

## **Определение средних радиуса трения, удельного давления плоских пят и среднего радиуса трения дисковых тормозов**

Бондаренко Л.Н., Колбун В.В., Жаковский А.Д.

Постановка проблемы. Подпятник (опорные подшипники) служит для поддержания вращающихся осей и валов при действии нагрузки, направленной вдоль оси вращения (при осевой нагрузке). Они могут быть с плоской, кольцевой и гребенчатой пятнами.

Величина момента сил трения, возникающих под действием осевой силы  $Q$  при скольжении пят по подпятнику, зависит от закона распределения удельного давления на опорной поверхности. Считается, что для новых пят удельное давление распределяется равномерно, а для прирабатывающихся – из условия одинакового износа во всех точках поверхности.

Как в первом, так и во втором случаях момент трения находится исходя из равнодействующей распределенной нагрузки. Более логично расчет надо было бы вести через средний радиус трения, который находится из равенства работ сил трения над и под средним радиусом. Это позволит судить о средних величинах износа, температуры, давления. Из условия одинакового износа необходимо вести расчет и дисковых тормозов.

Цель статьи. Найти величину среднего радиуса трения для случаев равномерного распределения давления и распределения при одинаковом износе во всех точках пят и среднего радиуса трения для дисковых тормозов.

### Материал исследований.

#### 1. Случай равномерного распределения давления.

Как и в [1] выделим элементарную площадку  $dS = r dr d\varphi$  (рис.1) и приложим к ней нормальную силу  $dN = q dS$  и силу  $dF = \mu dN$ .

При  $q = \text{const}$  в [1] получено следующее выражение для определения момента трения

$$M = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot Q \cdot (r_2 + r_1) \quad (1)$$

Исходя из этого выражения следует, что средний радиус трения равняется

$$r_{cp} = \frac{2}{3} \cdot (r_2 + r_1), \quad (2)$$

Найдем величину  $r_{cp}$  из условия равенства работ силы трения на площадях над  $r_{cp}$  и под ним.

Элементарная работа сил трения за один оборот пят

$$dA = dN \cdot 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \mu = \frac{2 \cdot Q \cdot \rho^2 \cdot \mu}{(r_2^2 - r_1^2)} \cdot d\rho \cdot d\varphi. \quad (3)$$

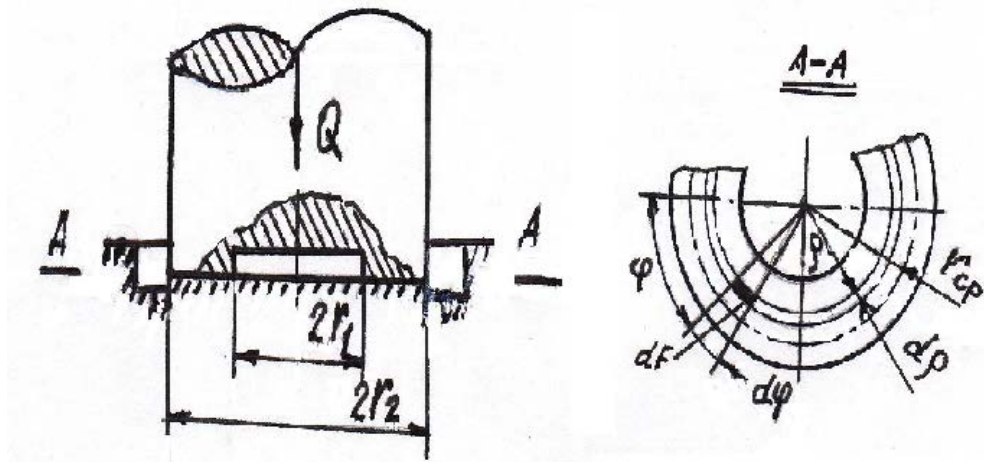


Рис. 1. К определению среднего радиуса плоской пяты

Проинтегрировав это выражение в пределах  $r_2 - r_{cp}$  и  $r_{cp} - r_1$ , получим работы над и под средней линией

$$A_H = \frac{2 \cdot Q \cdot \mu}{(r_2^2 - r_1^2)} \cdot \int_0^{2\pi} \int_{r_{cp}}^{r_2} \rho^2 \cdot d\rho \cdot d\varphi = \frac{4 \cdot Q \cdot \pi \cdot \mu}{3 \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \cdot (r_2^3 - r_{cp}^3); \quad (4)$$

$$A_{II} = \frac{4 \cdot Q \cdot \pi \cdot \mu}{3 \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \cdot (r_{cp}^3 - r_1^3) \quad (5)$$

Исходя из поставленной задачи, приравняв эти работы, получим

$$r_{cp} = \sqrt[3]{\frac{(r_2^3 + r_1^3)}{2}}. \quad (6)$$

Из этой величины  $r_{cp}$  момент трения

$$M = Q \cdot \mu \cdot \sqrt[3]{\frac{(r_2^3 + r_1^3)}{2}}. \quad (7)$$

Зависимости от величины  $r_1$  при постоянном значении  $r_2=100$ мм,  $Q=50$ кН,  $\mu=0,1$  значения  $r_{cp}$  и момента трения показаны на рис.2. Здесь же показаны и мощности сил трения при частоте вращения оси  $n=100$ об/мин.

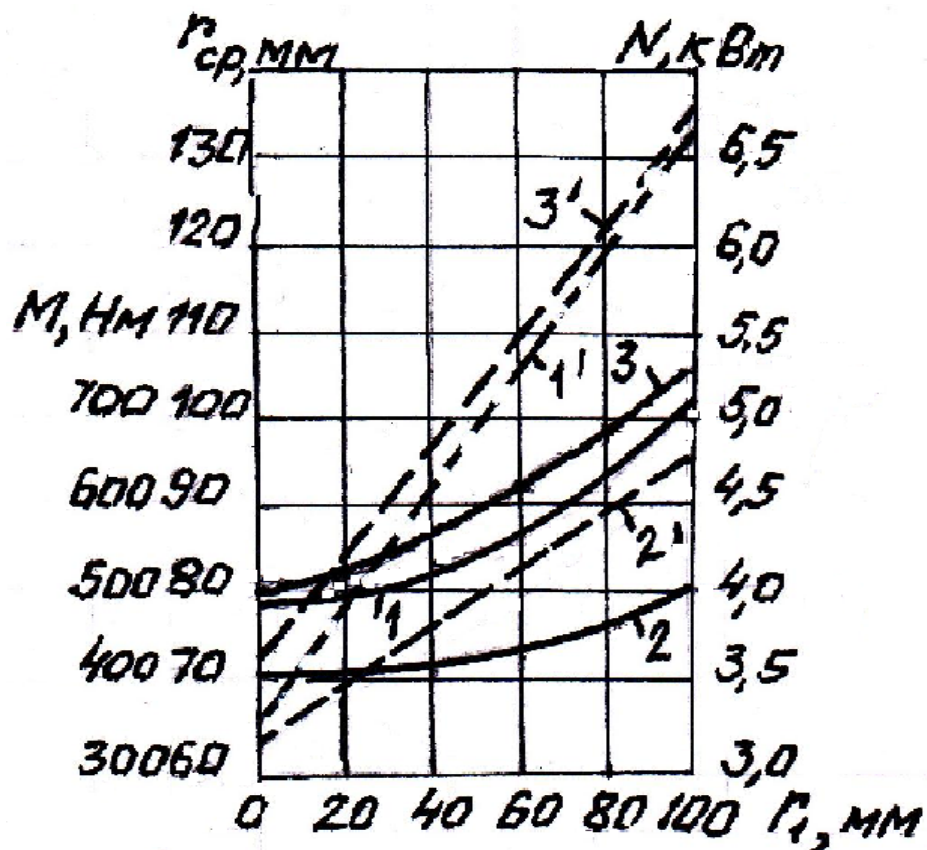


Рис.2. Зависимость от внутреннего радиуса кольцевой пяты: 1 – среднего радиуса из равенства работ трения; 1' – то же из равнодействующей распределенной нагрузки; 2 – момент трения при равенстве работ; 2' – тоже при равнодействующей распределенной нагрузке; 3 – мощности трения при равенстве работ трения; 3' – тоже при распределенной нагрузке.

2. Случай распределения давления при одинаковом износе во всех точках пяты.

Будем считать, что износ в направлении нормали  $\delta = c\omega q\rho = c_1 q\rho$ . Поскольку для плоской пяты  $q\rho = \text{const}$ , то аналогично [1] величина осевой силы определяется как

$$Q = q \cdot \rho \cdot \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} d\rho \cdot d\varphi = 2 \cdot \pi \cdot q \cdot \rho \cdot (r_2 - r_1). \quad (8)$$

Отсюда удельное давление в точке, расположенной на расстоянии  $\rho$  от оси

$$q = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot (r_2 - r_1)}. \quad (9)$$

Для определения величины среднего давления  $q_{\text{ср}}$  найдем площадь фигуры ограниченной этим уравнением и осью ординат  $r_2$  и  $r_1$

$$S_1 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot (r_2 - r_1)} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot (r_2 - r_1)} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (10)$$

Площадь равновеликого прямоугольника

$$S_2 = q_{cp} \cdot (r_2 - r_1). \quad (11)$$

Приравняв эти выражения, получим, что

$$q_{cp} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot (r_2 - r_1)^2} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (12)$$

Поскольку  $q_{cp}$ ,  $\rho_{cp}$  должно быть постоянной величиной, то при известном  $q_{cp}$  из (9)

$$\rho_{cp} = r_{cp} = \frac{Q}{q_{cp} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (r_2 - r_1)} = \frac{r_2 - r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (13)$$

Отметим, что в [1] формула (12) выглядит следующим образом

$$q_{cp} = \frac{Q}{\pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)}.$$

Изменение среднего удельного давления для плоской кольцевой пяты: по предлагаемым формулам

$$q_{cp} \cdot r_{cp} = A_{II} = \frac{Q \cdot (r_2 + r_1)}{\pi \cdot (r_2 - r_1)^2} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}; \quad (14)$$

по формулам, приведенным в [1]

$$q_{cp} \cdot r_{cp} = A_C = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot (r_2 - r_1)}. \quad (15)$$

Зависимости от внутреннего радиуса средних радиусов и средних удельных давлений, полученных по предлагаемым и существующим формулам, показаны на рис.3.

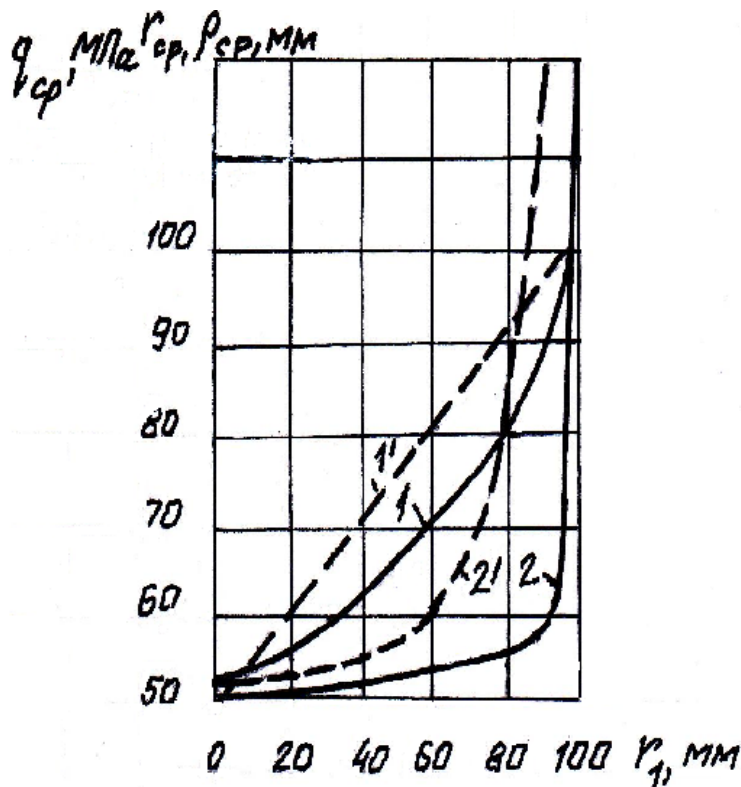


Рис.3. Зависимости от внутреннего радиуса (при  $r_2=100\text{мм}$ ): 1, 1' - средних радиусов, полученных по предлагаемой и приведенной в [1] формулам; 2, 2' – тоже для средних удельных давлений.

Задача, рассмотренная в п.1 аналогична расчету дисковых тормозов. В [2, 3] и [4, 5] средний радиус трения, полученный исходя из радиуса действия всех элементарных сил по площади трения интегрированием момента трения, возникающего по кольцевой площади трения шириной  $dr$  на расстоянии  $r$  от оси вращения и при давлении  $P$  на этой площади. В результате получено следующее выражение для определения среднего радиуса:

$$r_{cp} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (16)$$

В [5], кроме того, получена формула для  $r_{cp}$  исходя из условия равномерного износа поверхностей трения  $pV=const$

$$r_{cp} = \frac{r_2 - r_1}{2}. \quad (17)$$

Поскольку главная физическая задача тормозов состоит в превращении механической энергии в тепловую, то величину среднего радиуса трения более корректно находить из равенства работ, как приведено в п. 1 для пят.

Для сплошного кольцевого сектора выкладки, определяющие  $r_{cp}$  и  $M$  аналогичны п. 1 и формулы имеют тот же вид, что (6) и (7).

Однако, в тормозах вставки могут иметь разный вид (рис. 4), и формулы для определения  $r_{cp}$  разнятся.

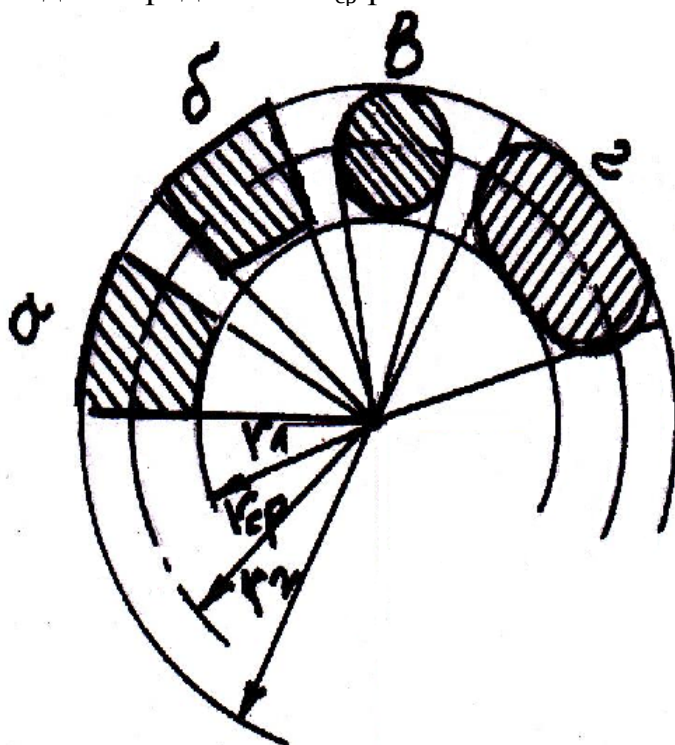


Рис. 4. Формы фрикционных накладок: а – кольцевой сектор; б – прямоугольный сектор; в – круговая вставка; г – овальная вставка.

3.1 Кольцевой сектор. Проведя выкладки аналогичные п. 1 получим ту же формулу (6) поскольку формулы для определения работ сил трения в этих случаях совпадают.

3.2 Прямоугольный сектор. Поскольку площадь выделенного прямоугольного кольца здесь выражается через  $\arcsin(B/\rho)$ , где  $B$  – ширина сектора, то формула для определения  $r_{cp}$  получена в первом приближении после разложения  $\arcsin$  в ряд с удержанием одного члена ряда

$$r_{cp} = \sqrt{0,5 \cdot (r_2^2 + r_1^2)}, \quad (18)$$

а с удержанием двух членов ряда формула для  $r_{cp}$  получается в виде

$$(r_2^2 + r_{cp}^2) - (r_{cp}^2 - r_1^2) = \frac{1}{3} \cdot B \cdot (\ln r_2 - 2 \cdot \ln r_{cp} - \ln r_1) = 0. \quad (19)$$

3.3 Круглая вставка. Выражение для определения среднего радиуса

$$r_{cp} = 0,758 \cdot (r_2^{\frac{5}{2}} + r_1^{\frac{5}{2}})^{\frac{2}{3}}. \quad (20)$$

3.4 Овальная вставка. Формула для определения  $r_{cp}$  является суммой случаев б) и в)

$$r_{cp}^{\frac{3}{2}} + r_{cp}^3 = \frac{1}{2} \cdot (r_2^{\frac{3}{2}} + r_2^3 + r_1^3). \quad (21)$$

Анализ полученных формул и графиков на рис. 2 и рис. 3 позволяет сделать следующие выводы:

- при равномерном распределении удельного давления как для кольцевой, сплошной пят, так и дисковых тормозов средние значения радиусов давления, моментов трения более корректно определять из равенства работ относительно условного среднего радиуса, поскольку существующие формулы предполагают линейную зависимость между площадью и размерами;

- в решении задач при распределении давления для случая одинакового износа во всех точках пяты более точно находить из равенства площадей прямоугольника и фигуры ограниченной уравнением, определяющим удельные давления на установленном расстоянии от центра пяты.

## Литература

1. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1969. – 584с.
2. Тормозные устройства. Справочник/ Александров М.П., Лысяков А.Г., Федосеев В.Н. и др. – М.: Машиностроение, 1985. – 319с.
3. Справочник по кранам. В 2 т. Т.1/Александров М.Л., Гохберг М.М., Ковин А.А. и др. – Л.: Машиностроение, 1988. – 559с.
4. Грузоподъемные машины/ Александров М.П., Колобов Л.Н., Лобов Н.А. и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 400с.

5.Подъемно – транспортные машины. – М.: Машиностроение, 1989. – 536с.

6.Бондаренко Л.Н. Определение средних радиусов трения конических и дисковых тормозов/ Подъемные сооружения. Специальная техника. – Одесса: НТА «Подъемные сооружения», 2009. - № 5(93). – С. 26 – 28.

7.Newcomb T.P. Energy dissipated during braking – wear, 1980, Vol/. 5, N 2. – P. 401 – 407.

8.Ortwein W.C. Estimating Torque and Lining Pressure for Bend. Type Drum Brakes. SAE Techn. Pap. Ser., 1984, N 84(234). – 6p.