

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**Український державний університет  
науки і технологій**

---

Кафедра «Металургії чавуну і сталі»

*В авторській редакції*

**ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ У  
СТАЛЕПЛАВИЛЬНОМУ ВИРОБНИЦТВІ**

Навчально-методичні рекомендації  
до практичних занять

*Електронне видання*

ДНІПРО  
2024

УДК 001.891:669.18(076.5)  
О 75

Упорядники:  
*В. С. Мамешин, Є. В. Синегін, С. В. Журавльова*

Електронне видання

Схвалено Групою забезпечення якості освітньої програми  
136.1.01 «Технології та обладнання виробництва металів і сплавів»  
Протокол № 3 від 09.04.2024 р.

О 75 Основи наукових досліджень у сталеплавильному виробництві : навчально-методичні рекомендації до практичних занять / упоряд. В. С. Мамешин, Є. В. Синегін, С. В. Журавльова ; Укр. держ. ун-т науки і технологій. – Електрон. вид. – Дніпро: УДУНТ, 2024. – 49 с.

В навчально-методичних рекомендаціях викладено методичні вказівки та індивідуальні завдання до вивчення дисципліни «Основи наукових досліджень у сталеплавильному виробництві», наведено рекомендації до самостійної роботи студентів при вивченні дисципліни, перелік питань для закріплення знань студентів та методичні вказівки для виконання практичних завдань.

Навчально-методичні рекомендації призначені для опанування освітньої компоненти «Основи наукових досліджень у сталеплавильному виробництві» за спеціальністю 136 «Металургія» для ОПП «Технології та обладнання виробництва металів і сплавів» освітнього рівня бакалавр.

© Мамешин В. С. та ін., упорядкування, 2024

© Укр. держ. ун-т науки і технологій, 2024

## ЗМІСТ

1. Мета і завдання вивчення дисципліни .....	4
2. Робоча програма дисципліни, теми та їх зміст .....	5
3. Практичні заняття .....	6
Додаток А.....	33
Додаток Б .....	37
Додаток В.....	38
Додаток Г .....	40
Додаток Д.....	42

# 1. МЕТА І ЗАВДАННЯ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

## 1.1. Мета вивчення дисципліни

Засвоєння знань та вмінь в питаннях проведення досліджень, аналізу їх результатів та практичного використання в умовах сучасного металургійного виробництва.

## 1.2. Завдання вивчення дисципліни

Внаслідок вивчення дисципліни студенти повинні:

### **знати:**

- основні цілі, завдання, принципи та методи наукових досліджень у сталеплавильному виробництві;
- методи отримання і обробки наукової інформації;
- основи теорії вимірювання, теорії подібності;
- основи фізичного та математичного моделювання сталеплавильних процесів;
- складання бази даних за матеріалами досліджень на ПК;
- методи статистичної обробки матеріалів досліджень на ПК;
- структуру та зміст звіту з науково-дослідної роботи.

### **вміти:**

- зібрати літературні дані та скласти літературний огляд за визначеною науковою темою;
- вибрати методiku наукових досліджень в лабораторних умовах;
- вибрати критерії подібності та на їх умовах розрахувати основні розміри моделі та умови моделювання;
- провести статистичну обробку матеріалів досліджень на ПК;
- оцінити надійність статистичної моделі, що отримано;
- скласти звіт з науково-дослідної роботи, що проведено.

## 2. РОБОЧА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ, ТЕМИ ТА ЇХ ЗМІСТ

### 2.1. Робоча програма дисципліни

Розподіл навчальних годин

	Усього	Семестр
		7
Усього годин за навчальним планом, у тому числі:	120	120
<b>Аудиторні заняття, з них:</b>	32	32
- лекції	16	16
- лабораторні роботи	0	0
- практичні заняття	16	16
- семінарські заняття	0	0
<b>Самостійна робота, зокрема:</b>	88	88
Заходи семестрового контролю		Дифзалік

### 2.2. Назви тем та їх зміст

#### 2.2.1. Роль наукових досліджень в сучасних умовах

Документація НДР. Обґрунтування НДР, програма та календарний план, звіт з роботи. Різновиди та основні методики НДР. Теоретичні та літературні дослідження, лабораторні, напівпромислові та промислові дослідження.

#### 2.2.2. Основи теорії вимірювання

Основи теорії вимірювання даних. Похибки вимірювання та їх класифікація. Абсолютна й відносна похибка.

#### 2.2.3. Випадкові величини

Поняття про випадкову величину. Розподіл випадкових величин. Функція розподілу й щільність розподілу випадкової величини. Числові характеристики випадкової величини.

#### 2.2.4. Генеральна сукупність і випадкова вибірка

Властивості математичного очікування й дисперсії. Вибіркова функція розподілу. Гістограми.

2.2.5. Статистичні оцінки параметрів генерального й вибіркового розподілу

Довірчі інтервали й довірна ймовірність, рівень значущості.

2.2.6. Пасивні методи математичної статистики

Стохастичний зв'язок. Коваріація. Коефіцієнт кореляції, його властивості. Лінії регресії. Регресійний аналіз. Оцінка тісноти нелінійного зв'язку, кореляційний аналіз. Дисперсійний аналіз, його завдання. Проведення однофакторного дисперсійного аналізу.

2.2.7. Основи теорії подібності

Основи теорії подібності. Основні поняття. Критерії подібності, їх фізичний зміст. Теорема Букінгема.

2.2.8. Моделювання фізичних процесів

Проведення фізичного моделювання. Методи розрахунків моделей та умов моделювання. Вибір моделюючих речовин та вимірювальної апаратури.

2.2.9. Фізичне моделювання в дослідженнях у сталеплавильному виробництві

### **3. ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ**

#### **Практична робота №1**

##### ***Первинна обробка експериментальних даних***

*Мета роботи:* ознайомитися з прийомами первинної обробки експериментальних даних із використанням традиційних засобів та з використанням ПК.

##### Загальні положення

Кінцевою метою будь-якого експерименту є отримання достовірної інформації про властивості і параметри досліджуваної системи, однак під час проведення експерименту і фіксування його результатів можливе виникнення цілого ряду помилок, що спотворюють достовірність отриманих результатів.

Для одержання достовірних результатів, потрібно позбавити експеримент від впливу систематичних помилок, виключити грубі помилки (промахи), а потім врахувати вплив випадкових помилок усе це звичайно здійснюється за допомогою методів математичної статистики.

Для того, щоб з найбільшою ефективністю, а головне, коректно використовувати статистичні методи для аналізу результатів експерименту, виконують первинну обробку експериментальних даних. Процедура первинної обробки даних включає:

- систематизацію даних;
- визначення діапазону зміни вимірюваних величин;
- перевірку гіпотези про закон розподілу експериментальних даних;
- визначення числових характеристик вимірюваних величин;
- визначення похибок окремих вимірів, у тому числі виявлення грубих похибок;
- інтервальну оцінку істинного значення вимірюваних величин за отриманим експериментальним даним;
- порівняння інтервальних оцінок вимірюваних величин.

#### Порядок виконання

Робота виконується в два етапи: на калькуляторі та за допомогою ПК. Обидва розрахунки аналогічні за суттю та повинні дати однаковий результат.

#### **Розрахунок на калькуляторі**

1) Відповідно до свого номера в журналі студентської групи, студенти обирають з додатку А вихідні дані і записують їх у зростаючому порядку до другого стовпчика ( $x_i$ ) таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

#### Надана вибірка

№ з/п	$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1			
2			
...			
$\Sigma$		—	

2) Здійснюється перевірка розподілу емпіричних даних шляхом побудови гістограми. При складанні гістограми (Рис. 3.1) рекомендується дотримуватися наступного порядку.

- Серед обмірюваних значень знаходять максимальне  $x_{max}$  і мінімальне  $x_{min}$  значення та визначають широту  $R$  розподілу

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad (3.1)$$

- Визначають кількість  $k$  інтервалів (класів), округляючи його до найближчого непарного числа

$$k = \sqrt{n}, \quad (3.2)$$

де  $n$  – число спостережень.

- Поділяють широту розподілу  $R$  на кількість інтервалів  $k$ , отриманий результат округляють і приймають за широту інтервалу

$$h = R/k. \quad (3.3)$$

- За наведеними формулами розмічають у бланку реєстрації (табл. 3.2) межі інтервалів варіювання, встановлюючи граничні значення з кінця однієї зі сторін, а також вписують значення середини інтервалів.

Таблиця 3.2

Бланк реєстрації результатів спостережень

№ з/п	Інтервали	Значення середини інтервалів	Підрахунок частот	Частоти $f$ , %
1	$[x_{\min}; x_{\min} + h]$		• •	
2	$(x_{\min} + h; x_{\min} + 2h]$		☒	
3	$(x_{\min} + 2h; x_{\min} + 3h]$		☒ ☒ • •	
...				
$k$	$(x_{\min} + (k - 1)h; x_{\max}]$		☐	

- Переглядають таблицю 3.1 систематизованих вихідних даних один за одним від першого до останнього рядка, роблячи відповідну мітку • • – ☐ – ☒ (крапки та риси), заносять у той інтервал (клас), до якого відноситься дане спостереження. Кожен перехрещений квадратик відповідає потраплянню десяти спостережень у інтервал, що значно полегшує підрахунок частот. Відносні частоти  $f$  розраховують як частку кількості спостережень у інтервалі від загального їх числа  $n$ , що виражені у відсотках.

- По осі абсцис наносять межі інтервалів, а по осі ординат шкалу для відносних частот. Над інтервалами вичерчують прямокутники, висота яких пропорційна відносним частотам. У результаті отримуємо фігуру, що має назву стовпчастої діаграми (див. рис. 3.1).

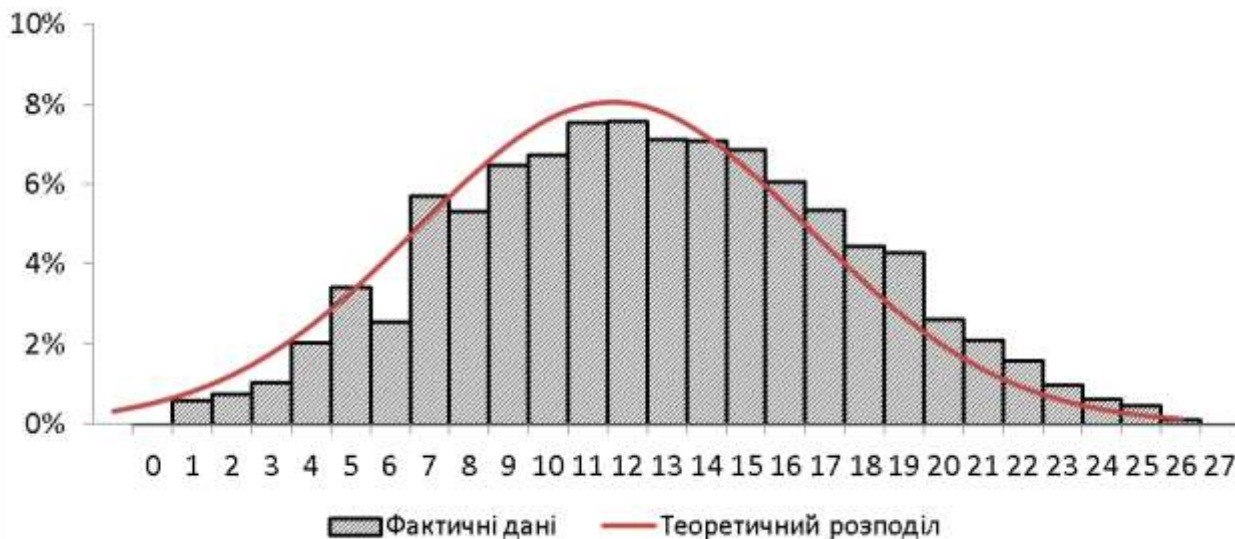


Рис. 3.1. Гістограма відносних частот

Якщо отримана на гістограмі фігура близька за формою до кривої щільності нормального розподілу Гауса (Рис. 3.2) то, у першому наближенні, приймається гіпотеза про нормальний закон розподілу отриманих емпіричних даних і проводиться первинна обробка експериментальних даних. Якщо ж форма фігури значно відрізняється від форми кривої щільності нормального розподілу, це свідчить про те, що гіпотеза про нормальний розподіл має бути відкинута.

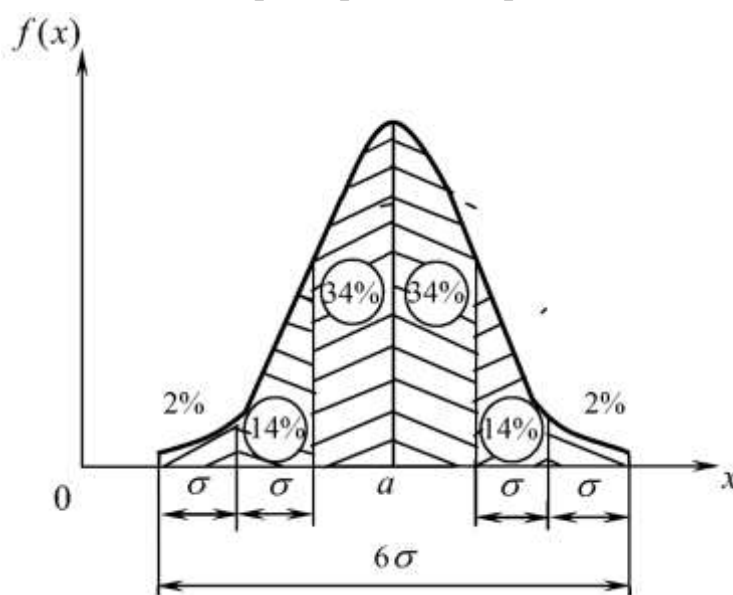


Рис. 3.2. Графік диференціальної функції щільності нормального розподілу

3) Алгоритм математичної обробки включає наступні етапи:

- вертаємося до таблиці 3.1 і заповнюємо 3-ій і 4-ий стовпчики та останню строку таблиці з сумами відповідних стовпчиків. Знаходимо середнє арифметичне значення досліджуваної величини

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}. \quad (3.4)$$

- Знаходимо дисперсію фактичних даних від їх середньоарифметичного значення

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}. \quad (3.5)$$

- Знаходимо середньоквадратичне відхилення

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}. \quad (3.6)$$

- Здійснюємо відсіювання грубих і випадкових помилок за «правилом **3σ**», яке витікає з властивостей закону нормального розподілу випадкових величин – розсіювання випадкової величини з ймовірністю 99,7 % ( $P = 0,997$ ) розміщується на ділянці  $(a \pm 3\sigma)$ . Відповідно абсолютне відхилення випадкових величин дорівнює

$$x_{abc} = \bar{x} \pm 3\sigma. \quad (3.7)$$

Усі значення експериментальних даних, які є більшими або меншими відповідно за максимальне та мінімальне значення  $x_{abc}$ , є грубими помилками. Їх виключають з досліджуваного масиву, а розрахунки за формулами (3.4)-(3.7) повторюють знову доти, доки всі значення масиву не ввійдуть у знайдений інтервал.

- Після відсіювання всіх помилок знаходимо відносне стандартне відхилення (коефіцієнт варіації)  $v$  фактичних даних від їх середньоарифметичного значення

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (3.8)$$

- Знаходимо стандартне відхилення середнього

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (3.9)$$

- Визначаємо довірчий інтервал. При числі ступенів свободи  $f = n - 1$  та ймовірності  $P = 0,95$  знаходимо значення  $t$ -критерію або коефіцієнт Стьюдента з таблиці, наведеної в додатку Б. Тоді довірчий інтервал знаходимо за рівняннями

$$x_{\max} = \bar{x} + t \cdot \sigma_x \quad \text{та} \quad x_{\min} = \bar{x} - t \cdot \sigma_x. \quad (3.10)$$


Отриманий результат з довірчим інтервалом доцільно представити у вигляді

$$\bar{x} \pm t \cdot \sigma_x. \quad (3.11)$$

Наведені цифри означають, що результати експериментів з імовірністю 0,95 (95%) входять до інтервалу від  $x_{\min}$  до  $x_{\max}$ .

### 3.1. Розрахунок за допомогою ПК у програмі *Microsoft Excel*

Оскільки наразі широко використовують одразу декілька версій програми, які суттєво відрізняються розташуванням меню, розглянемо дві найбільш розповсюджені версії 2003-2007 та 2010 років. Розташування кнопок у останній версії надалі наводитиметься у дужках.

Для сортування введеного на лист програми *Microsoft Excel* масиву чисел виділяємо необхідний стовпчик, клікнувши на його назві – літері **A** (курсор при цьому стане чорним і вказуватиме донизу) і вибравши «Данные/Сортировка» або натиснувши кнопку  (Рис. 3.3). У вікні обираємо «по возрастанию» і «Идентифицировать диапазон данных по ... подписям (первая строка диапазона)» («Мои данные содержат заголовки»). У випадку, якщо стовпчик не має назви, використовуємо опцію «... обозначением столбцов листа» (прибираємо прапорець).

Виконавши вручну розрахунки за формулами (3.1)-(3.3), будемо гістограму за допомогою опції «Гистограмма» з «Пакет анализа», що знаходиться в меню «Сервис» («Данные»). У випадку відсутності зазначеного пакету необхідно встановити його, використовуючи меню

«Сервис/Надстройки» («Файл/Параметры/Надстройки/Перейти»), для чого у вікні (Рис. 3.4), що з'явиться, встановити прапорець навпроти відповідного пункту і, натиснувши ОК, запустити процес установки.

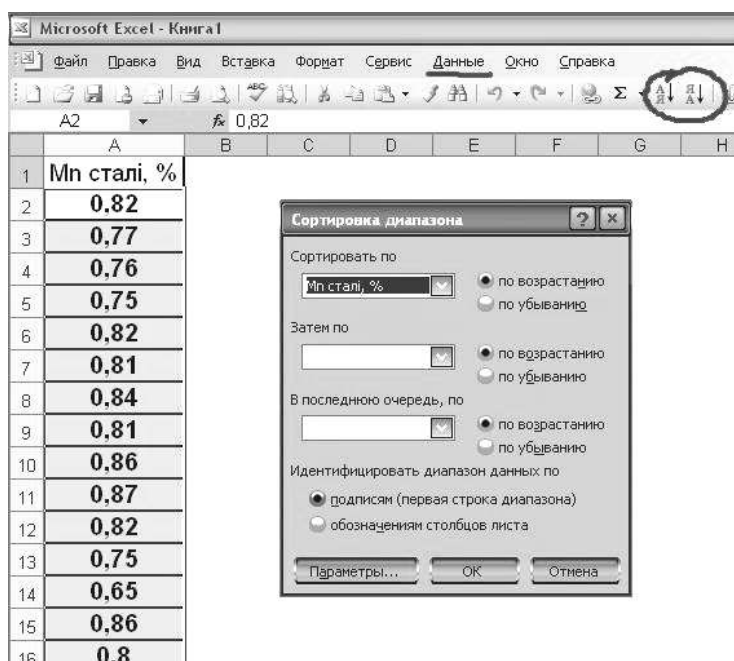
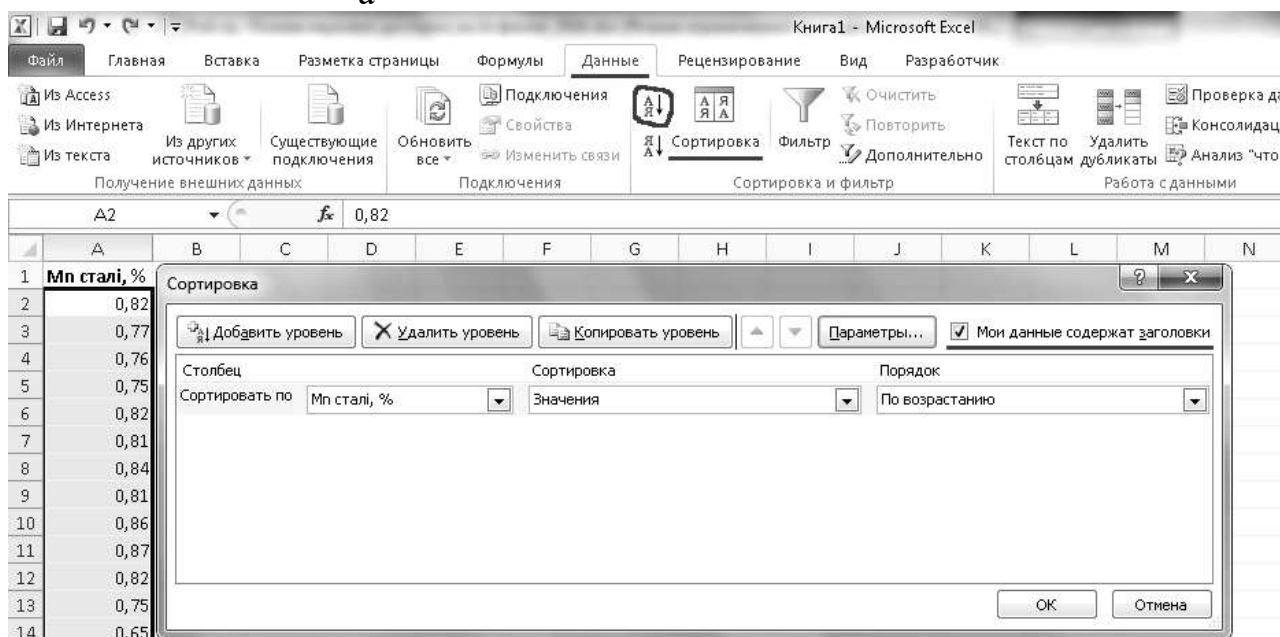


Рис. 3.3. Вікно опції сортування діапазону програми: а) у версії 2003-2007 років; б) у версії 2010 року

а



б

Перед використанням опції *Гистограмма* формуємо інтервал кишень (границь інтервалів). Для цього у порожній комірці листа (наприклад D4) вводимо формулу суми мінімального значення вихідного масиву і розрахованої за формулами (3.1)-(3.3) широти інтервалу (див. рис. 3.5). Це верхня межа першого (найменшого) інтервалу (крайній лівий стовпчик гистограми на рис. 3.1). У наступній, нижчій комірці (комірка D5) розраховуємо верхню межу

наступного інтервалу, прибавивши до попередньої комірки широту інтервалу (формула  $=D4+D\$2$ ). Кількість таких інтервалів повинна бути непарною величиною, розрахованою за формулою (3.2). Верхня межа останнього інтервалу повинна співпадати з максимальним значенням вихідного масиву.

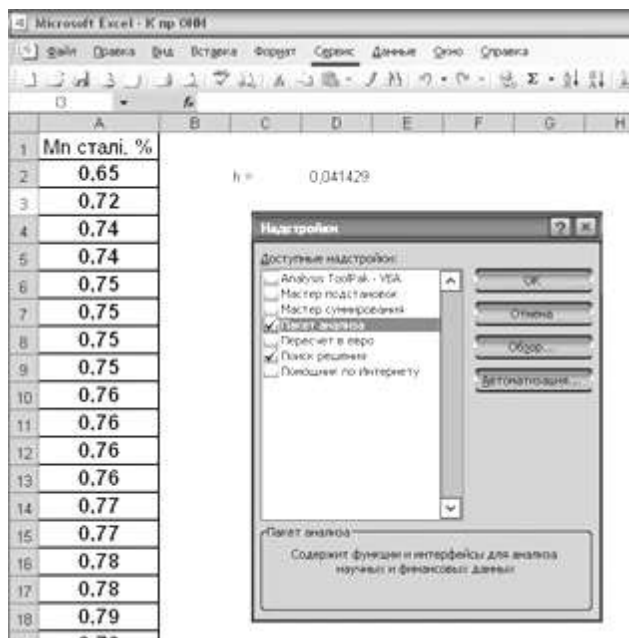
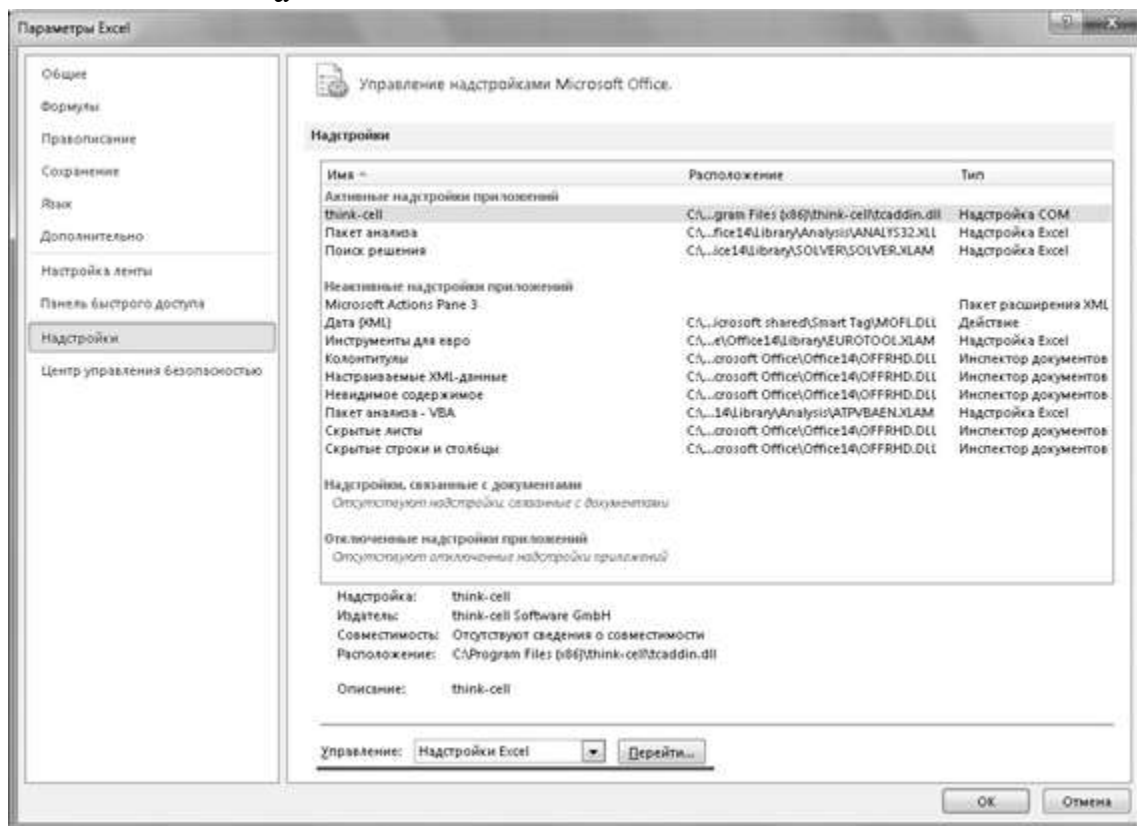


Рис. 3.4. Установка пакета анализа:  
а) у версії 2003-2007 років; б) у версії 2010 року

а



б

У віконце вхідного інтервалу вводимо стовпчик А (посилання \$A:\$A), як це наведено на рисунку 3.5. Оскільки у першому віконці вхідного інтервалу та

другому віконці інтервалу кишень було обрано не лише комірки, які містять числові дані, а й назву масиву, то слід позначити прапорцем опцію «*Метки*».

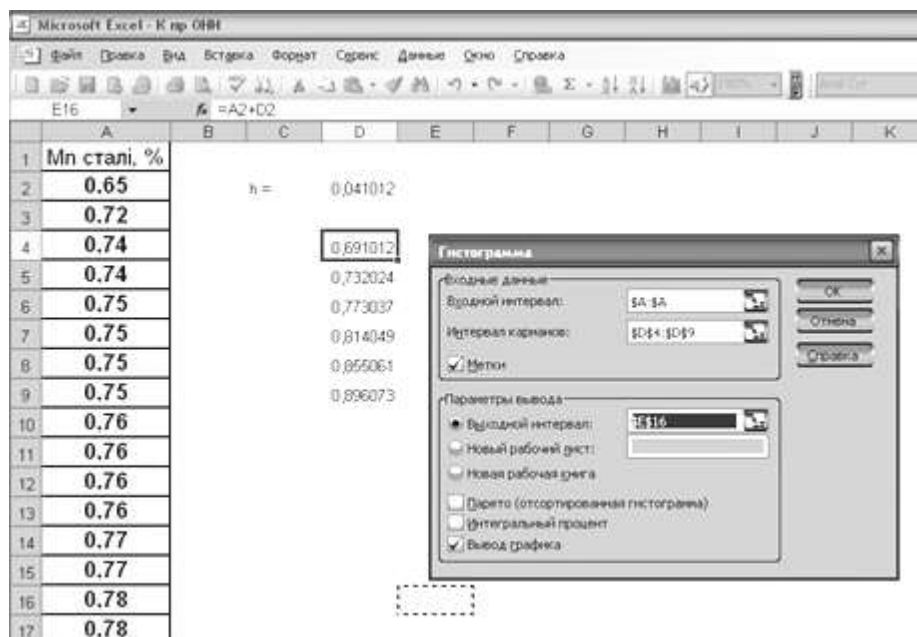


Рис. 3.5. Елементи вікна «Гистограмма»

Для виведення результатів аналізу обираємо будь-яку порожню комірку на робочому листі (наприклад **E16** на рис. 3.5). Далі позначаємо прапорцем опцію «*Вывод графика*» і тиснемо ОК.

Отримані результати (рис. 3.6) приводимо до зрозумілого вигляду, виключивши комірку «*Ещё*» з графіку, використовуючи опцію «*Исходные данные*» («*Выбрать данные*») у контекстному меню гистограми або безпосередньо у рядку формул, виділивши попередньо стовпчики діаграми.

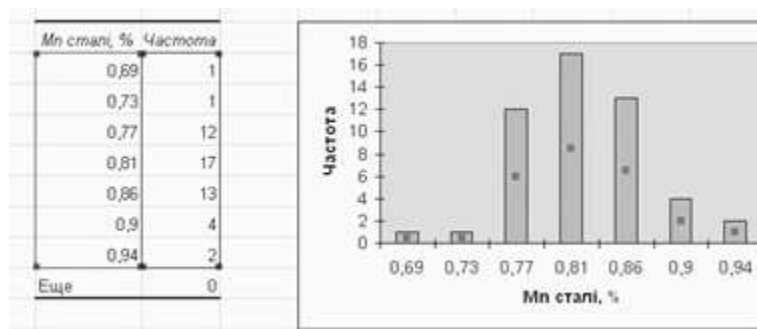
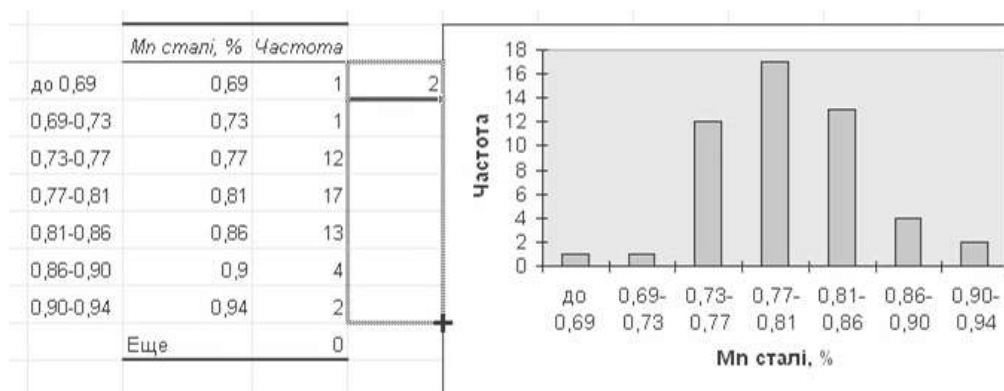


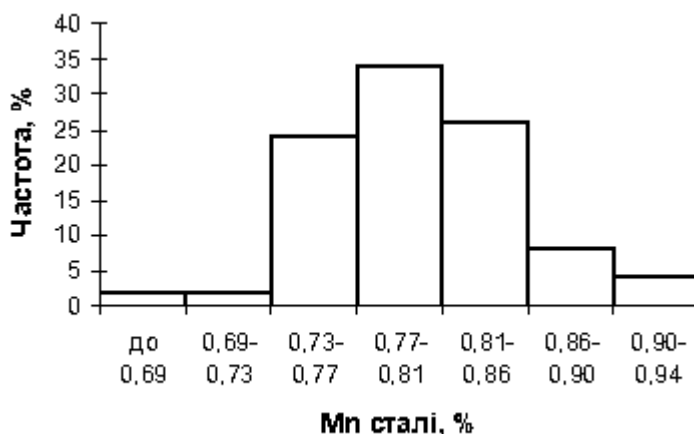
Рис. 3.6. Результати використання опції «Гистограмма»

Для побудови діаграми розподілу відносних частот праворуч від стовпчика *Частота* створюємо стовпчик частот у відсотках від загального об'єму масиву. Для цього у комірку **G17** вводимо формулу і копіюємо її у нижні комірки, як це показано на рис. 3.7а. Доцільно також привести позначки на осі абсцис до більш

зрозумілого виду. Для цього ліворуч від стовпчика *Mn сталі, %* вводимо межі кожного інтервалу і посилаємося на них через контекстне меню гістограми. Зразок готової гістограми після остаточного редагування наведено на рисунку 3.7б.



а



б

Рис. 3.7. Готова гістограма відносних частот

### Статистичний аналіз масиву

Середовище *Microsoft Excel* дозволяє розраховувати статистичні параметри масиву даних одразу у декілька способів: за допомогою простих функцій та інструмента «*Описательная статистика*». Діалогове вікно цієї опції заповнюємо подібно до діалогового вікна опції «*Гистограмма*» (Рис. 3.8а). На рис. 3.8б наведено результати використання опції *Описательная статистика* та аналогічні прості функції *Excel*. Довідку з отриманих результатів можна отримати, звернувшись до довідкової інформації відповідних простих функцій. Використовуючи прості функції (див. рис. 3.8б), студенти здійснюють відсіювання помилок у послідовності, що наведена у п.п. 3).

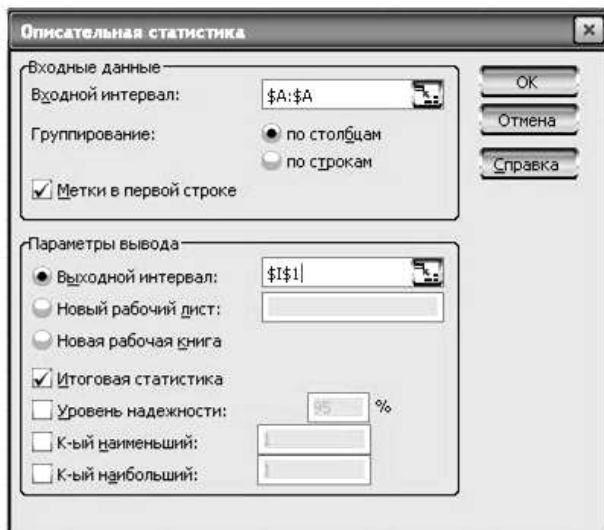


Рис. 3.8. Статистичні показники досліджуваної вибірки

а

<i>Mn сталі, %</i>		<i>Аналогічна проста функція Excel</i>	
		2003-2007	2010
Середнє	0,8022	СРЗНАЧ	
Стандартна помилка	0,006799	-	-
Медіана	0,81	МЕДИАНА	
Мода	0,81	МОДА	МОДА.ОДН
Стандартне відхилення	0,048077	СТАНДОТКЛ Н	СТАНДОТКЛОН.В
Дисперсія вибірки	0,00231	ДИСП	ДИСП.В
Ексцес	1,890232	ЭКСЦЕСС	
Асиметричність	-0,1387	СКОС	
Інтервал	0,29	МАКС(...:...)–МИН(...:...)	
Мінімум	0,65	МИН	
Максимум	0,94	МАКС	
Сума	40,11	СУММ	
Підрахунок	50	СЧЕТ	

б

Зміст звіту з виконаної роботи повинен містити:

- назву та мету практичної роботи;
- вихідні дані у формі таблиці;
- заповнену таблицю 3.2, гістограму відносних частот та висновок, щодо типу розподілу випадкової величини (нормальний чи ні).
- заповнену таблицю 3.1 (її слід надавати стільки разів, скільки здійснювалося відсіюванню помилок);
- розрахунок довірчого інтервалу за формулами (3.8)-(3.11).

- ВИСНОВОК.

## Практична робота №2

### Регресійний аналіз і лінеаризація функцій

*Мета роботи:* ознайомитися з методами визначення емпіричних формул за експериментальними даними шляхом використання методу найменших квадратів (МНК).

#### Загальні положення

Регресійний аналіз ґрунтується на засадах теорії ймовірності і математичної статистики. В основі регресійного аналізу лежить МНК, сутність якого полягає у тому, що найкраще наближення до істинної залежності дає таке рівняння, для якого сума квадратів відхилень експериментальних і розрахункових даних має найменшу величину. Для многочлена будь-якого ступеня МНК дає систему лінійних рівнянь, рішенням якої є коефіцієнти регресії шуканого рівняння.

Однією з найважливіших задач регресійного аналізу є вибір виду рівняння регресії, яким апроксимується невідома залежність. У більшості випадків достатньо обмежитись поліномом першого ступеня вигляду  $Y = A + B \cdot X$ . Тоді величини коефіцієнтів  $A$  і  $B$  розраховуються за формулами

$$B = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n X_i \right)^2}, \quad (3.12)$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - B \sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad (3.13)$$

де  $B$  – коефіцієнт регресії,  $A$  – вільний член регресії,  $n$  – кількість точок даних.

Коефіцієнти складніших (нелінійних) функцій знаходять, приводячи їх рівняння до лінійного. Тип емпіричної формули визначають за виглядом кривої на графіку. Якщо відома детермінована залежність змінної величини від змінюваного параметра, то слід обирати відповідну їй функцію. Наприклад, якщо необхідно визначити функцію для описання залежності вмісту кисню в металі

перед розкисленням від вмісту вуглецю, слід використовувати ступеневу функцію, а аж ніяк не лінійну або показникову. Зовнішній вигляд найпоширеніших функцій та методи їх лінеаризації наведені в таблиці 3.4.

Ступінь наближеності емпіричної формули до експериментальних даних характеризують коефіцієнтом апроксимації (детермінації)  $0 \leq R^2 \leq 1$ . Чим більша його величина, тим більша достовірність отриманої емпіричної моделі.

Якщо  $R^2 > 0,95$ , можна стверджувати про високу точність апроксимації; при  $0,8 \leq R^2 \leq 0,95$  – точність задовільна і при  $R^2 < 0,6$  – точність недостатня і математична модель потребує вдосконалення (ретельнішої підготовки масивів, врахування нових змінних факторів та нелінійного характеру зв'язку).

Визначення коефіцієнтів рівняння лінійної функції можливо як за формулами (3.12) і (3.13), так і графічним методом. Останній метод є менш точним, однак дозволяє швидко визначити орієнтовні значення шуканих коефіцієнтів рівняння. Його сутність полягає у визначенні точки перетину прямої з віссю ординат (коефіцієнт  $A$ ), та тангенсу кута нахилу прямої до осі абсцис (коефіцієнт  $B$ ). Ілюстрація цього методу наведена на рисунку 3.9.

#### Порядок виконання

1) Відповідно до свого номера в журналі студентської групи, студенти обирають з додатка В вихідні дані для виконання практичної роботи №2 і записують їх у перші два стовпчики ( $x_i$  та  $y_i$ ) таблиці 3.3.

Таблиця 3.3

Вихідні дані для розрахунку коефіцієнтів регресії

№ з/п	$x_i$	$y_i$	$X_i$	$Y_i$	$X_i^2$	$X_i \cdot Y_i$
1						
...						
$\Sigma$						

2) За вихідними даними студент будує точковий графік залежності  $y = f(x)$ . Через точки на графіку проводять усереднену пряму чи криву лінію.

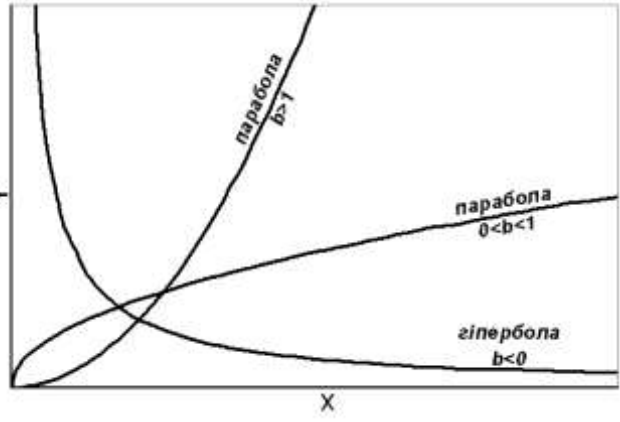
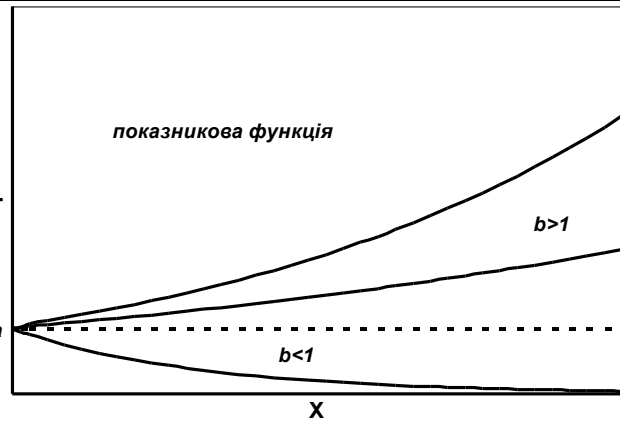
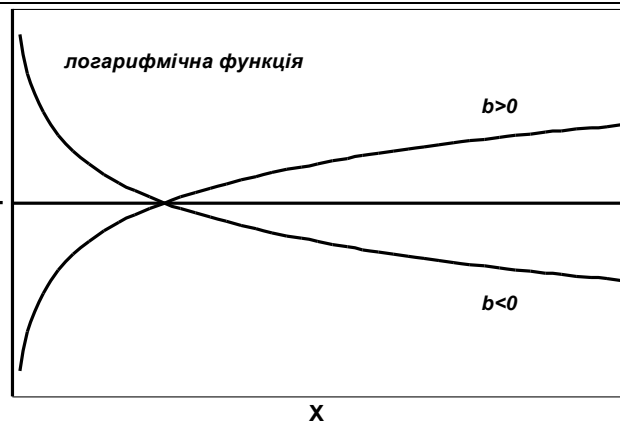
3) Виходячи з вигляду отриманої лінії з табл. 3.4, обирають тип кривої та спосіб її лінеаризації. Відповідно до обраного способу лінеаризації розраховують величину кожного  $X_i$  і  $Y_i$ .

4) Подальший розрахунок виконують трьома методами: графічним, МНК та за допомогою ПК у програмі *Microsoft Excel*.

**Графічний метод.** За розрахованими значеннями  $X_i$  і  $Y_i$  будують графік залежності  $Y = f(X)$ , з якого визначають коефіцієнти регресії  $A$  і  $B$  (див. рис. 3.9). Далі, відповідно до обраного способу лінеаризації (див. табл. 3.4), визначають коефіцієнти регресії  $a$  і  $b$  вихідної функції  $y = f(x)$ .

Таблиця 3.4

Функції та лінеаризуючі перетворення

Крива	Формула	Формули для лінеаризації
	$y = ax^b$	$Y = \underbrace{\lg a}_A + \underbrace{b \lg x}_{B \cdot X}$ $Y = \lg y; X = \lg x$ $a = 10^A; b = B$
	$y = ab^x$ або $y = ae^{cx}$	$Y = \underbrace{\lg a}_A + \underbrace{x \lg b}_{X \cdot B}$ $Y = \lg y; X = x$ $a = 10^A; b = 10^B$ або $Y = \underbrace{\ln a}_A + \underbrace{cx}_{C \cdot X}$ $Y = \ln y; X = x$ $a = e^A; c = C$
	$y = a + b \lg x$	$Y = \underbrace{a}_A + \underbrace{b \lg x}_{B \cdot X}$ $Y = y; X = \lg x$ $a = A; b = B$

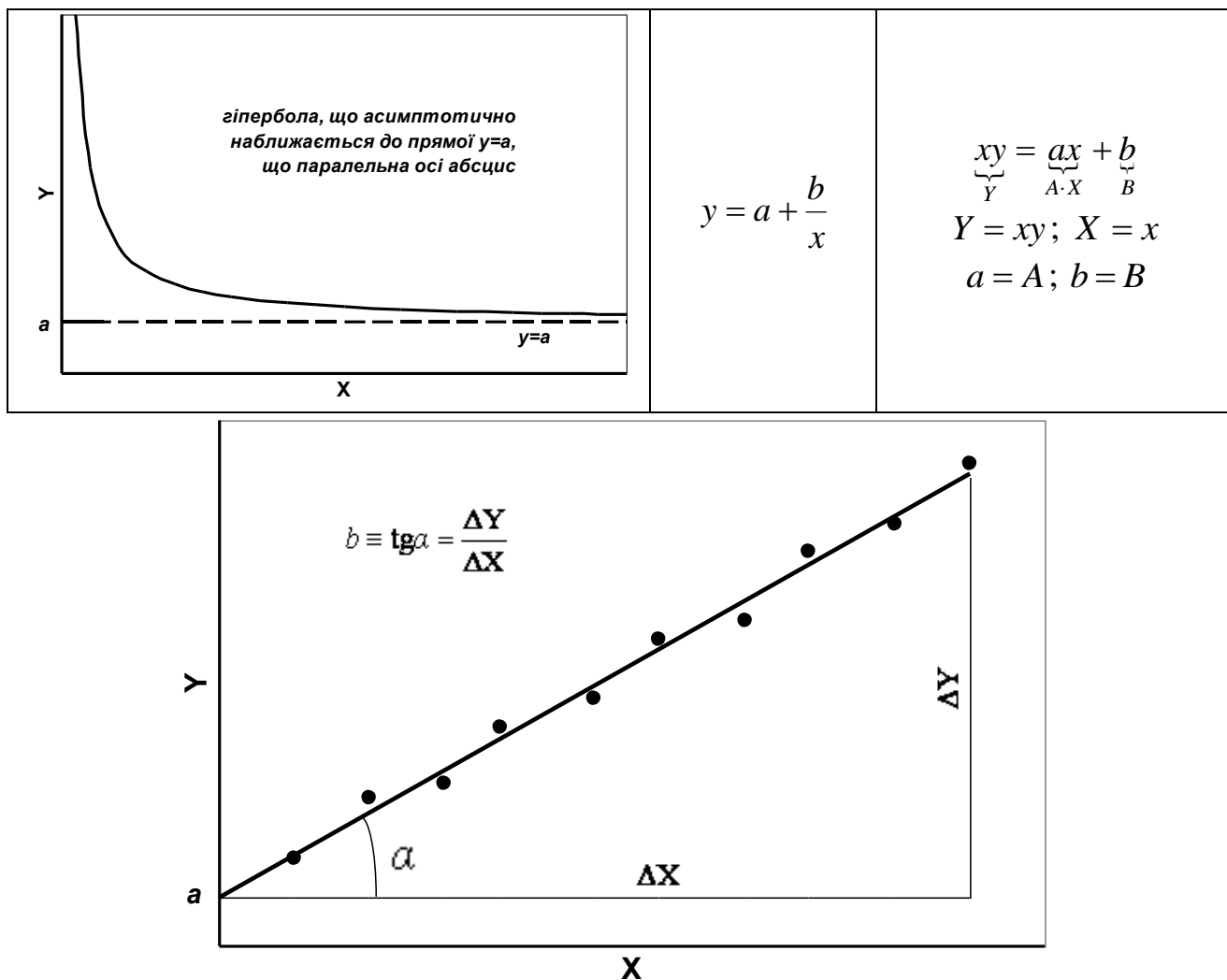


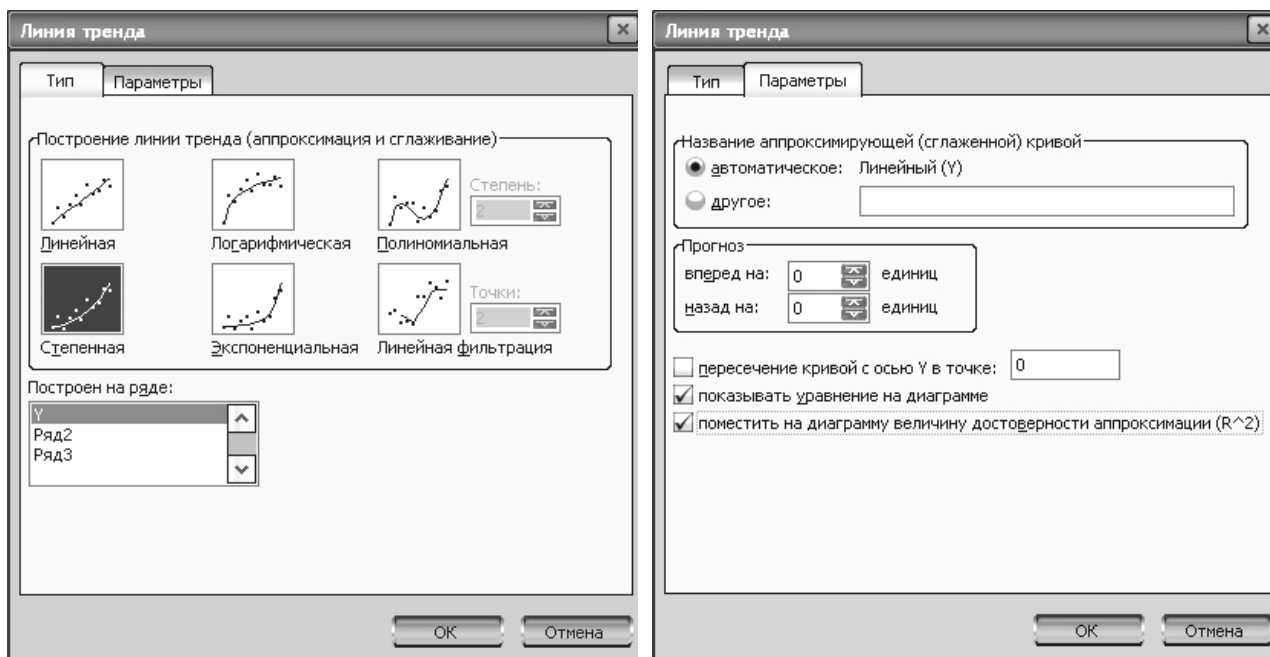
Рис. 3.9. Графічний метод визначення коефіцієнтів рівняння  $Y = A + B \cdot X$

**МНК.** Для визначення коефіцієнтів регресії  $A$  і  $B$  розраховують значення останніх двох стовпчиків таблиці 3.3. В останній строчці таблиці розраховують суму значень у кожному стовпчику. Підставляючи отриману суму в формули (3.12)-(3.13), визначають коефіцієнти  $A$  і  $B$ . Отримані дані порівнюють із тими, що отримані графічним методом. Далі, відповідно до обраного способу лінеаризації (див. табл. 3.4), визначають коефіцієнти регресії  $a$  і  $b$  вихідної функції  $y = f(x)$ .

**За допомогою ПК.** На робочий лист програми *Microsoft Excel* вводять вихідні данні для розрахунку і будують точковий графік залежності. Далі, кликнувши правою кнопкою миші по будь-якій з точок на графіку, викликають діалогове вікно «Линия тренда» (Рис. 3.10). У вкладці «Тип» обирають тип залежності подібно до п. 3). У вкладці «Параметры» встановлюємо прапорці навпроти опцій «показывать уравнение на диаграмме» і «поместить на

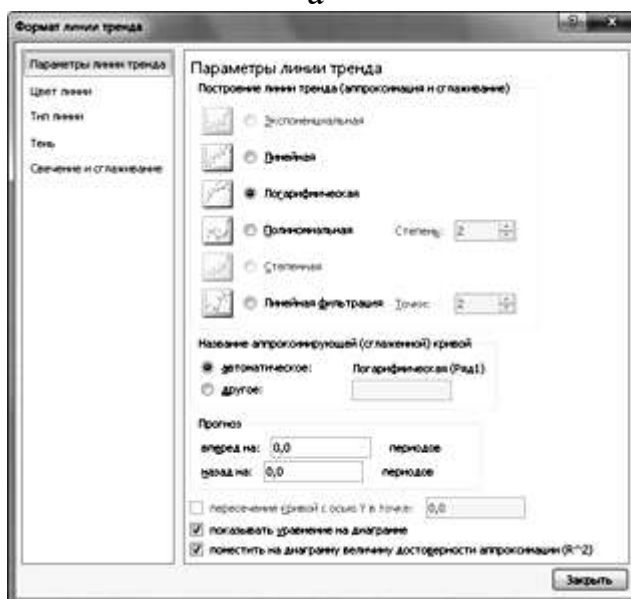
диаграмму величину достоверности аппроксимации ( $R^2$ )». У версії 2010 року всі ці функції знаходяться на одній вкладці (див. рис. 3.10в).

У тому разі, якщо у п. 3) було обрано логарифмічний характер залежності, величина коефіцієнта  $B$  буде дещо відрізнятись від отриманої двома попередніми методами. Це викликано тим, що для побудови логарифмічного тренду *Microsoft Excel* використовує не десятинний, а натуральний логарифм. Для того, щоб визначити коефіцієнт регресії  $B$ , отриману з графіка величину слід додатково помножити на натуральний логарифм 10, тобто на 2,3026.



а

б



в

Рис. 3.10. Діалогове вікно «Линия тренда»: а,б) версія 2003-2007; в) версія 2010

Отримане рівняння звіряють з коефіцієнтами отриманими у п.п. 4) попередніми методами.

5) Порівнюють величину коефіцієнтів регресії, отриману різними методами, вписавши їх до таблиці 3.5.

6) Перевірку вірності вибору способу лінеаризації виконують шляхом порівняння значень коефіцієнтів апроксимації  $R^2$  для різних варіантів лінії тренду, зокрема лінійного, логарифмічного, ступеневого і експоненціального. Для цього, клікнувши правою кнопкою миші на лінію тренду, обирають «Формат лінії тренда», у діалоговому вікні (Рис. 3.10а,в) змінюють тип лінії тренду і записують величину  $R^2$  для кожного типу. Максимальна величина  $R^2$  відповідає найкращому варіанту апроксимації.

Таблиця 3.5

Порівняння коефіцієнтів регресії для різних методів їх отримання

Метод	Коефіцієнти регресії	
	<i>a</i>	<i>b</i>
Графічний		
МНК		
За допомогою ПК		

Зміст звіту з виконаної роботи повинен містити:

- назву та мету практичної роботи;
- вихідні дані у формі таблиці;
- заповнену таблицю 3.3;
- графік функції  $y = f(x)$ , побудований за вихідними даними, за виглядом якого робиться висновок щодо характеру залежності і способу її лінеаризації;
- графік функції  $Y = f(X)$ , побудований за даними, що отримані відповідно до обраного способу лінеаризації (див. табл. 3.3);
- значення коефіцієнтів регресії *a* і *b*, отримані графічним методом;
- розрахунок коефіцієнтів регресії *a* і *b* за МНК;
- роздрукований графік функції  $y = f(x)$ , побудований у програмі *Microsoft Excel* із лініями тренду і рівняннями регресії всіх можливих типів;

- таблиця 3.5 з порівнянням величин коефіцієнтів регресії отриманих трьома методами;
- висновок.

## Практична робота №3

### Кореляційний аналіз

*Мета роботи:* ознайомитися з методами визначення парної кореляції та оцінкою значущості коефіцієнтів.

#### Загальні положення

Задачею, що вирішує кореляційний аналіз, є оцінка тісноти зв'язку між двома або більше випадковими величинами (ВВ), на відміну від регресійного аналізу, метою якого є встановлення форми залежності між ними. У якості міри зв'язку використовують *коефіцієнт кореляції*  $r$ , який характеризує ступінь лінійного взаємозв'язку між ВВ з нормальним законом розподілу. Коефіцієнт кореляції змінюється в межах від  $-1$  (сувора зворотна залежність) до  $1$  (сувора пряма залежність). Величина  $0$  відповідає повній відсутності залежності.

Якщо апіорі відомо, що зв'язок між двома ВВ є лінійним (точки на графіку упорядковуються вздовж прямої лінії), коефіцієнт кореляції розраховують за формулою

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (3.14)$$

де  $\sigma_x, \sigma_y$  – середньоквадратичне відхилення відповідно  $x$  і  $y$  від їх середніх значень  $\bar{x}$  і  $\bar{y}$ ;

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}, \quad (3.15)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2}. \quad (3.16)$$

Для оцінки ступеня взаємозв'язку доцільно керуватися наступними емпіричними правилами. Якщо абсолютна величина  $|r|$  більша за  $0,95$ , прийнято вважати, що між ВВ існує практично пряма залежність (пряма – при  $r > 0$  і зворотна – при  $r < 0$ ). Якщо  $0,8 < |r| < 0,95$ , між ВВ є сильний лінійний зв'язок. При

$0,6 < |r| < 0,8$  зберігається лінійний зв'язок між ВВ. За  $|r| < 0,4$  вважають лінійний зв'язок між ВВ відсутнім.

При невеликій кількості парних спостережень ( $n < 50$ ) достовірність зв'язку між ВВ оцінюють розрахунком дисперсії коефіцієнта кореляції

$$\sigma_r^2 = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n - 1}}. \quad (3.17)$$

Якщо величина співвідношення між коефіцієнтом кореляції  $r$  і його середньоквадратичним відхиленням не менша від 3, то з імовірністю 0,95 стверджують, що взаємозв'язок є достовірним

$$\frac{|r|}{\sigma_r} \geq 3. \quad (3.18)$$

Знаючи коефіцієнт кореляції, можливо розрахувати коефіцієнти  $a$  і  $b$  рівняння лінійної функції  $y = a + bx$ , яка описує залежність між випадковими величинами. Відповідно до методу максимальної правдоподібності формули (3.12)-(3.13) можуть бути спрощені наступним чином

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x^2} = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}, \quad (3.19)$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{y} - r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot \bar{x}. \quad (3.20)$$

#### Порядок виконання

- 1) Відповідно до свого номера в журналі студентської групи, студенти обирають з додатка Г вихідні дані для виконання практичної роботи № 3 і записують їх у таблицю 3.6 (стовпчики  $x$  та  $y$ ).
- 2) Розраховують і заповнюють решту стовпчиків таблиці.
- 3) За формулами (3.14)-(3.16) визначають спочатку середньоквадратичні відхилення  $\sigma_x$  і  $\sigma_y$ , а потім коефіцієнт кореляції. Роблять попередні висновки відносно характеру залежності (пряма чи зворотна) і ступеня взаємозв'язку.

4) За формулами (3.17)-(3.18) оцінюють достовірність отриманого коефіцієнта кореляції.

Таблиця 3.6

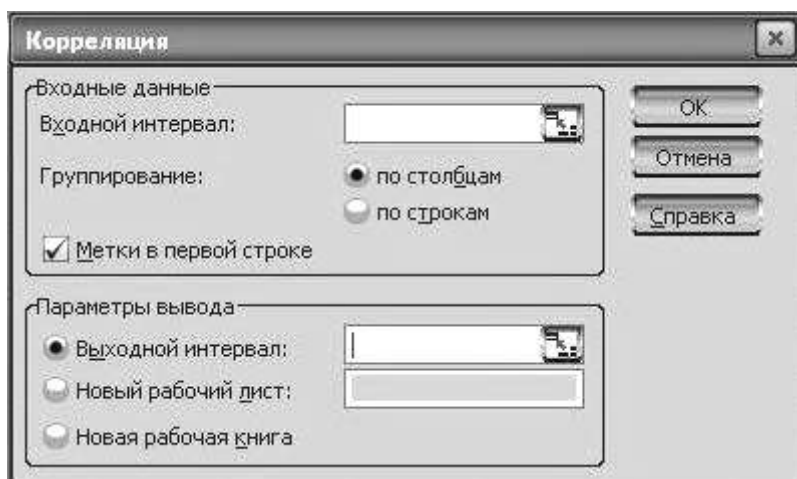
Вихідні дані для розрахунку коефіцієнта кореляції

№ з/п	$x$	$y$	$x \cdot y$	$x^2$	$y^2$
1					
...					
$\Sigma$					
Середнє			-	-	-

5) За формулами (3.19)-(3.20) визначають коефіцієнти лінійного рівняння.

6) У програмі *Microsoft Excel* виконують дії за п. 1), після чого у будь-якій порожній комірці викликають функцію **KORPEЛ** і додають у діалоговому вікні посилання на раніше введені дані.

7) Через меню *Сервис/Анализ данных/Корреляция* відкривають діалогове вікно «Корреляция» (Рис. 3.11а), у яке вводять вихідний інтервал і задають місце на поточному робочому листі, куди будуть виведені результати розрахунку. Якщо разом із вихідними даними були додані також комірки із назвою ВВ, слід встановити прапорець навпроти опції «*Метки в первой строке*». Результати розрахунку виводяться у формі кореляційної матриці зображеної на рисунку 3.11б. Для перевірки виконаних у п.п. 1)-5) розрахунків порівнюють коефіцієнти кореляції отримані трьома способами.



а

	$x$	$y$
$x$	1	
$y$	-0,95844	1

б

Рис. 3.11. Діалогове вікно (а) і результати розрахунку за допомогою інструмента «Корреляция» (б)

Зміст звіту з виконаної роботи повинен містити:

- назву та мету практичної роботи;

- вихідні дані у таблиці 3.6;
- розрахунок коефіцієнта кореляції та оцінку його достовірності;
- розрахунок коефіцієнтів лінійного рівняння;
- роздруківку розрахунку коефіцієнта кореляції за допомогою ПК;
- висновок.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА №4

### *Визначення критеріїв подоби за допомогою $\pi$ -теорему*

*Мета роботи:* ознайомитись з визначенням критеріїв подоби методом, заснованим на використанні модифікованої  $\pi$ -теорему.

#### Загальні положення

Основною вимогою при проведенні фізичного моделювання є дотримання найбільш повної подоби процесів на зразку і моделі. У відповідності до теорем подоби забезпечення подоби можливо лише в тому разі, якщо на зразку й моделі визначаючі критерії подоби рівні. Тому визначення виду критеріїв подоби є одним з найважливіших завдань моделювання.

Одним з методів для визначення критеріїв подоби є метод, заснований на використанні модифікованої  $\pi$ -теорему. Його основною перевагою є можливість використання у тих випадках, коли відомі лише параметри, що приймають участь у процесі, та невідоме диференціальне рівняння, що описує процес.

На першому етапі виходячи з аналізу процесу та логічних міркувань складають сукупність з незалежних фізичних величин, які характеризують фізичну систему зразка, що моделюється (далі *натури*). Розмірності кожної з цих величин представляють через основні одиниці системи SI та обирають параметри з незалежними первинними розмірностями (зазвичай їх повинно бути щонайменше 3).

На наступному етапі за формулою (3.21) підраховують загальну кількість безрозмірних комплексів, що визначають розглянуту систему:

$$\Pi = N - r, \quad (3.21)$$

з яких кількість критеріїв комплексів

$$K = n - r, \quad (3.22)$$

а число критеріїв симплексів:

$$S = N - n, \quad (3.23)$$

де  $N$  – загальне число параметрів, що входять до сукупності;  $n$  – число параметрів різної фізичної природи, що входять до сукупності;  $r$  – обране число первинних одиниць вимірювання ( $m$ ,  $s$ ,  $kg$ ,  $^\circ C$  та ін.).

Після цього переходять до аналізу сукупності й отриманню критеріїв подоби. З сукупності довільно обирають не менш 3 параметрів, до розмірності яких мають входити первинні розмірності, обрані раніше, й вважають їх первинними. Усі інші змінні, що входять до сукупності, вважаються вторинними ( $m/s$ ,  $kg/m^3$ ,  $kg \cdot m/s^2$  та ін.).

Таким чином, якщо процес характеризується параметром  $P$ , на який впливає сукупність факторів  $p_i$

$$P = f(p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (3.24)$$

й розмірність факторів надана в основних одиницях: маса  $[M]$ , довжина  $[L]$  і час  $[T]$ . Кожна з основних одиниць може бути зведена в певний показник ступеня, наприклад, прискорення сили тяжіння  $m/s^2$  у  $m \cdot s^{-2}$ . Показники ступенів позначимо так:  $\mu_i$  для маси,  $\lambda_i$  для розміру і  $\tau_i$  для часу. У загальному вигляді розмірність фактора записуємо наступним чином:

$$[p_i] = [M]^{\mu_i} [L]^{\lambda_i} [T]^{\tau_i}. \quad (3.25)$$

Розмірність обраних первинних факторів буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} [p_1] &= [M]^{\mu_1} [L]^{\lambda_1} [T]^{\tau_1}; \\ [p_2] &= [M]^{\mu_2} [L]^{\lambda_2} [T]^{\tau_2}; \\ [p_3] &= [M]^{\mu_3} [L]^{\lambda_3} [T]^{\tau_3}; \end{aligned} \quad (3.26)$$

в розмірності яких обов'язково входять маса (наприклад, в першому факторі  $|\mu_1| > 0$ ), довжина (у другому  $|\lambda_2| > 0$ ) і час (в третьому  $|\tau_3| > 0$ ), тобто система повинна бути визначеною: кількість невідомих дорівнює кількості рівнянь, а визначник, складений з показників ступенів, не дорівнює нулю:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \mu_1 & \lambda_1 & \tau_1 \\ \mu_2 & \lambda_2 & \tau_2 \\ \mu_3 & \lambda_3 & \tau_3 \end{vmatrix} \neq 0. \quad (3.27)$$

Далі, для знаходження критеріїв подоби запишемо співвідношення кожної з вторинних змінних до добутку трьох первинних, причому кожному з первинних перемінних беремо у невідомих ступенях  $\alpha, \beta, \gamma$ , необхідних для досягнення безрозмірності. Отримаємо

$$\frac{P}{p_1^\alpha p_2^\beta p_3^\gamma} = \phi \left( 1, 1, 1, \frac{P_4}{p_1^{\alpha_4} p_2^{\beta_4} p_3^{\gamma_4}}, \dots, \frac{P_n}{p_1^{\alpha_n} p_2^{\beta_n} p_3^{\gamma_n}} \right). \quad (3.28)$$

Перші три члени сукупності перетворюються у одиниці, а ті, що залишились – у безрозмірні комплекси:

$$\pi_1 = \frac{P}{p_1^\alpha p_2^\beta p_3^\gamma}; \pi_2 = \frac{P_4}{p_1^{\alpha_4} p_2^{\beta_4} p_3^{\gamma_4}}; \pi_n = \frac{P_n}{p_1^{\alpha_n} p_2^{\beta_n} p_3^{\gamma_n}}. \quad (3.29)$$

Величини показників ступенів  $\alpha, \beta, \gamma$  визначаємо виходячи з умови, що комплекси (критерії подоби), які входять в рівняння (3.28) є безрозмірними величинами, тобто добуток їх розмірностей дорівнює одиниці:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{[M]^\mu [L]^\lambda [T]^\tau}{\left\{ [M]^{\mu_1} [L]^{\lambda_1} [T]^{\tau_1} \right\}^\alpha \left\{ [M]^{\mu_2} [L]^{\lambda_2} [T]^{\tau_2} \right\}^\beta \left\{ [M]^{\mu_3} [L]^{\lambda_3} [T]^{\tau_3} \right\}^\gamma} = \\ &= [M]^{\mu - \mu_1\alpha - \mu_2\beta - \mu_3\gamma} [L]^{\lambda - \lambda_1\alpha - \lambda_2\beta - \lambda_3\gamma} [T]^{\tau - \tau_1\alpha - \tau_2\beta - \tau_3\gamma}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

У цьому випадку показники ступенів при розмірностях дорівнюють нулю:

$$\begin{cases} \mu - \mu_1\alpha - \mu_2\beta - \mu_3\gamma = 0, \\ \lambda - \lambda_1\alpha - \lambda_2\beta - \lambda_3\gamma = 0, \\ \tau - \tau_1\alpha - \tau_2\beta - \tau_3\gamma = 0. \end{cases} \quad (3.31)$$

Вирішуючи таку систему трьох рівнянь (наприклад матричним методом) для кожного комплексу, визначають величини показників ступенів  $\alpha, \beta, \gamma$ . Після чого їх підставляють в комплекси (3.28) і таким чином отримують критерії подібності досліджуваного процесу. У випадку незначної кількості (не більше 3)

критеріїв подоби та наявності певного досвіду визначення показників ступенів можна здійснювати методом підбору.

### Порядок виконання

- 1) Відповідно до свого номера в журналі студентської групи, студенти обирають з таблиці Д.1 додатка Д вихідні дані для виконання практичної роботи № 4.
- 2) Використовуючи довідкову літературу, визначають розмірності всіх факторів та приводять їх до основних одиниць **SI**. Будують таблицю 3.7. У перший стовпчик записують всі параметри, що входять до залежності, включно з функцією. У другий стовпчик записують їх розмірності.

Таблиця 3.7

Приклад приведення досліджуваних параметрів до безрозмірної форми

Фактор	Одиниця вимірювання	Первинні фактори	Безрозмірний критерій
$w$	м/с	-	$\pi_1 = \frac{wl}{v}$
$l$	м	м	-
$v$	м <sup>2</sup> /с	с	-
$\sigma$	кг/с <sup>2</sup>	-	$\pi_2 = \frac{\sigma l}{\rho v^2}$
$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	кг	-
$g$	м/с <sup>2</sup>	-	$\pi_3 = \frac{gl^3}{v^2}$

- 3) За формулами (3.21)-(3.23) визначають кількість безрозмірних критеріїв та встановлюють, скільки з них є безрозмірними комплексами, а скільки симплексами.
- 4) Обирають фактори у якості первинних та наводять їх розмірність у формі рівняння (3.26). Не можна обирати у якості первинного фактора функцію. У третьому стовпчику таблиці 3.7 роблять відповідну відмітку, вказавши, яку з первинних одиниць вимірювання представляє обраний первинний фактор.
- 5) Використовуючи формули (3.28)-(3.31), знаходять безрозмірні комплекси, що описують обраний фізичний процес. Вирішення системи рівнянь (3.31) для кожного безрозмірного критерію доцільно здійснювати методом Крамера або матричним методом. Дозволяється використовувати для цього спеціалізовані

програми на кшталт *MathCAD* і *MATLAB* або простіший *Microsoft Excel*, який дозволяє розраховувати визначник матриці (функція **МОПРЕД**) та здійснювати її обернення (функція **МОБР**). Можливо також використання методу підбору.

**Приклад.** Розглянемо використання методу підбору на прикладі критерію  $\pi_2$  з табл. 3.7. У нашому випадку його отримано приведенням до безрозмірного

виду поверхневого натягу, що має розмірність  $\frac{H}{m} = \frac{kg \cdot m}{c^2} \cdot \frac{1}{m} = \frac{kg}{c^2}$ . Спочатку

позбавимося секунд, розділивши  $kg/c^2$  на первинний фактор, що представляє секунди – кінематичну в'язкість. Оскільки у розмірності поверхневого натягу секунда представлена у 2-ому ступені, то для її скорочення кінематичну в'язкість

теж слід підвести у 2-ий ступінь. Отримаємо  $\frac{kg}{c^2} : \left(\frac{m^2}{c}\right)^2 = \frac{kg}{c^2} \cdot \frac{c^2}{m^4} = \frac{kg}{m^4}$ . Тепер

скорочуємо кілограми, розділивши  $kg/m^4$  на первинний фактор, що їх представляє

– густину. Отримаємо  $\frac{kg}{m^4} : \frac{kg}{m^3} = \frac{kg}{m^4} \cdot \frac{m^3}{kg} = \frac{1}{m}$ . І, врешті решт, для отримання

безрозмірного комплексу множимо на первинний фактор, що представляє метр

– лінійний розмір.  $\frac{1}{m} \cdot m = 1$ . Таким чином, для приведення поверхневого натягу

до безрозмірного виду його поділили на кінематичну в'язкість у другому ступені, поділили на густину і помножили на лінійний розмір, тобто

$$\pi_2 = \sigma \cdot \left(\frac{1}{\nu}\right)^2 \cdot \frac{1}{\rho} \cdot l = \frac{\sigma l}{\rho \nu^2}.$$

**б)** Використовуючи таблицю Д.2 додатка Д, визначають критерії подоби, що описують процес. Якщо у таблиці Д.2 немає схожих критеріїв, то отримані слід модифікувати, перемноживши ті з них, що мають однакові групи факторів у однакових ступенях. Якщо навіть це не допомогло, слід обрати інші фактори у якості первинних і повторити розрахунок за пунктами.

**Приклад.** У таблиці 3.7 у результаті перетворення отримали 3 безрозмірні комплекси, з яких у таблиці Д.2 є 2:  $\pi_1$  – критерій Рейнольдса і  $\pi_3$  – критерій Галілея. Для зменшення числа критеріїв і переходу до їх загальноживаної форми доцільно їх модифікувати. Помітно, що 2-ий і 3-ій критерії мають

спільну групу множників  $l/\nu^2$ , яка може бути скорочена поділом  $\pi_2$  на  $\pi_3$ . В результаті модифікування отримуємо критерій Вебера  $\pi'_2 = \frac{\sigma}{\rho g l^2}$ .

Однак, при модифікуванні слід бути обережним, оскільки існує можливість повного видалення одного чи навіть кількох факторів з аналізу. У розглянутому прикладі модифікування не було б можливим, якщо б критерій  $\pi_1$  не містив кінематичну в'язкість.

Зміст звіту з виконаної роботи повинен містити:

- назву та мету практичної роботи;
- вихідні дані у формі виразу (3.24);
- повністю заповнену таблицю 3.7 з визначеними числами подоби;
- розрахунок числа безрозмірних критеріїв та окремо симплексів і комплексів за формулою Букінгема;
- розрахунок показників ступенів факторів для визначених безрозмірних чисел подоби (якщо розрахунок виконано на ПК надати роздруківку розрахунку);
- короткі відомості про те, які явища або процеси описує кожен з визначених критеріїв подоби;
- висновок.

## Вихідні дані для виконання практичної роботи №1

№1	№2	№3	№4	№5	№6
t <sub>ст.</sub> повалка, °С	Маса брухту, т	Маса чавуну, т	Маса плавикового шпату, кг	Маса брикетів MgO, кг	Тривалість продувки, хв.
1626	10,2	54,7	58	188	15
1653	8,1	57,2	84	192	21
1653	8,3	57,5	115	192	21
1635	8	57,5	129	202	27
1659	8,4	57,3	141	200	21
1638	8,2	56,5	152	200	23
1659	20,5	58	107	211	20
1590	8,8	56,9	117	209	22
1656	9,3	56,6	121	218	24
1656	8,6	57,3	110	219	24
1647	8,9	57,1	103	209	22
1623	10,1	55,1	14	194	20
1629	7,1	57,1	63	190	22
1632	8	56,9	142	205	22
1641	11,6	50,5	156	188	21
1626	10	55	139	186	23
1641	9,5	55,5	125	299	22
1635	9,4	56,1	101	214	20
1641	10,8	54,8	101	242	22
1647	7	58,6	113	80	21
1632	8,6	57,2	152	211	22
1635	7,2	58,8	150	202	22
1629	6,8	59,1	107	219	26
1635	9,6	56,6	151	210	24
1629	7,4	58,8	102	232	22
1633	7,1	58,9	151	222	21
1638	5,1	59,7	111	216	22
1635	8	56,9	105	300	22
1635	9,1	56	109	302	20
1653	7,1	58,3	104	452	23
1656	5,7	61,3	83	212	23
1644	8,4	57	107	308	22
1650	6,8	58,9	109	214	21
1644	6,4	58,5	101	210	23
1650	6,3	59,2	104	294	25
1665	9,8	55,7	53	310	23

1686	8,6	56,8	63	313	22
1668	10,5	54,9	163	304	21
1641	10,7	54,8	162	299	23
1626	5,2	59,4	106	214	29
1626	5,6	59,7	105	212	22
1665	5,5	59,7	105	218	22
1629	6	59,8	106	198	21
1659	5,8	59,6	105	218	22
1656	6	59,8	104	226	22
1659	7,6	58	107	202	21
1632	6,2	59,4	108	208	22
1635	2,3	64,5	53	212	21
1641	8	57,5	220	210	23
1629	7,5	56,2	100	212	21

<b>№7</b>	<b>№8</b>	<b>№9</b>	<b>№10</b>	<b>№11</b>	<b>№12</b>
Маса вапна, кг	t <sub>ст</sub> у ковші, °С	FeO шлаку, %	Основність	Витрата SiMn, кг	Витрата FeSi, кг
5700	1558	18,35	3	620	65
4000	1603	15,88	3,19	550	70
3700	1582	15,72	3,2	570	50
4200	1576	16,23	3,1	550	50
3700	1576	18,51	3	600	40
3700	1579	16,8	2,96	600	40
3800	1576	14,86	2,98	565	45
2500	1564	24,46	2,9	635	50
2800	1576	13,2	2,87	630	45
1300	1573	16,7	2,97	680	50
2800	1573	18,69	3,12	610	55
2700	1564	15,8	2,7	590	35
6600	1549	16,2	2,78	605	55
4600	1561	17,56	3,65	500	60
4500	1552	15,4	3,2	450	80
4700	1552	18,3	2,86	490	45
3500	1582	17,56	3,14	570	50
5000	1558	17,67	3,18	580	52
5300	1570	19,8	2,94	565	48
4600	1567	17,48	3,11	610	42
4600	1576	16,52	3,06	540	35
4400	1567	24,5	3,13	575	45
4600	1579	14,2	3,28	555	40
4900	1576	17,52	3,27	575	45
4300	1567	19,6	2,88	560	18

4500	1573	16,58	2,95	555	35
4400	1558	14,5	2,87	605	35
3500	1546	16,23	2,88	590	25
3300	1552	18,25	2,97	550	45
3000	1573	19,2	3,16	500	50
4600	1564	19,5	3,2	565	40
3000	1570	16,42	2,95	570	45
4500	1570	14,08	2,38	560	45
4800	1558	22,8	2,79	585	45
3500	1576	21,5	2,69	550	45
3400	1558	16,8	2,53	580	45
3400	1564	15	2,86	530	55
5000	1558	16,78	2,83	590	65
4800	1549	18,1	2,97	575	55
3500	1570	19,26	2,95	520	65
4000	1570	16,58	2,87	610	50
4000	1552	18,6	3,75	550	50
4000	1561	19,5	2,4	540	50
4500	1570	16,23	2,97	600	40
5000	1576	17,2	2,84	570	40
4000	1570	16,58	2,93	570	45
4300	1573	16,33	3,18	595	45
4000	1576	15,78	3,05	580	50
4100	1576	15,71	3,03	590	50
3500	1608	16,2	3,21	560	45

<b>№13</b>	<b>№14</b>	<b>№15</b>	<b>№16</b>	<b>№17</b>	<b>№18</b>
Витрата кисню на продувку, м <sup>3</sup>	Si чавуну, %	Si сталі, %	Mn чавуну, %	Mn повалки, %	Mn сталі, %
3140	0,87	0,24	0,65	0,08	0,82
4000	0,95	0,23	0,53	0,16	0,77
3500	0,77	0,19	0,57	0,17	0,76
3130	0,74	0,21	0,65	0,2	0,75
3060	0,92	0,18	0,54	0,15	0,82
3130	0,81	0,19	0,51	0,14	0,81
3000	0,98	0,21	0,44	0,23	0,84
2990	0,67	0,18	0,6	0,17	0,81
3020	0,77	0,18	0,59	0,17	0,86
3130	0,72	0,19	0,46	0,18	0,87
3000	0,76	0,19	0,55	0,18	0,82
3060	0,73	0,21	0,52	0,15	0,75

3180	0,68	0,17	0,49	0,11	0,64
3120	0,87	0,19	0,55	0,24	0,86
3230	0,87	0,18	0,34	0,17	0,8
3200	0,91	0,27	0,45	0,21	0,9
3160	1,1	0,23	0,52	0,18	0,79
3000	1,03	0,19	0,64	0,11	0,76
3200	1,26	0,19	0,55	0,13	0,77
3200	0,87	0,22	0,46	0,09	0,72
3260	0,75	0,19	0,55	0,17	0,76
3250	0,91	0,19	0,48	0,13	0,75
3260	0,83	0,23	0,51	0,16	0,79
3180	1,03	0,19	0,65	0,11	0,78
3220	0,98	0,19	0,6	0,16	0,83
3290	0,84	0,19	0,53	0,17	0,81
3140	0,84	0,2	0,55	0,12	0,84
3200	0,8	0,21	0,52	0,14	0,82
2950	0,79	0,22	0,51	0,18	0,86
2850	0,73	0,2	0,53	0,3	0,81
3190	0,87	0,19	0,6	0,17	0,74
3180	0,87	0,21	0,6	0,16	0,81
3090	0,82	0,19	0,57	0,17	0,81
3230	0,69	0,22	0,6	0,16	0,85
3040	0,69	0,2	0,6	0,26	0,76
3050	1,19	0,19	0,59	0,19	0,75
3270	0,83	0,22	0,7	0,24	0,83
3110	0,89	0,17	0,54	0,19	0,84
3230	0,82	0,22	0,68	0,17	0,82
3170	0,65	0,18	0,6	0,32	0,82
3280	0,73	0,28	0,54	0,17	0,94
3050	0,73	0,21	0,54	0,2	0,78
3190	0,71	0,22	0,58	0,21	0,82
3240	0,74	0,22	0,59	0,14	0,79
3100	0,64	0,22	0,7	0,18	0,81
3090	0,73	0,22	0,61	0,17	0,8
3050	0,79	0,21	0,63	0,17	0,81
3250	0,69	0,21	0,67	0,22	0,81
3020	0,64	0,19	0,87	0,2	0,74
3120	0,68	0,21	0,7	0,18	0,8

Критичні значення  $t$ -критерію Стьюдента

Число ступенів свободи	Рівні значущості $\alpha$		
	0,1	0,05	0,01
1	6,31	12,7	63,66
2	2,92	4,30	9,93
3	2,35	3,18	5,84
4	2,13	2,78	4,60
5	2,02	2,57	4,03
6	1,94	2,45	3,71
7	1,90	2,37	3,50
8	1,86	2,31	3,36
9	1,83	2,26	3,25
10	1,81	2,23	3,17
11	1,80	2,20	3,11
12	1,78	2,18	3,06
13	1,77	2,16	3,01
14	1,76	2,15	2,98
15	1,75	2,13	2,95
16	1,75	2,12	2,92
17	1,74	2,11	2,90
18	1,73	2,1	2,88
19	1,73	2,09	2,86
20	1,73	2,08	2,85
21	1,72	2,08	2,83
22	1,72	2,07	2,82
23	1,71	2,07	2,81
24	1,71	2,06	2,80
25	1,71	2,06	2,79
26	1,71	2,06	2,78
27	1,70	2,05	2,77
28	1,70	2,05	2,76
29	1,70	2,05	2,76
30	1,70	2,04	2,75
$\infty$	1,64	1,96	2,58

## Вихідні дані для виконання практичної роботи №2

Варіант №1		Варіант №2		Варіант №3		Варіант №4		Варіант №5	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
3,69	31,4	1,67	1,73	0,80	1,13	0,15	0,87	430	5,2
9,1	179	3,09	1,48	0,24	3,01	0,85	1,52	665	5,48
2,98	17,65	1,18	1,88	0,91	0,59	1,1	1,78	125	4,75
11	206	2,25	1,62	0,12	3,34	1,4	2,30	45	4,18
5,8	52	2,74	1,53	0,48	2,24	2,6	5,38	32	3,98
2,3	8,4	1,95	1,68	1,15	-0,25	1,9	3,41	42	4,1
7,69	100	0,39	2,45	0,67	1,40	2	3,69	297	4,98
8	126	2,56	1,58	0,07	3,66	2,4	4,88	267	5,12
0,87	1,96	0,75	2,09	0,32	2,77	3	7,61	795	5,58
6,7	69,9	1,54	1,81	0,60	1,91	4,5	23,63	15	3,58

Варіант №6		Варіант №7		Варіант №8		Варіант №9		Варіант №10	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
830	-12,05	0,72	0,64	-1,2	5,2	6,8	18,44	0,095	0,111
495	-11,7	1,58	-1,95	2,4	2,1	5,35	8,17	0,075	0,118
185	-11,07	0,35	5,44	5,3	1,1	4,8	6,53	0,063	0,129
255	-11,21	1,28	0,05	1,5	2,8	4,15	3,95	0,18	0,086
290	-11,49	0,84	0,45	-5,4	14,2	2,95	1,25	0,27	0,069
530	-11,85	2,1	-2,81	0,0	4,0	6,15	10,65	0,036	0,159
305	-11,35	1,05	0,12	3,9	1,5	4,05	2,86	0,065	0,116
285	-11,32	0,25	6,87	-0,8	4,1	2,85	1,19	0,39	0,059
750	-11,95	3	-3,45	5,9	1,0	5,65	7,94	0,027	0,191
245	-11,39	2,1	-2,19	7,3	0,7	6,6	15,72	0,014	0,202

Варіант №11		Варіант №12		Варіант №13		Варіант №14		Варіант №15	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
3,8	20	2,63	25,4	12,2	5,70	2,5	4,00	5250	2,15
0,65	97	4,17	25	17,9	5,06	3,2	10,50	3450	1,95
2,85	26	1,23	25,8	7,9	6,90	1,15	0,20	1975	1,65
1,4	48	0,89	26,1	2,75	14,55	2,2	2,50	1600	1,6
0,6	105	3,31	25,2	10,1	6,34	3,4	13,00	503	1,15
2,65	27,5	8,32	24,5	14,1	5,43	2,8	6,00	156	0,88
4,85	17	2,14	25,5	13,55	5,50	3	7,50	835	1,35
2,35	30,5	10,00	24,4	11,65	6,01	1,9	2,00	4070	2,05
3,5	22	1,58	25,7	9,5	6,42	1,4	0,38	3700	1,98
6,25	14,6	5,89	24,7	8,65	6,76	1,75	0,94	50	0,66

Варіант №16		Варіант №17		Варіант №18		Варіант №19		Варіант №20	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0,12	24,2	540	0,15	0,25	0,92	2,7	0,4	190	0,72
0,79	6,45	875	0,21	0,75	1,7	-0,45	8,05	45	0,58
0,96	6	128	-0,016	1,15	2,5	-1,35	20,7	330	0,78
1,06	5,65	42	-0,09	0,025	0,8	1,4	1,4	190	0,81
0,49	9,95	19	-0,19	1,55	3,45	0	5	90	0,65
0,68	8	29	-0,19	2,45	9,35	0,8	2,6	160	0,7
1,3	5	435	0,1	-0,6	0,4	-0,15	5,65	650	0,85
0,32	13	300	0,07	-1,2	0,25	3,35	0,15	175	0,75
0,09	32,9	810	0,17	2,5	8,45	4,2	0,06	750	0,86
1,38	4,65	8	-0,3	0	0,75	-0,7	10,7	10	0,43

Варіант №21		Варіант №22		Варіант №23		Варіант №24		Варіант №25	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0,45	40	2,7	0,4	2,0331	16	1,3	0,65	0,1	0,65
0,78	9,75	-0,45	8,05	0,2142	-52	0,8	0,5	-0,1	0,5
0,92	5,5	-1,35	20,7	4,1335	70	0,5	0,32	-0,3	0,32
0,48	33,6	1,4	1,4	6,2003	95	0,2	0,03	-0,7	0,03
0,6	16,62	0	5	0,1120	-170	1,9	0,802	0,3	0,802
0,9	6,86	0,8	2,6	0,6024	-8,8	1,6	0,725	0,2	0,725
0,46	58,7	-0,15	5,65	1,0000	0,4	1,0	0,58	0,0	0,58
0,68	13,4	3,35	0,15	0,1214	-120	0,9	0,55	0,0	0,55
1	5	4,2	0,06	2,8697	29	1,7	0,776	0,2	0,776
0,84	7,85	-0,7	10,7	0,3935	-20,6	0,4	0,248	-0,4	0,248

Варіант №26		Варіант №27		Варіант №28		Варіант №29		Варіант №30	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
16	350	190	0,72	0,45	40	15	2720	15,3	10680
-2	7850	45	0,58	0,78	9,75	1	188,8	0,95	20
14	500	330	0,78	0,92	5,5	9	675,2	8,7	2880
3,5	3050	190	0,81	0,48	33,6	2,5	182,5	2,3	130
12	700	90	0,65	0,6	16,62	13	1801,6	12,8	7060
5	2350	160	0,7	0,9	6,86	10	880	10,4	4360
-1	6600	650	0,85	0,48	58,7	11	1132,8	11,2	5180
9	1200	175	0,75	0,68	13,4	5	240	4,75	710
4	2800	750	0,86	1	5	8	513,6	8,3	2590
7	1700	10	0,43	0,84	7,85	3	185,6	3,15	270

## Вихідні дані для виконання практичної роботи №3

Варіант №1		Варіант №2		Варіант №3		Варіант №4	
$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
13	6,0	20	6,7	20	1930	20	0,6
20	4,5	25	5,8	25	3700	25	0,7
26	3,0	45	5,1	45	4650	45	1,2
33	0,9	65	3,3	65	7000	65	1,3
40	0,2	75	3,0	75	8600	75	1,6
48	0,1	90	2,5	90	11600	90	2,3

Варіант №5		Варіант №6		Варіант №7		Варіант №8	
$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
20	0,60	14,2	2,0	13	4470	30	8,9
25	0,42	16	1,7	23	5660	40	9,6
45	0,06	17,6	1,5	33	7040	50	10,6
65	0,05	18	1,4	43	7770	60	11,2
75	0,04	18,4	1,3	50	8870	70	12,8
90	0,03	19,8	1,0	60	10300	83	13,3

Варіант №9		Варіант №10		Варіант №11		Варіант №12	
$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
0,005	324	20	200	1,45	82,0	1,40	72,5
0,010	610	35	260	1,65	83,1	1,45	72,0
0,015	678	45	490	2,25	84,2	1,55	71,8
0,020	730	65	760	2,50	84,7	1,65	71,1
0,030	790	75	820	2,85	85,0	1,75	70,8
0,034	990	90	930	3,05	85,9	1,79	70,4

Варіант №13		Варіант №14		Варіант №15		Варіант №16	
$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
10	2,51	0,3	2,48	1,0	0,0015	0,005	0,30
20	2,55	0,35	2,52	1,5	0,0020	0,010	0,40
30	2,63	0,4	2,54	2,0	0,0030	0,015	0,53
40	2,68	0,45	2,58	2,5	0,0045	0,020	0,65
50	2,75	0,5	2,62	3,0	0,0065	0,025	0,94
60	2,78	0,55	2,66	3,5	0,0090	0,03	0,93

Вариант №17		Вариант №18		Вариант №19		Вариант №20	
$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
1500	1491	1,0	65,2	20	470	1500	1420
1550	1482	2,0	66,0	25	552	1520	1390
1600	1470	3,0	70,0	45	900	1540	1375
1650	1420	4,0	71,4	65	1570	1560	1350
1700	1400	4,5	75,0	75	1930	1580	1330
1750	1392	5	74,2	90	2150	1600	1300

Вариант №21		Вариант №22		Вариант №23		Вариант №24	
$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
1380	12,5	1550	4,12	1400	45	16,5	73,6
1400	11,0	1560	5,20	1450	44	24	107,1
1420	9,0	1570	5,24	1500	43	33	147,2
1440	7,5	1580	5,25	1550	42	48	214,2
1460	7,4	1590	5,27	1600	42	63	290,7
1480	6,8	1600	5,30	1620	41	69	302

Вариант №25		Вариант №26		Вариант №27		Вариант №28	
$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
23	70	1,23	33,4	-540	2650	27,5	4
25	62	2,41	30,13	-115	1650	7,9	5,45
30	55	4,8	22,4	145	1015	10,1	6,4
32	48	9,1	5,9	235	760	12,2	6,95
35	45	8	11,3	525	85	14,1	7,65
37	41	11,5	-2,46	590	0	17,9	7,05

Вариант №29		Вариант №30		Вариант №31	
$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
-7805	12400	-76,9	-2,6	-0,0056	0,304
-6780	9910	-39,5	44,8	-0,0036	0,258
-5480	7500	-12,4	59,8	-0,0029	0,159
6425	-16600	8,8	60,9	0,0008	-0,043
7875	-19250	19,2	72,5	0,0016	-0,061
9990	-23680	27,4	80,2	0,0029	-0,011

## Вихідні дані для виконання практичної роботи №4

№ з/п	Процес, що моделюється	Фізична сукупність
1	2	3
1	Обтікання пластини рідиною	$F = f(w, S, \rho, \eta, p, h, l)$ <p><math>F</math> – сила супротиву; <math>w</math> – швидкість рідини; <math>S</math> – площа пластини; <math>\rho</math> – густина рідини; <math>\eta</math> – динамічна в'язкість рідини; <math>p</math> – тиск рідини; <math>h</math> – висота пластини; <math>l</math> – характерний розмір пластини; <math>\rho</math> – густина рідини.</p>
2	Падіння тиску при русі рідини трубою	$\Delta p = f(w, \rho, \eta, d)$ <p><math>\Delta p</math> – тиск рідини; <math>w</math> – швидкість рідини; <math>\rho</math> – густина рідини; <math>\eta</math> – динамічна в'язкість рідини; <math>d</math> – діаметр труби.</p>
3	Падіння тиску при русі рідини трубою з урахуванням теплообміну	$\Delta p = f(w, \rho, \eta, d, g, c_p, T)$ <p><math>\Delta p</math> – тиск рідини; <math>w</math> – швидкість рідини; <math>\rho</math> – густина рідини; <math>\eta</math> – динамічна в'язкість рідини; <math>d</math> – діаметр труби; <math>g</math> – прискорення вільного падіння; <math>c_p</math> – питома теплоємність рідини; <math>T</math> – температура рідини.</p>
4	Передача теплоти у турбулентному потоці	$\alpha = f(w, \rho, \eta, d, \lambda, c_p)$ <p><math>\alpha</math> – коефіцієнт тепловіддачі; <math>w</math> – швидкість рідини; <math>\rho</math> – густина рідини; <math>\eta</math> – динамічна в'язкість рідини; <math>d</math> – діаметр труби; <math>\lambda</math> – коефіцієнт теплопровідності; <math>c_p</math> – питома теплоємність рідини.</p>
5	Теплообмін при природній конвекції	$\alpha = f(l, \rho, \eta, \lambda, c_p, g, \beta_i, \Delta T)$ <p><math>\alpha</math> – коефіцієнт тепловіддачі; <math>l</math> – характерний розмір; <math>\eta</math> – динамічна в'язкість рідини; <math>\lambda</math> – коефіцієнт теплопровідності; <math>c_p</math> – питома теплоємність рідини; <math>g</math> – прискорення вільного падіння; <math>\beta_i</math> – коефіцієнт теплового розширення; <math>\Delta T</math> – різниця температур між рідиною і твердою поверхнею.</p>
6	Процес диспергування рідини	$d_{кр} = f(w, \rho, \eta, d, \sigma, g)$ <p><math>d_{кр}</math> – діаметр краплі; <math>w</math> – швидкість струменя рідини; <math>\rho</math> – густина рідини; <math>\eta</math> – динамічна в'язкість рідини; <math>d</math> – діаметр сопла; <math>\sigma</math> – поверхневий натяг; <math>g</math> – прискорення вільного падіння.</p>
7	Процес масоперенесення	$\beta = f(w, \rho, \eta, l, D)$ <p><math>\beta</math> – коефіцієнт масопередачі; <math>w</math> – швидкість струменя рідини; <math>\rho</math> – густина рідини; <math>\eta</math> – динамічна в'язкість рідини; <math>l</math> – характерний розмір; <math>D</math> – коефіцієнт дифузії.</p>
8	Продування рідини газом через незанурену вертикальну фурму	$l = f(d, \rho_g, w, \rho_r, g, h_f)$ <p><math>l</math> – глибина занурення струменя в рідину; <math>d</math> – діаметр сопла; <math>\rho_g, \rho_r</math> – густина відповідно газу і рідини; <math>w</math> – швидкість вдування газового струменя; <math>g</math> – прискорення вільного падіння; <math>h_f</math> – висота фурми над рівнем ванни.</p>
9	Продування рідини газом крізь занурену вертикальну фурму	$l = f(d, \rho_g, w, \rho_r, g)$ <p><math>l</math> – глибина занурення струменя в рідину; <math>d</math> – діаметр сопла; <math>\rho_g, \rho_r</math> – густина відповідно газу і рідини; <math>w</math> – швидкість вдування газового струменя; <math>g</math> – прискорення вільного падіння.</p>

1	2	3
10	Процес нестационарної теплопровідності при наявності постійного джерела теплоти	$T = f(l, \tau, \lambda, q_v, a)$ <p><math>T</math> – температура тіла; <math>l</math> – характерний розмір; <math>\tau</math> – час нагріву; <math>\lambda</math> – коефіцієнт теплопровідності; <math>q_v</math> – об'ємна потужність джерела теплоти; <math>a</math> – коефіцієнт температуропровідності.</p>
11	Продування рідини газом крізь занурену горизонтальну фурму	$l = f(d, \rho_g, w, \rho_p, g, h_p, \sigma, \nu_p, i)$ <p><math>l</math> – довжина проникнення струменя в рідину; <math>d</math> – діаметр сопла; <math>\rho_g, \rho_p</math> – густина відповідно газу і рідини; <math>w</math> – швидкість вдування газового струменя; <math>g</math> – прискорення вільного падіння; <math>h_p</math> – рівень рідини; <math>\sigma</math> – поверхневий натяг; <math>\nu_p</math> – кінематична в'язкість рідини; <math>i</math> – імпульс, Н.</p>
12	Дослідження газодинамічного гальмування потоку рідини	$w_p = f(d, \rho_p, g, h_p, i)$ <p><math>w_p</math> – швидкість витікання потоку рідини; <math>d</math> – діаметр стакану; <math>\rho_p</math> – густина рідини; <math>g</math> – прискорення вільного падіння; <math>h_p</math> – рівень рідини; <math>i</math> – імпульс, Н.</p>
13	Характер бурління поверхні ванни при продувці	$h_{xв} = f(\nu_{ш}, \rho_{ш}, h_{ш}, \rho_g, g, Q_g, h_p)$ <p><math>h_{xв}</math> – висота хвиль; <math>\nu_{ш}, \rho_{ш}, h_{ш}</math> – відповідно кінематична в'язкість, густина і товщина покривного шлаку; <math>\rho_g</math> – густина газу; <math>g</math> – прискорення вільного падіння; <math>Q_g</math> – об'ємна витрата газу; <math>h_p</math> – рівень рідини.</p>
14	Процес тверднення кірки зливка при зовнішньому динамічному впливі	$\delta_k = f(\alpha, \Delta T, l, \lambda, c_p, \rho, Q_o, E, \tau)$ <p><math>\delta_k</math> – товщина кірки; <math>\alpha</math> – коефіцієнт тепловіддачі; <math>\Delta T</math> – різниця температур між рідиною і твердою поверхнею; <math>l</math> – характерний розмір тіла; <math>\lambda</math> – коефіцієнт теплопровідності; <math>c_p</math> – питома теплоємність рідини; <math>\rho</math> – густина рідини; <math>Q_o</math> – питома теплота тверднення; <math>E</math> – енергоімпульс, Дж/с; <math>\tau</math> – час тверднення.</p>
15	Дослідження конвективно-циркуляційних потоків	$\alpha = f(\Delta T, l, g, \beta_t, w, \nu, \lambda, a, E, \tau)$ <p><math>\alpha</math> – коефіцієнт тепловіддачі; <math>\Delta T</math> – різниця температур між рідиною і твердою поверхнею; <math>l</math> – характерний розмір тіла; <math>g</math> – прискорення вільного падіння; <math>\beta_t</math> – коефіцієнт теплового розширення; <math>w</math> – швидкість потоку рідини; <math>\nu</math> – кінематична в'язкість рідини; <math>\lambda</math> – коефіцієнт теплопровідності рідини; <math>a</math> – коефіцієнт температуропровідності; <math>E</math> – енергоімпульс, Дж/с; <math>\tau</math> – час тверднення.</p>

Таблиця Д.2

Основні критерії подоби гідродинамічних, теплових і масообмінних процесів

Назва критерію	Позначення	Формула	Пояснення
1	2	3	4
<b>Критерії для моделювання аеро- і гідродинамічних явищ та масообміну</b>			
Рейнольдса	<b>Re</b>	$\frac{wl}{\nu} = \frac{wl\rho}{\eta}$	Характеризує режим руху газу або рідини, будучи мірою відносини сил інерції і молекулярного тертя (в'язкості)
Ейлера	<b>Eu</b>	$\frac{\Delta p}{\rho w^2}$	Є мірою відношення сил тиску і інерції в потоці
Фруда	<b>Fr</b>	$\frac{w^2}{gl}$	Є мірою відносини сил інерції і тяжіння в однорідному потоці
Казанцева	<b>Ka</b>	$\frac{w^2 \rho}{gl\rho}$	Характеризує відношення інерційних та підйомних сил
Річардсона	<b>Ri</b>	$\frac{gl\Delta\rho}{w^2 \rho}$	Є аналогом числа Казанцева. Характеризує відношення потенційної енергії тіла, зануреного у рідину до його кінетичної енергії
Тейлора	<b>Ta</b>	$\left(\frac{\omega l^2}{\nu}\right)^2$	Є мірою відношення відцентрової сили і сили в'язкого тертя
Лагранжа	<b>La</b>	$\frac{\Delta p l}{\eta w} = Eu \cdot Re$	Є мірою статичного тиску та в'язкого тертя
Вебера (Боде)	<b>We</b>	$\frac{\rho w^2 l}{\sigma}$	Є мірою інерційних і капілярних сил
Бонда або Етвюша	<b>Bo (Bd) Eo</b>	$\frac{\Delta\rho g l^2}{\sigma}$	Характеризує співвідношення гравітаційних сил і гідростатичного тиску до сили поверхневого натягу
Мортонна	<b>Mo</b>	$\frac{\Delta\rho g \eta^4}{\rho^2 \sigma^3} = \frac{We^3 Fr^2}{Re^4}$	Характеризує форму бульбашок і крапель, що рухаються в рідині або газі
Капілярності	<b>Sp</b>	$\frac{\eta w}{\sigma}$	Є мірою сил в'язкого тертя і капілярних сил

1	2	3	4
Лапласа	<b>Lp</b>	$\frac{\eta^2}{\sigma\rho l}$	Характеризує відношення сил в'язкого тертя та капілярних сил
Гомохроності	<b>Ho</b>	$\frac{w\tau}{l}$	Характеризує швидкість зміни поля швидкостей течії середовища в часі
Струхалія	<b>St</b>	$\frac{w}{\omega l}$	Характеризує частоту зміни явищ
Тейлора	<b>Te</b>	$\left(\frac{\omega \cdot l^2}{\nu}\right)^2$	Є мірою відцентрової сили до сил в'язкого тертя
Галілея	<b>Ga</b>	$\frac{gl^3}{\nu^2} = \frac{Re^2}{Fr}$	Є мірою відносини сил молекулярного тертя і гравітації в потоці
Архімеда	<b>Ar</b>	$\frac{gl^3\Delta\rho}{\nu^2\rho_p} = \frac{gl^3\rho_p}{\nu^2\rho}$	Характеризує відношення підйомних сил до сил в'язкості
Стокса	<b>Stk</b>	$\frac{w_p\rho_q d_q^2}{\eta_p R_\delta}$	Характеризує можливість флоатації зважених в рідині ( <i>p</i> ) твердих і рідких часток ( <i>q</i> ) бульбашкою ( <i>δ</i> )
Маха-Маієвського	<b>M</b>	$\frac{w}{w_{зв}}$	Є мірою відносини між швидкістю течії середовища та швидкістю
Шмідта	<b>Sc</b>	$\frac{\nu}{D}$	Є мірою подібності швидкісних і дифузійних полів в потоці
Шервуда	<b>Sh</b>	$\frac{\beta l}{D}$	Характеризує зв'язок між інтенсивністю масовіддачі і дифузійним полем в прикордонному шарі потоку
Дифузійний Пекле	<b>Pe<sub>D</sub></b>	$\frac{wl}{D}$	Є аналогом теплового числа Пекле
Дифузійний Стентона	<b>St<sub>D</sub></b>	$\frac{\beta}{w}$	Є аналогом теплового числа Стентона
Дифузійний Фур'є	<b>Fo<sub>D</sub></b>	$\frac{D\tau}{l^2}$	Є аналогом теплового числа Фур'є

1	2	3	4
Безрозмірна в'язкість	<b>N</b>	$\frac{\nu}{g^{1/2}l^{3/2}}$	Критерій подоби для процесів руху газу і рідини, коли не задано параметричне значення швидкості
Безрозмірний імпульс	<b>I</b>	$\frac{i}{g\rho l^3}$	Є мірою співвідношенням імпульсу і підйомної сили струменя
Безрозмірна об'ємна витрата	<b>V</b>	$\frac{Q}{g^{1/2}l^{5/2}}$	Безрозмірна форма об'ємної витрати газу і рідини для сталих процесів з істотним впливом сили тяжіння
Безрозмірна масова витрата	$\overline{M}$	$\frac{m}{\rho g^{5/2}l^{1/2}}$	Безрозмірна форма масової витрати газу і рідини для сталих процесів з істотним впливом сили тяжіння
Число Атвуда	<b>A</b>	$\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$	Використовується у задачах, які розглядають взаємодію двох рідин різної густини
<b>Критерії магнітної гідродинаміки</b>			
Число Альфвена	<b>Al</b>	$\frac{w_A}{w} = \frac{B}{w\sqrt{\mu\mu_0\rho}}$	Є мірою відношення магнітної і кінетичної енергії одиниці об'єму електропровідної рідини <i>w<sub>A</sub> – швидкість розповсюдження Альфвенівських хвиль; B – магнітна індукція, μ – магнітна проникність; μ<sub>0</sub> – магнітна стала</i>
Число Гартмана	<b>Ha</b>	$B l \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}$	Є мірою відношення магнітних сил і сил в'язкості в об'ємі електропровідної рідини
<b>Критерії для моделювання теплових явищ</b>			
Пекле	<b>Pe</b>	$\frac{wl}{a} = \frac{wl\rho c_p}{\lambda}$	Є мірою відносини молекулярного і конвекційного переносу тепла в потоці

Фур'є	<b>Fo</b>	$\frac{a\tau}{l^2}$	Безрозмірний час. Характеризує зв'язок між швидкістю зміни температурного поля, фізичними властивостями і розмірами тіла
-------	-----------	---------------------	--

Продовження табл. Д.3

1	2	3	4
Прандтля	<b>Pr</b>	$\frac{\nu}{a} = \frac{\eta c_p}{\lambda} = \frac{Pe}{Re}$	Є мірою подібності температурних і швидкісних полів в потоці
Грасгофа	<b>Gr</b>	$\frac{gl^3\beta_t\Delta T}{\nu^2}$	Є мірою відношення підйомної сили в неізотермічному газі і сили молекулярного тертя
Релея	<b>Ra</b>	$\frac{gal^3\beta_t\Delta T}{\nu} = Gr \cdot Pr$	Характеризує поведінку рідини під впливом градієнту температур, зокрема визначає умови виникнення конвекційних потоків
Нуссельта	<b>Nu</b>	$\frac{\alpha l}{\lambda}$	Характеризує зв'язок між інтенсивністю тепловіддачі і температурним полем в прикордонному шарі потоку
Біо*	<b>Bi</b>	$\frac{\alpha l}{\lambda}$	Є мірою відносини внутрішнього та зовнішнього теплових опорів
Стентона	<b>St</b>	$\frac{\alpha}{w\rho c_p}$	Є мірою відносини інтенсивності тепловіддачі і питомого тепловмісту потоку
Безрозмірна температура	<b>Θ</b>	$\frac{T - T_o}{T_n - T_o}$	Безрозмірна форма температури. $T_o$ $T_o t_n$ – будь-яка параметрична температура системи, прийнята за нуль; $T_n$ $t_n$ – ще одна параметрична температура системи, наприклад, початкова

\* Незважаючи на однакові формули, між критеріями Нуссельта і Біо є дві суттєві відмінності, які слід враховувати при переведенні величин до безрозмірної форми: **1)** зазвичай перший використовують як функцію (для визначення коефіцієнта тепловіддачі), а другий – як аргумент для визначення величини іншого функціонального критерію; **2)** у першому звичайно використовують теплопровідність рідкого або газового середовища, а у другому – твердого тіла.

Коссовича (фазового переходу)	<b>Ko</b>	$\frac{Q_{\phi}}{c_p \Delta T}$	Співвідношення теплоти фазового переходу (випаровування, кристалізації тощо) до теплоти нагрівання або охолодження
Померанцева	<b>Po</b>	$\frac{q_v \tau}{T \rho c_p}$	Міра співвідношення узагальненої інтенсивності внутрішніх джерел теплоти в умовах нестационарного температурного поля

Закінчення табл. Д.3

1	2	3	4
Критерій фізичних властивостей рідини	$\overline{M}$	$\frac{g \eta^4}{\sigma^3 \rho}$	Міра співвідношення властивостей рідини, що впливають на утворення і рух бульбашок, бризок, крапель і інших дрібних часток
Якоба	<b>Ja</b>	$\frac{c_p \Delta T \rho_{ж}}{Q_{\phi} \rho_n}$	Міра співвідношення теплового потоку, який надходить на нагрів рідини, до об'ємної теплоти фазового переходу
<b>Критерії для моделювання механічних явищ</b>			
Ньютона	<b>Ne</b>	$\frac{F \tau^2}{ml} = \frac{Fl}{mw^2} = \frac{E \tau^2}{\rho l^5} = \frac{E}{\rho w^2 l^3}$	Співвідношення роботи зовнішніх сил (Н) або енергоімпульсу (Дж/с) до кінетичної енергії тіла

Навчально-методичне видання

**Мамешин Валерій Сергійович,  
Синегін Євген Володимирович,  
Журавльова Світлана Валеріївна**

**ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ У  
СТАЛЕПЛАВИЛЬНОМУ ВИРОБНИЦТВІ**

Навчально-методичні рекомендації до практичних занять

Електронне видання

Експертний висновок склав канд. техн. наук, доц. Максим Ягольник

Зареєстровано НМВ УДУНТ (№ 771 від 31.10.2024)

В авторській редакції  
Комп'ютерна верстка Є. В. Синегін

Формат 60x84<sub>1/16</sub>. Ум. друк. арк. 2,85. Обл.-вид. арк. 1,31.  
Зам. № 95

Видавець: Український державний університет науки і технологій.  
вул. Лазаряна, 2, ауд. 2216, м. Дніпро, 49010.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 7709 від 14.12.2022

Адреса видавця та дільниці оперативної поліграфії:  
вул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010