

УДК 625.14.032.44:656.2.052.432

Курган Д. Н., Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, Днепропетровск, Украина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПУТИ И ПОДВИЖНОГО СОСТАВА С УЧЕТОМ ВРЕМЕНИ ПРОГИБА ПОДРЕЛЬСОВОГО ОСНОВАНИЯ

Изложены теоретические исследования и реализация в виде математической модели процессов, которые имеют место при восприятии нагрузки элементами железнодорожного пути для высоких скоростей движения. По результатам моделирования исследуется изменение формы фронта волны деформаций во времени для подрельсового основания. Установлены уровни скоростей поезда, при которых не реализуется статический уровень деформаций пути.

Ключевые слова: верхнее строение пути, скоростное движение, прогиб рельса, волновая модель, подрельсовое основание.

Kurgan D., Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Dnipropetrovsk, Ukraine

MODELING THE INTERACTION OF RAILWAY TRACK AND ROLLING STOCK BASED ON THE TIME FOR DEFLECTION OF THE BASE UNDER RAIL

The proposed theoretical study and implementation in the form of mathematical models for processes that occur in the perception of load elements of the railway track at high speeds. According to the results of simulations explores the changing shape of the wave front voltages in time for the foundation under the rail. If the trains speed substantially less than the velocity of propagation of elastic waves, the wheel remains in the area implemented deformations.

Key words: permanent way, high-speed movement, deflection of the rail; wave model; base under rail.

Вступление

Тенденция развития транспортных перевозок для обеспечения конкурентоспособности требует от железнодорожного сообщения поддерживать и совершенствовать современное состояние. Одним из основных показателей выбора вида транспорта традиционно остается скорость доставки грузов и пассажиров.

Увеличение скоростей движения поездов требует усовершенствования не только соответствующих технических средств, а и методико-расчетных. Много моделей и методов, которые используются для решения задач напряженно-

деформированного состояния железнодорожного пути, базируются на допущениях и гипотезах адекватных только для определенных уровней скоростей движения. Принципиальные изменения в характеристиках взаимодействия пути и подвижного состава при реализации высоких скоростей не раз отмечались учеными разных стран, например [1–4]; особенно в ключе изучения процессов накопления деформаций в железнодорожном пути и, как следствие, оптимизации конструкции пути для их минимизации [1, 5, 6].

Большинство современных моделей напряженно-деформированного состояния железнодорожного пути, как правило, основаны на принципах статической теории упругости. При этом считается, что рассматриваемая система тел находится в состоянии равновесия, а упругие деформации под действием приложенных сил мгновенно достигают соответствующих значений. Такого подхода недостаточно для задач, в которых время между моментом прикладывания силы и установлением действительного равновесия сравнимо со временем действия или изменения этой силы. Не отвечает таким задачам и метод конечных элементов, который получил в последнее время широкое распространение, в том числе для моделирования железнодорожного пути: он не дает возможности получить полноценную четырехмерную модель.

Методика

Для решения поставленных задач была разработана модель железнодорожного пути, основанная на волновой теории распространения напряжений в системе упругих тел [7, 8]. Некоторые идеи использования данного направления физики для решения задач железнодорожного пути высказывались в кандидатской диссертации Вострухова А. В. [9] и в докторской диссертации Суворовой Т. В. [10]. Однако эти работы имели цель разработку математического аппарата для решения ряда задач теории упругости, и только в качестве прикладного использования, в том числе предлагались задачи вибрационного воздействия на железнодорожный путь и прилегающие здания.

Для построения модели, отвечающей поставленным задачам, рассмотрим железнодорожный путь как пространственную систему объектов, которые характеризуются геометрическими размерами и физическими свойствами, определяемые скоростями распространения волн в материале и параметрами деформаций упругости и смещения. Как реакция на действие внешних сил рассматривается возникновение и распространение в теле объекта пространственных сферических волн.

В общем виде фронт распространения напряжений может быть описан уравнением

$$\begin{cases} (x, y, z) \in A(t) \Big| \rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Delta; \\ A(t) \subset \Omega \end{cases}, \quad (1)$$

где ∇^2 – оператор Лапласа; (x, y, z) – геометрическое место точки фронта волны; $A(t)$ – множество точек, которые на момент времени t определяют границы распространения волны; ρ – плотность вещества; Δ – объемное расширение; λ, μ – физические параметры материала (постоянные Ляме); Ω – пространство, ограниченное поверхностью тела.

Распространение волн корректируется размерами объектов и учитывает изменения в параметрах волнового процесса при переходе от одного объекту к другому. Для определения деформаций и соответствующих напряжений объект представляется как набор сегментов

$$B_i = A(t) \setminus A(t - \delta t). \quad (2)$$

Состояние динамического равновесия такого сегмента будет описываться уравнением соответствия потенциалов напряжений на его стенках с учетом ускоренной деформации массы вещества в пространстве между ними. Система таких уравнений и будет определять напряженно-деформированное состояние конструкции в целом.

Запись уравнения равновесия сегмента может варьироваться в зависимости от математических инструментов, выбранных для описания геометрических параметров объектов и волн (1), детализации физики процесса (уровень учета диссипации и др.) и от конкретных потребностей решаемой задачи.

Например, его можно записать через интегрирование потенциалов по поверхности сегмента приводя все составляющие к напряжениям (как альтернатива – к деформациям)

$$\forall B_i \left| \frac{d^2 \sigma_i}{dt^2} \int \frac{m_{i\alpha} |\vec{a}| f_1(\alpha, \lambda, \mu) \cos^2 \alpha}{E_\alpha} d\alpha = \sigma_{i-1} \int S_{(i-1)\beta} f_1(\alpha, \lambda, \mu) f_2(\alpha, \beta) \cos \alpha d\alpha \right. \\ \left. - \sigma_i \int S_{(i)\beta} f_1(\alpha, \lambda, \mu) f_2(\alpha, \beta) \cos \alpha d\alpha - D \frac{|\vec{a}|}{E_\alpha} \frac{d\sigma_i}{dt} \right. \quad (3)$$

где σ_i – напряжения на поверхности стенки сегмента B_i , которые совпадают по направлению с распространением волны ($\alpha = 0$); α – направление действия вектора $\vec{a}$, если описывать распространение волны как векторное пространство, $\vec{a} \in B_i$; E – модуль упругости вещества; $f_1(\alpha, \lambda, \mu)$ – функция распространения напряжений по поверхности сегмента; $f_2(\alpha, \beta)$ – функция приведения потенциала напряжений от нормальных относительно положения стенки сегмента β к направлению действия вектора $\vec{a}$; D – функция диссипации, может учитывать различные процессы, связанные с рассеиванием энергии, в минимальном значении учитывает отсутствие текучести твердого тела; S_{i-1} – площадь контакта между смежными сегментами, $S_{i-1} = B_i \cap B_{i-1}$; m_i – масса, заключенная в пространстве сегмента B_i , $m_i = \rho B_i$.

Результатом является совместное решение уравнений, описывающих положение фронта волны на данный момент времени (1), и определяющих изменение потенциалов напряжений в телах объектов с учетом динамической деформации материала (3). Такой подход дает возможность с необходимым временным интервалом определять границы распространения и значения напряжений и деформаций.

Рассмотрим процесс формирования прогиба рельса на примере моделирования мгновенного прикладывания силы от колеса на рельс (балластная конструкция пути с железобетонными шпалами). Сначала в рельсе возникают сжимающие напряжения, но очень быстро (приблизительно на 0,03-й мс от начала действия силы) они передаются на подкладку и дальше на шпалу. На 0,09-й мс напряжения от шпалы начинают передаваться на балласт. Почти одновременно с этим (на 0,1-й мс) нагрузка от рельса начинает передаваться на первые смежные шпалы и дальше по длине рельса. Деформация подкладок приводит к перераспределению напряжений в рельсе и приводит к началу процесса его изгиба.

На 0,3-й мс шпала имеет уже полный контакт с балластом, учитывая как подошву шпалы, так и ее боковые поверхности. Балласт начинает сжиматься, что дает возможность рельсу продолжить изгибаться. В процессе перехода фронта напряжений от шпалы к балласту площадь их взаимодействия будет изменяться во времени (возрастать от точки до всей поверхности подошвы шпалы). Из первого момента такого взаимодействия напряжения начнут распространяться в толщине балласта, но скорость их распространения по поверхности балласта будет существенно меньше скорости роста площади, по которой напряжения передаются от шпалы на балласт.

Это приводит к формированию более сложного очертания фронта волны по сравнению с классическим описанием распространения для однородного полупространства в виде двухосной сферы. В зависимости от толщины, состояния, физических свойств материала балласта и т.п., на 1,0...1,8-й мс напряжения начинают передаваться на земляное полотно. С ростом и распространением упругих деформаций в земляном полотне происходит последнее перераспределение напряжений между слоями подрельсового основания и по прохождению еще некоторого времени, зависящего от свойств грунта, рельс достигает окончательных значений изгиба.

Таким образом, прогиб рельса обеспечивается деформацией всех слоев, составляющих подрельсовое основание. Нужно иметь в виду, что для «полного» прогиба рельса деформации подрельсового основания должны набрать соответствующие значения не только непосредственно по вертикальной оси прикладывания силы, а и по всей длине рельса, задействованной в прогибе.

В соответствии со скоростью распространения упругих волн от момента начала процесса взаимодействия возрастает глубина подрельсового основания, задействованная в формировании прогиба рельса, но, с другой стороны, деформации с глубиной уменьшаются, что быстро снижает их влияние на общий про-

гиб. Кроме того, даже уже возникшие значения деформаций на определенных отметках глубины не остаются постоянными во времени, а носят колебательный (хотя и направленный на стабилизацию) характер. Все это усложняет критерий определения такого расчетного момента, когда можно считать, что прогиб рельса получил полную реализацию.

При проведении численных расчетов фиксировалась деформация подрельсового основания по осям нескольких смежных шпал – в точках совпадения прогиба рельса и деформации подрельсового основания. По прогибам рельса, в качестве контрольной величины, определялся модуль упругости подрельсового основания. Если дальнейшее развитие прогиба изменяло модуль упругости не больше, чем на 5 %, принималось, что «полный» прогиб рельса реализовался.

На рис. 1 показано изменение очертания фронта волны напряжений в железнодорожном пути по результатам моделирования (в этом примере модуль деформации грунта составил 25 МПа, что по результатам последующих расчетов соответствует модулю упругости подрельсового основания 31 МПа). Вертикальная ось на рисунке совпадает с осью прикладывания силы. Последняя линия показана для времени 26,5 мс от начала процесса взаимодействия, которая для приведенного примера соответствует условию «полного» прогиба рельса. Очертание прогиба рельса для статической расчетной схемы определялось по известной формуле

$$z = \frac{Pk}{2U} e^{-kx} (\cos kx + \sin kx), \quad (4)$$

где P – вертикальная сила, действующая на рельс; k – коэффициент относительной жесткости; U – модуль упругости подрельсового основания; x – расстояние по длине рельса от точки приложения силы.

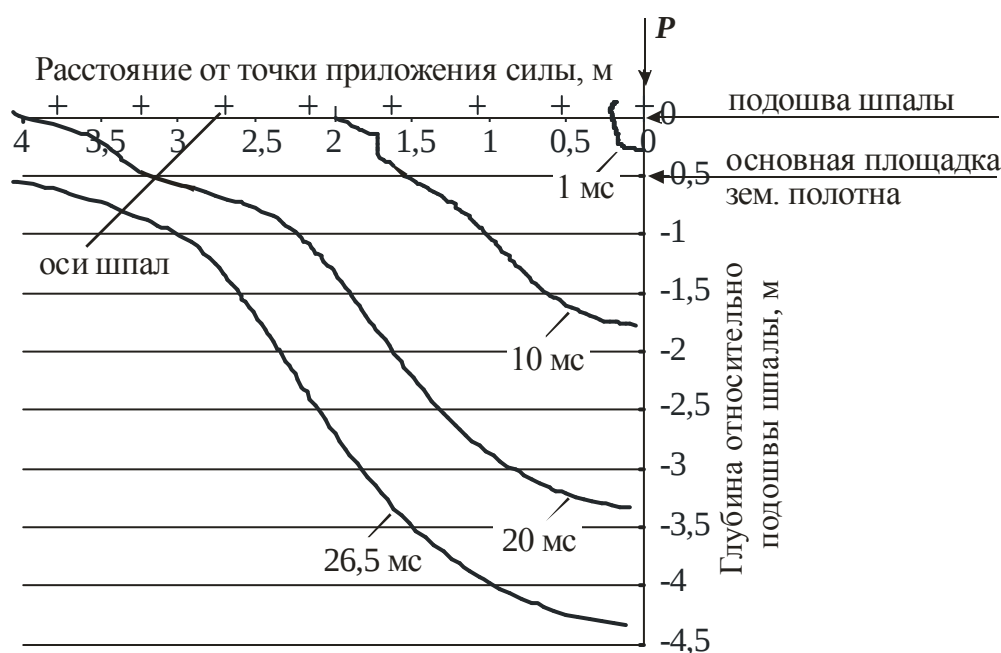


Рис. 1. Очертание фронта волны в подрельсовом пространстве

Для приведенного примера далее на рис. 2 показано сравнение статического прогиба рельса по формуле (4) и прогибов подрельсового основания по осям шпал для результатов моделирования при разных интервалах времени развития процесса.

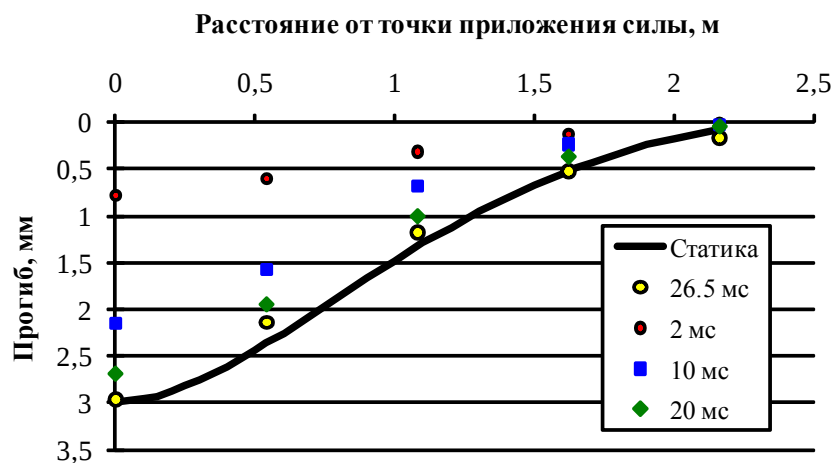


Рис. 2. Сопоставление статического и динамических прогибов по длине рельса

В продолжение рассматриваемого примера для интервала времени 26,5 мс на рис. 3 показан фрагмент (17 шпал) участка рельсошпальной решетки с щебеночным балластом на земляном полотне, нагруженный вертикальной силой, с результатами моделирования фронта волны, охватывающем объем пути, вовлеченный во взаимодействие.

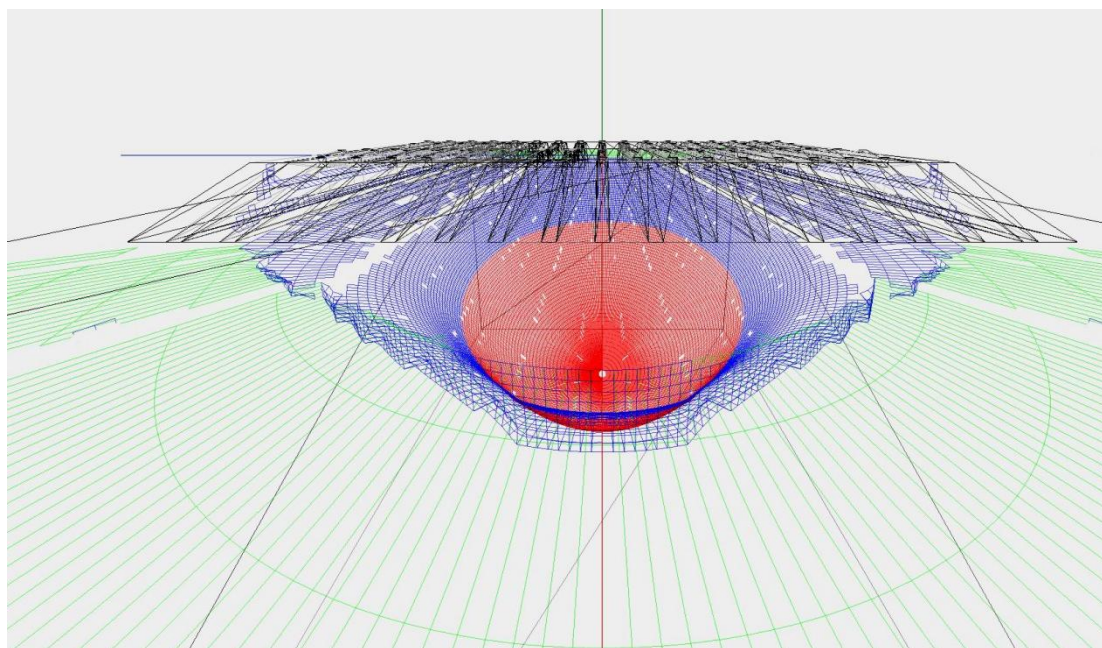


Рис. 3. Пространственное очертание фронта волны (объем подрельсового основания, вовлеченный во взаимодействие)

Если рассматривать перемещение нагрузки (движение колеса по рельсу), то недостаточно описывать мгновенное приложение силы и процесс прогиба рельса в промежутке от нулевого до максимального значения, исходя из предположения, что именно в рассматриваемом сечении колесо находится все время развития прогиба. Для исследования определенного сечения пути, нужно учитывать, что прогиб в нем начинается еще во время нахождения колеса на некотором расстоянии. При движении колеса дальше от выбранного сечения фронт волны упругой деформации продолжает распространяться. В случае, когда скорость движения поезда существенно меньше скорости распространения упругих волн, колесо всегда остается в зоне реализованных деформаций.

Если ввести обозначение: $A(x)$ – множество точек полупространства, ограниченного фронтом волны достаточным для реализации «полного» прогиба $z_{\text{н}}$ в точке x ; $B(x, t)$ – множество точек полупространства, ограниченного фронтом волны после ее распространения относительно $A(x)$ за время t , то границу скорости движения, при которой будет успевать реализоваться «полный» прогиб, будет определять выражение

$$z(V) = z_{\text{н}} : A(x + Vdt) \in B(x, dt). \quad (5)$$

Пример расчета по выражению (5) для условно преувеличенного значения dx показано на рис. 4. Так при скорости движения V_1 (линия 2) прогиб успевает сформироваться полностью, а при скорости V_2 (линия 4) – уже нет.

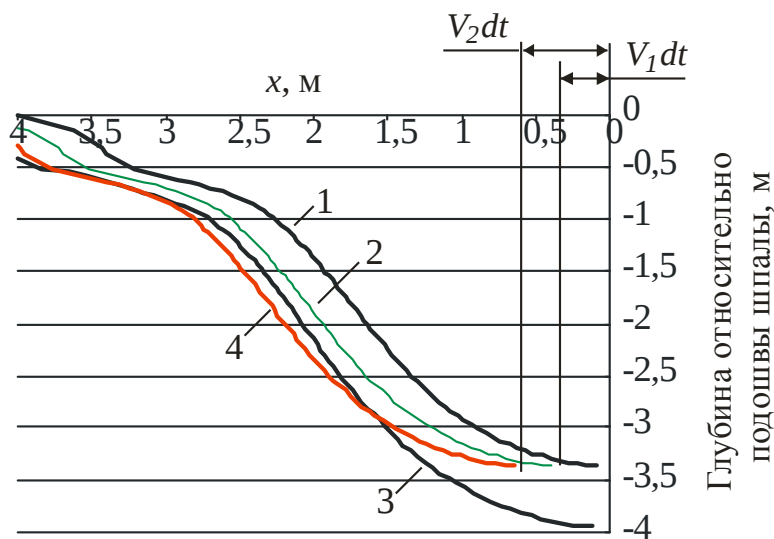


Рис. 4. Очертания фронтов волны:
1 – $A(0)$; 2 – $A(V_1 dt)$; 3 – $B(0, dt)$; 4 – $A(V_2 dt)$

Таким образом, расчеты показывают, что возможно движение с настолько высокими скоростями, что прогиб рельса не может успевать достичь значений, которые ожидаются в соответствии со статическими схемами.

Используя волновую модель напряженно-деформированного состояния железнодорожного пути, была определена скорость движения, при достижении которой прогиб рельса не успевает приобрести «полное» значение. Расчеты были выполнены в соответствии с условиями, описанными выше (см. рис. 4). Рассматривались разные варианты исходных данных. Выборочно результаты расчетов приведены в табл. 1. При этом конструкция пути была представлена железобетонными шпалами с расстоянием 0,54 м между осями и щебеночным балластом толщиной 0,5 м под шпалой.

Таблица 1. Расчетные уровни скоростей движения

Модуль деформации, МПа		Модуль упругости подрельсовой основы, МПа	Скорость движения, км/ч
грунта	балласта		
7	100	11	215
10		15	250
15		20	315
20		26	360
25		31	395
25	200	38	405
30		44	440
40		53	485
50		64	530

Скорости приведены относительно основного фактора, определяющего их уровень, – модуля деформации грунта. Значения модуля упругости подрельсового основания являются следствием сочетания ряда исходных данных, поэтому они определялись по результатам моделирования прогиба, как дополнительная величина, характеризующая конструкцию данного расчетного варианта.

Выводы

По результатам моделирования получено значение уровней скоростей движения, которые определяют появление рассмотренных динамических эффектов в подрельсовом основании. При соответствующем уровне скорости движения подрельсовое основание может не успевать реализовать деформации по всей протяжности формирования прогиба рельса. Это приводит к появлению эффекта, когда рельс не будет успевать прогнуться полностью. Даже при грунтах с небольшими модулями деформации (7...10 МПа) скорости движения для появления такого эффекта составляют 215...250 км/ч соответственно. На уровень этой скорости, кроме характеристик грунта (хотя они и остаются определяющими), влияют также свойства слоев конструкции над грунтом.

При устройстве земляного полотна из грунтов, которые имеют модуль деформации достаточный для обеспечения общего модуля упругости подрельсовой основы на уровне 40...50 МПа и больше (что закладывается в большинстве

расчетов пути) исследованные эффекты могут появиться при довольно больших уровнях скорости движения – 350...400 км/ч и выше.

Следует отметить, что полученные уровни скоростей движения (табл. 1) являются верхней границей диапазона значений, при которых использование статических (или квазистатических) расчетных схем может быть не адекватно поставленным задачам. Проявление динамики прогиба подрельсового основания при более низких скоростях движения может наблюдаться из-за наличия существенных отступлений в содержании пути, особенно касающихся состояния балласта и земляного полотна, а также из-за специфики восприятия нагружения грунтами с низким модулем деформации, что отмечалось, например, в работах [3, 4, 8].

Полученные данные могут быть использованы для обоснования конструкций пути и установления соответствующих значений допустимых скоростей при введении высокоскоростного движения поездов.

Список литературы

1. Научные основы моделирования взаимодействия пути и подвижного состава в современных условиях эксплуатации / М. М. Железнов, В. О. Певзнер, В. П. Соловьев [и др.] // Бюл. ОУС ОАО «РЖД». – № 4. – М., 2014. – С. 21–29.
2. Брандль Х. Взаимодействие оснований и сооружений высокоскоростных железных дорог [Электронный ресурс] / Х. Брандль, А. Паульмичл // XIII Дунайско-Европ. конф. по геотехнике (29–31 мая 2006 г.). – Любляна, Словения. – Режим доступа : <http://www.gerec.spb.ru/journals/11/files/11009.pdf>
3. Woldringh R. F. Embankment design for high speed trains on soft soils / R. F. Woldringh, B. M. New // Proc. of the 12th Europ. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (7–10.06.1999). – Amsterdam, The Netherlands, 1999. – Vol. 3. – P. 1703–1712.
4. Rail movement and ground waves caused by high-speed trains approaching track-soil critical velocities / V. V. Krylov, A. R. Dawson, M. E. Heelis, A. C. Collop // Proc. of The Institution of Mechanical Engineers Part F-journal of Rail and Rapid Transit – PROC INST MECH ENG F-J RAIL R. – 2000. – Vol. 214, № 2. – P. 107–116.
5. Horvát F. Evaluation of railway track geometry stabilisation effect of geogrid layers under ballast on the basis of laboratory multi-level shear box tests / F. Horvát, S. Fischer, Z. Major // Acta Technica Jaurinensis. – 2013. – Vol. 6. – №. 2. – P. 21–44.
6. Fischer S. Investigation of the reinforcement and stabilisation effect of geogrid layers under railway ballast / S. Fischer, F. Horvát // Slovak Journal of Civil Engineering. – 2011. – Т. 19. – №. 3. – P. 22–30.
7. Курган Д. Н. Модель напряженно-деформированного состояния железнодорожного пути на основе волновой теории распространения напряжений / Д. Н. Курган, И. А. Бондаренко // Problemy Kolejnictwa. – 2013. – Vol. 159. – P. 99–111.
8. Kurhan D. M. Features of perception of loading elements of the railway track at high speeds of the movement // Science and Transport Progress. Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport. – 2015. – №. 2(56). – P. 136–145.
9. Вострухов А. В. Динамика железнодорожного пути с учетом волн в грунте : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.02.06 / Вострухов А. В. – Н. Новгород, 2001. – 22 с.
10. Суворова Т. В. Динамическое взаимодействие систем полугораниченных и ограниченных деформируемых тел, моделирующих железнодорожный путь и объекты инфраструктуры : автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук : 01.02.04 / Суворова Т. В. – Краснодар, 2004. – 46 с.