

Бондаренко Л.М., к.т.н., Ракша С.В., д.т.н., Брильова М.Г.

УТОЧНЕННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ НАВАНТАЖЕННЯ ГРУПИ ТІЛ КОЧЕННЯ

В існуючій літературі [1] при декількох тілах кочення, які мають різні навантаження, суму опору їх коченню рекомендується визначати для одного, але завантаженого силою, яка дорівнює їх сумі. При цьому, звичайно, не звертається увага на величину контактних напружень і вважається, що їх величина лінійно залежить від навантаження.

Але такий спосіб знаходження опору коченню характерний для вузлів типу опорно поворотних кругів вантажопідйомних машин, де розподіл навантажень між шариками (роліками) має особливий закон.

Як привести навантаження на одне тіло кочення для інших законів розподілу навантажень, щоб опір його руху коченню дорівнював би загальному, присвячена ця стаття.

1. Спочатку розглянемо схему дотику сферичне тіло – циліндричний жолоб, якому приблизно відповідає дотик в опорно – поворотних кругах, при лінійному навантаженні на шарики.

В цій задачі і в подальших будемо вважати, що модулі пружності при вдавлюванні матеріалів однакові, а коефіцієнт Пуассона дорівнює 0,3. Будемо також вважати, що радіуси тіл кочення не перевищують величин $R_1 \leq 50$ мм при лінійному контакту і $R_1 \leq 200$ мм – при точковому.

Величину радіуса шарика знайдемо виходячи із максимального навантаження P на один шарик і допустимих контактних напружень σ при умові, що радіус $R_2 = \xi \cdot R_1$ ($\xi > 1$);

$$R_1 = 0,12 \cdot n_p \frac{E(2 - 1/\xi)}{\sigma} \sqrt{n_p \frac{P}{\sigma}}, \quad (1)$$

де n_p – коефіцієнт, який залежить від відношення коефіцієнтів рівняння еліпсу дотику $A/B = 1 - 1/\xi$.

В [2] доведено, що коефіцієнт тертя кочення може бути поданий через статичну півширину плями дотику b . При точковому контакті і вказаному вище радіусі

$$k = 0,16 b. \quad (2)$$

Оскільки при цій схемі дотику [3]

$$b_i = 0,6985 n_b \sqrt[3]{\frac{P_i}{E} \frac{R_1}{2 - 1/\xi}}, \quad (3)$$

де n_b – коефіцієнт, який залежить від тих же параметрів, що і n_p в (1),
то

$$k_i = 0,11n_b \sqrt[3]{\frac{P_i}{E} \frac{R_i}{2-1/\xi}}, \quad (4)$$

а опір руху любого і – того шарика визначається із виразу:

$$W_i = 0,11P_i n_b \sqrt[3]{\frac{1}{ER_i^2(2-1/\xi)}}. \quad (5)$$

Сума опору руху усіх шариків

$$\Sigma W_i = 0,11n_b \sqrt[3]{\frac{1}{ER_i^2(2-1/\xi)}} \Sigma P_i \sqrt[3]{P_i}. \quad (6)$$

Візьмемо, наприклад, завантаження шариків: $P_i=0,2P; 0,4P; \dots; P$ при $P=5000\text{Н}$, $\xi=1,03$; $\sigma=2200\text{МПа}$; $E=2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; $A/B=1-1/\xi=0,029$ і $n_b=0,41$ $n_p=0,63$.

Після підстановки цих даних в формулу (6) отримаємо, що опір руху усіх шариків $\Sigma W_i=43 \text{ Н}$ при $R_i=8,885 \text{ мм}$. Опір руху шарика $R_i=8,885 \text{ мм}$ буде дорівнювати 65 Н при завантаженні його силою $\Sigma P_i=15000 \text{ Н}$, що складає $1,6$ від сумарної величини ΣW_i . Звичайно, що величина $1,6$, внаслідок складної залежності між W_i та P_i , не завжди однакова, а буде залежати від конкретних величин P_i .

Але, скориставшись формулою (6), неважко отримати приведені значення завантаження одного шарика діаметром, отриманим за формулою (1), ($R_i=8,885 \text{ мм}$), і при лінійному завантаженні

$$P_{np} = (\Sigma P_i \sqrt[3]{P_i})^{0,75}, \quad (7)$$

або приведений радіус шарика завантаженого сумарною силою $\Sigma P_i \sqrt[3]{P_i}$

$$R_{1np} = 0,11n_b \frac{\Sigma P_i \sqrt[3]{P_i}}{\Sigma W_i} \sqrt[3]{0,11n_b \frac{\Sigma P_i \sqrt[3]{P_i}}{E(2-1/\xi) \Sigma W_i}}. \quad (8)$$

Звичайно, що в загальному випадку необхідно скористатись формулою (6).

2. Розглянемо аналогічну задачу при схемі дотику циліндр площина і довжині циліндра B .

Формула (1) для цієї схеми має вигляд:

$$R_i = \frac{0,418^2 P E}{B \sigma^2}. \quad (9)$$

Коефіцієнт тертя кочення при лінійному дотику [2]

$$k = 0,225b. \quad (10)$$

Півширина плями контакту у цьому випадку [3]

$$b_i = 1,526 \sqrt{\frac{P_i R_i}{BE}}. \quad (11)$$

Отже

$$k_i = 0,343 \sqrt{\frac{P_i R_i}{BE}}, \quad (12)$$

а опір руху i -того ролика

$$W_i = 0,343 \sqrt{\frac{1}{BE R_i}} P_i \sqrt{P_i}. \quad (13)$$

Сума опору коченню усіх роликів

$$\sum W_i = 0,343 \sqrt{\frac{1}{BE R_i}} \sum P_i \sqrt{P_i}. \quad (14)$$

Із (14) отримаємо, що при лінійному розподілу навантажень на ролики можна при обчисленні опору руху i роликів або знайти приведені навантаження на один ролик за формулою

$$P_{np} = (\sum P_i \sqrt{P_i})^{2/3}, \quad (15)$$

або знайти приведений радіус ролика

$$R_{1np} = 0,1176 \frac{(\sum P_i \sum \sqrt{P_i})^2}{BE (\sum W_i)}. \quad (16)$$

При визначенні радіуса ролика (9) треба мати на увазі, що допустимі напруження при лінійному в 1,3...1,4 рази менші, чим при точковому. Якщо прийняти $B=5$ мм; $\sigma=1600$ МПа і навантаження на ролики із попереднього прикладу, то $\sum W_i = 149,85$ Н, при $R_1=14,33$ мм. Цьому опору відповідає опір руху одного ролика завантаженого силою $P_0=14213$ Н, що складає приблизно 0,5 від сумарної величини і біля 5 середньої величини.

3. Розглянемо цю ж задачу для шарикопідшипника. Якщо допустиме навантаження на підшипник $Q=120$ кН, то максимальне навантаження на один шарик [4] $P_1=5,0 Q/z$ і при кількості шариків $z=10$ складе $P=60$ кН. Якщо радіус жолоба доріжки, як і вище, прийняти $R_2=\xi R_1$, а її радіус R_3 , то радіус шарика із умов допустимих контактних напружень

$$R_1 = 0,0147 \frac{n_{pb}^3 P_1 E^2 (2 - 1/\xi) R_3}{R_3^2 \sigma^3 - 0,0147 n_{pb}^3 P_1 E^2} \left(1 + \frac{R_3^3 \sigma}{n_{pb} E} \sqrt{\frac{68\sigma}{n_{pb} P_1}}\right). \quad (17)$$

Тут $(A/B)_в = \frac{1-1/\xi}{1+R_1/R_3}$ і відповідає контакту з внутрішнім кіль-

цем.

У разі $R_3=60$ мм, що приблизно відповідає підшипникові № 319 з $R_1=17,5$ при $\sigma=3800$ МПа.

При десяти шариках навантаження на один визначається із виразу:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{5Q}{10} \cos^{3/2} 36^\circ = 43660H; \\ P_2 &= \frac{5Q}{10} \cos^{3/2} 72^\circ = 10306H. \end{aligned} \quad (18)$$

Знайдемо коефіцієнт тертя кочення при коченні шарика по зовнішньому та внутрішньому кільцях при умові рівності радіусів жолобів.

Для внутрішнього кільця

$$k_{ei} = 0,11n_{\sigma} \sqrt[3]{\frac{P_i}{E} \frac{1}{\frac{1}{R_1}(2-1/\xi) + \frac{1}{R_3}}}; \quad (19)$$

для зовнішнього

$$k_{zi} = 0,11n_{\sigma} \sqrt[3]{\frac{P_i}{E} \frac{1}{\frac{1}{R_1}(2-1/\xi) - \frac{1}{R_4}}}. \quad (20)$$

Опір руху самого навантаженого шарика по внутрішньому (в) і зовнішньому (з) кільцях

$$W = \frac{0,11P}{R_1} \sqrt[3]{\frac{P}{E} (n_{\sigma} \sqrt[3]{\frac{1}{\frac{1}{R_1}(2-1/\xi) + \frac{1}{R_3}}} + n_{\sigma} \sqrt[3]{\frac{P_i}{E} \frac{1}{\frac{1}{R_1}(2-1/\xi) - \frac{1}{R_4}}}}}, \quad (21)$$

де $n_{вз}$ знаходиться із відношення $(A/B)_z = \frac{1-1/\xi}{1-R_1/R_4}$, а

$R_4=R_3+2R_1$.

Опір руху чотирьох шариків, два із яких завантажені силами $P_1=43660$ та $P_2=10306H$,

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{0,22P_1}{R_1} \sqrt[3]{\frac{P_1}{E} \xi_{ов}}; & W_2 &= \frac{0,22P_2}{R_1} \sqrt[3]{\frac{P_2}{E} \xi_{оз}}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{де } \xi_{ou} = n_{bh} \sqrt[3]{\frac{1}{(1/R_1)(2-1/\xi)+1/R_3}}; \quad \xi_{oz} = n_{bz} \sqrt[3]{\frac{1}{(1/R_1)(2-1/\xi)+1/R_4}}.$$

При $R_3=60$ мм для внутрішнього кільця і $R_4=95$ мм - для зовнішнього величини опору руху шариків: $W=514$ Н; $W_1=673$ Н; $W_2=98$ Н. Сумарний опір руху п'яти шариків складає $W_0=1285$ Н; цьому опору відповідає навантаження на один шарик силою $P_0=119$ кН, що складає біля 2 величин від максимального навантаження на один шарик або навантаженню на підшипник.

4. При роликовому підшипнику, цих ж навантаженнях та розмірах і довжині ролика В формули, наведені в п.3, приймають вигляд:

$$R_1 = 0,1747 \frac{PER_3}{BR_3\sigma^2 - 0,1747PE}; \quad (23)$$

$$b_{ib} = 1,522 \sqrt{\frac{P_i}{BE} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_3}}; \quad (24)$$

$$b_{iz} = 1,522 \sqrt{\frac{P_i}{BE} \frac{R_1 R_2}{R_4 - R_1}}.$$

Оскільки при лінійному контакті коефіцієнт тертя кочення визначається виразом (8), то

$$k_{ib} = 0,342 \sqrt{\frac{P_i}{BE} \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}; \quad (25)$$

$$k_{iz} = 0,342 \sqrt{\frac{P_i}{BE} \frac{R_1 R_4}{R_4 - R_1}},$$

а опір руху одного ролика знайдеться із виразу:

$$W_i = 0,342 \sqrt{\frac{1}{BER_1}} P_i \sqrt{P_i} \left(\sqrt{\frac{R_3}{R_1 + R_3}} + \sqrt{\frac{R_4}{R_4 - R_1}} \right). \quad (26)$$

При $B=20$ мм радіус ролика ($\sigma=3000$ МПа) складе $R_1=15,3$ мм, а опір їх коченню буде $W=1246$; $W_1=1547$ і $W_2=178$ Н (сума опорів 2971 Н) при $R_1=91,225$ мм.

Один ролик радіусом $R_1=15,3$ мм треба завантажити силою $P=107$ кН, щоб опір його руху дорівнювався б сумі 5 роликів. Це приблизно складає загальне навантаження на підшипник, або біля величини максимального навантаження на один ролик.

Аналіз наведених формул і проведених розрахунків показує, що:

- опір руху декількох тіл кочення можна знаходити, передаючи тиск на одне тіло у тому випадку, коли закон тиску на них змі-

нюються за окремим законом, властивим розподілу навантажень в підшипниках кочення;

- в загальному випадку опір коченню одного тіла, рівного декільком відомого навантаження, можна знаходити за запропованою тут методикою.

ЛІТЕРАТУРА

1. Грузоподъемные машины // Александров М.П., Колобов Л.Н., Крутиков И.П. и др. - М.: Высш.шк., 1973.- 473 с.
2. Бондаренко Л.Н. Зависимость коэффициента трения качения колес по рельсу от режима работы механизма передвижения // Строитель. и дорож. маш. №6 1999. с.40; Экспериментально-аналитическое определения коэффициента трения качения / 36. наук. працв. Хар ДАЗТ. 1999. Вып. 36.с. 127-132
3. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Киев: Наук. думка, 1988.- 736с.
4. Вербовский Г.Г. Теория механизмов и машин. Харьков: Изд-во Харьков. Ун-та, 1968.- 276с.