

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ СССР
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА имени М. И. КАЛИНИНА

На правах рукописи

КАГАНОВ Марк Ефимович

**ВЛИЯНИЕ МОМЕНТНОСТИ
ДОКРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ
НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЗА ПРЕДЕЛАМИ
УПРУГОСТИ ГЛАДКИХ И ПОДКРЕПЛЕННЫХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК**

(Специальность 01.02.03 — Строительная механика)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Днепропетровск — 1978

**НТБ
ДНУЖТ**

Работа выполнена на кафедре прикладной теории упругости Днепропетровского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета имени 300-летия воссоединения Украины с Россией.

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор Л. И. Маневич.

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор А. П. Прусаков;

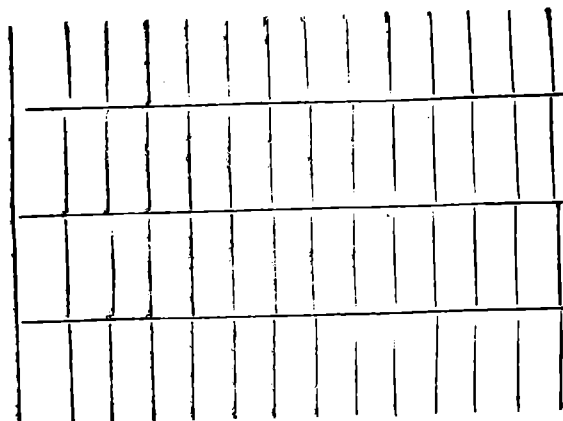
доктор физико-математических наук Ю. В. Липовцев.

УССР.

14,
доцент
имени

ГСП,
старю

вета,



НТБ
ДНУЖТ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Во многих областях техники в качестве несущих элементов конструкций применяются оболочки. Повышение требований к методам их расчёта диктуется необходимостью создания более лёгких, прочных и надёжных агрегатов и сооружений. Наличие современных быстродействующих ЭВМ делает актуальными разработку и использование при проектировании методов, свободных от многих упрощающих предположений.

В основе классического подхода к проблеме устойчивости оболочек лежит предположение о неискривлённости, безмоментности докритического состояния равновесия. Исследования последних 10-15 лет показали, что с учётом моментности существенно изменяются результаты. Погрешности приближённых расчётов могут приводить как к завышению, так и к занижению критических значений нагрузок.

68340
Аналізу устойчивости моментных форм равновесия упругих оболочек посвящено большое количество работ советских и зарубежных учёных. Значительно меньше изучено выпучивание за пределами упругости. Вместе с тем, фактор моментности в последнем случае может проявляться сильнее. Причина в том, что в процессе докритического деформирования изменяется не только форма, но и жёсткость пластических оболочек.

Цель исследования заключается в разработке методики и изучении явления неупругого выпучивания гладких и подкреплённых осесимметрично нагруженных цилиндрических оболочек с учётом моментности докритического состояния равновесия.

Научная новизна. Исследовано локальное выпучивание продольно сжатых гладких цилиндрических оболочек в зонах краевого эффекта. Рассмотрены некоторые случаи выпучивания оболочек под действием нагрузки.

Дніпропетровського національного
університету залізничного транспорту
Імені академіка В. Лазаряна

Изучена устойчивость цилиндрических оболочек, имеющих осесимметричные локальные и регулярные несовершенства формы.

Исследована устойчивость за пределами упругости моментных форм равновесия подкреплённых цилиндрических оболочек. Изучено влияние знака эксцентриситета расположения рёбер.

Практическая ценность. Предлагаемая методика может применяться при анализе устойчивости несущих элементов конструкций, представляющих собой гладкие или оребрённые цилиндрические оболочки. Полученные результаты иллюстрируют в качественном и количественном отношении влияние моментности докритических состояний равновесия на устойчивость оболочек.

Реализация результатов работы. Разработанный алгоритм использован в созданной ВНИИмехчерметом "Методике расчёта напряжённо-деформированного состояния кожуха шахты доменной печи".

Апробация. Основные результаты проведенных исследований докладывались на У Всесоюзной конференции по проблемам устойчивости в строительной механике (г. Ленинград, 1977 г.), XIV научном совещании по тепловым напряжениям в элементах конструкций (г. Канев, 1977 г.), XI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (г. Харьков, 1977 г.), городском семинаре "Научные основы прочности" под руководством академика А.П. Филиппова (г. Харьков, 1976 г.), межвузовском семинаре "Математические проблемы механики" под руководством академика В.И. Моссаковского (г. Днепропетровск, 1976 г.).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 9 печатных работ.

Объём работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, библиографии (148 наименований), приложений и содержит 109 страниц машинописного текста, 21 рисунок.

НТБ
ДНУЖТ

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

ВО ВВЕДЕНИИ содержатся описание проблемы и общая характеристика диссертационной работы, обосновывается актуальность и излагаются цели исследований.

В ПЕРВОЙ ГЛАВЕ приведен обзор литературы и анализ состояния исследований устойчивости моментных форм равновесия оболочек.

Основы подхода к решению рассматриваемого круга задач заложены в работах Э.И.Григолока, Ю.В.Липовцева, А.В.Кармишина, В.В.Кабанова, В.И.Мяченкова, Л.И.Шкутина, G. Fischer'a, M. Stein'a,

V.O. Almroth'a, D. Bushnell'a. В разработанных методах выделяются два этапа изучения процесса выпучивания. Вначале определяется докритическое состояние равновесия оболочки, а затем производится проверка его устойчивости. На втором этапе, как правило, используются уравнения нейтрального состояния равновесия, получаемые путём линеаризации общих нелинейных уравнений теории оболочек. Параметры, определённые при расчёте докритического состояния, содержатся в линейных уравнениях устойчивости в качестве переменных коэффициентов. Решения задачи о докритическом деформировании (если соответствующие уравнения линейны) строятся либо путём сведения к задаче Коши, либо непосредственной заменой дифференциальных уравнений конечно-разностными. В последнем случае приходится иметь дело с системами линейных алгебраических уравнений высоких порядков. Таким же образом решаются и линеаризованные уравнения второго (бифуркационного) этапа задачи устойчивости. Если постановка задачи о докритическом деформировании нелинейна, то применяются методы последовательных приближений различного вида.

Влияние моментности докритического состояния на устойчивость гладких упругих цилиндрических оболочек изучено достаточно полно.

Учёт местного изгиба позволил существенно сблизить результаты теоретических расчётов и экспериментов. Так, например, в важном с точки зрения приложений случае осевого сжатия оболочки критические значения нагрузки, полученные на основе уточнённого решения, практически совпали с данными тщательно проведенных опытов. Детально рассмотрены задачи о выпучивании несовершенных оболочек. Разное снижение запаса устойчивости связано с имеющей место значительной неоднородностью докритического состояния в зонах погибей. В ряде работ доказана необходимость "моментного" подхода к исследованию устойчивости оболочек при многих видах комбинированного нагружения.

Проблема устойчивости моментных форм равновесия подкреплённых упругих цилиндрических оболочек изучена в гораздо меньшей степени, чем гладких. Связано это со сложностью учёта большого числа существенно взаимосвязанных факторов, влияющих на устойчивость (например, эксцентриситет нагрузки и расположения рёбер, конструктивная неоднородность оболочек и т.д.). Тем не менее анализ опубликованных исследований позволяет сделать вывод о важности учёта докритической моментности и в задачах о выпучивании подкреплённых оболочек.

Трудности математического описания явления потери устойчивости значительно возрастают при переходе от упругих оболочек к неупругим. Физическая нелинейность уравнений докритического деформирования требует применения приближённых методов построения решений. Существенно усложняет расчёты то обстоятельство, что напряжённое состояние оболочек является двухосным, а рёбер — одноосным. Если в упругом случае в силу постоянства механических характеристик материала связь внутренних силовых факторов и деформаций относительно проста, то в пластической области для опреде-

ления напряжённо-деформированного состояния приходится выполнять трудоёмкие вычисления.

Вопрос о влиянии докритического искривления на устойчивость за пределами упругости цилиндрических оболочек находится в начальной стадии изучения. Вводимые с целью уменьшения математических трудностей упрощающие предположения влияют на результаты в количественном отношении. Сравнительный анализ затрудняется тем, что при проведении расчётов используются разные диаграммы деформирования материалов.

Заключительным в первой главе диссертации является вывод о необходимости более полного исследования устойчивости моментных форм равновесия цилиндрических оболочек.

ВО ВТОРОЙ ГЛАВЕ излагается методика расчёта докритического напряжённо-деформированного состояния гладких и подкреплённых цилиндрических оболочек, подвергающихся осесимметричному нагружению.

Предполагается, что отрингеры и шпангоуты могут быть расположены с эксцентриситетом относительно срединной поверхности обшивки и иметь произвольное сечение. В оболочке присутствуют осесимметричные начальные несовершенства формы.

Используется теория малых упруго-пластических деформаций А.А.Ильина. Соотношения между напряжениями и деформациями, учитывающие сжимаемость материала в пределах и за пределами упругости, представляются в виде сумм упругих и пластических составляющих:

$$\sigma_j^{os}(\epsilon_1^s, \epsilon_2^s) = \sigma_j^{os,u}(\epsilon_1^s, \epsilon_2^s) + \sigma_j^{os,p}(\epsilon_1^s, \epsilon_2^s); \quad \sigma_j^p = \sigma_j^{p,u}(\epsilon_j) + \sigma_j^{p,n}(\epsilon_j), \quad (j=1,2)$$

Напряжения в рёбрах σ_j^p определяются непосредственно с помощью диаграммы деформирования материала. В обшивке, где имеет место

НТБ
ДНУЖТ

двухосное напряжённое состояние, величины σ_j^{ob} находятся по заданным значениям деформаций ϵ_1^x и ϵ_2^x методом итераций с использованием условия $\sigma_1^{ob} = 0$ и зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций $\sigma_i(\epsilon_i)$

Внутренние силовые факторы в оболочках, определяемые путём интегрирования напряжений по сечениям, также записываются в виде сумм упругих и пластических составляющих:

$$T_j^o = \int_{\xi_j} \sigma_j dG_j = T_j^{o,u} + T_j^{o,n} \quad (j=1,2), \quad M_1^o = \int_{\xi_1} \sigma_1 z dG_1 = M_1^{o,u} + M_1^{o,n}.$$

Индекс (o) здесь и далее применяется для обозначения величин, характеризующих докритическое состояние оболочек. Координата z отсчитывается от срединной поверхности обшивки и направлена по внутренней нормали к последней.

С использованием геометрических соотношений

$$\epsilon_1^x = \epsilon_1^o + z \frac{d^2 \omega^o}{dx^2}, \quad \epsilon_2^x = \frac{\omega^o}{R}$$

и уравнений равновесия

$$\frac{dT_1^o}{dx} = 0, \quad N_1^o - \frac{dM_1^o}{dx} = 0, \quad \frac{T_2^o}{R} + \frac{dN_1^o}{dx} - T_1^o \frac{d^2(\omega^o + \omega^H)}{dx^2} - q = 0$$

задача расчёта докритического напряжённо-деформированного состояния сводится к построению решения системы двух нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{Eh\gamma}{R(1-\gamma^2)} \epsilon_1^o + EF_y \frac{\omega^o}{R^2} + \frac{T_2^{o,n}}{R} + ES_1 \frac{d^2 \epsilon_1^o}{dx^2} + EI_x \frac{d^4 \omega^o}{dx^4} + \frac{d^2 M_1^{o,n}}{dx^2} + T \frac{d^2(\omega^o + \omega^H)}{dx^2} - q = 0,$$

$$EF_x \epsilon_1^o + ES_1 \frac{d^2 \omega^o}{dx^2} + \frac{Eh\gamma}{(1-\gamma^2)} \frac{\omega^o}{R} + T_1^{o,n} = -T,$$

в которой неизвестными являются осевая деформация ϵ_1^o и дополнительный радиальный прогиб ω^o срединной поверхности обшивки ($x -$

НИИ
ДНУЖТ

продольная координата; R и h - радиус и толщина оболочки;

ω^h - начальный радиальный осесимметричный прогиб; T и q - параметры осевого усилия и внутреннего давления; E и ν - модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала; F_x, F_y, I_x, S_1 - геометрические характеристики сечений).

Нелинейность полученной системы в принятой форме записи обусловлена лишь физическими свойствами материала оболочки, т.е. присутствием пластических составляющих внутренних силовых факторов $T_1^{o,n}, T_2^{o,n}, M_1^{o,n}$. Тем не менее эта система в определённой степени точна и в смысле учёта геометрической нелинейности. Она может быть формально получена из общих уравнений Мушгары-Галимова, в которых присутствуют члены, содержащие квадраты первых производных от радиального перемещения. Если решать задачу в перемещениях, т.е. представить осевую деформацию в виде $e_1^o = \frac{du^o}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\omega^o}{dx} \right)^2$, то в приведенной системе будут в явной форме проявляться и физическая и геометрическая нелинейности. С изложенной точки зрения представляется целесообразным выбор в качестве искомым функций e_1^o и ω^o , так как в результате становится возможным (с применением метода дополнительных нагрузок А.А.Ильмина) сведение общей задачи к совокупности линейных задач.

Роль дополнительных нагрузок в процедуре метода А.А.Ильмина играют пластические составляющие внутренних силовых факторов. На каждом шаге процесса последовательных приближений решается линейное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^4 \omega^{o,k}}{dx^4} + 4\nu \mu^2 \frac{d^4 \omega^{o,k}}{dx^4} + 4\mu^4 \omega^{o,k} = F^k(x),$$

которое получается из приведенной выше разрешающей системы путём исключения $e_1^{o,k}$

НТБ
ДНУЖТ

$$\text{Здесь } F^k(x) = (T + T_1^{0,n}) \frac{h\psi}{AR(1-\psi^2)F_x} - \frac{T_1^{0,n}}{AR} - \frac{1}{A} \frac{d^2 M_1^{0,n}}{dx^2} + \frac{S_1}{AF_x} \frac{d^2 T_1^{0,n}}{dx^2} + \frac{q}{A} - \frac{T}{A} \frac{d^2 \psi^k}{dx^2},$$

$$A = EI_x - \frac{ES_1^2}{F_x},$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\frac{EF}{R^2} - \frac{\psi^2 h E}{R^2 (1-\psi^2)^2 F_x}}{4A}}, \quad \psi = \frac{T - \frac{2ES_1 h \psi}{F_x (1-\psi^2) R}}{4A\mu^2}$$

Общее решение строится с помощью фундаментальных решений соответствующего однородного уравнения

$$\omega^{0,k} = e^{\alpha_0 x} (c_1 \cos \beta_0 x + c_2 \sin \beta_0 x) + e^{-\alpha_0 x} (c_3 \cos \beta_0 x + c_4 \sin \beta_0 x) + \int_0^x \psi(x,t) dt,$$

$$\alpha_0 = \mu \sqrt{1-\psi}, \quad \beta_0 = \mu \sqrt{1+\psi},$$

$$\psi(x,t) = \frac{F_1(t)}{2\alpha_0 \beta_0 (\alpha_0^2 + \beta_0^2)} [\alpha_0 \operatorname{ch} \alpha_0 (x-t) \sin \beta_0 (x-t) - \beta_0 \operatorname{sh} \alpha_0 (x-t) \times \\ \times \cos \beta_0 (x-t)].$$

Коэффициенты c_i в каждом приближении находятся из граничных условий.

С точки зрения скорости сходимости (количества итерации) метод дополнительных нагрузок менее эффективен, чем широко используемый в задачах пластичности метод переменных параметров упругости. Но целесообразность его применения в рассматриваемых задачах обусловлена одним важным обстоятельством. В процессе последовательных приближений, соответствующем методу переменных параметров упругости, на каждом шаге пришлось бы решать численно систему дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Так как напряжённо-деформированное состояние оболочек в исследуемом классе задач имеет затухающий характер, то для получения устойчивого алгоритма численного интегрирования пришлось бы использовать

НТ
ДНУЖТ

методы дискретной коррекции (например, метод ортогонализации), что значительно усложнило бы расчёты. Применение метода дополнительных нагрузок позволяет свести задачу к дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами, которое решается фактически в квадратурах. Точность при этом высока, а процедура вычислений сравнительно проста.

Изложен алгоритм численного определения напряжённо-деформированного состояния цилиндрических оболочек. На каждом шаге процесса последовательных приближений вычисление внутренних силовых факторов и частного решения разрешающего дифференциального уравнения производится по формулам приближённого интегрирования. При определении производных от пластических составляющих усилий и моментов используется многоточечная конечно-разностная аппроксимация. С помощью разработанных программ могут проводиться расчёты на ЭВМ оболочек с любой диаграммой деформирования материала.

В ТРЕТЬЕЙ ГЛАВЕ представлены результаты исследования явления исчерпания несущей способности гладких цилиндрических оболочек. Так условно назван один из возможных вариантов неупругого выпучивания, заключающийся в том, что в процессе плавного осесимметричного деформирования достигается предельное состояние равновесия. На кривой, изображённой в координатах "нагрузка - характерное перемещение", моменту исчерпания несущей способности соответствует точка, в которой касательная становится параллельной оси перемещений. Другой возможный вариант потери устойчивости, бифуркационное выпучивание, сопровождается сменой осесимметричных форм равновесия неосесимметричными (точки ветвления кривой деформирования).

Для построения кривых деформирования применяется алгоритм

НТБ
ДНУЖТ

расчёта напряжённо-деформированного состояния оболочек, изложенный в предыдущей главе.

Известно, что потеря устойчивости сравнительно толстостенных цилиндрических оболочек при осевом сжатии происходит плавно, без хлопков, с образованием кольцевых складок у торцов. При этом не наблюдается перестройка форм. Общая конфигурация оболочек в процессе нагружения не меняется, растут лишь амплитуды перемещений. Качественная сторона явления согласуется с предположениями о ходе процесса выпучивания, заложенными в критерии исчерпания несущей способности. Сопоставление с данными ряда экспериментальных исследований позволяет сделать вывод и о хорошем количественном соответствии результатов. На рис.1 представлены

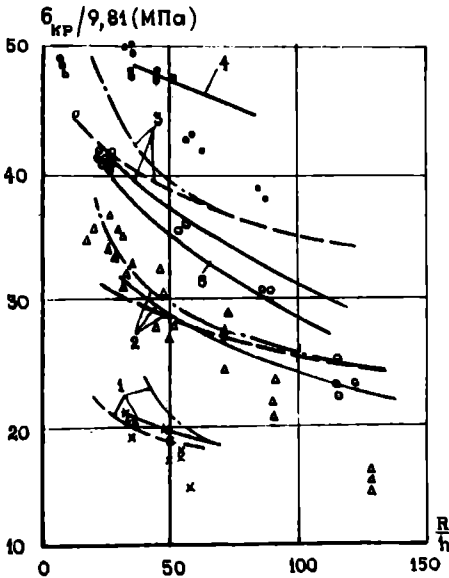


Рис.1

результаты опытов Л.В.Андреева, А.Т.Хмалева, Г.П.Богатыря, Е.А.Птахина (*), А.Н.Божинского и А.Т.Пономарёва (Δ), S.C.Batterman'a (○), В.Г.Зубчанинова (◐), а также расчётные кривые (1-4), полученные по критерию исчерпания несущей способности (сплошные линии) и по широко используемому формулам $\sigma_{KP} = \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k E_c}$ (штриховые линии) и $\sigma_{KP} = \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k E}$ (штрихпунктирные линии). Послед-

НТБ
ДНУЖТ

ние две формулы получены для условий шарнирного опирания. Все перечисленные опыты проводились над оболочками, изготовленными из труб путём фрезерования и имевшими довольно мощные торцовые фланцы. Поэтому реальные условия закрепления гораздо больше соответствовали жёсткому заземлению. Такие граничные условия и были использованы в расчётах по критерию исчерпания несущей способности. Для сравнения на рис. I кривой 5 изображены критические значения осевой нагрузки, вычисленные при условиях шарнирного опирания с использованием диаграммы деформирования материала из опытов S.C. Batterman'a.

Получаемые теоретически (по критерию исчерпания несущей способности) форма и место расположения кольцевых складок близки к наблюдаемым экспериментально. Характер снижения $\sigma_{кр}$ о увеличением параметра R/h лучше согласуется с предлагаемым решением. Сравнение с указанными выше общепринятыми решениями показывает, что возможно существенное отличие в значениях предельных нагрузок (при расчётах с идентичными граничными условиями учёт краевого эффекта приводит к снижению $\sigma_{кр}$ на 15-25%). Эти факты подтверждают целесообразность применения при расчётах толстостенных продольно сжатых гладких цилиндрических оболочек критерия исчерпания несущей способности.

Хорошее совпадение приведенных классических решений с результатами экспериментов при малых значениях R/h , по-видимому, частично можно объяснить наложением двух противоположных факторов - моментности докритического состояния и условий закрепления краёв.

В третьей главе также изучается несущая способность цилиндрических оболочек при совместном действии осевого сжатия и внутреннего давления, осевого сжатия и кольцевой сосредоточенной на-

НТ
ДНУЖТ

грузки, осевого сжатия и торцового изгибающего момента. Рассмотрено эксцентричное осевое сжатие. Исследуется выпучивание продольно сжатых и равномерно нагретых оболочек, опёртых на холодные нерастяжимые диафрагмы.

Наряду с идеальными рассматриваются и оболочки, имеющие начальные осесимметричные регулярные и локальные несовершенства формы.

При проведении расчётов анализировалось изменение интенсивности деформаций в ряде точек оболочек в процессе нагружения. Оказалось, что практически всюду в оболочках имеет место активное деформирование. За исключением небольших зон, как правило, отличающихся невысокой напряжённостью, разгрузка в материале с начала нагружения и вплоть до исчерпания несущей способности отсутствует. Этот факт наблюдается во всех перечисленных выше задачах. Таким образом, можно считать вполне оправданным применение модели нелинейно-упругого тела, соотношения между усилиями и перемещениями в которой справедливы и для упруго-пластического тела в случае активного деформирования.

Уточнённый (моментный) подход к задачам выпучивания позволяет учесть тот факт, что появление пластических деформаций и даже исчерпание несущей способности может происходить в оболочках при средних напряжениях, не превышающих предела пропорциональности. У торцов, в зонах начальных несовершенств формы, в местах приложения сосредоточенных воздействий изгибные составляющие деформаций и напряжений могут в несколько раз превышать мембранные составляющие, характеризующие основное напряжённо-деформированное состояние.

В ЧЕТВЁРТОЙ ГЛАВЕ рассматривается второй возможный вариант потери устойчивости за пределами упругости осесимметрично нагруженных цилиндрических оболочек – неосесимметричное выпучивание.

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ДНУЖТ

Как и на этапе расчёта докритического напряжённо-деформированного состояния, при определении бифуркационных критических значений нагрузок используется модель нелинейно-упругого тела. Исследования В.Д.Клошника, R.Hill'a и др., углубившие и расширявшие идеи концепции Шанли, дают основание полагать, что найденные таким образом значения нагрузок являются минимальными из тех, при которых возможно ветвление процесса плавного осесимметричного деформирования упруго-пластических оболочек.

Переход оболочек от осесимметричных форм равновесия к омежным неосесимметричным сопровождается появлением приращений деформаций и напряжений, связанных зависимостями

$$\delta \sigma_s = \sum_{j=1}^3 A_{sj} \delta \epsilon_j^s, \quad \delta \sigma_{12} = A_{44} \delta \epsilon_{12}^s \quad (s = 1, 2, 3)$$

получаемыми путём варьирования общих соотношений теории А.А.Ильшина.

Параметры A_{sj} (в отличие от случая потери устойчивости в пределах упругости) являются функциями величин докритических напряжений. Определяются они по-разному для обшивки и рёбер. Приращения внутренних силовых факторов $T_1, T_2, T_{12}, M_1, M_2, M_{12}$ выражаются через приращения линейных деформаций и кривизн срединной поверхности обшивки $\delta \epsilon_1, \delta \epsilon_2, \delta \epsilon_{12}, \delta \kappa_1, \delta \kappa_2, \delta \kappa_{12}$ следующим образом:

$$T_s = \sum_{j=1}^2 F_{sj} \delta \epsilon_j + \sum_{j=1}^2 S_{sj} \delta \kappa_j, \quad T_{12} = F_{33} \delta \epsilon_{12} + S_{33} \delta \kappa_{12}, \quad (s = 1, 2)$$

$$M_s = \sum_{j=1}^2 S_{sj} \delta \epsilon_j + \sum_{j=1}^2 I_{sj} \delta \kappa_j, \quad M_{12} = S_{33} \delta \epsilon_{12} + I_{33} \delta \kappa_{12}.$$

Матрица жёсткостей в этих равенствах определяется путём интегрирования приращений напряжений по сечениям с учётом соотношений

$$\delta \epsilon_j^s = \delta \epsilon_j + z \delta \kappa_j, \quad \delta \epsilon_{12}^s = \delta \epsilon_{12} + z \delta \kappa_{12} \quad (j = 1, 2)$$

Использование уравнений нейтрального состояния равновесия в форме Муштари-Галимова

НТБ
ДНУЖТ

$$T_1' + T_{12}' = 0, \quad T_{12}' + T_2' = 0, \quad M_1' + M_{12}' - N_1' = 0, \quad M_{12}' + M_2' - N_2' = 0,$$

$$N_1' + N_2' - \alpha_1^0 T_1 - \frac{1}{R} T_2 - \delta \alpha_1 T_1^0 - \delta \alpha_2 T_2^0 = 0$$

и зависимостей

$$\begin{aligned} \delta \epsilon_1 &= u' + \omega'(\omega'' + \omega^{IV}), & \delta \epsilon_2 &= v' + \frac{1}{R} \omega, \\ \delta \epsilon_{12} &= \frac{1}{2} [u' + v' + \omega'(\omega'' + \omega^{IV})], & \delta \alpha_1 &= -\omega'', & \delta \alpha_2 &= -\omega'', & \delta \alpha_{12} &= -\omega'', \\ u &= \bar{u}(x) \cos ns, & v &= \bar{v}(x) \sin ns, & \omega &= \bar{\omega}(x) \cos ns, \\ T_1 &= \bar{T}_1(x) \cos ns, & T_2 &= \bar{T}_2(x) \cos ns, & T_{12} &= \bar{T}_{12}(x) \sin ns, \\ M_1 &= \bar{M}_1(x) \cos ns, & M_2 &= \bar{M}_2(x) \cos ns, & M_{12} &= \bar{M}_{12}(x) \sin ns, \\ N_1 &= \bar{N}_1(x) \cos ns, & N_2 &= \bar{N}_2(x) \sin ns \end{aligned}$$

позволяет свести задачу исследования устойчивости моментных осесимметричных форм равновесия цилиндрических оболочек к определению решений системы восьми обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами

$$Y' = BY,$$

в которой неизвестными являются величины $y_1 = \bar{T}_{12}/Eh$, $y_2 = \bar{M}_1/Eh$,

$$y_3 = \bar{T}_1/Eh, \quad y_4 = (\bar{N}_1 + n\bar{M}_{12})/Eh, \quad y_5 = \bar{v}, \quad y_6 = \bar{\omega}', \quad y_7 = \bar{u}, \quad y_8 = \bar{\omega}$$

(штрих означает дифференцирование по продольной координате x точка — по окружной координате s , ω , u , v — соответственно приращения радиального, продольного и окружного перемещений, появляющиеся в момент выпучивания, N_1 и N_2 — приращения перерезывающих усилий, α_1^0 — докритическая кривизна образующих оболочки).

Полученная система однородна. Её собственные числа и функции определяют критические значения нагрузок и формы несосимметричного выпучивания.

НТБ
ДНУЖТ

Решения системы строятся способом прогонки. Численное интегрирование выполняется методом Рунге-Кутты четвёртого порядка точности. Для получения устойчивого алгоритма численного интегрирования применяется операция ортогонализации по Годунову.

С помощью разработанных программ исследован ряд задач неупругого выпучивания гладких и подкреплённых цилиндрических оболочек. Результаты решения одной из них (устойчивость гладкой оболочки, сжатой в осевом направлении) представлены на рис.2. Кривая 1 построена по формуле $\sigma_{кр} = 0,605 E \frac{h}{R}$, кривые 2 и 3 соответственно по формулам $\sigma_{кр} = \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k E_c}$ и $\sigma_{кр} = \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k E}$. Критерию исчерпания несущей способности отвечают кривая 4 (условия жёсткого защемления) и кривая 5 (условия шарнирного опирания). Кривая 6 соответ-

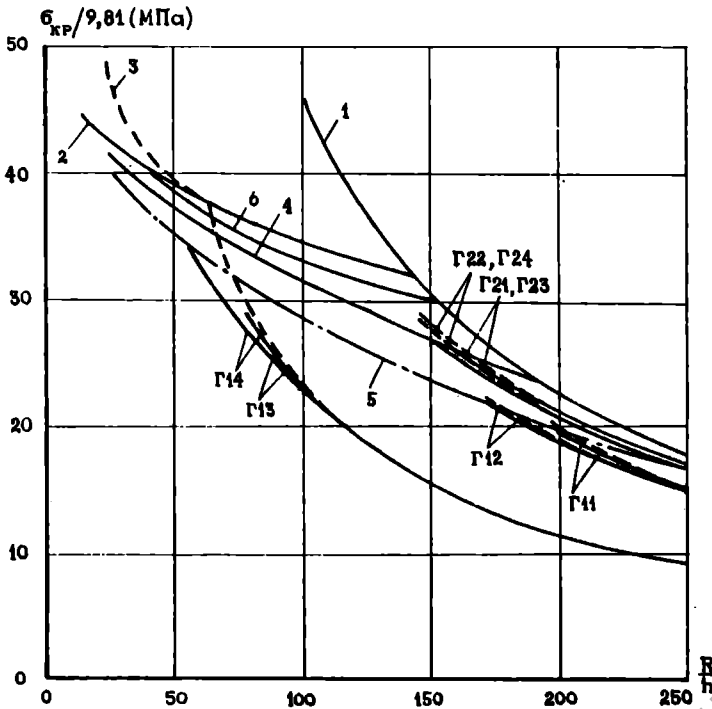


Рис.2

НТБ
ДНУЖТ

бывает бифуркационному решению, полученному для сжимаемого материала в предположении о безмоментности докритического состояния. Остальные кривые отражают результаты расчётов бифуркационных критических значений осевой нагрузки, полученные с учётом докритического искривления оболочек. Штриховые кривые построены по данным упругого анализа, а сплошные – с использованием истинной диаграммы деформирования материала (вид диаграммы типичен для алюминиевых сплавов; $\sigma_{ny} = 294,3 \text{ МПа}$). Расчёты выполнены для 8 вариантов граничных условий. Первые 4 (ГII–ГIV) принято в литературе считать соответствующими шарнирному опиранию торцов, последующие (ГVI–ГVIII) – жёсткому закреплению.

Проведенное исследование показывает, что достаточно толстостенные продольно сжатые цилиндрические оболочки в процессе осесимметричного деформирования достигают предельного состояния равновесия. В более тонкостенных оболочках возможна бифуркация к смежным несимметричным формам. Подобная картина выпучивания наблюдается и в опытах. Получаемые теоретические значения параметра R/h при которых происходит смена вариантов потери устойчивости, превышают экспериментальные. Один из возможных способов объяснения такого несоответствия заключается в том, что несимметричное выпучивание в некоторых оболочках может происходить уже после достижения предельного состояния равновесия, в процессе закритического деформирования.

Разница между решениями, полученными с учётом и без учёта моментности докритического состояния, при идентичных граничных условиях достигает 21%. Сравнение уточнённого решения с результатами расчётов по формуле $\sigma_{кр} = \frac{2h}{3R} \sqrt{E_k E_c}$ приводит к различию до 25%.

Пластические свойства материала оказываются на бифуркационных значениях $\sigma_{кр}$ в сравнительно небольшом диапазоне R/h , причём разница в результатах между упругим и пластическим решениями не

превышает 3% (за исключением практически не реализующихся условий П14, при которых разница в соответствующих значениях достигает 20%). В том диапазоне R/h , где происходит упругое выпучивание, полученное решение совпадает с известными решениями G.Fischer'a,

V.O.Aimroth'a, Д.И.Шкутина.

Наиболее интенсивное формоизменение при несимметричном выпучивании продольно сжатых цилиндрических оболочек происходит, в основном, в зонах дополнительного сжатия (на рис.3 эти зоны обозначены двойными линиями), где, как показывают расчёты, материал деформируется упруго. Пластические деформации при этом наблюдаются на

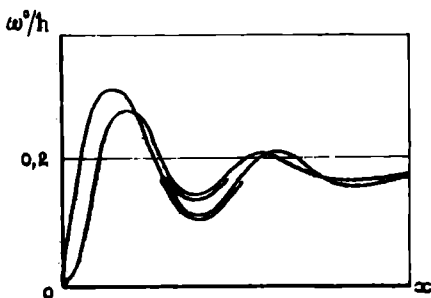


Рис. 3

гребне первой от торца волны и в области заделки. Что касается процесса докритического деформирования, то он является (об этом уже говорилось ранее) активным практически всюду в оболочках, причём это имеет место как при бифуркационном выпучивании, так и при до-

стижении предельного состояния равновесия. Отсюда следует вывод о том, что вопрос разгрузки в рассматриваемой постановке задачи о потере устойчивости при осевом сжатии не является принципиальным и применение модели нелинейно-упругого тела можно считать оправданным.

В четвёртой главе также рассмотрена задача об устойчивости гладких цилиндрических оболочек при совместном действии осевого сжатия и внутреннего давления. Анализ показывает, что потеря устойчивости толстостенных оболочек происходит путём исчерпания несущей способности в процессе плавного осесимметричного деформирования. При этом с ростом внутреннего давления критические значения осевого усилия монотонно убывают. По мере увеличения отношения R/h

НАУКОВО-ТЕХНІЧНА БІБЛІОТЕКА
Дніпропетровського
університету залізничного транспорту
імені академіка В.Лазаряна

ДНУЖТ

появляется диапазон изменения параметра внутреннего давления, где имеет место бифуркационное выпучивание. В этом диапазоне рост давления приводит к росту критических значений осевого усилия. При выходе параметра давления за пределы указанного диапазона происходит смена вариантов выпучивания - бифуркация сменяется исчерпанием несущей способности, а характер зависимости критических значений продольного усилия от давления становится монотонно убывающим.

Проведенный в работе анализ влияния локальных осесимметричных несовершенств формы на устойчивость гладких продольно сжатых сравнительно тонкостенных цилиндрических оболочек приводит к выводу о том, что, в основном, выпучивание происходит путём бифуркации. Исчерпание несущей способности может иметь место лишь при очень малых значениях относительной амплитуды a_0/h . С уменьшением отношения R/h увеличивается диапазон изменения параметра a_0/h , в котором потеря устойчивости у края предшествует выпучиванию в зоне несовершенств. Если учесть ещё тот факт, что с уменьшением R/h в реальных оболочках уменьшается и относительная амплитуда погибей, то можно сделать вывод о том, что с утолщением оболочек возрастает вероятность их выпучивания в зонах краевого эффекта. Роль несовершенств при этом снижается. Появление пластических деформаций и даже пластическое выпучивание несовершенных цилиндрических оболочек может наблюдаться при средних напряжениях, значительно меньших предела пропорциональности материала.

В четвертой главе также рассмотрена задача о пластической устойчивости ребристых цилиндрических оболочек. Докритическое искривление подкреплённых оболочек в силу их сравнительно большой фактической толщины приводит к существенной неоднородности распределения напряжений по сечениям. Следствием является снижение жёсткости и устойчивости в тех случаях, когда выпучивание происходит за пределами упругости. Бифуркационное выпучивание имеет место в продольно сжатых

тонкостенных оболочках, подкреплённых относительно слабым набором рёбер. Возникающие в таких оболочках к моменту выпучивания пластические деформации невелики. С увеличением мощности подкрепления, т.е. с углублением в область пластических деформаций, происходит переход от бифуркационного выпучивания к выпучиванию путём достижения предельного состояния равновесия. Аналогичное явление наблюдается при уменьшении длины оболочек. Исчерпание несущей способности – весьма вероятный вариант потери устойчивости коротких подкреплённых цилиндрических оболочек (например, стрингерных отсеков между мощными шпангоутами).

В зависимости от реализующегося варианта выпучивания по-разному проявляется эффект знака эксцентриситета рёбер. При бифуркационном выпучивании в пластических цилиндрических оболочках, как и в упругих, критические значения осевой сжимающей силы выше в случае внешнего подкрепления. Если происходит исчерпание несущей способности, то более выгодным является внутреннее расположение рёбер. Бифуркационные критические значения осевой нагрузки у оболочек с внешними и внутренними рёбрами отличаются существенно. Разница между предельными значениями нагрузки сравнительно невелика. В целом, с углублением в область больших пластических деформаций эффект знака эксцентриситета уменьшается.

Количественное различие уточнённого и "безмоментного" решений зависит от геометрии оболочек и вида диаграмм деформирования материалов. В исследованных в диссертации оболочках с "квадратно-вафельным" подкреплением учёт моментности докритического состояния приводит к существенному снижению критических значений осевой нагрузки (до 19% при внешнем расположении рёбер и 9% – при внутреннем). В подкреплённых с внешней стороны стрингерных оболочках разница в результатах достигает 33%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Основные результаты работы могут быть сформулированы в следующем виде:

НБ
ДНУЖТ

1. Разработана методика исследования устойчивости за пределами упругости моментных форм равновесия гладких и подкреплённых цилиндрических оболочек, находящихся под воздействием осесимметричных нагрузок.

Составлены программы, позволяющие численно изучать совместное и раздельное влияние на устойчивость ряда важных факторов, таких, например, как начальные несовершенства формы, граничные условия, эксцентриситет расположения и геометрия рёбер.

2. Рассмотрен ряд представляющих определённый теоретический и практический интерес задач. Имеющие относительно общий характер выводы таковы:

Учёт докритического искривления приводит к существенному расширению класса оболочек, которые должны рассчитываться как неупругие. Пластические деформации могут появляться в зонах интенсивного докритического изгиба при средних напряжениях, намного меньших предела пропорциональности.

Использование во многих задачах упруго-пластического выпучивания цилиндрических оболочек модели нелинейно-упругого тела может быть обосновано не только с позиций концепции Шенли. Процесс плавного осесимметричного деформирования, как показали расчёты, часто является активным практически всюду в оболочках. Разгрузка отсутствует и, следовательно, соотношения, описывающие поведение нелинейно-упругого тела, справедливы и для тела упруго-пластического. Таким образом, в тех случаях, когда потеря устойчивости происходит путём исчерпания несущей способности, учёт разгрузки оправдан. Бифуркационное выпучивание наблюдается в сравнительно тонкостенных гладких оболочках и в подкреплённых оболочках, мощность рёбер которых невелика. Зоны пластических деформаций в таких оболочках имеют локальный характер и часто не совпадают с зонами наиболее интенсивного формоизменения. В таких случаях применение модели нелинейно-упругого тела можно считать оправданным и при бифуркационном выпучивании.

НТБ
ДНУЖТ

Получаемая на основе моментного подхода картина процесса потери устойчивости лучше отражает физическую сторону явления. Так, в задаче о выпучивании продольно скатых толстостенных гладких цилиндрических оболочек появляется возможность объяснения факта образования кольцевых складок у торцов.

В оболочках, теряющих устойчивость за пределами упругости, фактор докритической моментности в количественном отношении может проявляться больше, чем в упругих оболочках. Связано это с тем обстоятельством, что к моменту выпучивания претерпевает изменение не только форма пластических оболочек, но и жёсткость.

При моментном подходе обнаруживаются некоторые качественно новые факты. Например, при переходе в область пластического выпучивания может наблюдаться инверсия эффекта знака эксцентриситета подкрепления. Там, где из безмоментного анализа следует вывод о преимуществах внешнего расположения рёбер, уточнённое решение (в случае, если реализуется вариант потери устойчивости путём исчерпания несущей способности) приводит к противоположным результатам.

В целом исследование указывает на необходимость учёта моментности докритических состояний равновесия при исследовании неупругого выпучивания цилиндрических оболочек. Наличие современных ЭВМ делает уточнённые расчёты вполне выполнимыми в инженерной практике.

В ПРИЛОЖЕНИИ оодержатся блон-схемы программ и документы по внедрению результатов работы.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Каганов М.Е. Устойчивость продольно скатой цилиндрической оболочки за пределами упругости с учётом краевого эффекта. Прикладная механика, т.12, в.3, 1976.

2. Каганов М.Е. Устойчивость за пределами упругости продольно скатой цилиндрической оболочки с осесимметричными начальными несо-

ДНУЖТ

вершенствами. Динамика и прочность тяжёлых машин. Межвуз.тематич. об.научн.тр. Днепропетровск, в.І, 1976.

3. Каганов М.Б., Носенко В.И. Влияние длины продольно сжатой цилиндрической оболочки на её несущую способность. Днепропетр. ун-т. Днепропетровск, 1976. (Рукопись деп. в ВИНТИ 14 июля 1976 г., № 2652-76Деп.).

4. Каганов М.Б. Устойчивость за пределами упругости продольно сжатой цилиндрической оболочки, имеющей начальные несовершенства формы. Днепропетр. ун-т. Днепропетровск, 1976. (Рукопись деп. в ВИНТИ 14 июля 1976 г., № 2653-76Деп.).

5. Каганов М.Б. Пластическое выпучивание подкреплённой цилиндрической оболочки. Днепропетр. ун-т. Днепропетровск, 1976. (Рукопись деп. в ВИНТИ 11 ноября 1976 г., № 3935-76Деп.).

6. Каганов М.Б., Маневич А.И. Осесимметричное выпучивание упруго-пластических цилиндрических оболочек. Строительная механика и расчёт сооружений, № 2, 1977.

7. Каганов М.Б., Носенко В.И. Влияние моментности докритического состояния на устойчивость за пределами упругости эксцентрично подкреплённых цилиндрических оболочек. В сб. 5-я Всесоюз. конф. по проблемам устойчивости в строительной механике. Тезисы докладов. М., 1977.

8. Каганов М.Б., Носенко В.И. Термонапряжённое состояние кокуха шахты доменной печи. В сб. XIII научное совещание по тепловым напряжениям в элементах конструкций. Тезисы докладов. Киев, "Наукова думка", 1977.

9. Каганов М.Б. Об устойчивости за пределами упругости цилиндрической оболочки при осевом сжатии и внутреннем давлении. В сб. XI Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. Тезисы докладов. М., 1977.

**ВЛИЯНИЕ МОМЕНТНОСТИ ДОКРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ
ЗА ПРЕДЕЛАМИ УПРУГОСТИ ГЛАДКИХ И ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ
ОБОЛОЧЕК**

Бт № 62275. Подписано к печати 14.04.78 г. Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. . Тираж 170. Заказ № 8461. Бесплатно.

**Городская типография № 3 Днепропетровского областного управления
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 320002,
г. Днепропетровск, ул. Фрунзе, 6.**

Сканировала Камянская Н.А.

**НТБ
ДНУЖТ**