

КОНСТРУКТИВНО-ПРОДУКЦИОННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФРАКТАЛОВ

Аннотация. Предложен конструктивно-продукционный подход порождения фракталов, который является более общим, чем другие известные подходы. Показаны возможности применения большой вариативности атрибутики и исходных элементов формирования фракталов, а также комбинирования фракталов в мультифракталах. Возможности формирования фракталов расширены путем устранения необходимых при других подходах ограничений. Предложенный подход позволил установить несколько неизвестных ранее свойств дробной размерности, которые заключаются в возможности ее изменения в процессе порождения фрактала и несовпадения дробных размерностей предела форм в процессе порождения и предельного фрактала. Дано простое определение детерминированного геометрического фрактала, учитывающего все характеризующие его свойства.

Ключевые слова: конструктор, фрактал, мультифрактал, дробная размерность, треугольник Серпинского, фрактальная геометрия.

ВВЕДЕНИЕ

Начало бурному развитию фрактальной геометрии положила работа Б. Мандельброта [1]. Фракталы обнаружены во многих естественных объектах и процессах. Фрактальные модели применяются во многих научных областях: биологии, архитектуре, медицине, материаловедении, ядерной физике, астрономии, математике, в информационных системах и т.д.

Существует несколько альтернативных подходов формирования фракталов: алгоритмический [1–5]; функционально-алгоритмический с применением системы итерированных функций на основе совокупности сжимающих отображений [2, 4, 5]; L-систем [2]; сжимающих аффинных автоматов [6].

Алгоритмический подход был сформирован при описании первых, ставших классическими, фракталов, таких как треугольник, ковер Серпинского, снежинка Коха и др. Предлагался алгоритм формирования этих фракталов.

Функционально-алгоритмический подход — представление фрактальной геометрии средствами классической математики.

Достаточно новое направление формирования фракталов — сжимающие аффинные автоматы — позволяет формировать фракталы на основе аффинных преобразований и имеет теоретическую основу в виде конечных автоматов.

Наибольшее практическое применение в компьютерной графике получили L-системы, предложенные А. Линдемайером [7], как существенная модификация формальных грамматик.

В [8–10] заложены основы конструктивно-продукционного моделирования (КПМ), в рамках которого представляется возможным моделирование любых конструкций и конструктивных процессов в области информационных технологий, строительства, машиностроения, робототехники, биологии и т.д. Предложенный аппарат позволяет формализовать процессы и результаты формирования конструкций различной природы, связывая элементы конструкций и учитывая свойства элементов, их агрегатов (форм) и связей.

В настоящей статье рассматривается применение КПМ для формирования фракталов. Этот подход наиболее близок к L-системам. Он является более приспособленным к работе с атрибутикой и более гибким при задании процесса вывода.