МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Український державний університет науки і технологій

Кафедра «Управління та експлуатація рухомого складу»

В авторській редакції

НАДІЙНІСТЬ ТА ТЕХНІЧНА ДІАГНОСТИКА

Навчально-методичні рекомендації
до практичних занять

Електронне видання

ДНІПРО
2026

УДК 629.42–192(076.5)
Н 17

Упорядники:
Д. В. Бобирь, О. Б. Очкасов

Електронне видання

Схвалено Групою забезпечення якості освітньої програми
273.1.06 «Локомотиви та локомотивне господарство»

Протокол № 1 від 29.08.2025

Н 17 Бобирь Д. В. Надійність та технічна діагностика : навчально-методичні ре-комендації до практичних занять / упоряд. : Д. В. Бобирь, О. Б. Очкасов; Укр. держ. ун-т науки і технологій. - Електрон. вид.- Дніпро : УДУНТ, 2026.- 38 с.

Навчально-методичні рекомендації призначені для використання студентами спеціальності J7 «Залізничний транспорт» ОПП «Локомотиви та локомотивне господарство» під час практичних занять.

Навчально-методичні рекомендації містять основні теоретичні положення для засвоєння матеріалу та методики розв’язання задач.

Зміст

ВСТУП 4
1. ПЕРВИННИЙ АНАЛІЗ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ ПРО НАДІЙНІСТЬ. ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТА ЗАКОНУ РОЗПОДІЛУ НАРОБІТОК ТЯГОВИХ ЕЛЕКТРОДВИГУНІВ (ТЕД) ДО ВІДМОВИ 4
2. ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ЗА СТАТИСТИЧНИМИ
ДАНИМИ ПРО ВІДМОВИ ОБ’ЄКТІВ 9
3. АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ 13
4. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРА ПОТОКУ ВІДМОВ ТА ЯКОСТІ ВІДНОВЛЕННЯ 18
5. РОЗРАХУНОК СТРУКТУРНОЇ НАДІЙНОСТІ. 22
6. СТАТИСТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕХНІЧНИХ СТАНІВ ЗА МЕТОДОМ БАЙЄСА. 27
7. ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО СПОЛУЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ У СИСТЕМІ 29
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК 32
ДОДАТОК А 32

Вступ

Навчальна дисципліна «Надійність та технічна діагностика» є однією з фундаментальних професійно орієнтованих дисциплін освітньо-професійної програми «Локомотиви та локомотивне господарство», спрямованої на підготовку фахівців у галузі залізничного транспорту. Її вивчення формує у здобувачів вищої освіти системне уявлення про закономірності виникнення відмов, процеси зниження працездатності технічних об’єктів, методи оцінювання показників надійності та сучасні підходи до технічного діагностування рухомого складу.

Зміст дисципліни безпосередньо пов’язаний із професійною діяльністю майбутніх інженерів-локомотивників, оскільки питання надійності та технічної діагностики визначають рівень безпеки руху поїздів, експлуатаційну готовність локомотивів, ефективність технічного обслуговування і ремонту, а також економічні показники роботи локомотивного господарства. Оволодіння методами аналізу надійності та засобами діагностування є необхідною умовою прийняття обґрунтованих інженерних рішень у процесі експлуатації, технічного обслуговування та відновлення рухомого складу.

Практичні заняття з дисципліни відіграють ключову роль у формуванні професійних компетентностей, оскільки забезпечують застосування теоретичних положень до розв’язання інженерних задач, пов’язаних з оцінюванням показників безвідмовності, довговічності, ремонтопридатності, аналізом статистичних даних про відмови, а також використанням методів і засобів технічної діагностики елементів локомотивів.

Метою цих навчально-методичних рекомендацій є методичне забезпечення практичних занять з дисципліни «Надійність та технічна діагностика», надання здобувачам вищої освіти чітких орієнтирів щодо змісту, порядку виконання та оформлення практичних робіт, а також сприяння формуванню навичок самостійного аналізу технічного стану рухомого складу й обґрунтування інженерних рішень з позицій надійності та діагностування.

Навчально-методичні рекомендації розроблено відповідно до вимог освітньо-професійної програми «Локомотиви та локомотивне господарство» та спрямовано на підвищення практичної складової підготовки майбутніх фахівців залізничного транспорту.

1. ПЕРВИННИЙ АНАЛІЗ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ ПРО НАДІЙНІСТЬ. ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТА ЗАКОНУ РОЗПОДІЛУ НАРОБІТОК ТЯГОВИХ ЕЛЕКТРОДВИГУНІВ (ТЕД) ДО ВІДМОВИ

Задача

Вихідні дані: наробіток до відмови ТЕД l_i, тис км, – наведено в табл. А.2 дод. А. На основі цих значень необхідно:

– визначити основні характеристики: діапазон зміни напрацювань, середнє наробіток до першої відмови (математичне сподівання наробіток до першої відмови), середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації;

– подати графічно розподіл напрацювань у вигляді гістограми, щільності імовірності розподілу напрацювань та кумулятивної кривої варіаційного ряду;

– перевірити гіпотезу нормального закону розподілу наробіток ТЕД до відмови.

Теоретичні відомості

Найбільш об'єктивні відомості про надійність виробів можна одержати на основі використання статистичних даних про відмови, отримані в процесі експлуатації. Без інформації про відмови, що міститься в первинній документації, неможливо визначити показники надійності, виявити недоліки конструкції, ступінь впливу на надійність умов експлуатації і на підставі цих даних вжити заходи щодо підвищення надійності об'єкта. Але в первинній документації містяться невпорядковані дані, за якими важко простежити будь-яку закономірність [1]. Тому обробка первинних даних починається з ранжирування значень напрацювань шляхом складання табл. 1.1, 1.2.

На початковому етапі серед значень напрацювань маємо найменші $l_{\min}$ і найбільші $l_{\max}$ їх величини. Наступний крок – упорядковування напрацювань за величиною, що виконується за формою табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Упорядкування значень напрацювань

Значення величини	Штрихове позначення кількості значень	Абсолютна частота n_i

Табл. 1.1 заповнюється заповнюється наступним чином:

– з табл. А.2 дод. А за варіантом, номер якого відповідає останній цифрі навчального шифру студента, відшукується найменше значення наробіток і його величина заноситься в стовпчик 1, у стовпчик 2 ставиться знак «/»;

– перевіряється весь стовпчик табл. А.2 відповідного варіанта, якщо значення повторюється, то ставиться наступний знак «/»;

– береться наступне за величиною значення наробіток і дії повторюються аналогічно, поки не будуть перебрані всі значення, наведені у стовпчику;

– виконується перевірка кількості значень за виразом $\sum n_i = N$, де N – загальна кількість значень напрацювань.

Наступним кроком є об'єднання близьких значень. Для цього необхідно встановити розмах вимірювань (діапазон зміни значень напрацювань), кількість інтервалів та їх величину.

Діапазон зміни значень напрацювань, у середині якого спостерігалися відмови, визначається як $R = l_{\max} - l_{\min}$.

Для розрахунку оптимальної **величини інтервалу** Δl, тис. км, при достатньому обсязі сукупності може бути рекомендована формула:

$$\Delta l = \frac{R}{1 + 3{,}322 \cdot \lg N}. \tag{1.1}$$

Отримане значення Δl для зручності обчислень бажано округлити до найближчого цілого числа. Тоді **кількість інтервалів** можна визначити за таким співвідношенням:

$$k = \frac{R}{\Delta l}. \tag{1.2}$$

Величина інтервалу округлюється в більшу сторону до цілого значення.

Після цього виконується об’єднання за інтервалами за формою табл. 1.2:

– до стовпчика 1 заносяться межі інтервалів;

– до стовпчика 2 – середні значення напрацювань в i-му інтервалі

$$\bar{l}_i = \frac{l_{\text{поч.}i} + l_{\text{кін.}i}}{2}, \tag{1.3}$$

де $l_{\text{поч.}i}$ – початкова величина наробіток в i-му інтервалі, тис. км;

$l_{\text{кін.}i}$ – кінцева величина наробіток в i-му інтервалі, тис. км;

Таблиця 1.2

Визначення параметрів розподілу по інтервалах

Межі інтервалу	Середнє значення наробіток в інтервалі $\bar{l}_i$, тис. км	Абсолютна частота (вага) n_i	Відносна частота (частість) m_i	Відносна накопичена частота m_i'	Густина імовірності настання відмови $\bar{f}(l_i)$

– абсолютна частота (вага) відмов у i-му інтервалі n_i (стовпчик 3) буде дорівнювати сумі кількості штрихів у відповідних інтервалах у табл. 1.1;

– відносна частота (частість) відмов m_i (стовпчик 4) обчислюється за формулою:

$$m_i = \frac{n_i}{N}; \tag{1.4}$$

– відносна накопичена частота m_i' (стовпчик 5) утворюється шляхом додавання попереднього значення відносної накопиченої частоти до поточного значення відносної частоти

$$m_i' = m_{i-1}' + m_i; \tag{1.5}$$

– густина імовірності настання відмови (оцінка щільності розподілу наробіток до відмови) $\bar{f}(l_i)$ (стовпчик 6)

$$\overline{f}\left(l_i\right)=\frac{n_i}{\Delta l\cdot N}. \tag{1.6}$$

Середнє наробіток до першої відмови (математичне сподівання наробіток до першої відмови) визначається за формулою

$$\overline{l}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}n_i\cdot\overline{l_i}. \tag{1.7}$$

Середнє квадратичне відхилення

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(\overline{l_i}-\overline{l}\right)^2\cdot n_i}{N}}. \tag{1.8}$$

Коефіцієнт варіації

$$\nu=\frac{\sigma}{\overline{l}}. \tag{1.9}$$

За результатами розрахунків побудувати гістограму, густина імовірності розподілу напрацювань та кумулятивну криву. Для побудови гістограми розподілу по осі абсцис відкладаються межі інтервалів, а по осі ординат – відповідні частоти n_i. Для кожного інтервалу будується прямокутник шириною Δl та висотою n_i і з'єднуються середини інтервалів. Густина імовірності розподілу напрацювань $\overline{f}\left(l_i\right)$ будується на спільній з гістограмою осі абсцис, а масштаб осі ординат підбирається так, щоб висота *i*-го прямокутника гістограми n_i збігалася зі значенням $\overline{f}\left(l_i\right)$. Кумулятивна крива будується аналогічно, тільки по осі ординат відкладаються значення накопиченої частоти m_i'. На обох рисунках позначаються та вказуються значення $\overline{l_i}$.

Процедура перевірки статистичних даних на відповідність нормальному закону розподілу виконується в такій послідовності [2]:

– складається таблиця за формою табл. 1.3 розподілу вибіркових значень параметра процесу, що досліджується;

Таблиця 1.3

Розподіл вибіркових значень параметра процесу, що досліджується

$l_{\text{поч.}i}-l_{\text{кін.}i}$, 10^3 км	n_i	$u_{\text{поч.}i}-u_{\text{кін.}i}$	$\Phi\left(u_{\text{поч.}i}\right)-\Phi\left(u_{\text{кін.}i}\right)$	p_i	$p_i\,N$	$\frac{\left(n_i-p_i\,N\right)^2}{p_i\,N}$
⋮						
	$\sum=$			$\sum=$	$\sum=$	$\sum=$

– розраховується квантиль нормованого відхилення для обох меж кожного інтервалу $u_{поч.i}$ та $u_{кін.i}$ за формулами:

$$u_{поч.i} = \frac{l_{поч.i} - \overline{l}}{\sigma}, \tag{1.10}$$

$$u_{кін.i} = \frac{l_{кін.i} - \overline{l}}{\sigma};$$

– за величинами $u_{поч.i}$ та $u_{кін.i}$ за табл. А.3 визначаються величини функції Лапласа для обох меж кожного інтервалу $\Phi\left(u_{поч.i}\right)$ та $\Phi\left(u_{кін.i}\right)$;

– визначається теоретична імовірність попадання наробіток в i-й інтервал p_i як різниця між $\Phi\left(u_{кін.i}\right)$ та $\Phi\left(u_{поч.i}\right)$;

– розраховується теоретична частота попадання в i-й інтервал як добуток N та p_i;

– визначається величина «хі-квадрат» за формулою:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(n_i - p_i N\right)^2}{p_i N}\ ; \tag{1.11}$$

– накладаються значення імовірностей теоретичного нормального розподілу p_i на раніш побудовану гістограму емпіричних частот;

– перевіряється гіпотеза про відповідність емпіричного розподілу нормальному закону за критеріями узгодження К. Пірсона та В. І. Романовського.

За критерієм К. Пірсона, гіпотеза про нормальний закон розподілу не спростовується та розбіжності між теоретичними й емпіричними частотами пояснюються впливом випадкових обставин при виконанні нерівності:

$$\chi^2 \le \chi_{т}^2, \tag{1.12}$$

де $\chi_{т}^2$ – критичне значення величини «хі-квадрат», яке визначається за табл. А.1 та залежить від рівня значущості (довірчої імовірності) α, числа степенів вільності r.

Величина довірчої імовірності α задається викладачем, а число степенів вільності визначається як

$$r = k - 3. \tag{1.13}$$

За критерієм В. І. Романовського визначається величина

$$R = \frac{\chi^2 - r}{\sqrt{2r}}. \tag{1.14}$$

Гіпотеза про нормальний закон розподілу випадкової величини не спростовується, якщо $R < 3$.

Запитання для самоконтролю

1. Для чого використовується первинна статистична інформація про відмови ТЕД під час аналізу їх надійності?
2. Які основні показники надійності необхідно визначити після отримання масиву даних про наробіток до першої відмови?
3. У чому полягає мета ранжування (упорядкування) вихідних статистичних значень?
4. Як визначається розмах вимірювань (діапазон зміни напрацювань) та яка формула застосовується?
5. За якою формулою обчислюється рекомендована величина інтервалу Δl для побудови розподілу?
6. Як визначити кількість інтервалів розподілу та як округлювати величину інтервалу?
7. Що означають абсолютна та відносна частота в таблиці інтервального розподілу?
8. Яка формула використовується для обчислення математичного сподівання наробіток до відмови ТЕД?
9. За якою умовою гіпотеза про нормальний розподіл наробіток не спростовується за критерієм Пірсона?
10. Яке значення показника R за критерієм Романовського свідчить про те, що відхилення емпіричного розподілу від нормального не є суттєвим?

2. ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ЗА СТАТИСТИЧНИМИ ДАНИМИ ПРО ВІДМОВИ ОБ'ЄКТІВ

Теоретичні відомості

Імовірність безвідмовної роботи за статистичними даними про відмови оцінюється за формулою:

$$P^c(t) = \frac{N - n(t)}{N}, \tag{2.1}$$

де $n(t)$ – кількість об'єктів, що відмовили за час t;
N – кількість об'єктів, поставлених на випробування.

Імовірність відмови розраховується за формулою:

$$Q^c(t) = \frac{n(t)}{N}. \tag{2.2}$$

Частота відмов за статистичними даними визначається за виразом:

$$f^c(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t}, \tag{2.3}$$

де $\Delta n(t)$ – кількість об'єктів, що відмовили протягом часу Δt.

Інтенсивність відмов за статистичними даними про відмови визначається за формулою:

$$\lambda^c(t) = \frac{\Delta n(t)}{N_{\text{сер}}(t) \cdot \Delta t}, \tag{2.4}$$

де $N_{\text{сер}}(t)$ – кількість працездатних об'єктів у середині інтервалу часу Δt.

Середній час безвідмовної роботи об'єкта (за умови відмови всіх N об'єктів) за статистичними даними оцінюється виразом:

$$T_{\text{сер}}^c = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i, \tag{2.5}$$

де t_i – час безвідмовної роботи i-го об'єкта.

Для визначення $T_{\text{сер}}^c$ за формулою (2.5) необхідно знати моменти виходу з ладу всіх N об'єктів. Якщо час безвідмовної роботи угруповано поінтервально, то $T_{\text{сер}}^c$ визначається за формулою:

– при відмові всіх N об'єктів

$$T_{\text{сер}}^c = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} n_i \cdot t_{\text{сер}i}; \tag{2.6}$$

– при відмові r об'єктів ($r < N$)

$$T_{\text{сер}}^c = \frac{1}{r}\left[\sum_{i=1}^{m} n_i \cdot t_{\text{сер}\,i} + (N - r) \cdot t_{\text{кін}\,m}\right], \tag{2.7}$$

де n_i – кількість об'єктів, що відмовили в i-му інтервалі наробітку;
$t_{\text{сер}i}$ – середнє наробіток об'єктів в i-му інтервалі;
m – кількість інтервалів угруповання;
r – загальна кількість зафіксованих відмов;
$t_{\text{кін}\,m}$ – наробіток до r-ї (останньої відмови), що дорівнює загальному часу дослідження;

$$t_{\text{сер}i} = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}, \tag{2.8}$$

де t_{i-1} – наробіток на початку i-го інтервалу;

t_i – наробіток наприкінці i-го інтервалу.

Умовна імовірність безвідмовної роботи об'єкта в заданому інтервалі часу (наробітку, пробігу) визначається за формулою:

$$P^c(t_1, t_2) = \frac{N(t_2)}{N(t_1)}, \tag{2.9}$$

де $N(t_1)$, $N(t_2)$ – кількість об'єктів, працездатних відповідно в моменти часу t_1 і t_2.

Задачі

Задача 2.1. На випробування поставлено 1000 однотипних об’єктів. За 3000 год відмовило 80 об’єктів. Визначити ймовірність безвідмовної роботи, імовірність відмов при $t = 3000$ год.

Задача 2.2. На випробування поставлено 1000 однотипних об’єктів. За перші 3000 год відмовило 80 об’єктів, а за інтервал часу 3000…4000 год відмовило ще 50 об’єктів. Визначити статистичну оцінку частоти та інтенсивності відмов об’єктів у проміжку часу 3000…4000 год.

Задача 2.3. На випробування поставлено 400 виробів. За час 3000 год відмовило 200 виробів, після цього за інтервал часу 100 год, відмовило ще 100 виробів. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи та частоту відмов за інтервал часу 0…3000, 3000…3100 год.

Задача 2.4. На випробування поставлено 6 однотипних виробів. Отримано такі значення часу безвідмовної роботи: t_1=280 год, t_2= 350 год, t_3= 400 год, t_4= 320 год, t_5= 380 год, t_6= 330 год. Визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи об’єкта.

Задача 2.5. У результаті спостереження за 50 об’єктами отримані наробіток до першої відмови всіх 50 об’єктів, що зведені в табл. 2.1. Потрібно визначити середнє наробіток.

Задача 2.6. На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 год відмовило 50 виробів. За інтервал часу 4000…4100 год відмовило ще 20 виробів. Необхідно визначити частоту та інтенсивність відмов для інтервалів часу 0…4000 год, 4000…4100 год.

Таблиця 2.1

Вихідні дані до задачі 2.6

t_i, год	n_i	t_i, год	n_i	t_i, год	n_i
1	2	3	4	5	6
0...5	1	30...35	4	60...65	3
5...10	5	35...40	3	65...70	3
10...15	8	40...45	0	70...75	3
15...20	2	45...50	1	75...80	1
20...25	5	50...55	0	80...85	2

Закінчення табл. 2.1

1	2	3	4	5	6
25...30	6	55...60	0	85...90	3

Задача 2.7. На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 год відмовило 50 виробів. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи та імовірність відмови для наробіток 4000 год.

Задача 2.8. Протягом пробігу 1000 км з десяти локомотивів відмовило два. За інтервал пробігу 1000…1100 км відмовив ще один. Необхідно визначити частоту відмов, інтенсивність відмов для інтервалу пробігу 0…1000 км, 1000…1100 км.

Задача 2.9. На випробування поставлено 1000 однотипних об’єктів. За перші 3000 год відмовило 80 об’єктів. За інтервал часу 3000…4000 год відмовило ще 50 об’єктів. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи та імовірність відмови для наробіток 4000 год.

Задача 2.10. На випробування поставлено 1000 однотипних об’єктів. За 3000 год відмовило 100 об’єктів. За інтервал часу 3000…4000 год відмовило ще 150 об’єктів. Необхідно визначити умовну імовірність безвідмовної роботи за наробіток 3000…4000 год.

Запитання та завдання для самоконтролю

1. Записати формулу для ймовірності безвідмовної роботи $P(t)$ та пояснити всі її параметри.

2. Чим відрізняється $P(t)$ від $Q(t)$? Які висновки можна зробити, якщо $P(t) \to 1$?

3. Як визначається частота відмов $f(t)$? Які величини входять до формули?

4. Що показує інтенсивність відмов $\lambda(t)$ і чим вона відрізняється від частоти відмов?

5. За якої умови для визначення $T_{сер}$ використовується формула (2.5), а коли – (2.6)/(2.7)?

6. Відомо: $N = 1000$, за $t = 3000$ год відмовило 80 об’єктів. Завдання: обчислити $P(t)$ та $Q(t)$.

7. Відомо: $N = 400$, за 3000 год відмовило 200, за наступні 3000–3100 год ще 100. Завдання: визначити частоту відмов $f(t)$ для обох інтервалів.

8. На випробуванні шість виробів. Наробіток до відмови: 280, 350, 400, 320, 380, 330 год. Завдання: визначити $T_{сер}$. Пояснити, чи вплине збільшення вибірки на точність оцінки.

9. Є інтервальне групування (табл. 2.1) зі значеннями n_i та t_i. Завдання: описати алгоритм обчислення середнього наробіток $T_{сер}$ за формулою (2.6) та виконати підстановку у вигляді проміжного виразу (без фінального числового результату).

10. Відомо: $N = 1000$. За перші 3000 год відмовило 80 об’єктів, за 3000–4000 год – ще 50. Виконати: визначити $P(4000)$ та $Q(4000)$; знайти умовну ймовірність безвідмовної роботи $P(3000–4000)$; зробити висновок, чи стали відмови частішими на другому інтервалі, та чому.

3. АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ

Теоретичні відомості

До кількісних характеристик надійності технічних об’єктів належать такі:

– імовірність безвідмовної роботи за наробіток (час роботи або пробігу) t

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t)\,dt\right) = 1 - \int_0^t f(t)\,dt; \tag{3.1}$$

– імовірність відмови за наробіток (час роботи або пробігу) t

$$Q(t) = 1 - P(t); \tag{3.2}$$

– частота відмов

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}; \tag{3.3}$$

– інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}; \tag{3.4}$$

– середній час безвідмовної роботи

$$T_{\text{сер}} = \int_0^\infty P(t)\,dt. \tag{3.5}$$

Для **експонентного закону розподілу** наробіток до відмови, характерного для раптових відмов елементів і систем, а також для всіх технічних об’єктів у період їх нормальної експлуатації, формули (3.1–3.5) матимуть такий вигляд:

$$P(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}, \tag{3.6}$$

$$Q(t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}, \tag{3.7}$$

$$f(t) = \lambda \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}, \tag{3.8}$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}}{\mathrm{e}^{-\lambda t}} = \lambda = \text{const}, \tag{3.9}$$

$$T_{\text{сер}} = \frac{1}{\lambda} = \text{const}. \tag{3.10}$$

Для **нормального закону розподілу** (Гаусса), модель якого добре описує виникання відмов у елементах конструкції рухомого складу (РС) в процесі їх зношування, втоми та корозії деталей, що працюють у номінальних режимах навантаження, формули (3.1–3.5) матимуть вигляд:

$$P(t) = 0,5 - \varPhi(u), \tag{3.11}$$

де u – квантиль нормованого нормального розподілу;

$$u = \frac{t - m_t}{\sigma_t}, \tag{3.12}$$

m_t – математичне сподівання часу безвідмовної роботи t;

σ_t – середнє квадратичне відхилення часу безвідмовної роботи t;

$$Q(t) = 0,5 + \varPhi(u), \tag{3.13}$$

$$f(t) = \frac{\varphi(u)}{\sigma_t}, \tag{3.14}$$

де $\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$ – густина імовірності нормованого нормального розподілу. Значення $\varphi(u)$ наведені в табл. А.4.

$$\lambda(t) = \frac{\varphi(u)}{\sigma_t \cdot P(t)}, \tag{3.15}$$

$$T_{\text{сер}} = m_t. \tag{3.16}$$

Для **логарифмічно-нормального розподілу**, що найчастіше використовується під час аналізу поступових відмов [2], які виникли в результаті порушення міцності та зниження втомної довговічності під впливом змінних навантажень та вібрації, показники надійності розраховуються за формулами:

$$P(t) = 0,5 - \varPhi\left(\frac{\ln(t) - \ln(m_t)}{\sigma_{\ln(t)}}\right), \tag{3.17}$$

$$Q(t) = 0,5 + \varPhi\left(\frac{\ln(t) - \ln(m_t)}{\sigma_{\ln(t)}}\right), \tag{3.18}$$

$$f(t)=\frac{\varphi\left(\frac{\ln(t)-\ln(m_t)}{\sigma_{\ln(t)}}\right)}{t\cdot\sigma_{\ln(t)}},\qquad(3.19)$$

$$\lambda(t)=\frac{\varphi\left(\frac{\ln(t)-\ln(m_t)}{\sigma_{\ln(t)}}\right)}{t\cdot\sigma_{\ln(t)}\cdot P(t)},\qquad(3.20)$$

де $\sigma_{\ln(t)}$ – середнє квадратичне відхилення логарифма часу безвідмовної роботи t.

При **розподілі Вейбула–Гнеденка**, який найчастіше використовується як математична модель відмов систем, що складаються з ряду елементів, з’єднаних послідовно з позиції забезпечення безвідмовності системи, розподілу величини коефіцієнта технічного використання одиниць РС, величини напрацювань до позапланових ремонтів механічного та електричного обладнання, показники надійності розраховуються за формулами:

$$P(t)=\exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right],\qquad(3.21)$$

$$Q(t)=1-\exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right],\qquad(3.22)$$

$$f(t)=\frac{b}{a}\cdot\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1}\cdot\exp\left[-\left(\frac{t}{a}\right)^b\right],\qquad(3.23)$$

$$\lambda(t)=\frac{b}{a}\cdot\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1},\qquad(3.24)$$

$$T_{\text{сер}}=a\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right),\qquad(3.25)$$

де a – параметр масштабу, що характеризує ступінь розтягнутості кривої розподілу вздовж осі абсцис;
b – параметр форми розподілу;
Γ – табульована гамма-функція, значення якої наведено в табл. А.5.

При **гамма-розподілі,** який найчастіше застосовується для аналізу відмов, що виникають унаслідок зношування при достатньо стабільній технології виготовлення елементів та короткому періоді їх припрацювання, а також для розрахунку імовірності відновлення справного стану одиниць РС під час проведення планових ремонтів, показники надійності розраховуються за формулами:

$$P(t)=\exp\left(-\frac{t}{a}\right)\sum_{i=0}^{b-1}\frac{(t/a)^i}{i!}, \tag{3.26}$$

$$Q(t)=1-\exp\left(-\frac{t}{a}\right)\sum_{i=0}^{b-1}\frac{(t/a)^i}{i!}, \tag{3.27}$$

$$f(t)=\frac{t^{b-1}}{a^b\cdot\Gamma(b)}\exp\left(-\frac{t}{a}\right), \tag{3.28}$$

$$\lambda(t)=\frac{t^{b-1}}{a^b\cdot(b-1)!}\sum_{i=0}^{b-1}\frac{(t/a)^i}{i!}, \tag{3.29}$$

$$T_{\text{сер}}=a\cdot b, \tag{3.30}$$

де S – параметр розподілу Релея (дорівнює моді цього розподілу).

Розподіл Релея використовується в основному для аналізу роботи елементів, що мають яскраво виражений ефект старіння (елементи електрообладнання, різного роду ущільнення, прокладки, шайби, що виготовлені з гумових або синтетичних матеріалів). При цьому показники надійності розраховуються за формулами:

$$P(t)=\exp\left(-\frac{t^2}{2S^2}\right), \tag{3.31}$$

$$Q(t)=1-\exp\left(-\frac{t^2}{2S^2}\right), \tag{3.32}$$

$$f(t)=\frac{t}{S^2}\exp\left(-\frac{t^2}{2S^2}\right), \tag{3.33}$$

$$\lambda(t)=\frac{t}{S^2}, \tag{3.34}$$

$$T_{\text{ср}}=S\cdot\sqrt{\frac{\pi}{2}}. \tag{3.35}$$

Задачі

Задача 3.1. Час роботи елементів до відмови підпорядковано експонентному закону розподілу з параметрами $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ год$^{-1}$. Розрахувати кількісні характеристики надійності $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $T_{\text{сер}}$ для $t = 1000$ год.

Задача 3.2. Яка частина виробів відмовить на момент наробіток $t = T_{\text{сер}}$, якщо відмови розподіляються за експонентним законом і вироби, що відмовили, не відновлюються?

Задача 3.3. Яким має бути середнє наробіток до відмови (відмови розподіляються за експонентним законом), щоб протягом наробіток від 0 до 10 000 год імовірність безвідмовної роботи дорівнювала 0,95?

Задача 3.4. Час роботи елементів до відмови підпорядковано нормальному закону розподілу з параметрами $m_t = 8 \cdot 10^3$ год, $\sigma_t = 2 \cdot 10^3$ год. Розрахувати кількісні характеристики надійності $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $T_{\text{сер}}$ для $t = 10$ тис. год.

Задача 3.5. Час роботи елементів до відмови підпорядковано нормальному закону розподілу з параметрами $m_t = 3 \cdot 10^3$ год, $\sigma_t = 200$ год. Знайти:

а) наробіток, при якому імовірність відмови дорівнює 0,5;

б) наробіток, при якому імовірність відмови дорівнює 0,7;

в) наробіток, при якому імовірність безвідмовної роботи дорівнює 0,8.

Задача 3.6. Електрична схема зібрана з трьох послідовно включених типових резисторів з параметрами: $R_1 = 1500$ Ом ± 10 %, $R_2 = 1000$ Ом ± 10 %, $R_3 = 500$ Ом ± 10 % (у відсотках задано значення відхилення опору від номінального). Розрахувати сумарний опір схеми з урахуванням відхилень параметрів резисторів, якщо відомо, що при масовому виробництві однотипних елементів густина розподілу їх параметрів підкорюється нормальному закону. При визначенні діапазонів, в яких перебувають значення опорів резисторів, необхідно застосувати правило 3σ.

Задача 3.7. Наробіток елементів конструкції електронних систем керування локомотива до відмови підкоряється логнормальному закону з параметрами $\ln(m_t) = 12{,}9$ та $\sigma_{\ln(t)} = 2{,}5$. Розрахувати показники надійності при наробітку 100 тис. км.

Задача 3.8. Дослідами встановлено, що час простою РС в позапланових ремонтах підкоряється розподілу Вейбула-Гнеденка з параметрами $a = 38$ і $b = 2$. Визначити ймовірність виходу одиниці РС із позапланового ремонту після 24 год простою та час простою, протягом якого працездатність одиниці РС буде відновлена з імовірністю 0,99.

Задача 3.9. Після обробки даних про відмови елементів РС встановлено, що розподіл відмов підкоряється закону Вейбула-Гнеденка з параметрами $a = 10^5$ і $b = 2$. Визначити показники надійності при наробітку $40 \cdot 10^3$ км.

Задача 3.10. Час роботи електрообладнання підкоряється гамма-розподілу з параметрами $a = 10^4$ і $b = 2$. Визначити показники надійності при наробітку $30 \cdot 10^3$ км.

Задача 3.11. Для наробіток 100 тис км необхідно визначити показники надійності реле, якщо встановлено, що наробіток реле до відмови за параметрами старіння ізоляції котушок підкоряється розподілу Релея з параметром S = 120 тис км.

Запитання та завдання для самоконтролю

1. Навести формули для $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, $T_{сер}$ для експоненціального закону. Яка з них найзручніша для практичного використання?

2. Як пов'язані між собою $P(t)$ та $Q(t)$? Який фізичний зміст показує $Q(t)$?

3. Чому при експоненціальному розподілі інтенсивність відмов є сталою величиною?

4. Як обчислюється середній час безвідмовної роботи $T_{сер}$ для експоненціального закону?

5. Яку роль у нормальному розподілі відіграють параметри m_t та σ_t?

6. Відомо: $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ год$^{-1}$, t = 1000 год. Обчислити $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $T_{сер}$.

7. Задача (нормальний закон): $m_t = 8 \cdot 10^3$ год, $\sigma_t = 2 \cdot 10^3$ год. Розрахувати $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $T_{сер}$ для t = 10 000 год.

8. Пояснити, за яких умов замість експоненціального закону доцільно застосовувати нормальний або логнормальний розподіл.

9. Задача (логнормальний розподіл). Відомі параметри: $\ln(m_t)$=12,9; $\sigma_{\ln(t)}$=2,5. Визначити ймовірність безвідмовної роботи при t = 100 000 км.

10. Для розподілу Вейбулла-Гнеденка з параметрами a=105; b=2 необхідно знайти $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, $T_{сер}$ при $t = 40 \cdot 10^3$ км.

Для гамма-розподілу з параметрами a=10^4; b=2 необхідно знайти $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, $T_{сер}$ при $t = 30 \cdot 10^3$ км.

Для розподілу Релея з S=120 тис. км необхідно знайти $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, $T_{сер}$ при $t = 100 \cdot 10^3$ км.

Виконати: розрахунок усіх кількісних характеристик; порівняти, який із трьох законів дає найвищу/найнижчу ймовірність безвідмовної роботи; зробити висновок, для яких типів відмов кожен розподіл найбільш адекватний.

4. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРА ПОТОКУ ВІДМОВ ТА ЯКОСТІ ВІДНОВЛЕННЯ

Задача

Для заданих локомотивних депо розрахувати параметр потоку відмов згідно з вихідними даними, наведеними в табл. 4.1 (номер варіанта приймається на основі передостанньої цифри за списком у журналі групи) та табл. 4.2 (номер варіанта приймається за останньою цифрою за списком у журналі групи), скласти схеми зміни параметру потоку відмов. Оцінити рівень надійності за параметром потоку відмов та якість ремонту за ступенем відновлення в заданих депо.

Таблиця 4.1

Кількість відмов по інтервалах

Депо	Кількість відмов у інтервалі $n_i(\Delta l)$						
	1	2	3		4	5	6
1	2	3	4	5	6	7	8
Варіант № 0							
А	4	5	6	Поточний ремонт	5	6	8
Б	5	7	9		8	10	11
В	3	4	5		7	8	9
Г	3	5	7		4	6	8
Варіант № 1							
А	4	6	7	Поточний ремонт	6	7	8
Б	5	7	8		8	10	12
В	2	4	6		5	8	9
Г	3	4	7		5	6	8
Варіант № 2							
А	3	6	7	Поточний ремонт	5	7	9
Б	5	6	8		7	9	12
В	1	4	5		5	6	9
Г	2	4	7		5	6	7
Варіант № 3							
А	2	6	6	Поточний ремонт	5	7	9
Б	5	7	8		8	8	11
В	1	2	4		5	6	9
Г	4	4	7		6	8	10
Варіант № 4							
А	5	7	8	Поточний ремонт	6	7	10
Б	2	6	6		8	8	11
В	1	3	4		6	8	10
Г	2	4	7		7	9	12
Варіант № 5							
А	1	2	5	Поточний ремонт	4	7	10
Б	2	6	6		8	8	10
В	5	7	8		6	8	11
Г	3	4	7		7	10	12
Варіант № 6							
А	8	12	13	Поточний ремонт	11	12	15
Б	5	6	8		8	10	13
В	5	6	9		10	11	14
Г	4	4	7		6	9	12
Варіант № 7							
А	8	10	13	Поточний ремонт	10	13	15
Б	5	5	7		8	10	13
В	5	7	9		8	11	14
Г	2	4	7		5	9	12

Закінчення табл. 4.1

1	2	3	4	5	6	7	8
Варіант № 8							
А	2	3	6	Поточний ремонт	5	7	10
Б	2	6	7		6	8	9
В	4	7	9		9	8	11
Г	3	4	7		6	10	12
Варіант № 9							
А	8	9	11	Поточний ремонт	11	12	15
Б	5	6	8		6	8	10
В	4	6	9		10	12	14
Г	5	6	7		6	9	12

Таблиця 4.2

Загальна кількість локомотивів

Номер варіанта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Загальна кількість локомотивів N	20	25	30	35	40	45	50	65	70	75

Теоретичні відомості

Вихідними даними для визначення параметру потоку відмов є кількість відмов $n_i(\Delta l)$ в i-му інтервалі наробіток величиною Δl (у вихідних даних прийнято $\Delta l = 1000$ км) [2].

Розрахунок параметру потоку відмов здійснюється за формулою:

$$\omega_i = \frac{n_i(\Delta l)}{N \cdot \Delta l}, \tag{4.1}$$

де N – загальна кількість локомотивів, за якими ведеться спостереження.

Рівень надійності залежить від експлуатаційного завантаження локомотивів та якості ремонту (ремонтного впливу). Якщо ремонтний вплив позначити через R_V і відкласти по осі абсцис час експлуатації, а по осі ординат – величину параметру потоку відмов, то можна отримати графік зміни параметру потоку відмов (рис. 4.1).

Після ремонтного впливу R_V числове значення параметру потоку відмов зменшується на величину Δ_1, а якщо було б повне відновлення, то параметр потоку відмов зменшився б на величину Δ.

Відношення Δ_1 до Δ називається ступенем відновлення

$$j = \frac{\Delta_1}{\Delta}. \tag{4.2}$$

Якщо $j = 1$, то можна говорити про повне відновлення, а якщо $j = 0$, то ефект відновлення відсутній.

В експлуатації можливі випадки, коли після ремонтного впливу технічний стан погіршується, тоді ступінь відновлення буде мати від'ємне значення.

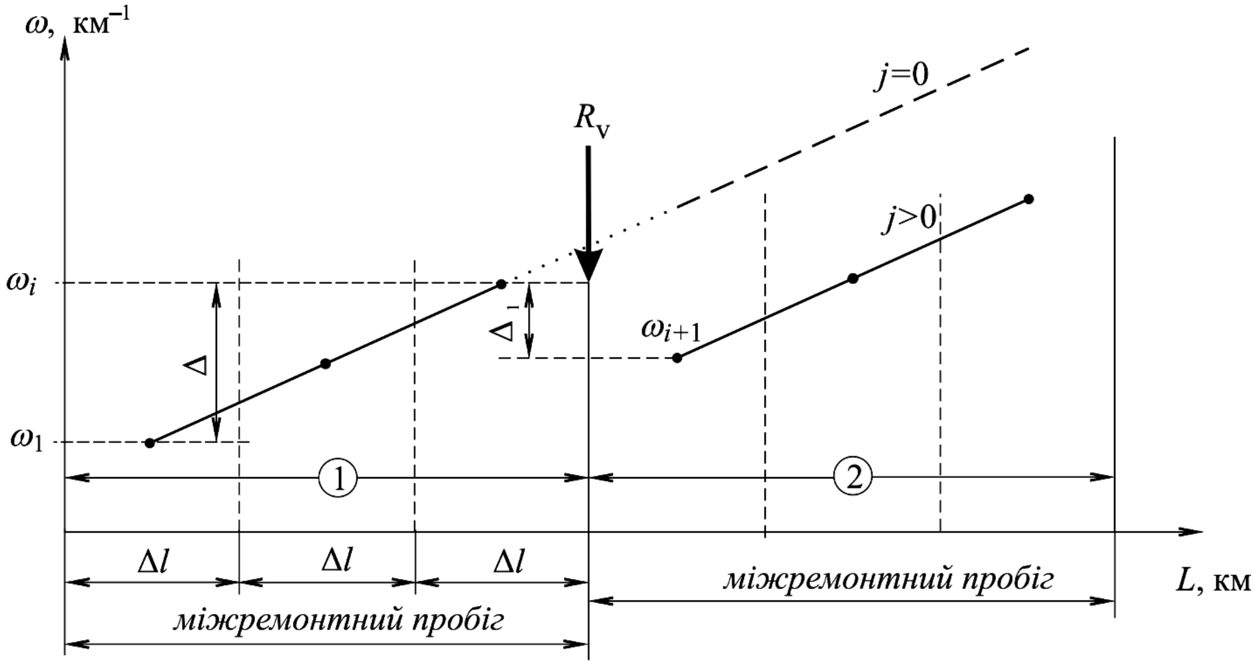

Рис. 4.1. Схема зміни параметра потоку відмов:
1 – період експлуатації до ремонту; 2 – період експлуатації після ремонту

Таким чином, ступінь відновлення j дозволяє оцінити якість ремонту рухомого складу.

Запитання та завдання для самоконтролю

1. Який фізичний зміст має параметр потоку відмов ω та в яких одиницях він вимірюється? Поясніть, як цей показник характеризує рівень надійності локомотивів в експлуатації.

2. Які вихідні дані необхідні для розрахунку параметра потоку відмов за формулою (4.1)? Поясніть роль кількості відмов у інтервалі наробітку Δl та загальної кількості локомотивів N.

3. Чому для аналізу надійності параметр потоку відмов розглядається як функція наробітку, а не як стала величина? Пов’яжіть відповідь із експлуатаційним зношуванням локомотивів.

4. Як на графіку (рис. 4.1) інтерпретується вплив ремонту R_v на зміну параметра потоку відмов? Поясніть різницю між величинами Δ та Δ_1.

5. Що таке ступінь відновлення j та як він визначається за формулою (4.2)? Який зв’язок між значенням j і якістю ремонтного впливу?

6. Який фізичний і експлуатаційний зміст мають випадки $j = 1$, $j = 0$ та $j < 0$? Наведіть приклади можливих ситуацій у локомотивному депо.

7. Чому ступінь відновлення j можна вважати узагальненим показником якості ремонту рухомого складу? Поясніть, як цей показник може бути використаний для порівняння роботи різних депо.

8. Як впливає величина інтервалу наробітку Δl на точність оцінювання параметра потоку відмов ω_i, і в яких випадках доцільно змінювати її значення в експлуатаційних розрахунках?

9. Які практичні управлінські висновки щодо організації ремонту локомотивів можна зробити у випадку отримання від'ємного значення ступеня відновлення j?

5. РОЗРАХУНОК СТРУКТУРНОЇ НАДІЙНОСТІ

Теоретичні відомості

У разі розрахунку надійності складної системи її розчленовують на окремі елементи, для кожного з яких можна визначити імовірність безвідмовної роботи (або значення імовірності безвідмовної роботи задається). У структурній схемі надійності елементи можуть бути з'єднані послідовно та паралельно.

Система послідовно з'єднаних (з позиції надійності) елементів працездатна в тому разі, коли працездатні всі її елементи. Імовірність безвідмовної роботи такої системи $P_{\text{c}}(t)$ за час t визначається за формулою

$$P_{\text{c}}(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \ldots \cdot P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t), \tag{5.1}$$

де $P_i(t)$ – імовірність безвідмовної роботи i-го елемента за час t.

Якщо елементи рівнонадійні, тобто

$$P_i(t) = P_1(t) = P_2(t) = \ldots = P_n(t) = P(t),$$

то імовірність безвідмовної роботи системи з послідовно з'єднаних елементів

$$P_{\text{c}}(t) = P^n(t). \tag{5.2}$$

Імовірність безвідмовної роботи системи можна виразити через інтенсивність відмов елементів $\lambda_i(t)$ або інтенсивність відмов системи $\lambda_{\text{c}}(t)$

$$P_{\text{c}}(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{n} \int_0^t \lambda_i(t) dt\right) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_{\text{c}}(t) dt\right), \tag{5.3}$$

$$\lambda_{\text{c}}(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t), \tag{5.4}$$

де $\lambda_{\text{c}}(t)$ – інтенсивність відмов системи за час t;

$\lambda_i(t)$ – інтенсивність відмов i-го елемента за час t.

Середній час безвідмовної роботи системи

$$T_{\text{сер с}} = \int\limits_0^\infty P_{\text{с}}(t)\,dt. \tag{5.5}$$

Якщо час безвідмовної роботи елементів розподілений за експонентним законом і інтенсивності відмов елементів дорівнюють $\lambda_i(t)=\lambda_i=\text{const}$, то

$$\lambda_{\text{с}}(t)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=\lambda_{\text{с}}; \tag{5.6}$$

$$P_i(t)=\exp(-\lambda_i\cdot t); \tag{5.7}$$

$$P_{\text{с}}(t)=\exp(-\lambda_{\text{с}}\cdot t); \tag{5.8}$$

$$f_{\text{с}}(t)=\lambda_{\text{с}}\cdot \mathrm{e}^{-\lambda_{\text{с}}\cdot t}; \tag{5.9}$$

$$Q_{\text{с}}(t)=1-\mathrm{e}^{-\lambda_{\text{с}}\cdot t}; \tag{5.10}$$

$$T_{\text{сер с}}=\frac{1}{\lambda_{\text{с}}}=\frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n}\lambda_i}; \tag{5.11}$$

$$T_{\text{сер }i}=\frac{1}{\lambda_i}, \tag{5.12}$$

де $f_{\text{с}}(t)$ – частота відмов системи за час t;

$Q_{\text{с}}(t)$ – імовірність відмов системи за час t;

$$f_{\text{с}}(t)=\lambda_{\text{с}}\cdot P_{\text{с}}(t), \tag{5.13}$$

$$Q_{\text{с}}(t)=1-P_{\text{с}}(t)=1-\prod_{i=1}^{n}P_i(t).$$

При значеннях $P(t)$, що близькі до одиниці, розрахунки показників надійності з достатньої для практики точністю можна виконувати за такими наближеними формулами:

$$P_1(t)\cdot P_2(t)\cdot\ldots\cdot P_n(t)\approx 1-\sum_{i=1}^{n}Q_i(t);$$

$$P_i^n(t)=1-n\cdot Q_i(t); \tag{5.14}$$

$$\sqrt[n]{P_i(t)}=1-\frac{Q_{\text{с}}(t)}{n}.$$

де $Q_i(t)$ – імовірність відмови i-го елемента за час t.

Відмова системи з паралельно з'єднаних елементів відбувається за відмови всіх елементів, з'єднаних паралельно, які виконують одночасно одну й ту саму функцію. Надійності паралельно з'єднаних елементів також взаємно незалежні. На основі цієї структури застосовуються системи з резервуванням.

Імовірність відмови системи з паралельно з'єднаних елементів визначається за формулою:

$$Q_{\text{c}}(t) = \prod_{j=0}^{m} Q_j(t), \tag{5.15}$$

де $Q_j(t)$ – імовірність відмови j-го елемента за час t;

m – кількість паралельних гілок (кратність резервування).

Імовірність безвідмовної роботи системи

$$P_{\text{c}}(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - P_j(t)\right], \tag{5.16}$$

Якщо елементи рівнонадійні, тобто

$$P_j(t) = P_1(t) = P_2(t) = \ldots = P_m(t) = P(t),$$

то

$$\begin{gathered} Q_{\text{c}}(t) = Q_j^{m+1}(t); \\ P_{\text{c}}(t) = 1 - \left[1 - P(t)\right]^{m+1}. \end{gathered} \tag{5.17}$$

При експонентному законі розподілу часу безвідмовної роботи елементів, коли $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_j = \text{const}$

$$P_j(t) = P(t) = \mathrm{e}^{-\lambda_j \cdot t}; \tag{5.18}$$

$$P_{\text{c}}(t) = 1 - \left[1 - \mathrm{e}^{-\lambda_{\text{c}} \cdot t}\right]^{m+1}; \tag{5.19}$$

$$Q_{\text{c}}(t) = \left[1 - \mathrm{e}^{-\lambda_{\text{c}} \cdot t}\right]^{m+1}; \tag{5.20}$$

$$\lambda_{\text{c}} = \frac{f_{\text{c}}(t)}{P_{\text{c}}(t)} = \frac{\frac{d}{dt}Q(t)}{P_{\text{c}}(t)} = \frac{\left(\left[1 - \mathrm{e}^{-\lambda_j \cdot t}\right]^{m+1}\right)'}{P_{\text{c}}(t)} =$$

$$= \frac{(m+1)\cdot\left[1-\mathrm{e}^{-\lambda_j\cdot t}\right]^m\cdot\lambda_j\cdot\mathrm{e}^{-\lambda_j\cdot t}}{1-\left[1-\mathrm{e}^{-\lambda_j\cdot t}\right]^{m+1}}; \qquad (5.21)$$

$$T_{\text{сер с}} = \frac{1}{\lambda_j}\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{j+1}. \qquad (5.22)$$

Задачі

Задача 5.1. Система складається з трьох приладів, з'єднаних з позиції надійності послідовно: електронного з інтенсивністю відмов $\lambda_1 = 0{,}15\cdot10^{-3}$ год$^{-1}$ $=\text{const}$ та двох електромеханічних з інтенсивностями, що залежать від часу роботи: $\lambda_2 = 0{,}25\cdot10^{-4}\cdot t$ год$^{-1}$ та $\lambda_3 = 0{,}07\cdot10^{-6}\cdot t^{2,8}$ год$^{-1}$. Скласти структурну схему надійності, розрахувати імовірність безвідмовної роботи та інтенсивність відмов системи за час роботи $t = 100$ год.

Задача 5.2. Для системи з паралельно з'єднаних елементів розрахувати імовірність безвідмовної роботи та середній час безвідмовної роботи, якщо $P_1(t) = 0{,}95$, $P_2(t) = 0{,}97$, $P_3(t) = 0{,}99$ та $T_{\text{сер }1}(t) = 180$ год, $T_{\text{сер }2}(t) = 350$ год, $T_{\text{сер }3}(t) = 650$ год.

Задача 5.3. Для системи, наведеної на рис. 5.1 та 5.2, скласти структурну схему надійності та розрахувати імовірність безвідмовної роботи для відмови типу «коротке замикання» одного з елементів, якщо $P_1(t) = 0{,}96$, $P_2(t) = 0{,}97$.

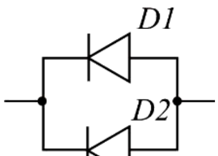

Рис. 5.1

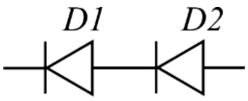

Рис. 5.2

Задача 5.4. Для системи, наведеної на рис. 5.3, скласти структурну схему надійності та розрахувати імовірність безвідмовної роботи для відмови типу «коротке замикання» одного з елементів, якщо $P_1(t) = 0{,}95$, $P_2(t) = 0{,}98$.

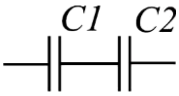

Рис. 5.3

Задача 5.5. Система складається з 12 600 елементів з'єднаних послідовно. Середня інтенсивність відмов елементів $\lambda_i = 0{,}3\cdot10^{-6}$ год$^{-1}$. Розрахувати $P_{\text{c}}(t)$, $Q_{\text{c}}(t)$, $f_{\text{c}}(t)$, $T_{\text{сер с}}$ для $t = 50$ год.

Задача 5.6. Система складається з двох послідовно з'єднаних приладів. Імовірності безвідмовної роботи кожного з них протягом часу $t = 100$ год дорівнюють $P_1(100) = 0{,}95$ та $P_2(100) = 0{,}97$. Імовірність безвідмовної роботи підкоряється експонентному закону розподілу. Визначити середній час безвідмовної роботи системи.

Задача 5.7. Імовірність безвідмовної роботи одного з елементів з'єднаних послідовно в систему дорівнює $P(t) = 0{,}999$. Визначити імовірність безвідмовної роботи системи, що складеться зі 100 таких самих елементів.

Задача 5.8. Імовірність безвідмовної роботи системи за час t дорівнює $P_\text{с}(t) = 0{,}95$. Система складається з $n = 120$ рівнонадійних елементів. Необхідно знайти імовірність безвідмовної роботи одного елемента.

Задача 5.9. Система складається з 12 500 послідовно з'єднаних елементів, інтенсивність відмов кожного елемента дорівнює $0{,}3 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи системи за час $t = 100$ год.

Задача 5.10. Визначити імовірності безвідмовної роботи систем, структурна схема надійності яких наведена на рис. 5.4 і 5.5. Елементи рівнонадійні з $P_i = 0{,}97$.

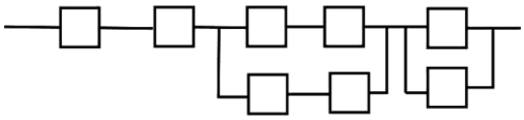

Рис. 5.4

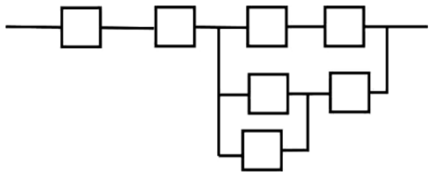

Рис. 5.5

Запитання та завдання для самоконтролю

1. У чому полягає сутність структурного підходу до розрахунку надійності складних технічних систем? Поясніть, чому систему доцільно розчленовувати на окремі елементи.

2. За яких умов система з послідовно з'єднаних елементів вважається працездатною? Як визначається імовірність її безвідмовної роботи за час t?

3. Як змінюється формула для імовірності безвідмовної роботи послідовної системи у разі рівнонадійних елементів? У чому практична зручність такого припущення?

4. Який зв'язок між імовірністю безвідмовної роботи системи та інтенсивністю відмов її елементів? Поясніть фізичний зміст інтенсивності відмов $\lambda_i(t)$ та $\lambda_\text{с}(t)$.

5. Як визначається середній час безвідмовної роботи системи та від чого він залежить? Поясніть різницю між середнім часом безвідмовної роботи елемента і системи.

6. За яких умов доцільно застосовувати наближені формули для розрахунку показників надійності? Які припущення при цьому робляться щодо значень імовірностей?

7. У чому полягає принцип підвищення надійності системи за рахунок паралельного з'єднання елементів (резервування)? Поясніть, як кратність резервування впливає на імовірність безвідмовної роботи системи.

6. СТАТИСТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ТЕХНІЧНИХ СТАНІВ ЗА МЕТОДОМ БАЙЄСА

Задача

Під час дослідження 100 дизелів перевірялися дві ознаки: k_1 – збільшення витрати палива дизелем та k_2 – зниження часу для досягнення номінальної потужності. Припускалося, що для такого типу двигуна поява цих ознак пов'язана з неправильним регулюванням паливної апаратури (стан D_1) або зі зменшенням ступеня тиску (стан D_2).

При нормальному стані двигуна (стан D_3) ознака k_1 не спостерігається, а ознака k_2 була у п'яти дизелів. Із статистичних даних відомо, що 80 двигунів випрацювали ресурс до поточного ремонту в нормальному стані, 5 двигунів перебували в стані D_1 та 15 – у D_2. Також відомо, що ознака k_1 спостерігається при стані D_1 у 20, а при стані D_2 у 40 дизелів; ознака k_2 спостерігається при стані D_1 у 30, при стані D_2 у 50 дизелів.

Необхідно визначити імовірності станів D_1, D_2, D_3, коли спостерігаються обидві ознаки k_1 і k_2 – $P\left(D_i/k_1k_2\right)$, за наявності k_1 і відсутності k_2 – $P\left(D_i/k_1\bar{k}_2\right)$, за наявності k_2 і відсутності k_1 – $P\left(D_i/\bar{k}_1k_2\right)$, за відсутності обох ознак k_1 і k_2 – $P\left(D_i/\bar{k}_1\bar{k}_2\right)$.

Теоретичні відомості

Для визначення імовірності діагнозів за методом Байєса необхідно попередньо скласти діагностичну матрицю, яка формується на основі статистичних даних. У діагностичної матриці, що складається за формою табл. 6.1, містяться імовірності розрядів ознак при різних діагнозах.

Таблиця 6.1

Діагностична матриця

Діагноз D_i	Імовірність k_j ознаки у об'єктів зі станом D_i			$P\left(D_i\right)$
	k_1	k_2	k_3	
	$P(k_1/D_j)$	$P(k_2/D_j)$	$P(k_3/D_j)$	
D_1				$P\left(D_1\right)$
D_2				$P\left(D_2\right)$
…				

У табл. 6.1:

– D_i – позначення i -го діагнозу, $i=\overline{1,m}$;

– k_j – позначення j -ї ознаки, $j=\overline{1,n}$;

– $P(D_i)$ – імовірність i -го діагнозу, що визначається за статистичними даними;

– $P(k_1/D_j)$, $P(k_2/D_j)$, $P(k_3/D_j)$ – відповідно імовірність k_1, k_2, k_3 ознаки у об'єктів зі станом D_i.

Формула Байєса має такий вигляд:

$$P(D_i/k_j) = P(D_i) \cdot \frac{P(k_j/D_i)}{P(k_j)}, \tag{6.1}$$

де $P(D_i/k_j)$ – імовірність діагнозу D_i після того, як стала відома наявність у об'єкта ознаки k_j;

$$P(D_i) = \frac{N_i}{N}, \tag{6.2}$$

де N_i – кількість об'єктів, у яких виявився стан D_i;

N – кількість об'єктів, що досліджуються;

$$P(k_j/D_i) = \frac{N_{ij}}{N_i}, \tag{6.3}$$

де N_{ij} – кількість об'єктів з діагнозом D_i, у яких виявилася ознака k_j;

$$P(k_j) = \frac{N_j}{N}, \tag{6.4}$$

N_j – кількість об'єктів з ознакою k_j.

Якщо розглядається імовірність діагнозу D_i за наявності комплексу ознак K – $P(D_i/K)$, використовується узагальнена формула Байєса

$$P(D_i/K) = P(D_i) \cdot \frac{P(K/D_i)}{P(K)}, \tag{6.5}$$

де $P(K/D_i)$ – імовірність комплексу ознак K у об'єктів зі станом D_i;

$P(K)$ – імовірність виявлення комплексу ознак K;

$$P(K/D_i) = P(k_1/D_i)P(k_2/D_i)\ldots P(k_v/D_i), \tag{6.6}$$

v – кількість ознак, що розглядаються;

$$P(K) = \sum_{i=1}^{m}\left(P(D_i) \cdot P(K/D_i)\right). \tag{6.7}$$

Запитання та завдання для самоконтролю

1. У чому полягає сутність статистичного визначення технічного стану об'єкта за методом Байєса? Поясніть, чому цей метод є доцільним для задач технічної діагностики двигунів.

2. Яку інформацію містить діагностична матриця та як вона формується на основі статистичних даних? Поясніть фізичний зміст імовірностей $P(D_i)$ та $P(k_j/D_i)$.

3. Який зміст мають апріорні та апостеріорні імовірності діагнозів у методі Байєса? Наведіть приклади для станів D_1, D_2, D_3, заданих у задачі.

4. Як за формулою Байєса визначається імовірність технічного стану двигуна за наявності однієї діагностичної ознаки? Поясніть роль імовірності появи ознаки $P(k_j)$.

5. Як змінюється алгоритм визначення імовірностей діагнозів у разі наявності комплексу ознак $K = \{k_1, k_2\}$? Які припущення щодо незалежності ознак при цьому використовуються?

6. Як інтерпретувати отримані значення імовірностей станів D_1, D_2, D_3 з позиції технічної експлуатації дизелів? Який стан слід вважати найбільш імовірним та чому?

7. Які обмеження має метод Байєса при застосуванні до задач технічної діагностики рухомого складу? Поясніть вплив обсягу статистичних даних і коректності вихідної інформації на достовірність результатів.

8. Як зміняться апостеріорні імовірності технічних станів D_1, D_2, D_3, якщо одна з діагностичних ознак має низьку інформативність? Поясніть, як це відображається в діагностичній матриці та результатах розрахунку.

9. Чому при застосуванні узагальненої формули Байєса важливо перевіряти припущення про статистичну незалежність ознак? Які помилки в оцінюванні технічного стану можуть виникнути у разі порушення цього припущення?

7. ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО СПОЛУЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ У СИСТЕМІ

Задача

Відповідно до технічних умов (ТУ), заданий рівень надійності – імовірність безвідмовної роботи системи, що складається з таких елементів: дизель (елемент 1) – гідропередача (елемент 2) – тяговий привід (елемент 3) – дорівнює $P_{\text{с}}$ (приймається за табл. 7.2).

Необхідно з чотирьох можливих варіантів (модифікацій) виконання елементів визначити оптимальний з позиції дотримання заданого рівня надійності та мінімуму собівартості. Характеристики варіантів виконання елементів – імовірність безвідмовної роботи P_{ij} $(i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,4})$ та вартість C_{ij} – наведені в табл. 7.1.

Таблиця 7.1

Характеристики варіантів виконання елементів

Елемент i	Характеристики P_{ij}/C_{ij} для j-ї модифікації			
	1	2	3	4
1	0,97/3900	0,96/3500	0,95/2900	0,92/2000
2	0,985/4000	0,98/3200	0,97/2900	0,91/2500
3	0,96/2100	0,92/1950	0,91/1800	0,88/1400

Таблиця 7.2

Заданий рівень надійності $P_{\text{с}}$

	Остання цифра за номером у журналі групи									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$P_{\text{с}}$	0,87	0,86	0,85	0,84	0,83	0,82	0,81	0,8	0,78	0,76

Теоретичні відомості

Вибір оптимального сполучення модифікацій елементів у систему належить до задач умовної оптимізації. За критерій оптимізації приймається сумарна вартість всіх частин виробу

$$\sum_{i=1}^{n} C_{ij} \to \min, \tag{7.1}$$

а обмеження мають вигляд

$$\prod_{i=1}^{n} P_{ij} \ge P_{\text{с}}. \tag{7.2}$$

Таким чином, для кожного елемента системи має місце визначена сукупність його модифікацій, що характеризується визначеним рівнем показника надійності та вартості. Необхідно визначити ті варіанти виготовлення елементів, за яких виконуються умови виразів (7.1) та (7.2).

Для розв'язання цієї задачі зручно використовувати дискретний варіант динамічного програмування, що реалізується з таких етапів:

– формування можливих варіантів виконання кожної складової частини системи;

– упорядкований перебір цих варіантів;

– послідовне збирання системи зі складників.

На кожному кроці збирання виконується послідовна процедура мінімізації.

На етапах об'єднання елементів у систему, щоб виконувати тільки підсумовування, зручно перейти до логарифмічної форми запису показників надійності. В область перебору включають тільки ті варіанти, для яких $P_{ij} \ge P_{\text{с}}$, та заповнюють таблицю за формою табл. 7.3.

Таблиця 7.3

Характеристики варіантів виконання елементів у логарифмічній формі

Елемент i	Характеристики $\left(\ln P_{ij}\right)/C_{ij}$ для модифікації j				$\ln P_{\text{с}}$
	1	2	3	4	
1					
2					
3					

Далі об'єднують модифікації для перших двох елементів в основне (послідовне) з'єднання в таблиці за формою табл. 7.4.

Таблиця 7.4

Характеристики сполучень модифікацій перших двох елементів у логарифмічній формі

Модифікація елемента 1	Характеристики елемента 1 $\left(\ln P_{1j}\right)/C_{1j}$ для модифікації j	Характеристика сполучень $\left[\left(\ln P_{1j}\right)+\left(\ln P_{2j}\right)\right]/\left[C_{1j}+C_{2j}\right]$ для модифікації елемента 2		
		$\left(\ln P_{2j}\right)/C_{2j}$	…	
⋮				

З табл. 7.3 обирають та записують у таблицю за формою табл. 7.4 ті варіанти сполучення модифікацій перших двох елементів, для яких виконується співвідношення

$$P_{(1+2)j} \geq P_{\text{с}}, \tag{7.3}$$

або

$$\ln P_{(1+2)j} < \ln P_{\text{с}}. \tag{7.4}$$

Далі до обраних варіантів модифікації перших двох елементів приєднують наступний елемент. Результати об'єднання записують у таблицю за формою табл. 7.5, з якої обираються варіанти модифікацій, що задовольняють умові

$$P_{(1+2+3)j} \geq P_{\text{с}}, \tag{7.5}$$

або

$$\ln P_{(1+2+3)j} < \ln P_{\text{с}}. \tag{7.6}$$

З обраних варіантів приймається той, у якого вартість найменша, тобто $\left[C_{1j}+C_{2j}+C_{3j}\right] \to \min$. Це й буде оптимальний варіант сполучення модифікацій елементів у системі.

Наприкінці розраховується імовірність безвідмовної роботи системи для обраного варіанта модифікацій та порівнюється із заданим ТУ.

Таблиця 7.5

Характеристики сполучень модифікацій трьох елементів у логарифмічній формі

Модифікація сполучення елементів 1 та 2	Характеристика сполучення $\frac{(\ln P_{1j})+(\ln P_{2j})}{C_{1j}+C_{2j}}$	Характеристика сполучень модифікацій $\left[(\ln P_{1j})+(\ln P_{2j})+(\ln P_{3j})\right]/\left[C_{1j}+C_{2j}+C_{3j}\right]$ для модифікації елемента 3		
		$(\ln P_{3j})/C_{3j}$	…	
$1.j+2.j$ $\vdots$				

Запитання та завдання для самоконтролю

1. У чому полягає сутність задачі вибору оптимального сполучення елементів у системі з позицій надійності та вартості? Який критерій оптимізації та яке обмеження використовуються в цій задачі?

2. Як визначається імовірність безвідмовної роботи системи з послідовно з’єднаних елементів? Чому саме ця формула застосовується для заданої структури системи?

3. Яку роль відіграє заданий рівень надійності $P_с$ у процесі відбору допустимих варіантів модифікацій елементів?

4. Чому для розв’язання задачі доцільно переходити до логарифмічної форми запису показників надійності? Які переваги це дає під час послідовного об’єднання елементів у систему?

5. У чому полягає ідея дискретного динамічного програмування при визначенні оптимального сполучення модифікацій?

6. Як здійснюється відбір оптимального варіанта з множини допустимих сполучень модифікацій трьох елементів? Який варіант вважається оптимальним і за якою ознакою?

7. Як інтерпретувати отримане оптимальне сполучення елементів з інженерної точки зору для локомотивної системи? Які компроміси між надійністю та собівартістю при цьому реалізуються?

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Бобирь, Д. В. Надійність та технічна діагностика : контрольне завдання з методичними рекомендаціями / Д. В. Бобирь, О. Б. Очкасов, О. Я. Децюра. Дніпро : Дніпров. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В.Лазаряна, 2021. 21 с.

2. Програма та методика підконтрольної експлуатації дизель-поїзда ДПКр-3 з визначенням показників надійності, енергоефективності і ремонтопридатності : ВЦДНУЗТ.ДПКр-3.ПМ01-2021. Дніпро : Дніпровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, 2021. 49 с.

Додаток А

Таблиця А.1

Критичні значення $\chi_{\text{т}}^{2}$ при довірчій імовірності α та числі степенів вільності r

Число степенів вільності r	Довірча імовірність α							
	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99	0,995	0,998	0,999
4	5,99	7,78	9,49	11,67	13,28	14,9	16,9	18,5
5	7,29	9,24	11,07	13,39	15,09	16,3	18,9	20,5
6	8,56	10,64	12,59	15,03	16,8	18,6	20,7	22,5
7	9,80	12,02	14,07	16,6	18,5	20,3	22,6	24,3
8	11,03	13,36	15,51	18,2	20,1	21,9	24,3	26,1
9	12,24	14,68	16,9	19,7	21,7	23,6	26,1	27,9
10	13,44	15,99	18,3	21,2	23,2	25,2	27,7	29,6
11	14,63	17,3	19,7	22,6	24,7	26,8	29,4	31,3
12	15,8	18,5	21,0	24,1	26,2	28,3	31,0	32,9
13	17,0	19,8	22,4	25,5	27,7	29,8	32,5	34,5
14	18,2	21,1	23,7	26,9	29,1	31,3	34,0	36,1
15	19,3	22,3	25,0	28,3	30,6	32,7	35,6	37,7
16	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0	34,2	37,1	39,3
17	21,6	24,8	27,6	31,0	33,4	35,7	38,6	40,8
18	22,8	26,0	28,9	32,3	34,8	37,2	40,1	42,3
19	23,9	27,2	30,1	33,7	36,2	38,6	41,6	43,8
20	25,0	28,4	31,4	35,0	37,6	40,0	43,1	45,3

Таблиця А.2

Наробіток ТЕД до відмови l_i, тис. км

Номер варіанта									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
205	272	340	407	218	241	264	287	293	335
185	243	300	358	194	213	232	251	262	302
183	240	296	353	192	210	229	248	259	298
173	224	276	327	179	196	213	229	243	281
183	240	296	352	191	210	229	247	259	298
195	272	320	382	206	227	248	269	278	318
154	196	238	280	157	169	182	195	214	249
205	272	340	407	218	241	264	287	293	335
185	243	300	358	194	213	232	251	262	302
183	237	296	353	192	210	229	248	259	298
173	224	276	327	179	196	213	229	243	281
183	240	300	352	191	210	229	247	259	298
195	272	320	382	206	227	248	269	278	318
154	196	238	280	157	169	182	195	214	249
205	272	340	407	218	241	264	287	293	335
185	243	300	358	194	213	232	251	262	302
183	237	296	353	192	211	229	248	259	298
173	224	276	327	179	196	213	229	243	281
183	240	300	353	191	210	229	247	259	298
201	266	300	397	213	235	257	280	287	329
169	237	268	317	175	191	206	222	234	270
196	258	321	384	207	228	249	270	279	319
208	277	346	415	221	245	269	292	298	340
198	254	316	377	203	224	245	265	275	315
205	129	348	417	223	246	270	294	299	342
204	272	339	406	217	240	263	286	292	335
178	237	287	341	186	204	222	239	252	290
205	270	337	403	216	239	261	284	291	335
200	265	330	395	212	234	256	278	285	327
211	281	352	422	225	249	274	298	303	346
195	256	308	380	205	226	246	267	276	317
180	237	300	346	189	211	225	243	255	294
157	201	245	288	161	174	188	201	219	255
226	304	382	460	243	270	298	325	326	371
180	249	308	368	199	219	239	258	269	308
163	209	255	302	167	182	196	211	228	264
146	184	222	260	147	158	169	181	202	235
163	210	257	303	168	183	197	212	229	265
184	245	304	362	194	226	235	254	265	305
184	240	297	353	192	211	229	248	260	299
195	256	318	380	205	226	246	267	276	317
198	263	327	391	210	232	254	275	283	324
167	216	264	313	173	188	203	219	234	271
226	237	333	399	214	236	258	281	288	335
161	207	253	299	166	180	194	209	226	261
158	202	246	291	162	176	189	203	221	256
178	232	286	340	186	203	221	238	251	290
167	215	263	311	205	187	202	218	234	270
156	129	241	284	159	172	185	198	217	252

Таблиця А.3

Величина функції Лапласа $\Phi(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^u e^{-\frac{u^2}{2}}\,du$, $\Phi(-u)=-\Phi(u)$

u	Соті частки u									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,148	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,195	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,219	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,334	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3437	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,398	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,485	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,489
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936

Таблиця А.4

Значення функції $\varphi(u) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\dfrac{u^2}{2}\right)$

u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0388	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблиця А.5

Значення гамма-функції $\Gamma(x)$

x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,00	1,0000	1,25	0,9064	1,50	0,8862	1,75	0,9191
1,01	0,9943	1,26	0,9044	1,51	0,8866	1,76	0,9214
1,02	0,9888	1,27	0,9025	1,52	0,8870	1,77	0,9238
1,03	0,9835	1,28	0,9007	1,53	0,8876	1,78	0,9262
1,04	0,9784	1,29	0,8990	1,54	0,8882	1,79	0,9288
1,05	0,9735	1,30	0,8975	1,55	0,8889	1,80	0,9314
1,06	0,9687	1,31	0,8960	1,56	0,8896	1,81	0,9341
1,07	0,9642	1,32	0,8946	1,57	0,8905	1,82	0,9368
1,08	0,9597	1,33	0,8934	1,58	0,8914	1,83	0,9397
1,09	0,9555	1,34	0,8922	1,59	0,8924	1,84	0,9426
1,10	0,9514	1,35	0,8912	1,60	0,8835	1,85	0,9456
1,11	0,9474	1,36	0,8902	1,61	0,8947	1,86	0,9487
1,12	0,9436	1,37	0,8893	1,62	0,8959	1,87	0,9518
1,13	0,9399	1,38	0,8885	1,63	0,8972	1,88	0,9551
1,14	0,9364	1,39	0,8879	1,64	0,8986	1,89	0,9584
1,15	0,9330	1,40	0,8873	1,65	0,9001	1,90	0,9618
1,16	0,9228	1,41	0,8868	1,66	0,9017	1,91	0,9652
1,17	0,9267	1,42	0,8864	1,67	0,9033	1,92	0,9688
1,18	0,9237	1,43	0,8860	1,68	0,9050	1,93	0,9724
1,19	0,9209	1,44	0,8858	1,69	0,9068	1,94	0,9761
1,20	0,9182	1,45	0,8857	1,70	0,9086	1,95	0,9799
1,21	0,9156	1,46	0,8856	1,71	0,9106	1,96	0,9837
1,22	0,9131	1,47	0,8856	1,72	0,9126	1,97	0,9877
1,23	0,9108	1,48	0,8857	1,73	0,9147	1,98	0,9917
1,24	0,9085	1,49	0,8859	1,74	0,9168	1,99	0,9958
0,5	1,7725	2,5	1,3294	4,5	11,632	6,5	287,88
1	1	3	2	5	24	7	720
1,5	0,8862	3,5	3,3233	5,5	52,342	7,5	1871,2
2	1	4	6	6	120	8	5040

Примітка: Гамма-функція для будь-якого значення x розраховується за формулою $\Gamma(x)=(x-1)\Gamma(x-1)$ та за допомогою таблиці.

Приклад. Знайти $\Gamma(3{,}7)$ – число, якого немає в таблиці.

Розв'язання. $\Gamma(3{,}7)=(3{,}7-1)\Gamma(3{,}7-1)=2{,}7\Gamma(2{,}7)$;

$\Gamma(2{,}7)=(2{,}7-1)\Gamma(2{,}7-1)=1{,}7\Gamma(1{,}7)$. Далі за таблицею.

$\Gamma(1{,}7)=0{,}9086$; $\Gamma(2{,}7)=1{,}7\cdot 0{,}9086=1{,}5446$;

$\Gamma(3{,}7)=2{,}7\cdot 1{,}5446=4{,}1704$.

Навчально-методичне видання

Бобирь Дмитро Валерійович
Очкасов Олександр Борисович

НАДІЙНІСТЬ ТА ТЕХНІЧНА ДІАГНОСТИКА

Навчально-методичні рекомендації до практичних занять

Електронне видання

Експертний висновок склав канд. техн. наук, доц. Дмитро КИСЛИЙ

Зареєстровано НМВ УДУНТ (№ 1.857 від 21.01.2026)

В авторській редакції

Комп'ютерна верстка Д. В. Бобирь
Фахівець з цифрового видавництва

Формат 60x84 $^{1/16}$. Ум. друк. арк. 2,20. Обл.-вид. арк. 2,23.
Зам. № 12

Видавець: Український державний університет науки і технологій
вул. Лазаряна, 2, ауд. 1201, м. Дніпро, 49010.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 7709 від 14.12.2022

Адреса видавця та дільниці оперативної поліграфії:
вул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010