

Міністерство освіти і науки України
Український державний університет науки і технологій

Факультет «Комп'ютерні технології і системи»

Кафедра «Автоматика та телекомунікації»

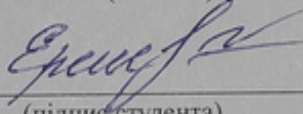
Пояснювальна записка

до кваліфікаційної роботи
на здобуття освітнього ступеня «магістр»

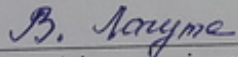
на тему: Дослідження стійкості математичної моделі формування поїздів

за освітньою програмою «Системи керування рухом поїздів»
зі спеціальності: 273 «Залізничний транспорт»

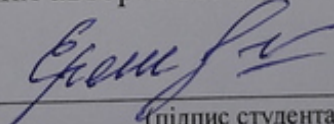
Виконав: студентка групи СК2121 (969М)

 / Дар'я ЄРЕШКО /
(підпис студента)

Керівник: доцент кафедри АТ

 / Василь ЛАГУТА /
(підпис керівника)

Засвідчую, що у цій роботі немає запозичень з
праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент  /
(підпис студента)

Дніпро – 2022 рік

**Міністерство освіти і науки України
Український державний університет науки і технологій**

Факультет «Комп'ютерні технології і системи»

Кафедра «Автоматика та телекомунікації»

Пояснювальна записка

до кваліфікаційної роботи
на здобуття освітнього ступеня «магістр»

на тему: Дослідження стійкості математичної моделі формування поїздів

за освітньою програмою «Системи керування рухом поїздів»
зі спеціальності: 273 «Залізничний транспорт»

Виконав: студентка групи СК2121 (969М)

_____ / Дар'я ЄРЕШКО /
(підпис студента)

Керівник: доцент кафедри АТ

_____ / Василь ЛАГУТА /
(підпис керівника)

Засвідчую, що у цій роботі немає запозичень з
праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент _____
(підпис студента)

Дніпро – 2022 рік

Ministry of Education and Science of Ukraine
Ukrainian State University of Science and Technologies
Faculty of Computer Technologies and Systems
Department of Automation and Telecommunication

Explanatory Note

to Master's Thesis

master

(higher education degree)

Train movement control systems»
in the Specialty: 273 Railway transport

Dnipro – 2022

Міністерство освіти і науки України
Український державний університет науки і технологій

Факультет: Комп'ютерні технології та системи
Кафедра: Автоматика та телекомунікації
Рівень вищої освіти: магістр
Освітня програма: Системи керування рухом поїздів
Спеціальність: 273 Залізничний транспорт

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри АТ

(підпис) Володимир ГАВРИЛЮК

Дата _____

З А В Д А Н Н Я

на кваліфікаційну роботу

магістр

(ступінь вищої освіти)

студенту Єрешко Дар'ї Сергіївні

(Прізвище, Ім'я, По батькові)

1. Тема

роботи: Дослідження стійкості математичної моделі формування поїздів

Керівник роботи: Лагута Василь Васильович, к.т.н., доцент

(Прізвище, Ім'я, По батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом від

"18" жовтень 2021 р.

№ 704-ст

2. Строк подання студентом роботи: 15. грудня. 2022 р.

3. Вихідні дані до роботи: Потік вантажного рухомого складу на станцію для переробки

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно опрацювати):

4.1 Аналітична частина: виконати аналіз методів дослідження складних систем; обґрунтувати та описати обраний метод дослідження

4.2 Основна частина: визначити вплив відмов пристроїв залізничної автоматики на поїздну роботу станції;

скласти математичну модель процесу формування поїздів для станції;

дослідити математичну модель на стійкість; сформулювати висновки

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень):

актуальність роботи; постановка задачі дослідження; методи дослідження складних систем; обґрунтування та опис методу дослідження;

дослідження математичної моделі на стійкість; висновки

6. Консультанти розділів роботи:

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Завдання видав: (підпис консультанта, дата)	Завдання прийняв: (підпис студента, дата)
Аналітична частина	Лагута В.В.	21.10.2021	
Основна частина	Лагута В.В.	21.10.2021	

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Вступ (Актуальність. Мета роботи. Методи дослідження. Практична значимість)	15.09.2022	
2	1. Огляд літературних джерел	01.10.2022	
3	2. Моделювання складних систем	15.10.2022	
4	3. Теоретичні основи задачі дослідження стійкості моделі каналу формування поїздів (Поняття про марківський процес. Потоки подій. Рівняння Колмогорова. Класифікація систем масового обслуговування. Стійкість лінійних систем. Алгебраїчний критерій стійкості Гурвіца)	01.11.2022	
5	4. Дослідження на стійкість математичної моделі каналу формування поїздів (Вплив відмов пристроїв залізничної автоматики на поїздну роботу станції. Дослідження математичної моделі каналів системи „Сортувальна станція” та перевірка її на стійкість)	01.12.2022	
6	Висновки	10.12.2022	
7	Подання кваліфікаційної роботи до кафедри	15.12.2022	
8	Захист кваліфікаційної роботи на засіданні Екзаменаційної комісії	20.12.2022	

Студент

(підпис)

Дар'я ЄРЕШКО

(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Керівник роботи

(підпис)

Василь ЛАГУТА

(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи магістра:

57 с., 10 рис., 1 табл., 20 джерел.

Об'єкт розробки - дослідження взаємодії процесу формування поїздів та стану систем залізничної станції.

Мета роботи – метою магістерської роботи є проведення оцінки стану системи залізничної автоматики на залізничній станції при здійсненні процесу формування поїздів.

Методи дослідження – математична статистика, надійність та діагностування, теорія автоматичного керування, теорія випадкових процесів.

В роботі виконано аналіз методів дослідження складних систем, обґрунтовано та описано обраний метод дослідження, складено математичну модель процесу формування поїздів для станції, визначено, що стан пристроїв залізничної автоматики впливає на поїздну роботи станції.

В першому розділі проаналізовано літературні джерела з моделювання складних систем.

В другому розділі розглянуто питання моделювання складних систем.

В третьому розділі розглянуто теоретичні основи задачі дослідження взаємодії процесу формування поїздів відповідно з станом системи автоматики та телемеханіки залізничної станції.

В четвертому розділі здійснено дослідження на стійкість математичної моделі каналу формування поїздів. Сформульовано висновки про стан та потужності системи залізничної автоматики при виконанні процедур сортувальної роботи.

Результати роботи можуть бути використано при проектуванні та дослідженні систем залізничної автоматики для станції.

Матеріали роботи застосовуються в учбовому процесі університету в дисциплінах «Теорія автоматичного керування» та «Надійність та діагностування».

Ключові слова: МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, СИСТЕМИ ЗАЛІЗНИЧНОЇ АВТОМАТИКИ, СТІЙКІСТЬ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ, НАДІЙНІСТЬ СИСТЕМ ЗАЛІЗНИЧНОЇ АВТОМАТИКИ, ПРОЦЕС ФОРМУВАННЯ ПОЇЗДІВ.

ЗМІСТ

Р	
В	
О	ГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ З МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ
С	СИСТЕМ Ошибка! Закладка не определена.
М	ОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ Ошибка! Закладка не определена.
Т	ЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ МОДЕЛІ
К	КАНАЛУ ФОРМУВАННЯ ПОІЗЛІВ Ошибка! Закладка не определена.
	Поняття про марківський процес. Потоки подій..... Ошибка! Закладка не определена.

Р	
К	
В	
С	
Д	
О	
С	
Л	
І	
В	
Ж	
Є	
Н	
О	
Я	
К	
Н	
А	
П	
О	
С	
И	
Й	
К	
Н	
Б	
Т	
Б	
М	
А	
Т	
Е	
М	

Дослідження математичної моделі каналів системи „Сортувальна станція” та

ВСТУП

Згідно до Концепції та Програми реструктуризації залізничного транспорту України і Директиви ЕС 91/440 з метою забезпечення ефективності функціонування Укрзалізниці (УЗ) в умовах транспортного ринку стає необхідним удосконалення технології перевізного процесу. Нова технологія повинна бути заснована на задоволенні вимог користувачів щодо якості транспортного обслуговування поряд зі зниженням витрат на перевезення, а також передбачати адаптацію до умов ринкової економіки таких базових складових технології перевізного процесу як: організація вагонопотоків і поїздоутворення, план формування поїздів (ПФП), графік руху (ГРП), оперативне управління і регулювання організації тягового рухомого складу, технологія роботи станцій.

Актуальність роботи - Зниження інтенсивності поїздопотоків негативно впливає на кількісні і якісні показники роботи залізниць України. Невиконання нормативного терміну доставки спостерігається в середньому для 40-50% відправок в залежності від їх виду. Це обумовлено значним простоєм вагонів під накопиченням, який становить близько 70% від загального простою транзитних вагонів із переробкою на технічних станціях, що найчастіше складає порядку 15-21 години. На основі директивних вказівок керівництва залізниць визначено необхідність скорочення часу простою вагонів на станції на 10-15% за рахунок удосконалення надійності систем залізничної автоматики, покращення технології переробки потоку вантажного рухомого складу на станції та використання сучасних інформаційних технологій.

Тема роботи - направлена на вирішення задачі удосконалення взаємодії процесу обробки потоку поїздів на сортувальній станції з процесом функціонування системи залізничної автоматики та телемеханіки на станції, що дозволяє кваліфікувати тему роботи як актуальну.

Мета роботи - метою магістерської роботи є проведення оцінки стану системи залізничної автоматики на залізничній станції при здійсненні процесу формування поїздів.

Методи дослідження – теорія ймовірностей, математична статистика, математичний аналіз, теорія надійності, теорія автоматичного керування, теорія випадкових процесів.

Практична значимість - описаний метод дослідження, що запропоновано в роботі, може бути застосовано для здійснення аналізу функціонування систем залізничної автоматики, з метою їх модифікації на сортувальних станціях та залізничних вузлах, з урахуванням потоку поїздів.

Елементи роботи подаються як приклад в дисциплінах «Теорія автоматичного управління», «Теорія надійності».

1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ З МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Системний аналіз у сучасному розумінні – це синтез ідей та принципів загальної теорії систем, кібернетики з можливостями сучасної обчислювальної техніки, і має своїм предметом вивчення та моделювання об'єктів складної природи (систем), [1]. Витоки системного аналізу сягають праць грецьких філософів Піфагора і Платона. Саме слово "аналіз" грецького походження і складається з двох слів: $\alpha\nu\alpha$ ("ана") вгору, і $\lambda\upsilon\omega$ ("ліо") поділяю, що означає виявлення першооснови, сутності явищ навколишнього світу, [1]. Нині у літературі позначення цієї дисципліни використовується кілька термінів: системний аналіз, загальна теорія систем, системний підхід, системологія. Між ними часто ставиться знак тотожності, що цілком виправдано. Щоб краще усвідомити методологію системного аналізу, розглянемо основні ідеї, які він використовує.

Ідея 1. При вивченні складного об'єкта головна увага приділяється зовнішнім зв'язкам об'єкта з іншими системами, а на його детальній внутрішній структурі, хоча останнє не виключається, тобто системний аналіз – це макропідхід, [2].

Ідея 2. Під час вивчення складного об'єкта пріоритет віддається його цілям і функцій, у тому числі [2] виводиться структура (але не навпаки), тобто. системний аналіз – це підхід функціональний.

Ідея 3. При вирішенні проблем, пов'язаних із системами, слід зіставляти необхідний і можливий, бажаний і досяжний ефект і наявні для цього ресурси. Іншими словами, [2] слід завжди враховувати, яку "ціну" доведеться заплатити за отримання необхідного результату.

Ідея 4. Під час ухвалення рішення у системах слід враховувати наслідки рішення всім систем, які воно зачіпає.

Термін "система" набув широкого поширення, тому що в даний час є нагальна необхідність вивчення складних комплексів (систем) [3]. Це з об'єктивної тенденцією ускладнення систем, агрегування їх функцій, що проявляється під час вирішення як глобальних, і спеціальних проблем, як-от вивчення біологічних

об'єктів, екологічний моніторинг, управління технологічними процесами, промисловими і транспортними об'єктами, наукові дослідження, медичне і технічне діагностування.

Складна система розглядається як цілісна сукупність елементів, що характеризується наявністю великої кількості взаємозалежних і взаємодіючих елементів, [2]. У дослідника існує суб'єктивна можливість розбиття системи на підсистеми, цілі функціонування яких підпорядковані спільній меті функціонування всієї системи (цілеспрямованість систем), [4]. Цілеспрямованість інтерпретується, як здатність системи здійснювати в умовах невизначеності та впливу випадкових факторів поведінка (вибір поведінки), що переслідує досягнення певної мети.

Визначення 1. Модель є абстрактним описом системи (об'єкта, процесу, проблеми, поняття) в деякій формі, відмінної [4] від форми їх реального існування.

Визначення 2. Моделювання є одним з основних методів пізнання, є формою відображення дійсності і полягає у з'ясуванні або відтворенні тих чи інших властивостей реальних об'єктів, предметів та явищ за допомогою інших об'єктів, процесів, явищ, або за допомогою абстрактного опису у вигляді зображення, плану, карти, сукупності рівнянь, алгоритмів та програм.

Моделювання засноване на наявності у різноманіття природних і штучних систем, що відрізняються як цільовим призначенням, так і фізичним втіленням, подібністю або подібністю деяких властивостей: геометричних, структурних, функціональних, [4] поведінкових. Ця подібність може бути повною (із Моделювання виникло людської діяльності з часів наскального живопису та споруди ідолів, тобто. щойно людство стало прагнути розуміння навколишньої дійсності; — і зараз, по суті, прогрес науки і техніки знаходить своє найточніше вираження розвитку здатності людини створювати моделі об'єктів і понять. оморфізм) і частковою (гомоморфізм).

Домінантною тенденцією сьогодні є взаємопроникнення всіх видів моделювання, симбіоз різних інформаційних технологій у галузі моделювання, особливо для складних додатків та комплексних проектів з моделювання. Так, наприклад, імітаційне моделювання включає концептуальне моделювання (на ранніх етапах

формування імітаційної моделі) і логіко-математичне (включаючи методи штучного інтелекту) - для цілей опису окремих підсистем моделі, а також у процедурах обробки та аналізу результатів обчислювального експерименту та прийняття рішень. Технологія проведення та планування обчислювального експерименту з відповідними математичними методами привнесено до імітаційного моделювання з фізичного (натурного) моделювання. Нарешті, структурно-функціональне моделювання використовується як із створенні стратифікованого описи багатомодельних комплексів, так формування різних діаграмних уявлень під час створення імітаційних моделей, [1].

Очевидно, що революційні вимоги Індустрії 4.0 потребують нових парадигм моделювання соціально-економічних систем. Такою парадигмою може стати мережна парадигма складних систем. Мережні технології змінили обчислювальну математику, системний аналіз, інформаційні технології. В останні роки було реалізовано кілька грандіозних мережних проектів, в яких поставлена задача вирішувалася завдяки спільним діям сотень тисяч або навіть мільйонів комп'ютерів. Це і криптографічні проблеми, і пошук ліків проти раку, заснований на математичному моделюванні взаємодії різних речовин з клітинами. Це розподілений аналіз даних космічних експериментів та обробка результатів, отриманих на Великому адронному колайдері. В зв'язку з новою мережною парадигмою складності перед фахівцями з моделювання виникають принципово нові, актуальні задачі. Ось, на наш погляд, тільки деякі з них:

- дослідження надійності, робастності кіберфізичних мереж відносно випадкових помилок та направлених атак;
- аналіз когнітивних можливостей складних систем;
- моделювання мультиплексних мереж;
- вплив нанотехнологій на формування наноекономіки та ін.

Моделювання складних систем - формування системи теоретичних знань та практичних навичок щодо моделювання структурних і динамічних властивостей систем різної природи як засобу дослідження [2] та управління складними явищами на макро-, мезо- й мікрорівнях. Протягом останніх десяти-п'ятнадцяти років

відбулися відчутні зміни в розумінні фундаментальних закономірностей складних систем. Виявилось, що такі складні системи мають універсальні емерджентні властивості, які не знаходять адекватного розуміння у рамках традиційних парадигм. Тому для аналізу все активніше використовуються сучасні методи та моделі фундаментальних наук, які у поєднанні з новітніми досягненнями в галузі інформаційних технологій та досить ємними базами даних (мільйони записів навіть в базах некомерційного призначення) забезпечили значний прогрес у розумінні та квантифікації природи цих систем. Сюди відносяться методи фрактального і мультифрактального аналізу, дослідження рекурентних властивостей динамічних систем, нелінійної динаміки, теорії хаосу і біфуркацій тощо. З'явилися нові «кількісні» напрямки економіки: математична економіка, фізична економіка, еконофізика та ін. Деякі з таких моделей, не знайшовши поки що відображення у навчальній літературі, включені до цієї роботи.

Теоретичні моделі, математичний апарат, сучасні концепції та парадигми, які визначають підходи до вивчення характеристик складних систем, [3].

Висновок

Системний аналіз у сучасному розумінні – це синтез ідей та принципів загальної теорії систем, кібернетики з можливостями сучасної обчислювальної техніки, і має своїм предметом вивчення та моделювання об'єктів складної природи.

2 МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Сучасний світ постає перед нами складною системою. З поглибленням знань про нього приходить розуміння, що все у цьому світі взаємопов'язане. Досвід вчить, що непродумані рішення та довільні дії навіть у малій його частині, доступній для нашого сприйняття, можуть призвести до непередбачуваних, незворотних, а нерідко катастрофічних результатів у значно більшому масштабі. Тому важливо мати надійний інструмент, що дозволяє [1] діяти осмислено і не наробити дурниць та помилок, ціна яких часом буває надто високою. Таким інструментом є методологія системного аналізу або, як заведено говорити, системного підходу, сфера дії якого в даний час досить різноманітна і постійно розширюється: від постановки наукових досліджень та теоретичних узагальнень до проектування технічних об'єктів та управління громадськими інститутами. Системний підхід - це перш за все правильна організація мислення, що полягає в умінні сприймати навколишній світ і його проблеми не через вузько виборчий фільтр миттєвих вигод та устремлінь, а через багатогранну призму всебічної оцінки наслідків рішень для всіх, кого вони торкаються, що дозволяє бачити проблему [5] в цілому всієї її складності та повноті.

У зв'язку зі сказаним розвиток навичок системного мислення у студентів набуває особливої значущості, будучи необхідною умовою успішної роботи з обраної спеціальності. Говорячи про важливість системного аналізу для підготовки інженерів, слід мати на увазі три аспекти.

Системний аналіз як навчальна дисципліна є основою наступних спеціальних курсів, присвячених вивченню систем різної природи: вимірювальних, промислових, транспортних, економічних, соціальних тощо. Центральною процедурою системного аналізу є побудова узагальненої моделі, що відбиває всі чинники та взаємозв'язки реальної системи. Системний аналіз як науковий напрям тісно пов'язаний із такими науковими галузями, як теорія інформації, теорія управління, теорія прийняття рішень, проблеми штучного інтелекту тощо. У відповідь потреби вивчення складних систем виникла дисципліна " Системний аналіз " , центральною проблемою якої є проблема прийняття рішень проблеми

штучного інтелекту тощо. Нарешті, системний аналіз, системний підхід - це ще й життєва філософія, володіння якої дозволяє успішно вирішувати проблеми повсякденного життя, знаходити нестандартні рішення, дотримуючись "золотої середини" та уникаючи крайнощів. Назвемо умовно людину, яка володіє системним підходом, "розумною", а не володіє "дурною". Розумний, зіткнувшись зі складною проблемою, [6] вивчає факти, оцінює можливості та приймає обґрунтовані рішення. Дурний губиться, починає метатися і вчиняти необдумані дії, тому неспроможна вирішити проблему.

Зазвичай при дослідженні або створенні якоїсь складної системи виникають труднощі: по-перше, ми повинні сформулювати мету, по-друге, описати систему за допомогою набору показників, по-третє, виміряти та зіставити ці показники між собою так, щоб з'явилася можливість порівнювати між собою різні варіанти стратегій (спосіб досягнення поставлених цілей). Перелічені завдання не вирішуються однозначно, є невизначеність вибору цілей, показників, схем їх порівняння. [6] Тому ми повинні спочатку уявити систему у вигляді дослідницької моделі.

Складність систем, що вивчаються, призвела до необхідності створення спеціальної техніки дослідження, заснованої на використанні апарату імітації (відтворення) на ЕОМ математичних моделей функціонування системи, що вивчається. Серед [6] завдань, що виникають у зв'язку із проектуванням систем, важливе місце займає проблема поєднання структурних та функціональних аспектів. Одне з найважчих питань належить до проблем проектування ієрархічної організації. Будь-які більш менш складні системи організовані за ієрархічним принципом.

Це з тим, що централізовані обробка інформації та прийняття рішень часто неможливі через великий обсяг інформації, затримок і спотворень.

Якщо йдеться про проектування технічних систем, то завдання системного дослідження полягає у розробці функціональної схеми, яка може бути реалізована свідомо не єдиним способом, та [7] у визначенні приватних цілей.

У системах, до складу яких входять люди (наприклад, виробничі системи, соціальні системи, народне господарство тощо), функціонування залежить від управління, яке здійснюється людьми. Виникають додаткові проблеми, пов'язані з урахуванням власних цілей та інтересів людей, навіщо необхідно спроектувати спеціальний механізм. Тому теорія [7] ієрархічних багаторівневих систем одна із найважливіших частин системного аналізу. Таким чином, системний аналіз - це дисципліна, що розвиває методи проектування складних систем.

Термін "системний аналіз" є не зовсім коректним перекладом терміну "system analysis", що з'явився в 60-х роках в США, для позначення техніки аналізу складних систем.

Поряд із цим терміном велике поширення набув термін "загальна теорія систем" (ОТО), виникнення якого пов'язане з ім'ям відомого біолога Л. Берталанфі, який у 50-х р.р. в Канаді організував центр загальносистемних досліджень та опублікував велику кількість робіт, в яких намагався знайти те спільне, що притаманне будь-яким досить складним структурам довільної природи (технічним, біологічним, соціальним). Суспільство було організовано в 1954 р. з наступними цілями:

- вивчення еквівалентності законів, концепцій, моделей у різних галузях та надання допомоги у перенесенні їх з однієї області до іншої;
- заохочення розробки адекватних теоретичних моделей у галузях, що їх не мають;
- мінімізація дублювання теоретичних зусиль у різних галузях;
- сприяння єдності науки за рахунок удосконалення спілкування між фахівцями.

Одними з перших прихильників цих досліджень були А. Раппопорт та К. Боулдінг. К.Боулдінг розглядав ОТС як рівень теоретичної побудови моделей, що лежить десь між конструкціями математики та конкретними теоріями спеціальних дисциплін.

Проблемами теорії систем (теорією організації) займалися А.А. Богданов, І.І. Шмальгаузен, В.М. Беклемишев [7] та інших. Значний внесок у розвиток теорії систем зробили роботи В.І. Вернадського про біосферу та місце в ній людини, про перехід біосфери в ноосферу.

Аналогічні підходи, що розглядають інформаційні процеси в системах, такі як зв'язок та управління, були сформульовані в 40-50-х рр., і отримали назву "кібернетика". Найбільший вплив у цьому напрямі справили класичні роботи Н.Вінера ("Кібернетика") та У.Росса Ешбі ("Введення в кібернетику"). Кібернетика, яку М.Вінер визначив як дослідження "зв'язку та управління в тваринному та машині", ґрунтується на розумінні того, що пов'язані з інформацією проблеми можна вивчати незалежно від конкретної інтерпретації.

Цей підхід підтримали роботи К. Шеннона з математичного дослідження поняття інформації, в результаті з'явилася математична теорія інформації.

Пізніше, у 60-х рр., було сформульовано математичні основи теорії систем М.Месаровичем, з припущення, [7] що будь-яку систему можна у вигляді відносини, визначеного сімействі множин. Огляд цієї теорії можна знайти у книзі Месаровича та Такахари. Інші математичні теорії систем стали результатом об'єднання теорій систем, що описуються диференціальними рівняннями та кінцевими автоматами в єдину математичну теорію. Найбільш плідними у цьому напрямі виявилися роботи О.Уаймора та М.Арбіба.

З інших термінів, що мають подібний зміст, набули поширення: "системний підхід" і "системологія". Перший відображає що намітилася у світі тенденцію вивчення явищ у всій повноті і взаємозв'язку коїться з іншими явищами, тобто. з урахуванням найбільш загальних принципів теорії систем. Другий застосовується для позначення системної методології при аналізі та синтезі систем, а в більш загальному контексті для позначення науки про системи. Таким чином, три галузі науки – загальносистемні дослідження, кібернетика та математичні теорії систем (а також обчислювальна техніка) – це найважливіші компоненти науки про системи. Ці науки значимі й суміжних областей (дослідження операцій, теорія прийняття рішень, штучний інтелект).

Система - сукупність (множина) елементів, між якими є зв'язки (відносини, взаємодія). Таким чином, під системою розуміється не будь-яка сукупність, а впорядкована. Якщо зібрати разом (об'єднати) одно- чи різнорідні елементи (поняття, предмети, людей), це буде системою, а лише більш менш випадковим

змішанням. Вважати ту чи іншу сукупність елементів системою чи ні, залежить також багато в чому від цілей дослідження та точності аналізу, яка визначається можливістю спостерігати [8] (описувати) систему.

Говорячи про систему, виділятимемо три основні ознаки:

1) система - це сукупність елементів, які самі можуть розглядатися як системи; а вихідна система частина більш загальної системи, тобто. Система сприймається як частина ієрархії систем. Наприклад, автомобіль може розглядатись як частина автомобільного підприємства або частина транспортних засобів міста тощо.

2) для системи характерна наявність інтегративних властивостей, які притаманні системі загалом, але не властиві жодному з її елементів окремо. Наприклад, може перевозити автомобіль, вимірювати прилад, але не їх окремі частини.

3) для системи характерна наявність суттєвих зв'язків між елементами (Скупчення розрізнених елементів не є системою).

Всі три ознаки тісно пов'язані один з одним, і наявність одного з них спричиняє наявність двох інших.

Загальна класифікація систем має враховувати багато аспектів. Найбільш відомі класифікаційні схеми належать С. Біру [8] та К. Боулдінгу. Перша класифікація (за С. Біром), доповнена автором цієї книги (останній рядок таблиці), наведена в табл.1. Ця класифікація враховує два основних аспекти системи: складність та спосіб опису. Друга класифікація (за К. Боулдінгом) побудована з урахуванням складності організації систем.

Таблиця 2 - Класифікація систем за С. Біром

Система	Проста	Складна	Дуже складна
Детермінована	Віконна засувка проект механічних майстерень	Цифрова ЕОМ Автоматизація	-
Вірогідна	Підкидання монети Рух медузи Статистичний контроль якості продукції	Зберігання запасів Умовні рефлексії Прибуток промислового підприємства	Економіка Мозок Діяльність фірми
Нечітка	-	Людина Поведінка людини, мислення Якість життя	Соціальні системи та соціальні організації Трансценденталь- ні системи або системи поза нашим пізнанням

Класифікація систем за К. Боулдінгом

- Неживі системи.
- Статичні системи, звані остовами
- Прості динамічні структури із заданим рухом, властиві навколишньому фізичному світу. Ці системи називають годинниковими механізмами.
 - Кібернетичні системи з керованими циклами зворотний зв'язок, звані термостатами.
- Живі системи.
- Відкриті системи з структурою, що самозберігається. Рівень клітин - перший щабель, на якому можливий поділ на живе та неживе.

- Живі організми з низькою здатністю сприймати інформацію (Рослини).
- Живі організми з більш розвиненою здатністю сприймати інформацію, але не мають свідомості (тварини).
- Люди, що характеризуються самосвідомістю, мисленням та нетривіальною поведінкою.
- Соціальні системи та соціальні організації.
- Трансцендентальні системи, або системи, що лежать зараз поза нашим пізнанням.

Висновок

Складність систем, що вивчаються, призвела до необхідності створення спеціальної техніки дослідження, заснованої на використанні апарату імітації (відтворення) на ЕОМ математичних моделей функціонування системи, що вивчається. Серед завдань, що виникають у зв'язку із проектуванням систем, важливе місце займає проблема поєднання структурних та функціональних аспектів. Одне з найважчих питань належить до проблем проектування ієрархічної організації. Будь-які більш менш складні системи організовані за ієрархічним принципом.

3 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ МОДЕЛІ КАНАЛУ ФОРМУВАННЯ ПОЇЗДІВ

3.1 Поняття про марківський процес. Потоки подій.

Порівняно сприятливий випадок «доброякісною» або «стохастичній» невизначеності, коли невизначені чинники, що входять в завдання, є випадкові величини (або випадкові функції), імовірнісні характеристики яких або відомих, або можуть бути отримані з [9] досвіду. Головним чином, прямими завданнями дослідження операцій, тобто побудовою математичних моделей деяких випадкових явищ, лише нашвидку зупиняючись на зворотних завданнях (оптимізації рішень), тому що вони, як правило, складні. У стохастичних завданнях дослідження операцій часто скрутно навіть побудова математичної моделі, вже не кажучи про оптимізацію. В більшості випадків не вдається побудувати просту математичну модель, що дозволяє в явному (аналітичному) вигляді знайти величини (показники ефективності), що цікавлять нас, залежно від умов операції b [9] і елементів рішення x . Проте в деяких особливих випадках таку математичну модель вдається побудувати. Це - коли досліджувана операція є так званим марківським випадковим процесом.

Нехай є деяка фізична система S , яка з часом міняє [10] свій стан (переходить з одного стану в інше), причому заздалегідь невідомим, випадковим чином. Тоді ми говоритимемо, що в системі S протікає випадковий процес.

Під «фізичною системою» можна розуміти що завгодно: технічний пристрій, групу таких пристроїв, підприємство, галузь промисловості, живий організм, популяцію і т.д. Більшості процесів, що протікають в реальних системах, властиві, в тій чи іншій мірі, межі випадковості, невизначеності.

Наприклад, система S - космічний корабель, що виводиться на задану орбіту. Процес виводу неминуче супроводжується випадковими помилками, відхиленнями від заданого режиму, на які доводиться вводити [9,10] корекцію (коли b не випадкові помилки, корекція була б не потрібна). Значить, процес виводу на орбіту - випадковий процес.

Фізична система S - звичайний літак, що здійснює рейс на заданій висоті, по певному маршруту. Чи є цей процес випадковим. Безумовно, так, оскільки він неминуче (через турбулентність атмосфери і інших чинників) [10] супроводжується випадковими обуреннями, коливаннями (у цьому не засумнівається ніхто, що випробував на собі так звану «бовтанку» або порушення графіка польотів).

На приклад: система S - технічний пристрій, що складається з ряду вузлів, які час від часу виходять з ладу, замінюються або відновлюються. Процес, що протікає в цій системі, безумовно, випадків. А їдальня самообслуговування. У ній час від часу можуть утворюватися і розсмоктуватися черзі, виникати затримки, брак підносів і т. д.

Взагалі, якщо подумати, важче привести приклад «невипадкового» процесу, чим - класичний приклад точної, строго вивіреної роботи («працює, як годинник») схильний до випадкових змін (відхід вперед, відставання, зупинка).

Так що ж, виходить, всі процеси в природі випадкові. Так, строго кажучи, це так - випадкові обурення властиві будь - якому процесу. Але до тих пір, поки ці обурення неістотні, мало впливають на параметри, що цікавлять нас, ми можемо ними нехтувати і розглядати процес як детермінований, невід випадковий. Необхідність обліку випадковостей виникає [10] тоді, коли вони прямо торкаються нашої зацікавленості. Наприклад, складаючи розклад літаків, можна нехтувати випадковими коливаннями літака навколо центру маси, а проектуючи автопілот - безумовно, немає. Більшість процесів, які ми вивчаємо у фізику, техніку, по суті є випадковими, але тільки деякі з них ми вивчаємо як випадкові - коли нам це «до зарізу» треба.

Випадковий процес, що протікає в системі, називається марківським, якщо [9] для будь - якого моменту часу t_0 імовірнісні характеристики процесу в майбутньому залежать тільки від його стану в даний момент t_0 і не залежать від того, коли і як система прийшла в цей стан.

Нехай в момент часу t_0 , рис. 3.1 система знаходиться в певному стані S_0 . Ми спостерігаємо процес з боку і у момент t_0 знаємо стан системи S_0 і всю передісторію процесу, все, що було при $t < t_0$. Цікавить майбутнє ($t > t_0$). Чи можемо його

передбачити (передбачити). У точності - ні, процес випадковий, значить - непередбачуваний. Але якісь імовірнісні характеристики процесу в майбутньому знайти можливо. Наприклад, [11] вірогідність того, що через деякий час τ система S опиниться в стані S_1 , або збереже стан S_0 і т.п.

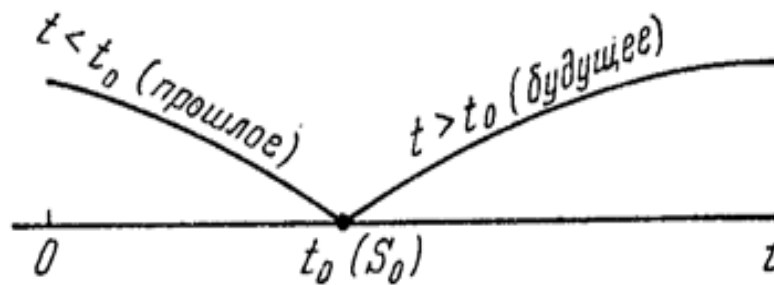


Рисунок 3.1 - Процес в минулому та майбутньому стані

Для марківського випадкового процесу таке «імовірнісний прогноз» виявляється набагато простішим, ніж для не марківського. Якщо процес - марківський, то передбачати можна, тільки враховуючи справжній стан системи S_0 і забувши про його «передісторії» (поведінці системи при $t < t_0$). Само стан S_0 , зрозуміло, залежить від минулого, але як тільки воно досягнуте, про минуле можна забути. Інакше формулюючи, в марківському процесі «майбутнє залежить від минулого тільки через сьогодення».

Приклад марківського процесу: система S - лічильник Гейгера, на який час від часу потрапляють космічні частинки; стан системи у момент t характеризується свідченням лічильника - числом частинок, що прийшли до даного моменту. Хай у момент t_0 лічильник показує S_0 . Вірогідність того, що у момент $t < t_0$ лічильник покаже те або інше число частинок S_1 (або не менше S_1), зрозуміло, залежить від S_0 , але не залежить від того, в яких саме моменти приходили частинки до моменту t_0 .

На практиці часто зустрічаються процеси, [11] які якщо не в точності марківські, то можуть бути в якомусь наближенні розглянуті як марківські. Приклад: система S - група літаків, що беруть участь в повітряному бою. Стан системи характеризується числом літаків «червоних» - x і «синіх» - y , таких, що збереглися (не збитих) до

якогось моменту. У момент t_0 нам відомі чисельності сторін - x_0 і y_0 . Нас цікавить вірогідність того, що в якийсь момент $t_0 + \tau$ чисельна перевага буде на стороні «червоних». Запитаємо себе, від чого залежить ця вірогідність. В першу чергу від того, в якому стані знаходиться система в даний момент t_0 , а не від того, коли і в якій послідовності гинули збиті до моменту t_0 літаки.

Отже, більш менш ясно, [11] що таке марківський випадковий процес. По суті, будь-який процес можна розглядати як марківський, якщо всі параметри з «минулого», від яких залежить «майбутнє», включити в «сьогодення».

Наприклад, хай мова йде про роботу якогось технічного пристрою; у якийсь момент t_0 воно ще справне, і нас цікавить вірогідність того, що воно пропрацює ще час. Якщо за справжній стан системи вважати просто «система справна», то процес безумовно не марківський, тому що вірогідність того, що вона не відмовить за час, залежить, в загальному випадку, від того, скільки часу вона вже пропрацювала і коли був останній ремонт. Якщо обидва ці параметра (загальний час роботи і час після останнього ремонту) включити в справжній стан системи, то процес вже можна буде, мабуть, вважати марківським. Проте таке «збагачення сьогодення за рахунок передісторії» далеко не завжди буває корисно, оскільки (якщо число параметрів минулого велике) [11] воно часто приводить до «прокляття багатовимірності», про яке ми вже говорили. Тому надалі, кажучи про марківський процес, ми матимемо на увазі його простим «нехитрим», з невеликим числом параметрів, що визначають «сьогодення».

На практиці марківські процеси в чистому вигляді зазвичай не зустрічаються, але нерідко доводиться мати справу з процесами, для яких впливом «передісторії» можна нехтувати. При вивченні [9] таких процесів можна з успіхом застосовувати марківські моделі.

У дослідженні операцій велике значення мають так звані марківські випадкові процеси з дискретними станами і безперервним часом. Процес називається процесом з дискретними станами, якщо його можливі стани S_1, S_2, S_3 . можна заздалегідь перерахувати (перенумерувати), і перехід системи із стану в стан відбувається «стрибком», практично миттєво. Процес називається процесом з

безперервним часом, якщо моменти можливих переходів із стану в стан не фіксовані заздалегідь, а невизначені, випадкові, якщо перехід може здійснитися, в принципі, у будь-який момент. Ми тут розглядатимемо тільки процеси з дискретними станами і безперервним часом.

Приклад [11] такого процесу: технічний пристрій S складається з двох вузлів, кожен з яких у випадковий момент часу може вийти з ладу (відмовити), після чого миттєво починається ремонт вузла, що теж продовжується заздалегідь невідомий, випадковий час. Можливі стани системи можна перерахувати:

S_0 - обидва вузли справні;

S_1 - перший вузол ремонтується, другою справний;

S_2 - другий вузол ремонтується, перший справний;

S_3 - обидва вузли ремонтуються.

Переходи системи S із стану в стан відбуваються практично миттєво, у випадкові моменти виходу з ладу того або іншого вузла або закінчення ремонту.

При аналізі випадкових процесів з дискретними станами зручно користуватися геометричною схемою - так званий графом станів. Стани системи зображаються прямокутниками (або кругами, або навіть крапками), а можливі переходи із стану в стан - стрілками, що сполучають стани. Ми зображатимемо стану прямокутниками, в яких записані позначення станів: S_1, S_2, S_n .

Побудуємо граф станів для розглянутого вище прикладу (рис. 3.2). Стрілка, направлена з S_0 в S_1 , означає перехід у момент відмови першого вузла;

стрілка, направлена назад, з S_1 в S_0 , - перехід у момент закінчення ремонту цього вузла. Решта стрілок пояснюються аналогічно.

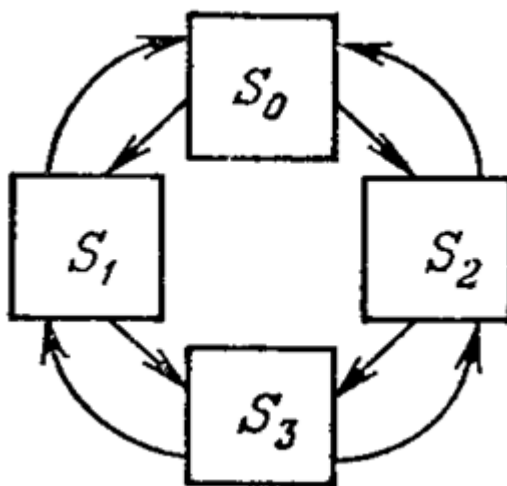


Рисунок 3.2 - Граф станів

Якщо процес, [11] що протікає в системі з дискретними станами і безперервним часом, є марківським, то для нього описи можна побудувати досить просту математичну модель. Але перед тим, як її будувати, вам корисно познайомитися з важливим поняттям теорії вірогідності - поняттям «потoku подій».

Випадковий процес, що протікає в системі, називається марківським, якщо для будь-якого моменту часу ймовірнісні характеристики процесу в майбутньому залежать тільки від його стану в даний момент і не залежать від того, коли і як система прийшла до цього стану.

Насправді марківські процеси у чистому вигляді не зустрічаються, але нерідко доводиться мати справу з процесами, котрим вплив передісторії можна знехтувати. Для вивчення таких процесів можна застосовувати марківські моделі.

Марківські процеси були виведені вченими в 1907 році. Провідні математики того часу розвивали цю теорію, деякі вдосконалюють її до сих пір. Ця система поширюється і в інших наукових областях. Практичні ланцюга Маркова застосовуються в різних сферах, де людині необхідно перебувати в стані очікування. Але, щоб чітко розуміти систему, потрібно володіти знаннями про терміни і положеннях. Головним фактором, який визначає Марковський процес, вважаються випадковості. Правда, [9] він не схожий з поняттям невизначеності. Для нього властиві певні умови і змінні.

Потоком подій називається послідовність однорідних подій, наступних одне за іншим в якісь випадкові моменти часу. Наприклад: [12] потік викликів на телефонній станції; потік відмов (збоїв) ЕОМ; потік залізничних складів, що поступають на сортувальну станцію; потік частинок, що потрапляють на лічильник Гейгера, і т.д.

Потік подій можна наочно зобразити поряд крапок на осі часу $0t$ (рис. 3.3).

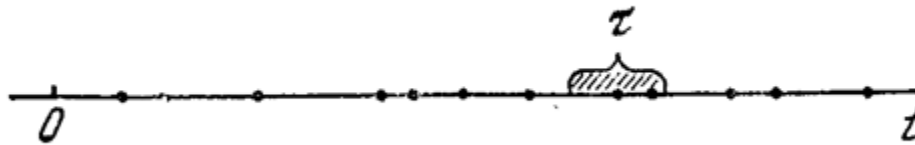


Рисунок 3.3- Потік подій зображений поряд крапок на осі часу $0t$

Забувати, що положення кожній з них випадково, і на рис.3.3 зображена тільки якась одна реалізація потоку.

Кажучи про «потоці подій», потрібно мати на увазі, що тут термін «подія» має значення, декілька відмінне від того, до якого ми звикли в теорії вірогідності. Там «подією» (або «випадковою подією») називається якийсь результат досвіду, що володіє тією або іншою вірогідністю. Події, створюючи потік, самі по собі вірогідністю не володіють; вірогідністю володіють інші, похідні від них події, наприклад: «на ділянку часу τ (рис. 3.3) потрапить рівно дві події», або «на ділянку часу Δt потрапить хоч би одна подія», [12] або «проміжок часу між двома сусідніми подіями буде не менший t ».

Важливою характеристикою потоку подій є його інтенсивність λ - середнє число подій, що доводиться на одиницю часу. Інтенсивність потоку може бути як постійною ($\lambda = \text{const}$), так і змінною, залежною від часу t . Наприклад, потік автомашин, рухомих по вулиці, вдень інтенсивніше, ніж вночі, в годинник списів - інтенсивніше, ніж в інший годинник.

Потік подій називається регулярним, якщо події слідують одне за іншим через певні, рівні проміжки часу. На практиці [12] частіше зустрічаються потоки не регулярні, з випадковими інтервалами.

Потік подій називається стаціонарним, якщо його імовірнісні характеристики не залежать від часу. Зокрема, інтенсивність λ стаціонарного потоку повинна бути постійною. Це зовсім не означає, що фактичне число подій, що з'являється в одиницю часу, постійно, - ні, потік неминуче (якщо тільки він не регулярний) має якісь випадкові згущування і розрідження. Важливо, що для стаціонарного потоку ці згущування і розрідження не носять закономірного характеру: на одну ділянку довжини 1 може потрапити більше, а на іншій - менше подій, але середнє число подій, що доводиться на одиницю часу, постійно і від часу не залежить.

Одна з типових помилок початківців - це приймати випадкові згущування і розрідження потоку за зміни його інтенсивності.

Як правило, [12, 13] відхилення від стаціонарності можуть бути пояснено якимись фізичними причинами. Наприклад, абсолютно природно, інтенсивність потоку викликів, що поступають на АТС, вночі менше, ніж вдень (вночі люди мають звичай спати). Збільшення інтенсивності потоку покупців, що приходять в магазин, в годинник після закінчення робочого дня теж має фізичне пояснення. Якщо потік подій має тенденцію до явно виражених згущувань і розріджень (особливо періодичним), потрібно завжди запідозрити фізичну причину і постаратися її виявити.

На практиці часто зустрічаються потоки подій, які (принаймні на обмеженій ділянці часу) можуть вважатися стаціонарними. Наприклад, потік викликів, що поступають на АТС між 13 і 14 годинами, [12] практично стаціонарний; той же потік протягом доби вже не стаціонарний.

Потік подій називається потоком без післядії, якщо для будь-яких двох неперетинаючих ділянок часу τ_1 і τ_2 (рис 3.4) число подій, що потрапляють на один з них, не залежить від того, скільки подій потрапило на іншій. По суті це означає, що події, створюючи потік, з'являються в ті або інші моменти часу незалежно один від одного, викликані кожне своїми власними причинами. Наприклад, потік пасажирів,

що входять в метро, практично не має наслідку. А ось потік покупців, що відходять від прилавка з купленими товарами, вже має після дію.

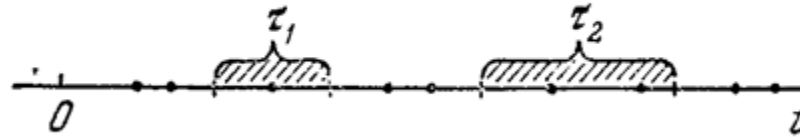


Рисунок 3.4 - Потік події двох неперетинаючих ділянок часу

Так само йде справа і з потоком потягів, відповідних до станції (між ними завжди існує якийсь мінімальний [13] інтервал t_0 , вибраний з міркувань безпеки). Втім, якщо мінімальний інтервал між подіями багато менше середнього інтервалу між ними а іноді наявністю післядії можна нехтувати.

Потік подій називається ординарним, якщо події в нім з'являються поодиночі, а не групами по декількох відразу. Наприклад, потік клієнтів, що прямують в перукарню або до зубного лікаря, зазвичай ординарний, [14] чого не можна сказати про потік клієнтів, що прямують в загс для реєстрації браку. Потік потягів, відповідних до станції, ординарний, а потік вагонів - неординарний. Якщо потік подій ординарний, то вірогідністю попадання на малу ділянку часу Δt два або більш за події можна нехтувати.

Потік подій називається простим (або стаціонарним пуассонівським), якщо він володіє відразу трьома властивостями: стаціонарний, ординарний і не має після дії. Назва «простий» пов'язана з тим, що процеси, пов'язані з простими потоками, мають найбільш простий математичний опис. Між [14] іншим, найпростіший, на перший погляд, регулярний потік не є «простим», оскільки володіє післядією: моменти появи подій в такому потоці зв'язані жорсткою, функціональною залежністю. Без спеціальних зусиль по підтримці його регулярності такий потік зазвичай не створюється.

Простий потік грає серед інших потоків особливу роль, в чомусь подібну до ролі нормального закону серед інших законів розподілу. А саме, при накладенні (суперпозиції) достатньо великого числа незалежних, стаціонарних і ординарних потоків (порівнянних між собою [13, 14] по інтенсивності) виходить потік, близький до простого.

Легко довести, що для простого потоку з інтенсивністю λ інтервал T між сусідніми подіями має так званий показовий розподіл з щільністю

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (t > 0). \quad (3.1)$$

Величина λ в формулі (3.1) називається параметром показникового закону. Для випадкової величини T , маюча показникове розподілення, математичне очікування m_T є величина, обернена параметру, а середнє квадратичне відхилення σ_T дорівнює математичному очікуванню:

$$m_T = \sigma_T = 1/\lambda. \quad (3.2)$$

У теорії вірогідності в якості «заходи випадковості» ненегативної випадкової величини нерідко розглядають так званий коефіцієнт варіації:

$$v_T = \sigma_T / m_T. \quad (3.3)$$

З формул (3.2), (3.3) витікає, що для показового розподілу $v_T = 1$, тобто для простого потоку подій коефіцієнт варіації інтервалів між подіями рівний одиниці.

Очевидно, що для регулярного потоку подій, у якого інтервал між подіями взагалі не випадковий ($\sigma_T = 0$), коефіцієнт варіації рівний нулю. Для більшості потоків подій, що зустрічаються на практиці, коефіцієнт варіації інтервалів між подіями поміщений між нулем та одиницею і може служити деякою мірою «ступені регулярності» потоку: чим x , t ближче до нуля, тим «регулярне» потік. Простий потік - це «найменше регулярний» з потоків, що зустрічаються на практиці.

У розрахунках, пов'язаних з потоками подій, дуже зручно користуватися поняттям «елементу вірогідності». Розглянемо [14] на осі $0t$ простий потік з інтенсивністю λ і довільно розташована елементарна (дуже маленький!) ділянка часу Δt . Елементом вірогідності називається вірогідність попадання на цю ділянку хоч би однієї події потоку. Легко довести, що елемент вірогідності рівний

$$P_{\Delta t} = \lambda \Delta t, \quad (3.4)$$

тобто для простого потоку елемент вірогідності рівний інтенсивності потоку, помноженій на довжину елементарної ділянки. Відмітимо, що елемент вірогідності, через відсутність післядії, абсолютно не залежить від того, скільки подій і коли з'являлися раніше.

Відмітимо також, що з точністю до величин вищого порядку трохи вірогідність появи хоч би однієї події на елементарній ділянці Δt рівна вірогідності появи рівно однієї події на цій ділянці. Це витікає [12] з ординарності простого потоку.

Потік подій називається рекурентним (інакше - «поток Пальма»), якщо він стаціонарний, ординарний, а інтервали часу між подіями T_1, T_2, T_3 (рис 3.3) є незалежні випадкові величини з однаковим довільним розподілом (наприклад, з щільністю, показаною на рис 3.4). Приведемо приклад рекурентного потоку.

Технічний елемент (скажімо, радіолампа) працює безперервно до своєї відмови (виходу з ладу); елемент, що відмовив, миттєво замінюється новим. Якщо окремі екземпляри елемента виходять з ладу незалежно один від одного, то потік відмов (він же «потік замін або «відновлень») буде рекурентним.



Рисунок 3.5- Випадкова величина з однаковим довільним розподілом

Очевидно, простий потік є окремий випадок рекурентного потоку, коли інтервали між подіями мають показовий розподіл (3.5). Іншим окремим (виродженим) випадком рекурентного потоку є регулярний потік подій, де інтервали взагалі не випадкові, постійні.

Цілу гамму рекурентних потоків подій, що володіють різним ступенем впорядкованості, можна отримати «просіюванням» простого потоку. Нехай, наприклад, до якоїсь установи поступає простий потік відвідувачів, а біля входу стоїть «вартовий», що направляє першого відвідувача, - до першого столу, другого - до другого столу і т.д. Якщо столів n , то на кожен з них поступає так званий «потік Ерланга n - го порядку». Такий потік виходить з простого, якщо зберігати в потоці кожен n -е подію, а проміжні - викидати. Простий [12] потік є не що інше, як потік Ерланга першого порядку. Можна показати, що при такому просіюванні простого потоку коефіцієнт варіації інтервалів зменшується, і при збільшенні порядку n потік

Під потоком подій розуміється послідовність однорідних подій, що впливають одне за іншим у якісь випадкові моменти часу (наприклад, потік викликів на телефонній станції, потік відмов ЕОМ, потік покупців і т. інше.). Потік характеризується інтенсивністю, частотою появи подій або середнім числом подій, що надходять у СМО за одиницю часу.

Потоком подій називається послідовність подій, що відбуваються одне за іншим в якісь випадкові моменти часу. Прикладами можуть служити: потік викликів на телефонній станції, потік включень приладів в [13] побутовій електромережі, потік вантажних складів, що надходять на залізничну станцію, потік несправностей (збоїв) обчислювальної машини, потік пострілів, які направляються на мету, і т. д.

Розрізняють потоки однорідних і неоднорідних подій. Наприклад, потік складів, що надходять на залізничну станцію, буде однорідним, якщо не розрізняти склади за типами та категоріями. Якщо ж розрізняти типи і категорії складів, то той же потік буде вже неоднорідним. Далі будемо розглядати тільки однорідні потоки подій. Події в однорідному потоці розрізняються [14] лише моментами появи.

Визначення 1. Потік подій - послідовність однорідних подій, що відбуваються в випадкові моменти часу.

Визначення 2. Потік називається потоком без післядії (потоком з відсутністю післядії), якщо для будь-яких двох непересічних проміжків часу, взятих на осі часу, число подій, що потрапляють на один з них, не залежить від числа подій, що потрапляють на інший.

У таких потоках події, що утворюють потік, з'являються в послідовні моменти часу незалежно один від одного. Наприклад, потік пасажирів, що входять на станцію метро, можна вважати потоком без післядії, тому що причини, що зумовили прихід окремого пасажирів саме в даний момент, а не в інший, як правило, не пов'язані з аналогічними причинами для інших пасажирів. Якщо така залежність з'являється, умова відсутності післядії виявляється порушеним.

Розглянемо, наприклад, потік вантажних поїздів, що йдуть по залізничній гілці. Якщо за умовами безпеки вони не можуть слідувати один за іншим частіше, ніж через інтервал часу, то між подіями в потоці є залежність, і умова відсутності післядії порушується. Однак, якщо інтервал малий у порівнянні із середнім інтервалом між поїздами, то таке порушення несуттєво.

Визначення 3. Потік подій називається стаціонарним, Якщо поява того чи іншого числа подій на проміжку часу залежить лише від довжини цього проміжку часу і не залежить від того, де на осі часу взято цей проміжок.

Стаціонарність потоку означає його однорідність по часу. Зокрема, інтенсивність (або «щільність») потоку подій - середнє число подій в одиницю часу - для стаціонарного потоку повинна залишатися незмінною. Потік [14] може мати згущення і розрідження, але для стаціонарного потоку ці згущення і розрідження не носять закономірного характеру, а середнє число подій, що потрапляють на одиничний ділянку часу, залишається постійним для всього розглянутого періоду.

На практиці часто зустрічаються потоки подій, які (принаймні, на обмеженій ділянці часу) можуть розглядатися як стаціонарні. Наприклад, потік викликів, що надходять на телефонну станцію на інтервалі від 12 до 13 годин, може вважатися стаціонарним. Той же потік протягом цілої доби вже не буде стаціонарним (вночі інтенсивність потоку викликів набагато менше, ніж днем). Зауважимо, що так само йде справа і з більшістю фізичних процесів, які називають «стаціонарними» -

насправді вони стаціонарні тільки на обмеженій ділянці часу, а поширення цієї ділянки до нескінченності застосовується з метою спрощення.

Визначення 4. Потік називається ординарним, якщо ймовірність того, що дві події настануть за малий проміжок часу дуже мала в порівнянні з ймовірністю появи однієї події (події з'являються поодиночі). Іншими словами: поява двох і більше подій за малий проміжок часу практично неможливо.

Ординарність означає, що події в потоці приходять поодиночі, а не парами, трійками і т. Д. Наприклад, потік клієнтів, що прямують в перукарню, практично можна вважати ординарним, чого не можна сказати про потік клієнтів, що прямують в ЗАГС для реєстрації шлюбу, і т. д.

Визначення 5. Називають інтенсивністю (щільністю) ординарного потоку.

Для стаціонарного потоку інтенсивність не залежить від часу і дорівнює середньому числу подій, що входять в одиницю часу, а λ - середній інтервал часу між сусідніми подіями.

Визначення 6. Пуассоновским потоком подій називають потік подій, що володіє двома властивостями: відсутністю післядії і ординарність.

Пуассонівський потік подій тісно пов'язаний з відомим розподілом Пуассона - число подій потоку, потрапляють на будь-яку ділянку, розподілено згідно із законом Пуассона, де P_n - ймовірність того, що за проміжок часу t , Що примикає до моменту часу t_0 , настане n подій, λ - середнє число подій, що наступають на проміжку часу t , що прилягає до моменту часу t_0 .

Для ординарного потоку середнє число подій, що входять в одиницю часу одно інтенсивності потоку. Отже, середнє число подій, що наступають на проміжку часу, що прилягає до моменту часу t_0 .

Визначення 7. Найпростішим потоком подій називається потік, що володіє трьома властивостями: відсутністю післядії, ординарністю і стаціонарністю.

Найпростіший потік також називають стаціонарним пуассоновским потоком.

Назва «найпростіший» пов'язане з тим, що математичний опис подій, пов'язаних з найпростішими потоками, виявляється найбільш простим.

Найпростіший потік грає серед інших потоків особливу роль - можна довести, що при суперпозиції [13] (взаємне накладення) досить великого числа потоків, що володіють післядією (аби вони були стаціонарні і прості), утворюється сумарний потік, який можна вважати найпростішим, і тим точніше, ніж більше число потоків підсумовується. Додатково потрібно, щоб складаються потоки були порівнянні по інтенсивності, щоб серед них не було, скажімо, одного, що перевершує за інтенсивністю суму всіх інших.

3.2 Рівняння Колмогорова

Розглядаючи марківські процеси з дискретними станами і безперервним часом, нам зручно буде уявляти собі, що всі переходи системи S із стану в стан відбуваються під дією якихось потоків подій (потік викликів, потік відмов, потік відновлень і т.д.). Якщо всі потоки [15] подій, що переводять систему S із стану в стани, - прості, то процес протікає в системі, буде марківським. Це і природно, оскільки простий потік не володіє післядією: у нім « майбутнє» не залежить від випадкові величини з однаковим довільним розподілом «минулого».

Якщо система S знаходиться в якомусь стані S_i , з якого є безпосередній перехід в інший стан S_j (стрілка, ведуча з S_i в S_j на графі станів), то ми собі це представлятимемо так, як ніби на систему, поки вона знаходиться в стані S_i , діє простий потік подій, що переводить її після стрільця $S_i \rightarrow S_j$. Як тільки з'явиться перша подія цього потоку, відбувається « перескок» системи з S_i в S_j .

Для наочності дуже зручно на графі станів у кожної стрілки проставляти інтенсивність того потоку подій, який переводить систему по даній стрілці. Позначимо l_{ij} інтенсивність потоку [15] подій, що переводить систему з положення S_i в S_j . На рис. 3.6 дан граф станів з проставленими у стрілок інтенсивностями (ми називатимемо такий граф розміченим)

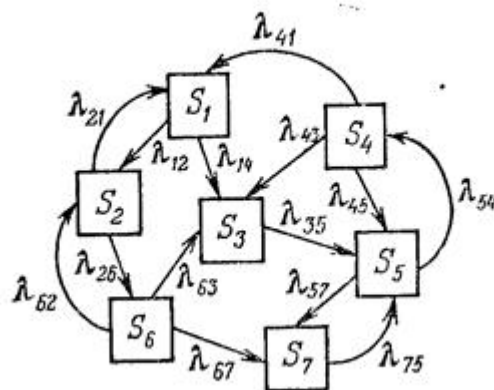


Рисунок 3.6 - Граф станів з проставленими у стрілок інтенсивностями

Побудуємо розмічений граф станів для прикладу, даного в розділі «Поняття про марківський процес» (технічний пристрій з двох вузлів). Нагадаємо стани системи:

S_0 - обидва вузли справні;

S_1 - перший вузол ремонтується, другою справний;

S_2 - другий вузол ремонтується, перший справний;

S_3 - обидва вузли ремонтуються.

Інтенсивність потоків подій, що переводять систему із стану в стан, обчислюватимемо, припускаючи, що середній час ремонту вузла не залежить від того, чи ремонтується один вузол або обидва відразу. Це буде саме так, якщо ремонтом кожного вузла зайнятий окремий фахівець. Знайдемо всі інтенсивності потоків подій, що переводять систему із стану в стан. Хай система знаходиться в стані S_0 . Який потік подій переводить її в стан S_1 . Очевидно, потік відмов першого вузла. Його інтенсивність λ_1 рівна одиниці, що ділиться на середній час безвідмовної роботи першого вузла. Який потік подій переводить систему назад з S_1 в S_0 . Очевидно, потік «закінчень ремонтів» [15] першого вузла. Його інтенсивність λ_1 рівна одиниці, що ділиться на середній час ремонту першого вузла.

Маючи в своєму розпорядженні розмічений граф станів системи, легко побудувати математичну модель даного процесу.

Насправді, нехай розглядається система S , n можливих станів S_1 , що має, $S_2, \dots, S_n$. Назвемо вірогідністю i -го стану вірогідність $p_i(t)$ того, що у момент t система

знаходитиметься в стані S_i . Очевидно, що для будь-якого моменту сума всієї вірогідності станів рівна одиниці:

$$\sum_{i=1}^n p_i(t) = 1. \quad (3.6)$$

Маючи в своєму розпорядженні розмічений граф станів, можна знайти вся вірогідність станів $p_i(t)$ як функції часу. Для цього складаються і вирішуються так звані рівняння Колмогорова - особливого вигляду диференціальні рівняння, в яких невідомими функціями є вірогідність станів.

Покажемо на конкретному прикладі, як ці рівняння складаються. Хай система S має чотири стани: S_1, S_2, S_3, S_4 , розмічений граф яких показаний на (рис 3.7). Розглянемо одну з вірогідності станів, наприклад $p_1(t)$. Це - вірогідність того, що у момент t система буде в стані S_1 . Додамо t малий приріст Δt і знайдемо $p_1(t + \Delta t)$ - вірогідність того, що у момент $t + \Delta t$ система буде в стані S_1 . Як це може відбутися? Очевидно, двома способами: або 1) у момент t система вже була в стані S_1 , а за час Δt не вийшла з нього) у момент t [15] система була в стані S_2 , а за час Δt перейшла з нього в S_1 .

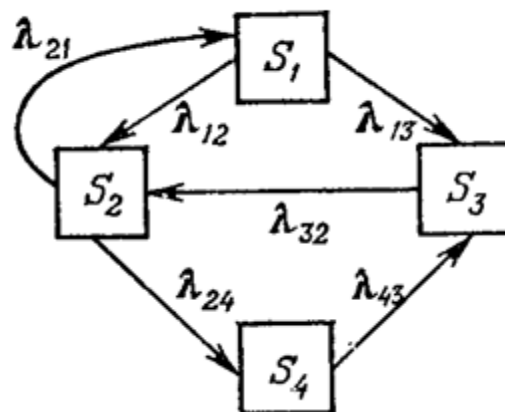


Рисунок 3.7 - Розмічений граф системи S

Знайдемо вірогідність першого варіанту. Вірогідність того, що у момент t система була в стані S_1 , рівна $p_1(t)$. Цю вірогідність потрібно помножити на вірогідність того, що, знаходившись у момент t в стані S_1 , система за час Δt не перейде з нього ні в S_2 , ні в S_3 . Сумарний потік подій, що виводить систему із стану S_1 , теж буде простим, з інтенсивністю $\lambda_{12} + \lambda_{13}$ (при накладенні - суперпозиції - двох простих потоків виходить знову простий потік, оскільки властивості стаціонарності, ординарності і відсутності післядії зберігаються). Значить, вірогідність того, що за час Δt система вийде із стану S_1 , рівна $(\lambda_{12} + \lambda_{13})\Delta t$; вірогідність того, що не вийде:

$$1 - (\lambda_{12} + \lambda_{13})\Delta t. \quad (3.7)$$

Звідси вірогідність першого варіанту рівна $p_1(t) [1 - (\lambda_{12} + \lambda_{13})\Delta t]$.

Знайдемо вірогідність другого варіанту. Вона рівна вірогідності того, що у момент t система буде в стані S_2 , а за час Δt перейде з нього в стан S_1 , тобто вона рівна $p_2(t)\lambda_{21} \Delta t$.

Складаючи вірогідності обох варіантів (за правилом складання вірогідності), отримаємо:

$$p_1(t + \Delta t) = p_1(t) [1 - (\lambda_{12} + \lambda_{13})\Delta t] + p_2(t)\lambda_{21} \Delta t \quad (3.8)$$

Розкриємо квадратні дужки, перенесемо $p_1(t)$ в ліву частину і розділимо обидві частини на Δt :

$$\frac{p_1(t + \Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} = \lambda_{21}p_2(t) - (\lambda_{12} + \lambda_{13})p_1(t) \quad (3.9)$$

Спрямуємо, як і вважається в подібних випадках, Δt до нуля; зліва отримаємо в межі похідну функції $p_1(t)$. Таким чином, запишемо диференціальне рівняння для $p_1(t)$:

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = \lambda_{21}p_2(t) - (\lambda_{12} + \lambda_{13})p_1(t) \quad (3.10)$$

або, коротше, відкидаючи аргумент t у функцій p_1, p_2 (тепер він нам більше вже не потрібний).

Міркуючи аналогічно для решти всіх станів, напишемо ще три диференціальні рівняння. Приєднуючи [15] до них рівняння (3.11), отримаємо систему диференціальних рівнянь для вірогідності станів:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} &= \lambda_{21}p_2 - (\lambda_{12} + \lambda_{13})p_1, \\ \frac{dp_2}{dt} &= \lambda_{12}p_1 + \lambda_{32}p_3 - (\lambda_{24} + \lambda_{21})p_2, \\ \frac{dp_3}{dt} &= \lambda_{31}p_1 + \lambda_{43}p_4 - \lambda_{32}p_3, \\ \frac{dp_4}{dt} &= \lambda_{24}p_2 - \lambda_{43}p_4. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Це - система чотирьох лінійних диференціальних рівнянь з чотирма невідомими функціями p_1, p_2, p_3, p_4 . відмітимо, що одне з них (будь-яке) можна відкинути, користуючись тим, що $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$: виразити будь-яку з вірогідності p_i через інших, це вираз підставити в (3.12), відповідні рівняння з похідній $\frac{dp_i}{dt}$ відкинути.

Сформулюємо тепер загальне правило складання рівнянь Колмогорова. У лівій частині кожне з них [16] коштує похідна вірогідності якогось (i -го) стану. У правій частині - сума творів вірогідності всіх станів, з яких йдуть стрілки в даний стан, на інтенсивності відповідних потоків подій, мінус сумарна інтенсивність

всіх потоків, що виводять систему з даного стану, помножена на вірогідність даного (і-го) стану.

Користуючись цим правилом, запишемо рівняння Колмогорова для системи S, розмічений граф станів даний на рис. 3.8

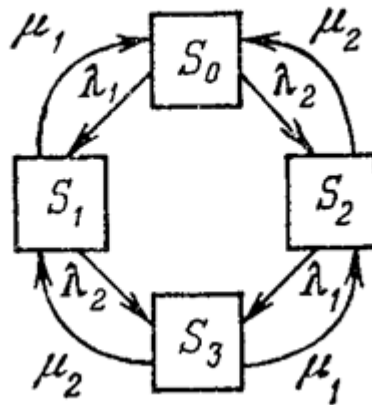


Рисунок 3.8 - Граф станів

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_0}{dt} &= \mu_1 p_1 + \mu_2 p_2 - (\lambda_1 + \lambda_2) p_0, \\ \frac{dp_1}{dt} &= \lambda_1 p_0 + \mu_2 p_3 - (\lambda_2 + \mu_1) p_1, \\ \frac{dp_2}{dt} &= \lambda_2 p_0 + \mu_1 p_3 - (\lambda_1 + \mu_2) p_2, \\ \frac{dp_3}{dt} &= \lambda_2 p_1 + \lambda_1 p_2 - (\mu_1 + \mu_2) p_3. \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Щоб вирішити рівняння Колмогорова і знайти вірогідності станів, перш за все треба задати початкові умови. Якщо ми точно знаємо початковий стан системи S_i , то в початковий момент (при $t = 0$) $p_i(0) = 1$, а решта всієї початкової вірогідності рівна нулю. Так, наприклад, рівняння (3.12) природно вирішувати за початкових умов $p_0(0) = 1$, $p_1(0) = p_2(0) = p_3(0) = 0$ (у початковий момент обидва вузли справні).

Як [16] вирішувати подібні рівняння. Взагалі кажучи, лінійні диференціальні рівняння з постійними коефіцієнтами можна вирішувати аналітично, але це зручно тільки коли число рівнянь не перевершує два (іноді - три). Якщо рівнянь більше, зазвичай їх вирішують чисельно - уручну або на ЕОМ.

Таким чином, рівняння Колмогорова дають можливість знайти вся вірогідність станів як функції часу.

Поставимо тепер питання: що відбуватиметься з вірогідністю станів при $t \rightarrow \infty$. Чи будуть $p_1(t)$, $p_2(t)$, прагнути до якихось меж. Якщо ці межі існують і не залежать від початкового стану системи, то вони називаються фінальною вірогідністю станів. У теорії випадкових процесів доводиться, що якщо число n станів системи кінцеве і з кожного з них можна (за кінцеве число кроків) перейти в будь-яке інше, то фінальна вірогідність існує.

Припустимо, що ця умова виконана і фінальна вірогідність існує:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_i(t) = p_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (3.13)$$

Фінальна вірогідність ми позначатимемо тими ж буквами p_1 , p_2 , що і сама вірогідність станів, але розуміючи під ними вже не змінні величини (функції часу), а постійні числа. Очевидно, вони теж утворюють в сумі одиницю:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (3.14)$$

Як розуміти ця фінальна вірогідність? При $t \rightarrow \infty$ в системі S встановлюється граничний стаціонарний режим, в ході якого система випадковим чином міняє свої стани, але їх вірогідність вже не залежить від часу.[17] Фінальну вірогідність стану S_i можна тлумачити як середній відносний час перебування системи в цьому стані. Наприклад, якщо система S має три стани S_1 , S_2 , S_3 і їх фінальна вірогідність рівні 0,2, 0,3 і 0,5, це означає, що в граничному, стаціонарному режимі система в середньому два десяті часи проводить в стані S_1 , три десяті - в стані S_2 і половини часу - в стані S_3 .

3.3 Класифікація систем масового обслуговування

Класифікація систем масового обслуговування При дослідженні операцій часто доводиться стикатися з роботою своєрідних систем, званих системами масового обслуговування (СМО).[18] Прикладами таких систем можуть служити: телефонні станції, ремонтні майстерні, квиткові каси., довідкові бюро, магазини, перукарні і т.п.

Кожна СМО складається з якогось числа обслуговуючих одиниць (або «приладів»), які ми називатимемо каналами обслуговування. Каналами можуть бути: лінії зв'язку, робочі крапки, касири, продавці, ліфти, автомашини і ін. СМО можуть бути одноканальними і багатоканальними.

Всяка СМО призначена для обслуговування когось потоку заявок (або «вимог») що поступають в якісь випадкові моменти часу. Обслуговування заявки продовжується якесь, взагалі кажучи, випадковий час Тоб, після чого канал звільняється і готовий до прийому наступної заявки. Випадковий характер потоку заявок і часів обслуговування приводить до того, що в якісь періоди часу на вході СМО скупчується надмірно велике число заявок (вони або стають в чергу, або покидають СМО не обслуговуваними); у інші ж періоди СМО працюватиме з недовантаженням або взагалі простоювати.

Процес роботи СМО є випадковий процес з дискретними станами і безперервним часом; стан СМО міняється стрибком в моменти появи якихось подій (або приходу нової заявки, або закінчення обслуговування, або моменту, коли заявка, якою набридло чекати, покидає чергу).

Предмет теорії масового обслуговування - побудова математичних моделей, що зв'язують задані умови роботи СМО (число каналів, їх продуктивність, правила роботи, характер потоку заявок) з характеристиками, що цікавлять нас, - показниками ефективності СМО, що описують, з тієї або іншої точки зору, її здатність справлятися з потоком заявок. Як такі показники (залежно від обстановки і цілей дослідження) можуть застосовуватися різні величини, наприклад: середнє число заявок, обслуговуваних СМО в одиницю часу; середнє число зайнятих каналів; середнє число заявок в черзі і середній час очікування обслуговування;

вірогідність того, що число заявок в черзі перевищить якесь значення, і т.д. Серед заданих умов роботи СМО ми навмисно не виділяємо елементів рішення: ними можуть бути, наприклад, число каналів, їх продуктивність, режим роботи СМО м т.д.. Важливо уміти вирішувати прямі завдання дослідження операцій, а зворотні ставляться і вирішуються залежно від того, які саме параметри нам потрібно вибирати або змінювати. Що стосується завдань оптимізації, то ми ними тут майже не займатимемося, хіба тільки в простих випадках.

Математичний аналіз роботи СМО дуже полегшується, якщо процес цієї роботи - марківський. Ми вже знаємо,[18] що для цього достатньо, щоб всі потоки подій, що переводять систему із стану в стан (потоки заявок, потоки «обслуговувань»), були простими. Якщо ця властивість порушується, то математичний опис процесу набагато складніший і довести його до явних, аналітичних формул вдається лише в окремих випадках. Проте все ж таки апарат простий, марківській теорії масового обслуговування може стане в нагоді для наближеного опису роботи СМО навіть в тих випадках, коли потоки подій - не прості. У багатьох випадках для ухвалення розумного рішення по організації роботи СМО зовсім і не вимагається точного знання всіх її характеристик - часто достатньо і наближеного, орієнтування.

Системи масового обслуговування діляться на типи (або класи) по ряду ознак. Перше ділення: СМО з відмовами і СМО [16] з чергою. У СМО з відмовами заявка, що поступила в мить, коли всі канали зайняті, дістає відмову, покидає СМО і надалі процесі обслуговування не бере участь. Приклади СМО з відмовами зустрічаються в телефонії: заявка на розмову, що прийшла а момент, коли всі канали зв'язку зайняті, дістає відмову і покидає СМО не обслуговуваною. У СМО з чергою заявка, що прийшла в мить, коли всі канали зайняті, не йде, а стає в чергу і чекає можливості бути обслуженою. На практиці частіше зустрічаються (і мають більше значення) СМО з чергою; недаремно теорія масового обслуговування має другу назву: «теорія черг».

СМО з чергою підрозділяються на різні види, залежно від того, як організована черга - обмежена вона або не обмежена. Обмеження можуть стосуватися як довжини черги, так і часу очікування (так звані «СМО з нетерплячими заявками»). При

аналізі СМО повинна враховуватися також і «дисципліна обслуговування» - заявки можуть обслуговуватися або в порядку надходження (раніше прийшла, раніше обслуговується), або у випадковому порядку. Нерідко зустрічається так зване обслуговування з пріоритетом - деякі заявки обслуговуються поза чергою. Пріоритет може бути як абсолютним - коли заявка з вищим пріоритетом «витискує» з-під обслуговування заявку з нижчим [16] (наприклад, що прийшов в перукарню клієнт високого рангу проганяє з крісла звичайного клієнта), так і відносним - коли почате обслуговування доводиться до кінця, а заявка з вищим пріоритетом має лише право на краще місце в черзі.

Існують СМО з так званим багатофазовим обслуговуванням, що складається з декількох послідовних етапів або «фаз» (наприклад, покупець прийшов в магазин, повинен спочатку вибрати товар, потім сплатити його в касі, потім отримати на контролі).

Окрім цих ознак, СМО діляться на два класи: «відкриті» і «замкнуті». У відкритій СМО характеристики потоку заявок не залежать від того, в якому стані сама СМО (скільки каналів зайнято). У замкнутій СМО - залежать. Наприклад, якщо один робочий обслуговує групу верстатів, що час від часу вимагають наладки, то інтенсивність потоку «вимог» з боку верстатів залежить від того, скільки їх вже несправні і чекає наладки. Це - приклад замкнутої СМО. Класифікація [18] СМО далеко не обмежується приведеними їх різновидами, але ми обмежимося ними.

Оптимізація роботи СМО може проводитися під різними точками зору: з погляду організаторів (або власників) СМО або з погляду обслуговуваних клієнтів. З першої точки зору бажано «вижати все, що можливо» із СМО і добитися того, щоб її канали були гранично завантажені. З погляду клієнтів бажане всемірне зменшення черг, які часто стають справжнім «бичем побуту», приводячи до безглуздої витрати сил і часу і, зрештою, до пониження продуктивності праці. При вирішенні задач оптимізації в теорії масового обслуговування істотно необхідний «системний підхід», повний і комплексний розгляд всіх післядій кожного рішення. Наприклад, з погляду клієнтів СМО бажане збільшення числа каналів [18] обслуговування; але ж роботу кожного каналу треба оплачувати, що здорожує обслуговування. Побудова математичної

моделі дозволяє вирішити оптимізаційну задачу про розумне число каналів з урахуванням всіх «за і проти». Тому ми не виділяємо в завданнях масового обслуговування якого-небудь одного показника ефективності, а відразу ставимо ці завдання як багатокритерійні.

3.4 Стійкість лінійних систем. Алгебраїчний критерій стійкості Гурвіца

Критерій стійкості Гурвіца — один із способів аналізу лінійної стаціонарної динамічної системи на стійкість, розроблений німецьким математиком Адольфом Гурвіцем. Поряд з критерієм Рауса є представником сімейства алгебраїчних критеріїв стійкості, на відміну від [19] частотних критеріїв, таких як критерій стійкості Найквіста. Перевагою методу є принципова простота, недоліком - необхідність виконання операції обчислення визначника, яка пов'язана з певними обчислювальними тонкощами (наприклад, для великих матриць може виявитися чималою обчислювальна помилка

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

аналізуючи умову критерію Гурвіца, можна помітити її надмірність. Число нерівностей можна зменшити в два рази, використовуючи теорему Лъєнара-Шіпара. Втім, [19] в обчислювальному відношенні складність критерію зменшується не суттєво, тому що при обчисленні мінору високого порядку частіше за все необхідно обчислення мінорів нижчих порядків.

Під стійкістю системи автоматичного керування розуміють здатність системи повертатися до сталого режиму після зникнення зовнішніх сил, які вивели її з такого стану.

Для визначення стійкості системи розроблені певні вимоги до параметрів математичної моделі (коефіцієнтів рівнянь, коренів рівнянь динаміки) та деяких характеристик системи керування. Вказані вимоги, які повинні задовольнятися в стійких системах, мають назву критеріїв стійкості.

Висновок

Аналізуючи умову критерію Гурвіца, можна помітити її надмірність. Число нерівностей можна зменшити в два рази, використовуючи теорему Лъєнара-Шіпара. Втім, в обчислювальному відношенні складність критерію зменшується не суттєво, тому що при обчисленні мінору високого порядку частіше за все необхідно обчислення мінорів нижчих порядків.

Потоком подій називається послідовність подій, що відбуваються одне за іншим в якісь випадкові моменти часу. Прикладами можуть служити: потік викликів на телефонній станції, потік включень приладів в побутовій електромережі, потік вантажних складів, що надходять на залізничну станцію, потік несправностей (збоїв) обчислювальної машини, потік пострілів, які направляються на мету, і т. д.

Оптимізація роботи СМО може проводитися під різними точками зору: з погляду організаторів (або власників) СМО або з погляду обслуговуваних клієнтів. З першої точки зору бажано «вижати все, що можливо» із СМО і добитися того, щоб її канали були гранично завантажені.

Щоб вирішити рівняння Колмогорова і знайти вірогідності станів, перш за все треба задати початкові умови. Рівняння Колмогорова дають можливість знайти вся вірогідність станів як функції часу.

4 ДОСЛІДЖЕННЯ НА СТІЙКІСТЬ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КАНАЛУ ФОРМУВАННЯ ПОЇЗДІВ

Згідно з Указом Президента України Директивою Ради Європейського Співтовариства і Концепцією та програмою реструктуризації залізниць України, рухомий склад, організація перевезень на залізничному транспорті та рівень обслуговування мають повністю відповідати європейським стандартам.[20] Слід зазначити, що протягом останніх років транспортна галузь України поступово поліпшує показники перевезень: зростає їх масштабність, збільшуються обсяги завантаження і розвантаження, покращується використання рухомого складу. Однак залишились і нерозв'язані проблеми, в тому числі підвищення якості транспортного обслуговування і конкуренто-спроможності залізниць, більш широке впровадження в перевізний процес досягнень науково-технічного прогресу, удосконалення управління експлуатацією залізниць з орієнтацією на споживача і зменшення собівартості перевезень, тобто зниження рівня транспортних витрат залізниць.

У сучасних умовах, незважаючи на зменшення вантажообігу, собівартість перевезень та витрати продовжують зростати. [19] Це свідчить про те, що собівартість продукції є складним показником. Крім обсягів перевезень, на собівартість впливають технологія та організація перевізного процесу і багато інших факторів. Зменшити показник собівартості можна за рахунок прискорення виконання операцій на сортувальних станціях, підвищення надійності та потужності систем залізничної автоматики.

4.1 Вплив відмов пристроїв залізничної автоматики на поїздну роботи станції

Відмови станційних пристроїв ЗАТ знижують пропускну та переробну здатність станцій. Наприклад, на двоколінійній ділянці довжиною 200 км відмова ЕЦ протягом двох годин знижує пропускну здатність на 1,8 поїзда на добу при середньому параметрі потоку відмов і на 11 поїздів при максимальному значенні цього параметра.

При відмови пристроїв ЕЦ [19] збільшується тривалість трьох операцій: часу приготування маршруту, часу відкриття сигналу та часу проходження поїздом маршруту прийому або відправлення. Збільшення останньої складової станційного інтервалу визначається тим, що запрошення на вхідному або вихідному світлофорі, дозвіл на бланку зеленого кольору або наказ чергового по станції, що реєструється, переданий по радіозв'язку, дають право машиністу пройти закритий світлофор і вести поїзд до моменту зупинки на шляху або до першого прохідного світлофора (на перегонах, що не мають прохідних світлофорів – до вхідного) зі швидкістю не понад 20 км/год з особливою пильністю та готовністю зупинитися, якщо зустрінеться перешкода для подальшого руху.

Перша складова збільшується внаслідок того, що при організації руху поїздів по станції протягом часу відновлення працездатності пристроїв ЕЦ черговий по станції та працівники руху, що допомагають [19] йому, повинні виконувати ряд операцій зі встановлення та розробки маршрутів, що вимагають додаткових витрат часу. Крім того, від моменту виявлення відмови черговим по станції і до моменту початку встановлення першого маршруту в умовах, що розглядаються, проходить певний відрізок часу, що є по суті «вікно» і витрачається черговим по станції на виконання дій, передбачених Інструкцією з руху поїздів. Друга складова зростає, тому що перед прийомом або відправленням поїзда при заборонному показанні відповідного світлофора черговий станцією повинен виконати ряд додаткових операцій, щоб особисто переконатися в готовності маршруту для його використання. На дільничних станціях при відмові стрілок або рейкових ланцюгів у маршруті, що задається, є можливість завдання варіантного маршруту, в результаті чого тривалість «вікна» різко скорочується, і зберігається можливість роботи при автоматичній перевірці умов безпеки руху поїздів без використання в установлених маршрутах пошкоджених пристроїв. У умовах відмови надають менші обурення на перевізний процес, і величина затримок поїздів може бути визначено з урахуванням структурної надійності станції та ступеня заповнення пропускної спроможності її горловини.

4.2 Дослідження математичної моделі каналів системи „Сортувальна станція” та перевірка її на стійкість

Одним із основних шляхів зменшення собівартості перевезень є скорочення часу перебування вагонів на сортувальних станціях. Для цього необхідна чітка взаємодія між усіма підрозділами станції при виконанні технологічних операцій. Під стійкістю системи розуміється її здатність повертатися у вихідний або близький до сталого режим функціонування.

Розглянемо систему лінійних диференційних рівнянь з постійними коефіцієнтами:

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^n a_{ik} x_k, \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.1)$$

Нехай $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_n$ – корені характеристичного рівняння системи (3.18), тобто:

$$\Delta(\Lambda) = \begin{bmatrix} a_{11} - \Lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \Lambda & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \Lambda \end{bmatrix} = 0, \quad (4.2)$$

Звідки характеристичне рівняння набуває вигляду:

$$a_0 \Lambda_n + a_1 \Lambda_{n-1} + \dots + a_{n-1} \Lambda + a_n = 0 \quad (4.3)$$

Згідно з теорією стійкості О.М. Ляпунова, якщо характеристичне рівняння лінеаризованої системи (4.2) має всі корені з від’ємними дійсними частинами, то можна стверджувати, що нульове рішення системи (4.2) буде асимптотичне стійким. Таким чином, питання стійкості нульового рішення системи (4.1) зводиться до дослідження коренів рівняння (4.3).

Оскільки існує зв'язок коефіцієнтів a_n, a_{n-1}, a_0 з коренями характеристичного рівняння $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_n$, необхідно, щоб всі коефіцієнти характеристичного рівняння були більшими нуля. Це лише необхідна, але не достатня умова стійкості для характеристичного рівняння порядку вище другого. У зв'язку з цим необхідною є додаткова перевірка коефіцієнтів характеристичного рівняння на умови, які б забезпечили стійкість системи.

Найбільш придатним для оцінки стійкості рівнянь вище третього порядку є алгебраїчний критерій Рауса - Гурвіца.

Для коефіцієнтів рівняння (4.3) складемо матрицю

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \quad (4.4)$$

В цій матриці $a_m=0$, якщо $m>k$. Розглянемо визначники Δ_k :

$$\Delta_1 = a_1, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix}, \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix}, \quad (4.5)$$

Згідно з критерієм Рауса - Гурвіца, для того, щоб усі корені рівняння (4.4) мали від'ємні дійсні частини, необхідним і достатнім є виконання вимог

$$\Delta_k > 0, \text{ при } k=1, 2, \dots, n$$

Для каналу обробки транзитного вагона з переробкою на сортувальній станції система диференціальних рівнянь має вигляд:

$$\left. \begin{aligned}
\frac{dP_0}{dt} &= -(\lambda_{02} + \lambda_{03} + \lambda_{05} + \lambda_{07} + \lambda_{08} + \lambda_{09} + \lambda_{010})P_0 + \lambda_{10}P_1 + \\
&+ \lambda_{20}P_2 + \lambda_{40}P_4 + \lambda_{50}P_5 + \lambda_{60}P_6 + \lambda_{70}P_7 + \lambda_{80}P_8 + \lambda_{90}P_9 + \lambda_{110}P_{11} \\
\frac{dP_1}{dt} &= -(\lambda_{12} + \lambda_{10})P_1 + \lambda_{111}P_{11} \\
\frac{dP_2}{dt} &= -(\lambda_{23} + \lambda_{20})P_2 + \lambda_{12}P_1 + \lambda_{02}P_0 \\
\frac{dP_3}{dt} &= -\lambda_{34}P_3 + \lambda_{23}P_2 + \lambda_{03}P_0 \\
\frac{dP_4}{dt} &= -(\lambda_{45} + \lambda_{40})P_4 + \lambda_{34}P_3 \\
\frac{dP_5}{dt} &= -(\lambda_{56} + \lambda_{50})P_5 + \lambda_{45}P_4 + \lambda_{05}P_0 \\
\frac{dP_6}{dt} &= -(\lambda_{67} + \lambda_{60})P_6 + \lambda_{56}P_5 + \lambda_{06}P_0 \\
\frac{dP_7}{dt} &= -(\lambda_{78} + \lambda_{79} + \lambda_{70})P_7 + \lambda_{67}P_6 + \lambda_{67}P_0 \\
\frac{dP_8}{dt} &= -(\lambda_{89} + \lambda_{80})P_8 + \lambda_{78}P_7 + \lambda_{08}P_0 \\
\frac{dP_9}{dt} &= -(\lambda_{910} + \lambda_{90})P_9 + \lambda_{89}P_8 + \lambda_{79}P_7 + \lambda_{09}P_0 \\
\frac{dP_{10}}{dt} &= -\lambda_{1011}P_{10} + \lambda_{910}P_9 + \lambda_{010}P_0 \\
\frac{dP_{11}}{dt} &= -(\lambda_{111} + \lambda_{110})P_{11} + \lambda_{1011}P_{10}
\end{aligned} \right\},$$

(4.6)

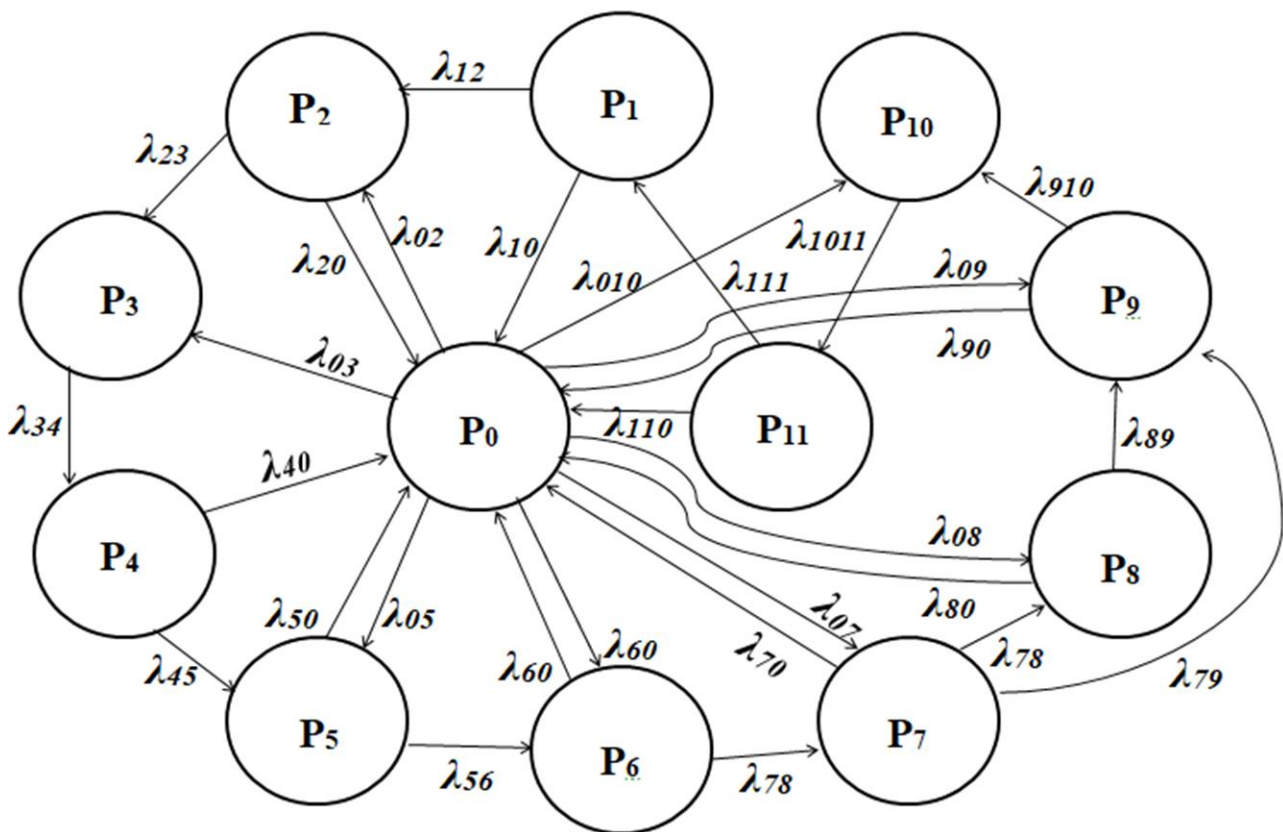


Рисунок 4 – Граф стану каналу обробки транзитного вагона з переробкою на сортувальній станції

де

P_0 – стан, що характеризує очікування вагонами виконання будь-яких технологічних операцій;

P_1 – надходження вагонів у парк прийому;

P_2 – технічне обслуговування і комерційний огляд вагонів у парку прийому;

P_3 – розформування на гірці;

P_4 – накопичення вагонів у сортувальному парку;

P_5 – закінчення формування в сортувальному парку;

P_6 – перестановки вагонів у парк відправлення;

P_7 – технічне обслуговування і комерційний огляд вагонів у парку відправлення;

P_8 – ремонт вагонів у парку відправлення;

P_9 – подавання поїзного локомотива;

P_{10} – відправлення вагонів;

P_{11} – знаходження вагонів у русі;

λ_{ij} – інтенсивність переходу зі стану i у стан j .

Нормувальна умова

$$\sum_{i=0}^{11} P_i = N \quad (4.7)$$

де N – кількість транзитних вагонів з переробкою.

Інтенсивності переходів із одного стану в інший було оцінено на базі дослідження та обробки статистичного матеріалу, зібраного на сортувальних станціях різних залізниць, а також технології роботи та технічних норм на виконання маневрових операцій. Так, на підставі статистичного матеріалу виявлено, що вхідний потік вагонів з переробкою підпорядковується експоненціальному закономірності з інтенсивністю $\lambda[\frac{1}{\text{рік}}]$.

Для умов станції запишемо диференціальні рівняння системи (4.8) у вигляді матриці

$$\Delta(\lambda) = \begin{bmatrix} 5,37 - \lambda & 0,01 & 1,5 & 0 & 0,4 & 0,4 & 0,6 & 1,9 & 0,3 & 1,9 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,08 - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,06 \\ 1,8 & 0,07 & 2,3 - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,3 & 0 & 0,8 & 1 - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1,4 - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,6 & 2,4 - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,8 & 3,41 - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,01 & 1,3 - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,5 & 1 & 2,7 - \lambda & 0 & 0 \\ 1,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8 & 0,7 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,7 & 0,56 - \lambda \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Розкривши визначник матриці, отримаємо характеристичне рівняння:

для якої визначники, побудовані відповідно, дорівнюють:

$$\Delta_1 = 23;$$

$$\Delta_2 = 3997;$$

$$\Delta_3 = 2987399;$$

$$\Delta_4 = 6,2998e \times 10^9;$$

$$\Delta_5 = 2,6454e \times 10^{13};$$

$$\Delta_6 = 1,6206e \times 10^{17};$$

$$\Delta_7 = 1,0725e \times 10^{21};$$

$$\Delta_8 = 5,6206e \times 10^{24};$$

$$\Delta_9 = 1,6089e \times 10^{28};$$

$$\Delta_{10} = 1,4796e \times 10^{31};$$

$$\Delta_{11} = 9,1593e \times 10^{32};$$

$$\Delta_{12} = 1,8319e \times 10^{33}.$$

У результаті перевірки системи за критерієм Рауса - Гурвіца умова (4.9) виконується для всіх визначників, а отже, система є асимптотично стійкою.

Таким чином, у результаті перевірки системи диференціальних рівнянь (4.10) доведено її асимптотичну стійкість. Це дозволяє застосовувати розроблену математичну модель для моделювання роботи системи „Сортувальна станція”.

Висновок

Розроблена математична модель каналу формування поїздів на основі статистичних даних вантажообігу станції є стійкою моделлю. За даною математичною моделлю можливе прогнозування короткого часу процесу формування поїздів та пов'язанного з цим стану пристроїв автоматики і телемеханіки на станції. Математична модель потребує корегування поточного вантажообігу.

ВИСНОВКИ

Дослідження в роботі направлені на вирішення задачі удосконалення взаємодії процесу обробки потоку поїздів на сортувальній станції з процесом функціонування систем залізничної автоматики на станції, що дозволяє кваліфікувати тему роботи актуальною.

Складні системи організовані за ієрархічним принципом.

Основною теорією, що дозволяє описати процес обробки вантажопотоку є «Теорія випадкових процесів» та «Теорія масового обслуговування».

В задачі, що вирішується в роботі, якого-небудь одного показника ефективності не вводиться, процес обробки вантажопотоку розглядається як система масового обслуговування.

На процес переробки потоку поїздів на станції впливає стан системи залізничної автоматики та надійність її пристроїв.

Розроблено математичну модель каналу формування поїздів як систему масового обслуговування на основі статистичних даних вантажообігу на станції. Відповідно розробленої моделі процес обробки потоку поїздів для обраної станції є стійким процесом. Модернізації система залізничної автоматики на станції не потребує.

Результати роботи можуть бути використані для прогнозування стану системи залізничної автоматики для обраної станції в зв'язку з процесом обробки потоку поїздів. Метод дослідження, що запропонований в роботі, може бути використано як приклад при викладанні дисциплін «Теорія автоматичного керування», «Надійність та діагностування».

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Воронов А. А. Введение в динамику сложных управляемых систем. — М.: Наука, 1985. — 352с.
2. Имитационное моделирование производственных систем / Под. ред. А. А. Вавилова. — М.: Машиностроение; Берлин: Ферлаг Техник, 1983. — 416с.
3. Ивахненко А. Г., Юрачковский Ю. П. моделирование сложных систем по экспериментальным данным — М.: Радио и связь, 1987. — 120с.
4. Павловский Ю. Н., Белотелов Н. В., Бродский Ю. И., Оленев Н. Н. Опыт имитационного моделирования при анализе социально-экономических явлений. — М.: МЗ Пресс. 2005. — 136 с.
5. Rasmussen, J.J.; George, T. (1978). «After 25 years: A survey of operations research alumni, Case Western Reserve University». Interfaces (8(3)): 48–52.
6. В.Н. Романов. Системный анализ для инженеров. □ СПб: СЗГЗТУ □ 2006. 12-25с.
7. Hosseini, SA; Shah, N (2009). Multiscale modelling of hydrothermal biomass pretreatment for chip size optimization. Bioresource Technology 100 (9): 2621–8.
8. Tao, Wei-Kuo; Chern, Jiun-Dar; Atlas, Robert; Randall, David; Khairoutdinov, Marat; Li, Jui-Lin; Waliser, Duane E.; Hou, Arthur та ін. (2009). A Multiscale Modeling System: Developments, Applications, and Critical Issues. Bulletin of the American Meteorological Society 90 (4): 515–534.
9. Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. — 2-е. — Москва : Наука, 1977. — 567 с.
10. Баруча-Рид А. Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения. — М. : Наука, 1969. — 512 с.
11. Гардинер К. В. Стохастические методы в естественных науках. — М. : Мир, 1986. — 528 с.
12. Л.М. Волков, М.С. Немирівський, Ю.С. Шинака. Системи цифрового радіозв'язку: базові методи і характеристики. Навчальний посібник.-М.: Еко-Трендз, 2005.209.-234 с.

13. М.В. Гаранін, В.І. Журавльов, С.В. Кунегін. Системи і мережі передачі інформації. - М.: Радіо і зв'язок, 2001. 43.- 58 с.
14. Дж. прокис. Цифрова зв'язок. - М.: Радіо і зв'язок, 2000. 346.-358 с.
15. Вентцель А. Д., Курс теории случайных процессов. — М.: Наука, 1996. — 400 с.
16. ван Кампен Н. Г. Стохастические процессы в физике и химии. — М. : Высшая школа, 1990. — 376 с.
17. Гардинер К. В. Стохастические методы в естественных науках. — М. : Мир, 1986. — 528 с.
18. Теория массового обслуживания // Математический энциклопедический словарь. М., «Советская энциклопедия», 1988, стр. 327-328
19. Іванов А. О. Теорія автоматичного керування: Підручник. — Дніпропетровськ: Національний гірничий університет. — 2003. — 250 с.
20. 5 УДК 338.47 В.І Гриценко, Л.І. Бажан. Сценарне дослідження розвитку економічної системи в умовах невизначеності на основі оцінки її критеріїв ефективності