

УДК 621.1.016 : 669.183.213.2

Баранова Т.Є., Саввін О.В., Суліменко С.Є., Єр'омін О.О.

## Розв'язання задачі нагріву (охолодження) нерухомого пористого шару матеріалу методом елементарних балансів

Baranova T.Ie., Savvin A.V., Sulimenko S.Ie., Yeromin O.O.

## Solving the problem of heating (cooling) a fixed porous layer of material by the method of elementary balances

**Анотація.** У статті розглядається питання неформального виведення системи скінченно-різницевих рівнянь для нагріву (охолодження) нерухомого шару матеріалу з ідеальною теплопровідністю на основі аналізу рівнянь, складених методом елементарних теплових балансів. Показано фізичну сутність різних розрахункових схем і запропоновано вдосконалену методику розрахунку нагріву (охолодження) нерухомого шару матеріалу. Проведено порівняльний аналіз результатів розрахунку нагріву (охолодження) нерухомого шару матеріалу за аналітичним рішенням, за неявною схемою з формальним наближенням диференціальних рівнянь та за запропонованою методикою.

**Ключові слова:** нерухомий шар матеріалу, нагрів, охолодження, метод елементарних теплових балансів, методика розрахунку.

**Abstract.** The article considers the issue of informal derivation of a system of finite-difference equations for heating (cooling) a fixed layer of material with ideal thermal conductivity based on the analysis of equations made by the method of elementary heat balances. The physical essence of various calculation schemes is shown and an improved method for calculating the heating (cooling) of a fixed layer of material is proposed. A comparative analysis of the results of calculating the heating (cooling) of a fixed layer of material according to an analytical solution, according to an implicit scheme with a formal approximation of differential equations and according to the proposed method was carried out.

**Keywords:** fixed layer of material, heating, cooling, method of elementary heat balances, calculation method.

**Вступ.** Задачі нагріву (охолодження) насипного або організованого пористого шару матеріалу дуже поширені в теплотехнічній практиці. В даний час рішення цих задач, в переважній більшості випадків, здійснюється за допомогою програмованої комп'ютерної техніки, тому диференціальні рівняння для нагріву (охолодження) нерухомого пористого шару представлені або в кінцево-різницевому вигляді [1, 2], або в перетвореному виді, зручному для застосування будь-якого чисельного методу [3].

**Аналіз літературних даних та постановка проблеми.** Для рішення задач нагріву та

$$C_{\Gamma} \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial t_{\Gamma}}{\partial \tau} - C_{\Gamma} \cdot W_{\Gamma} \cdot \frac{\partial t_{\Gamma}}{\partial h} = -\alpha_{\nu}(t_{\Gamma} - t_{\text{м}}); \quad (1)$$

$$\rho_{\text{м}} \cdot C_{\text{м}} \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \frac{\partial t_{\text{м}}}{\partial \tau} = \alpha_{\nu}(t_{\Gamma} - t_{\text{м}}). \quad (2)$$

Їх приводять до алгебраїчних рівнянь виду

$$C_{\Gamma} \cdot \varepsilon \cdot \left( \frac{t_{\Gamma_i}^{k+1} - t_{\Gamma_i}^k}{\Delta \tau} \right) + C_{\Gamma} W_{\Gamma} \left( \frac{t_{\Gamma_i}^{k+1} - t_{\Gamma_{i-1}}^{k+1}}{\Delta h} \right) = -\alpha_{\nu}(t_{\Gamma_i}^{k+1} - t_{\text{м}_i}^{k+1}); \quad (3)$$

$$\rho_{\text{м}} \cdot C_{\text{м}} \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \left( \frac{t_{\text{м}_i}^{k+1} - t_{\text{м}_i}^k}{\Delta \tau} \right) = \alpha_{\nu}(t_{\Gamma_i}^{k+1} - t_{\text{м}_i}^{k+1}). \quad (4)$$

У рівняннях (1) – (4)

$t_{\Gamma}, t_{\text{м}}$  – поточні (за висотою і часом) температури газу і матеріалу в шарі відповідно, °С;  $C_{\Gamma}, C_{\text{м}}$  – питомі середні теплоємності газу і матеріалу відповідно,  $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}}, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ ;  $\rho_{\text{м}}$  – густина матеріалу,  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;  $\varepsilon$  – пористість шару,  $\frac{\text{м}^3}{\text{м}^3}$ ;  $W_{\Gamma}$  – швидкість руху газу в шарі, що пов'язана з вільним перетином шахти, м/с, яка дорівнює  $W_{\Gamma} = W_{\text{ж}} \cdot \varepsilon$ ,  $W_{\text{ж}}$  – фактична швидкість руху газу в шахті, м/с;  $\alpha_{\nu}$  – об'ємний коефіцієнт теплопередачі від газу до матеріалу,  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}}$ ;  $\partial h$  – елементарний приріст поточної висоти шару в напрямку руху газу, м;  $\partial \tau$  – елементарний приріст поточного часу, с;  $\Delta h, \Delta \tau$  – крок за висотою і за часом відповідно, замість  $\partial h$  і  $\partial \tau$  при наближенні похідних у рівняннях (1) і (2), м,

охолодження нерухомого пористого шару матеріалів переважно використовується метод скінченних різниць. Зазвичай початкові диференціальні рівняння формально представляють у вигляді кінцевих різниць, замінюючи відповідні похідні їх скінченно-різницеви аналогами. Наприклад, в класичній задачі нагріву (охолодження) нерухомого шару кускового матеріалу, що складається з тіл ідеальної теплопровідності, початкові диференціальні рівняння [4] мають вид

$c; i$  – номер малого шару  $\Delta h$  за висотою шару;  $k$  – номер інтервалу за часом  $\Delta \tau$  в процесі нагріву.

Теоретичні аспекти такого наближення, питання точності і стабільності одержуваних рішень досить докладно розглядаються в літературі [5 – 11].

**Мета і завдання досліджень.** Формальне перетворення диференціальних рівнянь в алгебраїчні має принциповий недолік: воно не дозволяє фізично покращити математичний опис розглянутого процесу. Крім того, можуть бути опущені деякі, часто принципово важливі, фізичні передумови і умови, які мали місце при складанні диференціального рівняння. Зрозуміло, що відображення поглибленої постановки фізичної задачі у формальній чисельній реалізації скінченно-різницевих рівнянь вимагає складання нових диференціальних

рівнянь. Потреба в цьому відповідає, якщо фізичний аналіз процесу супроводжується складанням скінченно-різницевого рівнянь, в яких об'єкт умовно ділиться на кінцеві об'єми або поверхні. Для таких елементів об'єкту можна скласти рівняння теплового балансу і переносу речовини, з яких випливають кінцево-різницево рівняння. Власне кажучи, цей підхід не новий і використовувався науковцями диференціального та інтегрального числення.

Для процесів теплопровідності цей підхід був використаний в [6, 9] і названий в [9] методом елементарних балансів. Завдяки цьому в [6] була розкрита фізична сутність формальних чотириточкових явних і неявних схем і неявної шести-точкової схеми розрахунку процесу теплопровідності методом кінцевих різниць.

**Матеріали та методи дослідження.** Складемо скінченно-різницево рівняння за допомогою методу елементарних теплових балансів для розрахунку нагріву стаціонарного шару кускового матеріалу з ідеальною теплопровідністю ( $\lambda \rightarrow \infty$ ).

Розглянемо шахту, яка заповнена кусковим матеріалом, що утворює шар з пористістю  $\Delta\tau$ . Газ, що

має температуру  $t_{r,0}$  на вході в шар, проникає в нього, проходячи знизу вгору.

Припустимо, що втрат теплоти через стінки камери немає. Позначимо площу поперечного перерізу камери як  $S_{ш}$ , а загальну висоту шару як  $H$ . Поділимо шар по висоті на  $n$  малих шарів з однаковою висотою кожного  $\Delta h$  і складемо рівняння теплового балансу для  $i$ -ого шару (див. рисунок) за інтервал часу  $\Delta\tau$ .

Для складання теплового балансу  $i$ -ого шару теплообмін між газом і матеріалом можна представити таким чином:

- або газ на початку інтервалу за часом  $\Delta\tau$  потрапляє в  $i$ -ий шар і залишається в ньому деякий час  $\Delta\tau$ , а в кінці  $\Delta\tau$  миттєво переходить в наступний шар;
- або проходить всю висоту  $i$ -ого шару  $\Delta h$  протягом часового інтервалу  $\Delta\tau$ , а протягом наступного часового інтервалу  $\Delta\tau$  проходить наступний  $i+1$ -ий шар висотою  $\Delta h$  і так далі.

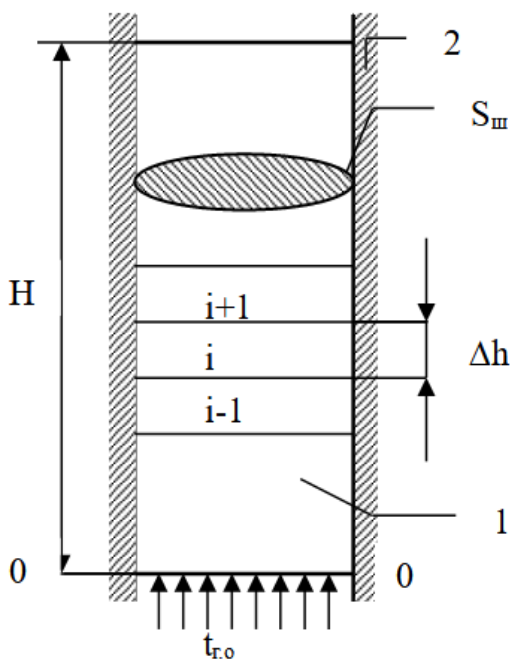


Рисунок — Схема розрахунку: 1 - шар матеріалу, 2 - шахта (камера).

Так як шар кускового матеріалу нерухомий, то температура газу в кожному  $i$ -ому шарі і у всьому шарі змінюється як за часом, так і по висоті. Припустимо, що температура матеріалу в  $i$ -ому шарі змінюється тільки в часі і вона є середньою в цьому шарі. Нехай в певний момент часу  $\tau = k \cdot \Delta\tau$  газ з температурою  $t_{r,i-1}^k$ , входить в  $i$ -ий шар і приносить з собою певну кількість теплоти  $Q_{пр,i,\tau}^k$ . За час  $\Delta\tau$  температура газу на вході в  $i$ -ий шар зміниться і прийме значення  $t_{r,i-1}^{k+1}$ , при цьому кількість теплоти,

що приходить в  $i$ -ий шар, стане  $Q_{пр,i,\tau}^{k+1}$ . Так як  $\Delta\tau$  невеликий, то можна припустити, що газ в середньому приносить в  $i$ -ий шар таку саму кількість теплоти

$$\bar{Q}_{пр,i,\tau} = \frac{Q_{пр,i,\tau}^k + Q_{пр,i,\tau}^{k+1}}{2}, \quad [\text{Дж}]. \quad (5)$$

Аналогічно запишемо формулу для визначення середньої кількості теплоти, яку газ уносить з  $i$ -ого шару

$$\bar{Q}_{yx,i,\tau} = \frac{Q_{yx,i,\tau}^k + Q_{yx,i,\tau}^{k+1}}{2}, \quad [\text{Дж}]. \quad (6)$$

Кількість теплоти, що залишається в і-ому шарі і використовується для нагріву матеріалу шару, дорівнює

$$\Delta I_i = \bar{Q}_{\text{пр}i,\tau} - \bar{Q}_{\text{ух}i,\tau} = \frac{Q_{\text{пр}i,\tau}^k + Q_{\text{пр}i,\tau}^{k+1}}{2} - \frac{Q_{\text{ух}i,\tau}^k + Q_{\text{ух}i,\tau}^{k+1}}{2}, \quad [\text{Дж}] \quad (7)$$

або

$$\Delta I_i = \frac{Q_{\text{пр}i,\tau}^k - Q_{\text{ух}i,\tau}^k}{2} + \frac{Q_{\text{пр}i,\tau}^{k+1} - Q_{\text{ух}i,\tau}^{k+1}}{2}, \quad [\text{Дж}]. \quad (8)$$

Матеріал в і-ому шарі поглинає кількість теплоти  $\Delta I_i$  за законами теплопередачі.

Запишемо теплові потоки від газу до матеріалу

– в к-ий момент часу на вході в і-ий шар

$$Q_{\tau_{i-1}}^k = q_{i-1}^k \Delta S_H, \quad [\text{Вт}]; \quad (9)$$

– в к-ий момент часу на виході з і-ого шару

$$Q_{\tau_i}^k = q_i^k \Delta S_H, \quad [\text{Вт}]; \quad (10)$$

$$\bar{Q}_i = 0,5 \cdot [0,5 \cdot (Q_{\tau_{i-1}}^k - Q_{\tau_i}^k) + 0,5 \cdot (Q_{\tau_{i-1}}^{k+1} - Q_{\tau_i}^{k+1})],$$

або

$$\bar{Q}_i = 0,25 \cdot \Delta S_H \cdot [(q_{i-1}^k - q_i^k) + (q_{i-1}^{k+1} - q_i^{k+1})] = 0,5 \cdot \Delta S_H \cdot [\bar{q}_{\Delta h}^k + \bar{q}_{\Delta h}^{k+1}] = \Delta S_H \cdot \bar{q}_{\Delta h}^{\Delta \tau}. \quad (14)$$

За проміжок часу  $\Delta \tau$  і-ий шар отримує таку кількість теплоти

$$\Delta I_{M_i} = \bar{Q}_i \Delta \tau, \quad [\text{Дж}]. \quad (15)$$

Ця кількість теплоти буде витрачено на приріст ентальпії і-ого шару.

Зміна ентальпії матеріалу в і-ому шарі в к+1 момент часу можна визначити наступним чином

$$\Delta I_{M_i} = \Delta m_{M_i} (i_{M_i}^{k+1} - i_{M_i}^k) = \Delta m_{M_i} C_{M_i} (t_{M_i}^{k+1} - t_{M_i}^k); \quad (16)$$

де  $\Delta m_{M_i}$  – маса матеріалу і-го шару, кг;

$i_{M_i}^{k+1}$ ,  $i_{M_i}^k$  – питома ентальпія матеріалу і-ого шару в к+1 і к моменти часу,  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ ;

$t_{M_i}^{k+1}$ ,  $t_{M_i}^k$  – середня температура матеріалу в і-ому шарі в к+1 і к моменти часу, °С.

Нагрів матеріалу в і-ому шарі відбувається за рахунок охолодження газу, що прийшов в цей шар, тому приріст ентальпії газу в к+1 момент часу можна визначити з рівняння

$$\Delta I_{\Gamma_i} = -\bar{Q}_i \Delta \tau = \Delta V_{\Gamma_i} (i_{\Gamma_{i-1}}^{k+1} - i_{\Gamma_{i-1}}^k), \quad [\text{Дж}]; \quad (17)$$

де  $\Delta V_{\Gamma_i}$  – об'єм газу в стані теплообміну з матеріалом на протязі часу  $\Delta \tau$ , м<sup>3</sup>;

$i_{\Gamma_{i-1}}^{k+1}$ ,  $i_{\Gamma_{i-1}}^k$  – питома ентальпія газу і-1-ого і і-ого шарів в к+1 момент часу відповідно,  $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$ .

Рівняння (15), (16) і (17) дають ще одне рівняння теплового балансу

$$\Delta V_{\Gamma_i} \cdot (i_{\Gamma_{i-1}}^{k+1} - i_{\Gamma_{i-1}}^k) = \Delta m_{M_i} (i_{M_i}^{k+1} - i_{M_i}^k), \quad [\text{Дж}]. \quad (18)$$

Враховуючи, що

$$\Delta V_{\Gamma_i} = V_i \Delta \tau = W_{\Gamma} S_{\text{ш}} \Delta \tau = W_{\text{ж}} \varepsilon \cdot S_{\text{ш}} \Delta \tau = \Delta h_i \varepsilon \cdot S_{\text{ш}}; \quad (19)$$

$$\Delta m_{M_i} = \Delta h_i \cdot S_{\text{ш}} \cdot \rho_{\text{нас}} = \Delta h_i \cdot S_{\text{ш}} \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_M; \quad (20)$$

де  $V_{\Gamma}$  – витрата газу,  $\frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ ;

$\Delta h_i$  – висота і-ого шару, що відповідає дійсній швидкості руху газу, м;

$$\varepsilon \cdot C_{\Gamma} \cdot (t_{\Gamma_{i-1}}^{k+1} - t_{\Gamma_{i-1}}^k) = \alpha_v [0,5 \cdot (t_{\Gamma_{i-1}}^k + t_{\Gamma_{i-1}}^{k+1}) - 0,5 \cdot (t_{M_{i-1}}^k + t_{M_{i-1}}^{k+1})] \cdot \Delta \tau. \quad (27)$$

Для матеріалу об'єднання формул (16), (25) і (26), для умов  $C_M = \text{const}$  і  $\alpha_v = \text{const}$  дає таку рівність

$$C_M \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_M \cdot (t_{M_i}^{k+1} - t_{M_i}^k) = \alpha_v [0,5 \cdot (t_{\Gamma_{i-1}}^k + t_{\Gamma_{i-1}}^{k+1}) - 0,5 \cdot (t_{M_{i-1}}^k + t_{M_{i-1}}^{k+1})] \cdot \Delta \tau. \quad (28)$$

– в к+1-ий момент часу на вході в і-ий шар

$$Q_{\tau_{i-1}}^{k+1} = q_{i-1}^{k+1} \Delta S_H, \quad [\text{Вт}]; \quad (11)$$

– в к+1-ий момент часу на виході з і-ого шару

$$Q_{\tau_i}^{k+1} = q_i^{k+1} \Delta S_H, \quad [\text{Вт}]. \quad (12)$$

У формулах (9) – (12)

$\Delta S_H$  – поверхня нагріву матеріалу в малому шарі, м<sup>2</sup>;

$q_{i-1}^k$  і  $q_{i-1}^{k+1}$  – густина теплового потоку від газу до матеріалу на вході в і-ий шар на початку і в кінці малого проміжку часу  $\Delta \tau$ ,  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ ;

$q_i^k$  і  $q_i^{k+1}$  – густина теплового потоку від газу до матеріалу на виході з і-ого шару на початку і в кінці  $\Delta \tau$ ,  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ .

Середній тепловий потік від газу до матеріалу на висоту шару  $\Delta h$  і час  $\Delta \tau$

$$[\text{Вт}]; \quad (13)$$

$\rho_{\text{нас}}$  – насипна густина шару,  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

Рівняння (18) можна записати так

$$i_{\Gamma_{i-1}}^{k+1} - i_{\Gamma_{i-1}}^k = \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \cdot \rho_M (i_{M_i}^{k+1} - i_{M_i}^k). \quad (21)$$

З наведених вище рівнянь видно, що при розрахунках необхідно витримувати наступне співвідношення:

$$\Delta h_i = W_{\text{ж}} \cdot \Delta \tau_i. \quad (22)$$

Конкретні величини  $\Delta h$  і  $\Delta \tau$  визначаються фізичним станом задачі.

Тепловий потік від газу до поверхні матеріалу можна знайти за законом Ньютона-Ріхмана

$$Q_i^k = \alpha_s \cdot (t_{\Gamma} - t_{\Pi}) \cdot \Delta S_H;$$

і записати для розглянутого випадку так

$$Q_{\tau_i}^k = \alpha_s (t_{\Gamma} - t_{M_i}) \cdot \Delta S_H = q \cdot \Delta S_H, \quad [\text{Вт}], \quad (23)$$

де  $\alpha_s$  – поверхневий коефіцієнт теплопередачі від газу до матеріалу,  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ ;

$t_{\Pi}$  – температура поверхні матеріалу, °С.

Маючи на увазі, що  $\Delta S_H = f \cdot \Delta V_i = f \cdot$

$\Delta h_i \cdot S_{\text{ш}}$

$$\alpha_v = \alpha_s \cdot f. \quad (24)$$

де  $f$  – питома поверхня нагріву,  $\frac{\text{м}^2}{\text{м}^3}$ ;

$\Delta V_i$  – об'єм і-ого шару матеріалу, м<sup>3</sup>;

отримуємо вираз для тепловіддачі від газу до матеріалу, наприклад, для координат сітки і, к

$$Q_{\tau_i}^k = \alpha_s (t_{\Gamma_i}^k - t_{M_i}^k) \cdot f \cdot \Delta h_i S_{\text{ш}} = \alpha_v (t_{\Gamma_i}^k - t_{M_i}^k) \cdot \Delta h_i S_{\text{ш}}; \quad [\text{Вт}]. \quad (25)$$

Якщо для рівняння (14) припустимо, що  $\bar{q}_{\Delta h}^k = q_{i-1}^k$ , а  $\bar{q}_{\Delta h}^{k+1} = q_{i-1}^{k+1}$ , тоді

$$\bar{Q}_i = 0,5 \cdot \Delta S_H \cdot [q_{i-1}^k + q_{i-1}^{k+1}]; \quad [\text{Вт}], \quad (26)$$

врахуємо цей результат за допомогою формул (17) і (25), отримаємо для газу за умови, що  $C_{\Gamma} = \text{const}$  і  $\alpha_v = \text{const}$  таку рівність

Якщо для формули (14) припустимо, що  $\overline{q_{\Delta h}^k} = q_i^k$ , а  $\overline{q_{\Delta h}^{k+1}} = q_i^{k+1}$ , тоді отримаємо

– для газу  
 $\varepsilon \cdot C_{\Gamma} \cdot (t_{\Gamma_i-1}^{k+1} - t_{\Gamma_i}^{k+1}) = \alpha_v [0,5 \cdot (t_{\Gamma_i}^k + t_{\Gamma_i}^{k+1}) - 0,5 \cdot (t_{M_i}^k + t_{M_i}^{k+1})] \cdot \Delta\tau;$  (29)

– для матеріалу

$$C_M \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_M \cdot (t_{M_i}^{k+1} - t_{M_i}^k) = \alpha_v [0,5 \cdot (t_{\Gamma_i}^k + t_{\Gamma_i}^{k+1}) - 0,5 \cdot (t_{M_i}^k + t_{M_i}^{k+1})] \cdot \Delta\tau. \quad (30)$$

Рівняння (27)-(30) показують, що передача теплоти від газу до матеріалу визначається через середні за часом температури газу і матеріалу. Рівняння (27) і (28) слід використовувати на початку розрахунку прогріву нерухомого шару матеріалу на

– для газу  
 $\varepsilon \cdot C_{\Gamma} \cdot (t_{\Gamma_i-1}^{k+1} - t_{\Gamma_i}^{k+1}) = \alpha_v [t_{\Gamma_i}^{k+1} - t_{M_i}^{k+1}] \Delta\tau;$

– для матеріалу

$$C_M \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_M \cdot (t_{M_i}^{k+1} - t_{M_i}^k) = \alpha_v [t_{\Gamma_i}^{k+1} - t_{M_i}^{k+1}] \Delta\tau. \quad (32)$$

Рівняння (31) і (32) найчастіше використовуються в обчислювальній практиці і їх відносять до неявної схеми розрахунку.

Якщо припустити, що  $\overline{q_{\Delta h}^k} = \overline{q_{\Delta h}^{k+1}} = q_i^k$ , тоді отримаємо

– для газу  
 $\varepsilon \cdot C_{\Gamma} \cdot (t_{\Gamma_i-1}^{k+1} - t_{\Gamma_i}^{k+1}) = \alpha_v [t_{\Gamma_i}^k - t_{M_i}^k] \Delta\tau;$  (33)

– для матеріалу

$$C_M \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_M \cdot (t_{M_i}^{k+1} - t_{M_i}^k) = \alpha_v [t_{\Gamma_i}^k - t_{M_i}^k] \Delta\tau. \quad (34)$$

Схема розрахунку з використанням рівнянь (33) і (34) повинна бути нестійкою. Межу стійкості цієї схеми слід очікувати, якщо виконується умова  $\Delta h_i \leq W_{ж} \cdot \Delta\tau$ , яка аналогічна умові, встановленої для хвильового рівняння [8].

Для цього потрібна експериментальна розрахункова перевірка. Схему розрахунку, в основі якої є рівняння (33) і (34), слід віднести до явних.

При розгляді та аналізі рівнянь (27)–(32) була запропонована більш точна, на наш погляд, схема розрахунку на кожному кроці за часом  $\Delta\tau$ :

- встановлюються кроками  $\Delta h$  і  $\Delta\tau$  таким чином, щоб співвідношення  $\Delta h = W_{ж} \cdot \Delta\tau$  зберігалося;
- за рівняннями (31), (32) або (31), (18) обчислюють температури газу і матеріалу в k+1 момент часу;
- розраховуються середні температури газу і матеріалу за проміжок часу  $\Delta\tau$ ;
- знову за рівняннями (31), (32) або (31), (18) уточнюються температури матеріалу і газу в k+1 момент часу;
- здійснюється перехід до i+1-ого шару.

Таблиця 1 – Результати розрахунку для нагріву нерухомого шару матеріалу за аналітичним розв'язанням [1].

Час нагріву, с	Висота насадки, м									
	0,1		0,2		0,3		0,4		0,5	
	$t_{\Gamma}$	$t_M$	$t_{\Gamma}$	$t_M$	$t_{\Gamma}$	$t_M$	$t_{\Gamma}$	$t_M$	$t_{\Gamma}$	$t_M$
10	577,8	14,2	278,2	6,8	133,9	3,2	64,4	1,5	31,0	0,7
20	588,2	28,3	288,2	13,6	141,1	6,6	69,0	3,2	33,8	1,5
30	598,5	42,4	298,1	20,6	148,3	10,0	73,7	4,9	36,6	2,4
40	608,6	56,3	308,0	27,6	155,5	13,5	78,4	6,6	39,4	3,2
50	618,6	70,1	317,8	34,7	162,8	17,1	83,1	8,5	42,4	4,2

Таблиця 2 – Результати розрахунку нагріву нерухомого шару матеріалу за неявною схемою з формальною апроксимацією диференціальних рівнянь (1), (2).

Час нагріву, с	Висота насадки, м									
	0,1		0,2		0,3		0,4		0,5	
	$t_{\Gamma}$	$t_M$	$t_{\Gamma}$	$t_M$	$t_{\Gamma}$	$t_M$	$t_{\Gamma}$	$t_M$	$t_{\Gamma}$	$t_M$

10	613,2	15,0	313,2	7,5	159,9	3,8	81,6	1,9	41,7	1,0
20	622,6	29,9	322,8	15,2	167,2	7,8	86,6	3,9	44,8	2,0
30	631,8	44,8	332,2	23,0	174,5	11,8	91,6	6,1	48,0	3,1
40	640,9	59,5	341,6	30,8	181,8	15,9	96,6	8,2	51,2	4,3
50	649,8	74,0	350,9	38,6	189,1	20,1	101,6	10,5	54,5	5,5

Таблиця 3 – Результати розрахунку для нагріву нерухомого шару матеріалів за запропонованою методикою.

Час нагріву, с	Висота насадки, м									
	0,1		0,2		0,3		0,4		0,5	
	$t_r$	$t_M$	$t_r$	$t_M$	$t_r$	$t_M$	$t_r$	$t_M$	$t_r$	$t_M$
10	573,3	15,7	273,8	7,4	130,8	3,5	62,4	1,7	29,8	0,8
20	583,9	31,2	283,9	14,9	138,0	7,1	67,0	3,4	32,5	1,6
30	594,3	46,6	293,9	22,5	145,2	10,8	71,6	5,2	35,3	2,5
40	604,6	61,9	303,9	30,1	152,4	14,6	76,3	7,1	38,1	3,5
50	614,7	77,0	313,8	37,8	159,7	18,5	81,0	9,1	41,0	4,5

**Обговорення результатів.** Зауважимо, що у співвідношення (22) при нагріві нерухомого шару матеріалу газ охолоджується і його дійсна швидкість зменшується  $W_{ж}$ . Тому, якщо прийняти крок висоти шару  $\Delta h$  незмінним, то  $\Delta t$  для кожного шару буде змінним і буде змінюватися у стільки разів, у скільки змінюється дійсна швидкість, але в зворотному напрямку.

**Висновки.** Показано недоліки формальної апроксимації системи диференціальних рівнянь для нагріву нерухомого шару матеріалу системою скінченно-різницевих рівнянь.

Отримані скінченно-різницеві рівняння для процесу нагріву нерухомого шару матеріалу на основі

аналізу рівнянь, які складені методом елементарних теплових балансів.

Показана фізична сутність формально отриманих скінченно-різницевих рівнянь для нагріву нерухомого шару матеріалу.

Запропоновано уточнений метод розрахунку нагріву нерухомого шару матеріалу з ідеальною теплопровідністю.

Показано, що при однакових умовах розрахункова схема нагріву стаціонарного шару кускового матеріалу, яка запропонована, дає більш точні результати, близькі до аналітичного розв'язання.

### Бібліографічний опис

1. Китаев Б.И., Тимофеев В.Н., Боковиков Б.А., Малкин В.М. и др. Тепло- и массообмен в плотном слое. – М.: Металлургия, 1972, 432 с.
2. Шевченко Г.Л., Губинский М.В. Моделирование тепловых процессов в компактной насадке шарикового регенератора. // Металлургическая теплотехника. Сб. науч. тр. Т.4. – Днепропетровск, НМетАУ, 2001, с.140 – 144.
3. Губинский В.И. Теория пламенных печей. – М.: Машиностроение, 1995, 256 с.
4. Китаев Б.И., Ярошенко Ю.Г., Сучков В.Д. Теплообмен в шахтных печах. – Свердловск, 1957, 280 с.
5. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. - М.: Физматгиз, 1963, - 400 с.
6. Свинолобов Н.П., Абраменков Ю.Я. Методы численного решения и математического моделирования процессов теплопроводности. Ч. 1. – Днепропетровск: ДМетИ, 1974, - 77 с.
7. Дутьнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена. – М.: Высшая школа, 1990, - 208 с.
8. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Т. 1. – М.: Мир, 1990, - 384 с.
9. Ваничев А.П. Приближенный метод решения задач теплопроводности при переменных константах. Изв. АН СССР, ОТН, 1946, № 12, с 1767 – 1774.
10. Павленко П.М., Філоненко С.Ф., Чередніков О.М., Трейтяк В.В. Математичне моделювання систем і процесів: навч. посіб. – К.: НАУ, 2017. – 392 с.
11. Задачин В. М. Моделирование систем : конспект лекцій / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2010. – 268 с.

### References

1. Kytaev B.Y., Tymofeev V.N., Bokovykov B.A., Malkyn V.M. y dr. Teplo- y massoobmen v plotnom sloe. – М.: Metallurhiya, 1972, 432 s.
2. Shevchenko H.L., Hubytskyi M.V. Modelyrovanye teplovykh protsessov v kompaktnoi nasadke sharykovoho reheneratora. // Metallurhicheskaia teplotekhnika. Sb. nach. tr. T.4. – Dnepropetrovsk, NMetAU, 2001, s.140 – 144.
3. Hubytskyi V.Y. Teoriya plamennykh pechei. – М.: Mashynostroenyne, 1995, 256 s.
4. Kytaev B.Y., Yaroshenko Yu.H., Suchkov V.D. Teploobmen v shakhtnykh pechakh. – Sverdlovsk, 1957, 280 s.
5. Demydovych B.P., Maron Y.A., Shuvalova E.Z. Chyslennye metody analiza. - М.: Fyzmathyz, 1963, - 400 s.
6. Svyonolobov N.P., Abramnikov Yu.Ia. Metody chyslennoho resheniya y matematycheskoho modelyrovaniya protsessov teploprovodnosti. Ch. 1. – Dnepropetrovsk: DMetY, 1974, - 77 s.

7. Dulnev H.N., Parfenov V.H., Syhalov A.V. Prymenenye EVM dlia reshenyia zadach teploobmena. – M.: Vysshaia shkola, 1990, - 208 s.
8. Anderson D., Tannekhyll Dzh., Pletcher R. Vychyslytelnaia hydromekhanyka y teploobmen. T. 1. – M.: Myr, 1990, - 384 s.
9. Vanychev A.P. Pryblyzhennyi metod reshenyia zadach teploprovodnosti pry peremennykh konstantakh. Yzv. AN SSSR, OTN, 1946, № 12, s 1767 – 1774.
10. Pavlenko P.M., Filonenko S.F., Cherednikov O.M., Treitiak V.V. Matematychni modeliuvannia system i protsesiv: navch. posib. – K. : NAU, 2017. – 392 s.
11. Zadachyn V. M. Modeliuvannia system: konspekt lektsii / V. M. Zadachyn, I. H. Koniushenko. – Kharkiv : Vyd. KhNEU, 2010. – 268 s.