

Коноводов Д.В., Бояркін В.В., Маслов Д.А.

Автоматизований розрахунок параметрів процесу холодної прокатки штаб на безперервних станах

Konovodov D.V., Boiarkin V.V., Maslov D.A.

Automated calculation of cold rolling parameters on continuous rolling mills

Мета. Підвищення точності та швидкості розрахунку режимів обтисків, енергосилових, кінематичних та температурних параметрів процесу холодної прокатки штаб на безперервних станах.

Методика. Аналіз моделей напружень тертя для підвищення рівня працездатності моделі процесу холодної прокатки. Обґрунтування моделі для визначення напружень тертя при холодній прокатці, з метою підвищення точності прогнозування нормальних контактних напружень, енергосилових, кінематичних та температурних параметрів процесу.

Результати. Представлено аналіз моделей напружень тертя, що використовують при розробці програм моделювання процесів обробки металів тиском. Показано, що застосування некоректних моделей напружень тертя, призводить до некоректного визначення нормальних контактних напружень та інших параметрів процесу пластичної деформації. З використанням обґрунтованої математичної моделі запропоновано програму автоматизованого розрахунку параметрів процесу холодної прокатки штаб.

Наукова новизна. Встановлено застосування некоректних моделей для визначення напружень тертя на контакті валків та штаби в програмах розрахунку процесів обробки металів тиском. Запропоновано програму автоматизованого розрахунку параметрів процесу холодної прокатки штаб на безперервних станах.

Практична значущість. Результати, представлені в роботі, дають можливість використовувати програму автоматизованого розрахунку параметрів процесу холодної прокатки штаб для розробки режимів обтисків на безперервних станах. Використання програми дозволяє приймати рішення про зміну параметрів технології з метою оптимізації та інтенсифікації режимів обтисків на стані.

Ключові слова: холодна прокатка, штаба, напруження тертя, безперервний стан, математична модель, режим обтисків, параметри процесу, програма розрахунку.

Purpose. Increasing the accuracy and speed of deforming modes calculating, power, kinematic and temperature parameters of the cold rolling process on continuous rolling mills.

Methodology. Analysis of friction stress models for cold rolling process model improvement. Justification of the model for frictional stresses determining during cold rolling, to increase the accuracy of forecasting of normal contact stresses, energetic, kinematic and temperature process parameters.

Findings. The analysis of friction stress models used in the development of programs for modeling processes of metal pressure processing is presented. It is shown that the use of incorrect friction stress models leads to an incorrect determination of normal contact stresses and other parameters of the plastic deformation process. With the use of the mathematical model, a program algorithm for automated calculation of the parameters of the cold rolling process is proposed. **Originality.** The use of incorrect models for determining the frictional stresses at the contact of rolls and staffs in the calculation programs of metal pressure processing processes was founded. A program for automated calculation of the parameters of the cold rolling process is proposed.

Practical value. The results presented in the work make it possible to use the program for automated calculation of the parameters of the cold rolling process for the development of deformation modes on continuous rolling mills. Using the program allows to make decisions about technology parameters improvement to optimize and intensify deformation modes on the mills.

Keywords: cold rolling, strip, frictional stress, continuous rolling mill, mathematical model, deformation mode, process parameters, calculation program.

Вступ. Сьогодні у виробництві холоднокатаних штаб актуальними є питання економії металу, енергоресурсів, трудових та інших матеріальних витрат (інструменту, технологічного мастила, кислоти, захисного газу тощо), а також покращення якості та підвищення конкурентоспроможності продукції, що випускається. Крім очевидної доцільності, це викликано ще й значним підвищенням цін на сировину та енергоносії, тенденція до зростання яких у найближчі роки не лише збережеться, а, найімовірніше, посилиться [1].

Аналіз літературних даних та постановка проблеми. Вирішення завдань, пов'язаних з підвищенням ефективності виробництва, збільшенням випуску, розширенням асортименту, покращенням якості та підвищенням конкурентоспроможності холоднокатаного прокату здійснюється, головним чином, за такими напрямками [2, 3]:

- створення нових технологічних процесів та відповідного обладнання для їх реалізації;
- створення інтегрованих (поєднаних) агрегатів для здійснення в одному безперервному потоці кількох технологічних операцій (наприклад, травлення та холодної прокатки, відпалу та дресування);
- реконструкція та підвищення технічних характеристик діючого обладнання;
- удосконалення та оптимізація технологічних процесів на діючому обладнанні;
- удосконалення та оптимізація режимів обтискання та параметрів технології (натягу, шорсткості робочих валків та температурно-швидкісних умов холодної прокатки) на діючих станах;
- застосування нових більш ефективних технологічних мастил;
- застосування ефективних систем регулюван-

ня технологічних параметрів та автоматизованого управління технологічним процесом;

- підвищення ролі інформаційного забезпечення, створення та впровадження інформаційних технологій.

Розробка та реалізація конкретного технічного рішення за будь-яким із перерахованих напрямків неможлива без наявності точної та достатньої інформації про відповідний об'єкт, процес, явище або параметр. Досвід передових країн свідчить, що проектування параметрів технології та обладнання станів холодної прокатки, розробка та оптимізація режимів обтисків, створення алгоритмів та систем управління технологічним процесом, прогнозування властивостей та параметрів якості холоднокатаного прокату здійснюється лише на базі точної кількісної інформації про параметри та явища, що характеризують взаємодію штаби з валком.

Отримання такої інформації можливе двома методами – експериментальним чи теоретичним [2]. Експериментальний (статистичний) метод отримання інформації передбачає, що об'єкт (у даному випадку стан холодної прокатки) оснащений відповідними приладами та пристроями для вимірювання та реєстрації, а також апаратурою, методикою та програмою для обробки інформації, її подання та видачі у необхідному вигляді або формі. Інформація, яка отримується таким шляхом, пов'язана з великими витратами часу. До того ж, вона може бути використана тільки на конкретному стані і тільки для конкретних умов, в яких вона була отримана. З цих причин інформацію про процес холодної прокатки доцільно одержувати методами математичного моделювання, оскільки ці методи забезпечують високу точність прогнозування щодо простих засобів і з мінімальними витратами [2]. Для отримання такої інформації необхідні дві умови – наявність математичної моделі та програми для її реалізації.

Головною з двох вищезазначених умов є наявність адекватної математичної моделі процесу холодної прокатки, що має задовільну точність, широкий діапазон працездатності, велику швидкодію і відносну простоту реалізації. Проте, математичні моделі що використовуються в теорії холодної прокатки [4-6], відрізняються обмеженим діапазоном працездатності та недостатньою точністю [2].

В останні десятиріччя для розв'язання фізичних задач, які можуть бути описані диференціальними рівняннями, активно застосовується метод скінчених елементів. Головний недолік методу скінчених елементів полягає в необхідності складання обчислювальних програм і застосування потужної обчислювальної техніки. на високому рівні. Але використання таких програм дозволяє значно скоротити кількість натурних експериментів.

Застосування обчислювальних програм для розв'язання двовимірних та тривимірних задач у процесах обробки металів тиском є перспективним напрямком проектування. Для теоретичного

дослідження процесів обробки металів тиском широко застосовуються програмні комплекси. QForm, Abacus, DForm-3D, ANSIS [7 - 10]. Проблеми моделювання процесу листової прокатки з використання вищезазначених програм, полягає у необхідності застосовувати велику кількість кінцевих елементів для опису широкої та тонкої штаби в зоні деформації, що значно підвищує час розрахунку.

Розвиток дослідження процесів обробки металів тиском, зокрема листової прокатки, привів до появи ряду інших програмних продуктів, орієнтованих на користувача-технолога. Розробка технологічних процесів за допомогою таких програм виконується більш якісно, ніж традиційними методами проб та помилок. Відомі досягнення в цьому напрямку колективу Інституту чорної металургії НАН України [11].

Однак використання в алгоритмах вищезгаданих програм, які, в тому числі, базуються на методі скінчених елементів, необґрунтованих моделей для опису напружень тертя на контактній штаби та інструменту, призводить до зниження точності прогнозування параметрів процесу холодної деформації штаб.

Мета і завдання досліджень. Метою дослідження є розробка програми автоматичного розрахунку параметрів процесу холодної прокатки штаб, яка базується на адекватній інженерній моделі процесу холодної прокатки, що дозволяє прогнозувати параметри процесу прокатки на безперервних станах швидко та з високою точністю.

Матеріали та методи дослідження. Аналіз моделей процесу холодної прокатки штаб показав, що рівень і характер розподілу напружень тертя на контактній поверхні штаби з валком є одним з факторів, що надають вирішальний вплив на точність прогнозування енергосилових, кінематичних та температурних параметрів. Тому наявність відповідної моделі розрахунку напружень тертя є необхідною умовою при теоретичному визначенні параметрів і розробці математичних моделей процесу прокатки. Накопичений досвід показав, що більшість з моделей тертя, що застосовуються, не мають достатнього фізичного обґрунтування, відрізняються низькою точністю та обмеженим діапазоном працездатності.

Для прогнозування напружень тертя при прокатці запропоновано кілька десятків моделей. Найбільше поширення отримали моделі:

$$\tau_x = f p_x \quad (1)$$

$$\tau_x = f_{\sigma} k \quad (2)$$

де f, f_{σ}, p_x, k – відповідно коефіцієнт тертя, показник тертя, нормальне напруження та середнє значення опору зсуву матеріалу штаби в перерізі осередку деформації, що розглядається.

Моделі (1) та (2) помилково називають відповідно законами Амонтона-Кулона та Зібеля [12]. Модель (2) є окремим випадком моделі (1) оскільки ($\tau_x = f p_x = f n_{\sigma} k_x$) утворюється з неї при $n_{\sigma} = 1,0$ та $k_x = k$. З цієї причини модель (2) повинна розглядатися тільки як наближена, або як

припущення, і не є законом. Назва моделі (1) також необґрунтована, оскільки модель Амонтона – Кулона запропонована для визначення інтегральної величини опору (сили тертя T), що відповідає початку руху (ковзання) одного твердого тіла відносно іншого, які до того перебували у стані спокою:

$$T = f \cdot N \quad (3)$$

де f , N – коефіцієнт тертя та нормальна сила.

Використання залежності (3) для прогнозування значень та характеру розподілу напруги тертя при прокатці, записавши її у вигляді (1), тобто. використання інтегральної характеристики (сили) тертя визначення напружень тертя без додаткової інформації характер їх розподілу, представляється необґрунтованим. З використанням залежності (3) може бути визначена тільки середня величина напруги тертя τ_{cp} при припущенні, що нормальні напруження розподілені рівномірно і дорівнюють середнім.

Відомі інші моделі напружень тертя, які створені на основі аналізу наявних експериментальних даних про напруження тертя [13 – 15]. Оскільки експериментальні епюри напружень тертя не відображають весь спектр умов реального процесу прокатки, очевидно, що створені на їх основі моделі мають обмежену область застосування. Слід зазначити, що ці моделі містять емпіричні константи, визначення яких представляє самостійне завдання. Разом з тим застосування таких моделей відкриває потенційні можливості для уточнення

$$l_c = x_1 + \sqrt{R\Delta h + x_1^2} \quad (5)$$

$$\text{де } x_1 = x_{1п} + 6 \frac{1-v_B^2}{\pi E_B} p_{cp} R \left(1 - 2 \left(\frac{x_{1п}}{l_c} \right) \right) \left[4 \left(\frac{x_{1п}}{l_c} \right) \left(1 - \left(\frac{x_{1п}}{l_c} \right) \right) + 1 \right]; \quad (6)$$

середнього нормального контактного напруження [17]

$$p_{cp} = \frac{1,15}{2(1-v_B^2)} \left(\sigma_{T0} \xi_0 \frac{x_{0п}}{l_c} + \sigma_{T1} \xi_1 \frac{x_{1п}}{l_c} \right) + \frac{1,15 \sigma_{фcp} \xi_{cp}}{1-v_B^2} \left[1 + \frac{f l_B}{3 h_{cp}} (1 + 0,5 \varepsilon) \right] \frac{l_B}{l_c}; \quad (7)$$

середньої величини опору деформації матеріалу штаби [18]

$$\sigma_{фcp} = \sigma_{тсre} k_{tcp} k_{ucp}; \quad (8)$$

температури штаби на виході з осередку деформації [11]

$$t_{1B} = t_{0B} + (t_{0п} + \Delta t_{дп} + \Delta t_{тpp} - t_{0B}) \exp \left[- \frac{4}{\rho_{пcп}(h_0 + h_1)} \sqrt{\frac{\lambda_B \rho_B c_B l_c}{\pi V_1}} \right]; \quad (9)$$

сили прокатки [16]

$$P_c = p_{cp} l_c b \quad (10)$$

У моделях 1 - 4 прийняті позначення: R , Δh , ε – радіус робочих валків, абсолютний та відносний частковий обтиск; $x_{0п}$, l_B , $x_{1п}$ – відповідно, довжина ділянок пружного стиску, пластичної деформації та пружного відновлення штаби; E_B , v_B , $v_{п}$ – модуль пружності, коефіцієнт Пуассона матеріалу валків та штаби; $t_{0п}$, t_{0B} – температура штаби та валків на вході в осередок деформації; $\Delta t_{дп}$, $\Delta t_{тpp}$ – величина збільшення температури штаби від роботи формозміни та сил тертя на виході з осередку деформації; λ_B , ρ_B , c_B , $\rho_{п}$, $c_{п}$ – відповідно, коефіцієнт теплопровідності, густина та теплоємність матеріалу робочих валків та штаби; h_0 , h_{cp} , h_1 – початкова, середня та кінцева товщина штаби; f , b , V_1 – коефіцієнт тертя, ширина та швидкість штаби на виході з осередку деформації; ξ_0 , ξ_1 , ξ_{cp} – відповід-

вирішення завдань щодо визначення параметрів процесу прокатки.

Використання необґрунтованих моделей для розрахунку напружень тертя, знижує точність та обмежує діапазон працездатності теоретичних рішень і математичних моделей процесу.

У роботі [12] запропоновано модель напружень тертя, яка враховує особливості кінематичної взаємодії штаби з валком при холодній прокатці:

$$\tau_{x;y} = -f p_{x;y} \frac{V_{скx;y}}{|V_{пскx;y}|} \quad (4)$$

де $p_{x;y}$, $V_{скx;y}$, $V_{пскx;y}$ – нормальне контактне напруження в даній точці, вектор швидкості ковзання даної точки в аналізованому перерізі і вектор швидкості ковзання в цьому перерізі на межі контактної поверхні штаби з валком, тобто на бічній поверхні штаби, або в перерізах входу та виходу останньої з валків.

Колективом авторів під керівництвом проф. Василева Я. Д., з урахуванням запропонованої моделі напружень тертя, було розроблено математичну модель процесу холодної прокатки, яка враховує особливості силової, фрикційної та температурно-швидкісної взаємодії валків та штаби, а також вплив пружних деформацій валків та штаби. Модель відрізняється відносною простотою та високою точністю.

В основу моделі покладено наступні залежності для визначення:

довжини дуги контакту штаби з валком [16]

но, коефіцієнт заднього та переднього натягнення, їх середня величина; σ_{T0} , σ_{T1} – межа текучості матеріалу штаби на вході та виході з осередку деформації, з урахуванням зміцнення та температури; $\sigma_{тсre}$ – середнє значення опору деформації, розраховано з урахуванням зміцнення матеріалу штаби; k_{tcp} , k_{ucp} – коефіцієнти, що враховують вплив середньої температури та середньої швидкості деформації на опір деформації матеріалу штаби при холодній прокатці. Повністю концепція моделі процесу холодної прокатки наведена у роботі [3].

Результати дослідження. На базі математичної моделі процесу холодної прокатки було розроблено алгоритм розрахунку режимів обтискання на безперервних станах холодної прокатки та створено програму «Тандем 1680» для його реалізації.

При розробці алгоритму та програми враховано технологічні обмеження та передбачено процедуру, яка визначає умови прокатки для реалізації режимів обтиску на конкретному стані.

Робота програми вимагає введення вихідних даних про параметри обладнання стану, режими обтискання та натягу, а також відомостей про властивості матеріалу штаби та валків. Програма дозволяє отримувати інформацію про енергосилові, кінематичні та температурні параметри процесу холодної прокатки та годинної продуктивності стану. З її допомогою можна приймати рішення про

Таблиця 1 - Режими обтисків та енергосилові параметри при холодній прокатці штаб на чотирикільтовому стані 1680 комбінату «Запоріжсталь» і на п'ятикільтовому стані 1700 Карагандинського металургійного комбінату.

№ кл	h_0 , мм	ε	q_1 , $\frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$	V_1 , м/с	$\sigma_{\text{фсп}}$, $\frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$	f	l_c , мм	$t_{\text{п1}}$, °С	$p_{\text{спс}}$, $\frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$	P_c , МН	$M_{\text{дв}}$, кН·м	$N_{\text{дв}}$, кВт
1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	12	15	16
Режим 1. Прокатка штаби 0,8х1000 мм з підкату 2,7х1000 мм на 4-х клітьовому стані 1680 «Запоріжсталь» (сталь 08кп; $\sigma_T=240+34,6(100\varepsilon)^{0,62}$)												
1	2,70	0,388	149	3,63	478	0,106	19,0	97	682	12,98	138,0	1818
2	1,65	0,260	155	4,91	592	0,051	12,7	123	618	7,86	87,8	1756
3	1,22	0,262	165	6,65	621	0,050	11,5	145	672	7,76	74,1	1955
4	0,90	0,111	40	7,48	631	0,071	8,5	152	709	6,04	57,1	1661
Режим 2. Прокатка штаби 0,55х1015 мм з підкату 2,5х1015 мм на 5-ти клітьовому стані 1700 КарМК (сталь 08кп; $\sigma_T=300+34,6(100\varepsilon)^{0,6}$)												
1	2,500	0,220	155	2,99	494	0,106	16,1	78	654	10,65	50,6	480
2	1,950	0,360	160	4,67	608	0,060	17,6	119	677	12,09	190,0	2850
3	1,248	0,275	150	6,44	659	0,056	13,6	144	764	10,54	117,3	2443
4	0,905	0,255	136	8,65	686	0,054	12,1	163	846	10,40	90,9	2525
5	0,674	0,184	40	10,60	702	0,071	10,9	179	985	10,85	77,4	2661

* q_1 – переднє питоме натягіння; $M_{\text{дв}}$, $N_{\text{дв}}$ – момент та потужність двигуна.

Величина заднього питомого натягіння прийнята $q_0=20 \text{ Н/мм}^2$.

Обговорення результатів. Аналіз даних представлених в таблиці 1 показав, що програма розрахунку режимів обтисків дозволяє прогнозувати параметри холодної прокатки на діючих безперервних станах з досить високою точністю та в широкому діапазоні умов деформації, що реалізуються на практиці. При розрахунку режимів обтисків враховано параметри діючого обладнання, дані про механічні властивості штаб, що виробляються в умовах конкретного підприємства, застосовувані технологічні мастила, режими натягів та інші параметри технології. Результати розрахунку енергосилових параметрів відповідають наявним у технічній літературі експериментальним даним.

Висновки. Розроблено програму розрахунку режимів обтисків та енергосилових параметрів на безперервних станах холодної прокатки штаб, що дозволяє отримувати точні дані про енергосилові, кінематичні та температурні параметри процесу. За допомогою програми можна приймати рішення про зміну параметрів технології з метою оптимізації та інтенсифікації режимів обтисків на стані.

Працездатність та точність програми перевірено на безперервних станах холодної прокатки штаб. Програма розрахунку режимів обтисків може бути використана для розробки систем автоматичного управління технологічним процесом холодної прокатки на безперервних станах.

Бібліографічний опис

1. Василев Я.Д., Самокиш Д.М., Журавльова С.В., Пройдак Ю.С., Замогильний Р.О. Стан виробництва тонкого плоского сталевих проката у світі і тенденції розвитку штабових станів холодної прокатки. Теорія і практика металургії. 2019. №1. С. 15–28. DOI: <https://doi.org/10.34185/tpm.1.2019.02>
2. Василев Я.Д., Пройдак Ю.С., Бондаренко О.А., Самокиш Д.М., Петльований Є.О. Стан виробництва та споживання плоского холоднокатаного проката з вуглецевої сталі із захисними покриттями в Україні. Метал та лиття України. 2020. Vol. 28. № 2 (321). С. 77 – 84.
3. Научные основы эффективных технологий производства тонкостенной длинномерной металлопродукции / Я.Д. Василев, В.У. Григоренко, В.Н. Данченко и др. Днепропетровск: РВА «Дніпро-ВАЛ», 2002. 353с.
4. Целиков А.И., Никитин Г.С., Рокотян С.Е. Теория продольной прокатки. Москва: Металлургия, 1980. 320с.
5. Луговской В.М. Алгоритмы систем автоматизации листовых станов. Москва: Металлургия, 1974. 320 с.

6. Химич Г.Л., Цолюк М.Б. Оптимизация режимов холодной прокатки на ЭЦВМ. Москва: Металлургия, 1973. – 256 с.
7. <https://www.qform3d.com/>
8. <https://www.ansys.com/>
9. <https://www.3ds.com/products/simulia/abaqus>
10. <https://www.deform.com/products/deform-3d/>
11. Приходько И. Ю. Системы компьютерного моделирования и управления процессами тонколистовой прокатки Института черной металлургии. Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии: Сб. научн. тр. Дніпропетровськ.: ІЧМ НАН України, 2014. Вип. 29. С. 153 – 169.
12. Василев Я.Д., Дементієнко А.В., Коноводов Д.В. Анализ моделей напряжений трения при прокатке. Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії та машинобудуванні: Тематичний зб. наук. праць. Краматорськ, 2001. С. 532 – 537.
13. Грудев А.П. Внешнее трение при прокатке. Москва: Металлургия, 1973. 288 с.
14. Зильберг Ю.В. Методы расчета сил трения при прокатке. *Обработка металлов давлением*: Сб. трудов ДМет-ИИ. Москва: Металлургия, 1972. № 58. С. 291 – 296.
15. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением / Леванов А.Н., Колмогоров В.Л. Буркин С.П., Картак Б.Р., Ашпур Ю.В., Спасский Ю.И. Москва: Металлургия, 1976. 416 с.
16. Vasilev, Y., Samokish, D., Bondarenko, O., Mospan, N. Determination of Particular Relative Reduction in Cold Rolling of Thin and Extra Thin Strips to Implement the Process with the Least Force. *Science and Innovation*. 2022. V. 18(3). pp. 49 – 57.
<https://doi.org/10.15407/scine18.03.049>
17. Василев Я.Д. Инженерная модель средних нормальных контактных напряжений при холодной прокатке / Я.Д. Василев, Д.В. Коноводов, А.В. Дементієнко // Металлургическая и горнорудная промышленность. – 2006. – №1. – С. 46 – 48.
18. Василев Я.Д. Соппротивление деформации материала полосы при холодной прокатке / Я.Д. Василев, Д.В. Коноводов, А.В. Дементієнко, Э.Я. Василев // Известия вузов. Черная металлургия. – 2007. – №1. – С. 27 – 31.

References

1. Vasylev Ya.D., Samokysh D.M., Zhuravlova S.V., Proidak Yu.S., Zamohylnyi R.O. Stan vyrobnytstva tonkoho ploskoho stalevoho prokata u sviti i tendentsii rozvytku shtabovykh staniv kholodnoi prokatky. *Teoriia i praktyka metalurhii*. 2019. №1. S. 15 – 28. DOI:<https://doi.org/10.34185/tpm.1.2019.02>
2. Vasylev Ya.D., Proidak Yu.S., Bondarenko O.A., Samokysh D.M., Petlovanyi Ye.O. Stan vyrobnytstva ta spozhyvannia ploskoho kholodnokatanoho prokatu z vuhletsevoi stali iz zakhysnymy pokryttiamy v Ukraini. *Metal ta lyttia Ukrainy*. 2020. Vol. 28. № 2 (321). С. 77 – 84.
3. Nauchnye osnovy effektivnykh tekhnolohiy proyzvodstva tonkostennoi dlynnomernoi metalloproduksyy / Ya.D. Vasylev, V.U. Hryhorenko, V.N. Danchenko y dr. Dnepropetrovsk: RVA "Dnipro-VAL", 2002. 353s.
4. Tselykov A.Y. Nyktytn H.S., Rokotian S.E. *Teoriya prodolnoi prokatky*. Moskva: Metallurhiya, 1980. 320s.
5. Luhovskoi V.M. *Alhorytmy system avtomatyzatsyy lystovykh stanov*. Moskva: Metallurhiya, 1974. 320 s.
6. Khymych H.L., Tsoliuk M.B. Optymyzatsiya rezhymov kholodnoi prokatky na ETsVM. Moskva: Metallurhiya, 1973. – 256 s.
7. <https://www.qform3d.com/>
8. <https://www.ansys.com/>
9. <https://www.3ds.com/products/simulia/abaqus>
10. <https://www.deform.com/products/deform-3d/>
11. Prykhodko Y. Yu. Systemy kompiuternoho modelyrovannya y upravleniya protsessamy tonkolystovoi prokatky Instytut chernoi metallurhyy. Fundamentalnye y prykladnye problemy chernoi metallurhyy: Sb. nauchn. tr. Dnipropetrovsk.: IChM NAN Ukrainy, 2014. Vyp. 29. S. 153 – 169.
12. Vasylev Ya.D., Dementiyenko A.V., Konovodov D.V. Analiz modelei napriazheniy treniya pry prokatke. Udoskonalennia protsesiv ta obladnannya obrobky tyskom v metalurhii ta mashynobuduvanni: Tematychnyi zb. nauk. prats. Kramatorsk, 2001. S. 532 – 537.
13. Hrudev A.P. Vneshnee trenye pry prokatke. Moskva: Metallurhiya, 1973. 288 s.
14. Zylberh Yu.V. Metody rascheta syl treniya pry prokatke. *Obrabotka metallov davleniem*: Sb. trudov DMetY. Moskva: Metallurhiya, 1972. № 58. С. 291 – 296.
15. Kontaknoe trenye v protsessah obrabotky metallov davleniem / Levanov A.N., Kolmogorov V.L. Burkyn S.P., Kartak B.R., Ashpur Yu.V., Spasskyi Yu.Y. Moskva: Metallurhiya, 1976. 416 s.
16. Vasilev, Y., Samokish, D., Bondarenko, O., Mospan, N. Determination of Particular Relative Reduction in Cold Rolling of Thin and Extra Thin Strips to Implement the Process with the Least Force. *Science and Innovation*. 2022. V. 18(3). pp. 49–57.
17. Vasylev Ya.D. Inzhenernaia model srednykh normalnykh kontaktnykh napriazheniy pry kholodnoi prokatke / Ya.D. Vasylev, D.V. Konovodov, A.V. Dementiyenko // Metallurhicheskaia y gornorudnaia promyshlennost. – 2006. – №1. – С. 46 – 48.
18. Vasylev Ya.D. Soprotivleniye deformatsyy materyala polosy pry kholodnoi prokatke / Ya.D. Vasylev, D.V. Konovodov, A.V. Dementiyenko, E.Ia. Vasylev // Yzvestiya vuzov. Chernaia metallurhiya. – 2007. – №1. – С. 27 – 31.