

Білова Оксана

*Доцент, канд. фіз-мат наук, кафедра економічної інформатики УДУНТ, Дніпро,
Україна e-mail: okbilova@gmail.com*

АСИМПТОТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАВАНТАЖЕНЬ У ВУЗЛІ З'ЄДНАННЯ ЛОПАТЕЙ ВІТРЯКА ДО ХАБУ З КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

Ефективність і довговічність вітроенергетичних установок значною мірою залежать від конструктивних рішень та надійності їхніх з'єднань. Одним із ключових елементів є контактна взаємодія між хабом і лопаттю.

У цій роботі розглядається застосування методу збурення [1, 2] для дослідження механічної взаємодії хабу з композиційного матеріалу та лопаті вітряної турбіни. Результати можуть бути корисними для підвищення надійності та оптимізації конструкції вітроенергетичних систем.

Ключові слова: асимптотичний аналіз, метод збурень, математична модель, анізотропна пластина, криволінійна анізотропія., вітряк, лопаті, хаб, болт

Вступ. Розв'язання контактної задачі для ортотропної пластини з циліндричною анізотропією та стрингера при їх жорсткому контакті отримано автором аналітично асимптотичним методом Маневича-Павленка може застосовуватись в різних практичних задачах цивільного будівництва, судобудівництва та інш. В даній статті вперше розберемо застосування результатів цього розв'язку для дослідження контакту деяких елементів конструкції вітряка. Розглядається контактна взаємодія лопатей та хабу з композиційного матеріалу, які з'єднуються за допомогою болтів. Хаб вітряка – це центральна частина, до якої кріпляться лопаті. Його міцність і вага критично впливають на ефективність та довговічність вітроустановки. У сучасних віротурбінах кріплення лопатей до хаба виконується за допомогою високоміцних болтів, оскільки це дозволяє забезпечити надійність і можливість технічного обслуговування. Місця кріплення лопатей до хабів – це дуже важливий елемент конструкцій. Щоб не втратити енергію в таких вузлах, щоб полегшити вагу конструкції, її міцність та терміни придатності треба вивчати механічні властивості їх взаємодії (розтяг, зсув, напруження в зоні контакту) та шукати нові матеріали елементів конструкцій, які дозволять зекономити.

Матеріал і результати досліджень. Основні типи кріплення лопатей до хабу за допомогою болтів – це, по-перше, кільцевий фланцевий монтаж – лопать має фланець,



який кріпиться до хабу через болтові з'єднання. Використовується у великих турбінах (2+ МВт). Головна перевага – рівномірний розподіл навантаження. Ще активно застосовуються вставні болтові з'єднання (Insert-type connection). Болти загвинчуються у вставні металеві втулки, інтегровані у кореневу частину лопаті. Менше навантаження на окремі точки кріплення. Традиційно хаби виготовляються зі сталей або чавуну з високими характеристиками міцності. Однак через велику вагу цих матеріалів зростає навантаження на несучі елементи вітроустановки, що впливає на загальну ефективність системи. Перевага композиційних матеріалів це низька вага, корозійна стійкість – особливо важливо для офшорних (морських) вітряків.



Рисунок 1-Конструкція вузла.

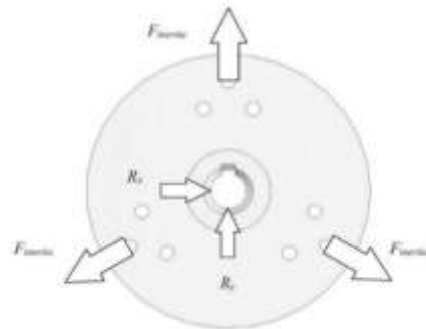


Рисунок 2-Навантаження на хаб.

Хаби, що виготовляються з композиційних матеріалів (полімерні композити, армовані вуглецевим або скляним волокном) поки що рідкість на сьогодні, тільки переважно в експериментальних або малих турбінах, але мають деякі переваги і це треба досліджувати.

Розглянемо модельну задачу контактної взаємодії жорсткого хабу та лопаті вітротурбіни, яка виготовлена з композиційного матеріалу з циліндричною анізотропією. Це означає, що механічні властивості матеріалу змінюються залежно від кута та радіального положення, що характерно для шаруватих або намотаних композитів. Болт вважається абсолютно жорстким. До нього прикладено зовнішнє зусилля, що може включати осьову силу, згинальний момент або комбінацію навантажень. Хаб виготовлений з композитного матеріалу, механічні властивості якого змінюються в залежності від радіальної координати та кута (циліндрична анізотропія). Контакт між хабом і болтом жорсткий. Контактний тиск буде неоднорідним через анізотропію



матеріалу. Тобто, постановка задачі буде ідентична наступній задачі про передачу навантаження від стержня до ортотропної пластини з циліндричною анізотропією, що має вигляд кільцевого сектора (рис.3). Пружна пластина $R_0 \leq r < \infty$, $-\gamma \leq \theta \leq \gamma$ закріплена по кромках $\theta = \pm\gamma$. на нескінченності напруження і переміщення відсутні. Уздовж серединного радіусу ($\theta = 0$) пластина посилена стержнем, який в граничній точці $r = R_0$ навантажений подовжнім зусиллям P_0 (в цій задачі напрям розглядався протилежним до напрямку тиску болта на хаб).

Вважається, що $0 \leq \xi \leq h$, $h = \ln R_1/R_0$; ($R_0 \leq r \leq R_1$); $0 \leq \eta \leq \gamma$.

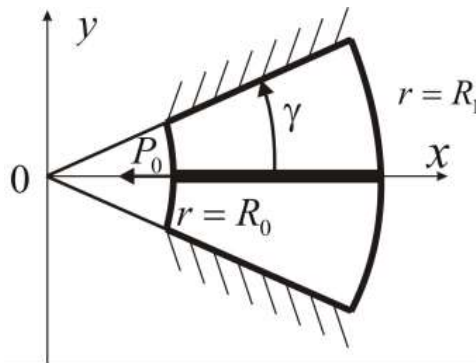


Рисунок 3.

Ця задача зводиться до інтегрування рівнянь рівноваги пластини в переміщеннях

$$\begin{cases} B_1 u_{\xi\xi} + G u_{\eta\eta} - B_2 (v_\eta + u) + G m v_{\xi\eta} - G v_\eta = 0, \\ G v_{\xi\xi} + B_2 v_{\eta\eta} + B_2 u_\eta + G m u_{\xi\eta} + G (u_\eta - v) = 0; \end{cases} \quad (1)$$

за таких граничних умов:

$$\begin{aligned} \sigma_1 = B_1 (R_0 e^\xi)^{-1} (u_\xi + \mathfrak{G}_2 (v_\eta + u)) = 0, \tau = G (R_0 e^\xi)^{-1} (u_\eta + v_\xi - v) = 0 \quad (\xi = 0, \xi = h), \\ u = u_\xi, v = 0 \quad (\eta = 0); u = v = 0 \quad (\eta = \pm\gamma). \end{aligned} \quad (2)$$

Переміщення стержня u_c задовольняє співвідношенню

$$E I' u_{c\xi\xi\xi} - P_1 R_0 e^\xi \delta(\xi) - 2 R_0 e^\xi \tau(\xi, 0), \quad (3)$$

а контактне зусилля взаємодії між стержнем і пластиною визначається формулою (4).

$$T(\xi) = \tau(\xi, 0) = G (R_0 e^\xi)^{-1} u_\eta|_{\eta=0}. \quad (4)$$

У першому наближенні для даної задачі НДС першого типу має вигляд (напружений стан першого типу)



$$B_1 u_{\xi\xi}^{1,0} + G u_{\eta\eta}^{1,0} = 0, \quad (5)$$

$$v_{\eta}^{1,0} + u^{1,0} = 0, \quad (6)$$

з граничними умовами $u^{1,0} = u_c (\eta = 0); u^{1,0} = 0 (\eta = \gamma)$. (7)

Рівняння, які відповідають НДС другого типу мають

вигляд $G v_{\xi\xi}^{2,0} + B_2 v_{\eta\eta}^{2,0} = 0, u_{\xi\xi}^{2,0} = 0,$ (8)

за таких граничних умов:

$$v_{\xi}^{2,0} = -u_{\eta}^{1,0} (\xi = 0; \xi = h), v^{2,0} = -v^{1,0} (\eta = 0; \eta = \gamma) \quad (9)$$

Для НДС першого типу одержано компоненти вектора переміщень

$$u^{1,0}(\xi, \eta) = -\frac{P_0 R_0}{EF} \frac{\omega(\gamma - \eta)}{gh} - \frac{2P_0 R_0}{EFh} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n, \eta) \cos(\alpha_n \xi)}{\varphi(n)}, \quad (10)$$

$$v^{1,0}(\xi, \eta) = -\frac{P_0 R_0}{EF} \frac{\omega(\gamma - \eta)^2}{gh} - \frac{2P_0 R_0}{\omega EFh} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_1(n, \eta) \cos(\alpha_n \xi)}{\alpha_n \varphi(n)}, \quad (11)$$

де $\alpha_n = n\pi/h$; $f(n, \eta) = sh[\omega\alpha_n(\gamma - \eta)] / sh(\omega\alpha_n\gamma)$; $g = 2G\omega / (EF)$,

$f_1(n, \eta) = ch[\omega\alpha_n(\gamma - \eta)] / sh(\omega\alpha_n\gamma)$; $\omega = (B_1 / G)^{1/2}$; $\varphi(n) = \alpha_n^2 + g\alpha_n ch(\omega\alpha_n\gamma)$.

$$v^{1,0}(\xi, 0) = -\frac{P_0 R_0}{EF} \frac{\omega\gamma^2}{2gh} - \frac{2P_0 R_0}{EF} \frac{h^2}{\omega\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ch(\omega\alpha_n\gamma) \cos(\alpha_n \xi)}{n^2 [n + g(h/\pi) ch(\omega\alpha_n\gamma)]},$$

$$v^{1,0}(\xi, \gamma) = -\frac{2P_0 R_0}{EF} \frac{h^2}{\omega\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\alpha_n \xi)}{n^2 sh(\omega\alpha_n\gamma) [n + g(h/\pi) ch(\omega\alpha_n\gamma)]}$$

Отримані розв'язки не задовольняють нульовим граничним умовам за дотичним напруженням τ для пластини при $\xi = 0$ і $\xi = h$, а також нульовим граничним умовам за компонентою вектора переміщень v при $\eta = 0$ и $\eta = \gamma$. Усунення відповідних нев'язок забезпечується розв'язанням крайової задачі другого типу НДС. Треба зауважити, що розв'язки для зусилля контактної взаємодії, одержані асимптотичним методом, справедливі всюди, крім безпосереднього околу точок $\xi = 0, \eta = 0$ та $\xi = 0, \eta = \gamma$, де потрібно використовувати особливий розв'язок $\tau(x) = Ax^{-1}$. Невідомий постійний коефіцієнт A знаходиться з умов «зрощування» (в деякій точці співпадають як особливий та наближений розв'язки, так і їх похідні). Ці умови дозволяють визначити точку зрощування двох розв'язків та константу особливого. Показано, що зона, в якій необхідно використовувати особливий розв'язок, незначна. Отримані результати можуть бути використані для оптимізації конструкції з'єднання хабу і лопаті та



прогнозування довговічності матеріалу. Одержані на основі запропонованого підходу значення для контактних напружень разом з особливим розв'язком дають рівномірно придатний в усій області контакту наближений розв'язок задачі для ефективного дослідження картини контактної взаємодії зазначених елементів конструкції сучасного вітряка.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Манєвіч Л. І. & Л. І. Манєвіч, А. В. Павленко, С. Г. Коблік (1982). Асимптотические методы в теории упругости ортотропного тела /- К., Донецк: Вища школа, 152 с.
2. Кагадій Т.С. Шпорта А.Г., Білова О.В., Щербина І.В. (2021) Математичне моделювання в задачах геометрично нелінійної теорії пружності // Прикладні питання математичного моделювання. – 2021. – Т. 4, №1. – С. 103–110. <https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.11>
3. Kahadii, T.S., Shporta, A.H., Bilova, O.V., & Shcherbyna, I.V. (2020). Napruzhenodeformovanyi stan sharuvatoi osnovy z pidkripliuuiuchym elementom. Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання. KhNTU. 3 (2.1), 107-116.
4. Redchyts D., Fernandez-Gamiz U., Tarasov S., Tarasov A., Moiseienko S. Comparison of aerodynamics of vertical-axis wind turbine with single and combine Darrieus and Savonius rotors.
5. Redchyts D., Portal-Porras K., Tarasov S., Moiseienko S., Tuchyna U., Starun N., Fernandez-Gamiz U. (2023) Aerodynamic Performance of Vertical-Axis Wind Turbines. Journal of Marine Science and Engineering. Vol. 11(7):1367. P. 1-16. <https://doi.org/10.3390/jmse11071367> (Scopus, Q2).
6. Dovgyi S., Moiseienko S., Polevoy O., Redchyts D., Tarasov S. (2024). Mathematical modelling of vertical-axis wind turbines rotors aerodynamics. Topical Problems of Fluid Mechanics 2024, Prague, 2024. P. 31-37. <https://doi.org/10.14311/TPFM.2024.005> (Web of Science).
7. Г. Півняк, Ф. Шкрабець, Н. Нойбергер, Д. Циленков (2015) Основи вітроенергетики: підручник /; М-во освіти і науки України, Нац. гірн. ун-т. – Д.: НГУ, 2015. – 335 с.

