

Л. Н. ДЕГТЯРЕВА, Ю. И. ОСЕНИН (Восточноукраинский национальный университет им. Владимира Даля, Луганск), С. В. МЯМЛИН (ДИИТ)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИЛОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛЕС И РЕЛЬСОВ

У статті запропоновано математичний опис силової взаємодії коліс і рейок, а також виконано опис деяких показників безпеки руху рейкових екіпажів.

В статье предложено математическое описание силового взаимодействия колес и рельсов, а также выполнено описание некоторых показателей безопасности движения рельсовых экипажей.

In the article the mathematical description of force interaction of wheels and rails is offered as well as the description of some indices of traffic safety of rail vehicles is performed.

Обеспечение безопасности движения поездов является первостепенной и актуальной задачей, стоящей перед железнодорожным транспортом. Уровень безопасной эксплуатации подвижного состава на железных дорогах определяется, в основном, наличием запаса устойчивости рельсового экипажа от схода с рельсов [1 – 3]. Рост грузонапряженности и скорости движения на сети железных дорог приводит к существенному повышению количества повреждений колес и рельсов, а также, как следствие, к повышению вероятности схода рельсовых экипажей из-за повышения уровня силового взаимодействия колес и рельсов. Поэтому уровень эксплуатационной безопасности рельсовых экипажей как механических систем определяется, главным образом, их устойчивостью от схода с рельсов.

Известно, что процесс движения рельсовых экипажей приводит к появлению горизонтальных поперечных (относительно направления движения) сил, которые определяются уровнем взаимодействия гребней колес с рельсами. Характер возмущенного движения рельсовых экипажей как раз и приводит к появлению горизонтальных поперечных по отношению к оси пути перемещений. При относительно низких скоростях движения силы, возникающие после выбора зазоров в колее и при упирании гребней колес в головки рельсов, при определенном уровне неровностей неопасны для системы «колесо-рельс». Но при увеличении скорости движения экипажей эти силы возрастают так, что появляется угроза безопасности движения и возрастает вероятность схода с рельсов. Поэтому создание таких ходовых частей подвижного состава (элементов системы «колесо-рельс»), которые обеспечивают устойчивое движение

подвижного состава и предотвращают возможность всползания гребня колеса на головку рельса и препятствуют возможному сходу, является актуальной научно-прикладной задачей для железнодорожного транспорта. В последнее время исследователями интенсивно ведется поиск таких конструкций ходовых частей, при которых движение рельсовых экипажей было бы более устойчивым [3 – 7]. Реализация подобных технических решений позволяет существенно повысить безопасность движения и продлить срок службы колесных пар.

Расчетные схемы рельсовых экипажей, применяемые для исследования устойчивости невозмущенного движения, представляют собой, несомненно, нелинейные системы [8 – 10]. Нелинейности имеют место вследствие зазоров в буксовых узлах, скользунах и тому подобных соединениях, нелинейности сил взаимодействия колес с рельсами, а в настоящее время нелинейности присутствуют и в некоторых типах рессорного подвешивания из-за наличия специальных амортизаторов и особых соединений [8, 11]. Далее рассмотрим математическое описание силового взаимодействия колес и рельсов при движении тележки железнодорожного экипажа по рельсовому пути с учетом его изменения в плане, т.е. в криволинейных участках пути. Для примера возьмем конструкцию трехосной тележки тепловоза.

При движении в кривой, как известно, тележка совершает сложное движение. Повороту и поперечному смещению тележки препятствуют силы трения между колесами и рельсами:  $P_{\mu}$  – сила трения в каждой точке контакта ( $\mu$  – коэффициент трения скольжения),  $P$  – статическая нагрузка, действующая от колеса на рельс. Составляющие этих сил – продольные  $H_i$  и по-

перечные  $V_i$  – определяются графически или аналитически ( $i$  – обозначает порядковый номер колесной пары) [12]:

$$H_i = \Pi\mu \frac{s}{\sqrt{x_i^2 + s^2}} = \Pi\mu \frac{0,5l_k}{\sqrt{x_i^2 + \frac{l_k^2}{4}}}; \quad (1)$$

$$V_i = \Pi\mu \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + s^2}} = \Pi\mu \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + \frac{l_k^2}{4}}}. \quad (2)$$

Статическая нагрузка на рельс определяется по формуле [1]:

$$\Pi = P_p + q, \quad (3)$$

где  $P_p$  – нагрузка от подрессоренного веса, передаваемая от рессоры на буксу во время движения колеса по неровности;  
 $q$  – неподрессоренный вес.

Система уравнений равновесия тележки, в которой сумма всех поперечных сил равна нулю и сумма моментов относительно центра поворота равна нулю, имеет следующий вид [12]:

$$\begin{cases} -Y_1 + C_T + \sum V_i = 0; \\ C_T x_2 + \sum M_{тр} - M_B = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Согласно этим уравнениям, на тележку действует часть центробежной силы инерции  $C_T$ , не уравновешенная возвышением наружного рельса и зависящая от скорости движения, и направляющее усилие со стороны наружного рельса  $Y_1$  [12]:

$$C_T = 2m\Pi \left( \frac{v^2}{gR} - \frac{h}{2s} \right), \quad (5)$$

где  $h$  – возвышение наружного рельса

$$h = \frac{2sv^2}{gR} = 12,5 \frac{v^2}{R};$$

$m$  – число осей в тележке;

$g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – ускорение силы тяжести (свободного падения);

$2s$  – расстояние между кругами катания колесной пары;

$v$  – скорость движения вагона (тепловоза);

$R$  – радиус кривой в криволинейных участках пути;

$m$  – число осей в тележке.

Часто вместо центробежной силы вводят понятие непогашенного ускорения

$a_{\text{нп}} = \frac{v^2}{R} - \frac{h}{2s} g$  [2]. В качестве предельно допустимого значения принято  $a_{\text{нп}} = 0,7 \text{ м/с}^2$ .

$\sum M_{\text{тр}}$  – суммарный момент сил трения относительно точки приложения сил в точке контакта колеса и головки рельса (т.е. в точке набегания левого по ходу движения колеса передней колесной пары на рельс) [1]:

$$\sum M_{\text{тр}} = 2V_2 l_2 - 2V_3 l_3 - (H_1 + H_2 + H_3) l_k,$$

где  $l_k$  – расстояние между центрами катания колесных пар;

$l_2$  и  $l_3$  – расстояние между осями соседних колесных пар;

$H_i$  и  $V_i$  – определяются согласно формул (1) и (2), соответственно.

$$x_2 = x_1 - l_T, \quad \text{где } x_1 = \frac{L}{2} + \frac{R(u_b - u_a)}{L} - \text{полюсное расстояние, которое обычно находится}$$

в пределах от  $L$  до  $l_T$  (рис. 1);

$R$  – радиус кривизны, проведенный из центра кривой через центр тяжести колесной пары до наружного рельса;

$u_a$  – величина смещения передней колесной пары рамы тележки при набегании гребня левого колеса на наружный рельс;

$u_b$  – зазор между гребнем левого колеса и головкой наружного рельса.

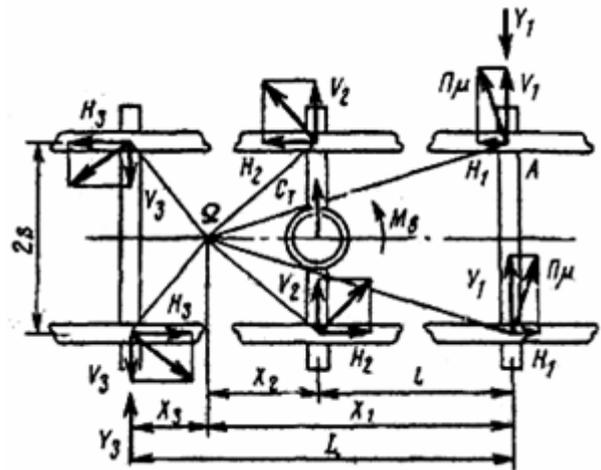


Рис. 1. Схема сил, действующих на тележку при движении

При наличии возвращающих устройств в опорах тележки должны учитываться и возвращающие силы (или их момент  $M_B$ ).

Возвращающий момент можно определить согласно формуле [1]:

$$M_B = (P_{\text{шн}} + P'_{\text{и}})(l_1 - l_2), \quad (6)$$

где  $P_{\text{шт}} = 1,3P_{\text{шт ст}} = 1,3(P_{\text{ст}} - q)$  – статическая нагрузка на шейку оси ( $q$  – *неподрессоренный вес*);

$$P'_{\text{ш}} = \frac{G_6 \varpi}{g} \text{ – сила инерции буксы и балансира;}$$

сيرا:  $G_6$  – вес буксы и балансира;

$$\varpi = \left( 2 + 0,13 \frac{v}{\sqrt[3]{(2q)^2}} \right) \text{ – круговая частота}$$

относа и виляния.

С учетом вышеизложенного система уравнений равновесия тележки примет вид

$$\begin{cases} -Y_1 + 2m(P_p + q) \left( \frac{v^2}{gR} - \frac{h}{2s} \right) + \\ + \sum (P_p + q) \mu \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + \frac{l_k^2}{4}}} = 0; \\ 2m(P_p + q) \left( \frac{v^2}{gR} - \frac{h}{2s} \right) \cdot \left( \frac{L}{2} + \frac{R(u_b - u_a)}{L} - l_T \right) + \\ + (2V_2 l_2 - 2V_3 l_3 - (H_1 + H_2 + H_3) l_k) - \\ - \left( 1,3(P_{\text{ст}} - q) + \frac{G_6}{g} \left( 2 + 0,13 \frac{v}{\sqrt[3]{(2q)^2}} \right) \right) (l_1 - l_2) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Согласно «Норм расчета...» [13], устойчивость колесной пары против схода с рельса проверяется для наиболее опасных случаев сочетания большой поперечной силы взаимодействия набегающего колеса с рельсом и малой вертикальной нагрузки на это колесо. При этом возможно всползание гребня набегающего колеса на головку рельса и последующий сход вагона с рельсов.

Оценка устойчивости производится при помощи коэффициента запаса устойчивости колеса против схода с рельса по формуле [14]:

$$k_y = \frac{\text{tg}\beta - \mu}{1 + \mu \text{tg}\beta} (P_B / P_6) > 1, \quad (8)$$

где  $\beta$  – угол наклона образующей конусообразной поверхности гребня колеса с горизонталью. Для новых колес с профилем по ГОСТ 9036-88  $\beta = 60...65^\circ$ ;

$\mu$  – коэффициент трения поверхностей колес и рельсов (принимается  $\mu = 0,25$ ).

В данной формуле величина  $\frac{\text{tg}\beta - \mu}{1 + \mu \text{tg}\beta}$  является неизменной, следовательно, отношение

$(P_B / P_6)$  является определяющим, таким образом, для выполнения условия (8) величина  $P_B$  (вертикальная сила давления колеса на рельс) должна быть больше  $P_6$  (горизонтальная сила динамического давления колеса на головку рельса)  $\left( P_B > P_6 \Rightarrow \frac{P_B}{P_6} > 1 \right)$ . Рассматриваемые силы представлены на рис. 2.

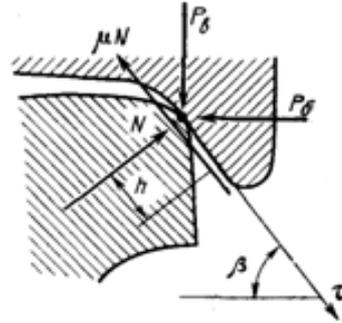


Рис. 2. Схема распределения сил в точке контакта гребня колеса с боковой гранью головки рельса

Далее рассмотрим действие сил на колесную пару в кривой. В схеме, представленной на рис. 3, введены следующие обозначения:  $H_1$  – боковое давление на направляющее (набегающее) колесо;  $H_2$  – составляющая силы трения между бандажом колеса и внутренним рельсом, совпадающая с направлением оси,  $Q_{\text{шт ст}}$  – статическая нагрузка на шейку оси [1].

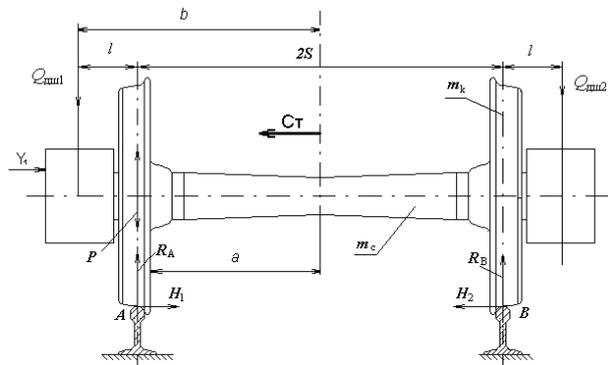


Рис. 3. Силы, действующие на колесную пару

Учитывая вышеизложенное, формула для определения коэффициента запаса устойчивости колеса против схода с рельса примет вид:

$$k_y = \frac{\text{tg}\beta - \mu}{1 + \mu \text{tg}\beta} (P_B / P_6) = \frac{\text{tg}\beta - \mu}{1 + \mu \text{tg}\beta} \times \left( 2Q_{\text{шт ст}} \left[ \frac{b - a_{1,2}}{l} (1 - \kappa_{\text{дв}}) \pm \frac{b}{l} \kappa_{\text{дбк}} \right] \pm \left( \pm F_p \frac{r}{l} + q_{\text{кп}} \frac{b - a_{1,2}}{l} / (F_p + \mu P_2) \right) \right), \quad (9)$$

где  $q_{\text{кп}} = m_{\text{кп}}g$  – вес колесной пары;

$$K_{\text{дв}} = \frac{Q_{\text{дш1}} + Q_{\text{дш2}}}{2Q_{\text{шст}}} - \text{коэффициент динамики}$$

за счет вертикальных колебаний кузова вагона;

$$K_{\text{дбк}} = \frac{Q_{\text{дш1}} - Q_{\text{дш2}}}{2Q_{\text{шст}}} - \text{коэффициент динамики}$$

за счет боковой качки кузова вагона.

Как видим, в этом случае коэффициент запаса устойчивости колеса против схода с рельса более полно учитывает распределение сил, действующих в контакте, и, тем самым, более объективно оценивает условия безопасности движения.

Конечно, при изучении взаимодействия колес с рельсами по некоторым гипотезам возможно учитывать еще и дополнительные силы, например, силы проскальзывания или силы инерции, в том числе и силы инерции приведенных масс пути [6, 7, 9 – 11, 13, 15, 16], но для качественной оценки показателей безопасности возможно ограничиться и рассмотрением нормируемых силовых величин.

Таким образом, предложено математическое описание силового взаимодействия колес и рельсов, а также выполнено описание некоторых показателей безопасности движения рельсовых экипажей. При этом получен вывод о том, что одним из возможных путей решения проблемы повышения безопасности движения рельсовых экипажей является создание устройств, которые препятствуют поперечному смещению колесных пар и всползанию колеса на головку рельса.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Конструкция и динамика тепловозов [Текст] / В. Н. Иванов и др. – Изд-во «Транспорт», 1968. – 320 с.
2. Вершинский, С. В. Динамика вагона [Текст] : учеб. для вузов ж/д трансп. / С. В. Вершинский, В. Н. Данилов, В. Д. Хусидов; под ред. С. В. Вершинского. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
3. Лисенков, В. М. Безопасность технических средств в системах управления движением поездов [Текст] / В. М. Лисенков. – М.: Транспорт, 1992. – 192 с.

4. Воронько, А. Н. Анализ критериев устойчивости железнодорожных экипажей от схода с рельсов [Текст] / А. Н. Воронько, С. Ю. Сапронова, В. П. Ткаченко // Вестник ВГУ им. В. Даля. – 2006. – № 8 (102), ч. 1. – С. 115-120.
5. Автоколебания и устойчивость движения рельсовых колебаний [Текст] / Ю. В. Демин и др. – К.: Наук. думка, 1984. – 160 с.
6. Сакало, В. И. Контактные задачи железнодорожного транспорта [Текст] / В. И. Сакало, В. С. Коссов. – М.: Машиностроение, 2004.
7. Радченко, Н. А. Криволинейное движение рельсовых транспортных средств [Текст] / Н. А. Радченко. – К.: Наук. думка, 1988. – 216 с.
8. Лазарян, В. А. Нагруженность, колебания и прочность сложных механических систем [Текст] / В. А. Лазарян. – К.: Наук. думка, 1977.
9. Моделирование контактных взаимодействий в задачах динамики систем тел [Текст] / Д. Ю. Погорелов и др. // Динамика, прочность и надежность транспортных машин: Сб. науч. тр. / под ред. В. И. Сакало. – Брянск: БГТУ, 2001. – С. 11-23.
10. Дмитроченко, О. Н. Моделирование геометрически нелинейных упругих стержневых систем на основе подхода систем твердых тел. [Текст] / О. Н. Дмитроченко, Н. Н. Михайлов, Д. Ю. Погорелов // Динамика и прочность транспортных машин. – Брянск: БГТУ, 1997.
11. Манашкин, Л. А. Гасители колебаний и амортизаторы ударов рельсовых экипажей (математические модели) [Текст] : монография / Л. А. Манашкин, С. В. Мямлин, В. И. Приходько. – Д.: АРТ-ПРЕСС, 2007. – 196 с.
12. Вагоны [Текст] : учеб. для вузов ж/д трансп. / Л. А. Шадур и др.; под ред. Л. А. Шадура. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1980. – 439 с.
13. Нормы расчета проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных) [Текст] / ГосНИИВ; ВНИИЖТ. – М., 1996.
14. Вериги, М. Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава [Текст] / М. Ф. Вериги, А. Я. Коган. – М.: Транспорт, 1986. – 560 с.
15. Мямлин, С. В. Моделирование динамики рельсовых экипажей [Текст] / С. В. Мямлин. – Д.: Новая идеология, 2002. – 240 с.
16. Шеффель, Г. Устойчивость при вилянии с боковым отклонением и способность подвижного состава вписываться в кривые [Текст] / Г. Шеффель // Ж.д. мира. – 1974. – № 12. – С. 32-46.

Поступила в редколлегию 18.03.2009.

Принята к печати 10.04.2009.