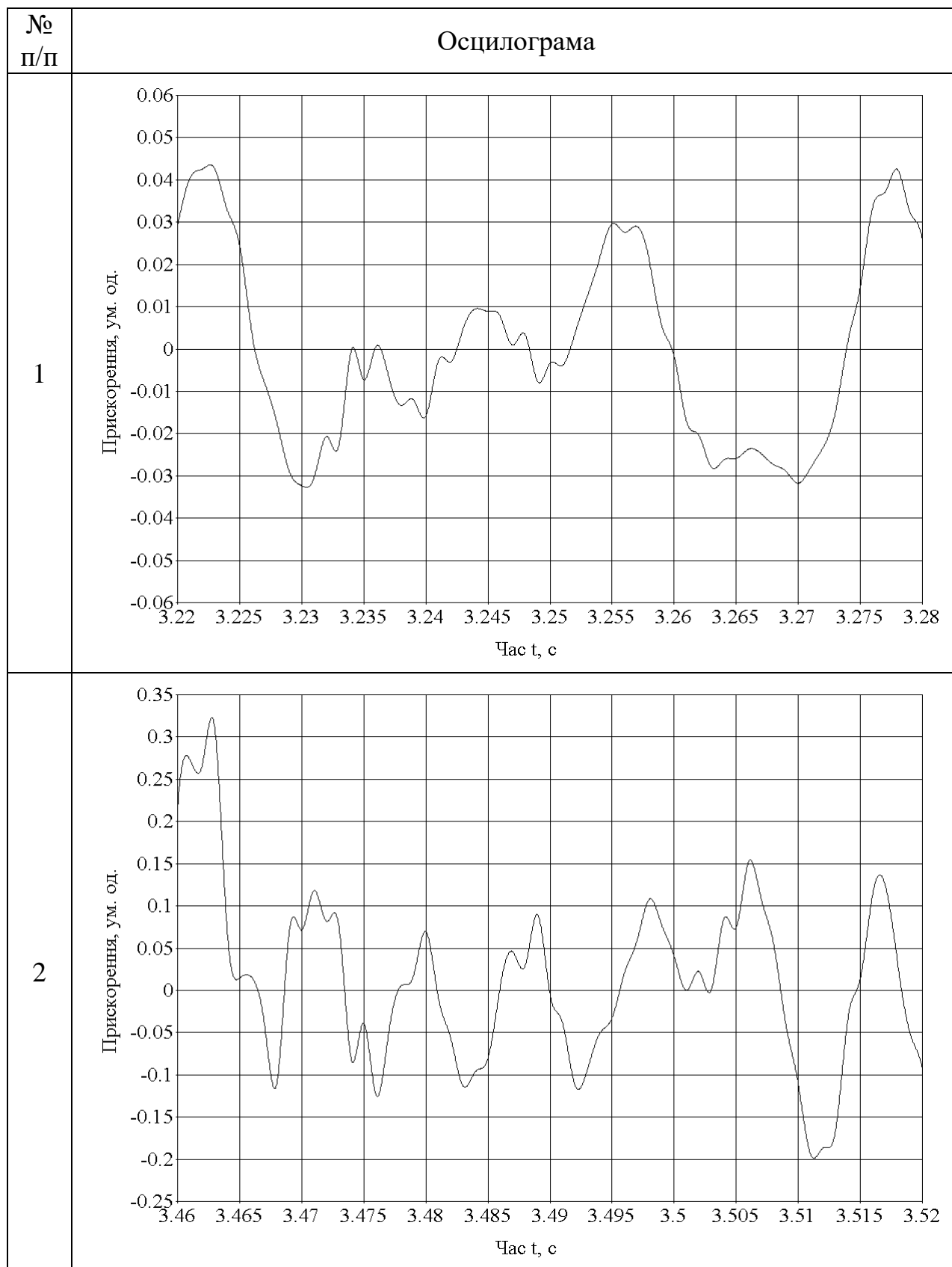
$$\lambda_1 := 2.6$$

$$\lambda_0 := \text{root}(f(\lambda_1), \lambda_1) \quad \lambda_0 = 2.54$$

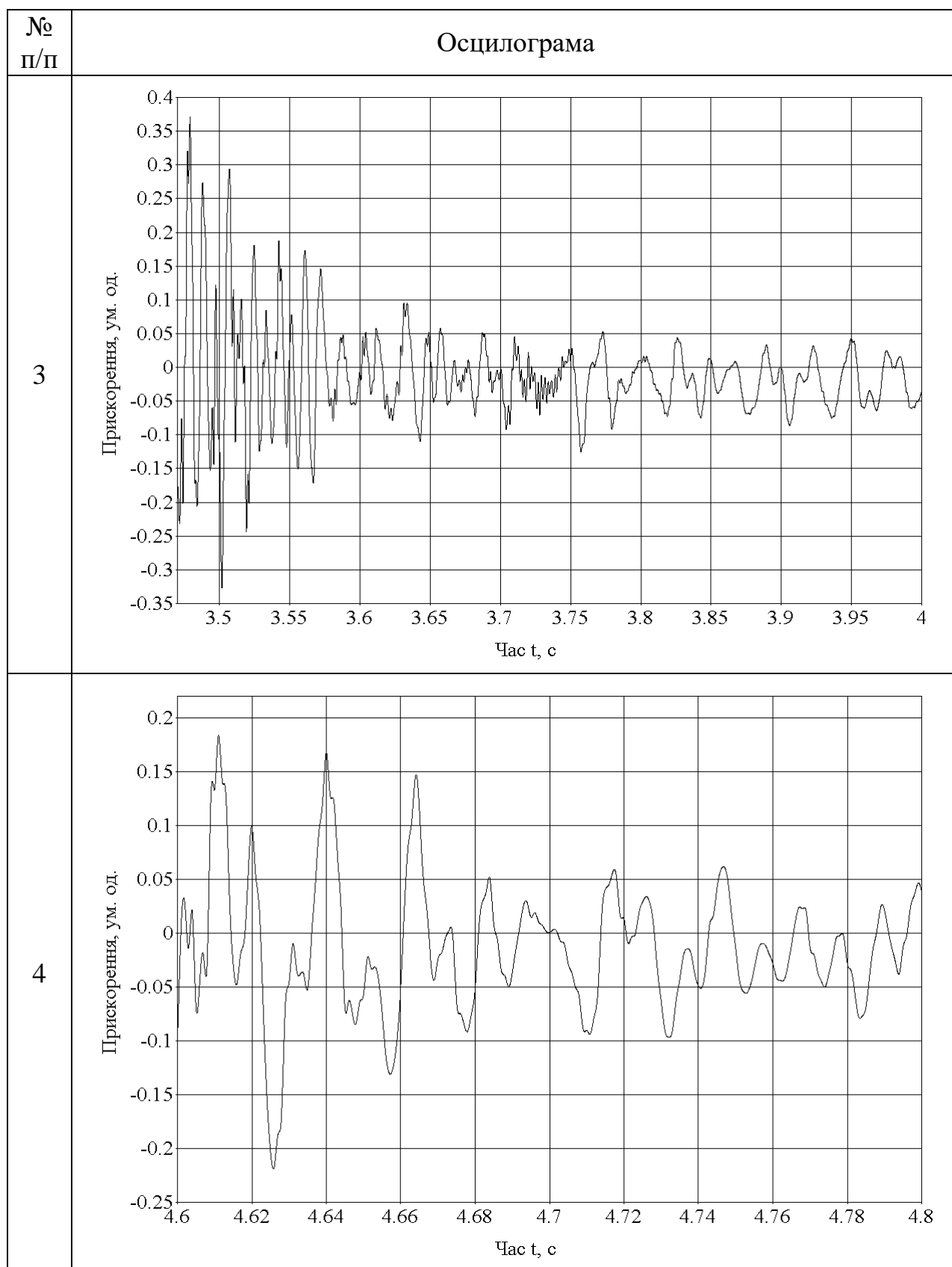
$$\omega_0 := \sqrt{\frac{E \cdot F}{q}} \cdot \frac{\lambda_0}{l} \quad \omega_0 = 5.559 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

## Додаток В

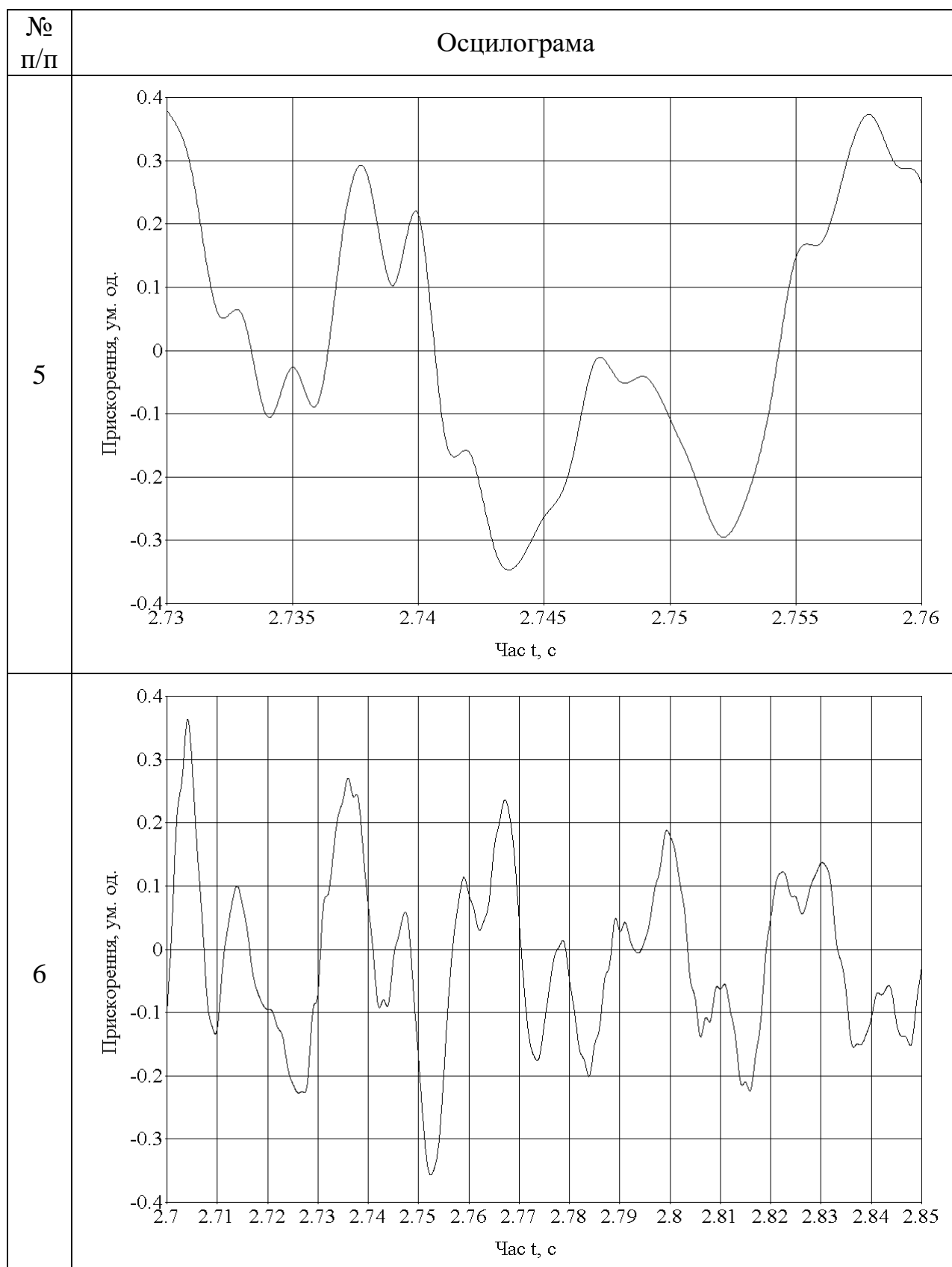
## Осцилограми динамічних процесів у тяговому контурі



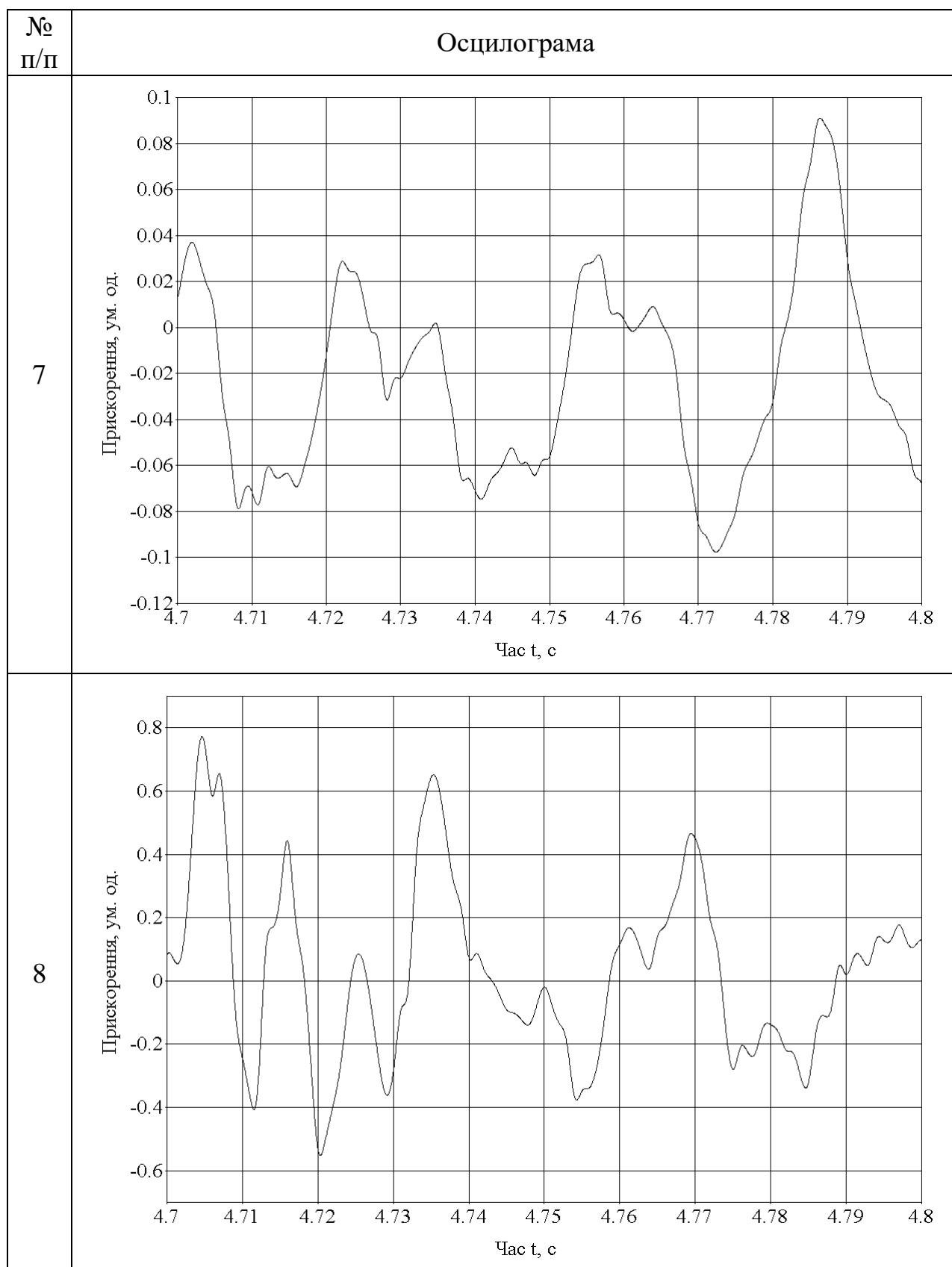
## Продовження додатку В



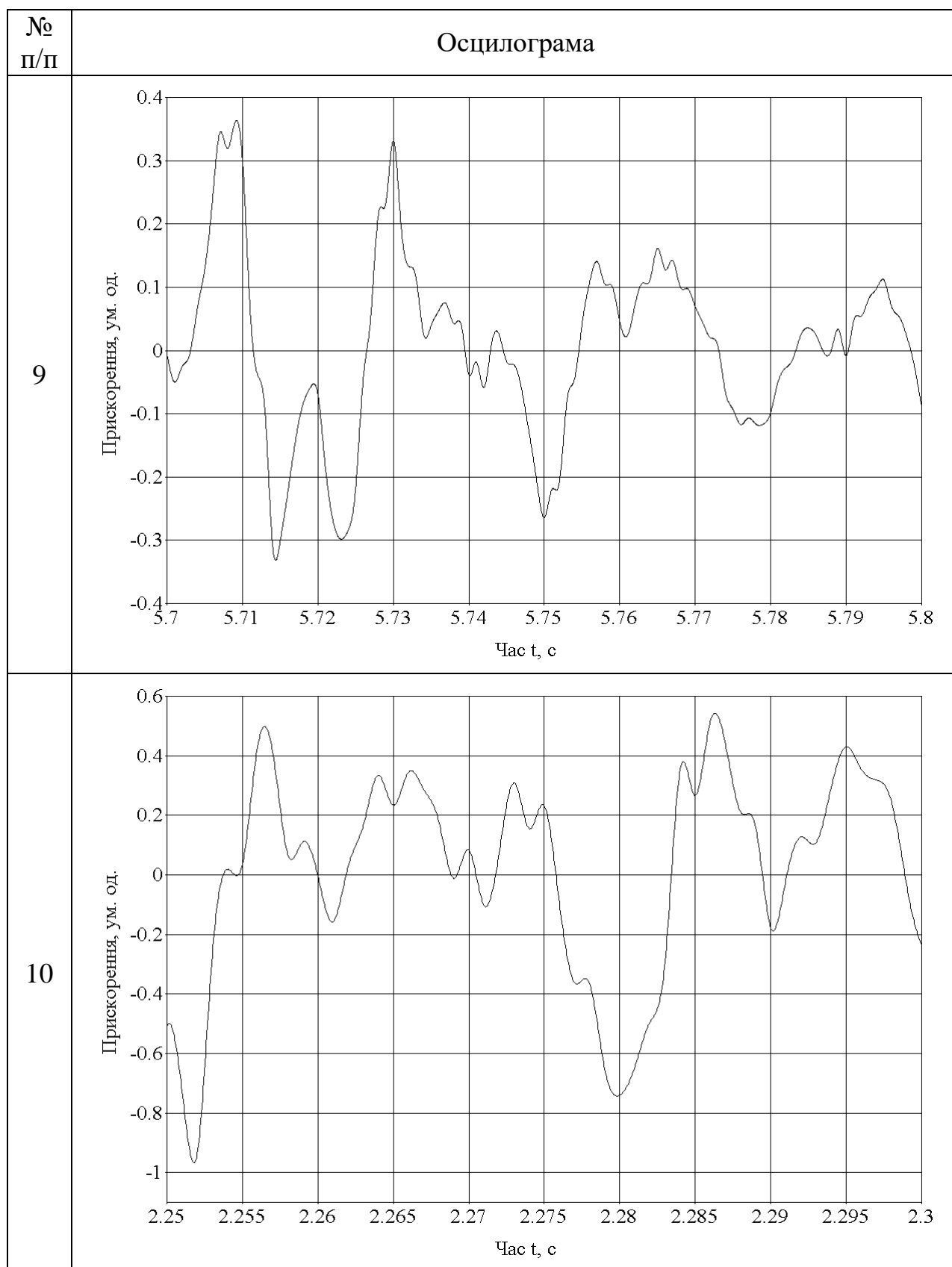
## Продовження додатку В



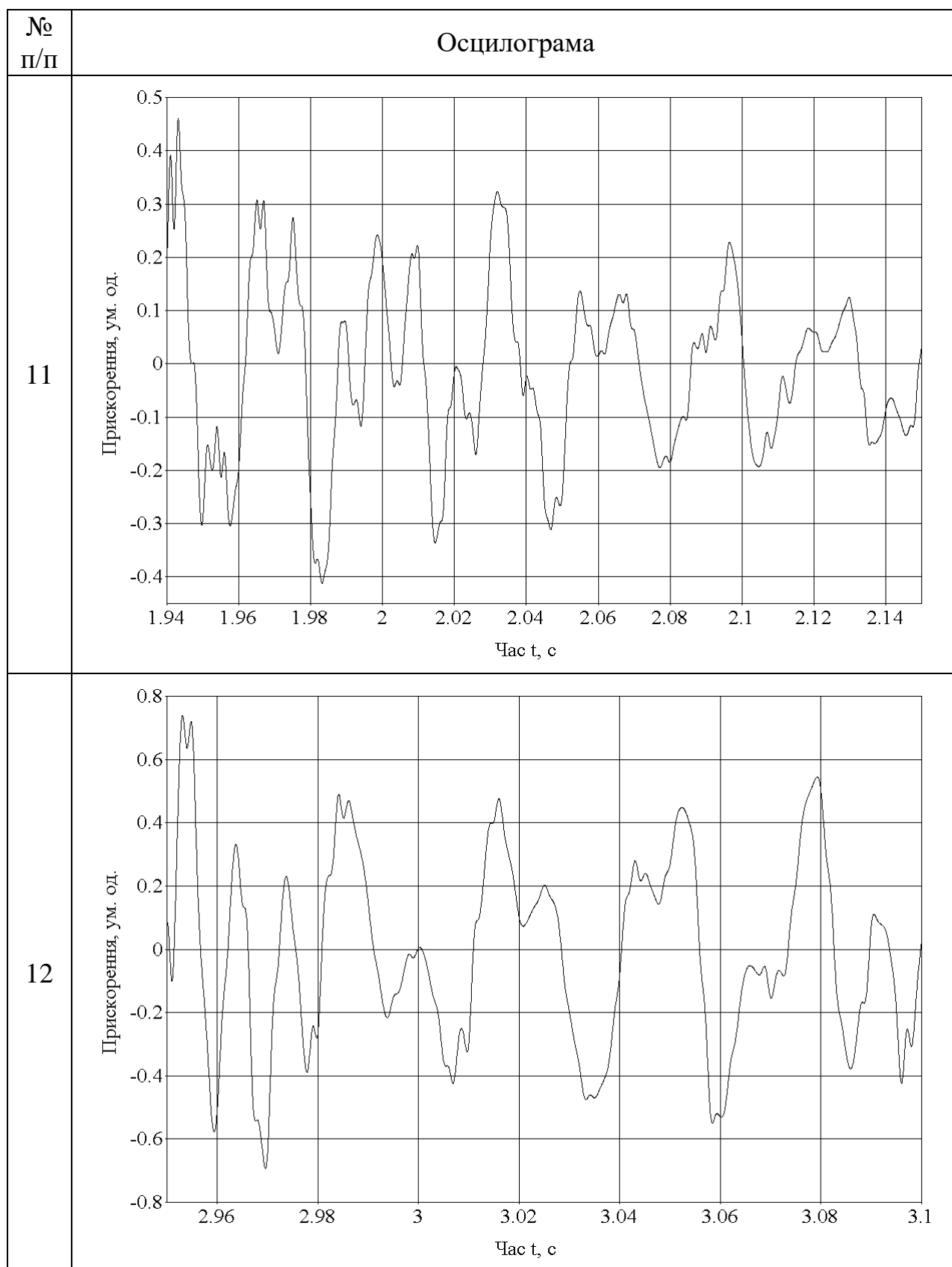
## Продовження додатку В



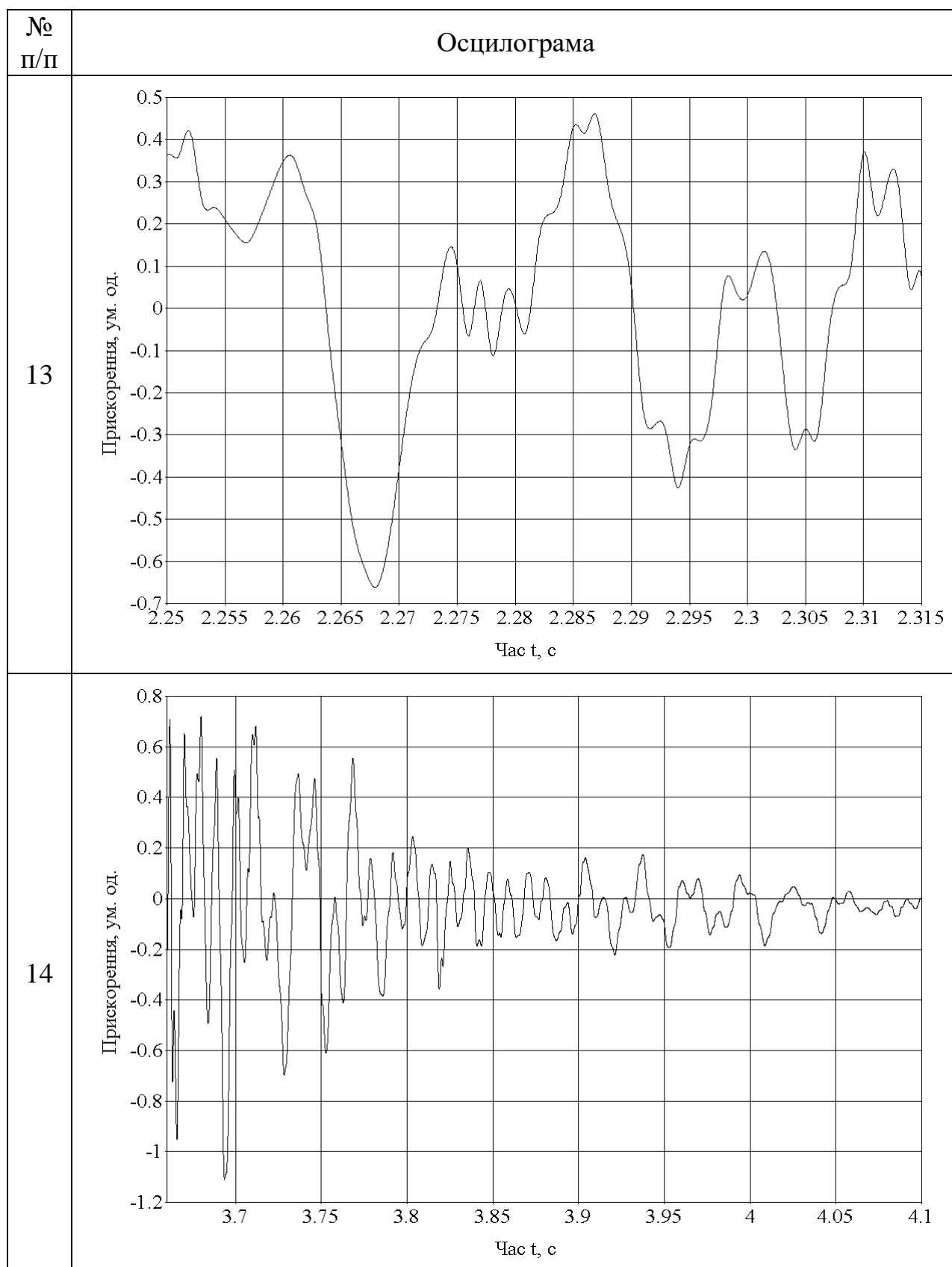
## Продовження додатку В



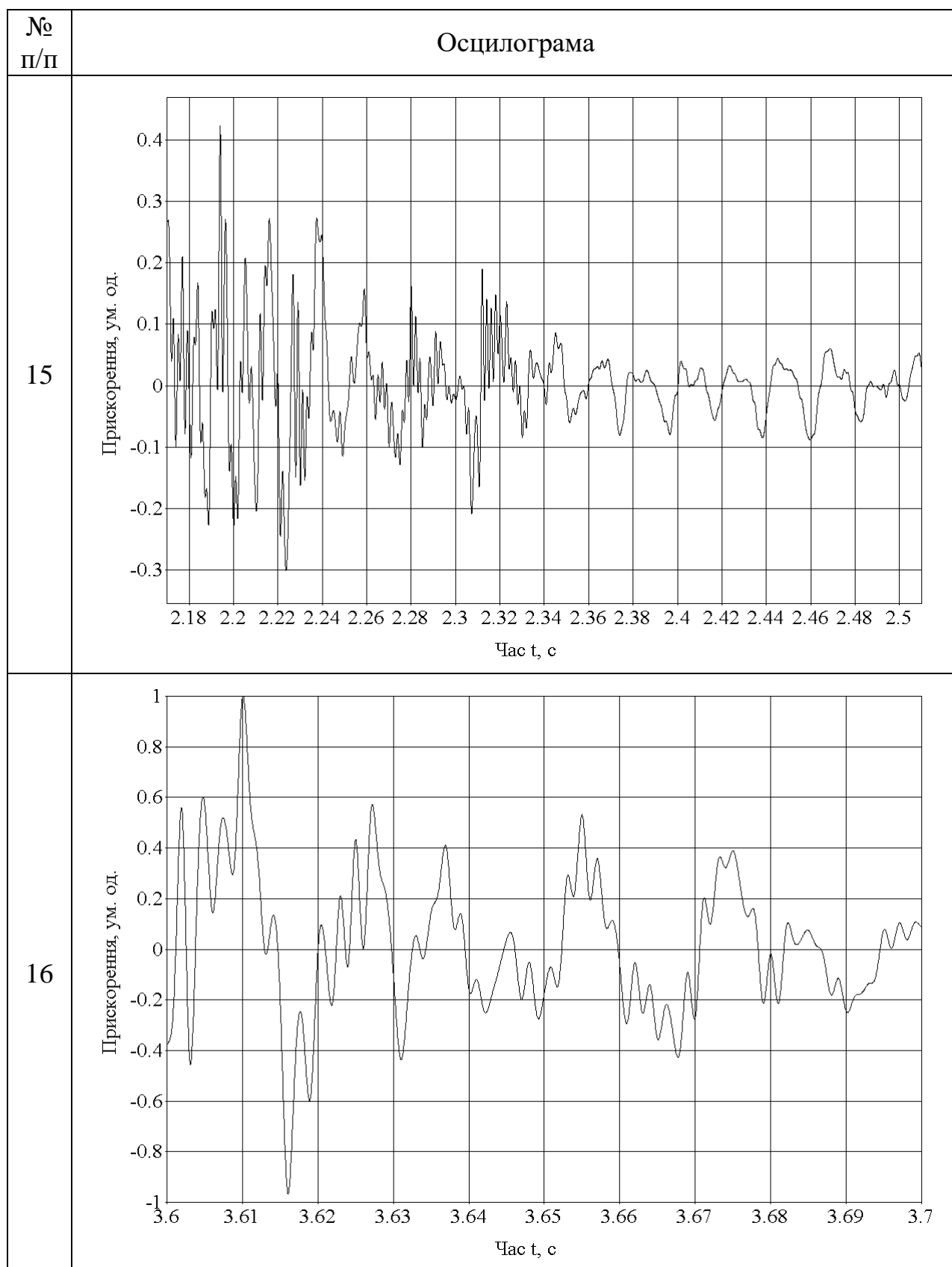
## Продовження додатку В



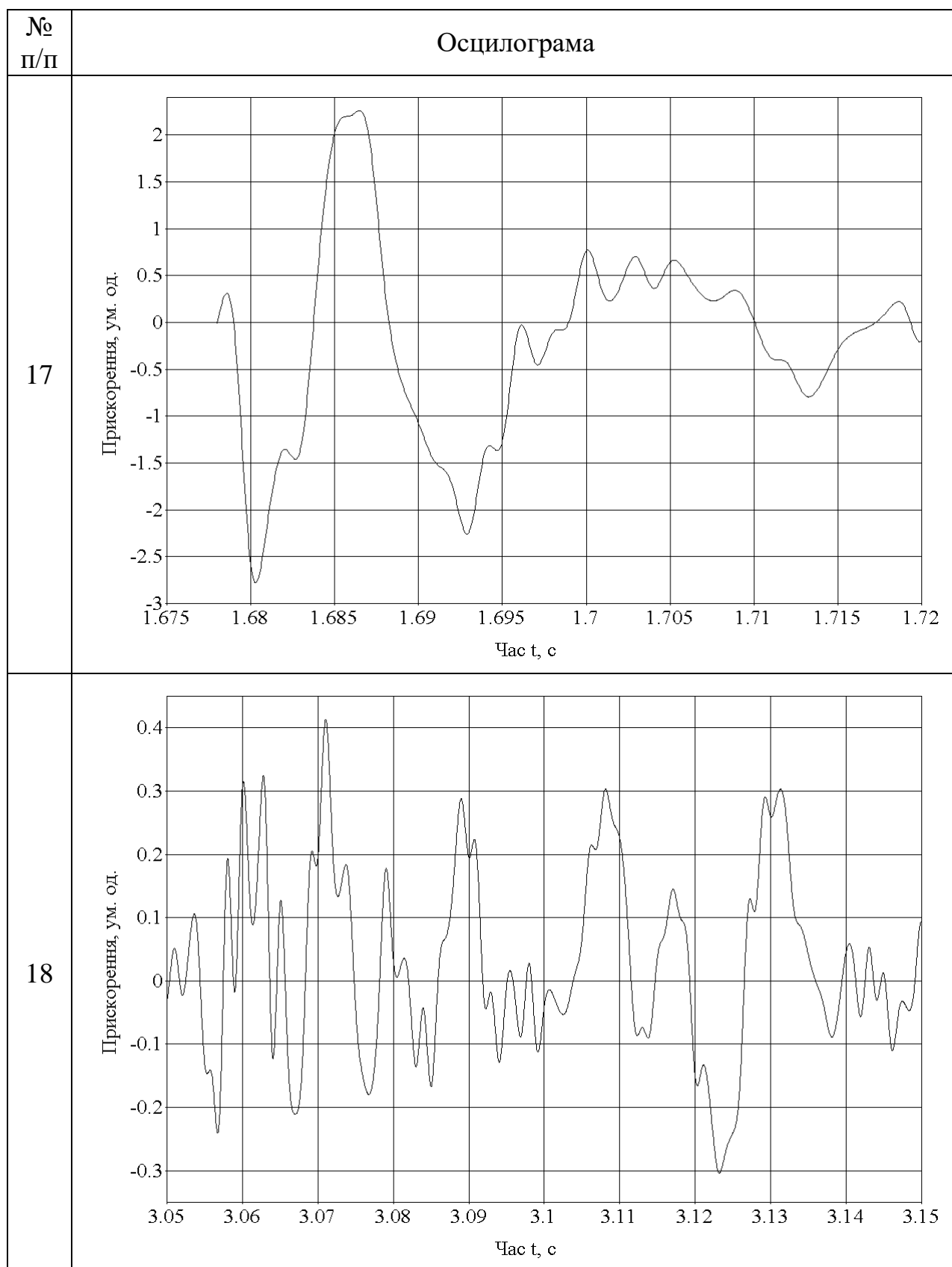
## Продовження додатку В



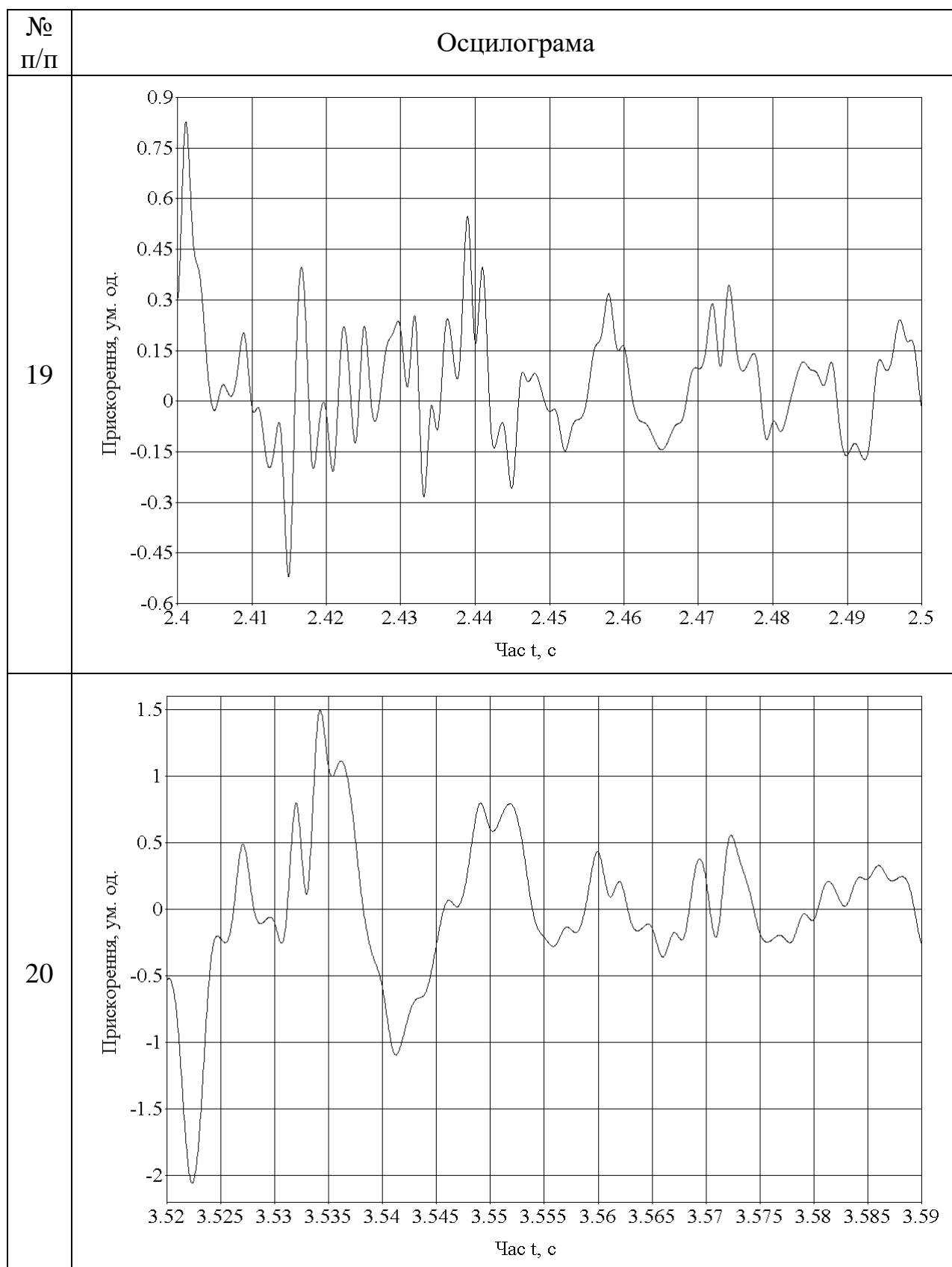
## Продовження додатку В



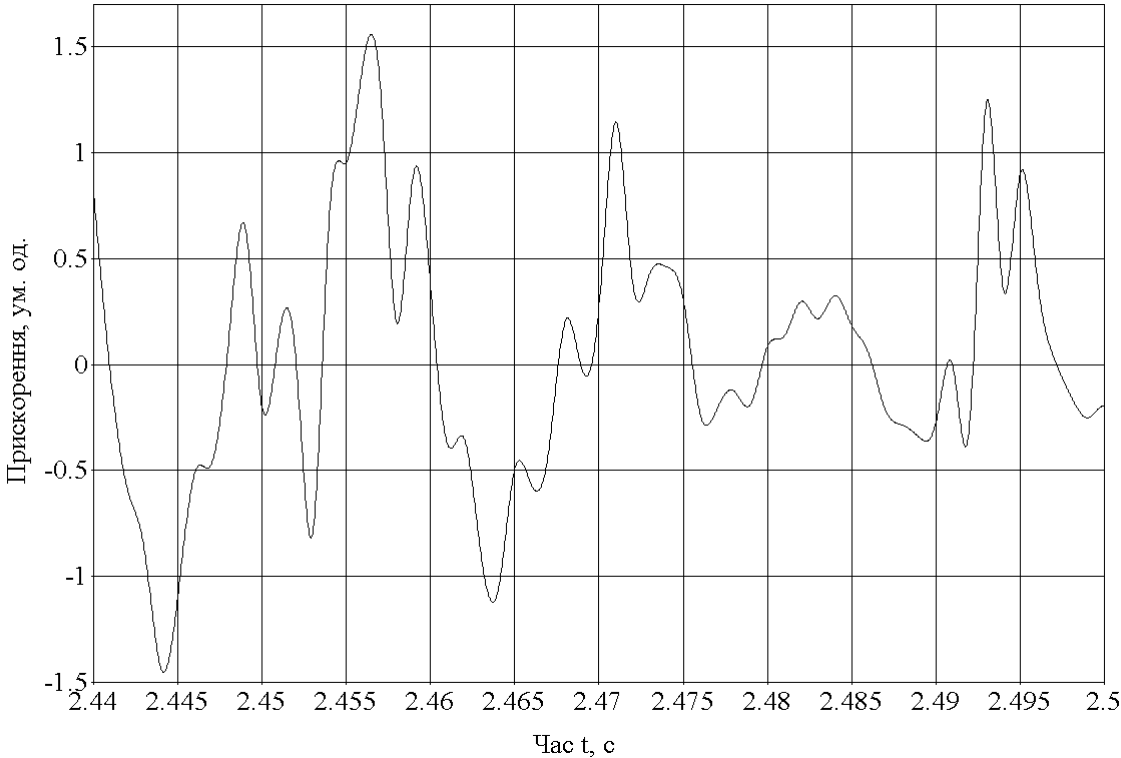
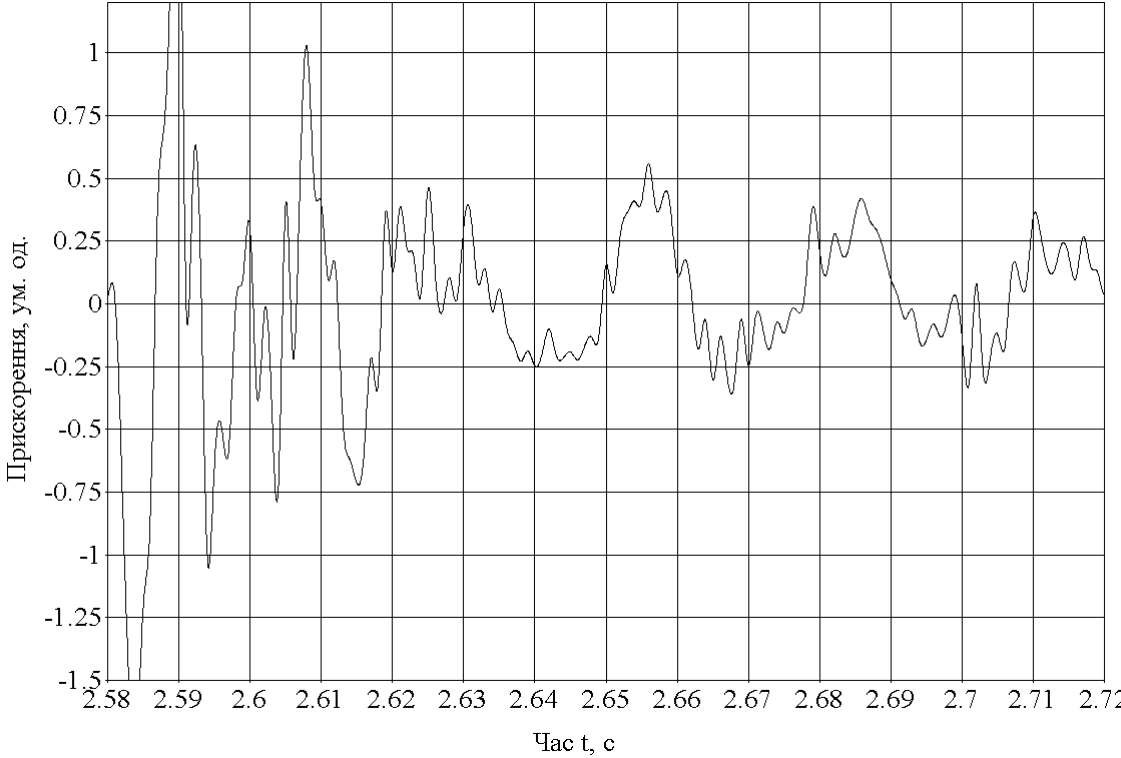
## Продовження додатку В



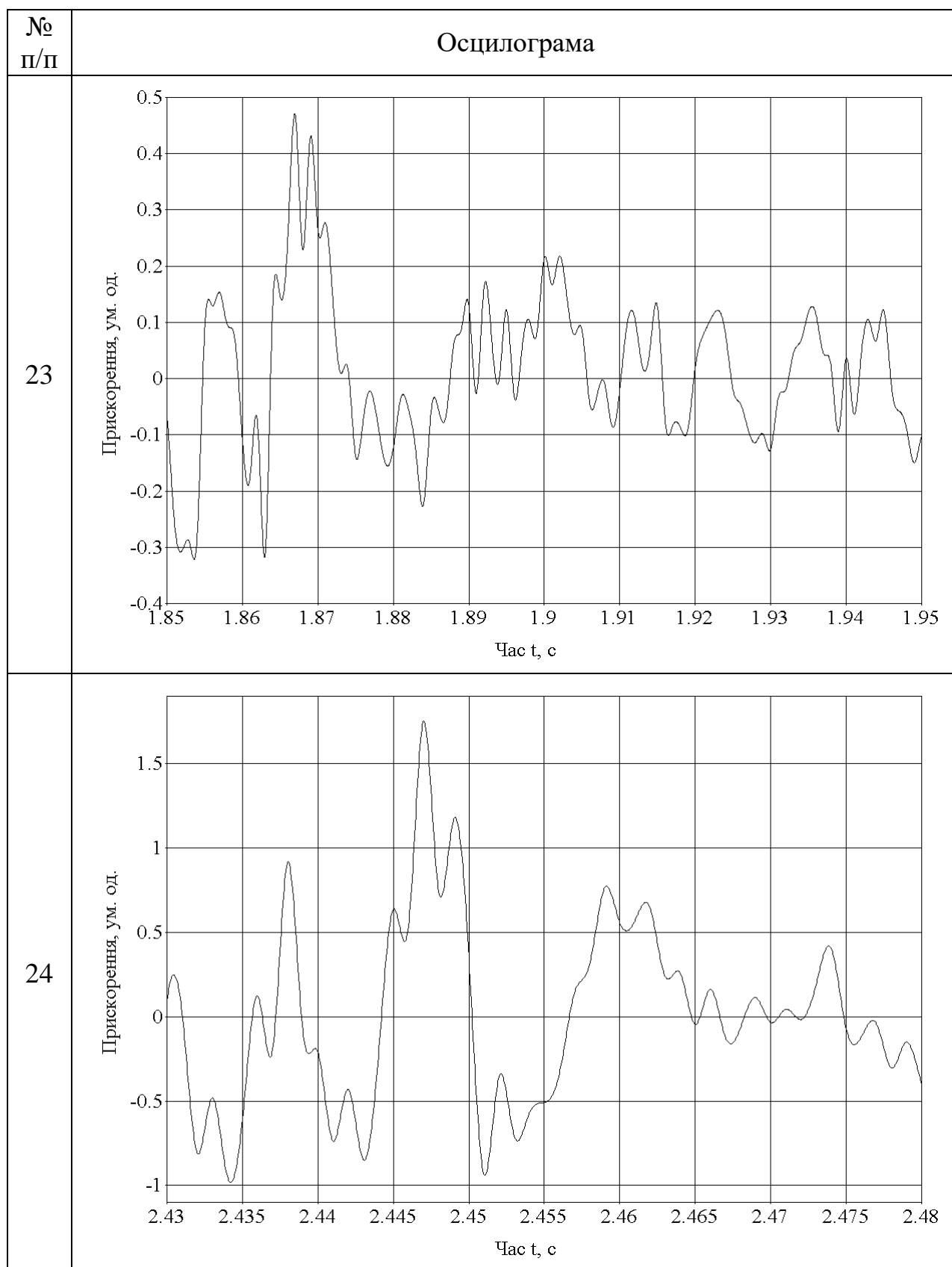
## Продовження додатку В



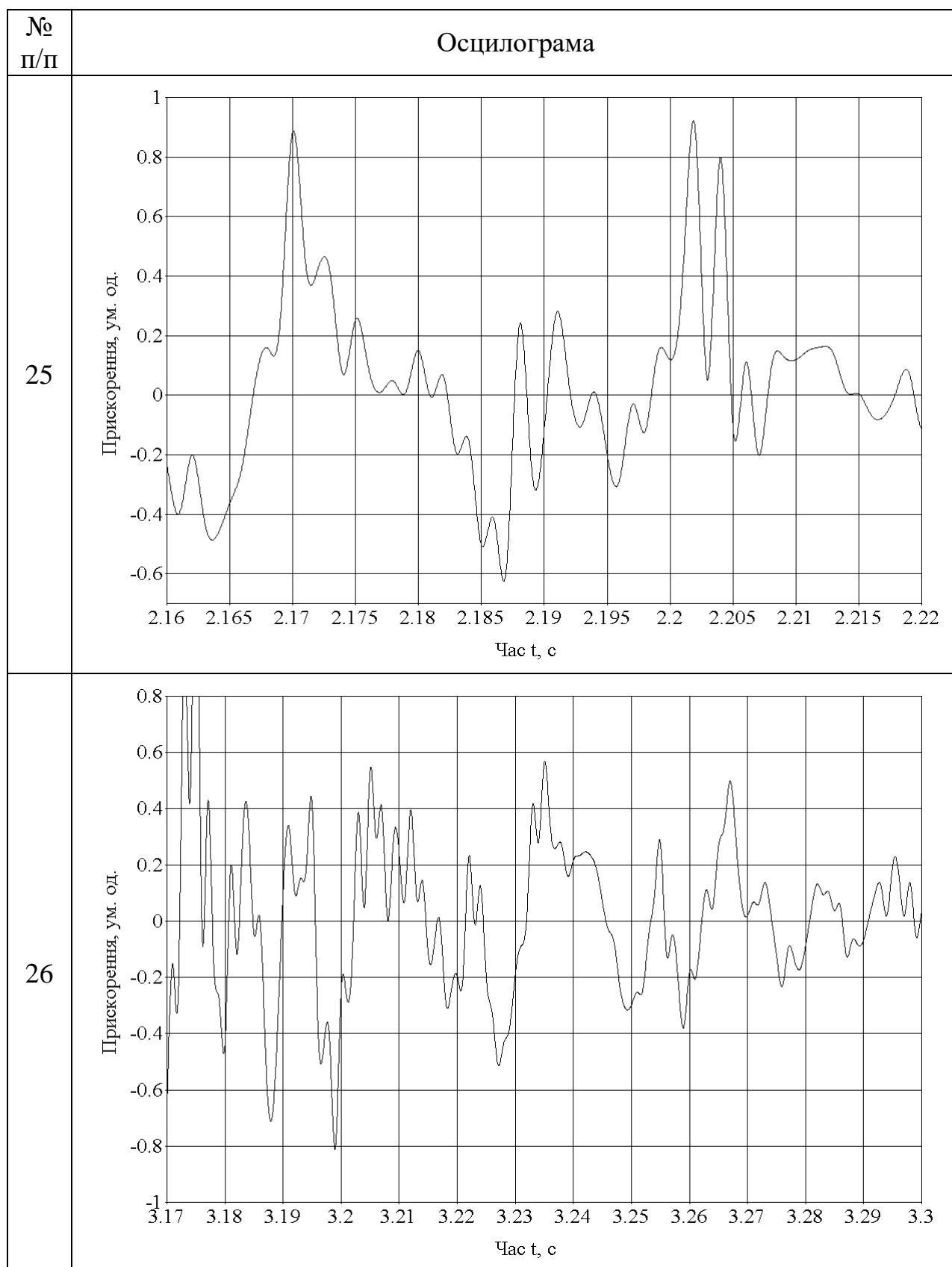
## Продовження додатку В

№ п/п	Осцилограма
21	 <p>The plot for item 21 shows acceleration in arbitrary units (ум. од.) on the y-axis, ranging from -1.5 to 1.5 with major ticks every 0.5. The x-axis represents time in seconds (Час t, с), ranging from 2.44 to 2.5 with major ticks every 0.005. The signal is highly oscillatory, starting at approximately 0.8 at 2.44s, reaching a minimum of -1.4 at 2.445s, and exhibiting several peaks between 0.5 and 1.5 throughout the interval.</p>
22	 <p>The plot for item 22 shows acceleration in arbitrary units (ум. од.) on the y-axis, ranging from -1.5 to 1 with major ticks every 0.25. The x-axis represents time in seconds (Час t, с), ranging from 2.58 to 2.72 with major ticks every 0.005. The signal is highly oscillatory, starting at approximately 0.1 at 2.58s, reaching a minimum of -1.4 at 2.585s, and exhibiting several peaks between 0.25 and 1.0 throughout the interval.</p>

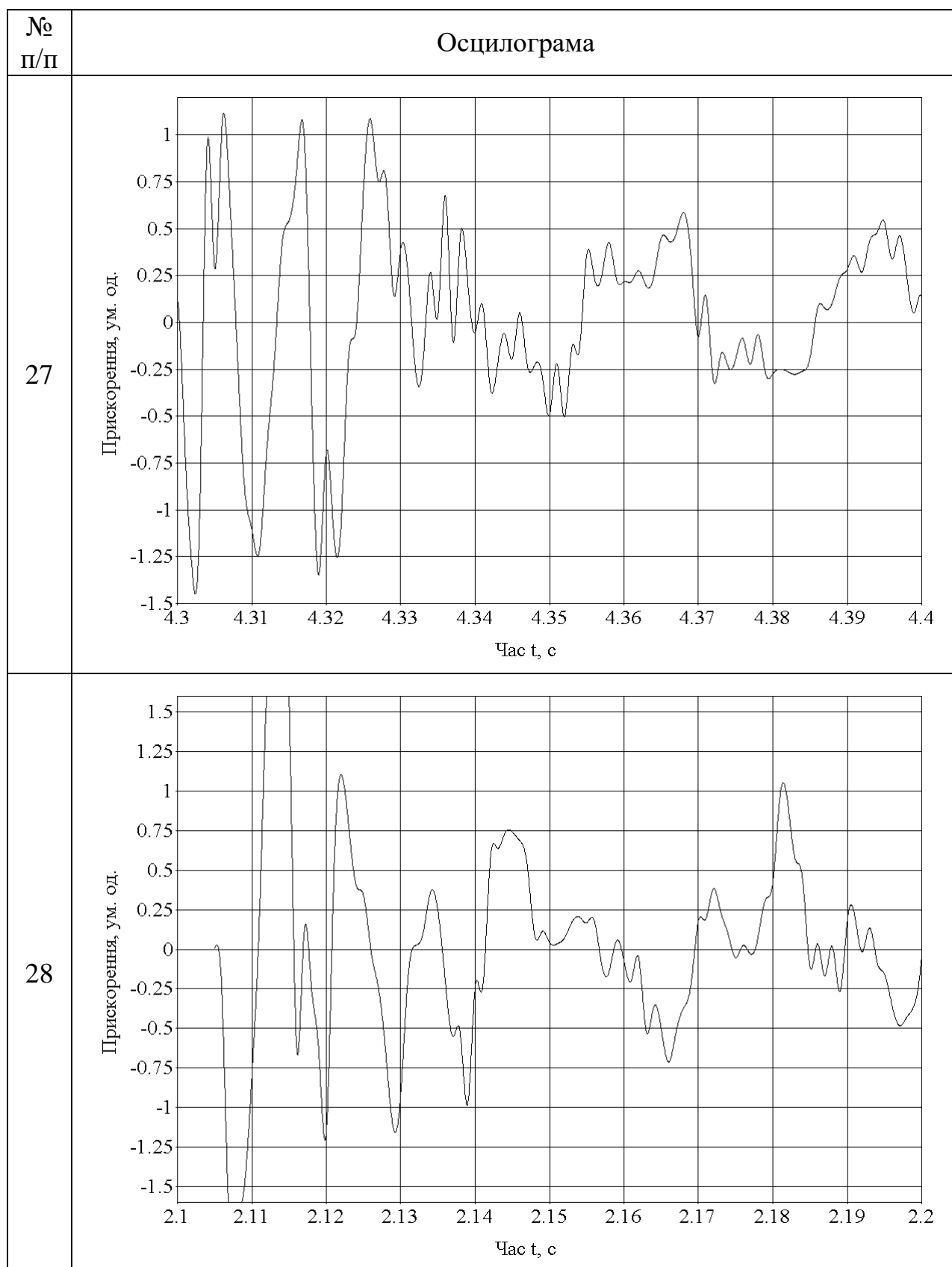
## Продовження додатку В



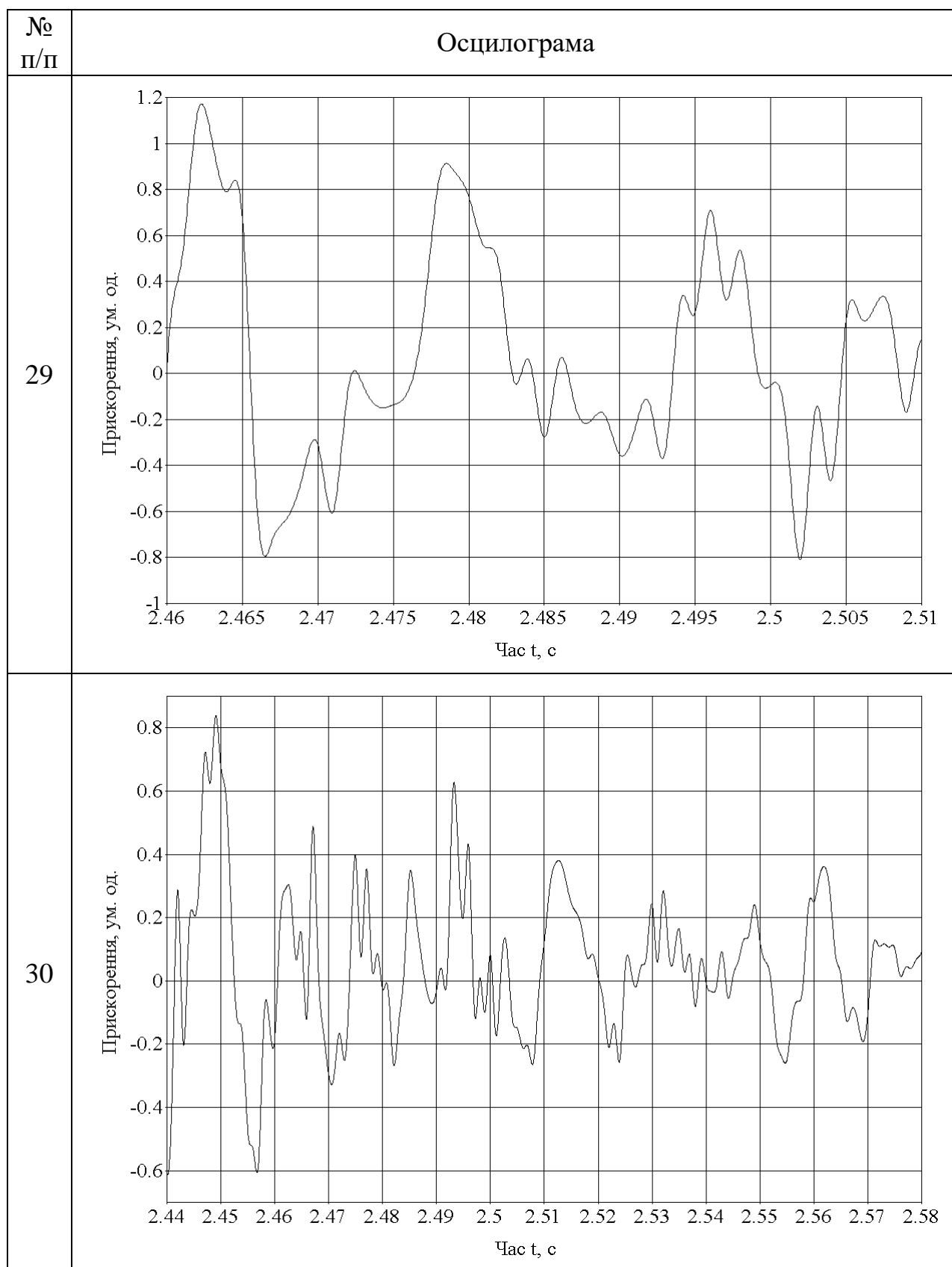
## Продовження додатку В



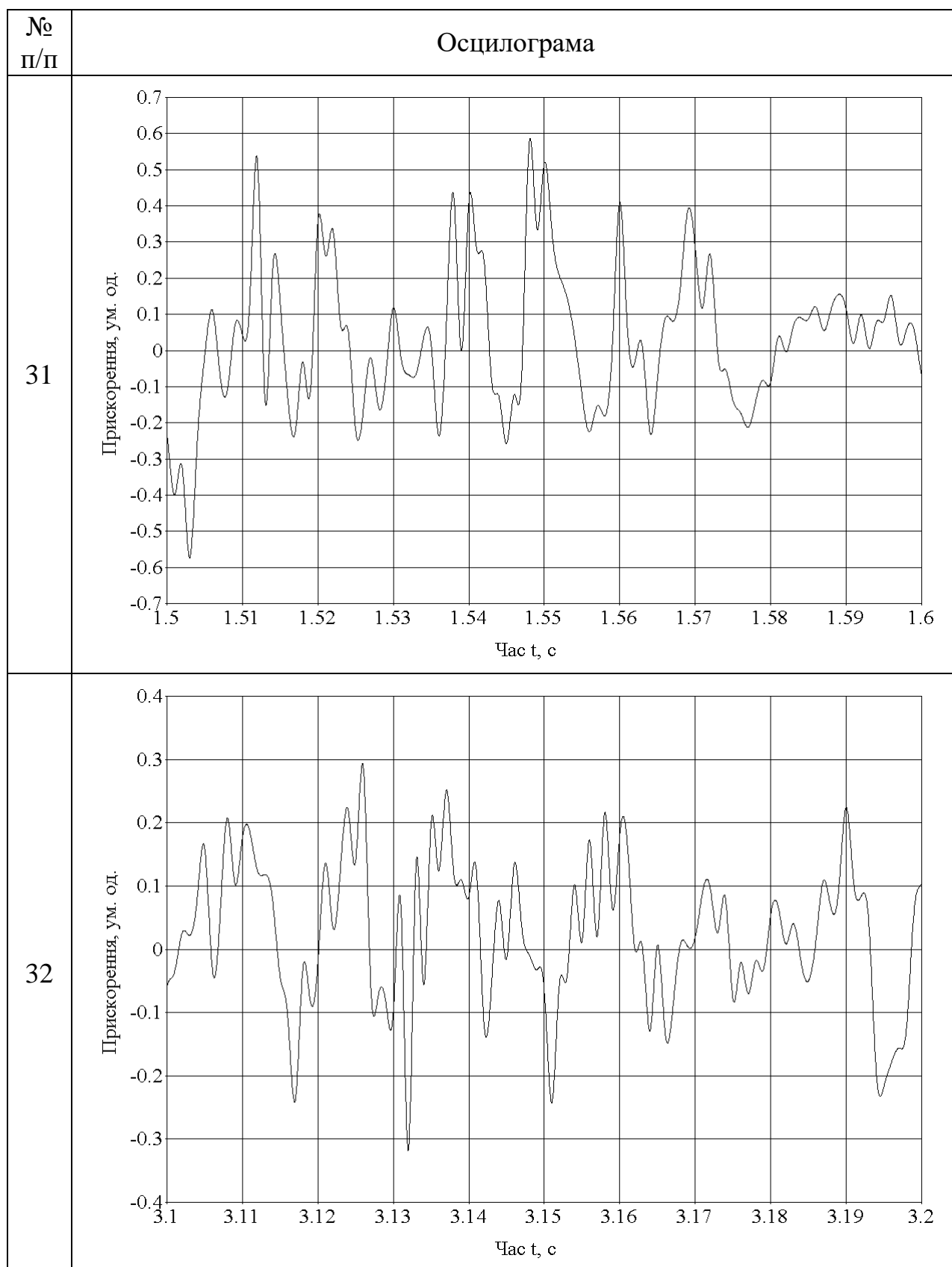
## Продовження додатку В



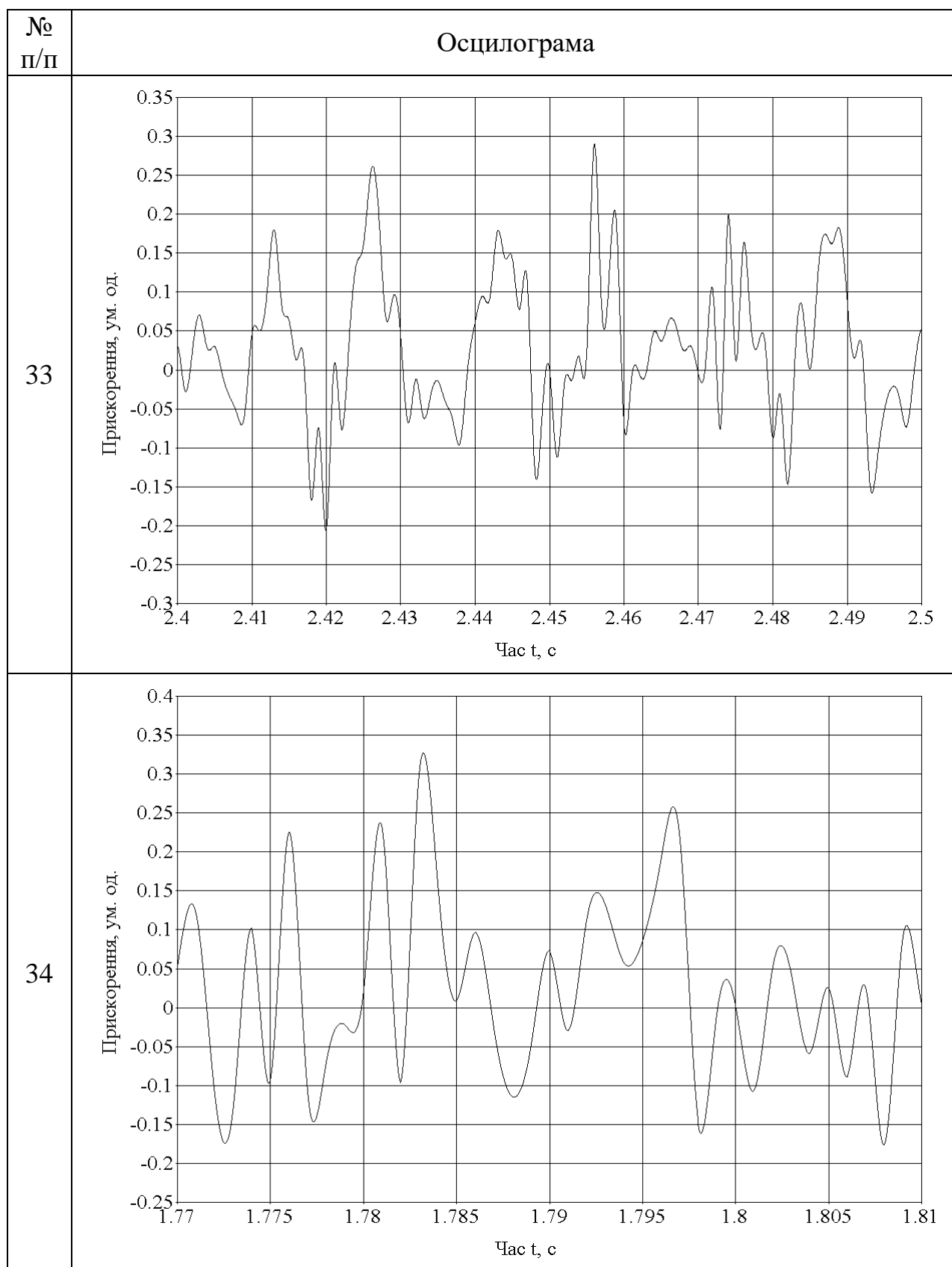
## Продовження додатку В



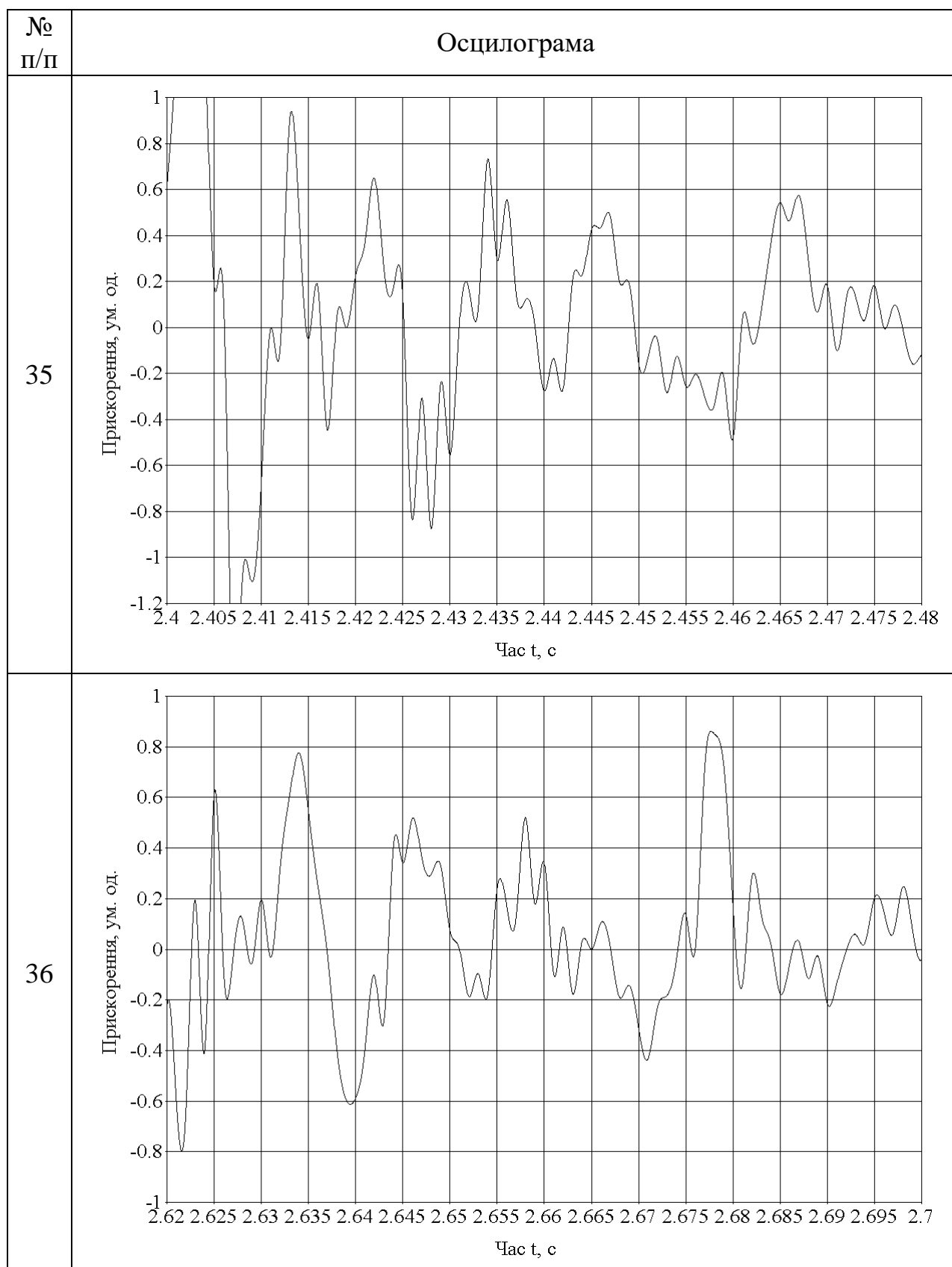
## Продовження додатку В



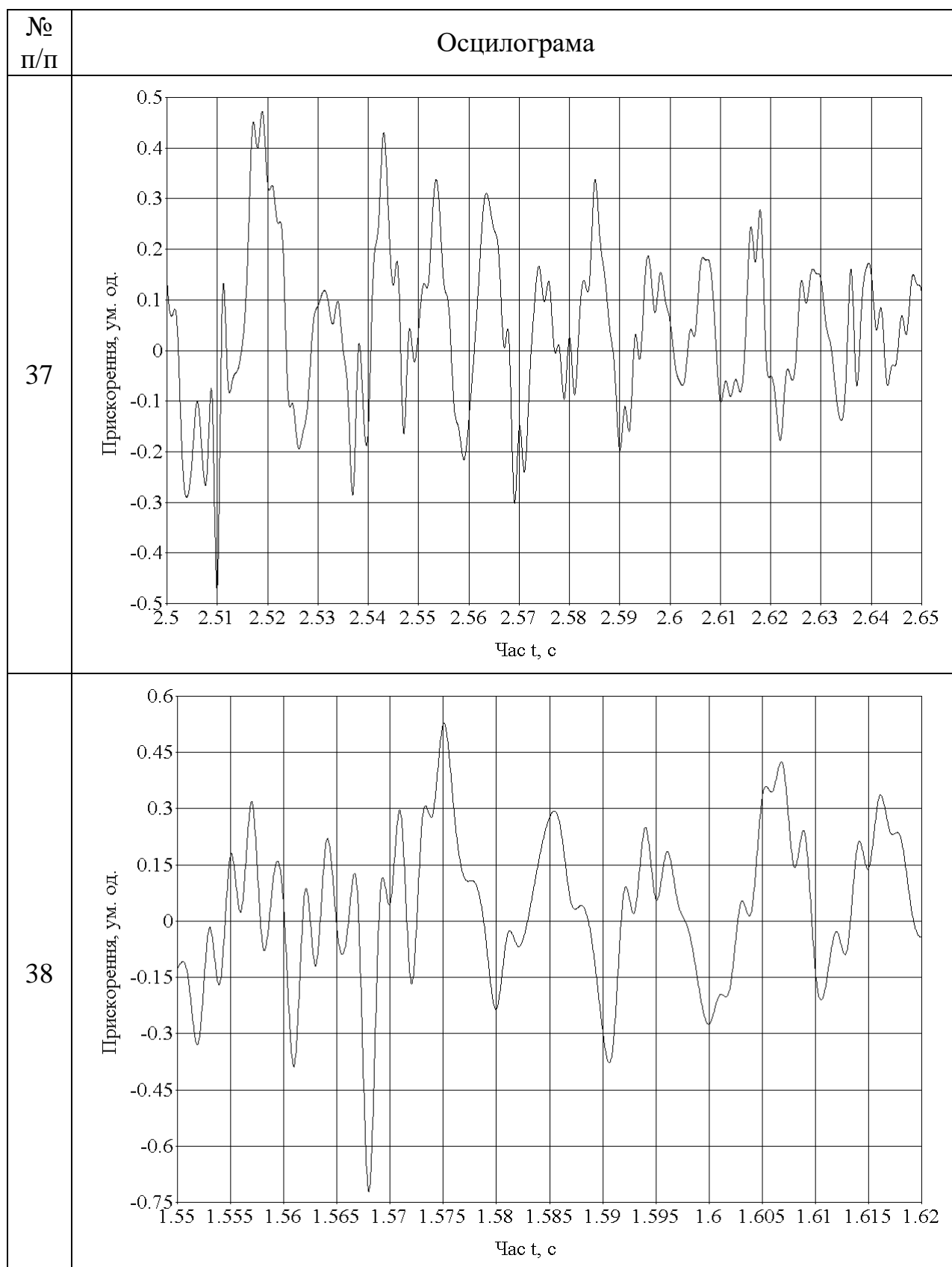
## Продовження додатку В



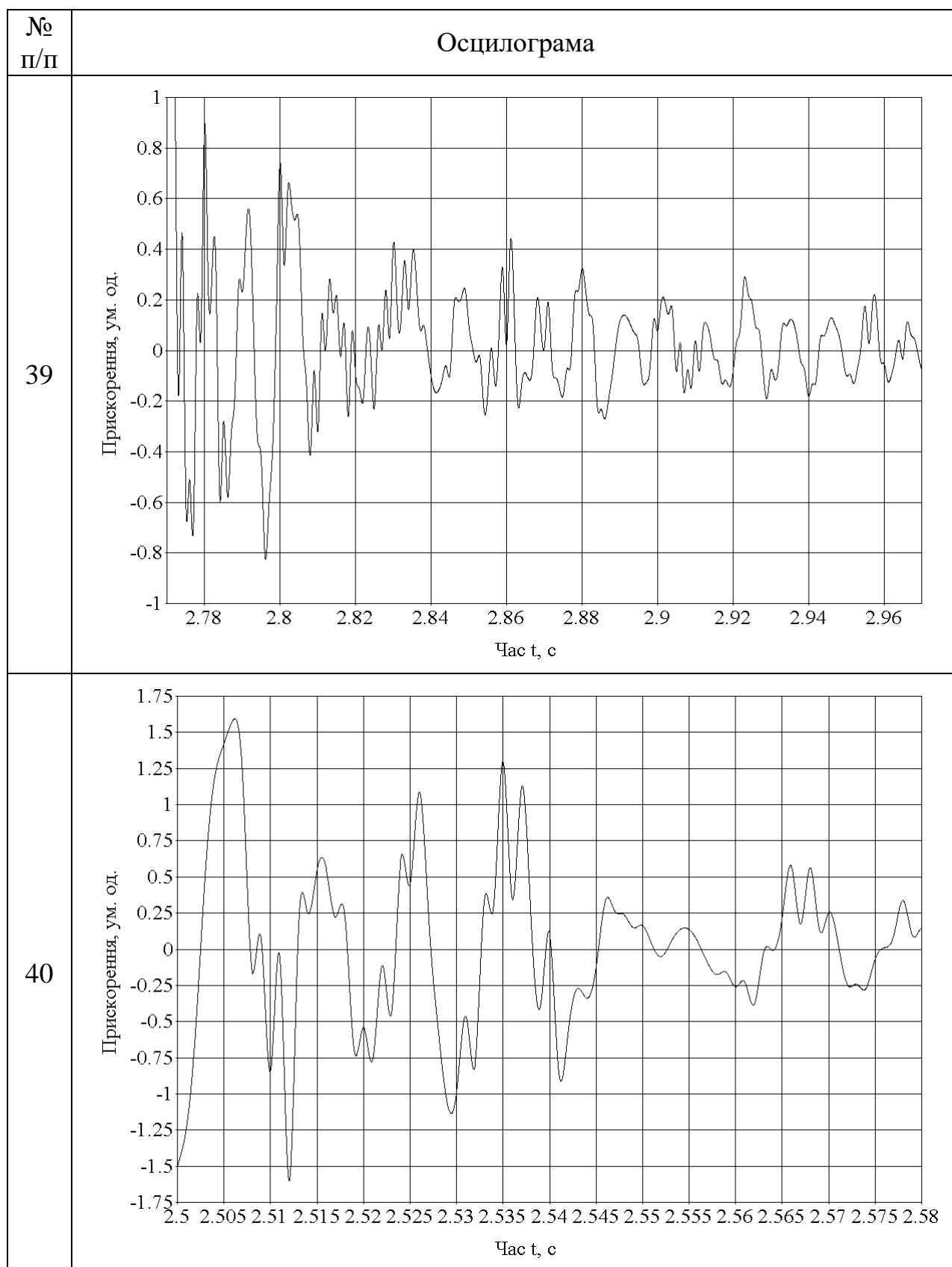
## Продовження додатку В



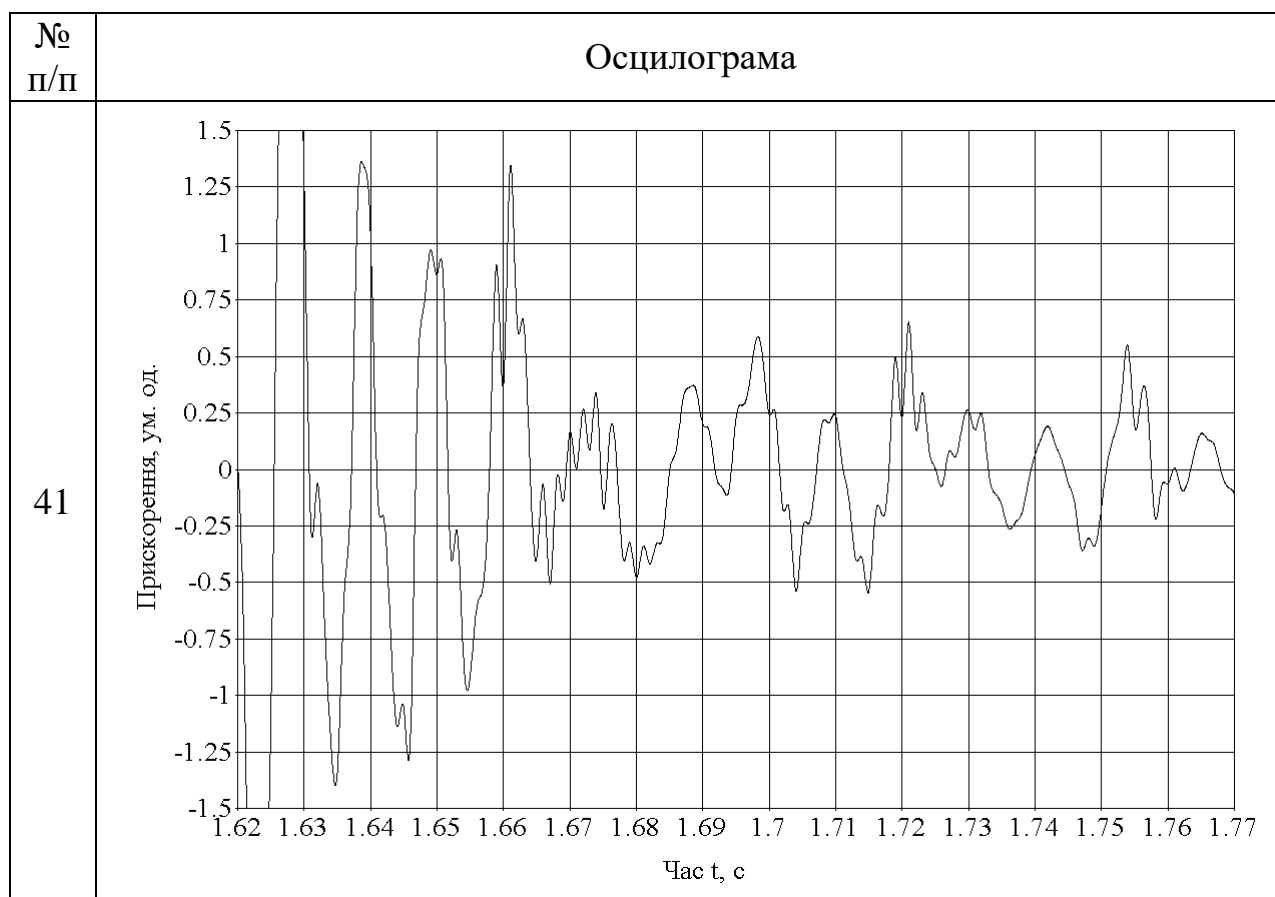
## Продовження додатку В



## Продовження додатку В



## Закінчення додатку В



## Додаток Г

## Результати аналізу осцилограм динамічних процесів у тяговому контурі

Таблиця Г.1

Результати аналізу осцилограм ( $m_1 = 3,5$  кг;  $m_2 = 3,5$  кг)

Координата вагона $x$ , мм	№ частоти	№ осцилограм за дод. В	Точки відліку, с		Власна частота, $c^{-1}$		Відхилення $\Delta$ , %
			початок	кінець	теор.	експер.	
0	1	1	3,231	3,270	167	161	3,59
	2	1	3,240	3,249	730	698	4,38
250	1	2	3,471	3,506	170	180	5,88
	2	2	3,479	3,488	708	698	1,41
500	1	3	3,889	3,923	172	185	7,56
	2	3	3,484	3,493	716	698	2,51
750	1	4	4,684	4,717	174	190	9,2
	2	5	2,744	2,752	758	785	3,56
1 000	1	6	2,767	2,799	175	196	12
	2	7	4,741	4,748	861	898	4,3
1 250	1	8	4,735	4,769	177	185	4,52
	2	8	4,748	4,753	1169	1257	7,53
1 500	1	9	5,714	5,750	177	175	1,13
	2	10	2,266	2,273	900	898	0,22
1 750	1	11	2,096	2,130	178	185	3,93
	2	11	1,950	1,958	784	785	0,13
2 000	1	12	3,016	3,052	178	175	1,69
	2	13	2,294	2,303	733	698	4,77
2 250	1	14	4,008	4,042	177	185	4,52
	2	14	3,680	3,689	720	698	3,06

Результати аналізу осцилограм ( $m_1 = 6$  кг;  $m_2 = 3,5$  кг)

Координата вагона $x$ , мм	№ частоти	№ осцилограм за дод. В	Точки відліку, с		Власна частота, $c^{-1}$		Відхилення $\Delta$ , %
			початок	кінець	теор.	експер.	
0	1	15	2,469	2,508	162	161	0,62
	2	15	2,189	2,200	530	571	7,74
250	1	16	3,631	3,668	165	170	3,03
	2	17	1,681	1,693	510	524	2,75
500	1	18	3,071	3,108	168	170	1,19
	2	19	2,433	2,445	510	524	2,75
750	1	20	3,534	3,572	171	165	3,51
	2	21	2,453	2,464	535	571	6,73
1 000	1	22	2,667	2,702	174	180	3,45
	2	22	2,594	2,604	602	628	4,32
1 250	1	23	1,869	1,902	176	190	7,95
	2	24	2,443	2,451	790	785	0,63
1 500	1	25	2,170	2,202	178	196	10,11
	2	25	2,189	2,196	902	898	0,44
1 750	1	26	3,227	3,259	178	196	10,11
	2	26	3,180	3,188	784	785	0,13
2 000	1	27	4,321	4,352	179	203	13,41
	2	27	4,317	4,326	733	698	4,77
2 250	1	28	2,166	2,198	178	196	10,11
	2	28	2,120	2,129	720	698	3,06

Результати аналізу осцилограм ( $m_1 = 8,5$  кг;  $m_2 = 3,5$  кг)

Координата вагона $x$ , мм	№ частоти	№ осцилограм за дод. В	Точки відліку, с		Власна частота, $c^{-1}$		Відхилення $\Delta$ , %
			початок	кінець	теор.	експер.	
0	1	29	2,466	2,502	156	175	12,18
	2	29	2,471	2,485	444	449	1,13
250	1	30	2,450	2,493	160	146	8,75
	2	30	2,554	2,569	423	419	0,95
500	1	31	1,512	1,548	164	175	6,71
	2	32	3,117	3,132	419	419	0
750	1	33	2,448	2,482	168	185	10,12
	2	34	1,783	1,797	435	449	3,22
1 000	1	35	2,428	2,460	172	196	13,95
	2	36	2,646	2,658	484	524	8,26
1 250	1	37	2,585	2,618	175	190	8,57
	2	37	2,543	2,553	628	628	0
1 500	1	38	1,575	1,607	178	196	10,11
	2	38	1,561	1,568	903	898	0,55
1 750	1	39	2,923	2,957	179	185	3,35
	2	39	2,792	2,800	784	785	0,13
2 000	1	40	2,529	2,562	180	190	5,56
	2	40	2,521	2,529	733	785	7,09
2 250	1	41	1,721	1,754	180	190	5,56
	2	41	1,646	1,655	720	698	3,06

Додаток Д

## МЕТОДИКА

### ВИЗНАЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЗНАЧЕНЬ ШВИДКОСТІ РУХУ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ПІДВІСНОЇ КАНАТНОЇ ДОРОГИ

#### Вступ

Одним із параметрів підвісної канатної дороги (ПКД), вибір значення якого нормується Правилами будови та безпечної експлуатації, є швидкість руху вагонів. Основним критерієм, за яким здійснюється обмеження швидкості, є безпека вантажо- та пасажироперевезень. Враховуються зовнішні фактори: обмеження розгойдування вагонів на трасі, попередження їх ударяння об металоконструкції під час проходження опор, сходження з опорних башмаків тощо. Внаслідок кінематичного зв'язку параметри приводу, зокрема, частота обертання приводного шківів, впливають на швидкість руху вагонів, а отже, мають бути враховані під час розрахунку ПКД.

Методика враховує динаміку приводу ПКД та дозволяє визначити раціональні значення (діапазони) частоти обертання приводного шківів ПКД з огляду на необхідність попередження та обмеження резонансних явищ, які можуть виникати впродовж циклу транспортування. Методика може бути використана при проектному розрахунку, під час модернізації або реконструкції існуючих канатних доріг.

#### 1. Загальні положення

Основою для формування рекомендацій по визначенню діапазонів раціональних значень частоти обертання приводного шківів та залежної від неї швидкості руху вагонів є частотний аналіз приводу, який здійснюється з використанням частотних діаграм тягового контуру ПКД.

Тяговий контур ПКД – динамічна система, що складається з приводу, вагонів, тягового каната та натяжного пристрою до нього. Така система розг-

лядається як дискретно-континуальна (рис. 1), у якій приводний шків (з приведеними до нього обертовими масами приводу), вагони та натяжний пристрій є зосередженими масами, які з'єднані між собою елементами з розподіленими параметрами – ділянками тягового каната.

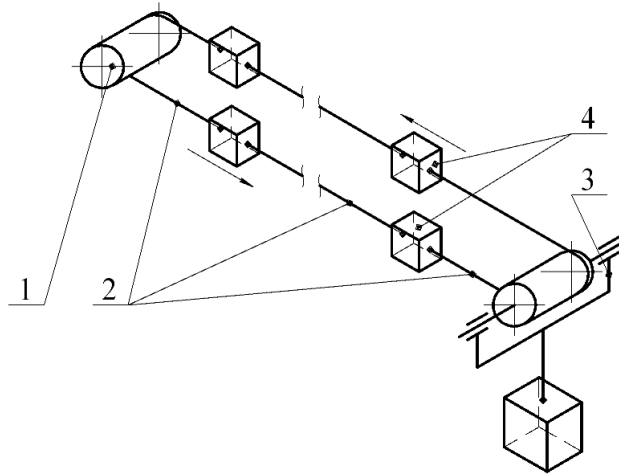


Рис. 1. Тяговий контур ПКД:

1 – приводний шків; 2 – ділянки тягового каната; 3 – натяжний пристрій; 4 – вагони

Частотна діаграма тягового контуру ПКД – графічна залежність власних частот тягового контуру від положення вагона на трасі, яке визначається його горизонтальною координатою – відстанню від точки сходження тягового каната з приводного шківа до центра мас вагона. У разі розрахунку ПКД кільцевого типу один з вагонів вважається базовим, а координати інших визначаються з урахуванням кроку навішування вагонів.

Шляхом аналізу частотних діаграм (при прийнятих параметрах ПКД) визначаються резонансні частоти тягового контуру, дорезонансна та міжрезонансні зони частот та встановлюється раціональні значення частоти обертання приводного шківа (а отже, і швидкості руху вагонів) відповідно до цих зон.

Методика реалізована у вигляді комп'ютерної програми VLAS\_CHAST (файл VLAS\_CHAST.xmcd) з використанням системи комп'ютерної алгебри MathCAD (версія 14 або вище). Приклад використання методики наведено в додатках.

Етапи реалізації методики представлено в табл. 1.

### Етапи реалізації методики

Етап	Виконавець
1. Формування вихідних даних до розрахунку ПКД	користувач
2. Введення вихідних даних у програму VLAS_CHAST	користувач
3. Розрахунок власних чисел частотної функції	попереднє визначення власних чисел здійснюється користувачем, подальше уточнення – програмою
4. Розрахунок власних частот тягового контуру ПКД	програма
5. Побудова частотної діаграми за отриманими значеннями власних частот	користувач
6. Аналіз частотної діаграми з метою встановлення дорезонансної та міжрезонансних зон власних частот	користувач
7. Формулювання рекомендацій щодо раціональних значень частоти обертання приводного шківів та швидкості руху вагонів ПКД	користувач

## 2. Математичне забезпечення

Оскільки тяговий контур ПКД є дискретно-континуальною системою, основою для розробки математичних моделей процесів, які впливають на навантаженість приводу, є рівняння хвильової механіки. Для зручності їх застосування складається схема заміщення у замкненому та розрізаному видах з вказанням усіх мас і заміною пружних зв'язків відповідними силами (рис. 2).

На рис. 2 прийнято такі позначення:

$m_{\text{ш}}$ ,  $m_{\text{нп}}$  – маса приводного шківів та натяжного пристрою відповідно;

$m_i^{\text{В}}$ ,  $m_i^{\text{Н}}$  – маса  $i$ -ого вагона, який рухається від верхньої станції до нижньої («верхній напрямок руху»), та  $i$ -ого вагона, який рухається від нижньої

станції до верхньої («нижній напрямок руху»);  $i = \overline{1, n}$ , де  $n$  – кількість вагонів на одному напрямку руху;

$u_i^B, u_i^H$  – деформація  $i$ -ої ділянки тягового каната на верхньому та нижньому напрямках руху ( $i = \overline{1, n+1}$ );

$S_i^B, S_i^H$  – пружні сили, зумовлені деформаціями  $u_i^B$  та  $u_i^H$  ( $i = \overline{1, n+1}$ ).

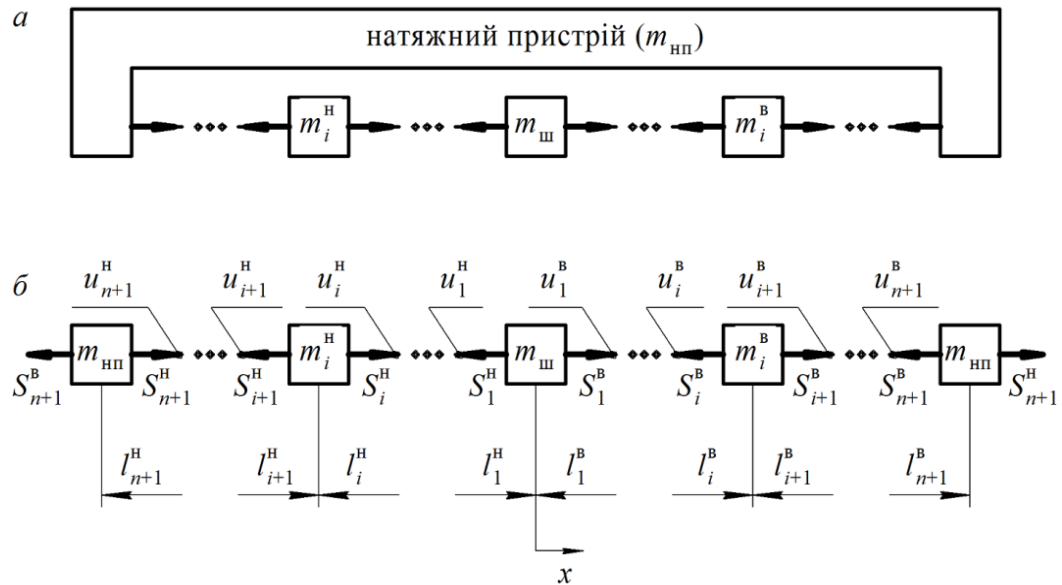


Рис. 2. Схема заміщення тягового контуру ПКД:

$a$  – в замкненому вигляді;  $b$  – в розрізаному вигляді

Динаміка тягового контуру ПКД описується системою хвильових рівнянь у такому вигляді:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial t^2} U^H = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} U^H; \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} U^B = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} U^B, \end{cases} \quad (1)$$

де  $U^H = \begin{bmatrix} u_i^H \end{bmatrix}$  – вектор деформацій ділянок тягового канату на нижньому напрямку руху;

$U^B = \begin{bmatrix} u_i^B \end{bmatrix}$  – вектор деформацій ділянок тягового канату на верхньому напрямку руху;

$a$  – швидкість розповсюдження пружної хвилі у поздовжньому напрямку коливань.

Розв’язання системи рівнянь (1) дозволяє визначати власні частоти тягового контуру ПКД за формулою

$$\omega = \frac{\lambda}{l} \sqrt{\frac{EF}{q}}, \quad (2)$$

де  $\lambda$  – власне число частотної функції;

$l$  – довжина тягового каната на одному напрямку руху;

$E$ ,  $F$ ,  $q$  – модуль пружності, площа перерізу та погонна маса тягового каната.

### 3. Визначення власних частот тягового контуру

#### 3.1. Формування вихідних даних

Вихідними даними до розрахунку є характеристики ПКД (табл. 2).

Додаткові пояснення до табл. 2:

- першим є вагон, який у початковий момент руху виходить з верхньої станції та рухається до нижньої станції; його координата  $x$  змінюється від 0 до  $\Delta l$ ;
- довжина ланок тягового каната між вагонами верхнього напрямку руху  $lv$  і нижнього напрямку  $ln$  подається у вигляді ряду значень; кількість членів ряду для верхнього і нижнього напрямів є однаковою і, зазвичай, дорівнює половині загальної кількості вагонів;
- перший член ряду  $lv$  завжди дорівнює  $x$ , а останній –  $\Delta l - x$ , інші члени –  $\Delta l$ ;
- перший член ряду  $ln$  завжди дорівнює  $\Delta l - x$ , а останній –  $x$ , інші члени –  $\Delta l$ ;
- у разі нерівномірного завантаження вагонів приймається середнє значення мас вагонів відповідних напрямків руху ( $mv_i$  та  $mn_i$ ).

## Вихідні дані до розрахунку

Характеристика ПКД	Позначення у програмі	Розмірність	Фрагмент програми
1. Маса приводного шківів	$msh$	кг	див. рис. 3
2. Маса натяжного шківів	$mnp$	кг	
3. Інтервал ходу вагонів	$\Delta l$	м	
4. Координата першого вагона	$x$	м	
5. Довжини ланок тягового каната між вагонами			див. рис. 4
- верхнього напрямку руху	$lv$	м	
- нижнього напрямку руху	$ln$	м	
6. Маса вагонів			див. рис. 5
- верхнього напрямку руху	$mv_i$	кг	
- нижнього напрямку руху	$mn_i$	кг	
7. Параметри тягового каната:			
- модуль пружності	$E$	Па	
- діаметр	$d$	мм	
- погонна вага	$q$	Н/м	
- площа поперечного перерізу	$F$	мм <sup>2</sup>	

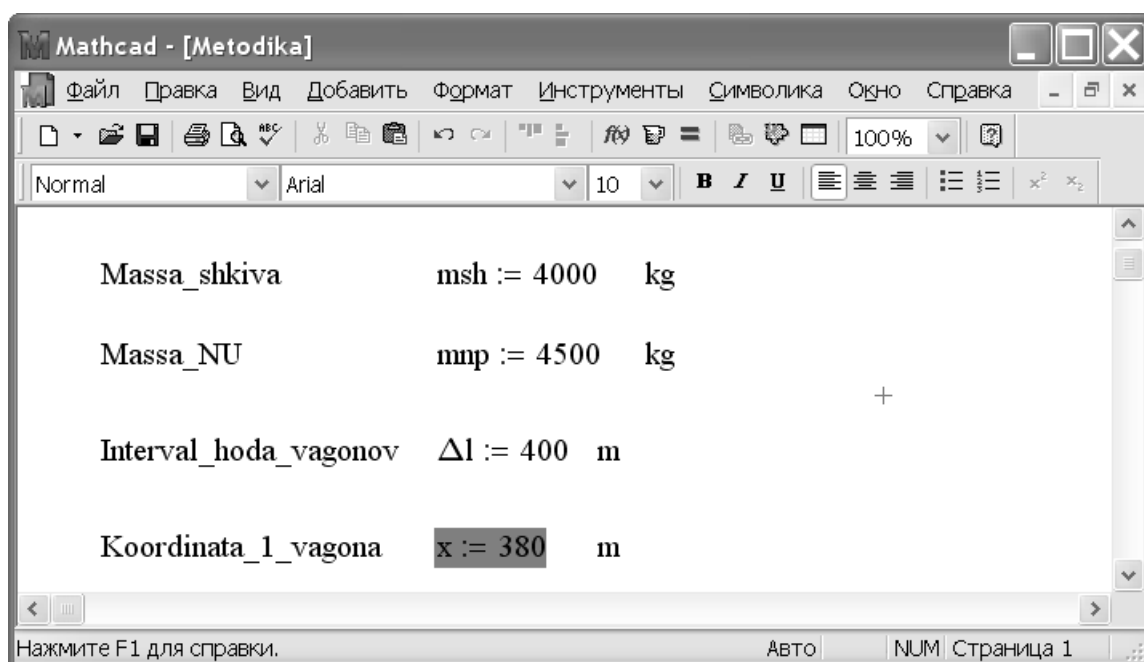


Рис. 3. Поля для введення вихідних даних (характеристики 1–4)

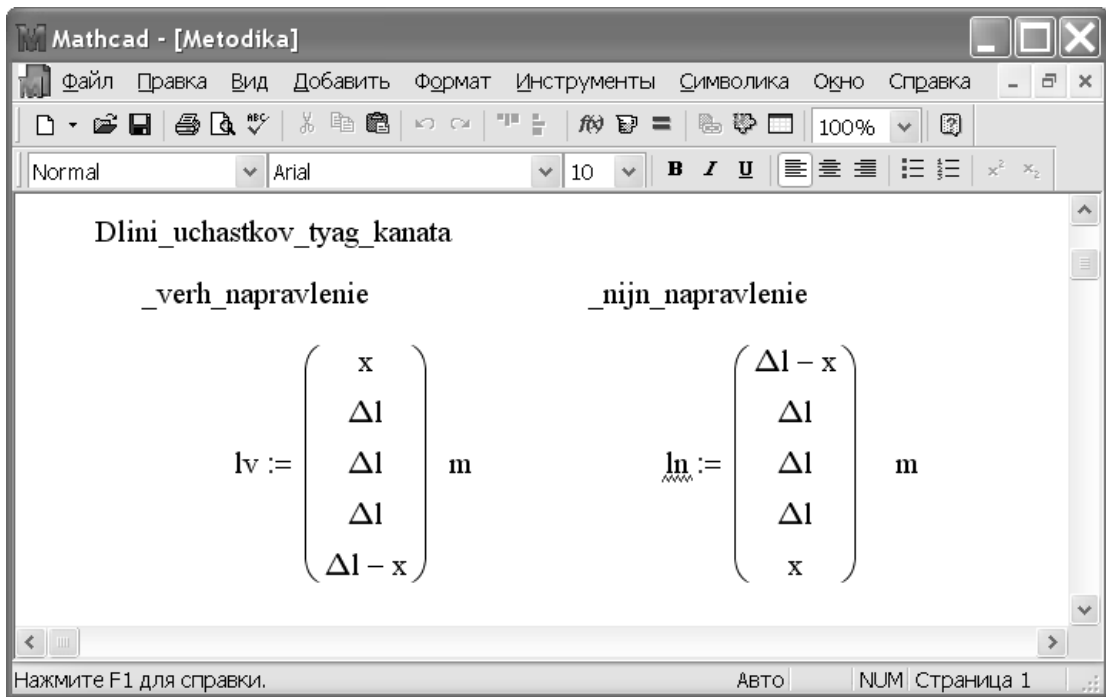


Рис. 4. Поля для введення довжин ланок тягового каната між вагонами

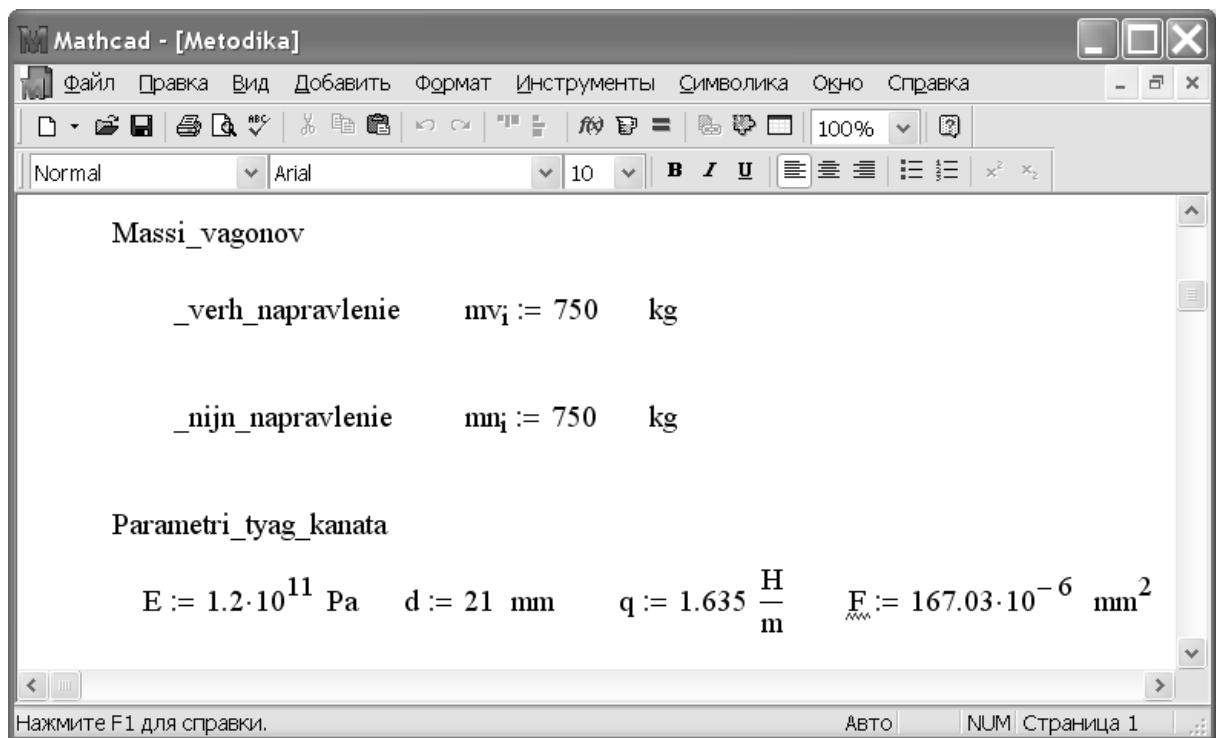


Рис. 5. Поля для введення мас вагонів та параметрів тягового каната

### 3.2. Програмна частина

Усі складові програми VLAS\_CHAST, які не відмічено як вихідні дані (див. п. 3.1) або результати розрахунку (про них – далі), є програмною части-

ною. Втручання у неї користувача є вкрай небажаним і може призвести до порушення роботи програми (неточності отриманих результатів або повного блокування розрахунків).

### 3.3. Визначення власних чисел частотної функції

Після введення вихідних даних (див. п. 3.1) програма автоматично побудує графік частотної функції  $f(\lambda)$ , приклад якого показано на рис. 6. За графіком частотної функції (у першому наближенні) користувачем визначаються власні числа частотної функції  $\lambda$  як точки перетину кривої з віссю абсцис.

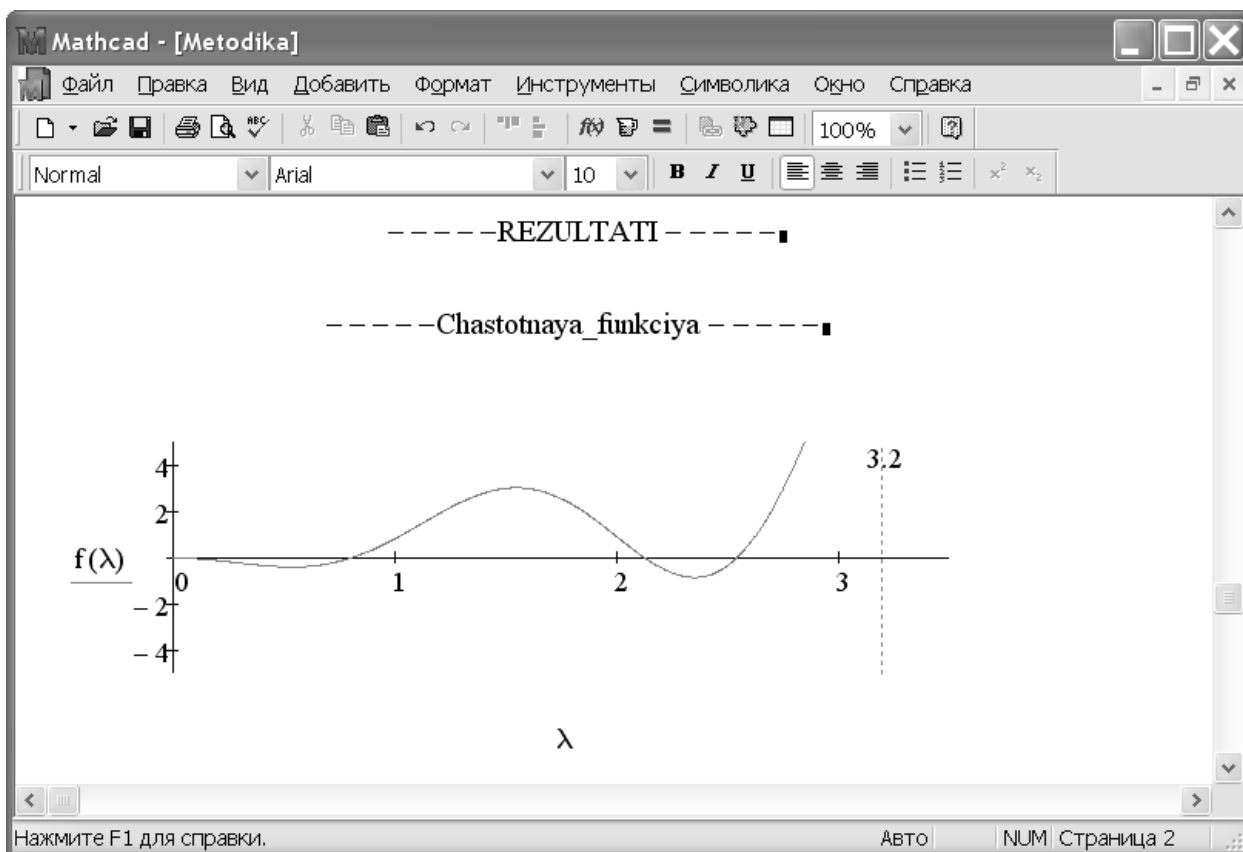


Рис. 6. Приклад графіка частотної функції

### 3.4. Визначення власних частот

Використовуючи визначені за п. 3.3 власні числа частотної функції  $\lambda$ , розраховуються власні частоти тягового контуру в такій послідовності:

- 1) для визначення першої власної частоти уточнюється перше власне число частотної функції  $\lambda$  за графіком, приклад якого наведено на рис. 7,

та записується у поле  $[\lambda_1 :=]$ ; значення власної частоти автоматично з'являється у полі  $[\omega_0 =]$ , яке виділено кольором;

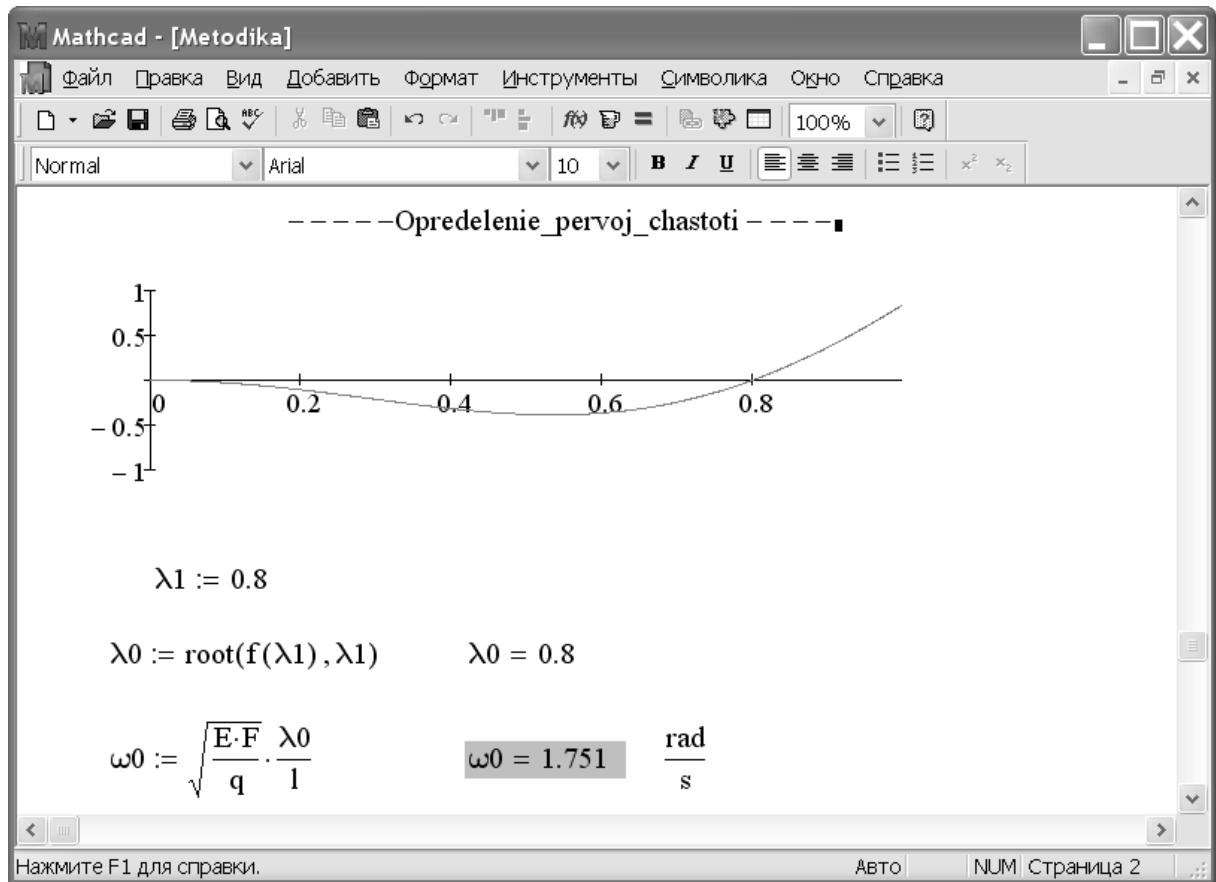


Рис. 7. Приклад визначення першої власної частоти

- 2) для визначення другої власної частоти уточнюється друге власне число частотної функції  $\lambda$  за графіком, приклад якого наведено на рис. 8 (у разі появи двох точок перетину кривої з віссю абсцис приймається координата лівої точки), та записується у поле  $[\lambda_1 :=]$ ; значення власної частоти автоматично з'явиться у полі  $[\omega_0 =]$ , яке виділено кольором;
- 3) для визначення третьої власної частоти уточнюється третє власне число частотної функції  $\lambda$  за графіком, приклад якого наведено на рис. 9 (у разі появи двох точок перетину кривої з віссю абсцис приймається координата правої точки), та записується у поле  $[\lambda_1 :=]$ ; значення власної частоти автоматично з'явиться у полі  $[\omega_0 =]$ , яке виділено кольором.

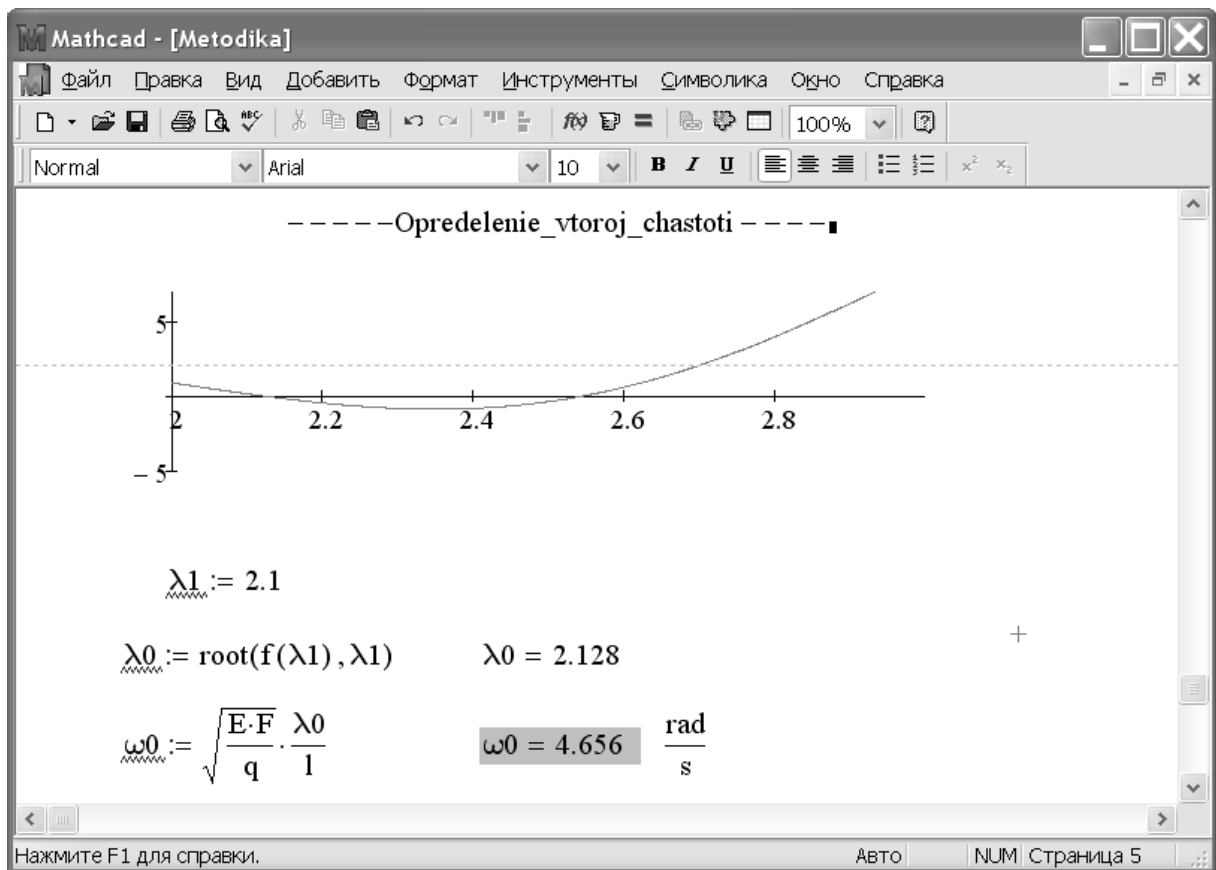


Рис. 8. Приклад визначення другої власної частоти

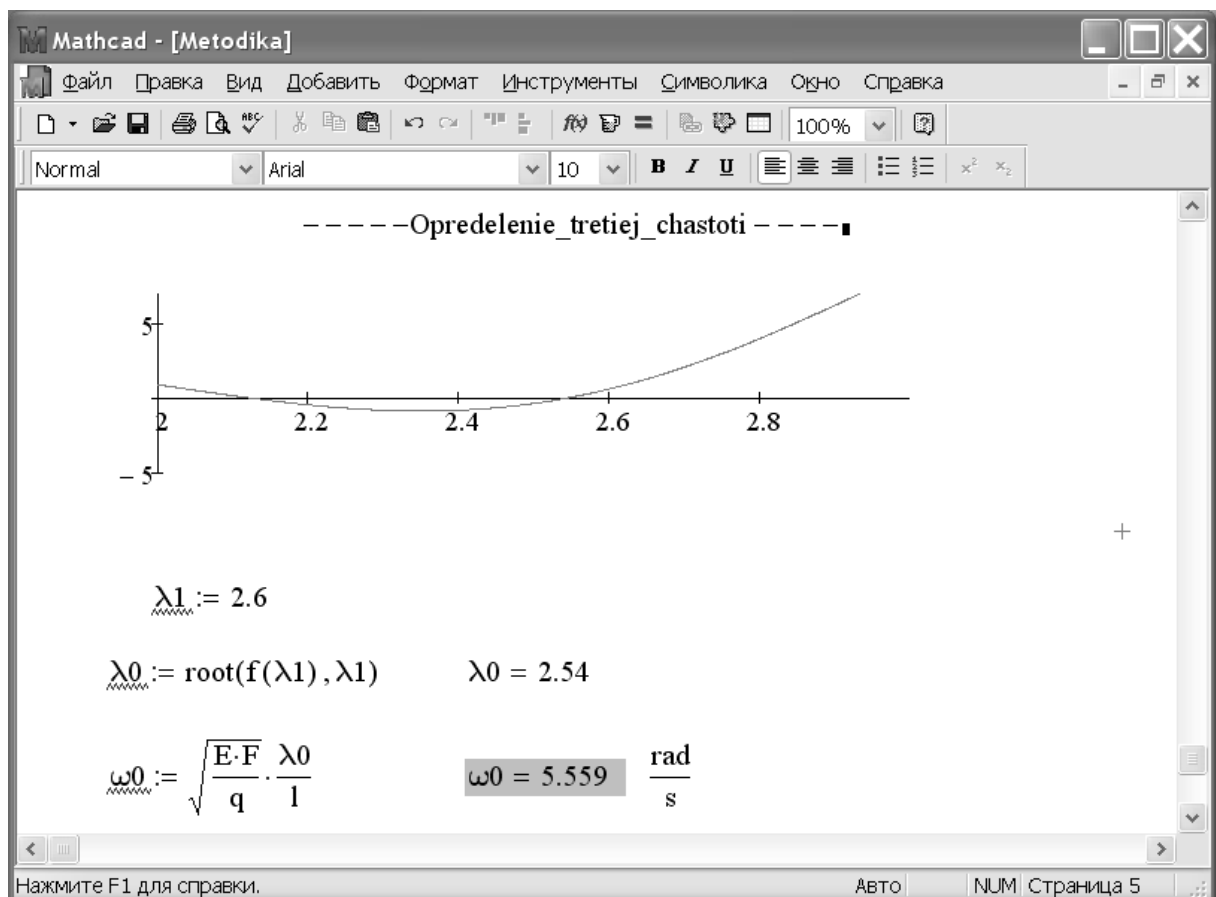


Рис. 9. Приклад визначення третьої власної частоти

У разі відсутності на екрані точок перетину кривої з віссю абсцис слід розширити діапазон відображення графіка.

За необхідності аналогічним чином можна визначити будь-яку кількість власних частот тягового контуру, однак зазвичай достатньо перших трьох частот.

Усі пункти даного підрозділу виконується для кожного значення координати вагона  $x$ , яке задається вручну на початку програми (див. рис. 3). Крок зміни координати  $x$  приймається користувачем особисто та мало впливає на кінцевий результат, однак не рекомендується приймати його значення більшим за 10 % від інтервалу ходу вагонів  $\Delta l$ .

Приклад реалізації програми VLAS\_CHAST наведено в додатку А.

Результати розрахунків власних частот зводяться в таблицю, приклад якої наведено в додатку Б.

#### 4. Побудова та аналіз частотної діаграми

За результатами розрахунків власних частот здійснюється побудова частотної діаграми тягового контуру, яка відображає графічну залежність власних частот  $\omega$  від координати першого вагона  $x$  (приклад частотної діаграми наведено в додатку В).

На діаграмі виділяються такі зони частот:

- дорезонансна – зона, обмежена віссю абсцис та кривою зміни першої власної частоти;
- перша міжрезонансна – зона, обмежена кривою зміни першої власної частоти та кривою зміни другої власної частоти;
- друга міжрезонансна – зона, обмежена кривою зміни другої власної частоти та кривою зміни третьої власної частоти.

Наближення частоти обертання приводного шківів ПҚД до меж цих зон є небажаним, оскільки може призвести до виникнення резонансних явищ, зумовлених неточностями виготовлення та монтажу елементів тягового контуру. Враховуючи залежність швидкості руху вагонів  $v$  від частоти обертання

приводного шківа  $\omega$  ( $v = \omega D/2$ , де  $D$  – діаметр приводного шківа), встановлюються обмеження швидкості для різних режимів руху.

Рух вагонів з ревізійною швидкістю відповідає роботі приводу в дорезонансній зоні, що характеризується значенням частоти обертання приводного шківа, значно меншим за першу власну частоту тягового контуру. Однак рух вагонів з номінальною швидкістю відбувається за умови роботи приводу в міжрезонансній зоні (першій або другій).

Тому, на основі аналізу частотних діаграм, використовуючи найменші значення власних частот  $\omega$  для верхньої межі відповідних зон та діаметр приводного шківа  $D$ , встановлюються додаткові обмеження швидкості руху вагонів (додаткові до нормованих Правилами).

## Приклад використання програми VLAS\_CHAST

Mathcad - [Metodika]

Файл Правка Вид Добавить Формат Инструменты Символика Окно Справка

Normal Arial 10 B I U

-----ISHODNIE\_DANNIE-----

Massa\_shkiva msh := 4000 kg

Massa\_NU mnp := 4500 kg

Interval\_hoda\_vagonov  $\Delta l := 400$  m

Koordinata\_1\_vagona x := 380 m

Dlini\_uchastkov\_tyag\_kanata

_verh_napravlenie	_nijn_napravlenie
$lv := \begin{pmatrix} x \\ \Delta l \\ \Delta l \\ \Delta l \\ \Delta l - x \end{pmatrix} \text{ m}$	$ln := \begin{pmatrix} \Delta l - x \\ \Delta l \\ \Delta l \\ \Delta l \\ x \end{pmatrix} \text{ m}$

Kol\_vo\_vagonov\_na\_odnom\_napravlenii

n := rows(ln) = 5

i := 1..n

Нажмите F1 для справки. Авто NUM Страница 2

Mathcad - [Metodika]

Файл Правка Вид Добавить Формат Инструменты Символика Окно Справка

Normal Arial 10 B I U

Massi\_vagonov

$\_verh\_napravlenie \quad mv_1 := 750 \quad kg$

$\_nijn\_napravlenie \quad mn_1 := 750 \quad kg$

Parametri\_tyang\_kanata

$E := 1.2 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \quad d := 21 \text{ mm} \quad q := 1.635 \frac{\text{H}}{\text{m}} \quad F_{\text{max}} := 167.03 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2$

-----PROGRAMNAYA\_CHAST-----

Dlina\_tyang\_kanata\_na\_odnom\_naprovli\_dvijenia

$$l_{\text{max}} := \sum_{j=1}^n lv_j = 1.6 \times 10^3$$

Massovie\_koeficienti

$$\alpha_{ni} := \frac{q \cdot l}{mn_i} \quad \alpha_n = \begin{pmatrix} 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \end{pmatrix} \quad \alpha_{vi} := \frac{q \cdot l}{mv_i} \quad \alpha_v = \begin{pmatrix} 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \\ 3.488 \end{pmatrix}$$

Нажмите F1 для справки. Авто NUM Страница 2

Mathcad - [Metodika]

Файл Правка Вид Добавить Формат Инструменты Символика Окно Справка

Normal Arial 10 B I U

$$\alpha_{sh} := \frac{q \cdot l}{msh} = 0.654 \qquad \alpha_{np} := \frac{q \cdot l}{mnp} = 0.581$$

Koordinati\_mass

$$x_{ni} := - \sum_{j=1}^i l_{nj} \quad x_n = \begin{pmatrix} -20 \\ -420 \\ -820 \\ -1.22 \times 10^3 \\ -1.6 \times 10^3 \end{pmatrix} \qquad x_{vi} := \sum_{j=1}^i l_{vj} \quad x_v = \begin{pmatrix} 380 \\ 780 \\ 1.18 \times 10^3 \\ 1.58 \times 10^3 \\ 1.6 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

+

Formirovanie\_chastotnoj\_funktsii

$$C(\lambda) := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad j \leftarrow 4 \cdot i - 3 \\ \quad Q_{j,j} \leftarrow \sin\left(\lambda \cdot \frac{xv_i}{l}\right) \\ \quad Q_{j,j+1} \leftarrow -\cos\left(\lambda \cdot \frac{xv_i}{l}\right) \\ \quad Q_{j,j+4} \leftarrow -\left(\sin\left(\lambda \cdot \frac{xv_i}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha v_i} \cdot \cos\left(\lambda \cdot \frac{xv_i}{l}\right)\right) \\ \quad Q_{j,j+5} \leftarrow \frac{\lambda}{\alpha v_i} \cdot \sin\left(\lambda \cdot \frac{xv_i}{l}\right) + \cos\left(\lambda \cdot \frac{xv_i}{l}\right) \end{array}$$

Нажмите F1 для справки. Авто NUM Страница 2

Mathcad - [Metodika]

Файл Правка Вид Добавить Формат Инструменты Символика Окно Справка

Normal Arial 10 B I U

$$Q_{j+1,j} \leftarrow \cos\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

$$Q_{j+1,j+1} \leftarrow \sin\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

$$Q_{j+1,j+4} \leftarrow -\cos\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

$$Q_{j+1,j+5} \leftarrow -\sin\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

$$Q_{j+2,j+2} \leftarrow \sin\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right) - \frac{\lambda}{\alpha n_i} \cdot \cos\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

$$Q_{j+2,j+3} \leftarrow -\left(\frac{\lambda}{\alpha n_i} \cdot \sin\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right) + \cos\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)\right)$$

$$Q_{j+2,j+6} \leftarrow -\sin\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

$$Q_{j+2,j+7} \leftarrow \cos\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

$$Q_{j+3,j+2} \leftarrow \cos\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

$$Q_{j+3,j+3} \leftarrow \sin\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

$$Q_{j+3,j+6} \leftarrow -\cos\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

$$Q_{j+3,j+7} \leftarrow -\sin\left(\lambda \cdot \frac{xv_1}{1}\right)$$

Нажмите F1 для справки. Авто NUM Страница 2

Mathcad - [Metodika]

Файл Правка Вид Добавить Формат Инструменты Символика Окно Справка

Normal Arial 10 B I U

$$Q_{4 \cdot n+1,1} \leftarrow \frac{\lambda}{\alpha_{sh}}$$

$$Q_{4 \cdot n+1,2} \leftarrow 1$$

$$Q_{4 \cdot n+1,4} \leftarrow -1$$

$$Q_{4 \cdot n+2,1} \leftarrow 1$$

$$Q_{4 \cdot n+2,3} \leftarrow -1$$

$$Q_{4 \cdot n+3,4 \cdot n+1} \leftarrow \sin(\lambda)$$

$$Q_{4 \cdot n+3,4 \cdot n+2} \leftarrow -\cos(\lambda)$$

$$Q_{4 \cdot n+3,4 \cdot n+3} \leftarrow \sin(\lambda) + \frac{\lambda}{\alpha_{np}} \cdot \cos(\lambda)$$

$$Q_{4 \cdot n+3,4 \cdot n+4} \leftarrow -\left( \frac{\lambda}{\alpha_{np}} \cdot \sin(\lambda) - \cos(\lambda) \right)$$

$$Q_{4 \cdot n+4,4 \cdot n+1} \leftarrow \cos(\lambda)$$

$$Q_{4 \cdot n+4,4 \cdot n+2} \leftarrow \sin(\lambda)$$


---

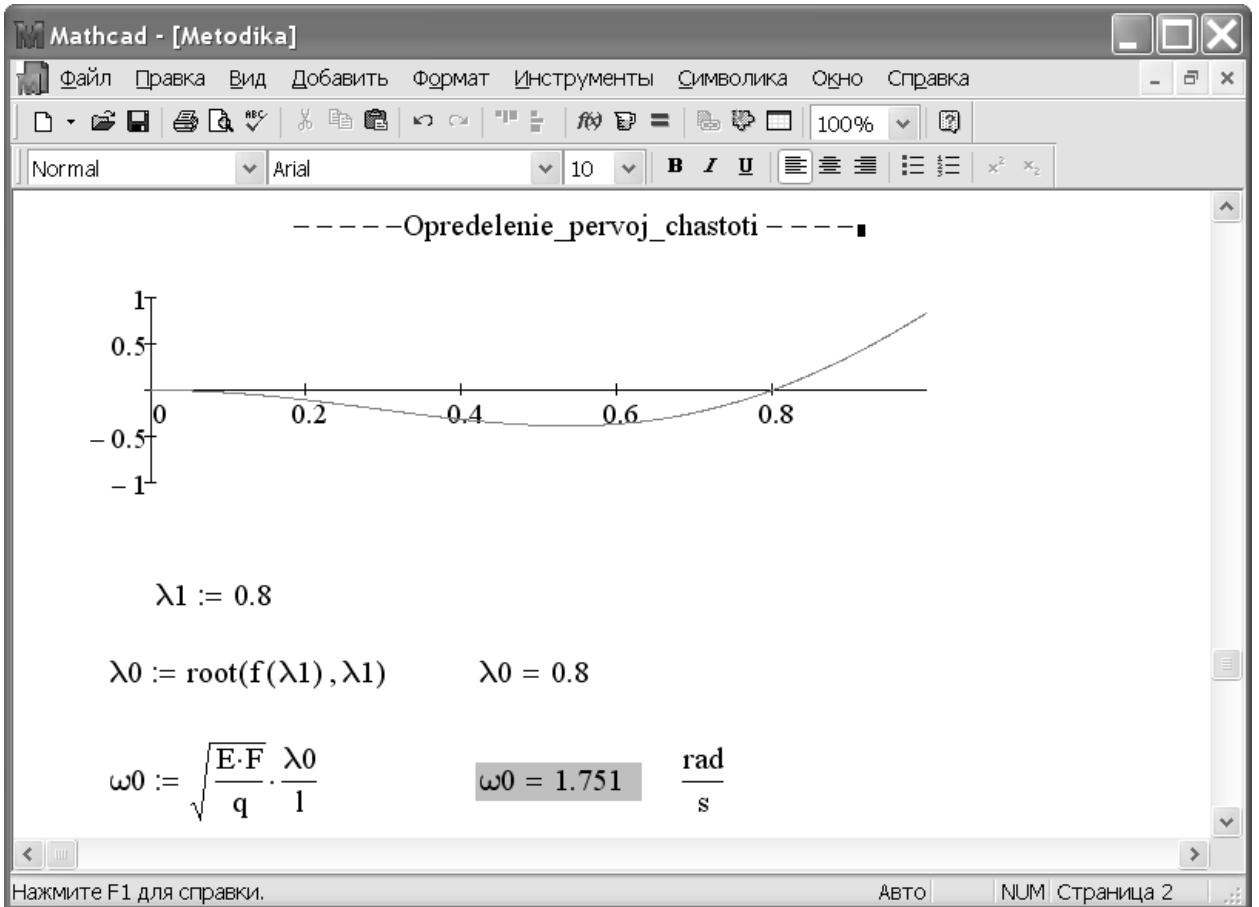
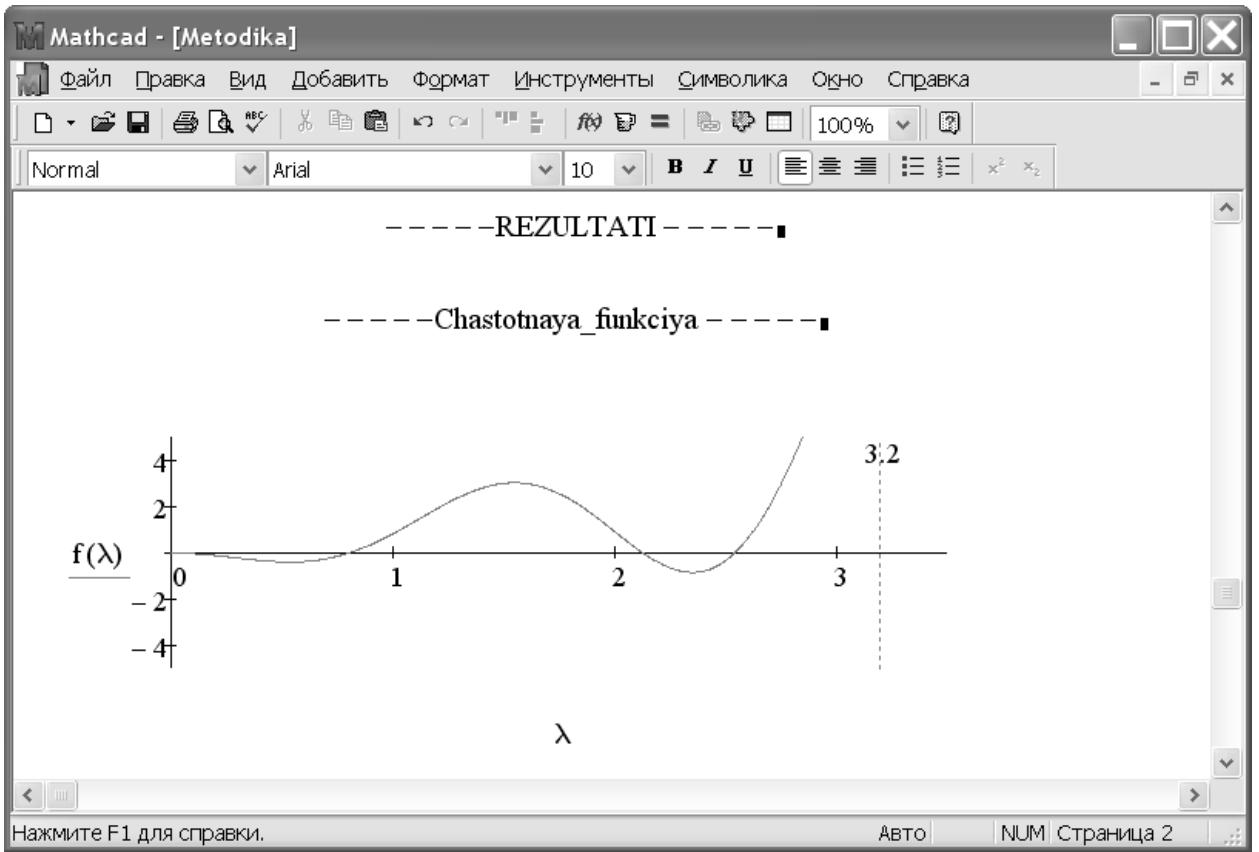

$$Q_{4 \cdot n+4,4 \cdot n+3} \leftarrow \cos(\lambda)$$

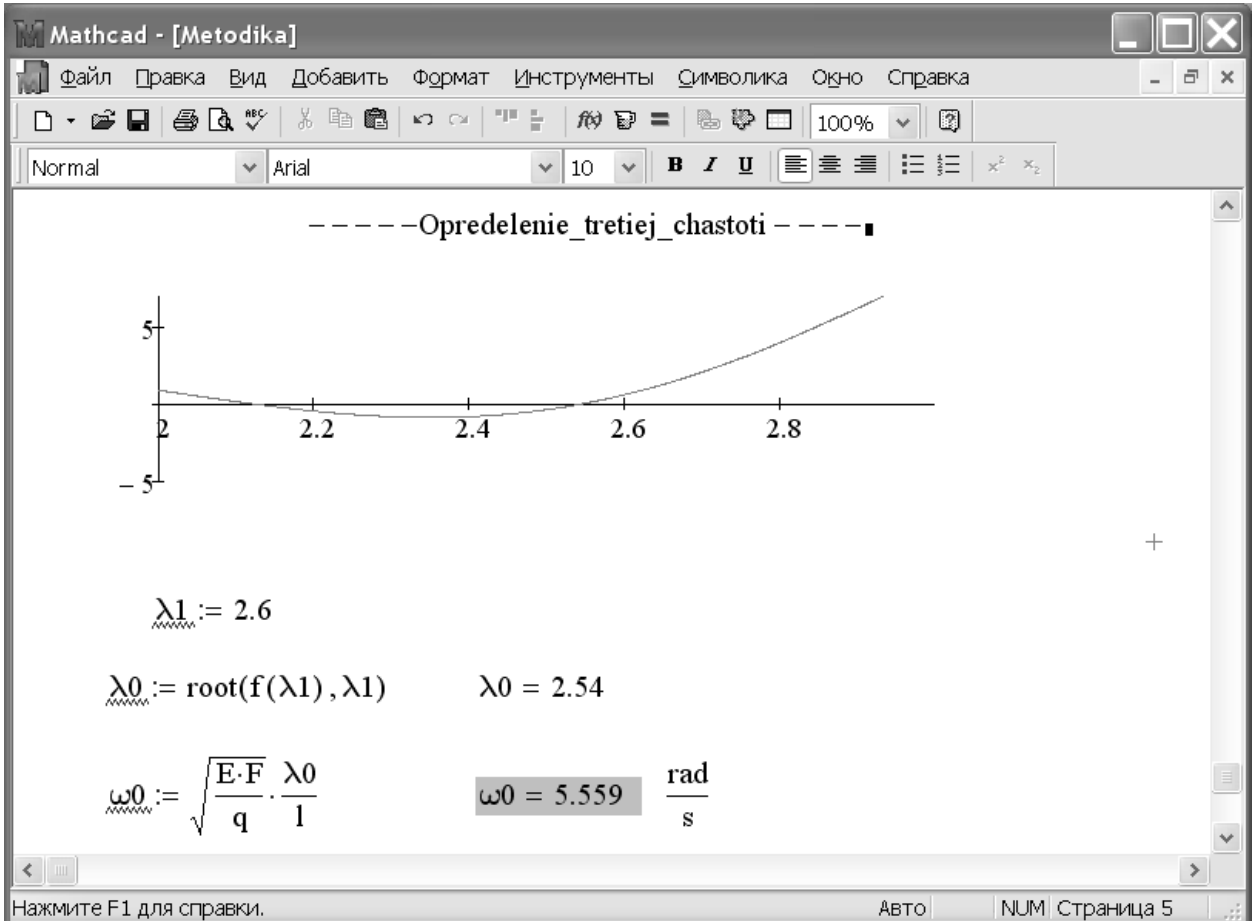
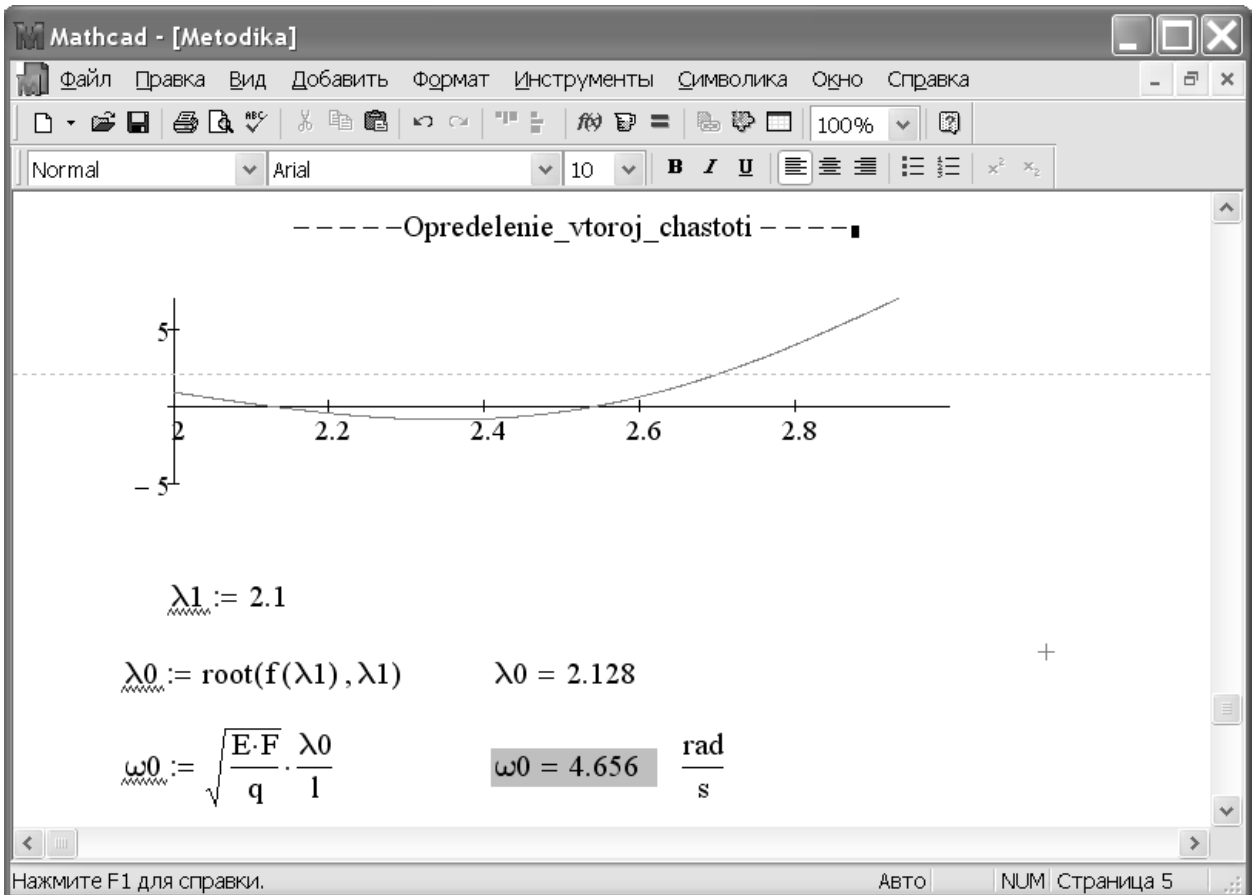
$$Q_{4 \cdot n+4,4 \cdot n+4} \leftarrow -\sin(\lambda)$$

return Q

$$f(\lambda) := |C(\lambda)|$$

Нажмите F1 для справки. Авто NUM Страница 2



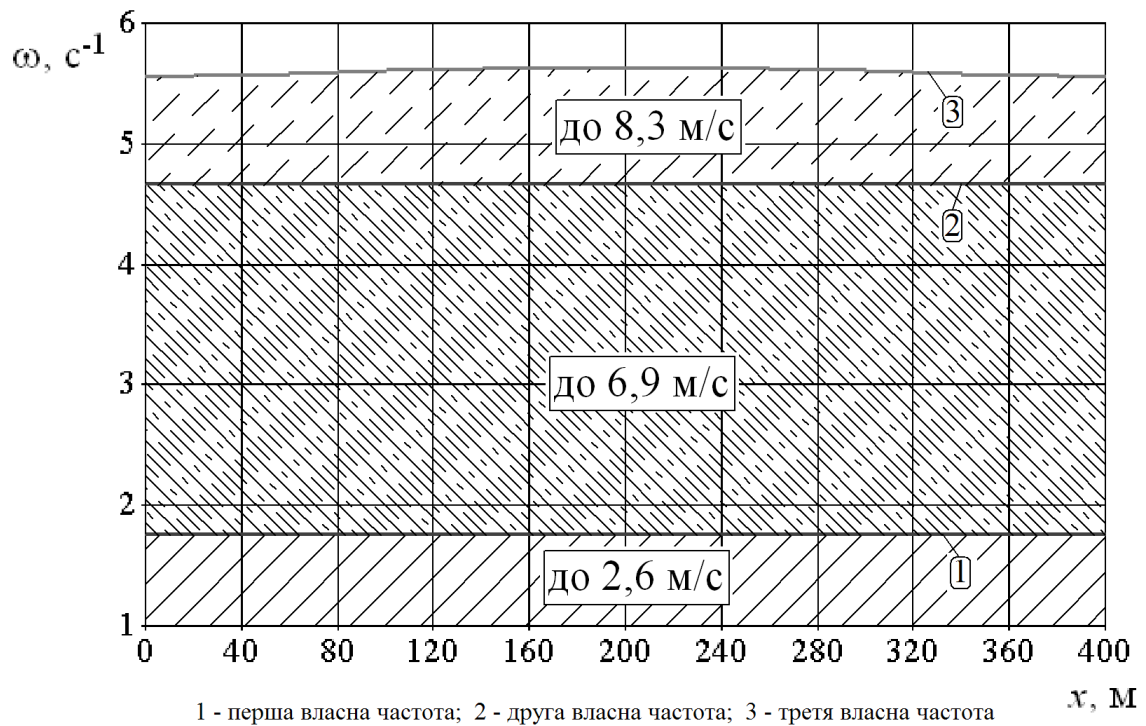





**Приклад таблиці значень власних частот тягового контуру ПКД**

Координата $x$	Значення власної частоти		
	першої	другої	третьої
0	1,750	4,656	5,546
20	1,751	4,656	5,559
40	1,752	4,656	5,571
60	1,753	4,656	5,583
80	1,753	4,656	5,593
100	1,754	4,656	5,603
120	1,754	4,656	5,610
140	1,754	4,656	5,616
160	1,755	4,656	5,621
180	1,755	4,656	5,624
200	1,755	4,656	5,624
220	1,755	4,656	5,624
240	1,755	4,656	5,621
260	1,754	4,656	5,616
280	1,754	4,656	5,610
300	1,754	4,656	5,603
320	1,753	4,656	5,593
340	1,753	4,656	5,583
360	1,752	4,656	5,571
380	1,751	4,656	5,559
400	1,750	4,656	5,546

Примітка: значення власних частот отримані розрахунком при вихідних даних за дод. А.

### Приклад частотної діаграми тягового контуру ПКД



 - дорезонансна зона   
  - I міжрезонансна зона   
  - II міжрезонансна зона

Примітки: 1. Частотна діаграма побудована за значеннями власних частот, наведеними в дод. Б.

2. Обмеження швидкості руху вагонів встановлені за умови діаметра приводного шківів  $D = 3$  м.

ЗАТВЕРДЖЕНО

Головний інженер

ТОВ ПКП «СПМ»



В.С. Божок

2 2015 р.

## ДОВІДКА

про використання результатів дисертаційної роботи

Куруп'ятника Олексія Сергійовича

Наукові результати, отримані в дисертаційній роботі Куруп'ятника О. С., у вигляді Методики визначення раціональних значень швидкості руху транспортних засобів підвісної канатної дороги та Програми для визначення власних частот приводу підвісної канатної дороги прийняті до використання при проектуванні підвісних канатних доріг. Особливістю Методики є врахування динаміки приводу, що дозволяє більш точно призначати швидкісні режими руху транспортних засобів.

Начальник відділу

канатних доріг

Є. О. Новіков

## ЗАТВЕРДЖУЮ

Перший проректор Дніпропетровського  
національного університету залізничного  
транспорту і меліакадеміка В. Лазаряна,  
д. т. н., професор

Б. С. Боднар

## АКТ

про використання результатів кандидатської дисертаційної роботи  
Куроп'ятника Олексія Сергійовича  
«Формування зовнішніх навантажень на приводи підвісних канатних доріг  
з урахуванням впливу несуче-тягових систем»

м. Дніпропетровськ

« 21 » 12 20 15 р.

Цей акт складений про те, що у навчальному процесі, який ведеться в університеті, прийняті до використання наукові та практичні результати, викладені в дисертації Куроп'ятника О. С.:

1. Моделі та методики для виконання частотного аналізу приводів транспортних засобів з гнучким тяговим органом (дисципліна «Динаміка машинного агрегату» для студентів V курсу спеціальності «Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини і обладнання»).
2. Математичні залежності для виконання тягового розрахунку транспортних засобів з гнучким тяговим органом (дисципліна «Машини безперервного транспорту» для студентів IV курсу, які навчаються за напрямом підготовки «Машинобудування»).

Проректор з навчальної роботи

к. т. н., доцент

О. О. Матусевич

Завідувач кафедри

прикладної механіки

д. т. н., професор

С. В. Ракша