МПС — СССР

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Аспирант ВАНЯШИНА Е. Н.

26 471а

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ НЕПРЕРЫВНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ КУЗОВА ПОЛУВАГОНА

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

НТБ ДНУЖТ

Днепропетровск
1966

МПС — СССР

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Аспирант ВАНЯШИНА Е. Н.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ НЕПРЕРЫВНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ КУЗОВА ПОЛУВАГОНА

26710

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель — доктор технических наук, профессор
В. А. ЛАЗАРЯН

Днепропетровск
1966

НТБ ДНУЖТ

Работа выполнена в лаборатории динамики и прочности вагонов Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта.

Просим Вас и сотрудников Вашего учреждения, интересующихся темой диссертации, принять участие в заседании Ученого Совета или прислать свои отзывы о работе по адресу:

Днепропетровск, 10, Университетская, 2, институт инженеров железнодорожного транспорта.

Публичная защита диссертации состоится на заседании Ученого Совета 31 мая 1966 года.

Дата отправки автореферата 1966 года.

НТБ ДНУЖТ

В диссертации исследуются колебания четырехосного полувагона с учетом деформации его кузова.

Обычно колебания вагона в литературе рассматриваются как колебания твердого тела на рессорах.

Повышение скорости движения поездов требует более точного анализа собственных и вынужденных колебаний вагонов.

Такой анализ, как указывается в монографии профессора Лазаряна В. А. «Динамика вагонов» [1], требует учета деформации кузова полувагона.

Кузов полувагона теперь не может рассматриваться как абсолютно твердое тело. В первом приближении его колебания можно рассматривать как колебания упругой двухконсольной балки, лежащей на двух упругих или жестких опорах. Для более точного решения задачи о колебаниях вагонов необходимо рассматривать их как колебания упругой рамы.

Эти две расчетные схемы приняты в диссертации. Для решения поставленных задач используются методы исследования колебаний непрерывно распределенных систем.

В первой главе колебания полувагона рассматриваются как колебания упругой балки, дифференциальное уравнение движения которой есть:

$$EI\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \Big[\delta(x-x_1) + \delta(x+x_1)\Big] y(x,t) = f(x,t), \tag{1}$$

где EI — жесткость балки, m — погонная масса,
c — жесткость опор, $\delta(x \pm x_1)$ — импульсивная функция Дирака, позволяющая учесть наличие в точках $\pm x_1$ точных упругих опор.

В случае собственных колебаний $f(x,t)=0$. Симметричные и антисимметричные формы колебаний рассмотрены отдельно.

НТБ ДНУЖТ

Полученные характеристические уравнения частот для двухконсольной балки, лежащей на двух упругих опорах, имеют вид:

для симмеричных колебаний

$$A(r) = \frac{k}{2r^3}\left[C(rs_1)E(rs_2) + B(rs_2)A(rs_1)\right], \qquad (2)$$

для антисимметричных колебаний

$$B(r) = \frac{k}{2r^3}\left[E(rs_2)S(rs_1) + B(rs_2)B(rs_1)\right] \qquad (3)$$

Функции, входящие в уравнения (2) и (3), выражаются через круговые и гиперболические функции и протабулированы для значений аргумента от 0 до 10, например, в [2].

Если в уравнениях (2) и (3) положить $\kappa = \infty$, то получим известные характеристические уравнения собственных частот для балки, лежащей на жестких опорах.

Значения собственных частот для четырехосного полувагона, загруженного до полной грузоподъемности, соответствующие вычисленным корням характеристических уравнений (2) и (3), равны: 2,22, 2,67, 6,40, 17,36, 23,4, 34,1 герц.

Во второй и третьей главах колебания полувагона рассматриваются как колебания упругой рамы.

Прямой подход к решению задачи о колебаниях рамы полувагона как системы сочлененных балок привел бы к необходимости решения большого числа дифференциальных уравнений колебаний балок, связанных условиями сопряжения в узлах.

Намного удобнее, вместо решения такой громоздкой системы уравнений, свести задачу к решению одного уравнения в частных производных, подобно тому, как это делается при рассмотрении колебаний балочной сетки.

Уравнение, предложенное в диссертации для этой цели, можно охарактеризовать как уравнение неоднородной анизотропной пластинки с упругими характеристиками, сосредоточенными только в местах нахождения балок.

Это уравнение в безразмерных координатах имеет следующий вид:

$$\frac{\beta_1(u)}{L^4 l}\cdot\frac{\partial^4 w(s,u)}{\partial s^4} + \frac{1}{L^2 l^2}\frac{\partial^2}{\partial s\,\partial u}\left[\left(\frac{1}{l}\alpha_1(u) + \frac{1}{L}\alpha_2(s)\right)\frac{\partial^2 w}{\partial s\,\partial u}\right] +$$

$$\frac{\beta_2(s)}{L l^4}\frac{\partial^4 w(s_1 u)}{\partial u^4} + \frac{k}{Ll}w(s,u)\sum\sum\delta(s-s_i)\,\delta(u-u_j) - \qquad (4)$$

$$m\omega^2 w(s,u) \equiv L(w) - m\omega^2 w = 0,$$

НТБ ДНУЖТ

где $\beta_1(u) = EI^{cm}\,\delta(u) + EI^{xp}\,\delta\left(u-\frac{1}{2}\right) + EI^{cm}\,\delta(u-1)$,

$$\beta_2(s) = EI^{б}\left[\delta(s) + \delta(s-1)\right] + EI^{ш}\left[\delta(s-s_1) + \delta(s-s_6)\right] + $$

$$+EI^{np}\left[\delta(s-s_2) + \delta(s-s_3) + \delta(s-s_4) + \delta(s-s_5)\right].$$

$$a_1(u) = \delta\, GI_{kp}^{cm}\,\delta(u) + GI_{kp}^{xp}\,\delta\left(u-\frac{1}{2}\right) + GI_{kp}^{cm}\,\delta(u-1),$$

$$a_2(s)= GI_{кр}^{б}\left[\delta(s) + \delta(s-1)\right] + GI_{кр}^{ш}\left[\delta(s-s_1) + \delta(s-s_6)\right] +$$

$$GI_{kp}^{np}\left[\delta(s-s_2) + \delta(s-s_3) + \delta(s-s_4) + \delta(s-s_5)\right].$$

EI^{cm} — жесткость боковой стенки рамы при изгибе EI^{xp} — хребтовой балки, $EI^{ш}$ — шкворневой балки, EI^{np} — промежуточных балок, GI_{kp}^{cm} — жесткость боковой стенки рамы при кручении, GI_{kp}^{xp} — хребтовой балки, $GI_{kp}^{ш}$ — шкворневой балки, GI_{kp}^{np} — промежуточных балок; m — масса, отнесенная к единице площади; c — жесткость опор; L — длина хребтовой балки и боковых стенок, l — длина поперечных балок; $w(s,u)$ — прогиб элементов рамы;

$$0 \leqslant s \leqslant 1 \qquad 0 \leqslant u \leqslant 1$$

Решения уравнения (4) проведено методом Галеркина [3], [4]

Формы колебаний взяты в виде ряда:

$$w(s,u) = \sum_{i,j} a_{ij}\, X_i(s)\, Y_j(u). \tag{6}$$

В качестве функций $X_i(s)$ и $Y_j(u)$ выбраны фундаментальные функции колеблющейся свободной балки.

Постоянные a_{ij}, согласно методу Галеркина, определяются из уравнеий:

$$\int_0^1\int_0^1 \left[L(w) - \lambda w\right] w_{ij}\, ds dn = 0 \tag{5}$$

$$(i = 0,\ 1,\ 2...n)$$
$$(j = 0,\ 1,\ 2...k)$$

Характеристическое уравнение получается путем приравнивания нулю определителя системы (5). Он распадается на независимые определители, соответствующие четно-четным (симметрично-симметричным), четно-нечетным (симмет-

НТБ ДНУЖТ

Определение частот по методу Ритца в данной задаче приводит к тем же самым характеристическим уравнениям, что и в методе Галеркина.

При вычислении значений частот, приведенных в таблице 1, для каждого типа колебаний бралось по 3—4 члена ряда (6).

С целью оценки влияния отброшенных форм колебаний на значения вычисленных частот последние вычислялись также в более высоком приближении метода Галеркина, учитывающем для каждого типа колебаний по 8 членов ряда (6). Вычисления, проведенные на цифровой вычислительной машине Урал-3, показали, что это влияние мало. Расхождение между значениями частот, полученными из характеристических уравнений третьего, четвертого и восьмого порядков составляют 0,5%—5%.

В диссертации собственные частоты колебаний рамы найдены также другим приближенным методом, основанном на применении уравнений Лагранжа второго рода.

Формы колебаний аппроксимировались системой функций, выбранных специальным образом.

При исследовании колебаний в вертикальной плоскости в качестве таких функций брались формы статического изгиба элементов рамы от некоторого силового воздействия, которое назначалось таким образом, чтобы формы статического изгиба достаточно хорошо аппроксимировали формы колебаний рамы. Такой выбор аппроксимирующих функций применялся при расчете плоских рам на колебания в [5].

При рассмотрении симметричных форм колебаний было выбрано пять аппроксимирующих функций, при рассмотрении антисимметричных — четыре.

В качестве первой формы колебаний взят статический изгиб элементов рамы от единичного смещения концов хребтовой балки и боковых стенок.

В качестве второй формы колебаний взят статический изгиб элементов рамы от равномерно распределенной нагрузки и т. д.

Каждая форма выбиралась таким образом, чтобы частоты были ниже, то-есть ближе к истинным.

Значения частот для четырехосного полувагона, загруженного до полной грузоподъемности, приведены в таблице 2.

При исследовании колебаний рамы в горизонтальной плоскости (четвертая глава диссертации) в качестве аппроксимирующих форм брались балочные функции. Эти функции лучше отражают деформацию рамы при колебаниях. Получены

НТБ ДНУЖТ

Таблица 2

Жесткость опор	Значение частот (в герцах)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$c=\infty$	5,80	8,50	11,9	14,7	21,6	32,2	67		
$2c=600\,тм^{-1}$	2,27	2,62	6,00	8,50	16,1	20,6	21,6	42,2	68,4

следующие значения частот: 1,41, 2,63, 4,26, 6,52, 12,74, 22,2 гц.

В экспериментах, проведенных лабораторией динамики и прочности вагонов ДИИТа, получены следующие значения собственных частот колебаний четырехосного полувагона:
2,2 и 7,5 гц для четно-четных форм колебаний,
1,5 и 10 гц для четно-нечетных форм колебаний [6].

Сопоставление этих частот с частотами в таблицах 1 и 2, показывает, что частоты, полученные в диссертации, достаточно хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Пятая глава диссертации посвящена вынужденным колебаниям четырехосного полувагона.

В первом параграфе этой главы рассмотрены вынужденные колебания движущегося полувагона.

Силы, действующие на кузов, взяты равными произведению жесткости рессор на некоторую периодическую функцию $f(x)$, описывающую неровности пути, которые приняты одинаковыми для обеих рельсовых ниток. Эти силы возбуждают колебания полувагона в вертикальной плоскости.

Вынужденные колебания полувагона рассматривались как колебания симметричной двухконсольной балки на двух упругих опорах.

При сделанных допущениях колебания полувагона описываются уравнением (1), где

$$f(x,t) = \frac{1}{2}c\left[f(vt - x_1 + l) + f(vt - x_1 - l)\right]\delta(x - x_1) + + \frac{1}{2}c\left[f(vt + x_1 - l) + f(vt + x_1 + l)\right]\delta(x + x_1). \qquad (7)$$

Здесь v — скорость движущегося полувагона, $2l$ — расстояние между осями тележки.

НТБ ДНУЖТ

Решение уравнения (1) с правой частью (7) найдено операционным методом, основанном на преобразовании Лапласа.

Преобразование Лапласа-Карсона по переменной t вместо дифференциального уравнения в частных производных дает обыкновенное дифференциальное уравнение для изображения

$Y(s, r) \xrightarrow{\;\vdots\;} y(s, t)$ $\quad (s = \frac{2x}{L}$ — безразмерная координата):

$$\frac{d^4 Y}{ds^4} - r^4 Y + kY \left[\delta(s - s_1) + \delta(s + s_1) \right] = \tag{8}$$

$$= kF(p)\, ch \frac{lp}{v} \left[exp\left(-\frac{x_1 p}{v} \right) \delta(s - s_1) + exp\left(\frac{x_1 p}{v} \right) \delta(s + s_1) \right],$$

где

$$r^4 = -\frac{mL^4}{16EI} p^2 \qquad k = \frac{cL^3}{8EI}$$

$F(p)$ — изображение возмущающей периодической функции $f(x, t)$.

Если функцию $f(x, t)$ взять в виде, предложенном в [1]:

$$f(x, t) = f(vt) = \begin{cases} a\left(1 - cos \frac{2\pi t}{\lambda}\right) & 0 \leqslant t \leqslant \frac{\lambda}{v} \\ 0 & \frac{\lambda}{v} \leqslant t \leqslant \frac{L_1}{v} \end{cases}$$

$$f(vt + L_1) = f(vt),$$

то

$$F(p) = \frac{a\left[1 - exp\left(-\frac{p\lambda}{v}\right)\right]}{1 - exp\left(-\frac{L_1 p}{v}\right)} \quad \frac{2p^2\lambda^2 + 4\pi^2 v^2}{p^2\lambda^2 + 4\pi^2 v^2}$$

Решение уравнения (8) получено в виде суммы двух решений, соответствующих симметричным и антисимметричным колебаниям:

$$Y(s, p) = Y_c(s, p) + Y_a(s, p),$$

$$Y_c(s, p) = \frac{2k}{r^3} \quad \frac{F(p)}{\Delta_c}\, ch \frac{lp}{v}\, ch \frac{x_1 p}{v}\, V_c(s, p^2)$$

$$Y_a(s, p) = \frac{2k}{r^3} \quad \frac{F(p)}{\Delta_a}\, ch \frac{lp}{v}\, sh \frac{x_1 p}{v}\, V_a(s, p^2).$$

НТБ ДНУЖТ

где Δ_c и Δ_a — определители частот симметричных и антисимметричных свободных колебаний. Выражения для V_c и V_a приведены в диссертации.

Решение уравнения (8) находится обратным преобразованием Лапласа-Карсона над найденным изображением.

$$y(s,t) = \frac{k}{\pi i} \int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} exp\,(pt) \frac{\overline{f}\,(p)}{1-exp\left(-\frac{L_1 p}{v}\right)}\, ch\,\frac{lp}{v} \times \left[\frac{V_c}{r^3 \Delta_c}\, ch\,\frac{x_1 p}{v} + sh\,\frac{x_1 p}{v}\,\frac{V_a}{r^3 \Delta_a}\right] dp. \qquad (9)$$

Интеграл (9) равен сумме вычетов в полюсах подынтегральной функции, лежащих в области абсолютной сходимости интеграла Лапласа.

Эти полюса находятся в точках обращения в нуль

$1 - exp\left(-\frac{L_1 p}{v}\right)$, то-есть в точках

$$p_n = \pm \frac{2\pi i v}{L_1} n \qquad (n=0, 1, 2\ldots),$$

а также в точках обращения в нуль Δ_c и Δ_a

то-есть в точках $p_k = \pm i r_k^2 \sqrt{\frac{m L^4}{16 EI}}$ $\qquad (k = 1, 2, 3\ldots)$

Сумма вычетов в полюсах p_n определяет ту часть решения, которая соответствует колебаниям с основной частотой возмущающей силы и кратными частотами. Сумма вычетов в полюсах p_k определяет часть решения, соответствующего колебаниям с собственными частотами. При совпадении полюса p_n с полюсом p_k вычет в кратном полюсе оказывается растущим пропорционально времени, этот случай соответствует резонансу.

Резонансный случай требует учета затуханий и в диссертации не рассматривался. Интеграл (9) вычислен в предположении, что все полюса простые.

Во втором и третьем параграфах пятой главы исследуются вынужденные колебания полувагона, вызываемых вибратором при очистке полувагона от остатков груза.

Из опытов, проведенных ЦНИИ МПС, следует, что наилучшие результаты по времени очистки и по прочности кузо-

НТБ ДНУЖТ

ва получаются в случае установки вибратора над средними стойками фермы кузова. Установлено, что лучшей частотой по времени очистки полувагона от остатков груза является частота 27 гц.

В диссертации это было подтверждено теоретическими расчетами. Частота вибратора 27 гц близка к собственной частоте нечетно-четных форм колебаний полувагона, имеющего остатки груза весом 12,5 т. Выбранная установка вибратора над средними стойками фермы кузова возбуждает такие колебания. Резонансные условия в начале процесса очистки увеличивают амплитуду вынужденных колебаний и, следовательно, ускорение, сообщаемое частицам груза. В диссертации вычислены значения амплитуд вынужденных колебаний и ускорений всех узловых точек рамы полувагона для начала, середины и конца процесса очистки.

Из полученных результатов следует, что при частоте вибратора 27 гц и амплитуде вынуждающей силы 8,5 т, каждая точка рамы полувагона проходит через ускорение большее 0,8 g, величину, по данным опытов ЦНИИ МПС, достаточную для полной очистки полувагона от остатков груза.

Исследования вынужденных колебаний, вызываемых вибратором, также проводились на структурной модели МПТ-9-М. При этом полувагон моделировался упругой балкой, имеющей дифференциальное уравнение колебаний (1) с правой частью

$$f(x,t) = -P\cos\omega t\,\delta(x-x_2),$$

здесь ω — частота, P — рабочая амплитуда вибратора.

Для установившегося процесса $y(x,t) = Y(x)\cos\omega t$, функция $Y(x)$, дающая амплитуду вынужденных колебаний, находится из уравнения:

$$Y^{IV}(x) + \frac{c}{EI}Y(x)\left[\delta(x-x_1)+\delta(x-x_3)\right] - \frac{m\omega^2}{EI}Y(x) = -\frac{P}{EI}\delta(x-x_2) \qquad (10)$$

$0 \leqslant x \leqslant L$, в точках x_1 и x_3 находятся упругие опоры балки, в точке x_2 приложена вынуждающая сила.

Для повышения устойчивости решения на моделирующей машине симметричные и антисимметричные колебания рас-

НТБ ДНУЖТ

сматривались отдельно, что дало возможность проводить решение только до середины балки $x = L/2$.

С этой же целью переход к машинным переменным делался следующим образом:

$$Y(x) = N_1 e^{at} \overline{U}_1(t), \quad Y'(x) = N_2 e^{at} \overline{U}_4(t),$$
$$Y''(x) = N_3 e^{at} \overline{U}_3(t), \quad Y'''(x) = N_4 e^{at} \overline{U}_4(t).$$

Концы балки свободны, поэтому $Y(0) \neq 0$ и $Y'(0) \neq 0$.

Подбором на машине таких начальных значений для $\overline{U}_1(0)$ и $\overline{U}_2(0)$, чтобы при $x = L/2$, $\overline{U}_2 = 0$, $\overline{U}_4 = 0$ в случае симметричных колебаний и $\overline{U}_1 = 0$, $\overline{U}_3 = 0$ в случае антисимметричных колебаний, получено решение уравнения (10).

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [7]—[9].

НТБ ДНУЖТ

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лазарян В. А.** Динамика вагонов. Изд-во «Транспорт», 1964.

2. **Гогенемзер К.** и **Прагер В.** Динамика сооружений. ОНТИ. М.—Л., 1936.

3. **Галеркин Б. Г.** Собрание сочинений, т. II, из-во АН СССР, 1953.

4. **Канторович Л. В.** и **Крылов В. И.** Приближенные методы высшего анализа. ГИТТЛ. М.—Л., 1952.

5. **Болотин В. В.** Динамическая устойчивость упругих систем. ГИТТЛ, М., 1956.

6. **Ушкалов В. Ф.** Экспериментальное определение частот колебаний надрессорного строения четырехосных полувагонов. Труды ДИИТа, вып. 55, изд-во «Транспорт», М., 1965.

7. **Ваняшина Е. Н.** Приближенное определение собственных частот колебаний балок. Труды ДИИТа, вып. 45, 1963.

8. **Ваняшина Е. Н.** Определение частот собственных колебаний полувагона. Труды ДИИТа, вып. 59, изд-во «Транспорт», М., 1966.

9. **Ваняшина Е. Н.** Приближенное определение собственных частот колебаний рамы четырехосного полувагона. Труды ДИИТа, вып, 59, изд-во «Транспорт», М., 1966.

НТБ ДНУЖТ

БТ 09136. Подписано к печати 8. IV. 66 г. Зак. 4101—250
Бумага $60 \times 84^1/_{16}$ п. л. 1.

Гор. типография № 3 областного управления по печати.
г. Днепропетровск-2, ул. Фрунзе, 6.

НТБ ДНУЖТ

Сканировала Камянская Н.А.