

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Український державний університет
науки і технологій

Кафедра «Фізики та прикладної
математики»

В авторській редакції

МЕХАНІКА
МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

Навчально-методичні рекомендації
до лабораторних занять

Електронне видання

ДНІПРО
2024

УДК 531/534(076.5)

М 55

Упорядники:

Е. П. Штапенко, Д. М. Волнянський, О. М. Гулівець, С. А. Гришечкін

Електронне видання

Схвалено Групою забезпечення якості освітньої програми
141 «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод»
Протокол № 5 від 01.02.2024

М 55 Механіка. Механічні коливання та хвилі : навчально-методичні рекомендації до лабораторних занять / упоряд. Е. П. Штапенко, Д. М. Волнянський, О. М. Гулівець, С. А. Гришечкін ; Укр. держ. ун-т науки і технологій. – Електрон. вид. – Дніпро : УДУНТ, 2024. – 69 с.

Навчально-методичні рекомендації призначені для використання студентами денної та безвідривної форми навчання всіх спеціальностей УДУНТу під час виконання лабораторних робіт з фізики.

Навчально-методичні рекомендації містять основи теорії помилок, описання вимірювальних приладів та тексти лабораторних робіт, інструкції до виконання лабораторних робіт, вимоги до аналізу результатів та оформлення робіт.

Іл. 43. Табл. 23. Посилань : 5 назв.

© Штапенко Е.П. та ін., упорядкування, 2024

© Укр. держ. ун-т науки і технологій, 2024

Зміст

Передмова	4
Фізичний практикум у УДУНТі	4
I. Вимір фізичних величин	6
II. Елементи теорії випадкових помилок	7
III. Графічне відображення результатів	10
Правила з техніки безпеки	11
1. Кінематика	11
Лабораторна робота 1-1. Вивчення обертального руху хресто подібного маятника	11
Лабораторна робота 1-2. Вивчення рівноприскореного руху за допомогою приладу Атвуда	15
Лабораторна робота 1-3. Вивчення рівноприскореного руху тіла на похилій площині	17
Лабораторна робота 1-4. Вивчення відносного руху точок маятника Максвелла	20
2. Механічні сили. Закони Ньютона	23
Лабораторна робота 2-1. Вивчення сили тертя ковзання за допомогою похилої площини	23
Лабораторна робота 2-2. Вивчення в'язкого тертя	26
Лабораторна робота 2-3. Перевірка другого закону Ньютона при обертальному русі точки	28
Лабораторна робота 2-4. Перевірка другого закону Ньютона за допомогою приладу Атвуда	31
3. Момент інерції. Основне рівняння динаміки обертального руху	33
Лабораторна робота 3-1. Момент інерції матеріальної точки	33
Лабораторна робота 3-2. Визначення моменту інерції однорідного диску	36
Лабораторна робота 3-3. Визначення моменту інерції твердого тіла відносно довільної осі	39
Лабораторна робота 3-4. Визначення моменту інерції суцільної кулі	42
4. Закони збереження	44
Лабораторна робота 4-1. Вивчення закону збереження імпульсу під час зіткнення кульок	44
Лабораторна робота 4-2. Вивчення закону збереження моменту імпульсу	48
Лабораторна робота 4-3. Вивчення закону збереження енергії за допомогою балістичного маятника	51
Лабораторна робота 4-4. Гіроскоп	53
5. Механічні коливання та хвилі	56
Лабораторна робота 5-1. Вивчення коливань фізичного маятника	56
Лабораторна робота 5-2. Вивчення загасаючих коливань	59

Лабораторна робота 5-3. Визначення фазової швидкості поширення коливань методом стоячих хвиль	62
Лабораторна робота 5-4. Вивчення коливань математичного маятника	66
Перелік посилань	68

ПЕРЕДМОВА

Науковий і технічний прогрес багато в чому визначається розвитком фізики. Тому поліпшення фізико-математичної підготовки студентів є в даний час першорядною задачею. Курс фізики, разом з курсом математики складає основу теоретичної підготовки інженерів.

Велику роль у вивченні фізики грає фізичний практикум. У лабораторіях студенти самостійно проводять експериментальні навчальні дослідження, вчаться користуватися сучасними приладами й устаткуванням, осмислюють досліджувані явища, обробляють отримані результати і роблять висновки. Ці навички необхідні для засвоєння спеціальних дисциплін та в наступній виробничій діяльності.

У кожному лабораторному завданні є короткі теоретичні відомості, опис установки і методу виміру, а також порядок виконання роботи.

Розроблений на кафедрі фізики та прикладної математики УДУНТу новий лабораторний практикум має деякі особливості. Це, по-перше, адаптованість до лекційного курсу, по-друге, циклічно-тематичний характер лабораторних робіт і, по-третє, орієнтованість лабораторних робіт на перевірку фізичних законів та фізичних величин.

Лабораторні роботи згруповані за темами в цикли по декілька робіт. Тобто з однієї теми академічна група може виконувати лабораторні роботи декілька занять, в залежності від учбових планів. Теми лабораторних робіт такі:

1. Кінематика поступального та обертового рухів.
2. Динаміка поступального руху, закони Ньютона.
3. Динаміка обертового руху, момент інерції.
4. Закони збереження.
5. Механічні коливання та хвилі.

ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ У УДУНТІ

Мета.

Лабораторний практикум по фізиці проводиться з метою практичного підтвердження теоретичних положень загального курсу фізики, поглиблення й удосконалення знань, отриманих студентами на лекціях. Для придбання практичних навичок роботи з лабораторним устаткуванням, обладнанням, вимірювальною апаратурою. Для засвоєння методики експериментальних

досліджень і формування у студентів інженерного усвідомленого мислення при розв'язанні експериментальних завдань.

Порядок виконання лабораторного практикуму з фізики

Лабораторні роботи проводяться в навчальних лабораторіях кафедри на навчальному устаткуванні. Заняття проводять викладачі кафедри фізики та прикладної математики. При цьому один викладач працює з половиною академічної групи. На одній лабораторній установці одночасно працюють два-три студента. Кількість лабораторних установок достатня для виконання робіт усіма студентами без затримок.

1. На першому занятті студенти знайомляться з навчальною лабораторією, з вимогами техніки безпеки, з правилами поведінки у фізичній лабораторії. Тоді ж кожна підгрупа одержує свій графік виконання лабораторних робіт. Графік лабораторних робіт складає лектор відповідно до календарного плану і, як правило, з урахуванням того, щоб тематика лабораторних робіт не випереджала лекційний курс. На першому ж занятті повідомляється порядок проведення, захисту й оцінювання лабораторних робіт.

Кожна лабораторна робота складається з чотирьох етапів. По-перше, самостійне попереднє вивчення навчально-методичних рекомендацій та посібників, в яких наведено порядок проведення лабораторної роботи та відповіді на контрольні запитання [1-6]. Результатом I етапу є, так звана, «заготовка», тобто стислий, на один зошитовий аркуш, конспект з обов'язковою вказівкою прізвища і групи студента, назви роботи і її мети. Обов'язково повинні бути формули, необхідні для розрахунків у даній роботі, приготовлена таблиця для запису результатів вимірів. II етап – проведення вимірів на лабораторній установці під час заняття. III етап – розрахунок і оформлення звіту (також під час заняття). I IV етап – захист лабораторної роботи викладачу.

2. До лабораторного заняття допускаються студенти готові до виконання лабораторної роботи. Необхідною умовою готовності є наявність заготовки. А достатнім – знання порядку виконання роботи. Готовність кожного студента перевіряється викладачем на початку заняття. Непідготовлені студенти до заняття не допускаються.

3. Отримавши дозвіл на виконання лабораторної роботи, студенти проводять необхідні виміри, результати яких показують викладачу. Після цього на занятті вони роблять обчислення, заповнюють таблицю, будують графіки. У лабораторному звіті необхідно також зазначити тип і точність вимірювальних приладів, використаних у роботі. Зробити висновок по лабораторній роботі.

4. Захист лабораторної роботи здійснюється кожним студентом індивідуально. У результаті студент одержує певну кількість балів. Максимальний бал за лабораторну роботу повідомляється студентам на першому лабораторному занятті. Максимальним балом оцінюється робота, що здана в строк, із правильними обчисленнями, графіками і грамотними відповідями на контро-

льні питання. Враховується активність при проведенні роботи, самостійність при проведенні обчислень і оформлення роботи. Якщо студент не знає відповіді на контрольні питання йому дається додаткова можливість до них підготуватися. Бали, що виставляються за роботу, при цьому знижуються. Якщо і після цього студент не може відповісти на питання по даній роботі, то йому виставляється мінімальний бал за виконану лабораторну роботу.

I. ВИМІР ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

Вивчення фізичних явищ супроводжується вимірами фізичних величин, що характеризують певні сторони і відносини предметів або явищ. Вимір фізичної величини являє собою процес, в результаті якого експериментально встановлюється, у скільки разів вимірювана величина відрізняється від відповідної величини, прийнятої за одиницю виміру. Розрізняють два види вимірів: прямі і непрямі. Прямі виміри – такі, результат яких безпосередньо дає шукану величину. Наприклад: виміри довжини лінійкою, штангенциркулем, мікрометром, інтерферометром, лазерними далекомірами; виміри маси на механічних чи електронних терезах; виміри проміжків часу за допомогою годинників, секундомірів, частотомірів осцилографів; виміри температури термометрами, термопарами і т.д.

Непрямі виміри – це такі, за яких шукана величина визначається з результатів прямих вимірів інших величин, що зв'язані із шуканою величиною певною функціональною залежністю.

Унаслідок недосконалості вимірювальної апаратури, неповноти наших знань, труднощів обліку всіх побічних явищ, отримане в результаті виміру значення фізичної величини відрізняється від її дійсного значення, тобто результат виміру завжди містить деяку помилку.

Розрізняють помилки: промахи, систематичні, випадкові. Промахи – це помилки, що виникають у результаті недбалості відліку по приладах, чи нерозбірливості в записі їх показань.

Систематичні помилки – це помилки, що виникають за рахунок причин, що однаково діють при всіх повторних вимірах. Величина цієї помилки однакова у всіх вимірах. Причини, що обумовлюють систематичні помилки, досліджуються в тих розділах фізики, що розробляють методику відповідних вимірів.

Випадкові помилки – це помилки, до яких приводять різні випадкові причини, вплив яких неможливо або дуже важко врахувати. Можна вжити заходів до зменшення випадкових помилок, але цілком усунути їх неможливо.

Розрізняють точність вимірювального приладу і точність виміру. Точність вимірювального приладу (зазначена на приладі) залежить від його конструкції і характеризується ціною поділки (ціною поділки називається значення найменшої поділки шкали приладу). За допомогою вимірювального приладу можна робити виміри з погрішністю, рівній половині ціни поділки. При цьому варто керуватися правилами:

1. Вимірюючи за допомогою приладу деяку величину, не можна зробити помилки меншої, чим та, котра визначається точністю вимірювального пристрою.

2. Не має смислу жадати від вимірів більшої точності, чим це необхідно для рішення поставленої задачі.

3. При використанні табличних величин їх варто округляти так, щоб їхня точність не перевищувала точності вимірюваних величин.

Після закінчення вимірів приступають до обчислення шуканої величини. Точність обробки числового матеріалу повинна бути погоджена з точністю вимірів.

Обчислення, зроблені з великим числом десяткових знаків, більшим ніж це необхідно, вимагають зайвої витрати праці і створюють помилкове враження про велику точність вимірів. Варто керуватися правилами:

1. Всі отримані величини перед підстановкою у формули округляють за правилами наближених обчислень, тобто число, що виражає результат, пишуть так, щоб у ньому всі значущі цифри, крім останньої, були вірні.

2. У проміжних діях треба зберігати сумнівні цифри, що дає можливість точніше округляти остаточний результат.

3. Помилка характеризує останню значущу цифру обумовленої величини, тому в результаті варто обмежитися однією значущою цифрою і лише при дуже точних вимірах – двома.

II. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ВИПАДКОВИХ ПОМИЛОК

Правила визначення випадкових помилок вивчають у теорії помилок – математичній дисципліні, яка заснована на законах теорії ймовірності.

Розглядаючи випадкові помилки як один з видів випадкових подій, німецький математик Гаус установив закон, за яким розподіляються помилки даного виду вимірів у залежності від своєї величини. Цей закон зветься законом нормального розподілу чи законом Гауса. На рисунку 1 наведена крива, що відповідає цьому закону. На графіку: ϵ_x – величина помилки, $P = \Delta n/n$ – ймовірність появи помилки певної величини, Δn – кількість помилок, n – загальне число вимірювань.

Крива показує: 1) найбільш ймовірні випадкові помилки, які близькі до нуля; 2) із збільшенням величини помилки ймовірність її появи швидко зменшується; 3) помилки, які рівні за величиною, але протилежні за знаком, рівно ймовірні; 4) при вимірах однакової точності найбільш ймовірним значенням вимірюваної величини є середнє арифметичне із всіх результатів.

Крива відповідає теоретичному випадку нескінченно великого числа вимірів n , при якому величини помилок неперервно заповнюють всю область значень $\pm \Delta x$.

У випадку реального ряду вимірів число їх у ряді кінцеве, а розподіл дискретний. Немає рації говорити про ймовірність появи помилки даної величини, а говорять про ймовірність появи помилки, що лежить у межах деякого інтер-

валу $\pm \varepsilon_x$. Інтервал ε_x носить назву довірчого; P – довірна імовірність або надійність. Аналітично закон Гаусса записується так:

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}},$$

де σ – дисперсія розподілу величини Δx . З теорії випливає, що при $n > 30$

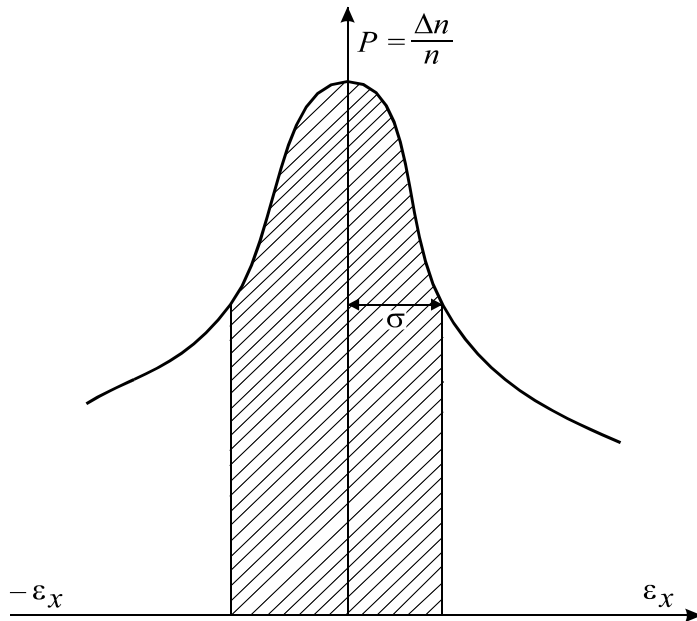


Рис. 1

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}.$$

σ^2 називають генеральною середньою квадратичною помилкою (стандартна помилка окремого виміру).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\Delta x_i)^2}{(n-1)}},$$

де $\Delta x_i = |\bar{x} - x|$.

Під час точних вимірювань величина σ мала, а за грубих вимірювань спостерігається великий розбіг результатів і значення σ буде великим. Розрахунки відповідних площ для певних σ^2 дають такі результати:

ε_x	$\leq 0,1\sigma$	$\leq 0,5\sigma$	$\leq \sigma$	$\leq 2\sigma$	$\leq 3\sigma$
P	0,08	0,38	0,68	0,95	0,98

За звичайних вимірювань можна обмежитись $P = 0,95$. Для вимірювань, в яких потрібна висока надійність, задають $P = 0,98$.

Розрахунок довірчого інтервалу за обмеженою кількістю вимірів

В умовах фізичного практикуму важко повторити вимірювання більш ніж 2...5 разів. У цьому випадку необхідно застосувати методику, яку розробив у 1908 році англійський вчений Гассет (псевдонім – Стюдент). Він довів, що статистичний підхід в достатньому ступені має місце і за малого числа вимірювань ($2 \leq n \leq 30$).

Для оцінки точності кінцевого числа вимірювань замість $\sigma(\bar{x})$ користуються вибірковою середньою квадратичною помилкою середнього арифметичного

$$S(\bar{x}) = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Довірчий інтервал виражають у долях, а відношення

$$t_{p,n} = \frac{\varepsilon_x}{S(x)}$$

носить назву коефіцієнта Стьюдента для різних P та n .

n	P												
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	0,16	0,33	0,51	0,73	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	63,7	636,9
3	0,14	0,29	0,45	0,62	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	9,9	31,6
4	0,14	0,28	0,42	0,58	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	5,8	12,9
5	0,13	0,27	0,41	0,57	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	4,6	8,6
6	0,13	0,27	0,41	0,56	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	4,0	6,9
7	0,13	0,27	0,40	0,55	0,72	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	3,7	6,0
8	0,13	0,26	0,40	0,55	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5	5,4
9	0,13	0,26	0,40	0,54	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	3,4	5,0
10	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	3,3	4,8
11	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,2	2,8	3,2	4,6
12	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1	4,5
13	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1	4,3
14	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,0	4,2
15	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	3,0	4,1
16	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	2,9	4,0
17	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,6	2,9	4,0

Після проведених n вимірів порядок оцінки помилок прямих вимірів такий:

- 1) переглянути результати вимірів і відкинути сумнівні;
- 2) визначити середнє арифметичне

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

де x_i – результати окремих спостережень.

3) обчислити абсолютні помилки окремих вимірів $\Delta x_i = |\bar{x} - x_i|$ і їхні квадрати $(\Delta x_i)^2$;

- 4) знайти середню квадратичну помилку середнього арифметичного

$$S(\bar{x}) = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}};$$

- 5) відкинути промахи, для котрих $\Delta x_i > 3 S(\bar{x})$;
- 6) задати довірчу ймовірність P (у межах від 0,08 до 0,95);

7) із таблиці знайти для заданого числа вимірів n і заданої ймовірності P коефіцієнт Стюдента;

8) обчислити довірчий інтервал

$$\varepsilon_x = S(\bar{x}) \cdot t_{p,n};$$

9) обчислити відносну помилку вимірів

$$\delta = \frac{\varepsilon_x}{x_{cp}} 100\%;$$

10) записати результат у вигляді

$$x = \bar{x} \pm \varepsilon_x \quad \text{при } P = 0,95.$$

Числове значення результату виміру повинно закінчуватися цифрою того ж розряду, що і значення ε_x .

Якщо дослід проводиться один раз і якщо при повторних вимірах одержуємо той самий результат (це спостерігається при вимірах на менш точних приладах), то випадкові помилки обов'язково є, але вони менше точності приладу. У цьому випадку діє закон рівномірного розподілу. Довірчий інтервал $\varepsilon_x = 1,16 \cdot u$, де u дорівнює половині ціни найменшої поділки приладу.

Варто цілком усунути промах і щоб помилка результату визначилася тільки систематичною помилкою вимірів (систематична помилка вимірів дорівнює половині ціни поділки приладу). Для цього необхідно провести таке число вимірів, щоб випадкова помилка результату була незначною в порівнянні із систематичною помилкою. Це не завжди можна здійснити. Часто доводиться миритися з тим, що систематична і випадкова помилки рівні. Тоді роблять додавання помилок. Якщо випадкова та систематична помилки вимірів відрізняються за величиною, то як міру похибки варто вказувати тільки загальну за величиною помилку. Звідси очевидна можливість обмежитися одним виміром. При цьому абсолютна помилка одиничного виміру дорівнює половині ціни поділки приладу.

III. ГРАФІЧНЕ ВІДОБРАЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Графік будується за значеннями однієї фізичної величини y (функція), які вона приймає при різних значеннях другої x (аргумент) $y = f(x)$.

Графіком користуються: для визначення деякої величини; для знаходження проміжних значень функції, тобто графічна інтерполяція; для наочності; для визначення поправок до показань вимірювальних приладів.

Як правило, використовують прямокутну систему координат і, лише в деяких випадках, – полярну. По горизонтальній осі відкладають аргумент, а по вертикальній – функцію. Під час вибору масштабу треба мати на увазі таке: 1) експериментальні точки не повинні зливатися одна з одною, 2) масштаб повинен бути простим. Простіше всього, якщо одиниця вимірюваної величини (або 10, 100 чи 0,1) відповідає 1 см, 1 см відповідає 2 або 5 одиницям. Для правильного використання всієї площі креслення необхідно визначити різницю між найбільшим та найменшим значеннями величини, яка відклада-

ється на вісь. Отримане число розділити на довжину відповідної координатної осі. Осі повинні бути приблизно однаковими, порядку 10...12 см. Результат ділення округляють і приймають за масштаб координатної осі.

Кожній парі взаємопов'язаних чисел відповідає точка на площині. Для побудови графіку проводять плавну лінію таким чином, щоб кількість точок, які не укладаються на неї з кожної сторони кожної невеликої ділянки було приблизно однакова.

ПРАВИЛА

з техніки безпеки

при проведенні фізичного практикуму в лабораторії "МЕХАНІКА"

1. Виконувати лабораторну роботу можна тільки після дозволу викладача.
2. При підключенні лабораторної установки до вимірювальних приладів особливу увагу приділяти кріпленню провідників до контактів.
3. Включати установки на робочих місцях під напругу допускається після перевірки викладачем правильності з'єднань і в присутності викладача.
4. Вносити зміни в електричний ланцюг при включеній установці категорично забороняється.
5. Щоб внести зміни в електричний ланцюг необхідно відключити прилад від мережі. А після внесення змін потрібно одержати дозвіл викладача на повторне вмикання.
6. Забороняється лишати діючу електроустановку, включений прилад без нагляду.
7. Знімати показання приладів потрібно, не торкаючись до них.
8. Якщо виявиться несправність приладу, електроустаткування або ненормальний режим діючої установки, її варто негайно відключити від джерела живлення і повідомити про те, що трапилося, викладачу.
9. Перед тим як розібрати електричний ланцюг, необхідно переконатися, що він відключений від джерела живлення.
10. У випадку поразки електричним струмом слід негайно відімкнути відповідним комунікаційним апаратом джерело електричної енергії для звільнення постраждалого від дії електричного струму і відразу ж довести до відома керівника лабораторних занять.

1. КІНЕМАТИКА

Лабораторна робота 1-1

Вивчення оберտального руху хрестоподібного маятника

Мета роботи: визначення кутової швидкості та кутового прискорення тіла, визначення доцентрового та повного прискорення тіла.

Теоретичні відомості

Обертальним називається рух, під час якого траєкторія кожної точки тіла являє собою коло. Характеризується обертальний рух такими величинами: кут повороту, кутова швидкість, кутове прискорення. Кутова швидкість фізична величина, яка показує на який кут повертається тіло в одиницю часу:

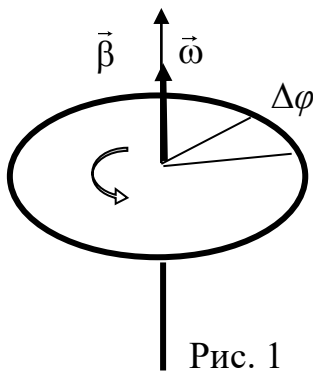


Рис. 1

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt},$$

вимірюється в [рад/с]. Кутова швидкість векторна величина і спрямований цей вектор вздовж осі обертання за напрямком правого гвинта, який обертають так само, як і тіло (рис. 1).

Кутове прискорення – фізична величина, яка до-

рівнює зміні кутової швидкості в одиницю часу:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Вимірюється в [рад/с²]. Вектор кутового прискорення також спрямований

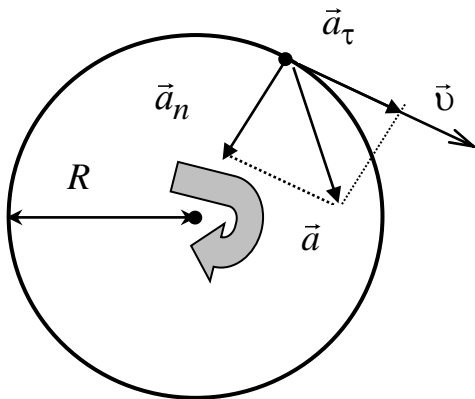


Рис. 2

вздовж осі обертання і співпадає з вектором кутової швидкості, якщо тіло розкручується, або проти направлений, якщо тіло гальмує. Окрім суто кутових величин, кожна точка тіла, що обертається характеризується і лінійними швидкістю та прискоренням (рис. 2). Вектор швидкості \vec{v} спрямований по дотичній до траєкторії руху. А вектор прискорення \vec{a} спрямований під довільним кутом. Але його можна розкласти на дві проекції: на напрямок дотичний до траєкторії – це буде тангенціальна складова a_τ ; і на напрямок перпендикулярний до нього, тобто по радіусу – це буде нормальна складова a_n . Таким чином

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau,$$

або чисельно

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \quad (1)$$

Таким чином, кожна точка має різні кінематичні характеристики лінійні і обертальні. Певна річ, між ними є зв'язок:

$$v = \omega \cdot R,$$

$$a_\tau = \beta \cdot R,$$

$$a_n = v^2 / R = \omega^2 \cdot R.$$

Деякі з цих величин і треба визначити в роботі.

Експериментальна установка

Експериментальна установка являє собою хрестоподібний маятник, на спицях якого на певній відстані від осі обертання закріплені насадки 1 (рис. 3). Обертається маятник за рахунок поступального руху вантажу 2, який прив'язаний до нитки 3. Нитку 3 перекидають через блок 4 і намотують на

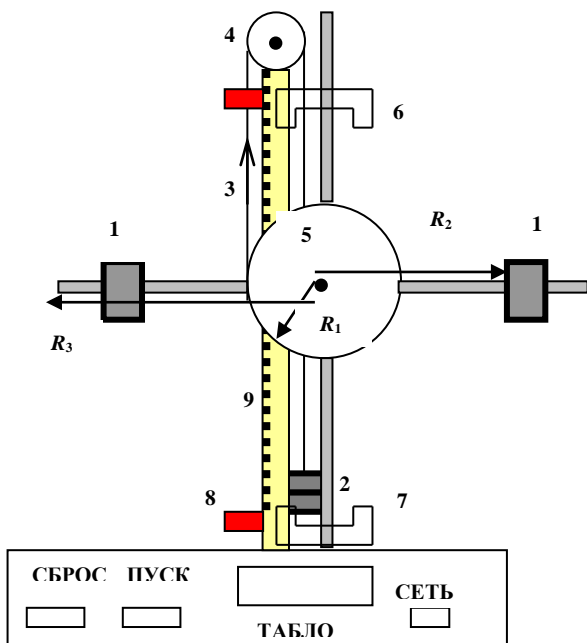


Рис. 3

шків 5. Шків 5 є двоступінчатим. На яку саме ступінь намотувати нитку вказує викладач. Радіус цього шківa і є R_1 . Під час свого руху вантаж 2 проходить фотодатчик 6, який запускає електронний секундомір, і фотодатчик 7, який зупиняє відлік часу секундоміром. Результат (в секундах) з'являється на табло.

Порядок виконання роботи

1. Встановити на певній відстані фотодатчики 6 і 7 (на якій саме, вказує викладач). Для цього послабити гвинти 8 і пересунути фотодатчики, вимірюючи відстань h між ними за шкалою на стійці 9.
2. Виміряти штангенциркулем діаметр D шківa (якого саме, вказує викладач). До таблиці занести радіус шківa.
3. На відстані R_2 (також вказує викладач) від осі обертання закріпити насадки 1. Натиснути кнопку “СЕТЬ”: висвітлюється табло та з'являється світловий промінь у кожному фотодатчику.
4. Нитку 3, до якої прив'язаний вантаж 2, перекинути через блок 4 і намотати на шків 5. Для цього на кінці нитки є вузол, який вставляється в проріз на шківі. Обертаючи маятник за спиці підняти вантаж до рівня фотодатчика 6. Причому нижня поверхня вантажу повинна бути ледь вища світлового променя і тільки з початком руху світловий промінь пересікається вантажем.
5. Утримуючи за спиці вантаж в такому положенні натиснути кнопку “СБРОС”. При цьому на табло з'являються нулі. Потім нажати кнопку “ПУСК” і тихенько, без поштовхів відпустити спицю. Вантаж рухається вниз до фотодатчика 7 і приводить в обертальний рух маятник.
6. Час падіння t_1 , який з'являється на табло, записати в таблицю. Кнопку “ПУСК” відтиснути.
7. Повторіть пункти 4-6 п'ять разів.
8. Підрахувати кутову швидкість руху маятника для часу t

$$\omega = \frac{2h}{R_1 \cdot t}.$$

9. Визначити середнє арифметичне значення кутової швидкості

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5}{5}.$$

10. Знайти абсолютну похибку вимірювання кутової швидкості

$$\Delta\omega = |\omega_{cp} - \omega_i|, \quad (1)$$

де i – номер експерименту ($i=1,2,3,4,5$). А також середнє значення абсолютної похибки

$$\Delta\omega = \frac{\sum_{i=1}^5 \Delta\omega_i}{5}.$$

11. Знайти відносну похибку вимірювання кутової швидкості

$$\delta_{\omega} = \frac{\Delta\omega_{cp}}{\omega_{cp}} \cdot 100\% .$$

12. Підрахувати кутове прискорення обертового маятника $\beta = \frac{\omega}{t}$.

13. По аналогії з п.п. 9...11 знайти $\beta_{cp}, \Delta\beta, \Delta\beta_{cp}, \delta\beta$.

14. Знайти повне прискорення a руху вантажу через час t_1 , який вказує викладач, наприклад, 1 с. Для цього обчислюємо нормальне прискорення

$$a_n = \beta_{cp}^2 \cdot t_1^2 \cdot R_2$$

і тангенціальне:

$$a_{\tau} = \beta_{cp} \cdot R_2.$$

Потім за формулою (1) підрахувати повне прискорення a .

15. Накреслити траєкторію руху вантажу 1 і на ній побудувати вектор повного прискорення (див. рис. 2).

16. Зробити висновки по роботі, де проаналізувати отримані результати, значення похибок $\delta\beta$ та $\delta\omega$, а також зазначити точність використаних у роботі вимірювальних приладів.

Таблиця

№ з/п	h_1 , м	R_1 , м	R_2 , м	t , с	ω , рад/с	$\Delta\omega$, рад/с	$\delta\omega$, %	β , рад/с ²	$\Delta\beta$, рад/с ²	$\delta\beta$, %	T , с	a_n , м/с ²	a_{τ} , м/с ²	a , м/с ²
1														
...														
5														
ср.														

Контрольні запитання

- Який рух називається рівноприскореним обертальним?
- Для яких точок кутова швидкість обертання більша, для тих, що лежать на ободі шківів, чи для тих, що лежать на середині радіуса?
- Вивести формулу (2).
- Тангенціальне прискорення більше на початку руху чи в кінці?
- Кутове прискорення більше у вантажу чи у шківів?
- Повне прискорення більше у вантажу чи у точок, які лежать на ободі шківів?
- Кутова швидкість більша на початку руху чи в кінці?
- Кутове прискорення більше на початку руху чи в кінці?
- Нормальне прискорення більше на початку руху чи в кінці?
- За якою формулою визначається кут повороту тіла в рівноприскореному обертальному русі?

Лабораторна робота 1-2

Вивчення рівноприскореного руху за допомогою приладу Атвуда

Мета роботи: визначення швидкості тіла при рівномірному русі та прискорення при рівноприскореному.

Теоретичні відомості

Механічний рух – це зміна положення тіла в просторі відносно інших тіл. Любий складний рух можна уявити, як сукупність простих: поступального і обертального.

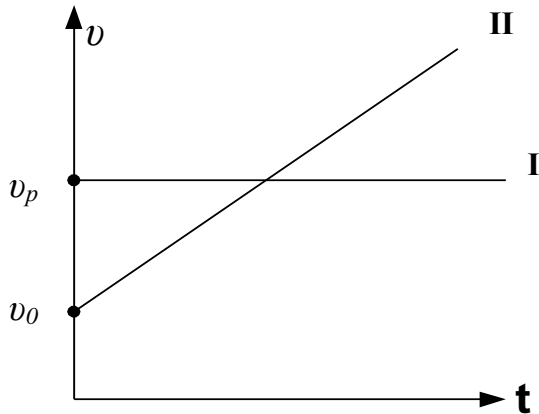


Рис. 1

У цій роботі вивчається прямолінійний поступальний, і зокрема, його види: рівномірний та рівноприскорений. При рівномірному русі тіло проходить однакові ділянки шляху за однаковий час. Швидкість тіла при рівномірному русі визначається за формулою

$$v_p = S/t, \quad (1)$$

де S – шлях, який проходить тіло за час t . При рівноприскореному русі швидкість тіла за однаковий час змінюється на однакову величину. Тому кінцева швидкість

$$v_n = v_o + at, \quad (2)$$

де v_o – швидкість тіла в початковий момент часу; a – прискорення. Залежність швидкості від часу на графіку наведено на рис. 1. Лінія I відповідає рівномірному руху, а лінія II – рівноприскореному. Для відповіді на основне питання механіки потрібно знати залежність переміщення від часу. Для рівномірного руху ця залежність отримується з формули (1). Для рівноприскореного руху маємо таку формулу:

$$S = v_o t + at^2/2. \quad (3)$$

Але для того, щоб з'ясувати, яку формулу використовувати, потрібно визначити характер руху.

Експериментальна установка

Експериментальна установка (рис. 2) складається із двох однакових циліндрів 1, які зв'язані ниткою 2, перекинutoю через дуже легкий рухомий блок 3. На один із циліндрів кладуть невеличку шайбу 4, після чого система починає рухатись рівноприскоренно. Коли циліндр з шайбою проходить крізь кронштейн

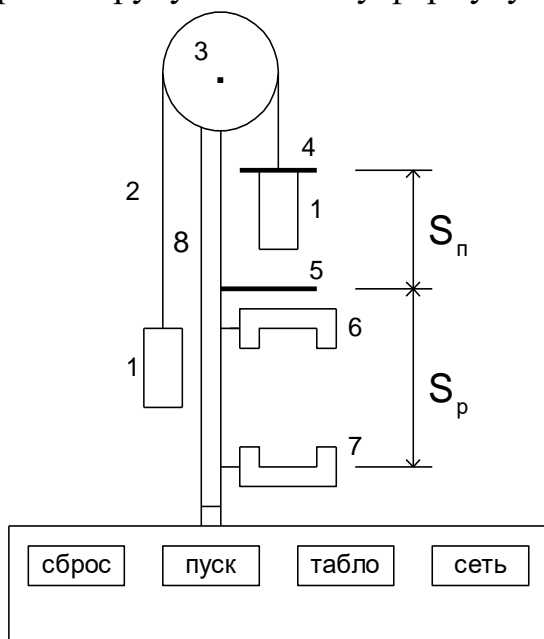


Рис. 2

5, шайба знімається. Система починає рухатись рівномірно. І в момент, коли шайба знімається, фотодатчик 6 запускає лічильник часу. Наприкінці рівномірного руху фотодатчик 7 зупиняє секундомір. Кронштейн 5 разом з фотодатчиком 6, а також фотодатчик 7 мають можливість переміщуватись по стійці зі шкалою 8.

Порядок виконання роботи

1. Кронштейн 5 з фотодатчиком 6 закріпити десь близько середини шкали 8. Більш точне положення вказує викладач.
2. Відрегулювати вертикальність положення приладу. Для цього нитку 2 перекинути через блок і правий циліндр розмістити в кронштейні 5. Ніжками приладу, які регулюються по висоті (на мал. 2 не показано) добитися того, щоб циліндр був посередині кронштейна. Це необхідно для того, щоб шайба 4 легко і надійно знімалася при проходженні циліндра через кронштейн.
3. Фотодатчик 7 закріпити біля нижньої поділки шкали (за вказівкою викладача).
4. Ввімкнути прилад у мережу. Натиснути кнопку “Сеть”. Кнопкою “Сброс” обнулити цифри на табло. Кнопка “Пуск” повинна бути відтиснута.
5. Правий циліндр підняти у верхнє положення і на ньому розташувати шайбу 4. При віджатій кнопці “Пуск” електромагніт (на рис.2 непоказаний) утримує блок 3 і система не рухається. Якщо електромагніт не працює (а у наш час це можливо), то блок 3 потрібно утримувати рукою.
6. Виміряти відстань S_n між шайбою 4 у верхньому положенні і кронштейном 5. А також відстань S_p між кронштейном 5 і нижнім фотодатчиком 7. Результати занести до таблиці.
7. Натиснути кнопку “Пуск”. Почнеться рух циліндра з шайбою. Якщо блок 3 утримувався рукою, то, після натискання кнопки “Пуск”, легенько без поштовхів прибрати руку. Час t проходження другої ділянки шляху, який з’являється на табло, занести до таблиці.
8. Пересунути кронштейн 5 з фотодатчиком 6 на два сантиметри нижче. Натиснути кнопку “Сброс”.
9. Повторити пункти 6 – 8 п’ять разів. По отриманим результатам підрахувати швидкість v_n за формулою

$$v_n = S_p / t . \quad (4)$$

10. Підрахувати прискорення руху тіл на першій ділянці за формулою

$$a = v_n^2 / 2S_n . \quad (5)$$

11. Визначити абсолютні та відносні похибки вимірювання прискорення a за формулами:

$$\Delta a = | a_{cp} - a_i | , \quad (6)$$

де a_{cp} – середнє значення прискорення, котре визначається, як середнє арифметичне із п’яти вимірювань, a_i – i -те значення швидкості ($i = 1,2,3,4,5$).

$$\delta = \frac{\Delta a_{cp}}{a_{cp}}, \quad (7)$$

де Δa_{cp} – середнє арифметичне значення абсолютної помилки. Результати занести до таблиці.

Таблиця

№ з/п	S_p , м	S_n , м	t , с	v_n , м/с	a , м/с ²	Δa , м/с ²	δ , %
1							
...							
5							
ср.							

12. Побудувати в координатах v і S графік залежності швидкості від переміщення при рівноприскореному русі, тобто по вертикальній осі відкласти значення v_n , а по горизонтальній значення S_n . Масштаб для графіка вибрати таким чином, щоб графік був десь на половину сторінки.
13. Зробити висновок по роботі, в якому проаналізувати отримані результати, графік, відносну похибку прискорення, зазначити точність використаних в роботі приладів.

Контрольні запитання

1. У чому полягає основна задача механіки?
2. Що таке матеріальна точка?
3. Чим відрізняється поступальний рух від обертового?
4. Поступальний та прямолінійний рух – це одне й те саме чи ні? Наведіть приклади.
5. Намалювати графіки залежності переміщення тіла від часу при рівномірному та рівноприскореному прямолінійному русі.
6. Як визначається миттєва швидкість?
7. Чому в даній роботі швидкість тіла при рівномірному та рівноприскореному рухах обчислюється за аналогічними формулами (порівняйте (1) та (4))?
8. Як отримується формула (5)?
9. Чому Ви вирішили, що в даній роботі рух тіла на першій ділянці рівноприскорений, а на другій рівномірний?
10. Запишіть формули для обчислення переміщення тіла при рівноприскореному русі.

Лабораторна робота 1-3

Вивчення рівноприскореного руху тіла на похилій площині

Мета роботи: визначення прискорення руху тіла на похилій площині.

Теоретичні відомості

Рівноприскореним називають рух, під час якого швидкість тіла за однаковий час змінюється на однакову величину. Прикладом такого руху є вільне падіння тіл, зрушення з місця автомобілів або їх гальмування до зупинки. В останньому випадку маємо рівноуповільнений рух. Мірою зміни шви-

дкості тіла є прискорення. При рівноуповільненому русі прискорення має від'ємний знак. Прискорення вільного падіння для всіх тіл на Землі однакове $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Якщо тіло, наприклад, кулька рухається по похилій площині, то прискорення буде іншим. Але для кулі, яка котиться по гладенькій похилій площині, прискорення досить точно можна визначити за формулою

$$a_k = g \sin \alpha, \quad (1)$$

де a_k – прискорення кульки (вважатимемо його теоретичним), α – кут нахилу площини. Більш точно можна визначити прискорення кульки експериментально, вимірюючи час, за який кулька проходить певну відстань. Залежність переміщення тіла від часу при рівноприскореному русі визначається за формулою:

$$S = v_0 t + at^2/2, \quad (2)$$

де S – переміщення тіла, v_0 – початкова швидкість, t – час руху, a – прискорення. Якщо початкова швидкість дорівнює нулю, тобто рух з місця (а саме такі умови ми створюємо в роботі), то формула

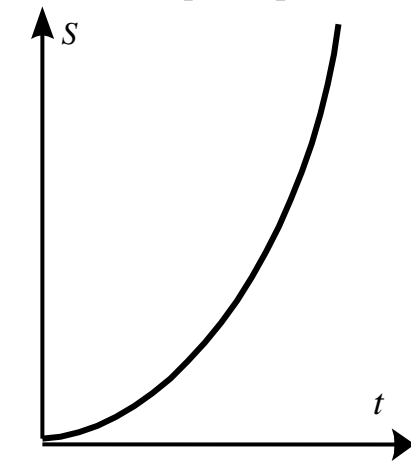


Рис. 1

(2) спрощується:

$$S = at^2/2. \quad (3)$$

Графік залежності переміщення тіла від часу являє собою параболу (рис. 1).

І якщо в результаті експерименту дійсно отримана параболу, то можна напевно стверджувати, що рух рівноприскорений.

Експериментальна установка

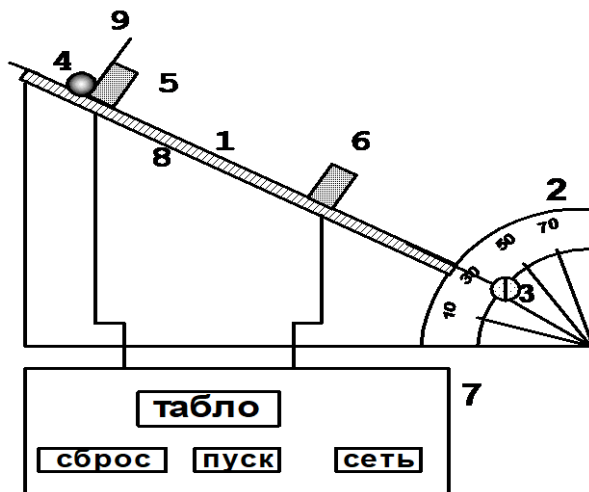


Рис. 2

Експериментальна установка складається із похилої площини 1, кут нахилу якої можна міняти. Вимірюється кут нахилу транспортиром 2 і фіксується гвинтом 3 (рис. 2) По похилій площині скочується куля 4, час руху якої між першим фотодатчиком 5 та другим фотодатчиком 6 вимірюється електронним секундоміром 7. Відстань між фотодатчиками вимірюється по шкалі 8. Рух кулі починається після того, як заслінку 9 експериментатор прибирає.

Порядок виконання роботи

1. Встановити заслінку **9** та кулю **4** біля фотодатчика **5**.
2. На невеликій відстані S (5...10 см за вказівкою викладача) від фотодатчика **5** встановити фотодатчик **6**.
3. Підняти похилу площину на кут, вказаний викладачем. Для цього послабити гвинт **3** і повернути похилу площину до відповідної позначки на шкалі транспортира **2**.
4. Ввімкнути прилад **7** у мережу і натиснути кнопку “**Сеть**”.
5. Натиснути кнопку “**Сброс**”, на табло з’являться нулі.
6. Натиснути кнопку “**Пуск**”. Прилад готовий до роботи.
7. Легенько, без поштовхів прибрати заслінку **9**. Куля починає рухатись і фотодатчик **5** запускає секундомір. Коли куля пересікає світловий промінь фотодатчика **6**, відлік часу припиняється.
8. Результати вимірювання відстані S та часу t занести до таблиці.
9. Пересунути фотодатчик **6** на де-яку відстань (за вказівкою викладача), відтиснути кнопку “**Пуск**” і повторити п.п. 5 – 9 ще чотири рази.
10. За формулою

$$a = 2S/t^2 \quad (4)$$

підрахувати прискорення кулі.

11. Підрахувати середнє значення прискорення

$$a_{cp} = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5)/5. \quad (5)$$

12. Знайти абсолютну похибку вимірювання

$$\Delta a = (a_{cp} - a_i),$$

де $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

13. Знайти відносну похибку вимірювання

$$\delta = \frac{\Delta a_{cp}}{a_{cp}} \cdot 100\%,$$

де $\Delta a_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^5 \Delta a_i}{5}$. Значок Σ означає додавання п’яти значень абсолютних похибок (аналогічно формулі (5)).

Таблиця

№ з/п	α , град.	S , м	t , с	t^2 , с ²	a , м/с ²	Δa , м/с ²	δ , %
1.							
...							
5.							
ср.							

14. Побудувати графік переміщення як функції часу $S = f(t)$. Масштаб підібрати таким чином, щоб графік був не менше, ніж чверть сторінки.
15. Підрахувати теоретичне значення прискорення кулі за формулою (1).

16. Визначити, як значно воно відрізняється від експериментального. Для цього знайти величину

$$\delta_{\tau} = \frac{|a_k - a_{cp}|}{a_k} \cdot 100\%.$$

17. Зробити висновок по роботі, в якому проаналізувати отримані результати, відносні похибки δ та δ_{τ} , зазначити точність використаних вимірювальних приладів.

Контрольні запитання

1. Навіщо знати прискорення тіла?
2. Наведіть приклади рівноприскореного руху.
3. Що називають механічним рухом?
4. Що таке прискорення?
5. Як визначається напрямок прискорення?
6. Як зміниться графік $S=f(t)$, якщо початкова швидкість не буде дорівнювати нулю?
7. Яким чином можна пересвідчитися, що рух рівноприскорений?
8. Намалювати графік залежності швидкості від часу при рівноприскореному русі.
9. За якими ще формулами (окрім (2)) можна знайти переміщення тіла при рівноприскореному русі?
10. Чим відрізняються рівномірний та рівноприскорений рух?

Лабораторна робота 1–4

Вивчення відносного руху точок маятника Максвелла

Мета роботи: визначення лінійної швидкості точок тіла в рухомій та нерухомій системах відліку, визначення відносної швидкості точок.

Теоретичні відомості

Положення матеріальної точки визначається по-різному в різних системах відліку. Швидкість точки також залежить від системи відліку. Таким чином, одна і та ж точка має різні швидкості в різних системах відліку. Якщо одну систему відліку назвати нерухомою (як правило, це та, в якій знаходиться спостерігач), а іншу – рухомою, то швидкість точки в цих системах визначається класичним законом додавання швидкостей:

$$\vec{v}_n = \vec{v}_p + \vec{v}_{pсв}, \quad (1)$$

де v_n – швидкість точки в нерухомій системі відліку; v_p – швидкість точки в рухомій системі відліку; $v_{pсв}$ – швидкість рухомої системи відліку відносно нерухомої. Слід підкреслити, що рівняння (1) записується у векторній формі і виконується для миттєвих значень швидкостей.

У даній роботі формула (1) використовується для визначення швидкостей точок на ободі махового колеса, яке обертається відносно своєї осі, а вісь, в свою чергу, рухається поступально рівноприскорено (рис. 1). Будемо вважати нерухомою систему відліку, яка зв'язана із Землею. Тоді в де-який момент часу вісь махового колеса має швидкість v_o (спрямовану вертикально

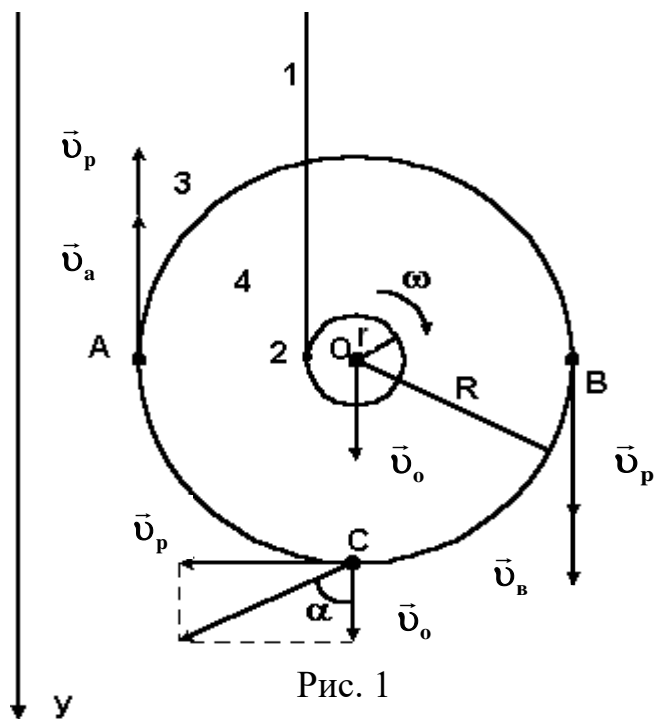


Рис. 1

вниз), а махове колесо – кутову швидкість ω . Точки **A** і **B** на ободі махового колеса відносно осі (т. **O**) мають однакові за значенням швидкості, які визначаються за формулою:

$$v_p = \omega R, \quad (2)$$

де R – радіус махового колеса. Швидкість точки **A** спрямована по дотичній уверх, а точки **B** – вниз. Вважатимемо для вибраного моменту часу з віссю махового колеса зв'язана рухома система відліку. Тоді вищезазначені швидкості є швидкостями точок **A** і **B** в рухомій системі відліку, яка рухається відносно Землі зі швидкістю v_o . Застосовуючи закон (1) в проєкції на ось y маємо:

для точки **A**

$$v_a = -v_p + v_o; \quad (3)$$

$$\text{для точки } \mathbf{B} \quad v_b = v_p + v_o. \quad (4)$$

А швидкість точки **C** відносно нерухомої системи відліку складає де-який кут α з вертикальним напрямком.

Експериментальна установка

Експериментальна установка складається із махового колеса **4**, яке закріплене на валу **2**. До валу прив'язана нитка **1**, яка закріплюється на кронштейні **5**. На вал намотується нитка, вал піднімається і фіксується у верхньому положенні електромагнітом **6**. Коли натиснути кнопку “Пуск” махове колесо починає рухатись, а на табло іде відлік часу. Як тільки махове колесо перетинає світловий промінь фотодатчика **7** електронний секундомір зупиняється і на табло висвітлюється час руху махового колеса.

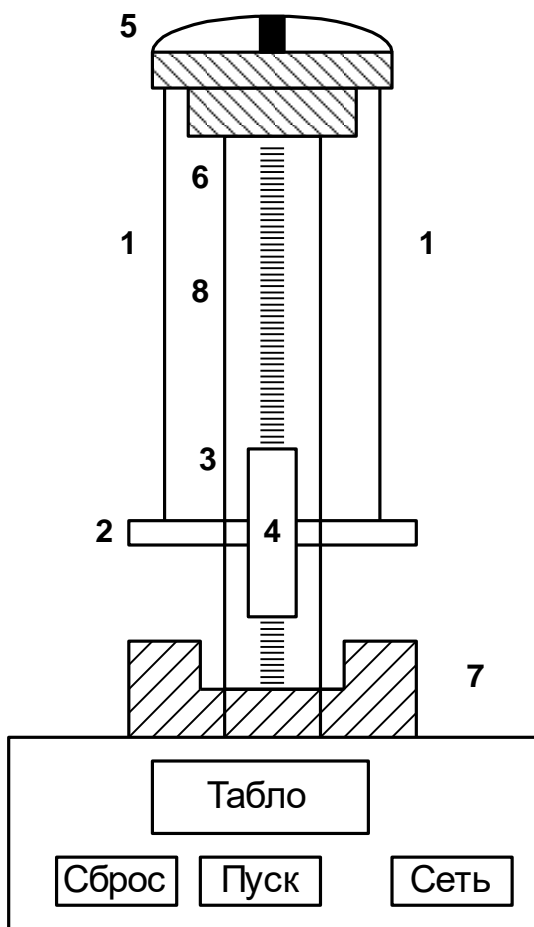


Рис. 2

Порядок виконання роботи

1. Намотуючи (або розмотуючи) нитку **1** на гвинт кронштейна **5** розташувати за вказівкою викладача махове колесо **4**. Виміряти по шкалі **8** нижнє положення махового колеса h_1 .
2. Натиснути кнопку “**Сеть**”: засвітлюється табло та з’являється світловий промінь у фотодатчику **7**. Фотодатчик закріпити так, щоб махове колесо у нижньому положенні ледь пересікало світловий промінь.
3. Намотати нитку (в один ряд) на вал **2** махового колеса і зафіксувати його в електромагніті **6** (кнопка “**Пуск**” повинна бути при цьому відтиснута). Виміряти по шкалі **8** верхнє положення махового колеса h_2 .
4. Натиснути кнопку “**Сброс**”. На табло з’являється нулі. Натиснути кнопку “**Пуск**”. Махове колесо починає рухатись рівноприскорено і при повному розмотуванні нитки спрацьовує фотодатчик. На табло з’являється час t руху махового колеса.
5. За допомогою штангенциркуля виміряти діаметр вала **2**. До таблиці занести значення радіуса вала r . А також виміряти діаметр обода **3**. До таблиці занести радіус обода R (половина діаметра).
6. Повторити вимірювання, тобто пункти 1 – 5 п’ять разів. Всі дані занести до таблиці.

Таблиця

№ з/п	h_1 , м	h_2 , м	S , м	r , м	R , м	t , с	v_o , м/с	ω , рад/с	v_p , м/с	v_A , м/с	v_B , м/с	Δv_o , м/с	Δv_A , м/с	Δv_B , м/с	δ_o , %	δ_A , %	δ_B , %
1																	
...																	
5																	
ср																	

7. Підрахувати швидкість осі, тобто швидкість рухомої системи відліку v_o за формулою:

$$v_o = 2S/t. \quad (5)$$

8. Підрахувати кутову швидкість ω махового колеса:

$$\omega = v_o/r. \quad (6)$$

9. Підрахувати лінійну швидкість v_p точок **A** і **B** відносно осі, тобто швидкість в рухомій системі відліку:

$$v_p = v_o \cdot (R/r). \quad (7)$$

10. Підрахувати швидкість v_a і v_b точок **A** і **B** відносно нерухомої системи відліку за формулами (3) і (4).

11. Середнє значення всіх величин підраховують як середнє арифметичне, наприклад:

$$v_{ocp} = (v_{o1} + v_{o2} + v_{o3} + v_{o4} + v_{o5}) / 5.$$

12. Для швидкостей v_o , v_A та v_B необхідно підрахувати абсолютну та відносну похибки. Вони підраховуються за аналогічними формулами. Так для v_o абсолютна похибка:

$$\Delta v_o = |v_{cp} - v_{oi}|,$$

де v_{oi} – результат вимірювання швидкості в кожному експерименті ($i = 1, 2, 3, 4, 5$).

13. Відносна похибка визначається за формулою:

$$\delta_o = (\Delta v_{ocp} / v_{cp}) \cdot 100\% .$$

14. Зробити креслення махового колеса, на якому у вибраному масштабі показати швидкості точок **A**, **B**, **C** в нерухомій та рухомій системах відліку (тобто аналогічно рис. 1).

15. Зробити висновки по роботі, проаналізувавши відносні похибки δ_o , δ_A , δ_B та точність використаних вимірювальних приладів.

Контрольні запитання

- | | |
|---|--|
| 1. Що таке матеріальна точка? | 6. Показати, як отримати формулу (7)? |
| 2. Що таке система відліку? | 7. Чому дорівнює швидкість точки B відносно точки A ? |
| 3. Як визначається напрямок швидкості при криволінійному русі? | 8. Який рух називають рівноприскореним? |
| 4. Що таке миттєва швидкість? | 9. Записати класичний закон додавання швидкостей. |
| 5. Чому лінійну швидкість руху осі махового колеса в даній роботі підраховуємо за формулою (5)? | 10. Чому кутова швидкість махового колеса в даній роботі підраховується за формулою (6)? |

2. МЕХАНІЧНІ СИЛИ. ЗАКОНИ НЬЮТОНА

Лабораторна робота 2-1

Вивчення сили тертя ковзання за допомогою похилої площини

Мета роботи: вивчення сили тертя, визначення коефіцієнту тертя ковзання.

Теоретичні відомості

Тертя зовнішнє – механічна взаємодія між твердими тілами, що виникає в місцях їх дотику і перешкоджає відносному переміщенню цих тіл. Тертя внутрішнє (в'язкість) – сукупність процесів, що відбуваються в твердих, рідких та газоподібних тілах і приводять до необоротного перетворення їхньої механічної енергії на внутрішню енергію. Сили тертя виникають завдяки існуванню сил взаємодії між молекулами і атомами тіл в місцях їх дотику. Розрізняють тертя спокою і тертя кінетичне. Тертя спокою – протидія зовнішній силі до початку ковзання або кочення. Тертя кінетичне – протидія зов-

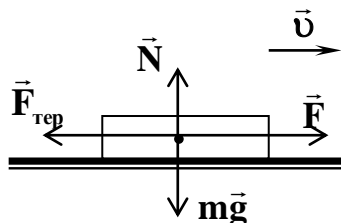


Рис. 1, а.
 $F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg.$

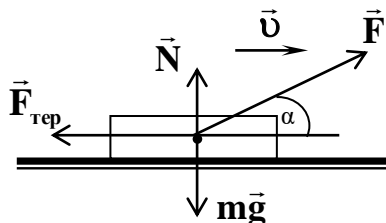


Рис. 1, б.
 $F_{\text{тер}} = \mu N = \mu (mg - F \sin \alpha).$

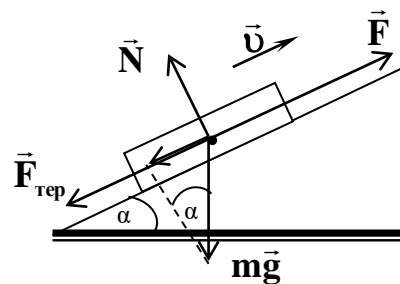


Рис. 1, в.
 $F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha.$

нішній силі з того моменту, як рух почався. Характеристика тертя ковзання – коефіцієнт тертя ковзання μ – безрозмірна величина, яка дорівнює відношенню сили тертя $F_{тер}$ до сили нормального тиску N одного тіла на друге.

Сили тертя кочення значно менші від сил тертя ковзання. $F_{тер.коч} \ll F_{тер.ковз}$.

Для зменшення сил тертя застосовують змащування.

У цій лабораторній роботі визначаємо коефіцієнт тертя, аналізуючи рух тіла на похилій площині (рис. 2). У цьому випадку визначається коефіцієнт тертя між матеріалом, з якого зроблене тіло і матеріалом похилої площини. Якщо тіло рухається з прискоренням, то за другим законом Ньютона

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma.$$

$$\mu = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{g \cos \alpha}. \quad (1)$$

Прискорення a знаходимо з кінематичного рівняння

$$a = \frac{2S}{t^2}. \quad (2)$$

Експериментальна установка

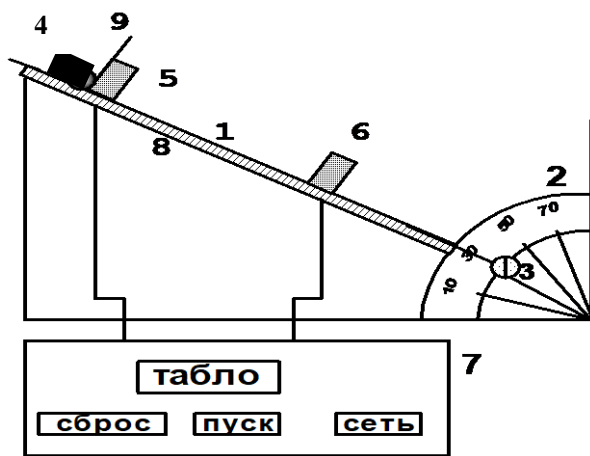


Рис. 3

Експериментальна установка складається із похилої площини **1**, кут нахилу якої можна міняти. Вимірюється кут нахилу транспортом **2** і фіксується гвинтом **3** (рис. 3) Похилою площиною зсонується тіло **4**, час руху якого між першим фотодатчиком **5** та другим фотодатчиком **6** вимірюється електронним секундоміром **7**. Відстань між фотодатчиками вимірюється за шкалою **8**. Рух тіла починається після того, як заслінку **9** експериментатор прибирає.

Порядок виконання роботи

1. Встановити за транспортом **2** кут нахилу похилої площини α (за вказівкою викладача).
2. Виміряти за шкалою **8** шлях тіла на похилій площині S (відстань AB на рис. 2) і розташувати на початку і в кінці датчики **5** і **6** реле часу.

- Поставити на похилу площину тіло **4** і тричі виміряти час його руху між датчиками реле часу. Для цього ввімкнути електронний секундомір **7** в мережу.
- За формулою (2) знайти прискорення тіла, а за формулою (1) – коефіцієнт тертя. Значення тригонометричних функцій $\operatorname{tg}\alpha$ та $\cos\alpha$ взяти в табл. 1.

Таблиця 1

α , град	$\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	α , град	$\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	α , град	$\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$
10	0,98	0,18	25	0,91	0,47	40	0,77	0,84
15	0,97	0,27	30	0,87	0,58	45	0,71	1,00
20	0,94	0,36	35	0,82	0,70	50	0,64	1,19

- Дослід повторити для трьох кутів α .
- Результати експерименту і розрахунків занести до табл. 2.

Таблиця 2

№ з/п	α , град	S , м	t , с	a , м/с ²	μ	μ_{cp}	$\Delta\mu$	$\Delta\mu_{cp}$	δ , %
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

- Підрахувати середнє арифметичне значення коефіцієнта тертя μ_{cp} за формулою

$$\mu_{cp} = \frac{\sum \mu_i}{N},$$

де N – кількість експериментів.

- Абсолютна помилка $\Delta\mu$ визначається за формулою

$$\Delta\mu = |\mu_{cp} - \mu_i|.$$

- Відносну помилку δ підрахувати за формулою

$$\delta = \frac{\mu_{cp}}{\Delta\mu_{cp}} \cdot 100\%,$$

де $\Delta\mu_{cp}$ – середнє значення абсолютної помилки і визначається, як середнє арифметичне.

- Побудувати графік залежності коефіцієнта тертя від кута нахилу площини $\mu=f(\alpha)$.

11. Зробити висновок по роботі, в якому проаналізувати отримані значення коефіцієнта тертя, графік, абсолютну та відносну помилки вимірювань. Зазначити точність використаних у роботі вимірювальних приладів.

Контрольні запитання

1. Яка класифікація видів тертя?
2. При яких умовах виникає зовнішнє тертя?
3. Що таке коефіцієнт тертя ковзання?
4. Від чого залежить його величина?
5. Напишіть формулу, за якою визначають модуль сили тертя.
6. Чому в даній роботі прискорення визначається за формулою (2)?
7. Сформулювати I закон Ньютона.
8. Чи залежить сила тертя від швидкості руху тіла?
9. На рис. 2, в показати сили, з якими взаємодіють тіло і похила площина.
10. Як визначається рівнодіюча всіх сил?

Лабораторна робота 2-2

Вивчення в'язкого тертя

Мета роботи: визначення залежності сили опору від швидкості тіла, що рухається у в'язкому середовищі.

Теоретичні відомості

При русі одного тіла відносно іншого в зоні контакту цих тіл виникає сила тертя, яка спрямована проти напрямку руху тіла. Якщо одне тіло – рідина, то маємо в'язке тертя. На кульку, що рухається в рідині (рис. 1) діють три сили:

а) сила тяжіння $P = mg;$ (1)

б) сила Архімеда $F_A = \rho g V;$ (2)

в) сила опору $F_T = 6\pi\eta r v,$ (3)

де η – коефіцієнт в'язкості рідини, r – радіус кульки, v – швидкість руху кульки. Рівнодіюча сил, що діють на кульку:

$$R = P - (F_A + F_T).$$

Спочатку швидкість кульки буде збільшуватись, але одночасно буде зростати сила опору (див. рівняння 3) і настане такий момент, коли сила тяжіння P буде врівноважена силами F_A та F_T :

$$P - (F_A + F_T) = 0. \quad (4)$$

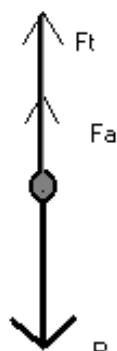


Рис. 1

З цього моменту рух кульки стане рівномірним з якоюсь швидкістю v . Слід підкреслити, що в цьому процесі грає роль не тертя кульки в рідині, а тертя окремих шарів рідини між собою, які на певний період часу переходять у плавний безвихровий рух (при невеликих швидкостях та маленьких кульках). Швидкість руху кульки можна підрахувати, визначивши шлях S та час t рівномірного руху її в рідині:

$$v = S/t. \quad (5)$$

Якщо відома густина рідини ρ_p , можна визначити силу Архімеда F_A :

$$F_A = \rho_p g \frac{4}{3} \pi r^3. \quad (6)$$

Отже, можна незалежним чином виміряти силу в'язкого тертя і швидкість кульки і тим самим перевірити співвідношення (3). Тобто графік залежності сили в'язкого тертя від швидкості кульки являє собою пряму лінію, кут нахилу якої залежить від в'язкості рідини (рис. 3).

Експериментальна установка

Експериментальна установка являє собою скляний циліндричний посуд **1** з рідиною **2**. На циліндрі нанесена шкала **3** з позначками через 5 см (рис. 2). Діаметри кульок **4** вимірюються окулярним мікроскопом, який являє собою тонку скляну пластину з нанесеною шкалою. Ця пластина розташована у фокальній площині мікроскопа. У полі зору окуляру одночасно можна спостерігати відображення кульки та окулярного мікрометра. Час руху кульки між позначками шкали вимірюється секундоміром.

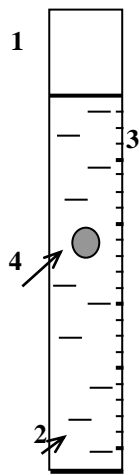


Рис. 2

Порядок виконання роботи

1. За допомогою мікроскопа підбирають по 3...5 кульок одного діаметра різних кольорів (кульки одного кольору мають однакову масу).
2. Пінцетом беруть кульку і занурюють у рідину. Через деякий час кулька починає рухатись рівномірно. При проходженні нею позначки вмикають секундомір і вимикають при проходженні останньої позначки (початкову та кінцеву позначки вказує викладач). Таким чином визначають шлях S рівномірного руху та час t .
3. За формулою (5) визначити швидкість рівномірного руху кульки.
4. За формулами (6) та (1) визначити силу Архімеда та силу тяжіння, використавши одержане при вимірюванні мікроскопом значення діаметра кульок. Густина рідини записана на приборі. Прискорення вільного падіння в розрахунках брати рівним $9,8 \text{ м/с}^2$.
5. Скориставшись формулою (4), визначити силу опору F_T :

$$F_T = P - F_A.$$
6. Одержані результати занести до таблиці.

Таблиця

№	r , м	S , м	t , с	v , м/с	F_A , Н	P , Н	F_T , Н	η , Па·с	η_{cp} , Па·с	δ , %
1.										
...										
9.										

7. Побудувати графік залежності $F_T = f(v)$. Для цього через експериментальні точки провести за допомогою прозорої лінійки пряму, так щоб експериментальні точки були як найближче до неї.

8. Визначити кут нахилу α прямої. Для цього добудувати на графіку прямокутний трикутник, в якому визначити один катет ΔF_T та інший катет Δv . Тоді

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta F_T}{\Delta v}.$$

9. Визначити коефіцієнт в'язкості рідини за формулою

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{6\pi r}.$$

10. Підрахувати середнє значення коефіцієнта в'язкості η_{cp} , як середнє арифметичне.
 11. За допомогою довідника визначити, яка рідина застосована в експерименті. Тобто знайти у якої рідини найбільш близьке значення коефіцієнта в'язкості $\eta_{табл}$ до знайденого в експерименті η_{cp} .
 12. Визначити відносну похибку вимірювання за формулою:

$$\delta = \frac{|\eta_{табл} - \eta_{cp}|}{\eta_{табл}} \cdot 100\%.$$

13. Зробити висновок по роботі. Зазначити точність використаних в роботі вимірювальних приладів.

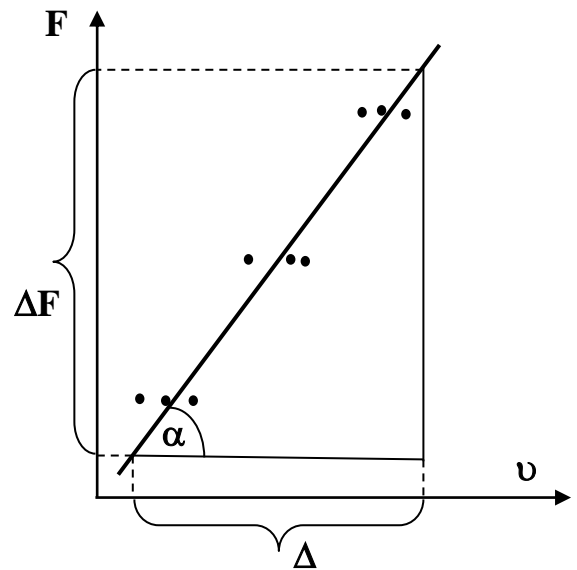


Рис.3

Контрольні запитання

1. Які сили діють на кульку, що рухається у рідині?
2. Сформулювати другий закон Ньютона.
3. Чому кулька спочатку рухається рівноприскорено, а потім рівномірно?
4. При яких умовах додержується рівняння (3)?
5. Чи буде однакою сила опору при русі кульки в різних рідинах?
6. Яким чином вимірюється діаметр кульки?
7. Чому треба підбирати кульки однакового діаметра?
8. Чи залежить сила в'язкого тертя від форми тіла?
9. Які види тертя Ви знаєте?
10. Як залежить сила опору руху кульки у рідині : а) від в'язкості рідини, б) від швидкості руху кульки?

Лабораторна робота 2-3

Перевірка другого закону Ньютона при обертальному русі точки

Мета роботи: незалежне вимірювання сили, яка діє на точку і прискорення, з яким вона рухається, а також знаходження співвідношення між ними.

Теоретичні відомості

Другий закон Ньютона стверджує, що прискорення a , з яким рухається тіло (матеріальна точка) пропорційне силі F , діючій на тіло і оберненопропорційне масі тіла m :

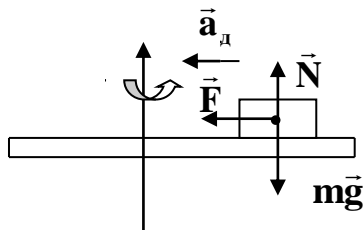


Рис. 1

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (1)$$

Причому в формулі (1) фігурує рівнодіюча всіх сил, які діють на тіло. Таким чином, щоб змінити швидкість тіла, чи за значенням, чи за напрямком потрібно подіяти на нього силою. У цій роботі зовнішня сила F змінює напрямок руху тіла (рис.1). Як би не було цієї сили, то тіло рухалося б за інерцією в певному напрямку. Тобто зовнішня сила створює доцентрове прискорення.

Зовнішньою силою в цій роботі виступає сила пружності з боку пружини. Сила пружності пропорційна подовженню (стисканню) x пружини:

$$F_{np} = k \cdot \Delta x, \quad (2)$$

де k – коефіцієнт пружності пружини. Спрямована сила пружності проти подовження (стискання) пружини. Незалежно від сили пружності можна знайти доцентрове прискорення точки, яка рівномірно обертається по колу:

$$a_d = \omega^2 \cdot R, \quad (3)$$

де ω – кутова швидкість обертання, R – відстань від осі обертання до точки. Кутову швидкість можна визначити, знаючи частоту обертання n :

$$\omega = 2\pi n. \quad (4)$$

Незалежне вимірювання сили і прискорення дозволяє перевірити співвідношення (1).

Експериментальна установка

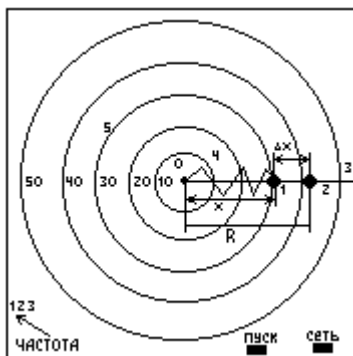


Рис. 2

Експериментальна установка складається із тіла, що знаходиться в положенні **1** і при обертанні переходить в положення **2** по напрямній спиці **3**. До кулі прикріплена пружина **4**, яка другим кінцем фіксується на осі обертання **О**. Відстань, на яку переміщується тіло під час обертання вимірюється коловою шкалою **5** (рис. 2). Крім того, відстань можна виміряти між початковим та кінцевим положенням рухомої шайби, яка переміщується по спиці разом з тілом. Частоту обертання можна змінювати перемикачем.

Порядок виконання роботи:

1. Виміряти початкове положення x тіла **1**.
2. Встановити перемикач “**ЧАСТОТА**” в положення, яке вказує викладач.
3. Ввімкнути прилад, натиснувши кнопку “**СЕТЬ**”.
4. Після натискання кнопки “**ПУСК**” починається обертальний рух тіла. Після чого тіло переходить у положення **2**. Виміряти по коловій шкалі відс-

тань R між віссю обертання O і новим положенням тіла **2**. Цю відстань можна виміряти і штангенциркулем між початковим та кінцевим положенням рухомої шайби.

5. Відтиснути кнопку “ПУСК”. Результати вимірів занести до таблиці.
6. Змінити частоту (за вказівкою викладача). Повторити п.п. 4-6 ще чотири рази.
7. Підрахувати в кожному експерименті видовження пружини:

$$x = R - \Delta x.$$

8. Підрахувати силу, яка діє на кулю за формулою (2). Значення коефіцієнта пружності вказано на установці.
9. Підрахувати за формулою (4) кутову швидкість.
10. За формулою (3) підрахувати прискорення руху кулі.
11. Для перевірки другого закону Ньютона потрібно визначити на скільки відрізняється добуток $m \cdot a$ від значення сили F . Маса кулі написана на приладі:

$$\Delta = |m \cdot a - F|.$$

12. Відносну похибку знайти за формулою:

$$\delta = \frac{\Delta_{cp}}{F_{cp}} \cdot 100\%,$$

де Δ_{cp} і F_{cp} визначається, як середнє арифметичне.

Таблиця

№ з/п	x , м	R , м	Δx , м	n , об/с	ω , рад/с	a , м/с ²	m , кг	k , Н/м	F , Н	$m \cdot a$, Н	Δ , Н	δ , %
1												
...												
5												
Ср.												

13. Побудувати графік залежності прискорення кулі від сили: $a = f(F)$.
14. Зробити висновок по роботі (аналіз абсолютної та відносної похибок, отриманого графіка), зазначити точність, використаних у роботі приладів.

Контрольні запитання

1. У чому полягає перший закон Ньютона?
2. Сформулювати третій закон Ньютона.
3. Як ви розумієте явище інерції?
4. Що таке маса тіла?
5. Чому, для того, щоб тіло рівномірно оберталось, потрібно діяти на нього силою?
6. Як визначається сила тертя?
7. Як визначається сила всесвітнього тяжіння?
8. Як визначається рівнодіюча сила?
9. Чому у цій роботі ми не беремо до уваги силу тяжіння і реакцію опори (див. рис. 1)?
10. Яка різниця між гравітаційною та інертною масами?

Лабораторна робота 2-4

Перевірка другого закону Ньютона за допомогою приладу Атвуда

Мета роботи: визначення сили натягу нитки при русі зв'язаних тіл та прискорення їхнього руху, перевірка другого закону Ньютона.

Теоретичні відомості

Основний закон динаміки – другий закон Ньютона, згідно якому прискорення, яке набуває тіло, пропорційно рівнодіючий всіх сил, прикладених до тіла, і обернено пропорційно масі тіла

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_p}{m}.$$

Застосуємо основне рівняння динаміки поступального руху для тіл, що знаходяться на нитці, яка перекинута через блок (рис. 1). Якщо на нитці підвісити однакові вантажі масою m кожен, система перебуватиме в рівновазі. Якщо на правий вантаж покласти додатковий тягарець Δm , система почне рухатись з прискоренням a . Запишемо рівняння руху для лівого вантажу:

$$m\vec{g} + \vec{F}_H = m\vec{a}, \quad (1)$$

де \vec{F}_H - сила натягу нитки. Для правого вантажу з додатковим тягарцем:

$$(m + \Delta m)\vec{g} + \vec{F}_H = (m + \Delta m)\vec{a}. \quad (2)$$

Запишемо систему рівнянь (1) і (2) в алгебраїчному вигляді (після проектування на показані осі Y):

$$F_H - mg = ma, \quad (1')$$

$$(m + \Delta m)g - F_H = (m + \Delta m)a. \quad (2')$$

Після розв'язування системи рівнянь (1') і (2') отримаємо вираз для визначення сили натягу нитки:

$$F_{H\text{теор}} = \frac{2mg(m + \Delta m)}{2m + \Delta m}. \quad (3)$$

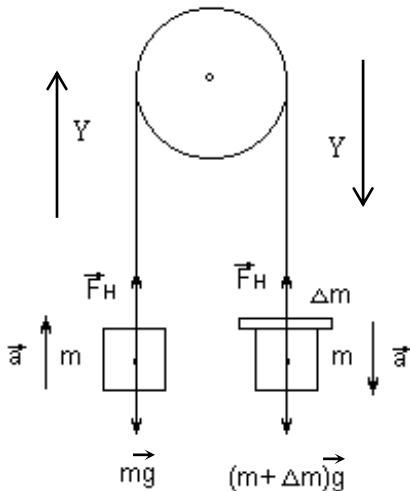


Рис. 1

Якщо визначити експериментально прискорення a , з яким рухається система вантажів, то силу натягу нитки F_H можна знайти з рівняння руху лівого вантажу:

$$F_{H\text{експ}} = m(g + a). \quad (4)$$

Перед початком роботи вантаж з додатковим тягарцем фіксують у точці **A** (рис. 2) за допомогою електромагніта ($v_0=0$). Після початку руху вантаж з тягарцем пройдуть відстань $AB=S_1$ рівноприскорено. Прискорення системи вантажів:

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2S_1} = \frac{v^2}{2S_1}, \quad (5)$$

де v – швидкість вантажу в кінці ділянки прискореного руху. На кільці **В** додатковий тягарець буде відчеплений, тоді відстань $BC=S_2$ правий вантаж пройде рівномірно з швидкістю v , яку він придбав у кінці ділянки S_1 . Якщо виміряти шлях S_2 і час його проходження t , то можна визначити швидкість рівномірного руху:

$$v = \frac{S_2}{t}. \quad (6)$$

Після підстановки формули (6) в (5) отримаємо вираз для розрахунку прискорення:

$$a = \frac{S_2^2}{2S_1t^2}. \quad (7)$$

Експериментальна установка

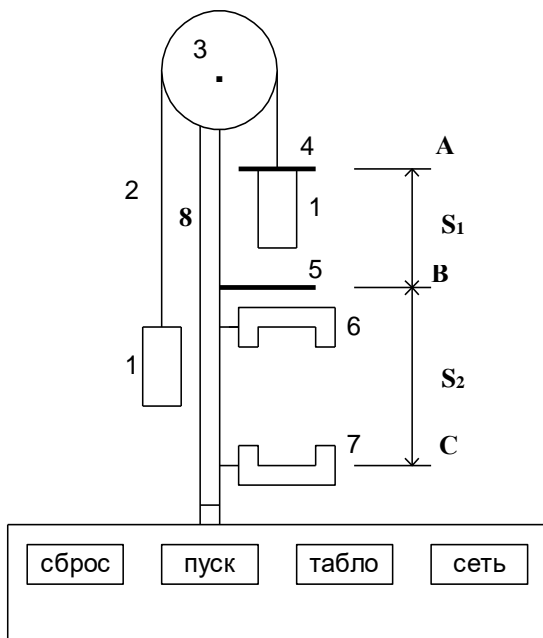


Рис. 2

Експериментальна установка (рис. 2) складається із двох однакових циліндрів **1**, які зв'язані ниткою **2**, перекинutoю через дуже легкий рухомий блок **3**. На один із циліндрів кладуть невеличку шайбу **4**, після чого система починає рухатись рівноприскорено. Коли циліндр з шайбою проходить крізь кронштейн **5**, шайба знімається. Система починає рухатись рівномірно. У момент, коли шайба знімається, фотодатчик **6** запускає лічильник часу. Наприкінці рівномірного руху фотодатчик **7** зупиняє секундомір. Кронштейн **5** разом з фотодатчиком **6**, а також фотодатчик **7** мають можливість переміщуватись по стійці зі шкалою **8**.

Порядок виконання роботи

1. Виміряти відстані S_1 та S_2 за допомогою міліметрової шкали.
2. Визначити маси вантажів m і тягарця Δm .
3. Ввімкнути прилад. Зафіксувати вантаж з тягарцем у точці **А** за допомогою електромагніту.
4. Натиснути кнопку “**Пуск**”. Виміряти час рівномірного руху t . Повторити експеримент 5 разів.
5. Розрахувати прискорення руху a за формулою (7).
6. Визначити силу натягу нитки $F_{\text{Нексп}}$ за формулою (4).

7. Знайти середнє значення експериментальної сили натягу F_{Hcp} , як середнє арифметичне з п'яти значень.
8. Підрахувати теоретичне значення сили натягу за формулою (3).
9. Порівняти значення сили натягу, які отримані експериментально і теоретично

$$\delta = \frac{|F_{Hтеор} - F_{Hcp}|}{F_{Hтеор}} \cdot 100\% .$$

10. Дані занести до таблиці.
11. Зробити висновок по роботі. Зазначити точність використаних у роботі вимірювальних приладів.

Таблиця

№	S_1 , м	S_2 , м	m , кг	Δm , кг	t , с	a , м/с ²	$F_{Hексп}$, Н	F_{Hcp} , Н	$F_{Hтеор}$, Н	δ , %
1										
...										
5										

Контрольні запитання

1. Сформулювати закони Ньютона. Навести приклади їх виконання.
2. Дати визначення маси та сили.
3. Що таке інерція?
4. Як класифікуються сили в механіці?
5. Що таке сила тяжіння і вага тіла? Навести приклади, коли ці сили співпадають за значенням, а коли не співпадають?
6. Що називають імпульсом сили?
7. Чому і як виникає сила натягу нитки?
8. Що таке інертність?
9. Як визначається сила всесвітнього тяжіння?
10. Які системи відліку називають інерціальними?

3. МОМЕНТ ІНЕРЦІЇ. ОСНОВНЕ РІВНЯННЯ ДИНАМІКИ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

Лабораторна робота 3-1

Момент інерції матеріальної точки

Мета роботи: дослідне визначення моменту інерції елемента (насадка) хрестоподібного маятника, який вважаємо матеріальною точкою.

Теоретичні відомості

Моментом інерції називається фізична величина, яка характеризує інертність тіла до зміни кутової швидкості під дією обертового моменту. Момент інерції (I_m) матеріальної точки відносно центра обертання визначається як:

$$I_m = m_m r_m^2, \quad (1)$$

де m_m – маса точки, r_m – відстань до центра обертання. Тверде тіло це система частин (матеріальних точок) з незмінною відстанню між ними. При обертальному русі всі точки тіла рухаються коловими траєкторіями, центри яких лежать на осі обертання (рис. 1), тобто момент інерції всього тіла визначиться як:

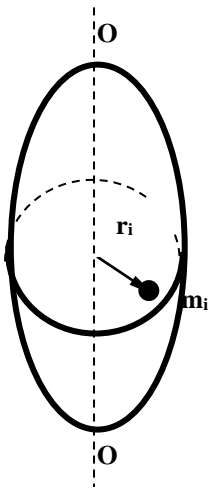


Рис. 1

$$I = \sum I_i = \sum m_i r_i^2,$$

де m_i – маса i -тої точки, r_i – відстань від цієї точки до центра обертання. Момент інерції адитивна величина, тобто момент інерції системи визначається, як сума моментів інерції складових частин. У даній роботі насадки, які закріплюють на спицях, являють собою матеріальні точки. Тому момент інерції хрестоподібного маятника визначиться як:

$$I = I_0 + N \cdot I_m, \quad (2)$$

де I_0 – момент інерції спиць без насадок, I_m – момент інерції матеріальної точки (тобто насадки), N – кількість матеріальних точок. На практиці момент інерції хрестоподібного маятника визначається із застосуванням другого закону Н'ютона для обертального руху твердого тіла:

$$I = M/\beta, \quad (3)$$

де M – обертальний момент; β – кутове прискорення.

Експериментальна установка

Хрестоподібний маятник (рис. 2) – це система, що складається з двох шківів 5 різних радіусів (R_1, R_2) (другий шків на малюнку не видно), закріплених на одну вісь, та чотирьох (інколи, двох) спиць, вздовж, яких переміщується чотири (або дві) однакові насадки 1 масою m_m . Їх можливо прийняти за матеріальні точки. Відстань від осі обертання до середини насадки r вимірюється сантиметровою шкалою на спицях. Маятник виконує обертальний рух з прискоренням β під дією моменту сили натягу нитки F_2 . Нитка намотана на один із шківів, а на її кінці прив'язано тягар 2 масою m . Тягар під дією сил mg та F_1 рухається поступально з прискоренням a . Час руху t вимірюється за допомогою електронного секундоміра. Висота падіння h тягара А вимірюється за шкалою 9 на стійці

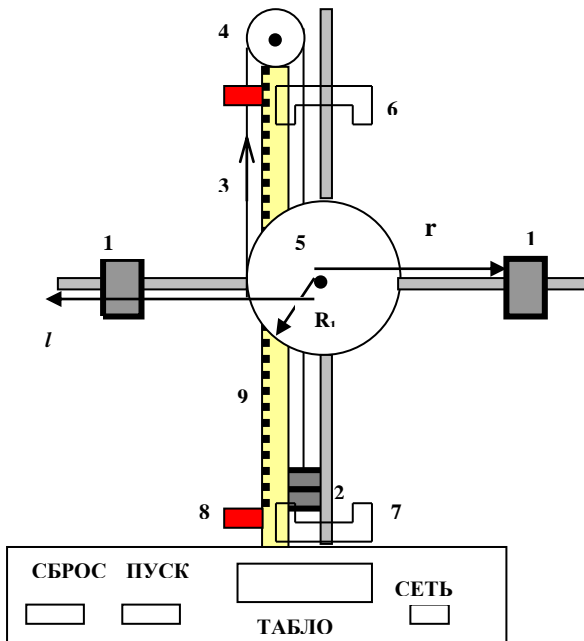


Рис. 2

приладу. А для визначення моменту інерції хрестоподібного маятника треба розв'язати систему:

$$\left. \begin{aligned} mg - F_1 &= ma, \\ F_2 R &= I \cdot \beta. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Порядок виконання роботи

1. Надіти на спиці дві або чотири (за вказівкою викладача) насадки m_m і закріпити їх на рівних відстанях r від осі обертання.
2. На відстані h (за вказівкою викладача) від нижнього фотодатчика закріпити верхній.
3. Закріпити на шківі радіусом R нитку з тягарцем m і перекинути її через блок **К**. Маса m тягарця вказана на ньому.
4. Ввімкнути прилад. Намотати нитку на шків так, щоб тягарець ледь-ледь знаходився над світловим променем верхнього фотодатчика **Б**.
5. Зняти відлік часу t , за який тягарець проходить відстань h (між двома фотодатчиками).
6. Результати занести до таблиці.

Таблиця

№ з/п	N	r , м	m_m , кг	h , м	t , с	m , кг	R , м	I , кг·м ²	I_m , кг·м ²	$I_{теор}$, кг·м ²	δ , %
1											
...											
5											

7. Повторити заміри для інших відстаней до насадок r_2, r_3, r_4, r_5 .
5. Розрахувати момент інерції I хрестоподібного маятника з насадками за формулою:

$$I = mR^2(gt^2 - 2h)/2h. \quad (5)$$

6. Розрахувати момент інерції насадки (матеріальної точки):

$$I_m = (I - I_0)/N,$$

де I_0 – момент інерції спиць без насадок написано на приладі (або вказує викладач), N – кількість насадок.

7. Знайти теоретичне значення моменту інерції за формулою (1) для кожної відстані r .
8. Підрахувати на скільки процентів відрізняються експериментальне та теоретичне значення моментів інерції:

$$\delta = \frac{|I_m - I_{теор}|}{I_{теор}} \cdot 100\%.$$

9. Побудувати графік залежності $I_m = f(r)$. Масштаб підібрати таким чином, щоб графік був не менше, ніж чверть сторінки.
10. Зробити висновок по роботі, в якому проаналізувати отримані результати, відносно похибки, зазначити точність використаних вимірювальних приладів.

Контрольні запитання

1. Що таке матеріальна точка?
2. Що таке обертальний рух твердого тіла?
3. Що таке момент інерції?
4. Сформулювати теорему Штейнера.
5. Від чого залежить момент інерції твердого тіла?
6. Чому на Вашу думку не співпадають експериментальне та теоретичне значення моментів інерції?
7. Для чого необхідно тягарець встановлювати так, щоб він ледь-ледь знаходився над світловим променем верхнього фотодатчика?
8. Як визначається момент інерції стержня?
9. Як виглядає основне рівняння динаміки обертального руху?
10. Вивести формулу (5) із системи рівнянь (4).

Лабораторна робота 3-2

Визначення моменту інерції однорідного диску

Мета роботи: дослідне визначення моменту інерції однорідного диску.

Теоретичні відомості

Моментом інерції називається фізична величина, яка характеризує інертність тіла до зміни кутової швидкості під дією обертального моменту. Момент інерції відносно деякій осі тіла чисельно дорівнює моменту інерції всіх його матеріальних точок відносно цієї осі.

$$I = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2,$$

де m_i – маса i -тої точки, r_i – відстань цієї точки від осі обертання. Вимірюється момент інерції в $[\text{кг} \cdot \text{м}^2]$. Для однорідних тіл правильної геометричної форми (куля, диск, циліндр та інші) момент інерції підраховується досить просто. Так момент інерції однорідного диску або махового колеса визначають за формулою:

$$I = \frac{1}{2} \cdot mR^2, \quad (1)$$

де m – маса диску, R – його радіус.

Момент інерції можна виміряти за допомогою приладу, що складається з махового колеса, насадженого на вал, на який намотується нитка (рис. 1). При цьому махове колесо підіймається на деяку висоту. У найвищій точці система має запас потенціальної енергії:

$$W_{p1} = mgh_1. \quad (2)$$

Потенціальна енергія витрачається на подолання сил тертя і на збільшення кінетичної енергії поступального та обертального рухів:

$$mgh_1 = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + F_{mp}h_1, \quad (3)$$

де I – момент інерції колеса; m – маса; v – його лінійна та ω – кутова швидкості, F_{mp} – сила тертя. Силу тертя обчислюємо за формулою:

$$F_{mp} = mg \frac{(h_1 - h_2)}{(h_1 + h_2)}, \quad (4)$$

де h_1 – початкова висота колеса; h_2 – висота до якої підіймається махове колесо після падіння. Оскільки рух колеса при падінні прискорений, то неважко отримати:

$$v = \frac{2h_1}{t}. \quad (5)$$

$$\omega = \frac{2h_1}{rt}. \quad (6)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (3), (4), (5), (6) після відповідних перетворень одержимо робочу формулу для визначення моменту інерції махового колеса:

$$I = \frac{md^2}{4} \left[\frac{gt^2h_2}{h_1(h_1 + h_2)} - 1 \right]. \quad (7)$$

де m – маса колеса та вала, d – діаметр вала ($d=2 \cdot r$).

Експериментальна установка

Експериментальна установка (рис. 1) складається із махового колеса **4**, яке закріплене на валу **2**. До вала прив'язана нитка **1**, яка закріплюється на кронштейні **5**. На вал намотується нитка, вал піднімається і фіксується у верхньому положенні електромагнітом **6**. Коли натиснути кнопку “Пуск” махове колесо починає рухатись, а на табло іде відлік часу. Як тільки махове колесо перетинає світловий промінь

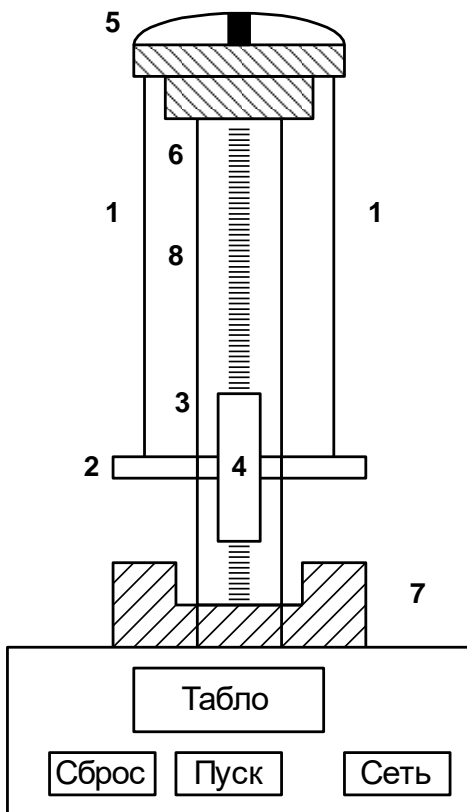


Рис. 1

фотодатчика **7** електронний секундомір зупиняється і на табло висвітлюється час руху махового колеса.

Порядок виконання роботи

1. За допомогою штангенциркуля виміряти діаметр d вала **2** та діаметр D махового колеса **4**.

- Записати до таблиці загальну масу m вала, махового колеса та ободу.
- За допомогою кронштейна **5** встановити махове колесо в указане викладачем положення l_2 за шкалою **8**.
- Намотати нитку на вал **2** так, щоб колесо уперлось до магнітних стержнів **6**. За шкалою **8** фіксуємо найвищу точку колеса l_1 .
- Натиснути кнопку “Пуск”. Час t падіння фіксується секундоміром.
- Визначити висоту l_3 , до якої підіймається колесо після падіння. Дані занести до таблиці, де $h_1=l_2-l_1$, $h_2=l_2-l_3$.
- Вимірювання повторити п’ять разів й занести до таблиці.

Таблиця

№ з/п	d , м	D , м	m , кг	l_1 , м	l_2 , м	l_3 , м	h_1 , м	h_2 , м	t , с	$I_{експ}$, кг·м ²	$I_{сер}$, кг·м ²	$I_{теор}$, кг·м ²	δ , %
1													
...													
5													

- За формулою (7) обчислити експериментальний момент інерції махового колеса $I_{експ}$.
- Знайти його середнє значення як середнє арифметичне.
- За формулою (1) обчислити теоретичний момент інерції махового колеса $I_{теор}$, де $R=D/2$.
- Порівняти експериментальний та теоретичний момент інерції. Для цього підрахувати величину

$$\delta = \frac{|I_{теор} - I_{експ}|}{I_{теор}} \cdot 100\%.$$

- Зробити висновок по роботі, в якому проаналізувати отримані результати та точність використаних у роботі приладів.
- Письмово дати відповідь на контрольні запитання.

Контрольні запитання

- Поясніть фізичний зміст моменту інерції.
- Запишіть формулу кінетичної енергії обертального руху.
- Отримані Вами теоретичний та експериментальний моменти інерції відрізняються один від одного. Який на Вашу думку більш точний?
- Сформулюйте закон збереження енергії стосовно цієї лабораторної роботи.
- Чому махове колесо не вертається в своє первісне положення?
- Вивести формулу (7).
- Де використовують властивості махового колеса?
- Запишіть основне рівняння динаміки обертального руху.
- Яким чином можна збільшити момент інерції тіла?
- Як визначається момент сили?

Лабораторна робота 3-3

Визначення моменту інерції твердого тіла відносно довільної осі

Мета роботи: визначення моментів інерції тіла відносно головних осей, перевірка теоретичного співвідношення для моменту інерції тіла відносно довільної осі.

Теоретичні відомості

Щоб тверде тіло почало обертатися або змінювати кутову швидкість, потрібно подіяти на нього моментом сили. Виникаюче при цьому кутове прискорення залежить від інертності тіла. Мірою інертності тіла при обертальному русі є момент інерції. Момент інерції тіла залежить не тільки від маси, а і від того, як маса розподілена відносно осі обертання.

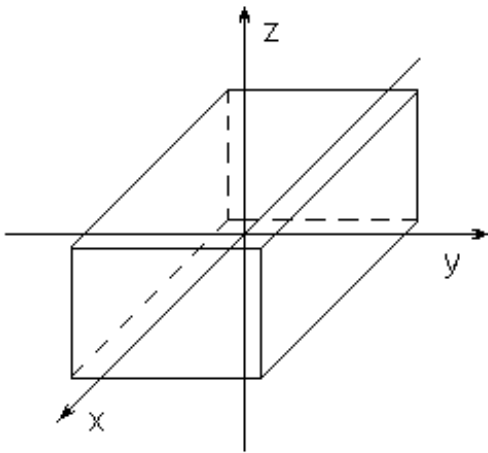


Рис. 1

І одне і теж тіло має різні моменти інерції відносно різних осей обертання. Якщо вісь обертання змінюється, то потрібно визначати момент інерції знову. Але коли вісь обертання переноситься паралельно осі, яка проходить через центр мас, то новий момент інерції можна підрахувати за теоремою Штейнера. Якщо нова вісь довільна, то і в цьому випадку можна підрахувати новий момент інерції. Для цього потрібно знайти головні осі інерції твердого тіла. Для однорідних симетричних тіл (куля, куб, циліндр, прямокутний паралелепіпед і т.д.) головні осі інерції співпадають з осями симетрії тіла. Так, головні осі паралелепіпеда проходять через геометричний центр перпендикулярно граням (рис. 1). Позначимо через I_x, I_y, I_z – моменти інерції тіла відносно його головних осей. Тоді момент інерції тіла відносно довільної осі n можна визначити за співвідношенням:

Для однорідних симетричних тіл (куля, куб, циліндр, прямокутний паралелепіпед і т.д.) головні осі інерції співпадають з осями симетрії тіла. Так, головні осі паралелепіпеда проходять через геометричний центр перпендикулярно граням (рис. 1). Позначимо через I_x, I_y, I_z – моменти інерції тіла відносно його головних осей. Тоді момент інерції тіла відносно довільної осі n можна визначити за співвідношенням:

$$I_n = I_x \cos^2 \alpha + I_y \cos^2 \beta + I_z \cos^2 \gamma, \quad (1)$$

де α, β, γ – кути між напрямком вектора n і осями координат Ox, Oy, Oz (рис. 2). У даній роботі моменти інерції визначаються за допомогою крутильного маятника. Період коливань залежить від моменту інерції:

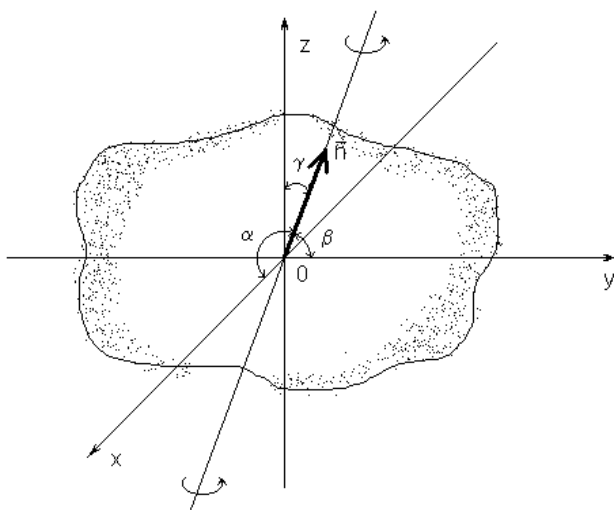


Рис. 2

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_m}{D}}, \quad (2)$$

де I_m – момент інерції маятника, D – стала моменту пружних сил. Маятник складається із рамки, момент

інерції якої I_0 , та досліджуваного тіла. Тому

$$I_m = I_0 + I, \quad (3)$$

де I – момент інерції тіла. Оскільки момент інерції рамки відомий, то нескладно отримати:

$$I = I_0 \frac{T^2 - T_0^2}{T_0^2}, \quad (4)$$

де T_0 – період коливань рамки без тіла, T – період коливань рамки з досліджуваним тілом.

Експериментальна установка

На основі 2, яка має чотири регулюємі ніжки, закріплено секундомір 1. В основі також закріплена колонка 3 з кронштейнами 4, 5, 6, (рис. 3). На кронштейнах 4 і 6 закріплено сталевий дріт, на який підвішена рамка 7. На кронштейні 5 закріплена плита 8, яка є основою для фотодатчика 9, електромагніта 10 та кутової шкали 11. Конструкція рамки дозволяє закріпляти тіла 12, які значно відрізняються одне від одного за зовнішніми розмірами. Тіла кріпляться за допомогою рухомої балки. Балка 13 встановлюється шляхом затягування

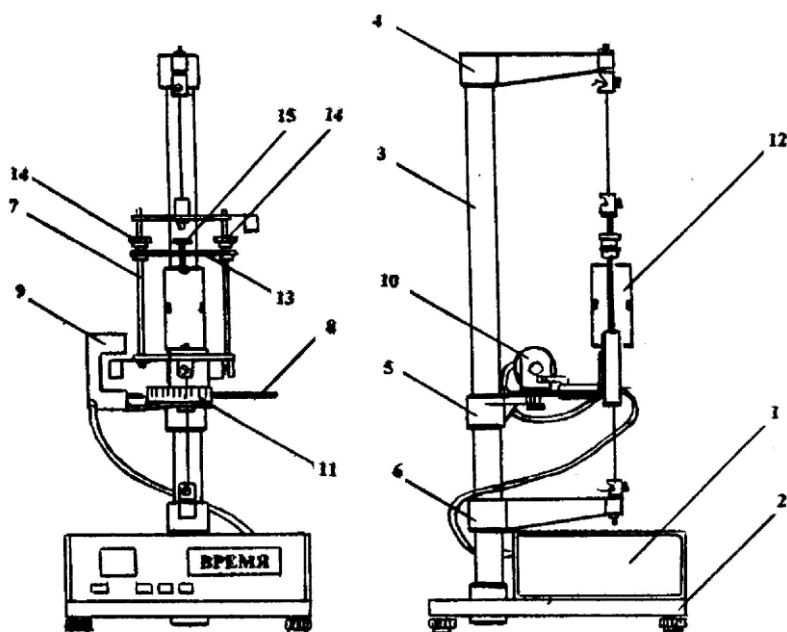


Рис. 3

гайок 14 на затискуючи втулках, які розміщено на рухомій балці. Вісь обертання тіла фіксується гвинтами 15.

Гайок 14 на затискуючи втулках, які розміщено на рухомій балці. Вісь обертання тіла фіксується гвинтами 15.

Порядок виконання роботи

1. Виміряти за допомогою штангенциркуля ширину OA , довжину OB і висоту OC паралелепіпеда (рис. 4).
2. Підрахувати направляючі косинуси за формулами:

$$\cos^2 \alpha = \frac{|OA|^2}{|OA|^2 + |OB|^2 + |OC|^2};$$

$$\cos^2 \beta = \frac{|OB|^2}{|OA|^2 + |OB|^2 + |OC|^2};$$

$$\cos^2 \gamma = \frac{|OC|^2}{|OA|^2 + |OB|^2 + |OC|^2}.$$

3. Увімкнути прилад до мережі. І для вільної рамки без паралелепіпеда

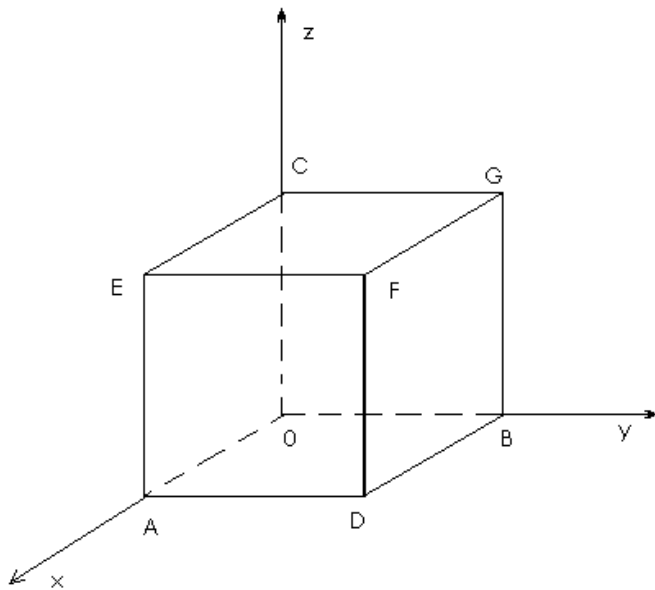


Рис. 4

виміряти період коливань T_0 . Для цього електромагніт закріпити на позначці вказаній викладачем. Індикатор “обнулити” кнопкою “Сброс”. Зафіксувати вушко рамки на електромагніті. Натиснути кнопку “Пуск”. Почнеться коливальний рух і прилад підраховуватиме кількість коливань N і їх час t . Після дев’ятого коливання натиснути кнопку “Стоп” і прилад зупинить підрахунок кількості коливань і їх часу. За формулою:

$$T_0 = \frac{t}{N}, \quad (5)$$

знайти шуканий період. Це буде T_0 , який і записати в таблицю.

4. Закріпити паралелепіпед у рамці таким чином, щоб вісь обертання проходила через середину площин **AEFD** і **OCGB**. Виміряти період коливання T_x (аналогічно п. 3). За формулою (4) підрахувати момент інерції (I_0 вказано на приладі). Ви отримаєте I_x .

5. Закріпити паралелепіпед у рамці таким чином, щоб вісь обертання проходила через середину площин **DBGF** і **ADEC**. Аналогічно п. 4 знайти I_y .

6. Закріпити паралелепіпед у рамці таким чином, щоб вісь обертання проходила через середину площин **AOBD** і **EFGC**. Аналогічно п. 4 знайти I_z .

7. Закріпити паралелепіпед у рамці по діагоналі **OF** (це і буде довільна вісь). За аналогією з п. 4 знайти $I_{некс}$.

8. За формулою (1) підрахувати теоретичне значення I_n .

9. Знайти відносну похибку експерименту за формулою

$$\delta = \frac{|I_n - I_{некс}|}{I_n} \cdot 100\%.$$

10. Зробити висновок по роботі, в якому відмітити точність застосованих вимірювальних приладів і проаналізувати отримані результати.

Таблиця

Виміри відносно осей	Розміри	Направляючі косинуси	Для рамки		Для тіла		Довільна вісь			
			T_o , с	I_o , кг·м ²	T_x , с	I_x , кг·м ²	T_n , с	$I_{n\text{ екс.}}$, кг·м ²	I_n , кг·м ²	δ , %
X	ОА , м	$\cos^2 \alpha$								
Y	ОВ , м	$\cos^2 \beta$			T_y , с	I_y , кг·м ²				
Z	ОС , м	$\cos^2 \gamma$			T_z , с	I_z , кг·м ²				

Контрольні запитання

1. Що таке абсолютне тверде тіло ?
2. Що таке момент інерції ?
3. Вкажіть головні осі інерції кулі.
4. Сформулювати теорему Штейнера.
5. Як визначається момент інерції матеріальної точки ?
6. Як визначається значення моменту сили?
7. У чому полягає основне рівняння динаміки обертального руху ?
8. Дивлячись на коробку сірників, чи можна сказати, момент інерції відносно якої осі буде мінімальним ?
9. Вивести формулу (4).
10. Як визначається центр мас системи тіл?

Лабораторна робота 3-4

Визначення моменту інерції суцільної кулі

Мета роботи: експериментальне та теоретичне визначення моменту інерції суцільної кулі.

Теоретичні відомості

Моментом інерції матеріальної точки масою m відносно осі обертання, що віддалена на величину r від матеріальної точки, є величина

$$I = m \cdot r^2.$$

Момент інерції твердого тіла визначається як сума елементарних мас, помножених на відповідні квадрати відстаней їх до осі обертання. Для тіл правильної геометричної форми момент інерції досить просто підраховується, якщо відомі розміри тіла, його маса та положення осі обертання. Так для суцільної кулі масою m та радіусом R , що обертається відносно осі, яка проходить через центр мас, момент інерції визначається за формулою

$$I = \frac{2}{5} m R^2. \quad (1)$$

Момент інерції твердого тіла можна виміряти також і експериментально. У

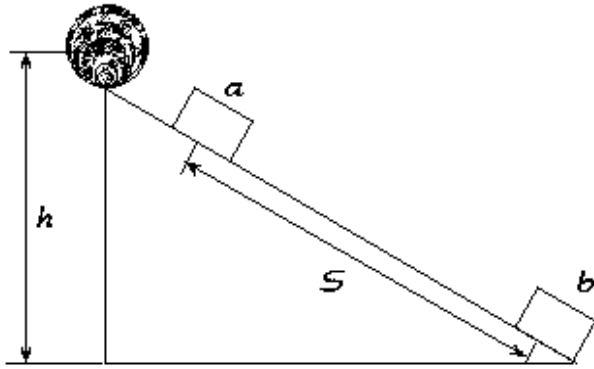


Рис. 1

даній роботі це пропонується зробити для кулі, застосовуючи закон збереження енергії. Хай куля масою m і радіусом R знаходиться на похилій площині довжиною S на висоті h (рис. 1). Якщо її відпустити, вона покотиться вниз. При цьому потенціальна енергія, яку мала куля на висоті h перейде в кінетичну енергію поступального та обертального руху. Скориставшись

також формулою, що зв'язує лінійну та кутову швидкість та формулами рівноприскореного руху матимемо:

$$I = mR^2 \cdot \left(\frac{gt^2 h}{2s^2} - 1 \right). \quad (2)$$

Всі величини, що входять до формули (2) можна безпосередньо виміряти.

Експериментальна установка

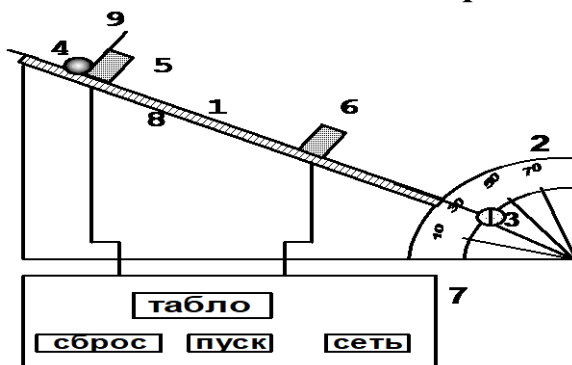


Рис. 2

Експериментальна установка складається із похилої площини **1**, кут нахилу якої можна міняти. Вимірюється кут нахилу транспортом **2** і фіксується гвинтом **3** (рис. 2). Похилою площиною скочується куля **4**, час руху якої між першим фотодатчиком **5** та другим фотодатчиком **6** вимірюється електронним секундоміром **7**. Відстань між фотодатчиками вимірюється за шкалою **8**. Рух кулі починається після

того, як заслінку **9** експериментатор прибирає.

Порядок виконання роботи

1. Встановити фотодатчики **5** та **6** на певній відстані S один від одного (за вказівкою викладача).
2. Похилу площину зафіксувати під певним кутом α (якщо величина кута не названа, прийняти $\alpha=30^\circ$).
3. Тепер не важко знайти висоту

$$h = S \cdot \sin \alpha.$$

4. Підготувавши прилад до вимірювання, визначити час руху кулі t між фотодатчиками.
5. Дослід повторити п'ять разів для різних відстаней S .
6. Підрахувати за формулою (2) експериментальний момент інерції кулі $I_{\text{екс}}$.

7. Знайти середнє значення моменту інерції $I_{екс.ср}$, як середнє арифметичне із п'яти значень.

8. Виміряти за допомогою штангенциркуля радіус кулі R .

9. Підрахувати масу кулі за формулою

$$m = \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 \rho,$$

де ρ – густина матеріалу кулі (для заліза $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$).

10. Знайти теоретичний момент інерції $I_{теор}$ кулі за формулою (1).

11. Порівняти теоретичний та експериментальний моменти інерції, для чого підрахувати величину

$$\delta = \frac{|I_{теор} - I_{екс.ср}|}{I_{теор}} \cdot 100\% .$$

12. Зробити висновок по роботі, в якому відмітити точність застосованих вимірювальних приладів і проаналізувати отримані результати.

Таблиця

№	m , кг	R , кг	S , м	α , град	h , м	t , сек	$I_{екс}$, кг·м ²	$I_{екс.ср}$, кг·м ²	$I_{теор}$, кг·м ²	δ , %	Примітка
1											
...											
5											

Контрольні запитання

- Що таке момент інерції матеріальної точки?
- Як визначити момент інерції твердого тіла?
- Сформулювати теорему Штайнера.
- Записати основне рівняння динаміки обертального руху.
- Що таке момент сили?
- Записати формулу для обчислення кінетичної енергії обертального руху.
- Вивести формулу (2).
- Який, на Вашу думку, момент інерції Ви отримали більш точним: експериментальний чи теоретичний?
- Запропонуйте ще спосіб вимірювання моменту інерції кулі.
- Із двох куль однакової маси та радіуса, яка має більший момент інерції: з порожнечою в середині чи суцільна?

4. ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ

Лабораторна робота 4-1

Вивчення закону збереження імпульсу під час зіткнення кульок

Мета роботи: вимірювання імпульсу кульок до удару та після, перевірка закону збереження імпульсу, визначення сили взаємодії кульок під час удару.

Теоретичні відомості

Імпульс тіла – це векторна величина, яка визначається як добуток маси тіла m на вектор швидкості v :

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}.$$

Напрямок вектора імпульсу співпадає з напрямком швидкості. Розглянувши систему із декількох тіл, можна вести мову про імпульс цієї системи. Він визначається як векторна сума імпульсів тіл системи:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N.$$

Імпульс належить до тих фундаментальних фізичних величин, для яких виконується закон збереження. Тобто імпульс замкненої системи тіл, які взаємодіють між собою, але не взаємодіють із зовнішніми тілами, зберігається при любых взаємодіях тіл між собою. Слід підкреслити, що зберігається і величина імпульсу, і напрямок. В якості прикладу розглянемо центральний удар двох кульок, тобто короткочасне зіткнення кульок, при якому вони рухаються вздовж прямої, яка з'єднує їх центри. Нехай перед зіткненням одна кулька (меншої маси m_2) знаходиться у спокої, а друга масою m_1 рухається зі швидкістю v . Тоді початковий імпульс системи двох кульок

$$\vec{p}_n = m_1 \cdot \vec{v}.$$

А в проекції на вісь x , яка співпадає з напрямком швидкості (рис. 1) будемо мати

$$p_n = m_1 \cdot v. \quad (1)$$

Після зіткнення кульок імпульс системи буде визначатися, як

$$\vec{p}_k = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2.$$

Або в проекції на вісь x

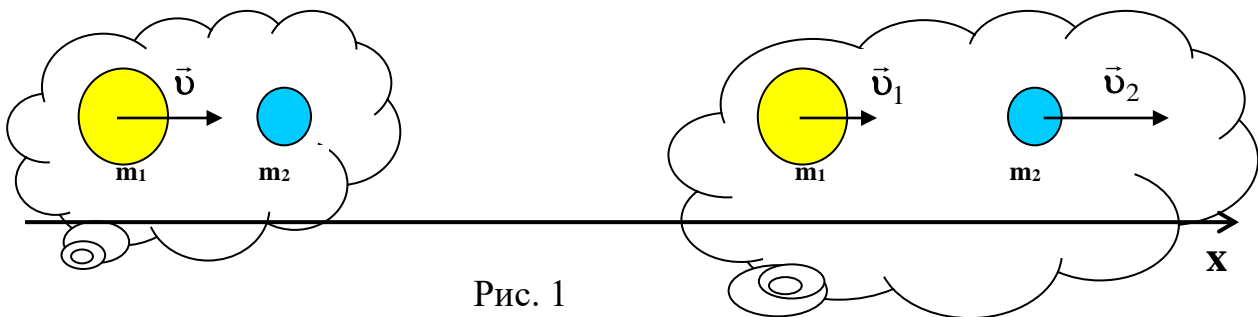


Рис. 1

$$p_k = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2. \quad (2)$$

Якщо незалежним чином виміряти швидкості кульок перед ударом та після удару, то можна підрахувати початковий та кінцевий імпульси і перевірити закон збереження імпульсу. Крім цього в роботі пропонується підрахувати силу взаємодії кульок під час зіткнення. Для цього пригадаємо, що імпульс сили (який визначається, як добуток сили на час взаємодії) дорівнює приращенню імпульсу тіла

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1.$$

Експериментальна установка

Експериментальна установка складається із основи **1** з ніжками **2**, які регулюються (рис. 2). В основі закріплена колонка **3** з нижнім **4** та верхнім **5** кронштейнами. На верхньому кронштейні прикріплені кронштейни зі стержнями **6** та вороток **7**, який

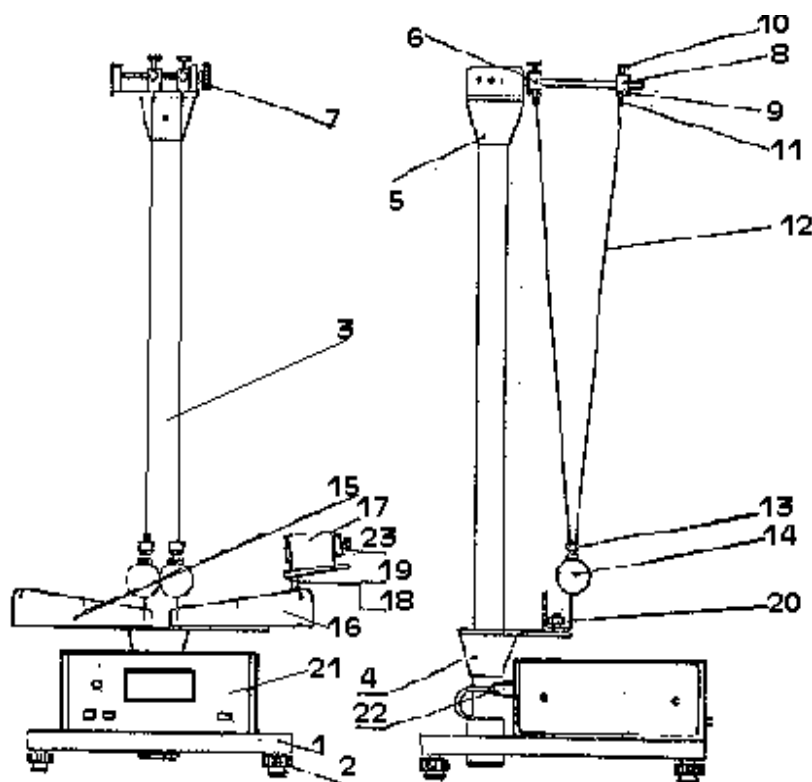


Рис. 2

необхідний для установки відстані між кульками. На стержнях **6** розташовані утримувачі **8** зі втулками **9**, які фіксуються за допомогою гвинта **10**. Крізь підвіси **11** проходить дріт **12**, який підводить напругу через підвіси **13** до кульок **14**. На нижньому кронштейні розташовані кутові шкали **15** та **16**, а також електромагніт **17**. За допомогою гвинтів **18** та **19** електромагніт можна пересувати вздовж правої шкали та фіксувати його висоту. Сила електромагніта регулюється воротком **23**. Крім того, за допомогою гайки **20** можна регулювати і положення шкал **15** та **16**. На основі закріплений також і мікросекундомір **21**.

Порядок виконання роботи

1. Виміряти лінійкою відстань ℓ від центра кульки **14** до втулки **9**, тобто довжину підвісу.
2. Ввімкнути прилад до мережі та натиснути кнопку “СЕТЬ”.
3. Поцікавитись у викладача, на який кут α необхідно відхилити кульку на підвісі. Після цього відрегулювати гвинтом **18** положення електромагніта так, щоб кулька, яка до нього прилипла, була відхилена саме на кут, вказаний викладачем.
4. Занести до таблиці результати вимірювань, а також величини мас кульок: більшої m_1 , яка біля електромагніта та меншої m_2 , яку більша і ударяє.
5. Натиснути кнопку “ПУСК” і уважно стежити, на який максимальний кут γ відхиляється після удару друга кулька m_2 , і до якого кута β продовжує рухатися перша кулька m_1 . А на табло з’являється час Δt зіткнення кульок (у мікросекундах). Результати занести до таблиці.
6. Повторити вимірювання п’ять разів. Гарними вважаються результати, в яких розбіжність між максимальним та мінімальним значенням часу Δt не

перевищує 10 мкс. Якщо такого немає, то продовжити вимірювання доки не отримаєте п'ять гарних результатів.

7. Підрахувати швидкість першої кульки v перед зіткненням, швидкість першої кульки v_1 після зіткнення, швидкість другої кульки v_2 після зіткнення за формулами:

$$v = 2 \cdot \sqrt{g \cdot \ell} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (3)$$

$$v_1 = 2 \cdot \sqrt{g \cdot \ell} \cdot \sin \frac{\beta}{2}, \quad (4)$$

$$v_2 = 2 \cdot \sqrt{g \cdot \ell} \cdot \sin \frac{\gamma}{2}, \quad (5)$$

де g – прискорення вільного падіння, $g=9,8 \text{ м/с}^2$.

8. Підрахувати за формулою (1) початковий імпульс p_n системи, а за формулою (2) кінцевий імпульс системи p_k .
9. Порівняти початковий та кінцевий імпульси, для чого підрахуйте відносне відхилення

$$\delta = \frac{|p_n - p_k|}{p_n} \cdot 100\%.$$

У цю формулу підставляйте середнє арифметичне значення початкового та кінцевого імпульсів.

Таблиця

№ з/п	ℓ , м	m_1 , кг	m_2 , кг	α , град	β , град	γ , град	v , м/с	v_1 , м/с	v_2 , м/с	p_n , кг·м/с	p_k , кг·м/с	δ , %	Δt , с	F , Н
1														
...														
5														
ср														

10. І останнє, що Вас зацікавить в цій роботі – величина сили, з якою взаємодіють кульки під час зіткнення. Підрахуйте її за формулою

$$F = \frac{m_1 \cdot (v - v_1)}{\Delta t}. \quad (6)$$

11. Зробіть висновок, в якому зазначте точність використаних вимірювальних приладів, проаналізуйте отримані результати.

Контрольні запитання

- Як визначається імпульс?
- Запишіть другий закон Ньютона з використанням імпульсу.
- На прикладі трьох тіл намалюйте, як знаходиться імпульс системи.
- Сформулюйте закон збереження імпульсу.
- Як можна по іншому (ніж формула (6)) підрахувати силу взаємодії кульок?
- Ваші пропозиції щодо зменшення величини δ .
- Як пояснити, що сила, з якою діє величезна Земля на кожен кульку

5. У чому полягає фундаментальність закону збереження імпульсу?
6. Поясніть, як отримати формули (3), (4), (5)?
7. Значно менша, ніж сила взаємодії двох маленьких кульок між собою?
8. Наведіть приклади прояви закону збереження імпульсу.

Лабораторна робота 4-2

Вивчення закону збереження моменту імпульсу

Мета роботи: вимірювання моменту імпульсу, перевірка закону збереження моменту імпульсу.

Теоретичні відомості

Момент імпульсу визначається, як векторний добуток радіус-вектора тіла на його імпульс:

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}].$$

Спрямований вектор моменту імпульсу, для випадку показаному на рис. 1, перпендикулярно до площини, в якій лежать вектори \vec{r} та \vec{p} у напрямку “від нас”, про що свідчить значок \otimes . Величина моменту імпульсу підраховується за формулою

$$L = r \cdot p \cdot \sin \alpha.$$

І якщо позначити найкоротшу відстань між напрямком імпульсу та віссю обертання через d та й назвати її “плече імпульсу”, то значення моменту імпульсу можна підрахувати за формулою

$$L = p \cdot d.$$

Якщо тверде тіло обертається відносно деякої осі з кутовою швидкістю ω , то момент імпульсу цього тіла визначається за формулою

$$L = I \cdot \omega,$$

де I – момент інерції тіла. Напрямок моменту імпульсу визначається за правилом “свердлика” (правого гвинта). Якщо повертати рукоятку свердлика так само, як повертається тіло, поступальний рух свердлика співпадає з напрямком моменту імпульсу.

Момент імпульсу відноситься до фізичних величин (як імпульс та енергія), для яких виконується закон збереження. Момент імпульсу замкненої системи тіл залишається незмінним (і за значенням, і за напрямком) за любых взаємодій тіл цієї системи. Розглянемо маленьку кулю масою m , яка рухається зі швидкістю v і ударяється в тверде тіло, наприклад, стрижень (рис. 2). Стержень закріплений в т. O , тому після не пружного удару він починає повертатися з деякою кутовою швидкістю ω . Розглянувши систему “кулька–стержень” як замкнену, можемо перевірити закон збереження моменту імпульсу. Тобто початковий момент імпульсу кульки (стержень перед ударом знаходився в спокої)

$$L_n = m \cdot v \cdot \ell, \quad (1)$$

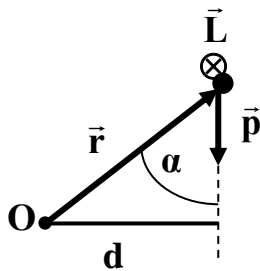


Рис. 1

повинен дорівнювати моменту імпульсу системи “кулька–стрижень” після удару

$$L_K = (I_K + I_C) \cdot \omega, \quad (2)$$

де I_K – момент інерції кульки відносно т. O ; I_C – момент інерції стрижня.

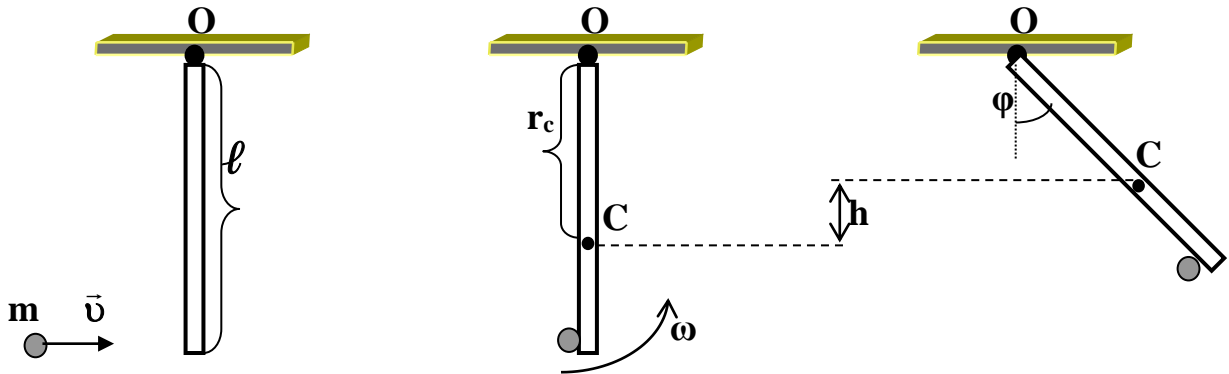


Рис. 2

$$I_K = m \cdot \ell^2, \quad (3)$$

де ℓ – відстань між точкою, куди кулька попадає та т. O . А для знаходження кутової швидкості використовуємо закон збереження енергії. Не наводячи тут елементарних перетворень (але, які із задоволенням проробить самостійно вдома) запишемо

$$\omega = \sqrt{\frac{2(m+M) \cdot g \cdot r_c (1 - \cos \varphi)}{I_K + I_C}}, \quad (4)$$

де M – маса стрижня, r_c – центр мас системи “кулька–стрижень”, φ – кут, на який повернувся стрижень після удару. Тобто кінцевий момент імпульсу визначається за формулою

$$L_K = \ell \cdot \sqrt{2(m+M) \cdot g \cdot r_c \cdot (m + \frac{1}{3}M) \cdot (1 - \cos \varphi)}. \quad (5)$$

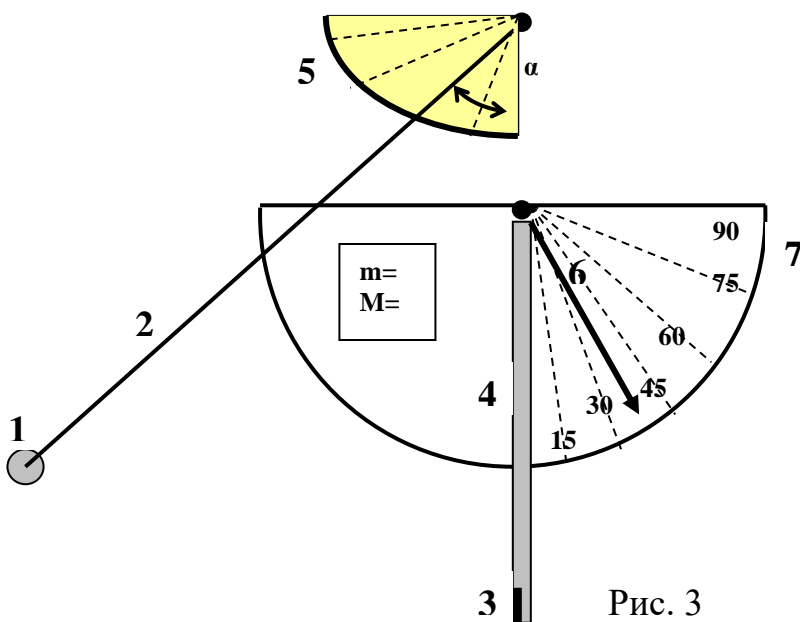


Рис. 3

Експериментальна установка

Експериментальна установка являє собою комбінацію математичного та фізичного маятників (рис. 3). Куля 1 прикріплена на нитці 2 і відхиляється на деякий кут α , який вимірюється кутовою шкалою 5. Після того, як кулю 1 відпускають, вона набирає швидкості і

ударяє в мішень **3** стрижня **4** і зчіплюється з ним. Стрижень **4** переміщується разом зі стрілкою **6**, яка залишається потім в положенні максимального відхилення стержня. Кут φ , на який відхиляється стрижень вимірюється за кутовою шкалою **7**. Маса кульки m та стрижня M вказані на установці.

Порядок виконання роботи

1. Виміряти довжину стержня ℓ та довжину нитки R .
2. Відхилити кульку **1** на деякий кут α (за вказівкою викладача).
3. Відпустити кульку без поштовхів так, щоб вона попала в мішень **3** і причепилася до неї.
4. Стержень разом з кулькою відхиляється на деякий кут φ . Цей кут вимірюється за кутовою шкалою **7** за допомогою стрілки **6**.
5. Дослід повторити п'ять разів. Результати вимірювань занести до таблиці.
6. Підрахувати швидкість кульки перед ударом за формулою

$$v = \sqrt{2gR(1 - \cos \alpha)}, \quad (6)$$

де g – прискорення вільного падіння, $g=9,8 \text{ м/с}^2$.

7. За формулою (1) підрахувати початковий момент імпульсу.
8. За формулою (5) підрахувати кінцевий момент імпульсу, але перед цим знайти положення центра мас системи “кулька–стрижень” за формулою

$$r_c = \frac{m + M/2}{m + M} \cdot \ell. \quad (7)$$

9. Результати розрахунків занести до таблиці.

Таблиця

№ з/п	ℓ , м	m , кг	M , кг	R , м	α , град	v , м/с	L_{Π} , кг·м ² /с	φ , град	r_c , м	L_K , кг·м ² /с	L_{Kcp} , кг·м ² /с	δ , %
1												
...												
5												

10. Щоб з'ясувати наскільки точно у Вашому досліді виконувався закон збереження моменту імпульсу знайдіть величину відносної помилки

$$\delta = \frac{|L_{\Pi} - L_{Kcp}|}{L_{\Pi}} \cdot 100\%,$$

де L_{Kcp} – визначається, як середнє арифметичне із п'яти значень кінцевого моменту імпульсу.

11. Зробити висновок по роботі, в якому відмітити точність застосованих вимірювальних приладів і проаналізувати отримані результати.

Контрольні запитання

1. Як визначається момент імпульсу?
2. Сформулювати закон збереження моменту імпульсу.
3. Навести приклади прояви закону збереження моменту імпульсу.
8. Які на Вашу думку шляхи зменшення помилки δ ?
9. Як пояснити такий парадокс: в нижньому положенні система має певне значення моменту імпульсу,

4. Вказати напрямок моменту імпульсу планети Земля.
5. Вивести формулу (5).
6. Довести, що швидкість кульки визначається саме за формулою (6).
7. Які закони збереження Ви ще знаєте?
- а в положенні максимального відхилення момент імпульсу дорівнює нулю. Чи може й справді порушуватися закон збереження моменту імпульсу?
10. Чому центр мас визначається за формулою (7)?

Лабораторна робота 4-3

Вивчення закону збереження енергії за допомогою балістичного маятника

Мета роботи: вимірювання потенціальної та кінетичної енергії, перевірка закону збереження енергії.

Теоретичні відомості

Енергія – фізична величина, котра показує, яку роботу може виконати тіло. Потенціальна енергія визначається взаємодією між тілами, тобто залежить від положення тіл. Наприклад, потенціальна енергія стиснутої пружини визначається за формулою

$$E_n = \frac{k \cdot x^2}{2}, \quad (1)$$

де x – стиснення пружини, k – коефіцієнт пружності.

Кінетичну енергію мають тіла, які рухаються з деякою швидкістю: лінійною чи кутовою. Так, кінетична енергія обертального руху визначається за формулою

$$E_k = \frac{I \cdot \omega^2}{2}, \quad (2)$$

де I – момент інерції тіла, ω – кутова швидкість.

Енергія відноситься до фізичних величин (як імпульс та момент імпульсу), для яких виконується закон збереження.

Розглянемо механічну систему тіл, що складається з пружини з коефіцієнтом жорсткості k , маленької кулі і деякого твердого тіла з перемінним моментом інерції, що може обертатися навколо вертикальної осі. Припусти-

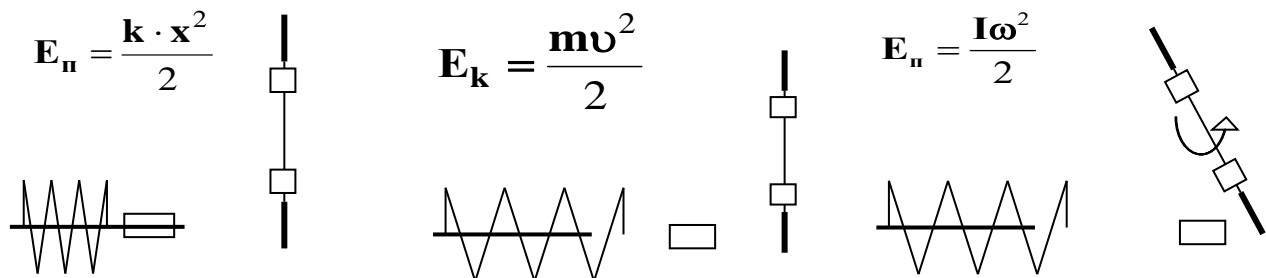


Рис. 1

мо, у початковий момент часу система має тільки потенційну енергію стис-

нутої пружини. Після визволення потенційної енергії пружини, куля здобуває кінетичну енергію, яка після не пружного удару кулі і твердого тіла, переходить у кінетичну енергію обертання твердого тіла (рис. 1).

У даному виді перетворень потенційна енергія стиснутої пружини перетворюється в кінетичну енергію обертання через кінетичну енергію поступального руху кулі. Закон збереження енергії для даної системи

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2}. \quad (3)$$

Для перевірки даного закону необхідно підрахувати потенційну енергію стиснутої пружини (коефіцієнт жорсткості зазначений на приладі) за формулою (1) і кінетичну енергію обертання за формулою (2). Момент інерції твердого тіла визначається за формулою

$$I = I_0 + 2mr^2, \quad (4)$$

де I_0 – момент інерції тіла без насадок (зазначений на приладі), m – маса насадки, r – відстань насадки до осі обертання.

Кутова швидкість визначається для даної установки за формулою

$$\omega = 8 \cdot \varphi_{\max} / t, \quad (5)$$

де φ_{\max} – максимальний кут відхилення (у радіанах), t – показання таймера.

Кількісне відхилення від виконання закону збереження енергії визначається за формулою

$$\delta = \frac{|E_{\text{П}} - E_{\text{К}}|}{E_{\text{П}}} 100\%. \quad (6)$$

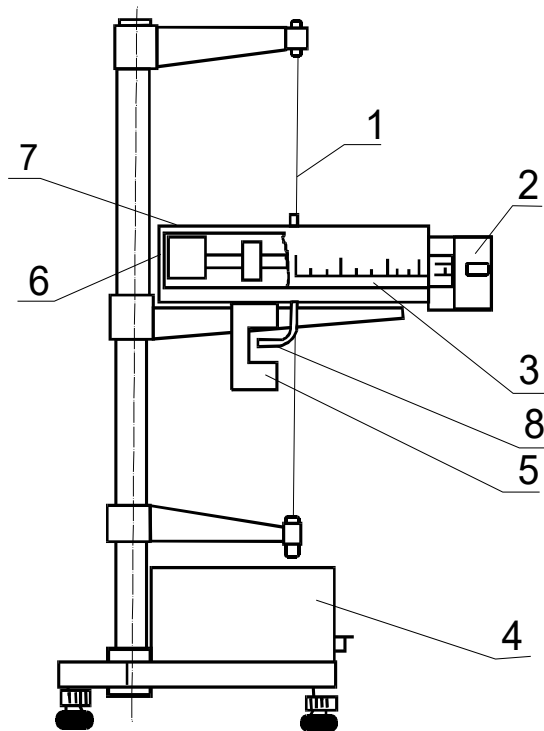


Рис. 2

Експериментальна установка

Установка (рис. 2) складається із крутильного маятника **1**, пристрою, що стріляє **2**, прозорої кутової шкали **3**, секундоміра **4**, фотоелектричного датчика **5**. Крутильний маятник **1** складається з двох мішеней **6**, наповнених пластиліном, двох переміщуваних вантажів **7**, закріплених на двох стрижнях, і водилки **8**. Стріляючий пристрій **2** являє собою стрижень з навитої на нього пружиною **9** і затвор. На панелі секундоміра розташовані маніпуляційні елементи:

“Сеть” – вмикач електроживлення.

“Сброс” – клавіша пуску датчика часу та зняття попередніх результатів.

“Стоп” – закінчення вимірювання часу.

Порядок виконання роботи

1. Розмістити обидва вантажі на відстані r_1 (яка зазначена викладачем) від осі обертання.
2. Включити мережний шнур вимірника в живильну мережу.
3. Кнопкою “Сеть” ввімкнути установку. Перевірити: чи всі індикатори показують цифру нуль.
4. Надіти на стержень кулю, затвором зтиснути до упора пружину. Включити лічильник часу натисканням клавіші «Сброс».
5. Поворотом затвора за годинниковою стрілкою зробити «постріл» і зразу ж, натиснути клавішу «Стоп». Виміряти максимальний кут повороту. Зняти показання лічильника часу.
6. Дослід повторити п’ять разів.
7. Дані занести до таблиці. За формулою (6) зробити розрахунок відхилення від закону збереження енергії.
8. Зробити висновок по роботі, в якому проаналізувати отримані результати, зазначити точність приладів.

Таблиця

№ з/п	k , Н/м	x , м	E_n , Дж	r , м	m , кг	I_0 , кг·м ²	I , кг·м ²	φ_{\max} , рад.	T , с	ω , рад/с	E_k , Дж	δ , %
1												
...												
5												
Ср												

Контрольні запитання

1. Як визначається кінетична енергія?
2. Сформулювати закон збереження енергії.
3. Навести приклади прояви закону збереження енергії.
4. Визначити швидкість польоту кулі, якщо її маса 2 г.
5. Які перетворення енергії здійснюються в цій роботі?
6. Який удар пружній чи не пружній у більшому ступені реалізувався в даній роботі?
7. Знайдіть повну механічну енергію руху Землі по орбіті (швидкість поступального руху 30 км/с).
8. Які закони збереження Ви ще знаєте?
9. Як визначається потенційна енергія?
10. Що таке замкнута система?

Лабораторна робота 4-4

Гіроскоп

Мета роботи: вивчення руху гіроскопа під дією зовнішніх сил, визначення кутової швидкості прецесії гіроскопа, перевірка теоретичного співвідношення для кутової швидкості гіроскопа.

Теоретичні відомості

Гіроскоп – це масивне тверде тіло, що обертається з великою кутовою швидкістю навколо своєї осі симетрії, яка є вільною віссю. У симетричного тіла напрямок моменту імпульсу \vec{L} і кутової швидкості $\vec{\omega}$ співпадають, тому що $\vec{L} = I\vec{\omega}$ (рис. 1).

Розглянемо гіроскоп, вісь якого закріплено одним кінцем у шарнірі **O**, навколо якого вона може обертатися без тертя довільним чином (рис. 1). Спробуємо повернути вісь гіроскопа **OA** навколо осі **CC**, діючи на вільний кінець осі силою \vec{F} на протязі часу dt . Однак гіроскоп “не послухається” – його вісь повернеться не навколо осі **CC**, а навколо осі **BB**, прийнявши положення **OA'**. Така поведінка гіроскопа носить назву гіроскопічного ефекту.

Це явище можна пояснити за допомогою закону динаміки обертально-го руху:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \quad (1)$$

де \vec{M} – момент сили; \vec{L} – момент імпульсу.

Якщо момент зовнішніх сил відносно закріпленого центра мас рівний нулю, то $L = \text{const}$. Тобто момент імпульсу гіроскопа зберігає свою величину і напрямок, а отже, зберігає своє положення в просторі і вісь гіроскопа.

Якщо момент зовнішніх сил, які прикладені відносно центра мас гіроскопа не дорівнює нулю, то спостерігається явище гіроскопічного ефекту.

Це пояснюється тим, що за час dt момент імпульсу гіроскопа \vec{L} отримає приріст $d\vec{L} = \vec{M} dt$. Нове значення моменту імпульсу стане рівним $\vec{L} + d\vec{L}$ і повернеться навколо осі **BB** відносно початкового положення \vec{L} . А оскільки вектор \vec{L} спрямований вздовж осі гіроскопа, то разом з \vec{L} повернеться і вісь гіроскопа, перейшовши із положення **OA** в положення **OA'**.

У даній роботі зовнішньої сили виступає сила тяжіння вантажу масою m . Швидкість прецесії гіроскопу обчислюється за формулою:

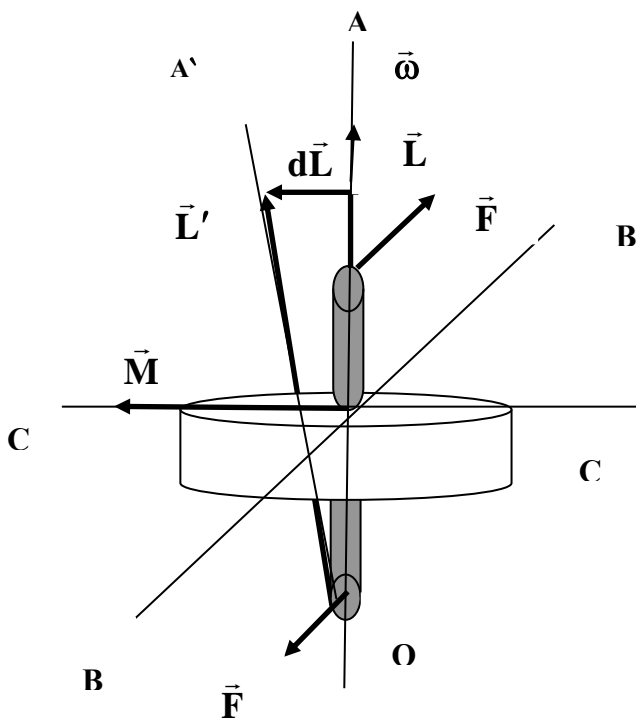


Рис. 1

прецесії гіроскопу обчислюється за формулою:

$$\Omega = \frac{|\vec{M}|}{|\vec{L}|} = \frac{mg\ell}{I\omega}, \quad (2)$$

де ℓ – плече сили тяжіння mg вантажу, I – момент інерції гіроскопа відносно горизонтальної осі, ω – кутова швидкість обертання гіроскопа.

Експериментальна установка

У ролі гіроскопа виступає ротор 1 електродвигуна, частота обертання якого змінюється від 10^3 до 10^4 об/хв (рис. 2) і регулюється зміною сили струму в обмотці електродвигуна за допомогою приладу 2.

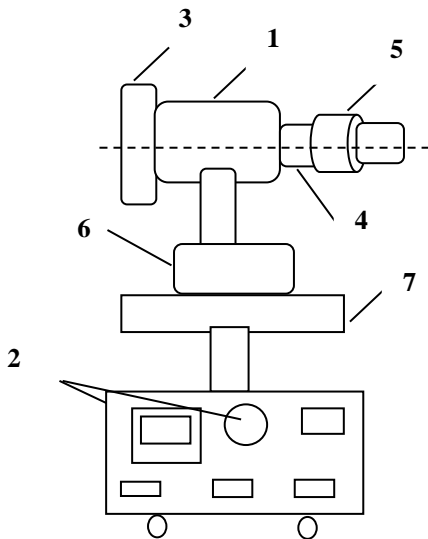


Рис. 2

На вісь двигуна насаджено масивний фігурний маховик 3. З протилежної сторони двигуна закріплено стержень 4 з поділками і контрвантажом 5. Двигун встановлено на опорній вилці 6 і може обертатися в ній навколо горизонтальної осі. Вилка разом з гіроскопом встановлена на основі 7. Гіроскоп може обертатися навколо вертикальної осі. Маховик і вертикальна вісь оснащені спеціальними дисками, за допомогою яких, використовуючи пучок світла і фотодатчики можна вимірювати кутову швидкість прецесії гіроскопа.

Порядок виконання роботи

1. Урівноважити гіроскоп за допомогою противаги 5. Для цього необхідно послабити гвинт, яким закріплено противагу, та розмістити її в такому положенні, щоб вісь гіроскопа прийняла горизонтальне положення. У цьому положенні закріпити противагу за допомогою гвинта.
2. Увімкнути живлення гіроскопа, натиснувши червону кнопку “Сеть”. Надати ротору кутову швидкість (1800 об/хв.). Якщо вісь гіроскопа не обертається, – ви правильно його урівноважили. Спробуйте “погратися” гіроскопом, прикладаючи силу до його осі в різних напрямках (горизонтальному і вертикальному).
3. Змістіть противагу на величину $x=10\dots12$ см від положення рівноваги. Вісь гіроскопа почне обертатися в горизонтальній площині.
4. Змінюючи частоту обертання ω ротора від 1800 до 2200 об/хв через інтервал, який вкаже викладач, дослідіть як змінюється швидкість прецесії гіроскопа від частоти обертання ротора. Для цього, виставивши необхідну частоту обертання ротора, натисніть кнопку “Пуск”. З цього моменту запуститься лічильник кута повороту осі гіроскопа (верхнє табло), та лічильник часу (друге табло). Дочекавшись, коли вісь гіроскопа повернеться на кут не менший за 30 рад, натисніть кнопку “Стоп”. Зніміть показання часу. За формулою

$\Omega = \frac{\Phi}{t}$, обчисліть кутову швидкість прецесії для п'яти різних частот ω . Побудуйте графік залежності $\Omega=f(\omega)$.

5. За формулою (2) розрахуйте $\Omega_{теор.}(\omega)$, враховуючи, що $m=0,6$ кг, $I=3 \cdot 10^{-3}$ кг·м². Побудуйте теоретичний графік залежності поряд з експериментальним олівцем іншого кольору.

6. Розрахуйте відносну помилку між експериментальними та теоретичними результатами

$$\delta = \frac{|\Omega_{експ} - \Omega_{теор}|}{\Omega_{експ}} \cdot 100\% .$$

7. Зробіть висновок по роботі, в якому проаналізуйте отримані результати та точність вимірювальних приладів.

Таблиця

№ з/п	$l = \dots\dots\dots$ м				
	ω , рад/с	φ , рад	t , сек	$\Omega_{експ}$, рад/с.	$\Omega_{теор}$, рад/с.
1					
...					
5					

Контрольні запитання

1. Що таке гіроскоп.
2. У чому полягає явище гіроскопічного ефекту.
3. Як визначити кутову швидкість прецесії гіроскопа?
4. Як знайти напрямок вектору моменту імпульсу \vec{L} тіла, що обертається.
5. Що таке момент сили?
6. Як зміниться кутова швидкість прецесії гіроскопа якщо збільшувати його частоту обертання?
7. Чи буде змінювати напрямок вісь гіроскопа, якщо прикласти силу до його центра мас? Відповідь пояснити.
8. Як знайти напрямок моменту сили відносно довільної точки?
9. Чи зміниться напрямок обертання осі гіроскопа в залежності від того, в яку сторону від положення рівноваги змістити противагу? Відповідь пояснити на рисунку.
10. Де застосовуються гіроскопи?

5. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

Лабораторна робота 5-1

Вивчення коливань фізичного маятника

Мета роботи: визначення періоду коливань фізичного маятника, його приведеної довжини, залежності періоду коливань від величини моменту інерції маятника.

Теоретичні відомості

Фізичним маятником називають тверде тіло, яке може здійснювати вільні коливання відносно нерухомої горизонтальної осі, яка не проходить через

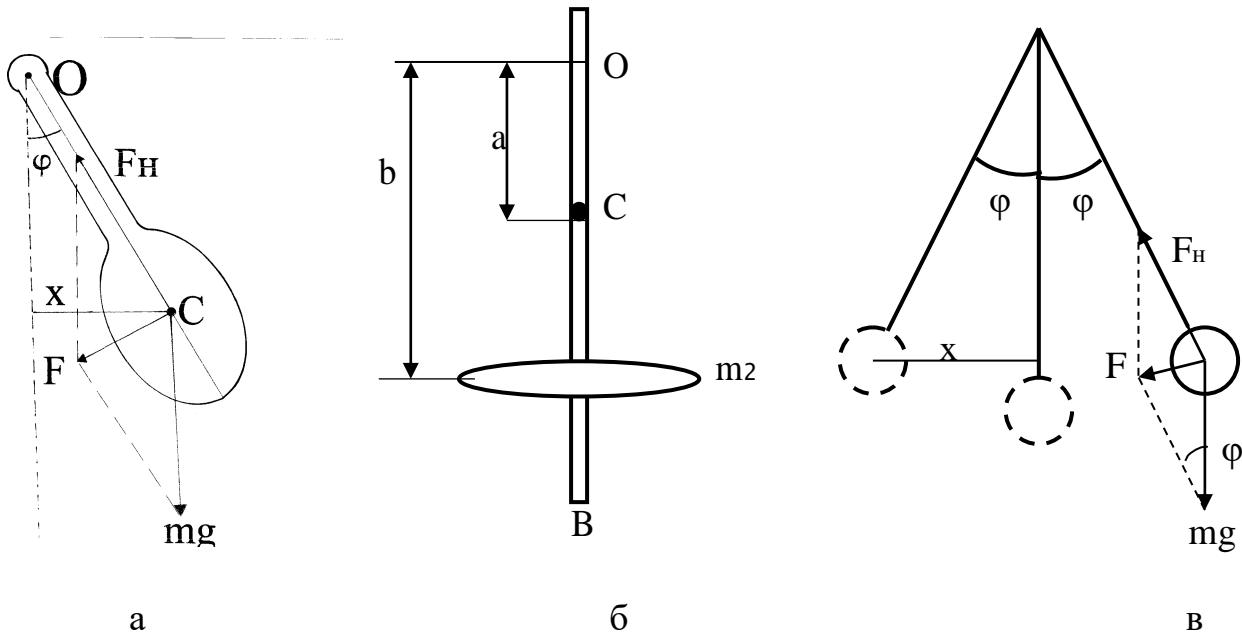


Рис. 1

центр мас тіла (рис. 1, а). Математичним маятником називають матеріальне тіло, розмірами якого можна знехтувати (матеріальна точка), яке підвішене на невагомій і нерозтяжній нитці (рис. 1, в). Окремим випадком фізичного маятника є стержень з вантажем m_2 , який може переміщуватись вздовж стержня. На одному з кінців стержня закріплена тригранна призма, ребро якої є віссю маятника (рис. 1, б). Коливання математичного та фізичного маятників спричинені дією на них складової сили земного тяжіння F , яка пропорційна $\sin\varphi$. Такі коливання описуються однорідним диференціальним рівнянням II порядку, розв'язком якого є вираз:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

де x – відхилення маятника (центра мас) від положення рівноваги; A – максимальне відхилення маятника від положення рівноваги (амплітуда коливань); $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза коливань; φ_0 – початкова фаза коливань; ω – циклічна частота коливань, яка пов'язана з періодом коливань T співвідношенням:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (2)$$

Колівання, які описуються законом згідно з рівнянням (1), називаються гармонічними коливаннями. Період гармонічних коливань може бути обчислено за такими формулами:

– математичний маятник

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad (3)$$

– фізичний маятник

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_{np}}{g}}. \quad (4)$$

У цих формулах: ℓ – довжина математичного маятника; g – прискорення земного тяжіння; I – момент інерції фізичного маятника; m – маса фізичного маятника (для даної лабораторної роботи складається із маси стержня m_{cm} та маси вантажу m_2 (рис. 1, б)); d – відстань від осі коливання фізичного маятника до центра мас маятника;

$$\ell_{np} = I/(md) \quad (5)$$

– приведена довжина фізичного маятника, тобто довжина такого математичного маятника, період коливань якого дорівнює періоду коливань цього фізичного маятника. Для фізичного маятника, зображеного на рис. 1, б, момент інерції I_m складається з моменту інерції стержня I_o та моменту інерції вантажу m_2 відносно осі **О**. При зміні положення вантажу відносно точки **О** змінюється положення центра мас маятника, а отже момент інерції його відносно осі **О** та періоду його коливань. У даному випадку:

$$I_m = I_o + m_2 \cdot b^2 \quad (6)$$

Порядок виконання роботи

1. Встановити вантаж m_2 на запропонованій викладачем відстані b від осі обертання фізичного маятника (маса вантажу вказана на ньому).
2. Визначити час t , за який маятник здійснює N (30...50) повних коливань.
3. Визначити експериментально період коливань маятника за формулою

$$T_{експ} = t/N.$$

4. За формулою (6) визначити момент інерції маятника. При цьому момент інерції стержня записаний на приладі.
5. Пункти 1, 2, 3, 4 виконати для збільшеної на 2...20 см відстані b (інтервал задає викладач).
6. Використовуючи призму, експериментально визначити положення центра мас маятника (a , рис. 1. б).
7. Результати п'яти експериментів занести до таблиці.
8. За формулою (5) визначити приведену довжину фізичного маятника ℓ_{np} .
9. За формулою (4) теоретично визначити період коливань маятника $T_{теор}$.
10. Визначити відносне відхилення між теоретичними та експериментальними значеннями періодів коливань маятника за формулою:

$$\delta = |T_{теор} - T_{експ}| / T_{теор} \cdot 100\%.$$

11. За результатами вимірювань побудувати графік $T_{експ} = f(I)$.

Таблиця

№ з/П	m_{cm} , КГ	m_2 , КГ	I_0 , КГ·М ²	b , М	t , С	N	$T_{експ}$, С	I , КГ·М ²	a , М	$l_{пр}$, М	$T_{теор}$, С	δ , %
1												
2												
3												
4												
5												

Контрольні запитання

1. Що таке фізичний маятник?
2. Що таке приведена довжина фізичного маятника?
3. Як залежить період коливань фізичного маятника від його моменту інерції?
4. Від яких величин залежить частота коливань фізичного маятника?
5. Записати рівняння коливань фізичного маятника.
6. Як визначається енергія коливань фізичного маятника?
7. Відносно якої осі період коливань стержня буде найбільшим?
8. Куди спрямований момент сили, під дією якої фізичний маятник здійснює коливання?
9. Як визначається період коливань математичного маятника?
10. Як визначається період коливань пружинного маятника?

Лабораторна робота 5-2

Вивчення загасаючих коливань

Мета роботи: визначення логарифмічного декременту згасання пружних коливань.

Теоретичні відомості

У реальних умовах у системі, в якій відбуваються коливання, завжди діють сили тертя, внаслідок чого енергія коливань поступово витрачається на роботу по їх подоланню. Такі коливання називають загасаючими.

Якщо A_0 – початкова амплітуда власних коливань, то амплітуда в момент часу t :

$$A_t = A_0 e^{-\beta t}, \quad (1)$$

де e – основа натурального логарифма; β – коефіцієнт загасання. На рис. 1 дана залежність зміщення x від часу t , яка має вигляд

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – циклічна частота, T –

період коливань. При відносно невеликих швидкостях сила опору F_{op} пропорційна швидкості v :

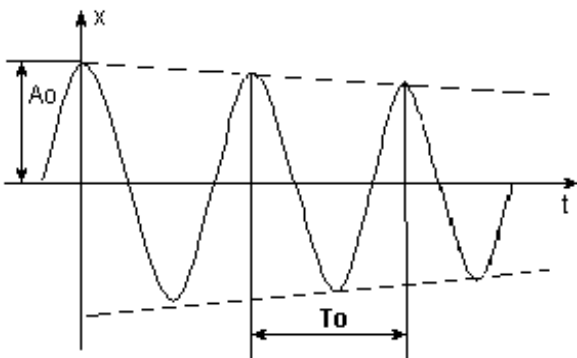


Рис.1

$$F = \mu \cdot v ,$$

де μ – коефіцієнт опору. Відповідно тоді

$$\beta = \frac{\mu}{2m} ,$$

де m – маса тіла. Період загасаючих коливань у цьому випадку

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \beta^2}}$$

При незначному загасанні можна вважати $T=T_0$, де T_0 – період власних коливань. Відношення двох послідовних амплітуд одного знака зветься декрементом загасання коливань

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = D$$

або

$$D = e^{\beta T} .$$

Якщо взяти натуральний логарифм цієї величини $\ln D = \lambda$, одержимо логарифмічний декремент загасання:

$$\lambda = \beta T. \quad (2)$$

Експериментальна установка

Установка (рис. 2) складається із крутильного маятника **1**, пристрою, що стріляє **2**, прозорої кутової шкали **3**, секундоміра **4**, фотоелектричного датчика **5**. Крутильний маятник **1** складається з двох мішеней наповнених пластиліном **6**, двох переміщуваних вантажів **7**, закріплених на двох стержнях, і водилки **8**. Стріляючий пристрій **2** являє собою стержень з навитою на нього пружиною **9** і затвор.

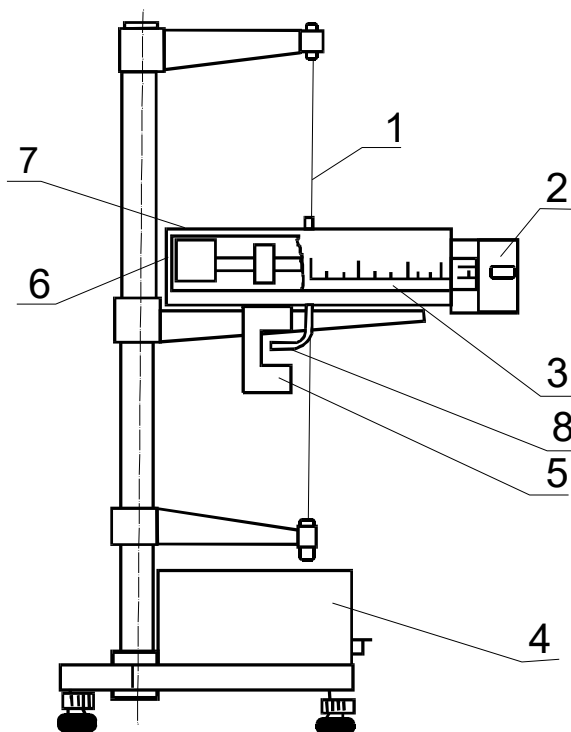


Рис. 2

На панелі секундоміра розташовані маніпуляційні елементи:

“Сеть” – вмикач електроживлення.

“Сброс” – клавіша пуску датчика часу та зняття попередніх результатів.

“Стоп” – закінчення вимірювання часу.

Якщо маятник зробить N коливань, то відношення двох амплітуд для часу t і $t+N \cdot T$ буде:

$$K = \frac{A(t)}{A(t + N \cdot T)} .$$

А, з огляду на те, що для крутильного маятника амплітуда пропорційна куту

повороту φ можна записати

$$K = \frac{\varphi(t)}{\varphi(t + N \cdot T)}. \quad (3)$$

Скориставшись формулою (1), одержимо

$$K = \frac{Ae^{-\beta t}}{Ae^{-\beta(t+N \cdot T)}} = e^{\beta \cdot T \cdot N}.$$

Візьмемо логарифм цієї величини

$$\ln K = N \cdot \beta \cdot T.$$

Вважаючи, що з формули (2) $\beta T = \lambda$, одержимо

$$\ln K = N \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{1}{N} \ln K. \quad (4)$$

Порядок виконання роботи

1. Кнопкою “СЕТЬ” увімкнути установку.
2. Відхилити маятник на невеликий кут (у межах кутової шкали).
3. Записати початкову кутову амплітуду φ_0 .
4. Відпустити маятник та натиснути кнопку “ПУСК”.
5. Спостерігаючи за амплітудою по кутовій шкалі, кнопкою “СТОП” виключити секундомір, коли пройде N коливань, кількість яких вказує викладач.
6. Записати в таблицю кількість коливань, час та кінцеву амплітуду φ_N .
7. За формулою (4) знайти логарифмічний декремент згасання, причому

$$K = \frac{\varphi_0}{\varphi_N}.$$

8. Підрахувати період коливань $T = \frac{t}{N}$.

9. Обчислити коефіцієнт загасання, користуючись формулою (2):

$$\beta_{cp} = \frac{\lambda_{cp}}{T_{cp}}$$

10. Обчислити абсолютну $\Delta \lambda_{cp}$ та відносну

$$\delta = \Delta \lambda_{cp} / \lambda_{cp} \cdot 100\%$$

похибки. Результати занести в таблицю.

Таблиця

№ з/п	φ_0 , град	φ_N , град	K	N	t , с	T , с	λ	$\Delta \lambda$	δ , %	β_{cp} с ⁻¹
1										
...										
5										
Ср										

11. Зробити висновок по роботі, в якому зазначити точність вимірювальних приладів, проаналізувати отримані результати.

Контрольні запитання

1. Що таке власні коливання ?
2. Що таке загасаючі коливання ?
3. Наведіть з практики приклади загасаючих коливань.
4. Що таке логарифмічний декремент згасання?
5. Записати диференціальне рівняння загасаючих коливань.
6. Що таке фаза коливань?
7. Чому дорівнює період загасаючих коливань?
8. Що таке час релаксації?
9. Як визначається добротність?
10. Намалювати фазову траєкторію загасаючих коливань.

Лабораторна робота 5-3

Визначення фазової швидкості поширення коливань методом стоячих хвиль

Мета роботи: визначення фазової швидкості поширення коливань методом стоячих хвиль.

Теоретичні відомості

Середовище називають пружним, якщо між його частинами існують сили взаємодії, які заважають якій-небудь деформації середовища. Якщо в пружне середовище помістити тіло, що коливається (джерело коливань), то завдяки взаємодії між частинками коливання з певною швидкістю поширюються в середовищі. Але фази коливань частинок середовища будуть різними: чим далі розташована точка від джерела коливань, тим пізніше вона почне коливатися, і тим більше запізнюється за фазою її коливання.

Отже, хвильовим процесом або хвилею називають поширення коливань в середовищі. Хвилі називають поперечними, якщо частинки середовища коливаються в напрямі, перпендикулярному до напрямку поширення хвилі. Поперечні хвилі можуть виникати в середовищі, яке має пружність форми, тобто тільки в твердих тілах. Швидкість поширення хвиль визначається фізичними властивостями середовища. Так, для струни, згідно з теорією пружності, швидкість поширення хвиль:

$$v = \sqrt{\frac{F_H}{\rho \ell}}$$

де F_H – сила натягу струни; $\rho \ell = \frac{m}{\ell}$ – лінійна густина струни (маса одиниці довжини). Якщо коливання частинок відбувається вздовж напрямку поширення хвилі, то хвиля називається поздовжньою. Поздовжні хвилі виникають в середовищі з пружністю об'єму, тобто в твердих і рідких тілах, у газах. Коли коливання джерела коливань (точка **О** на рис. 1) виявляються гармонійними $y = A \sin \omega t$ (тут A – амплітуда коливань, ω – циклічна частота,

y – зміщення точки від положення рівноваги), то в середовищі поширюється синусоїдальна хвиля (рис. 1). Рівняння хвилі, що поширюється вздовж напрямку x :

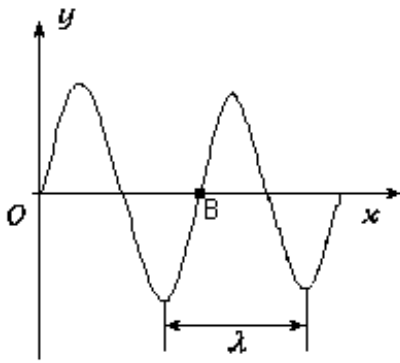


Рис. 1

$$y_1 = A \sin 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right), \quad (2)$$

де y – зміщення точки від положення рівноваги; x – відстань від джерела коливань; ν – частота коливань; λ – довжина хвилі;

$2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right) = \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$ – фаза коливань, v – швид-

кість поширення хвилі. Рівняння хвилі можна переписати:

$$y = A \sin(\omega t - kx),$$

де $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число. Під швидкістю поширення хвилі розуміють фазову швидкість, тобто швидкість поширення даної фази коливань. Наприклад, якщо точка O (рис. 1) в момент часу t виходила з положення рівноваги, то точка D , що відстає від точки O на відстань A , матиме таку ж саму фазу через проміжок часу T . Отже, початкова фаза за час, що дорівнює періоду коливань T , поширилась на відстань довжини хвилі λ . Тоді визначення для фазової швидкості:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu. \quad (3)$$

Якщо хвиля поширюється вздовж струни, закріпленої на кінцях, то досягнувши кінця струни, вона відіб'ється. Рівняння відбитої хвилі має вигляд:

$$y_2 = A \sin 2\pi \left(\nu t + \frac{x}{\lambda} \right). \quad (4)$$

Тоді рух кожної точки струни – результат додавання бігучої і відбитої хвиль. При інтерференції цих двох хвиль виникає стояча хвиля. Рівняння стоячої хвилі можна отримати, додаючи зміщення точок, викликаних бігучою (2) і відбитою (4) хвилями.

$$y = y_1 + y_2 = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos 2\pi \nu t \quad (5)$$

Рівняння (5) визначає, що в точках середовища відбувається коливання з циклічною частотою $\omega = 2\pi \nu$ і амплітудою $A_{cm} = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$, яка залежить від координати x цих точок. У точках, координати яких задовольняють умові:

$$\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 1,$$

амплітуда коливань максимальна і дорівнює $4A$. Ці точки називають пучностями. Координати пучностей дорівнюють:

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = n\pi \Rightarrow x = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = (0, 1, 2, \dots). \quad (6)$$

В усіх точках, які задовольняють умові

$$\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0,$$

амплітуда коливань дорівнює нулю. Ці точки називають вузлами. Координати вузлів

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = (2n + 1) \frac{\pi}{2}.$$

Тоді
$$x = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad n = (0, 1, 2, \dots). \quad (7)$$

З умов (6) та (7) очевидно, що відстань між сусідніми пучностями, а також між сусідніми вузлами дорівнює половини довжини хвилі. Положення вузлів і пучностей в обмеженому пружному тілі (стрижень, струні і т.д.) залежить від граничних умов. Наприклад, на закріплених кінцях струни завжди знаходяться вузли стоячої хвилі, між ними можуть бути розташовані декілька вузлів і пучностей.

Стійка картина стоячих хвиль в струні (обмеженому пружному середовищі) виникає тільки при певних частотах. Вони називаються власними частотами коливань тіла (струни). Визначимо ці частоти для струни, що закріплена на кінцях. Нехай довжина струни ℓ , швидкість хвилі в ній v . Підберемо таку частоту коливань, щоб у струні встановилася стояча хвиля. Відстань між сусідніми вузлами дорівнює половині довжини хвилі, тобто на струні уміститься ціле число півхвиль.

$$\ell = n \frac{\lambda}{2} \quad (8)$$

Підставимо (8) в рівняння (3), отримаємо:

$$v = 2 \frac{\ell}{n} \nu \quad (9)$$

Результати (8) та (9) показують, що в системі з визначеними граничними умовами можливі лише визначені дискретні значення частот вільних коливань (власні частоти).

Експериментальна установка

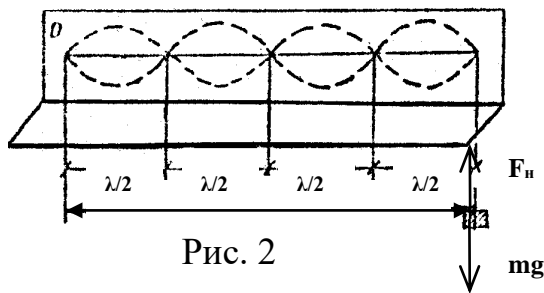


Рис. 2

Установка, за допомогою якої отримують стоячі хвилі, наведений на рис. 2. Струна прикріплена з одного боку до вушка затискувача **O**. Натяг струни здійснюється за допомогою вантажу m , що підвішений до іншого кінця. Періодична вимушуюча сила діє на струну через стрижень **O**, зв'язаний із дифузором динаміка.

Під час співпадання частото-

ти генератора з однією з власних частот струни в струні виникає стояча хвиля (рис. 2).

Порядок виконання роботи

1. Увімкнути в коло звуковий генератор.
2. Увімкнути тумблер “Сіть” за 3 – 5 хвилини до початку роботи.
3. Увімкнути тумблером внутрішній опір (перемикач опору встановити на 6 Ом).
4. Перемикачем атенюатора встановити у вікні атенюатора номінальне значення 3 В. Вільно повертаючи ручку вправо, встановити стрілку на 2,5 В.
5. Підвісити вантаж масою 0,5 кг. Виміряти довжину струни ℓ , занести результат у таблицю.
6. Ручкою “Частота” змінити частоту коливань, що подається на струну, від 20 Гц до 150 Гц. Визначити частоту ν , при якій на струні вміщується одна півхвиля ($n=1$), занести її значення у таблицю.
7. Змінюючи частоту, добитися, щоб на довжині струни вміщувалися дві півхвилі ($n=2$), потім три півхвилі ($n=3$). Відповідні значення n та ν занести в таблицю.
8. Змінюючи вантаж (0,6 кг; 0,7 кг; 0,8 кг), для кожного з них визначити частоти ν , що відповідають кількості півхвиль ($n= 1, 2, 3$). Результати всіх вимірювань занести в таблицю.
9. Ручкою встановити шкалу частот у початкове положення. Відповідною ручкою встановити стрілку вольтметра на 0. Зняти вантаж, вимкнути генератор.
10. Визначити експериментальне значення фазової швидкості за формулою (9).
11. Визначити теоретично цю ж швидкість за формулою (7). Для цього виміряти діаметр струни мікрометром, розрахувати переріз дроту $S = \frac{\pi d^2}{4}$, де d – діаметр дроту. Тоді лінійна густина $\rho_\ell = \rho S$, де ρ – об’ємна густина (визначається за таблицями: $\rho_{\text{міді}}=8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{\text{сталі}} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$).
12. Побудувати графік залежності $\nu_{\text{експ}} = f(F_H)$.

Таблиця

	$m=0,5 \text{ кг}$			$m=0,6 \text{ кг}$			$m=0,7 \text{ кг}$			$m=0,8 \text{ кг}$		
$\ell, \text{М}$												
n	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$\lambda = \frac{\ell}{n} \cdot 2,$ М												
$\nu, \text{Гц}$												
$\nu_{\text{експ}}, \text{М/с}$												
$\nu_{\text{експ.ср}}, \text{М/с}$												
$\nu_{\text{теор}}, \text{М/с}$												

13. Зробити висновок по роботі, в якому проаналізувати отримані результати та зазначити точність використаних вимірювальних приладів.

Контрольні запитання

1. Що називають хвилею? Як виникають хвилі в середовищі?
2. Що називають довжиною хвилі?
3. Записати рівняння хвилі.
4. Наведіть приклади поперечних і поздовжніх хвиль. Чим вони різняться?
5. Що називають хвильовою поверхнею? Які вони бувають?
6. Як виникає стояча хвиля?
7. Вивести рівняння стоячої хвилі.
8. Як визначити координати пучностей стоячої хвилі?
9. Як визначаються координати вузлів стоячої хвилі?
10. Чи відбувається перенесення речовин або енергії при хвильовому процесі? Відповідь пояснити.

Лабораторна робота 5-4

Вивчення коливань математичного маятника

Мета роботи: визначення періоду коливань математичного маятника.

Теоретичні відомості

Математичним маятником називається матеріальна точка масою m , підвішена на гнучкій невагомій і нерозтяжній нитці. У наших умовах роль математичного маятника виконує важка кулька, підвішена на довгій тонкій нитці (рис. 1). У вертикальному положенні сила тяжіння

$$P = mg$$

врівноважується реакцією нитки і маятник знаходиться в стані рівноваги.

Якщо маятник відхилити від рівноважного положення на деякий кут α , то рівнодіюча сили тяжіння і сили реакції нитки F прагне привести маятник у рух. Ця рівнодіюча дорівнює

$$F = -mg \sin \alpha.$$

При малому куті відхилення ($\alpha < 6^\circ$) із $\triangle OAB$

$$\sin \alpha = \frac{x}{\ell}.$$

Тоді

$$F = -\frac{mg}{\ell} x = -kx.$$

Рушійна сила F пропорційна зміщенню x коливної точки і спрямована убік, зворотний зміщенню. Сили, що мають такі властивості, називаються квазіпружними і викликають гармонійні коливання. Таким чином, маятник при малих кутах відхилення від положення рівноваги робить гармонійний коливальний рух з періодом T . З теорії відома формула цього періоду

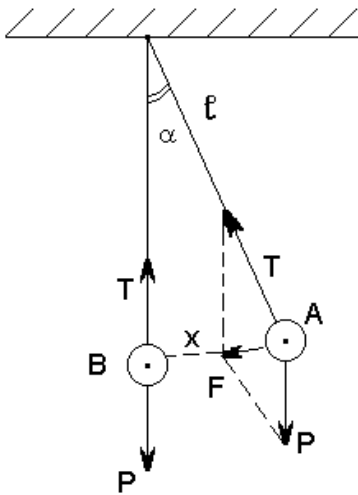


Рис. 1

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Експериментальна установка

Експериментальна установка являє собою математичний маятник та секундомір (рис. 1).

Порядок виконання роботи

1. Визначити по лінійці положення маятника ℓ .
2. Для кожного положення маятника визначити час 30...50 коливань (t) по три рази. Для цього відхилити маятник від положення рівноваги на кут 3° і дати йому можливість коливатися. Коли маятник буде знаходитися в одному з крайніх положень, включити секундомір і відрахувати повних 30...50 коливань, після чого секундомір зупинити. Обчислити період T ($T = t/N$).
3. Повторити дослід для інших значень ℓ та α за вказівкою викладача.
4. Результати вимірів занести в таблицю.

Таблиця

№ з/п	ℓ , м	N	t , с	$T_{експ}$, с	α , град	$T_{теор}$, с	δ , %
1							
2							
3							
Ср							

5. Підрахувати теоретичне значення періоду $T_{теор}$ для кожної довжини l .
6. Порівняти експериментальне та теоритичне значення періоду

$$\delta = \frac{|T_{теор} - T_{експ}|}{T_{теор}} \cdot 100\%$$

7. Побудувати графік залежності $T_{експ} = f(\ell)$.
8. Зробити висновки по роботі.

Контрольні запитання

1. Який рух називають вільним падінням?
2. Що таке прискорення?
3. Чому прискорення вільного падіння неоднакове в різних точках земної поверхні?
4. Вивести формулу періоду коливань математичного маятника.
5. Написати період фізичного маятника.
6. Написати період пружинного маятника.
7. Які коливання називають гармонійними?
8. Написати рівняння гармонійного коливання.
9. Визначити швидкість точки, що здійснює гармонійні коливання.
10. Визначити прискорення точки, що здійснює гармонійні коливання.

Перелік посилань

1. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : навч. посіб. Київ : Техніка, 2006 р. Т. 1 : Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. 532 с.
2. Фізика. Механічні коливання та хвилі : збірник завдань для поточного контролю підготовки студентів до практичних занять / В. О. Заблудовський та ін. Дніпропетровськ : ДНУЗТ, 2013. 56 с.
3. Заблудовський В. О., Гришечкін С. А. Фізика. Механіка : збірник завдань для поточного контролю підготовки студентів до практичних занять. Дніпропетровськ : ДНУЗТ, 2012. Ч. 1 : Кінематика. 34 с.
4. Заблудовський В. О., Гришечкін С. А. Фізика. Механіка : збірка завдань для поточного контролю підготовки студентів до практичних занять. Дніпропетровськ : ДНУЗТ, 2012. Ч. II : Динаміка. 48 с.
5. Заблудовський В. О., Гришечкін С. А. Фізика. Механіка : збірка завдань для поточного контролю підготовки студентів до практичних занять. / Дніпропетровськ : ДНУЗТ, 2012. Ч. III : Робота та енергія. 38 с.

Навчально-методичне видання

Штапенко Едуард Пилипович,
Волнянський Дмитро Михайлович,
Гулівець Олексій Миколайович,
Гришечкін Сергій Анатолійович

МЕХАНІКА. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

Навчально-методичні рекомендації до лабораторних занять

Електронне видання

Експертний висновок склала канд. фіз.-мат. наук, доц. Михайлова Тетяна Федорівна

Зареєстровано НМВ УДУНТ (№ 691 від 09.02.2024)

В авторській редакції
Комп'ютерна верстка О. М. Гулівець
Фахівець з цифрового видавництва О. М. Гулівець

Формат 60x84 ^{1/16}. Ум. друк. арк. 4,01. Обл.-вид. арк. 2,77.
Зам. № 5

Видавець: Український державний університет науки і технологій
вул. Лазаряна, 2, ауд. 2216, м. Дніпро, 49010.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 7709 від 14.12.2022

Адреса видавця та дільниці оперативної поліграфії:
вул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010