

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
им. М.И. КАЛИНИНА

На правах рукописи

АВЕРИН Александр Николаевич

УДК 624.042.8

КОЛЕБАНИЯ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОЧНЫХ И
ТОНКОСТЕННЫХ СИСТЕМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ
ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ

(специальность 01.02.03 - строительная механика)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

ДНЕПРОПЕТРОВСК - 1983

НТБ
ДНУЖТ

Работа выполнена в Воронежском ордена Трудового Красного Знамени инженерно-строительном институте

Научный руководитель – доктор технических наук
профессор БАРЧЕНКОВ А.Г.

Официальные оппоненты: доктор технических наук
старший научный сотрудник
КОХМАНК С.С.,
кандидат технических наук
доцент КОНАШЕНКО С.И.

Ведущая организация – Всесоюзный научно-исследовательский институт транспортного строительства (ЦНИИС)

Защита состоится "29" декабря 1983 г. в 15³⁰ часов на заседании специализированного совета К И4.07.02 в Днепропетровском институте инженеров железнодорожного транспорта им. М.И.Калинина (320629, ГСП, Днепропетровск-10, ул. акад. В.А.Лазаряна, 2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Днепропетр.

им.

Поверніть книгу не пізніше
зазначеного терміну

09.10.1983				

НТБ
ДНУЖТ

Актуальность темы. Постановлением XXVI съезда КПСС, пятилетним планом развития народного хозяйства СССР предусмотрено увеличение грузооборота автомобильного транспорта, производства автомобилей и автопоездов большой грузоподъемности. Намечена обширная программа строительства автомобильных дорог и искусственных транспортных сооружений.

Современные тенденции отечественного и зарубежного мостостроения связаны с широким внедрением новых высокопрочных материалов, совершенствованием конструктивных форм и методов расчета, что влечет за собой облегчение конструкций, а, следовательно, и повышение их чувствительности к динамическим воздействиям. В связи с этим возрастает роль динамических расчетов мостовых конструкций, в частности тонкостенных и неразрезных пролетных строений.

Целью работы является разработка методики динамического расчета и исследование колебаний неразрезных балочных и тонкостенных систем под действием подвижной нагрузки (применительно к автодорожным мостам)

Методы исследования. Для изучения колебаний неразрезных балок Бернулли-Эйлера, С.П. Тимошенко и тонкостенных прямолинейных и криволинейных стержней В.З. Власова применен интегро-интерполяционный метод (ИИМ) в комбинациях с трехслойной неявной разностной схемой интегрирования и методом расщепления. Расчет свободных колебаний дискретных моделей несущих конструкций выполнен методами Гивенса и Хаусхоллера. При исследовании случайных колебаний пролетных строений использован метод статистических испытаний. Выполнены динамические испытания существующего автодорож-

ного моста, расчетная схема которого может быть представлена неразрезным тонкостенным стержнем.

Научную новизну работы составляют:

1. Методика расчета колебаний неразрезных балок Бернулли-Эйлера и балок Тимошенко под действием подвижной подпрессоренной нагрузки на основе ИММ и трехслойной неявной разностной схемы, а также ИММ и метода расщепления;
2. Анализ сходимости и оценки точности вычислений частот свободных колебаний дискретных моделей неразрезных балок Бернулли-Эйлера, балок Тимошенко и неразрезных прямолинейных и криволинейных тонкостенных стержней;
3. Анализ устойчивости и точности применяемых методов интегрирования;
4. Оценка степени связанности колебаний пролетного строения и подпрессоренной нагрузки;
5. Рекомендации по практическому расчету колебаний неразрезных балочных и тонкостенных систем под действием подпрессоренной подвижной нагрузки;
6. Алгоритм расчета случайных колебаний неразрезных балок от движущейся по неровному пути колонны подпрессоренных грузов;
7. Оценки динамического воздействия на балочные системы плоской модели автомобиля при движении через неровности импульсного типа;
8. Алгоритм расчета вынужденных изгибно-крутильных колебаний неразрезных тонкостенных стержней.

Практическая ценность. Разработанная методика позволяет учитывать изменения во времени параметров системы "мост + автомобиль". Алгоритм расчета на основе ИММ и метода расщепления экономично использует оперативную память ЭВМ, не требует дополнительного мате-

матического обеспечения и может быть реализован на мини ЭВМ. Благодаря этому, предложенная методика может быть рекомендована для использования проектными и научно-исследовательскими организациями.

Динамические коэффициенты, полученные при исследовании колебаний неразрезных балок и тонкостенных стержней, могут быть использованы при проектировании сооружений, которые представимы такими расчетными схемами.

Внедрение результатов работы. Методика расчета изгибно-крутильных колебаний неразрезных пролетных строений применена для оценки результатов натуральных динамических испытаний пролетного строения моста через р.Белая в г.Стерлитамаке.

Методика расчета свободных колебаний тонкостенных стержней открытого профиля была использована для определения динамических характеристик строительных конструкций при выполнении хозяйственной темы № 9/82 "Исследования процесса транспортирования крупногабаритных строительных конструкций" (целевая комплексная научно-техническая программа Госстроя СССР ОЦ. 031).

Доклады и публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 6 статьях и сообщениях. Результаты работы доложены:

1. На XXXIV, XXXV, XXXVI, XXXVII, XXXVIII научных конференциях Воронежского инженерно-строительного института в 1979-1983 годах.
2. На Всесоюзной конференции по проблемам механики железнодорожного транспорта в г.Днепропетровске в 1980г.
3. На XXXIX научно-исследовательской конференции МАДИ в 1982г.
4. На Всесоюзной конференции по проблемам оптимизации и надежности в строительной механике в г.Вильнюсе в 1983г.
5. На кафедре строительной механики МИИТа в 1988г.

Объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и содержит 149 страниц машинописного текста, 58 рисунков, 38 таблиц и список использованной литературы из 116 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Вопросы динамического действия подвижной нагрузки на сооружения интересуют исследователей вот уже более ста лет. Впервые они были поставлены Ф. Виллисом и Д. Г. Стоксом. Проблеме динамики простой балки при движении сосредоточенных сил посвящены работы А. Н. Крылова, С. П. Тимошенко, В. А. Киселева. Силы инерции движущегося груза впервые были учтены С. Инглисом и В. В. Болотиным. Решение Инглиса-Болотина, ставшее классическим, получило развитие в работах А. В. Александрова, Н. Г. Бондаря, А. Б. Моргаевского, Г. С. Шестоперова и других исследователей. Различные методы расчета стержневых систем на подвижную нагрузку использовали И. А. Колесник, С. С. Кохманюк, Г. Б. Муравский, В. М. Мучников, А. П. Филиппов. Действие подвижной нагрузки на балки, лежащие на упругом основании, рассматривалось в работах Б. Г. Коренева, С. С. Кохманюка, Г. Б. Муравского, А. И. Цейтлина.

Важным шагом в развитии методов расчета колебаний деформируемых систем под действием подвижной нагрузки является учет ее подрессоренности. В этом направлении известны работы Н. Г. Бондаря, С. И. Конашенко, С. С. Кохманюка, Ю. П. Федорова, А. П. Филиппова, Л. Фрыбы, И. К. Цыпинаса, а также сотрудников кафедры строительной механики ВИСИ: А. Г. Барченкова, А. Н. Котукова, Р. И. Мальцева, В. С. Сафронова, А. Ф. Хмырова.

Экспериментальными исследованиями реальной подвижной нагрузки на мосты занимались Н.Г.Бондарь, Е.Е.Гибшман, С.А.Ильясевич, И.И.Казей, Ю.Г.Казьмин и другие. Устойчивости мостов под действием подвижной нагрузки посвящены работы Л.А.Петропавловского. Динамическое действие нагрузки на висячие и вантовые мосты рассматривалось в работах В.А.Смирнова, В.С.Сафронова. Способы гашения колебаний мостовых конструкций, вызванных действием подвижной нагрузки, рассматривались А.Д.Закорой и М.И.Казакевичем.

Менее изученными являются пространственные колебания пролетных строений под действием подвижной нагрузки. В этом направлении известны работы Н.Г.Бондаря, Г.П.Бурчака, К.Е.Китаева, С.С.Кохманюка, В.П.Тарасенко, Г.Н.Яковлева и других авторов.

Традиционными методами расчета колебаний конструкций под действием подвижной нагрузки являются: метод разложения по собственным формам, а также методы, основанные на решении интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.

В настоящее время широкое применение для расчета свободных и вынужденных колебаний строительных конструкций получают дискретные методы: МКЭ, МКР и другие. При расчете вынужденных колебаний они используются в сочетании с методом разложения по собственным формам, либо с неплыми методами прямого интегрирования. Эффективные алгоритмы решения задач теории колебаний, основанные на использовании дискретных методов в сочетании с методами расщепления, позволяющими выполнить редукцию исходной задачи к набору более простых задач, рассмотрены Г.И.Марчуком. Указанные методы пространственно-временной дискретизации применены в настоящей работе для расчета колебаний упругих систем под действием подвижной нагрузки.

В первой главе изложена методика расчета колебаний пролетных строений мостов под действием подрессоренной нагрузки на основе

абсолютно устойчивой трехлошной неявной разностной схемы.

Дан анализ погрешности, допускаемой при решении исходной задачи на основе рассмотренных методов.

В результате численных исследований, для собственных частот дискретной модели балки ω_i^h получена следующая оценка точности:

$$|\omega_i - \omega_i^h| \leq C(i)h^2, \quad (2)$$

где ω_i - собственная частота континуальной балки; h - длина дискретного элемента; $C(i)$ - константа независимая от h , а зависящая от i - номера частоты.

Неявная схема интегрирования имеет второй порядок точности относительно шага дискретизации по временной координате, при условии гладкости функции динамического давления, определяемой выражением

$$R(x_i, t) = C_1 [u_i(t) - y(x_i, t) + H(x_i)] + K_1 [\dot{u}_i(t) - \dot{y}(x_i, t) + \frac{\partial H}{\partial x_i} \dot{x}_i] \quad (3)$$

где $y(x_i, t)$ - прогиб балки в точке опирания груза; $u_i(t)$ - перемещение i -го груза; C_1, K_1 - коэффициенты жесткости и демпфирования рессор; $H(x_i)$ - функция неровного пути, задаваемая дискретным набором ординат и аппроксимируемая кубическими сплайнами.

При расчете колебаний по уравнениям (I) гладкость функции динамического давления $R(x_i, t)$ достигается лишь в интервалах между узловыми точками балки. В узловых точках происходит нарушение гладкости функции $R(x_i, t)$ вследствие линейной интерполяции прогиба балки под грузом $y(x_i, t)$ через перемещения узлов. Для оценки влияния фактора гладкости на точность вычислений были выполнены сравнительные расчеты по уравнениям (I) и уравнениям, предусматривающим "ловлю" точки контакта груза с балкой в узел сетки на каждом шаге интегрирования. Сравнение показало, что для

реальных пролетных строений мостов и подрессоренной нагрузки результаты расчетов колебаний практически совпадают.

Процедура интегрирования дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами является трудоемкой, поэтому наряду с уравнениями (I) были рассмотрены упрощенные уравнения, не учитывающие или приближенно учитывающие связанность колебаний пролетного строения и подрессоренной нагрузки. К этим уравнениям относятся: уравнения без обратной связи и усеченные уравнения. В уравнениях без обратной связи не учитывается влияние деформации балки на колебания нагрузки, и расчет по ним выполняется в два этапа: сначала определяется функция динамического давления на путь, а затем производится расчет колебаний балки на силовое возмущение, в качестве которого используется функция динамического давления. При использовании усеченных уравнений сила контактного взаимодействия подвижной нагрузки и балки определяется с запаздыванием по времени на величину Δt , равную шагу интегрирования. При этом перемещение балки в точке опирания груза определяется по формуле

$$y(x_i, t) = y(x_i, t - \Delta t) - \Delta t \dot{y}(x_i, t - \Delta t) + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \ddot{y}(x_i, t - \Delta t). \quad (4)$$

В этом случае уравнения колебаний балки и подрессоренного груза остаются связанными лишь по правым частям через функцию давления, значения которой в конце каждого временного интервала корректируются с учетом найденных перемещений груза и балки.

С целью определения границ применения упрощенных уравнений было введено понятие меры связанности колебаний пролетного строения и подрессоренной нагрузки. В качестве меры связанности предложено принять величину β , равную максимальному отклонению собственных частот совместных колебаний системы "неразрезная балка + колонна подрессоренных грузов" от соответствующих

парциальных частот подсистем. В результате сравнительных расчетов по уравнениям (I), усеченным уравнениям и уравнениям без обратной связи установлено, что при $\beta \leq 3\%$ влиянием обратной связи можно пренебречь. Если величина β не превышает 20% то можно использовать усеченные уравнения. В случае квазирезонансных режимов колебаний пролетного строения ($\beta \geq 20\%$) расчет необходимо выполнять по уравнениям (I)

Во второй главе исследованы колебания пролетных строений мостов под действием подрессоренной нагрузки, движущейся через одиночные неровности импульсного типа.

В качестве нагрузки использована плоская модель трехосного грузового автомобиля. Автомобиль представлен совокупностью четырех твердых тел (кузов, передняя и две задних оси), соединенных между собой упругими диссипативными связями с кусочно-линейными жесткостными характеристиками. Учтены эффекты пробивания рессор задней оси и отрыв шин от проезжей части.

Расчетная схема пролетного строения представлена балкой Тимошенко. Неупругое сопротивление в уравнениях колебания балки задано по гипотезе Фойгта с помощью коэффициентов ϵ_1 - изгибного и ϵ_2 - сдвигового демпфирования.

Для расчета колебаний балки Тимошенко под действием подвижной нагрузки применен интегро-интерполяционный метод в комбинации с методом расщепления.

На основе ИИМ исходные дифференциальные уравнения совместных колебаний балки и подрессоренной нагрузки преобразованы к дискретному виду. Для дискретной модели балки Тимошенко выполнены исследования сходимости частот к частотам континуальной балки, и дана оценка точности в виде (2). Применение экстраполяции Рундсона к результатам, полученным на последовательности вложенных сеток, позволило повысить точность решений до четвертого по-

рядка. Результаты расчетов свободных колебаний сопоставлены с соответствующими расчетами МКЭ. Отмечено их хорошее совпадение.

Расчет вынужденных колебаний балки производился по усеченным уравнениям. Для того, чтобы использовать метод расщепления, уравнения колебаний балки были представлены в виде систем дифференциальных уравнений первого порядка

$$D\dot{\vec{V}} + C\vec{V} = \vec{R} \quad (5)$$

В уравнении (5) через \vec{V} обозначен расширенный вектор неизвестных, включающий векторы скоростей поперечных и угловых деформаций балки, а также векторы изгибающих моментов и поперечных сил.

Матрица C системы (5) была представлена в виде суммы четырех положительно полуопределенных матриц C_i ($i = 1, 2, 3, 4$)
Полученное представление матрицы C позволило использовать метод двуциклического покомпонентного расщепления, схема которого в применении к (5) имеет вид

$$\begin{aligned} (D + \frac{\Delta t}{2} C_n) \vec{V}(t - \frac{n-1}{n} \Delta t) &= (D - \frac{\Delta t}{2} C_n) \vec{V}(t - \Delta t), \\ (D + \frac{\Delta t}{2} C_n) (\vec{V}(t) - \Delta t D^{-1} \vec{R}(t)) &= (D - \frac{\Delta t}{2} C_n) \vec{V}(t - \frac{1}{n} \Delta t), \\ (D + \frac{\Delta t}{2} C_n) \vec{V}(t + \frac{1}{n} \Delta t) &= (D - \frac{\Delta t}{2} C_n) (\vec{V}(t) + \Delta t D^{-1} \vec{R}(t)), \\ (D + \frac{\Delta t}{2} C_n) \vec{V}(t + \Delta t) &= (D - \frac{\Delta t}{2} C_n) \vec{V}(t + \frac{n-1}{n} \Delta t), \end{aligned} \quad (6)$$

$(n = 1, 2, 3, 4).$

Для получения решения в точках t , $t + \Delta t$ и т.д. достаточно последовательно решить уравнения (6), каждое из которых сводится к решению системы линейных уравнений с трехдиагональной

матрицей.

Для анализа устойчивости вычислений по схеме (6) .

По предложенному алгоритму были выполнены расчеты колебаний пролетного строения балочного железобетонного моста длиной 16,4м. В качестве нагрузки использовалась плоская модель трехосного грузового автомобиля КраЗ-256Б. Одноточная неровность задавалась в форме косинусоиды высотой 0,1 м и длиной 1 м. Объектом исследований являлись функции перемещений, изгибающих моментов и поперечных сил в середине пролета. Исследовалось влияние места расположения одноточной неровности и скорости движения автомобиля на колебания пролетного строения. Скорость автомобиля варьировалась в диапазоне от 4 до 20 м/с. Оценка динамического действия нагрузки производилась с помощью динамического коэффициента $1 + \mu$ определяемого как отношение максимального динамического прогиба (усилия) к соответствующей квазистатической составляющей. На рис. I приведен график изменения динамического коэффициента $1 + \mu$ по прогибам в зависимости от отношения длительности кинематических импульсов u_0 к первому собственному периоду колебаний T_1 пролетного строения. Результаты получены для случая расположения одноточной неровности в четверти пролета (наиболее опасное расположение) .

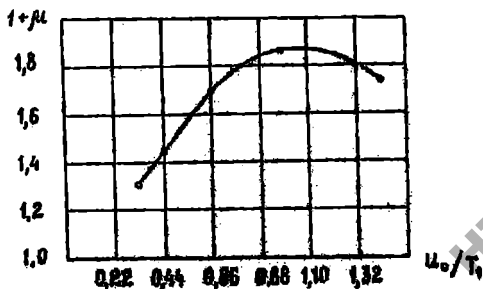


Рис. I

НИИ
ДНУЖТ

Из этого графика следует, что наибольший динамический эффект возникает при совпадении длительности кинематического импульса с первым собственным периодом колебаний балки.

Для оценки эффективности используемой методики было выполнено сопоставление расчетов колебаний балки Тимошенко под действием движущейся силы методами расщепления и разложения по собственным формам. Сравнение производилось с данными работы С.С.Кожина. Отмечено, что метод расщепления имеет показатели точности и скорости вычислений, близкие к соответствующим показателям метода разложения по собственным формам.

В третьей главе рассмотрены свободные колебания неразрезных тонкостенных стержней с плоской криволинейной осью и вынужденные изгибно-крутильные колебания неразрезного прямолинейного стержня.

В качестве исходных приняты дифференциальные уравнения тонкостенного стержня малой начальной кривизны В.З.Власова. Силы инерции заданы как и в случае прямолинейного стержня. Дискретизация уравнений произведена с помощью ИИМ. Переход к неразрезному стержню осуществлен на уровне дискретных уравнений. Уравнения свободных колебаний прямолинейного стержня получены предельным переходом при радиусе кривизны R , стремящемся к бесконечности.

Выполнены исследования сходимости частот прямолинейного и криволинейного стержней к соответствующим частотам континуальных систем, и дана оценка точности в виде (2). Применение экстраполяции Ричардсона к результатам, полученным на последовательности вложенных сеток, позволило повысить точность решений до четвертого порядка. На рис.2 в логарифмических координатах показаны графики изменения относительной погрешности частот прямолинейного стержня в зависимости от N - числа дискретных элементов

стержня. Пунктирной линией отмечена погрешность экстраполированных значений частот. (на рис.2 цифрами обозначены порядковые номера частот)

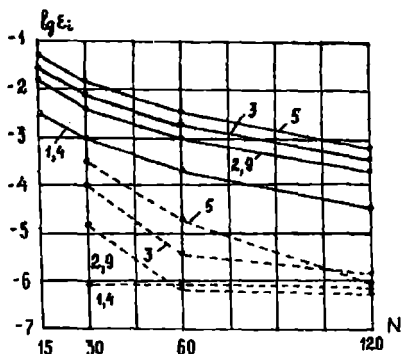


Рис. 2

Отмечено, что погрешность для частот, которым отвечают формы колебаний, отличающиеся друг от друга только числовыми коэффициентами, характеризующими отношение между максимальными ординатами, одинакова ($\epsilon_1 = \epsilon_4$; $\epsilon_2 = \epsilon_5$).

Выполнены исследования изменения частот криволинейного стержня в зависимости от радиуса кривизны продольной оси. Показано, что существенное изменение низших частот происходит при $R < 50$ м. Изучены особенности спектра частот неразрезных тонкостенных стержней. Установлено, что спектр частот равнопролетного неразрезного тонкостенного стержня может иметь зоны "сгущения", с числом частот в каждой зоне, превышающим число пролетов.

Рассмотрены изгибно-крутильные колебания неразрезных тонкостенных стержней под действием подрессоренного груза, движущегося по неровному пути. Исходная система дифференциальных уравнений колебаний неразрезного тонкостенного стержня с помощью

преобразования Бубнова-Галеркина сведена к системе разделенных уравнений. Интегрирование уравнений движения системы "мост + автомобиль" выполнено с использованием трехслойной неявной разностной схемы.

Объектом исследований являлись колебания неразрезного семи-пролетного сталежелезобетонного моста (со схемой пролетов $36,75\text{м} + 5 \times 63 + 36,75\text{ м}$ и шириной проезжей части 9 м) при движении автомобиля БелАЗ-540. Характерной особенностью расчетных графиков перемещений пролетного строения является наложение на кривые квазистатических перемещений свободных сопровождающих колебаний. Вследствие закручивания пролетного строения квазистатические составляющие перемещений различных точек поперечного сечения различны. Амплитуды изгибно-крутильных колебаний составляют 10-15% от квазистатических составляющих.

Результаты теоретических исследований изгибно-крутильных колебаний удовлетворительно согласуются с данными натурных испытаний моста подвижной нагрузкой, пролетное строение которого было рассмотрено как тонкостенный стержень.

Четвертая глава посвящена расчету случайных колебаний неразрезных балок под действием колонны подрессоренных грузов, движущихся по неровному пути.

Расчет колебаний выполнен методом статистических испытаний. Определены статистические характеристики (математические ожидания и дисперсии) случайных функций прогибов и усилий. Установлено, что математические ожидания случайных функций прогибов и изгибающих моментов равны квазистатическим составляющим этих функций, а дисперсии практически постоянны.

Получены гистограммы распределения максимальных прогибов и изгибающих моментов и аппроксимированы равномерной плотностью

распределения на ограниченном интервале. Построены функции распределения динамических коэффициентов по прогибам и изгибающим моментам. Результаты сопоставлены с динамическими коэффициентами по нормам СН 200-62.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Разработана методика расчета колебаний неразрезных балок Бернулли-Эйлера и балок Тимошенко под действием подрессоренной нагрузки на основе методов пространственно-временной дискретизации. Дан анализ погрешности, допускаемой при решении рассматриваемых задач с помощью ИИМ и трехслойной неявной схемы, ИИМ и метода расщепления.
2. На основе ИИМ получены дискретные уравнения свободных колебаний неразрезных балок Бернулли-Эйлера, балок Тимошенко и неразрезных тонкостенных стержней с прямолинейной и криволинейной осью. Показано, что собственные частоты данных дискретных моделей равномерно сходятся к частотам континуальных систем со вторым порядком точности. Экстраполированные значения частот имеют четвертый порядок точности.
3. Выполнены исследования спектров частот свободных колебаний тонкостенных стержней. Показано, что существенное изменение низших частот криволинейного стержня происходит при $R < 50m$. Установлено, что спектр частот изгибно-крутильных колебаний равнопролетного неразрезного стержня может иметь зоны "сгущения", с числом частот в каждой зоне, превышающим число пролетов.
4. Предложена оценка связанности колебаний пролетного строения и подрессоренной нагрузки, и на ее основе даны рекомендации

по использованию упрощенных расчетных уравнений.

5. Изучено динамическое действие на балочные пролетные строения плоской модели автомобиля при движении через неровности импульсного типа.
6. Разработан алгоритм расчета изгибно-крутильных колебаний неразрезных тонкостенных стержней под действием подвижной нагрузки.
7. Разработан алгоритм расчета случайных колебаний неразрезных балок под действием колонны подрессоренных грузов, движущихся по неровному пути. Показано, что математические ожидания функций прогибов и изгибающих моментов равны квазистатическим составляющим этих функций, а дисперсии практически постоянны. Получены функции распределений динамических коэффициентов максимальных прогибов и изгибающих моментов.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Аверин А.Н., Сафронов В.С. Колебания транспортных средств при перевозке крупногабаритных строительных конструкций. Материалы Всесоюзной конференции: "Проблемы механики железнодорожного транспорта". Днепропетровск, май, 1980г. - Киев, Наукова думка, 1980, с. 4-5.

2. Аверин А.Н., Хмыров А.Ф. Описание движения автомобиля по криволинейному неровному пути. - В кн.: Расчет прочности, устойчивости и колебаний элементов инженерных сооружений. Воронеж, 1981, вып.4, с.36-47.

3. Аверин А.Н. Применение разностной схемы для расчета свободных изгибно-крутильных колебаний неразрезного тонкостенного стержня открытого профиля". Изв. вузов. Строительство и архитектура", 1982, №8, с.51-55.

4. Аверин А.Н. Расчет свободных колебаний стержня переменного сечения с сосредоточенными включениями. - В кн.: Исследования по статике и динамике стержневых и тонкостенных систем. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1983, с. 3-11.

5. Аверин А.Н., Биджиев Р.Х., Хмыров А.Ф. Применение неявной разностной схемы для расчета колебаний неразрезных балок под действием подвижной нагрузки. - В кн.: Исследования по статике и динамике стержневых и тонкостенных систем. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1983, с. 148-156.

6. Аверин А.Н., Барченков А.Г., Биджиев Р.Х., Котуков А.Н. Анализ данных массовых динамических испытаний автодорожных балочных мостов. Материалы Всесоюзной конференции: "Проблемы оптимизации и надежности в строительной механике". Вильнюс, июнь 1983 г. - М., Стройиздат, 1983.

4836a

Подписано в печать 24.II.83. ЛЕ № 02082 Формат 60 x 84 1/16
Объем 1.00 печ.л. Тираж 100 экз. Заказ № 481

Бесплатно

Ротапринт Воронежского ордена Трудового Красного Знамени
инженерно-строительного института
394006, Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84.

Днепропетровский
институт инженеров
жел. дор. транспор.
им. М. И. Калинин
БИБЛИОТЕКА