

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Український державний університет науки і технологій

Кафедра «Теоретична та будівельна механіка»

ОПІР МАТЕРІАЛІВ

Методичні рекомендації
до виконання розрахунково-графічної роботи на тему
«Добір площі поперечного перерізу стиснутого стержня»

ЕЛЕКТРОННИЙ АНАЛОГ ДРУКОВАНОГО ВИДАННЯ

Дніпро – 2022

Укладачі:

С. А. Костриця, Л. В. Урсуляк, В. М. Даценко, Л. О. Недужа

Рецензенти:

*д-р техн. наук, проф. С. В. Білодєденко (УДУНТ),
канд. техн. наук, проф. О. М. Долгов
(Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»)*

Експерти:

*канд. техн. наук, доц. каф. «Теоретична та будівельна механіка»
Л. В. Урсуляк (ННІ ДІТ),
канд. техн. наук, доц. МКФ «Транспортна інженерія»
К. Ц. Главацький (ННІ ДІТ)*

Рекомендовано до друку МКФ ТІ (протокол № 4 від 18.02.2022).
Зареєстровано НМВ УДУНТ (№ 544 від 06.04.2022)

Опір матеріалів [Текст] : метод. рекомендації до виконання розрахунково-графічної роботи на тему «Добір площі поперечного перерізу стиснутого стержня» / уклад.: С. А. Костриця, Л. В. Урсуляк, В. М. Даценко, Л. О. Недужа; Укр. держ. ун-т науки і технологій. – Дніпро, 2022. – 58 с.

У методичних рекомендаціях наведено основні теоретичні відомості, які необхідні для виконання відповідної розрахунково-графічної роботи. Детально розглянуто приклади добору площі поперечного перерізу стиснутих стержнів різних конфігурацій. Запропоновано завдання для самостійної роботи. Наведено список рекомендованої літератури, яким варто скористатися для поглибленого вивчення теоретичного матеріалу.

Видання сприяє кращому засвоєнню теми «Добір площі поперечного перерізу стиснутого стержня» дисципліни «Опір матеріалів», розвитку навичок виконання інженерних розрахунків, допомагає скоротити час на виконання розрахунково-графічної роботи.

Для студентів денної та безвідривної форм навчання всіх спеціальностей, навчальними програмами яких передбачено вивчення дисципліни «Опір матеріалів».

Іл. 33. Табл. 7. Бібліогр.: 11назв.

© Костриця С. А. та ін., укладання, 2022

© Укр. держ. ун-т науки і технологій,
оригінал-макет, 2022

ЗМІСТ

ВСТУП	3
1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОНЯТТЯ	6
2. ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ	13
Приклад 1	13
Приклад 2	18
Приклад 3	28
3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	35
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	39
ДОДАТОК 1	40
ДОДАТОК 2	49
ДОДАТОК 3	54
ДОДАТОК 4	56
ДОДАТОК 5	58

ВСТУП

Одним з необхідних розрахунків під час проектування сталевих конструкцій є розрахунок на стійкість.

Розрахунок стійкості на стадії проектування дозволяє запобігти ризику втрати конструкцією несучої спроможності внаслідок втрати стійкості. Особливо це важливо при проектуванні мостів, оскільки однією з основних причин їхнього обвалення є втрата стійкості в елементах конструкції моста або конструкції в цілому.

Для оцінки стійкості конструкції необхідно визначити значення критичної сили та критичного напруження. Формула розрахунку критичної сили була отримана Леонардом Ейлером понад 200 років тому, проте досі не втратила своєї актуальності та використовується в різних нормативних документах. Але теоретичний розв'язок, отриманий Ейлером, виявився придатним на практиці лише для дуже обмеженої категорії стержнів, а саме: тонких і довгих, з великою гнучкістю. Тим часом у конструкціях дуже часто використовуються стержні з малою та середньою гнучкістю. Спроби застосовувати формулу Ейлера для обчислення критичних напружень і перевірки стійкості таких стержнів вели іноді до дуже серйозних похибок, а інколи й до катастроф. Другим суттєвим недоліком формули Ейлера є те, що в ході виконання розрахунків на стійкість, пов'язаних з добром поперечного перерізу

стиснутого стержня, заздалегідь не відомо, чи можна цю формулу використовувати, оскільки величина гнучкості стержня є невідомою.

Тому в практиці інженерних розрахунків найбільшого поширення набув метод розрахунків на стійкість, що базується на застосуванні коефіцієнтів зменшення основного розрахункового опору матеріалу (для будівельних галузей) або допустимого напруження (для машинобудівних галузей), які ще називають коефіцієнтами поздовжнього згинання. Основна ідея цього методу полягає в тому, що стискальні напруження в стержні не повинні перевищувати розрахункового опору (допустимого напруження) на стійкість, який також визначається з використанням коефіцієнтів зменшення основного розрахункового опору (допустимого напруження). Коефіцієнти зменшення основного розрахункового опору (допустимого напруження) наведені в довідковій літературі в спеціальних таблицях, а також у цих методичних вказівках та залежать від виду матеріалу та гнучкості стержня.

З використанням цього методу можна розв'язувати три основні задачі розрахунків на стійкість:

1. Перевірний розрахунок, пов'язаний з перевіркою стійкості стержня при заданому стискальному навантаженні.
2. Добір величини допустимого стискального навантаження для стержня.
3. Проєктувальний розрахунок, пов'язаний з добором поперечного перерізу стержня при заданому стискальному навантаженні.

У цих методичних рекомендаціях детально, на прикладах, розглянуто порядок виконання саме проєктувального розрахунку, а також наведено основні теоретичні поняття. З повним теоретичним матеріалом та порядком виконання інших видів розрахунків на стійкість можна ознайомитись у відповідному розділі 2-ї частини курсу «Опір матеріалів» у СНД Moodle (ННЦ «Лідер»), перейшовши за посиланням:

<https://lider.diit.edu.ua/mod/lesson/view.php?id=15445&pageid=53979&startlastseen=no>.

Перш ніж розпочати виконання завдання, необхідно вивчити теоретичний матеріал і розібрати приклади, що стосуються змісту завдання. Такі приклади надані в методичних вказівках та підручниках, які пропонуються лектором або керівником практичних занять.

Рекомендується уважно прочитати завдання, а також вказівки, які наведені на бланку завдання.

Оформлюючи розрахунково-графічну роботу, необхідно врахувати такі рекомендації:

- на стандартному аркуші формату А4 накреслити в масштабі поперечний переріз стержня та схему його закріплення, вказати всі розміри й величини;
- обчислення виконувати за допомогою електронних обчислювальних пристроїв;

- визначаючи будь-яку величину, спочатку записати формулу, до якої підставити числові значення всіх величин (що входять до формули), та надати результат;
- розрахунок коментувати поясненнями.

Критерії оцінювання розрахунково-графічної роботи

Критерії	Бали
1. Задатися коефіцієнтом зменшення основного допустимого напруження (розрахункового опору матеріалу), визначити допустиме напруження на стійкість та площу поперечного перерізу в першому наближенні. За допомогою сортаменту підібрати прокатний профіль. Як оцінювальний параметр береться площа перерізу	3...5
2. Для обраного перерізу визначити мінімальне значення головного осьового моменту інерції. Визначивши гнучкість стержня, знайти за допомогою таблиць фактичне значення коефіцієнта φ для цього перерізу та обчислити допустиме напруження на стійкість (розрахунковий опір матеріалу)	3...5
3. Визначивши гнучкість стержня, знайти за допомогою таблиць фактичне значення коефіцієнта для цього перерізу та обчислити допустиме напруження на стійкість (розрахунковий опір матеріалу)	3...5
4. Визначити дійсне стискальне напруження та порівняти його з допустимим напруженням на стійкість (розрахунковим опором матеріалу). У випадку, якщо різниця між ними більша ніж 5 %, повторити розрахунок	3...5
5. Захист розрахунково-графічної роботи	3...5
Сума балів	15...25

1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОНЯТТЯ

Розглянемо достатньо довгий (порівняно з поперечними розмірами) стержень, жорстко закріплений з одного кінця та навантажений зверху центральною стискальною силою F , яка поступово зростає (рис. 1.1, а).

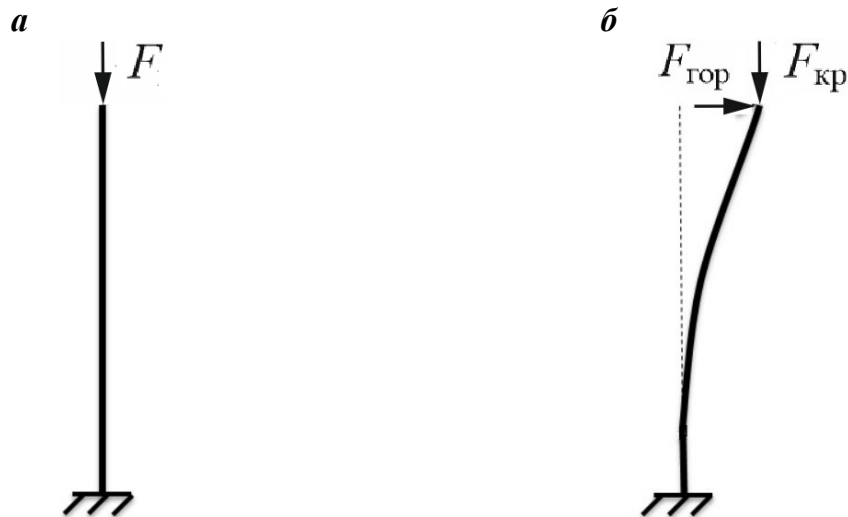


Рис. 1.1

Якщо сила буде невеликою, то стержень буде зберігати прямолінійну форму рівноваги. При спробах відхилювати його убік, наприклад, шляхом прикладення горизонтальної сили $F_{гор}$ (що діє короткочасно), він буде повертатися до початкової прямолінійної форми рівноваги, як тільки буде припинено дію додаткової горизонтальної сили, що викликала відхилення. Така форма пружної рівноваги стержня називається **стійкою**.

Поступово збільшуючи силу F , її можна довести до такої величини, за якої стержень після незначного його відхилення вбік уже не випрямиться, а залишиться викривленим. Такий стан стержня, за якого його форма рівноваги перестає бути стійкою, називається **критичним**.

Найбільша стискальна сила, за якої стержень ще зберігає свою початкову стійку прямолінійну форму рівноваги, називається **критичною** і позначається як $F_{кр}$ (рис. 1.1, б).

Втрату стійкості прямолінійної форми стиснутого стержня також називають «поздовжнім згинанням», оскільки викривлення стержнів відбувається під дією поздовжніх сил. Поява поздовжнього згинання небезпечна тим, що при ньому відбувається значне зростання прогину стержня при незначному збільшенні стискальної сили. Прогин і навантаження пов'язані між собою нелінійною залежністю. Швидке зростання прогину викликає швидке збільшення напружень від згинання і, як правило, призводить до руйнування стержня.

Особлива небезпека руйнування внаслідок втрати стійкості полягає в тому, що зазвичай воно відбувається раптово й при значеннях напружень, коли міцність елемента ще далеко не вичерпана. Крім того, деформації зростають дуже швидко і практично не залишається часу для вживання заходів із запобігання руйнуванню конструкції.

У ході розрахунків, які пов'язані з проектуванням конструкцій, не можна допускати, щоб стискальна сила досягала критичного значення. Тому, щоб забезпечити запас стійкості, допустиме значення стискальної сили $[F]$ визначають за формулою

$$[F] = F_{\text{кр}} / n_{\text{ст}}, \quad (1)$$

де $n_{\text{ст}}$ – коефіцієнт запасу стійкості.

Формула Ейлера для визначення критичної сили

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu L)^2}, \quad (2)$$

де E – модуль пружності першого роду, або модуль Юнга;

$I_{\min}$ – мінімальний головний центральний момент інерції;

μ – коефіцієнт зведення (зведеної) довжини стержня, який залежить від умов його закріплення. Значення коефіцієнтів зведеної довжини залежно від умов закріплення наведені на рис. 1.2;

L – довжина стержня.

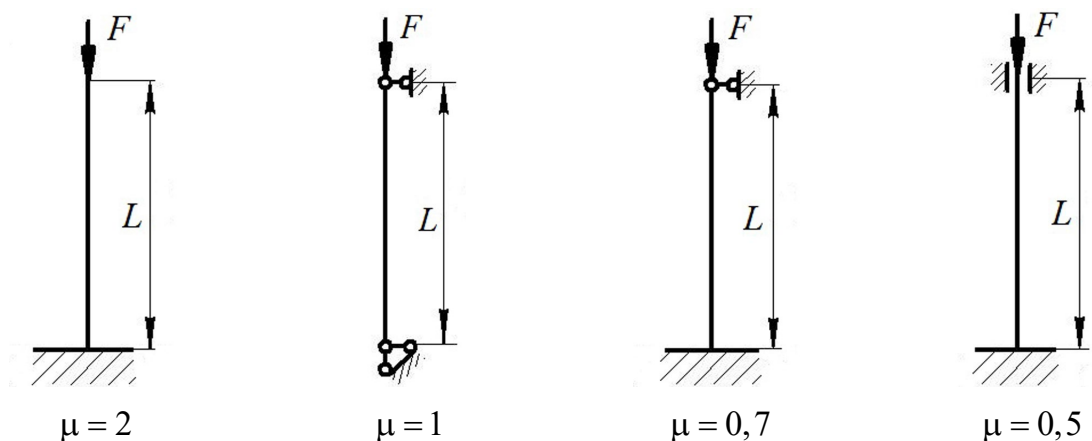


Рис. 1.2

Межі застосування формули Ейлера

Зважаючи на те що формула Ейлера отримана за умови, що напруження в стержні не перевищують границю пропорційності, критичні напруження можуть бути обчислені за формулою

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{F_{\text{кр}}}{A} \leq \sigma_{\text{пц}}. \quad (3)$$

Виразимо критичні напруження в стержні, підставивши значення критичної сили з виразу (2):

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EI_{\text{min}}}{A(\mu L)^2} = \frac{\pi^2 E}{(\mu L/i_{\text{min}})^2}, \quad (4)$$

де A – площа поперечного перерізу стержня;

i_{min} – найменший з двох головних радіусів інерції поперечного перерізу стержня, $i_{\text{min}} = \sqrt{I_{\text{min}}/A}$.

Уведемо позначення:

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{\text{min}}}. \quad (5)$$

Величина λ називається **гнучкістю** стержня й залежить від його довжини, способу закріплення, форми та розмірів поперечного перерізу.

Перепишемо вираз для критичного напруження (4) у вигляді

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \quad (6)$$

Ця формула є також формулою Ейлера, але у видозміненому вигляді. Відповідно до цієї формули критичні напруження стиснутого стержня залежать від пружних характеристик матеріалу (модуля пружності E) і від гнучкості стержня.

Гранична величина критичних напружень, які можна визначити за формулою Ейлера (6), обмежена границею пропорційності для матеріалу стержня. Прирівнюючи величину критичного напруження до величини границі пропорційності, з рівняння (6) знайдемо граничну гнучкість, за якої може бути застосовна формула Ейлера:

$$\lambda_{\text{гр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пц}}}}. \quad (7)$$

Якщо $\lambda > \lambda_{\text{гр}}$, то формулу Ейлера застосовувати можна. Якщо $\lambda < \lambda_{\text{гр}}$ – формулу Ейлера застосовувати не можна. Стержні, у яких гнучкість більша за граничну, називають стержнями *великої гнучкості*.

Для маловуглецевої сталі, у якої $\sigma_{\text{пл}} = 200$ МПа і модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, гранична гнучкість дорівнює:

$$\lambda_{\text{гр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 2 \cdot 10^5}{200}} \approx 100.$$

Визначення критичного напруження за границею пропорційності. Формула Ясинського

Для випадку, коли стержень працює за границею пропорційності, теоретичні висновки значно ускладнюються. У зв'язку з цим зазвичай користуються емпіричними формулами, отриманими в результаті обробки значної кількості дослідних даних. Однією з таких формул є формула Ф. С. Ясинського:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda \quad \text{або} \quad F_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} A = (a - b\lambda) A. \quad (8)$$

Значення коефіцієнтів a і b для деяких матеріалів наведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Значення коефіцієнтів a і b , МПа, для деяких матеріалів

Матеріал	$\lambda_{\text{гр}}$	a	b
Ст2, Ст3	100	310	1,14
Ст5	100	464	3,26
Ст40	90	321	1,16
Деревина (сосна)	110	29,3	0,194
Чавун	80	776	12

Формулі (8) на рис. 1.3 відповідає пряма AB (пряма Ясинського). Гнучкість стержня, що відповідає точці B , позначається λ_0 . Для Ст3 λ_0 дорівнює приблизно 50 (див. рис. 1.3). Стержні, гнучкість яких коливається від λ_0 до $\lambda_{\text{гр}}$, називаються стержнями *середньої гнучкості*.

При деякому значенні гнучкості λ_0 величина критичних напружень $\sigma_{\text{кр}}$, обчислена за формулою Ясинського (8), дорівнює границі плинності при стисканні для пластичних матеріалів σ_T або границі міцності при стисканні

для крихких матеріалів σ_B . Стержні, у яких $\lambda < \lambda_0$, називаються стержнями *малої гнучкості*. На рис. 1.3 стержням малої гнучкості відповідає пряма BC .

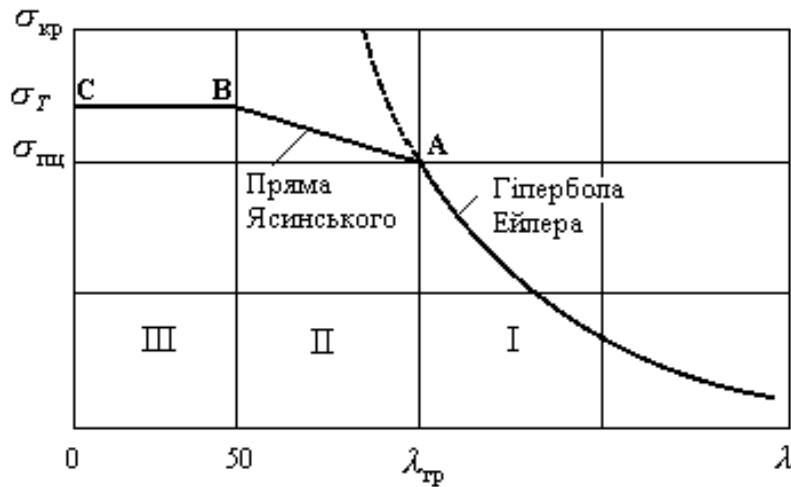


Рис. 1.3

Таким чином, на графіку (див. рис. 1.3), який встановлює залежність критичних напружень від гнучкості стержня, можна виділити три групи стержнів і відповідні їм зони:

- I група стержнів ($\lambda > \lambda_{тр}$) – стержні великої гнучкості, критичні напруження для стержнів цієї групи визначаються за формулою Ейлера (6);
- II група стержнів ($\lambda_0 < \lambda < \lambda_{тр}$) – стержні середньої гнучкості, критичні напруження для цієї групи стержнів визначаються за формулою Ясинського (8);
- III група стержнів ($\lambda < \lambda_0$) – стержні малої гнучкості, для цих стержнів розрахунки на стійкість не виконуються.

Практичні методи розрахунку стиснутих стержнів на стійкість.

Поняття про коефіцієнт поздовжнього згинання

Розглядаючи практичні методи розрахунку стиснутих стержнів на стійкість, необхідно наголосити, що критичні напруження для центрально стиснутих стержнів середньої і великої гнучкості завжди становлять більшу небезпеку, ніж границі плинності або границя міцності, оскільки стиснуті стержні втрачають несучу здатність від втрати стійкості раніше, ніж від втрати міцності. Виходячи із цього, при практичному вирішенні питання про стійкість стержня не можна допускати в ньому виникнення критичних напружень. Знаючи величину критичних напружень, необхідно забезпечити для стержня певний запас стійкості.

В існуючій практиці коефіцієнт запасу стійкості $n_{\text{ст}}$ для стиснутих стержнів зі сталі коливається в межах від 1,8 до 3,0. Цей коефіцієнт вибирається більшим за коефіцієнт запасу міцності n_0 для сталі, який дорівнює 1,5–2,0. Це пояснюється наявністю неминучої на практиці початкової кривизни стержня, ексцентриситету прикладення навантаження, неоднорідності матеріалу та ін. Ці обставини, зважаючи на можливість втрати стійкості, можуть сильно знизити несучу здатність стиснутих стержнів. Для чавуну коефіцієнт запасу стійкості коливається від 5,0 до 5,5, для деревини – від 2,8 до 3,2.

Встановимо зв'язок між допустимим напруженням на стійкість $[\sigma_{\text{ст}}]$ і допустимим напруженням на міцність $[\sigma_0]$. Для цього обчислимо їх співвідношення:

$$\frac{[\sigma_{\text{ст}}]}{[\sigma]} = \frac{\sigma_{\text{кр}} n_0}{n_{\text{ст}} \sigma_0} \quad \text{або} \quad [\sigma_{\text{ст}}] = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_0} \frac{n_0}{n_{\text{ст}}} [\sigma],$$

де σ_0 – небезпечне напруження, що дорівнює: або границі плинності матеріалу σ_T для пластичних матеріалів, або границі міцності σ_B для крихких матеріалів.

Уведемо позначення:

$$\varphi = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_0} \frac{n_0}{n_{\text{ст}}}. \quad (9)$$

Коефіцієнт φ має назву *коефіцієнта поздовжнього згинання*, або коефіцієнта зменшення основного допустимого напруження для стиснутих стержнів. Останнє визначення випливає з того, що коефіцієнт φ завжди буде меншим за одиницю, оскільки критичне напруження $\sigma_{\text{кр}} < \sigma_0$, а коефіцієнт запасу міцності $n_0 < n_{\text{ст}}$.

Таким чином, зв'язок між допустимими напруженнями на стійкість $[\sigma_{\text{ст}}]$ і міцність $[\sigma]$ набуває вигляду

$$[\sigma_{\text{ст}}] = \varphi [\sigma]. \quad (10)$$

Коефіцієнт поздовжнього згинання φ для кожного матеріалу можна обчислити за всіх значень гнучкості λ і продемонструвати у вигляді графіка залежності $\varphi = f(\lambda)$ або таблиці. Значення коефіцієнта φ для деяких матеріалів наведено в табл. 1.2.

Користуючись подібними таблицями, можна достатньо просто виконати розрахунок стержнів на стійкість.

Таблиця 1.2

Значення коефіцієнта φ для деяких матеріалів

Гнучкість λ	Коефіцієнт φ			
	Ст2, Ст3, Ст4	Ст5	Чавун	Деревина
0	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,16	0,31
110	0,52	0,43	—	0,25
120	0,45	0,36	—	0,22
130	0,40	0,33	—	0,18
140	0,36	0,29	—	0,16
150	0,32	0,26	—	0,14
160	0,29	0,24	—	0,12
170	0,26	0,21	—	0,11
180	0,23	0,19	—	0,10
190	0,21	0,17	—	0,09
200	0,19	0,16	—	0,08

Запишемо умову стійкості стиснутих стержнів:

$$\sigma < [\sigma_{\text{ст}}]. \quad (11)$$

Враховуючи, що $\sigma = N/A$, а $[\sigma_{\text{ст}}] = \varphi[\sigma]$, умову міцності для стиснутого стержня можна записати таким чином:

$$\sigma = N/A \leq \varphi[\sigma]. \quad (12)$$

Якщо стержень стиснутий однією силою, то в цьому випадку поздовжня сила $N = F$ і вираз (12) набуває вигляду

$$\sigma = F/A \leq [\sigma]. \quad (13)$$

2. ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ

Приклад 1

Сталевий стержень довжиною $L = 4$ м (рис. 2.1), поперечний переріз якого складається з двох однакових нерівнобічних кутників (рис. 2.2), навантажено вертикальною стискальною силою $F = 300$ кН.

Виконати добір елементів перерізу стержня з умови стійкості при допустимому напруженні $[\sigma] = 210$ МПа.



Рис. 2.1

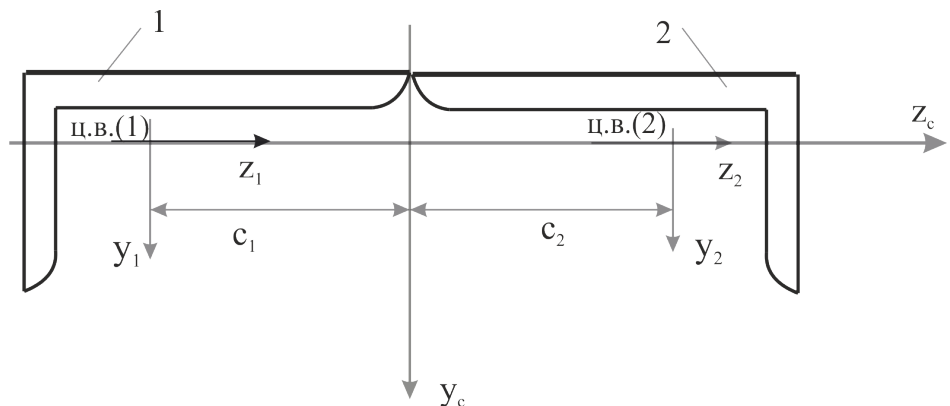


Рис. 2.2

Розв'язання. Напруження при стисканні визначимо за формулою

$$\sigma = F/A \leq [\sigma_{ст}],$$

де A – площа поперечного перерізу стержня;

$[\sigma_{ст}]$ – допустиме напруження на стійкість, $[\sigma_{ст}] = \varphi[\sigma]$ (φ – коефіцієнт зменшення основного допустимого напруження).

Через те що в умові стійкості невідомі дві величини (A та $[\sigma_{ст}]$), розрахунок виконуємо методом послідовних наближень.

Перше наближення. Попередньо прийнемо значення $\varphi_1 = 0,5$. Тоді

$$[\sigma_{\text{ст}}] = \varphi_1 [\sigma] = 0,5 \cdot 210 = 105 \text{ МПа} = 10,5 \text{ кН/см}^2.$$

Знайдемо з умови стійкості площу поперечного перерізу стержня

$$A_1 = \frac{F}{[\sigma_{\text{ст}}]} = \frac{300}{10,5} = 28,57 \text{ см}^2.$$

Оскільки площа перерізу складається з двох кутників, то площа перерізу одного кутника $A_1^{(1)} = A_1/2 = 28,57/2 = 14,286 \text{ см}^2$. У табл. Д.2 (дод. 2) знаходимо кутник з площею поперечного перерізу, близькою до $14,29 \text{ см}^2$. Таким є профіль № 12,5/8 з товщиною полиці $t = 7 \text{ мм}$, площа перерізу якого становить $A = 14,06 \text{ см}^2$, $B = 12,5 \text{ см}$, $b = 8 \text{ см}$ (рис. 2.3, який відповідає кутнику нерівнобічному з табл. Д.2 (дод. 2)).

Моменти інерції відносно власних центральних осей x та y для цього кутника:

$$I_x = 226,53 \text{ см}^4, \quad I_y = 73,73 \text{ см}^4.$$

Координати центра ваги:

$$x_0 = 1,8 \text{ см}, \quad y_0 = 4,01 \text{ см}.$$

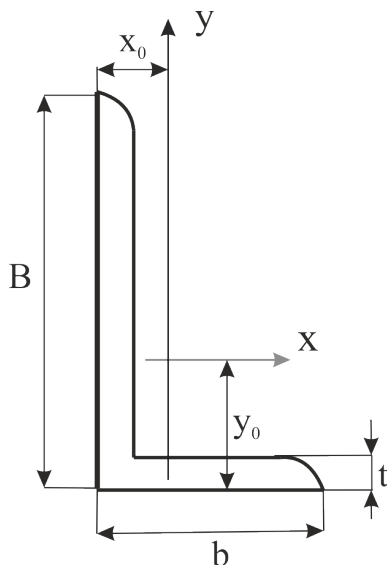


Рис. 2.3

Для подальшого розрахунку потрібно визначити мінімальний момент інерції відносно головних центральних осей. Для цього спочатку визначимо положення головних центральних осей, беручи до уваги таке:

- якщо поперечний переріз стержня має дві осі симетрії, то ці осі будуть головними центральними осями;
- якщо поперечний переріз має тільки одну вісь симетрії, а іншу можна провести через центри ваги двох кутників, з яких складається поперечний переріз, то такі осі будуть головними центральними осями.

Для наведеного поперечного перерізу вісь z_c проведемо через центри ваги (ц. в.) першого (1) та другого (2) кутників. Тоді вона буде центральною віссю і для всього поперечного перерізу. Друга вісь y_c – вісь симетрії поперечного перерізу. Отже, осі z_c та y_c – головні центральні осі. Визначимо, відносно якої осі осьовий момент інерції буде мінімальним.

Головні центральні моменти інерції відносно цих осей знаходимо так:

$$I_{z_c} = \sum_{i=1}^2 (I_{z_i} + a_i^2 A_i) = I_{z_1} + a_1^2 A_1 + I_{z_2} + a_2^2 A_2,$$

$$I_{y_c} = \sum_{i=1}^2 (I_{y_i} + c_i^2 A_i) = I_{y_1} + c_1^2 A_1 + I_{y_2} + c_2^2 A_2,$$

де a_1 та a_2 – відстані від осей z_1 та z_2 до осі z_c відповідно;

c_1 та c_2 – відстані від осей y_1 та y_2 до осі y_c відповідно;

$$A = A_1 = A_2 = 14,06 \text{ см}^2.$$

У нашому випадку осі z_1 і z_2 збігаються з віссю z_c , тому $a_1 = a_2 = 0$.

Відстань c_1 між осями y_1 та y_c дорівнює координаті z_1 центра ваги першого кутника відносно осі y_c (див. рис. 2.2):

$$c_1 = z_1 = -(B - y_0) = -(12,5 - 4,01) = -8,49 \text{ см};$$

аналогічно

$$c_2 = z_2 = -c_1 = 8,49 \text{ см}.$$

Звертаємо увагу, що осі z_1 та z_2 збігаються з віссю y на рис. 2.2, тоді

$$I_{z_1} = I_{z_2} = 73,73 \text{ см}^4,$$

відповідно осі y_1 та y_2 збігаються з віссю z на рис. 2.2, тоді

$$I_{y_1} = I_{y_2} = 226,53 \text{ см}^4.$$

Таким чином

$$I_{z_c} = (I_{z_1} + a_1^2 A)2 = (73,73 + 0 \cdot 14,06)2 = 147,46 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_c} = (226,53 + (-8,49)^2 14,06) + (226,53 + 8,49^2 14,06) = 2\,479,95 \text{ см}^4.$$

Мінімальний момент інерції

$$I_{\min} = I_{z_c} = 147,46 \text{ см}^4.$$

Визначаємо мінімальний радіус інерції перерізу стержня

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{2A}} = \sqrt{\frac{147,46}{2 \cdot 14,06}} = 2,29 \text{ см}.$$

Для заданого способу закріплення (див. рис. 2.1) $\mu = 0,5$, тому гнучкість стержня

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 400}{2,29} = 87,337.$$

У табл. Д. 5 (дод. 5) або табл. 1.2 коефіцієнтів зменшення розрахункового опору φ для сталі марки Ст3 знаходимо величини названих коефіцієнтів при гнучкостях $\lambda = 80$ $\varphi_{80} = 0,75$ та $\lambda = 90$ $\varphi_{90} = 0,69$. Тоді значення коефіцієнта φ'_1 при гнучкості $\lambda = 87,337$ можна визначити, користуючись методом лінійної інтерполяції:

$$\varphi'_1 = \varphi_{80} - \frac{(\varphi_{80} - \varphi_{90})}{10}(\lambda - 80) = 0,75 - \frac{(0,75 - 0,69)}{10}(87,337 - 80) = 0,706.$$

Отже, допустиме напруження на стійкість при обраних кутниках

$$[\sigma_{\text{ст}}] = \varphi'_1 [\sigma] = 0,706 \cdot 210 = 148,25 \text{ МПа.}$$

Дійсне напруження в стержні від стискання

$$\sigma_{\partial} = \frac{F}{2 \cdot A} = \frac{300}{2 \cdot 14,06} = 10,67 \text{ кН/см}^2 = 106,7 \text{ МПа,}$$

тобто стержень недовантажений. Його відносне недовантаження становить

$$\delta = \frac{\sigma_{\partial} - [\sigma_{\text{ст}}]}{[\sigma_{\text{ст}}]} 100 \% = \frac{106,7 - 148,25}{148,25} 100 = -28 \ \%.$$

Відносне недовантаження чи перевантаження має бути в межах $-5 \% \leq \delta \leq 5 \%$, тому необхідно виконати повторний розрахунок.

Друге наближення. Приймаємо $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2} = \frac{0,5 + 0,706}{2} = 0,603$. Тоді

$$[\sigma_{\text{ст}}] = \varphi_2 [\sigma] = 0,603 \cdot 210 = 126,63 \text{ МПа} = 12,663 \text{ кН/см}^2.$$

Площа поперечного перерізу стержня $A_2 = \frac{F}{[\sigma_{\text{ст}}]} = \frac{300}{12,663} = 23,69 \text{ см}^2$.

Площа перерізу одного кутника $A_2^{(1)} = A_2 / 2 = 23,69 / 2 = 11,85 \text{ см}^2$.

У табл. Д. 2 (дод. 2) є кутник з такою площею; це профіль № 11/7 з товщиною полиці $t = 6,5$ мм ($A = 11,45$ см², $B = 11$ см, $b = 7$ см).

Для визначення мінімального моменту інерції перерізу нам потрібно із сортаменту виписати для обраного кутника тільки осьовий момент інерції відносно осі y $I_y = 45,61$ см⁴.

Оскільки осі z_1 та z_2 збігаються з віссю y на рис. 2.2, то

$$I_{z_1} = I_{z_2} = 73,73 \text{ см}^4.$$

Мінімальний момент інерції перерізу стержня буде

$$I_{\min} = I_{z_c} = (I_{z_1} + a_1^2 A) + (I_{z_2} + a_2^2 A) = 2I_{z_1},$$

де $a_1 = a_2 = 0$.

Отже,

$$I_{\min} = I_{z_c} = 2 \cdot 45,61 = 91,22 \text{ см}^4.$$

Мінімальний радіус інерції перерізу стержня

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{2A}} = \sqrt{\frac{91,22}{2 \cdot 11,45}} = 1,996 \text{ см};$$

гнучкість стержня

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 400}{1,996} = 100,21.$$

У табл. Д. 5 (дод. 5) або табл. 1.2 коефіцієнтів зменшення розрахункового опору φ знаходимо величину коефіцієнта при гнучкостях $\lambda = 100$ $\varphi_{100} = 0,6$ та $\lambda = 110$ $\varphi_{110} = 0,52$. Тоді методом лінійної інтерполяції визначимо коефіцієнт зменшення розрахункового опору φ'_2 при гнучкості $\lambda = 100,21$:

$$\varphi'_2 = \varphi_{100} - \frac{(\varphi_{100} - \varphi_{110})}{10}(\lambda - \lambda_{100}) = 0,6 - \frac{(0,6 - 0,52)}{10}(100,21 - 100) = 0,598.$$

Отже, допустиме напруження на стійкість

$$[\sigma_{\text{ст}}] = \varphi'_2 [\sigma] = 0,598 \cdot 210 = 125,7 \text{ МПа}.$$

Дійсне напруження в стержні від стискання

$$\sigma_{\delta} = \frac{F}{2A} = \frac{300}{2 \cdot 11,45} = 13,1 \text{ кН/см}^2 = 131 \text{ МПа}.$$

Відносне перевантаження стержня

$$\delta = \frac{\sigma_{\delta} - [\sigma_{\text{ст}}]}{[\sigma_{\text{ст}}]} 100 \% = \frac{131 - 125,7}{125,7} 100 = 4,3 \%$$

не перевищує встановленої норми 5 %. Розрахунок завершено.

Приклад 2

Сталевий стержень довжиною $L = 6,6$ м (рис. 2.4, а), який складається з чотирьох однакових нерівнобічних кутників (рис. 2.4, б), навантажено вертикальною стискальною силою $F = 700$ кН. Один кінець стержня жорстко закріплений, другий – шарнірно опертий.

Підібрати поперечний переріз стержня з умови стійкості, якщо основний розрахунковий опір матеріалу стержня $R = 210$ МПа.

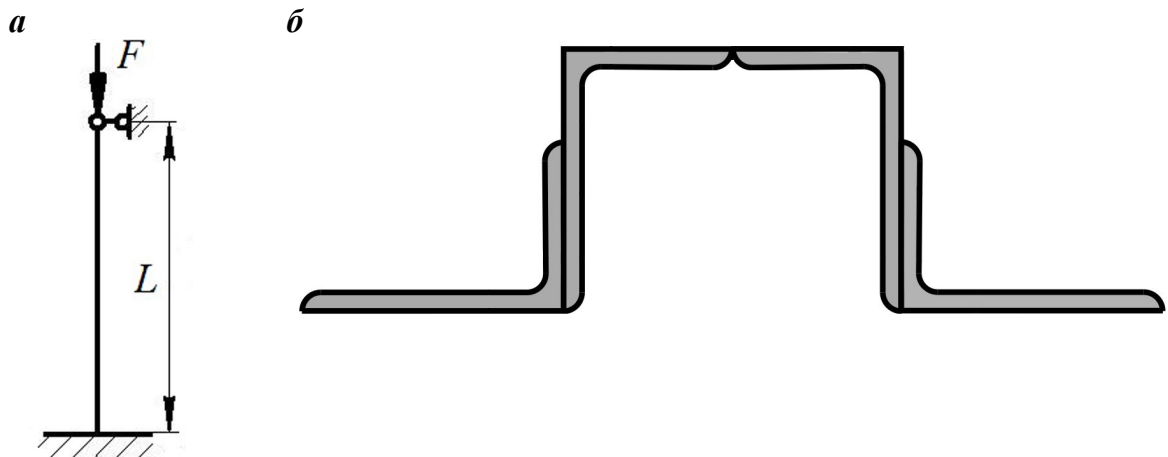


Рис. 2.4

Розв'язання. Для визначення напруження при стисканні використаємо умову міцності:

$$\sigma = F/A \leq R_{\text{ст}},$$

де F – зовнішня стискальна сила;

A – площа поперечного перерізу стержня;

$R_{\text{ст}}$ – розрахунковий опір на стійкість, $R_{\text{ст}} = \varphi R$ (φ – коефіцієнт зменшення основного розрахункового опору при поздовжньому згинанні (коефіцієнт поздовжнього згинання), який є функцією від гнучкості стержня λ).

Як видно, в умові міцності дві невідомі величини (A і $R_{\text{ст}}$). Тому для їх визначення застосуємо метод послідовних наближень.

Перше наближення. Оскільки коефіцієнт φ може набувати значення від 0 до 1, то попередньо приймемо значення коефіцієнта поздовжнього згинання $\varphi_1 = 0,5$. Тоді

$$R_{\text{ст}} = \varphi_1 R = 0,5 \cdot 210 = 105 \text{ МПа} = 10,5 \text{ кН/см}^2.$$

З умови стійкості знайдемо площу поперечного перерізу стержня

$$A_1 = F/R_{\text{ст}} = 700/10,5 = 66,67 \text{ см}^2.$$

Площа перерізу одного кутника $A_1^{(1)} = A_1/4 = 66,67/4 = 16,67 \text{ см}^2$. У табл. Д. 2 (дод. 2) знаходимо кутник з площею поперечного перерізу, близькою до $16,67 \text{ см}^2$. Таким є профіль № 14/9, площа перерізу якого становить $A = 18 \text{ см}^2$. Для обраного кутника випишемо:

– геометричні розміри:

$$B = 140 \text{ мм} = 14 \text{ см}, b = 90 \text{ мм} = 9 \text{ см}, t = 8 \text{ мм} = 0,8 \text{ см},$$

$$x_0(z_0) = 2,03 \text{ см}, y_0 = 4,49 \text{ см};$$

– осьові моменти інерції відносно власних центральних осей $x(z)$ та y (рис. 2.5, а): $I_x(I_z) = 363,68 \text{ см}^4$, $I_y = 119,79 \text{ см}^4$.

Увага! У дужках наведено альтернативне позначення осей та розмірів.

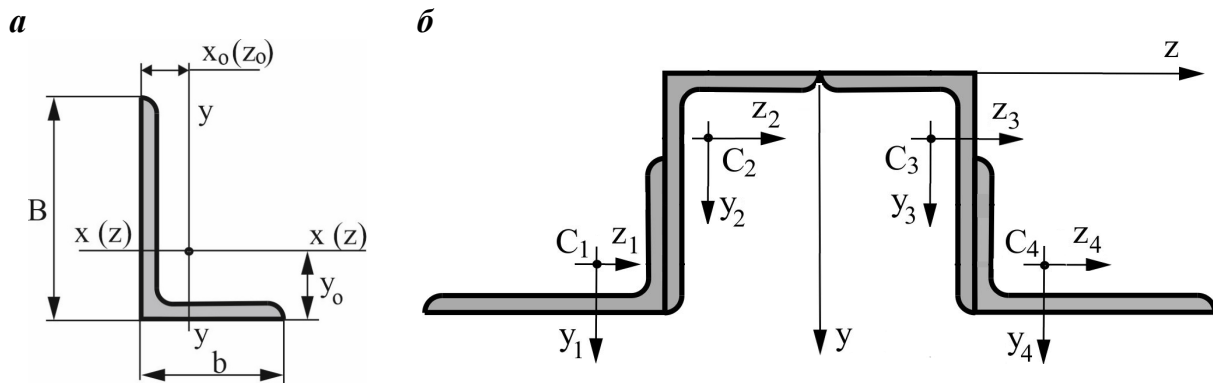


Рис. 2.5

Проведемо початкові осі z та y так, щоб одна з них збіглася з віссю симетрії (у нашому випадку це вісь y), а друга проходила через контур поперечного перерізу (рис. 2.5, б). Оскільки одна з осей – це вісь симетрії, то показані осі є головними. Також покажемо центри ваги C_1, C_2, C_3, C_4 та центральні осі $z_1y_1, z_2y_2, z_3y_3, z_4y_4$ кожного кутника (див. рис. 2.5, б).

Для обчислення мінімального головного центрального моменту інерції поперечного перерізу визначимо координати центра ваги перерізу (z_C ; y_C) заданого стержня.

Координати z_C і y_C фігури знайдемо за відомими формулами:

$$z_C = \frac{\sum A_i z_i}{\sum A_i}, \quad y_C = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i}.$$

Оскільки плоска фігура складається з чотирьох однакових кутників, то

$$z_C = \frac{A_1 z_1 + A_2 z_2 + A_3 z_3 + A_4 z_4}{4(A_1 + A_2 + A_3 + A_4)} = \left\{ A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = A \right\} =$$

$$= \frac{A(z_1 + z_2 + z_3 + z_4)}{4A} = \frac{(z_1 + z_2 + z_3 + z_4)}{4};$$

аналогічно для y_C

$$y_C = \frac{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)}{4},$$

де z_1, z_2, z_3, z_4 — координати центра ваги кожного кутника вздовж осі z ; на рис. 2.6 це відстань від початкової осі y до центра ваги кожного кутника (C_1, C_2, C_3, C_4);

y_1, y_2, y_3, y_4 — координати центра ваги кожного кутника вздовж осі y ; на рис. 2.6 це відстань від початкової осі z до центра ваги кожного кутника (C_1, C_2, C_3, C_4).

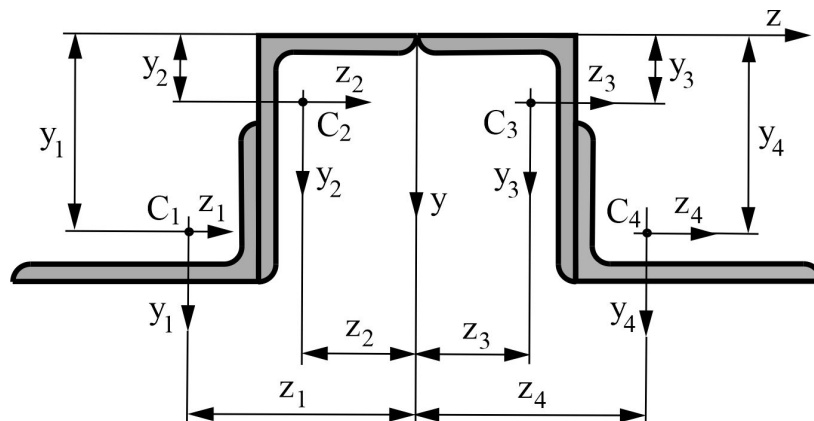


Рис. 2.6

Знайдемо координати центрів ваги кожного кутника в обраній системі координат (див. рис. 2.6):

$$z_1 = -(b + y_0) = -(9 + 4,49) = -13,49 \text{ см}; \quad z_4 = -z_1 = 13,49 \text{ см};$$

$$z_2 = -(b - z_0) = -(9 - 2,03) = -6,97 \text{ см}; \quad z_3 = -z_2 = 6,97 \text{ см};$$

$$y_1 = y_4 = B - z_0 = 14 - 2,03 = 11,97 \text{ см}; \quad y_2 = y_3 = y_0 = 4,49 \text{ см}.$$

Оскільки переріз стержня симетричний відносно осі y та його центр ваги розташований на цій самій осі, то координата $z_C = 0$.

Координату y_C знайдемо таким чином:

$$y_C = \frac{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)}{4} = \frac{(11,97 + 4,49 + 4,49 + 11,97)}{4} = 8,23 \text{ см}$$

і відкладемо від початкової осі z в додатньому напрямку осі y . Точка перетину осі y_C та осі z_C і буде центром ваги плоскої фігури C (рис. 2.7).

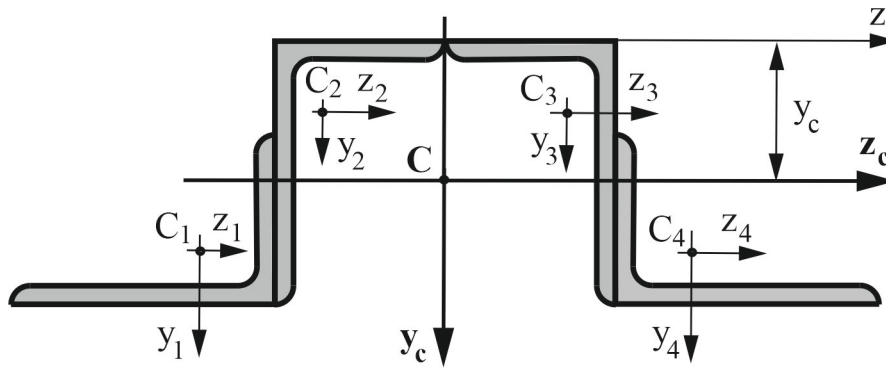


Рис. 2.7

Щоб знати, відносно якої осі буде мінімальний осьовий момент інерції поперечного перерізу, визначимо головні центральні моменти інерції перерізу відносно осей z_C і y_C . Скористаємося формулами для визначення моментів інерції відносно деяких осей, які паралельні центральним z_C і y_C :

$$I_{z_C} = \sum_{i=1}^4 (I_{z_i} + a_i^2 A_i), \quad I_{y_C} = \sum_{i=1}^4 (I_{y_i} + c_i^2 A_i),$$

де a_i — відстань від центральних осей z_i кожного кутника до осі z_C ;

c_i — відстань від центральних осей y_i кожного кутника до осі y_C (рис. 2.8).

Оскільки плоска фігура складається з чотирьох однакових кутників, а кутники 1, 4 та 2, 3 мають однакове між собою розташування, то формулу для визначення моменту інерції відносно головної центральної осі z_C

$$I_{z_c} = (I_{z_1} + a_1^2 A) + (I_{z_2} + a_2^2 A) + (I_{z_3} + a_3^2 A) + (I_{z_4} + a_4^2 A)$$

запишемо як

$$I_{z_c} = 2(I_{z_1} + a_1^2 A) + 2(I_{z_2} + a_2^2 A).$$

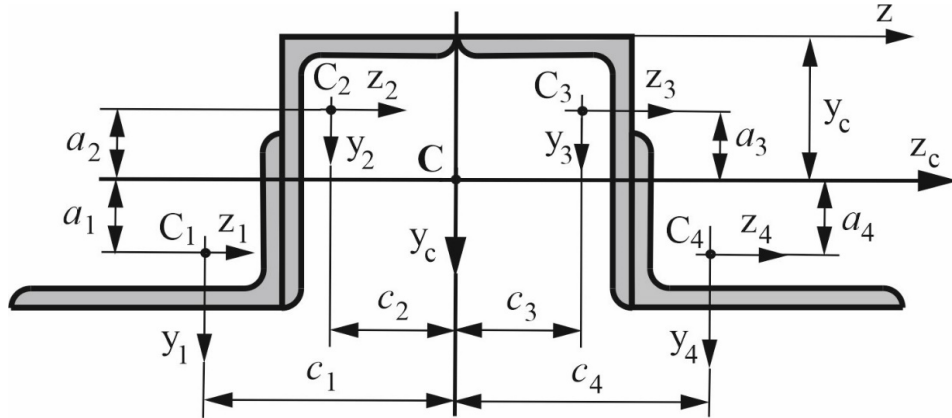


Рис. 2.8

Увага! Оскільки для 1-го та 4-го кутників власні осі z_1 та z_4 збіглися з віссю y , а власні осі y_1 та y_4 збіглися з віссю z , то для такого розташування цих кутників (див. рис. 2.8)

$$I_{z_1} = I_{z_4} = 119,79 \text{ см}^4, \quad I_{y_1} = I_{y_4} = 363,68 \text{ см}^4.$$

Оскільки для 2-го та 3-го кутників власні осі z_2 та z_3 збіглися з віссю z , а власні осі y_2 та y_3 збіглися з віссю y , то для такого розташування цих кутників (див. рис. 2.8)

$$I_{z_2} = I_{z_3} = 363,68 \text{ см}^4, \quad I_{y_2} = I_{y_3} = 119,79 \text{ см}^4.$$

Визначимо відстані (рис. 2.9):

$$a_1 = a_4 = y_1 - y_c = y_4 - y_c = 11,97 - 8,23 = 3,74 \text{ см};$$

$$a_2 = a_3 = y_2 - y_c = y_3 - y_c = 4,49 - 8,23 = -3,74 \text{ см};$$

підставимо та отримаємо

$$I_{z_c} = 2(119,79 + 3,74^2 \cdot 18) + 2(363,68 + (-3,74)^2 \cdot 18) = 1974,04 \text{ см}^4.$$

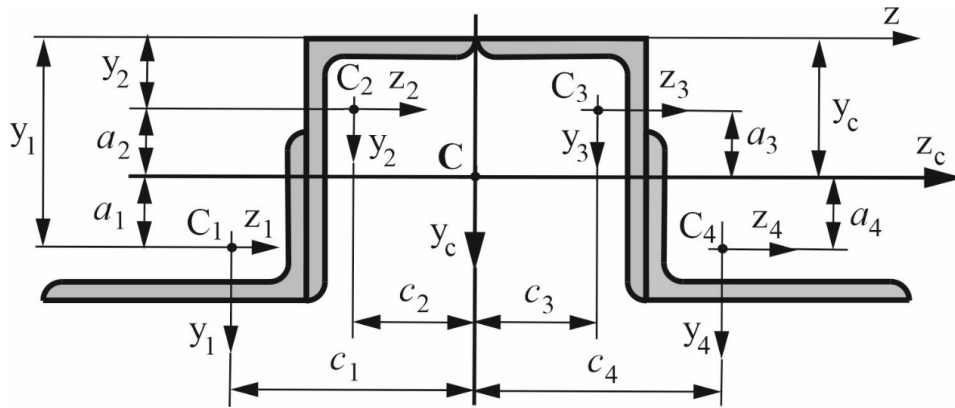


Рис. 2.9

Використовуючи вищенаведені пояснення, аналогічно виконаємо розрахунок для визначення моменту інерції відносно головної центральної осі y_c

$$I_{y_c} = 2(I_{y_1} + c_1^2 A) + 2(I_{y_2} + c_2^2 A),$$

де $c_1 = z_1 = -13,49$ см; $c_2 = z_2 = -6,97$ см; $c_3 = z_3 = 6,97$ см; $c_4 = z_4 = 13,49$ см (див рис. 2.9)

$$I_{y_c} = 2(363,68 + 13,49^2 \cdot 18) + 2(119,79 + 6,97^2 \cdot 18) = 9\,267,13 \text{ см}^4.$$

Таким чином видно, що мінімальний головний момент інерції буде

$$I_{\min} = I_{z_c} = 1\,974,04 \text{ см}^4.$$

Підставимо це значення до формули для визначення мінімального радіуса інерції перерізу стержня

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{4A}} = \sqrt{\frac{1\,974,04}{4 \cdot 18}} = 5,236 \text{ см}$$

та обчислимо гнучкість стержня

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 660}{5,236} = 88,2,$$

де μ – коефіцієнт приведення довжини стержня, який залежить від способу закріплення його кінців; при заданому способі закріплення кінців стержня $\mu = 0,7$;

L – довжина стержня.

За допомогою табл. Д. 5 (дод. 5) або табл. 1.2 визначимо уточнене значення коефіцієнта поздовжнього згинання. Але для гнучкості $\lambda = 88,2$ значення коефіцієнта в таблиці відсутнє. Тому обчислимо його уточнене значення за допомогою методу лінійної інтерполяції. У таблиці для сталі марки Ст3 значення 88,2 розташоване між $\lambda_1 = 80$ і $\lambda_2 = 90$. Випишемо величини коефіцієнта при цих гнучкостях $\varphi_{(\lambda_1=80)} = 0,75$ та $\varphi_{(\lambda_2=90)} = 0,69$ і обчислимо його уточнене значення за допомогою методу лінійної інтерполяції:

$$\varphi'_1 = \varphi_{(\lambda=88,2)} = \varphi_{(\lambda_1)} - \left(\varphi_{(\lambda_1)} - \varphi_{(\lambda_2)} \right) \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = 0,75 - (0,75 - 0,69) \frac{88,2 - 80}{90 - 80} = 0,701.$$

При обраних кутниках визначимо дійсне напруження в стержні

$$\sigma_d = \frac{F}{4A} = \frac{700}{4 \cdot 18} = 9,72 \text{ кН/см}^2 = 97,2 \text{ МПа}$$

і розрахунковий опір на стійкість

$$R_{ct} = \varphi'_1 R = 0,701 \cdot 210 = 147,2 \text{ МПа.}$$

Як видно, $\sigma_d = 97,2 \text{ МПа}$ менше ніж $R_{ct} = 147,2 \text{ МПа}$, отже, стержень недовантажений на величину

$$\delta = \frac{\sigma_d - R_{ct}}{R_{ct}} 100 \% = \frac{97,2 - 147,2}{147,2} 100 = -34 \ \%.$$

Оскільки відносно недовантаження чи перевантаження має розташовуватися в межах $-5 \% \leq \delta \leq 5 \%$, потрібно обрати інший кутник – для чого необхідно виконати повторний розрахунок (наступне наближення).

Друге наближення. Визначимо коефіцієнт зменшення розрахункового опору як середнє значення між прийнятим попередньо $\varphi_1 = 0,5$ та отриманим у першому наближенні $\varphi'_1 = 0,701$

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2} = \frac{0,5 + 0,701}{2} = 0,601.$$

Тоді $R_{ct} = \varphi_2 R = 0,601 \cdot 210 = 126,2 \text{ МПа} = 12,62 \text{ кН/см}^2$.

Увага! Подальші розрахунки виконаємо в тій самій послідовності, що й у першому наближенні.

Визначимо необхідну площу поперечного перерізу:

$$A_2 \geq F/R_{\text{ст}} = 700/12,62 = 55,51 \text{ см}^2.$$

Площа одного кутника повинна бути не меншою ніж $A_2^{(1)} = A_2/4 = 55,51/4 = 13,88 \text{ см}^2$. У табл. Д. 2 (дод. 2) є кутник з такою площею – це профіль № 11/7 (рис. 2.10), який має такі розміри та геометричні характеристики:

$$A = 13,93 \text{ см}^2, B = 110 \text{ мм} = 11 \text{ см}, b = 70 \text{ мм} = 7 \text{ см},$$

$$t = 8 \text{ мм} = 0,8 \text{ см}, x_0(z_0) = 1,64 \text{ см}, y_0 = 3,61 \text{ см},$$

$$I_x(I_z) = 171,54 \text{ см}^4, I_y = 54,64 \text{ см}^4.$$

Координати центрів ваги кожного з елементів перерізу стержня (див. рис. 2.6 і 2.8) визначаються за формулами, які наведені в першому наближенні.

Оскільки в першому наближенні доведено, що $I_{\min} = I_{z_c}$, то потрібно знайти тільки координату y_c центра ваги перерізу цієї фігури:

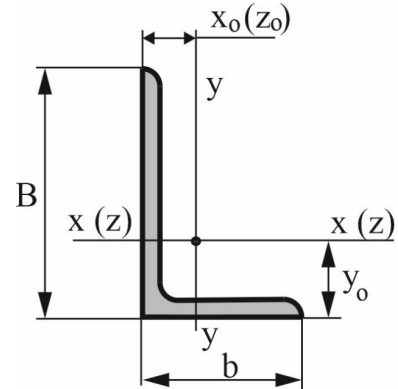


Рис. 2.10

$$y_c = \frac{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)}{4} = \frac{(9,36 + 3,61 + 3,61 + 9,36)}{4} = 6,485 \text{ см},$$

де $y_1 = y_4 = B - z_0 = 11 - 1,64 = 9,36 \text{ см}$; $y_2 = y_3 = y_0 = 3,61 \text{ см}$.

Мінімальний момент інерції обчислимо як

$$I_{\min} = I_{z_c} = 2(I_{z_1} + a_1^2 A) + 2(I_{z_2} + a_2^2 A),$$

де a_1, a_2 – відстані від центральних осей z_i відповідного кутника до осі z_c

$$a_1 = a_4 = y_1 - y_c = y_4 - y_c = 9,36 - 6,485 = 2,875 \text{ см}, I_{z_1} = I_{z_4} = 54,64 \text{ см}^4;$$

$$a_2 = a_3 = y_2 - y_c = y_3 - y_c = 3,61 - 6,485 = -2,875 \text{ см}, I_{z_2} = I_{z_3} = 171,54 \text{ см}^4.$$

Отже,

$$I_{\min} = I_{z_c} = 2(54,64 + 2,875^2 \cdot 13,93) + 2(171,54 + (-2,875)^2 \cdot 13,93) = 912,92 \text{ см}^4.$$

Тоді мінімальний радіус інерції перерізу стержня дорівнює

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{4A}} = \sqrt{\frac{912,92}{4 \cdot 13,93}} = 4,05 \text{ см};$$

гнучкість стержня є

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 660}{4,05} = 114,1.$$

Аналогічно, як і в першому наближенні, за допомогою табл. Д.5 (дод. 5) або табл. 1.2 визначимо уточнене значення коефіцієнта поздовжнього згинання. Для гнучкості $\lambda = 114,1$ значення коефіцієнта в таблиці відсутнє. У таблиці для сталі марки Ст3 значення 114,1 розташоване між $\lambda_1 = 110$ і $\lambda_2 = 120$. Випишемо величини коефіцієнта при цих гнучкостях: $\varphi_{(\lambda_1=110)} = 0,52$ та $\varphi_{(\lambda_2=120)} = 0,45$ і обчислимо його уточнене значення за допомогою методу лінійної інтерполяції:

$$\begin{aligned} \varphi'_2 = \varphi_{(\lambda=114,1)} &= \varphi_{(\lambda_1)} - \left(\varphi_{(\lambda_1)} - \varphi_{(\lambda_2)} \right) \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \\ &= 0,52 - (0,52 - 0,45) \frac{114,1 - 110}{120 - 110} = 0,491. \end{aligned}$$

Отже, розрахунковий опір на стійкість

$$R_{\text{ст}} = \varphi'_2 R = 0,491 \cdot 210 = 103,1 \text{ МПа}.$$

Дійсне напруження в стержні від стискання

$$\sigma_{\text{д}} = \frac{F}{4A} = \frac{700}{4 \cdot 13,93} = 12,56 \text{ кН/см}^2 = 125,6 \text{ МПа}.$$

Відносне перевантаження стержня

$$\delta = \frac{\sigma_{\text{д}} - R_{\text{ст}}}{R_{\text{ст}}} 100 \% = \frac{125,6 - 103,1}{103,1} 100 = 21,8 \ %.$$

Перевантаження стержня перевищує встановлену норму, тому розрахунок необхідно виконати ще раз.

Третє наближення. Приймаємо $\varphi_3 = \frac{0,601 + 0,491}{2} = 0,546$. Тоді

$$R_{\text{ст}} = \varphi_3 R = 0,546 \cdot 210 = 114,7 \text{ МПа} = 11,47 \text{ кН/см}^2,$$

$$A_3 = F/R_{\text{ст}} = 700/11,47 = 61,03 \text{ см}^2.$$

Площа перерізу одного кутника $A_3^{(1)} = A_3/4 = 61,03/4 = 15,26 \text{ см}^2$.

У сортаменті обираємо кутник № 12,5/8 з товщиною полиці $d = 7 \text{ мм} = 0,7 \text{ см}$, у якого:

$$A = 14,06 \text{ см}^2; B = 125 \text{ мм} = 12,5 \text{ см}, b = 80 \text{ мм} = 8 \text{ см};$$

$$I_x(I_z) = 226,53 \text{ см}^4, I_y = 73,73 \text{ см}^4; x_0(z_0) = 1,8 \text{ см}, y_0 = 4,01 \text{ см},$$

$$y_1 = y_4 = B - z_0 = 12,5 - 1,8 = 10,7 \text{ см}; y_2 = y_3 = y_0 = 4,01 \text{ см}.$$

Координата центра ваги перерізу стержня

$$y_C = \frac{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)}{4} = \frac{(10,7 + 4,01 + 4,01 + 10,7)}{4} = 7,355 \text{ см}.$$

Відстані дорівнюють:

$$a_1 = y_1 - y_C = 10,7 - 7,355 = 3,345 \text{ см};$$

$$a_2 = y_2 - y_C = 4,01 - 7,355 = -3,345 \text{ см}.$$

Мінімальний момент інерції перерізу стержня є $I_{\min} = I_{z_C}$:

$$I_{\min} = (73,73 + 3,345^2 \cdot 14,06)2 + (226,53 + (-3,345)^2 \cdot 14,06)2 = 1\,229,8 \text{ см}^4.$$

Мінімальний радіус інерції обчислимо як

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{4A}} = \sqrt{\frac{1\,229,8}{4 \cdot 14,06}} = 4,677 \text{ см};$$

$$\text{гнучкість } \lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 660}{4,677} = 98,78.$$

Коефіцієнти зменшення розрахункового опору φ при гнучкостях $\lambda_1 = 90$ та $\lambda_2 = 100$ становлять відповідно $\varphi_1 = 0,69$ та $\varphi_2 = 0,60$.

При гнучкості $\lambda = 98,78$ уточнене значення коефіцієнта дорівнює

$$\varphi'_3 = \varphi_1 - (\varphi_1 - \varphi_2) \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = 0,69 - (0,69 - 0,60) \frac{98,78 - 90}{100 - 90} = 0,611.$$

Отже, розрахунковий опір на стійкість становить

$$R_{\text{ст}} = \varphi'_3 \cdot R = 0,611 \cdot 210 = 128,3 \text{ МПа.}$$

Дійсне напруження в стержні від стискання буде

$$\sigma_d = \frac{F}{4A} = \frac{700}{4 \cdot 14,06} = 12,45 \text{ кН/см}^2 = 124,5 \text{ МПа.}$$

Відносне недовантаження стержня дорівнює

$$\delta = \frac{124,5 - 128,3}{128,3} 100 \% = -2,96 \%,$$

що не перевищує встановленої норми 5 %. Розрахунок завершено.

Приклад 3

Підібрати поперечний переріз стержня довжиною $L = 4$ м, що зазнає дії центральної стискальної сили $F = 300$ кН. Один кінець стержня жорстко за-тиснений, другий – шарнірно обпертий (рис. 2.11). Матеріал стержня – сталь марки Ст3, основний розрахунковий опір $R = 200$ МПа (20 кН/см^2). Форму поперечного перерізу наведено на рис. 2.12.

Розв'язання. У ході розв'язання цієї задачі використовуємо метод послідовних наближень (метод ітерацій) шляхом варіювання величиною коефіцієнта поздовжнього згинання φ .

Перше наближення. 1. Оскільки в розрахунковій формулі на стійкість

$$\sigma = \frac{F}{\varphi A} \leq R \text{ є дві невідомі величини – коефіцієнт } \varphi \text{ і шукана площа попереч-$$

ного перерізу A , приймаємо в першій спробі значення для коефіцієнта поздовжнього згинання $\varphi_1 = 0,5$ та визначаємо необхідну площу поперечного пе-

$$\text{рерізу } A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 R} = \frac{300}{0,5 \cdot 20} = 30 \text{ см}^2.$$

Оскільки переріз складається з трьох швелерів, то площа поперечного перерізу одного швелера повинна бути не меншою ніж 10 см^2 .



Рис. 2.11

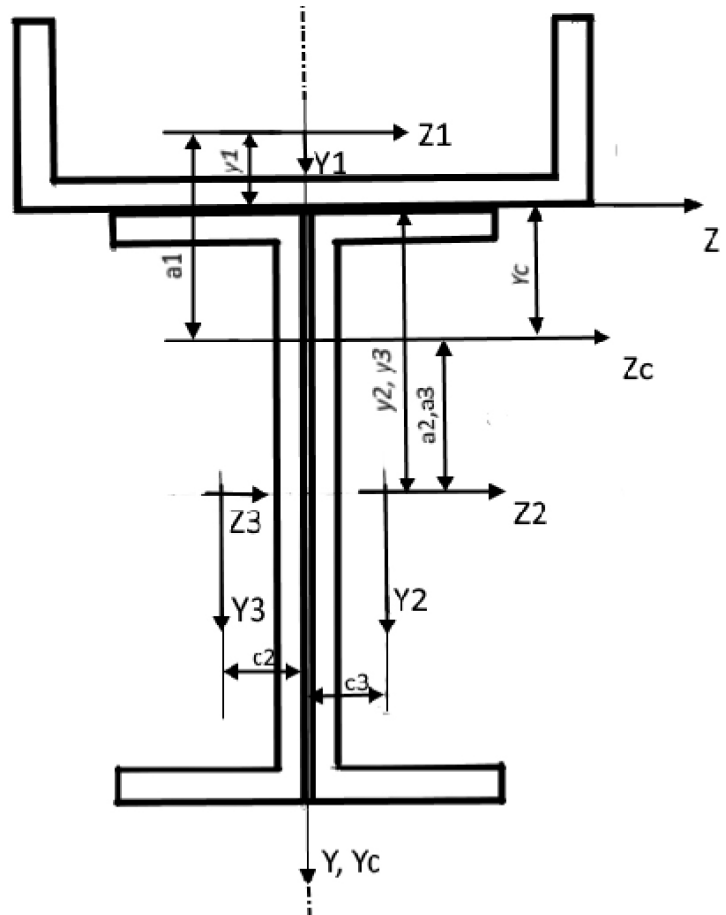


Рис. 2.12

У табл. Д. 3 (дод. 3) обираємо швелер № 10 (рис. 2.13), який має такі розміри та геометричні характеристики: $H=10 \text{ см}$, $B=4,6 \text{ см}$, $x_0=1,44 \text{ см}$, $A=10,9 \text{ см}^2$, $I_x=174 \text{ см}^4$, $I_y=20,4 \text{ см}^4$.

2. Для виконання подальших розрахунків обираємо початкові осі координат z та y (див. рис. 2.12). При цьому слід взяти до уваги, що в тому випадку коли переріз має одну чи дві осі симетрії, початкові осі зручно обирати саме таким чином, щоб вони збігалися з осями симетрії. У нашому прикладі через вісь симетрії перерізу проходить вісь y .

В обраній системі координат для кожного зі швелерів визначаємо координати центрів ваги та моменти інерції відносно своїх центральних осей. При цьому звертаємо увагу, що для першого швелера напрямок осі z_1 (див.

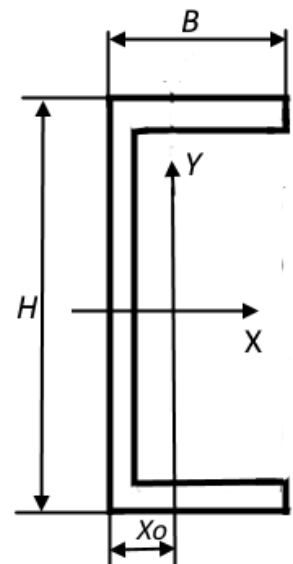


Рис. 2.13

рис. 2.12) збігається з напрямком осі y в табл. Д.3 (дод. 3) (див. рис. 2.13), а вісь y_1 – з віссю x . Аналогічний аналіз виконуємо для другого та третього швелерів, які входять до перерізу:

1-й швелер:

$$z_1 = 0 \text{ см}, \quad y_1 = -1,44 \text{ см}, \quad A_1 = 10,9 \text{ см}^2, \quad I_{z_1} = 20,4 \text{ см}^4, \quad I_{y_1} = 174 \text{ см}^4;$$

2-й швелер:

$$z_2 = 1,44 \text{ см}, \quad y_2 = 5 \text{ см}, \quad A_2 = 10,9 \text{ см}^2, \quad I_{z_2} = 174 \text{ см}^4, \quad I_{y_2} = 20,4 \text{ см}^4;$$

3-й швелер:

$$z_3 = -1,44 \text{ см}, \quad y_3 = 5 \text{ см}, \quad A_3 = 10,9 \text{ см}^2, \quad I_{z_3} = 174 \text{ см}^4, \quad I_{y_3} = 20,4 \text{ см}^4.$$

3. Визначаємо положення головних центральних осей (проходять через центр ваги перерізу) інерції перерізу z_C , y_C та величини головних центральних моментів інерції I_{z_C} , I_{y_C} . Для цього з використанням відомих співвідношень визначаємо координати центра ваги перерізу:

$$\begin{aligned} y_C &= \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \{A_1 = A_2 = A_3 = A\} = \frac{A(y_1 + y_2 + y_3)}{3A} = \\ &= \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{(-1,44 + 5 + 5)}{3} = 2,85 \text{ см}. \end{aligned}$$

Координата центра ваги перерізу $z_C = 0$ см, оскільки вісь y_C проходить через вісь симетрії.

Визначаємо головні центральні моменти інерції I_{z_C} , I_{y_C} :

$$I_{z_C} = \sum_{i=1}^3 (I_{z_i} + a_i^2 A_i), \quad I_{y_C} = \sum_{i=1}^3 (I_{y_i} + c_i^2 A_i),$$

де a_i – відстань між віссю y_i та віссю y_C . З рис. 2.12 видно, що $a_i = y_i - y_C$; c_i – відстань між віссю z_i та віссю z_C . Тобто $c_i = z_i - z_C$.

Підставляємо числові значення та виконуємо розрахунки:

$$a_1 = y_1 - y_C = -1,44 - 2,85 = -4,29 \text{ см};$$

$$a_2 = a_3 = y_2 - y_C = 5 - 2,85 = 2,15 \text{ см};$$

$$c_1 = z_1 - z_C = 0 \text{ см};$$

$$c_2 = z_2 - z_C = 1,44 - 0 = 1,44 \text{ см};$$

$$c_3 = z_3 - z_C = -1,44 - 0 = -1,44 \text{ см};$$

$$I_{z_C} = \left(20,4 + (-4,29)^2 \cdot 10,9 \right) + 2 \left(174 + 2,15^2 \cdot 10,9 \right) = 670 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_C} = \left(174 + 0^2 \cdot 10,9 \right) + 2 \left(20,4 + 1,44^2 \cdot 10,9 \right) = 260 \text{ см}^4.$$

4. Визначаємо гнучкість стержня λ :

$$\lambda = \mu L / i_{\min},$$

де μ – коефіцієнт зведення довжини стержня, який залежить від способу закріплення стержня. У нашому випадку (один кінець стержня жорстко затиснуто, другий – шарнірно опертий) $\mu = 0,7$;

L – довжина стержня;

$i_{\min}$ – мінімальний радіус інерції перерізу, $i_{\min} = \sqrt{I_{\min} / (3A)}$.

Виконуємо розрахунки:

$$I_{\min} = \min \{ I_{z_C}, I_{y_C} \} = I_{y_C} = 260 \text{ см}^4;$$

$$i_{\min} = \sqrt{260 / 310,9} = 2,82 \text{ см};$$

$$\lambda = (0,7 \cdot 400) / 2,82 = 99,3.$$

5.3 Використанням табл. Д.5 (дод. 5) або табл. 1.2 визначаємо уточнене значення коефіцієнта зменшення основного розрахункового опору φ'_1 .

Значення коефіцієнта поздовжнього згинання для гнучкості $\lambda = 99,3$ у таблиці відсутнє, тому скористаємося методом лінійної інтерполяції (рис. 2.14).

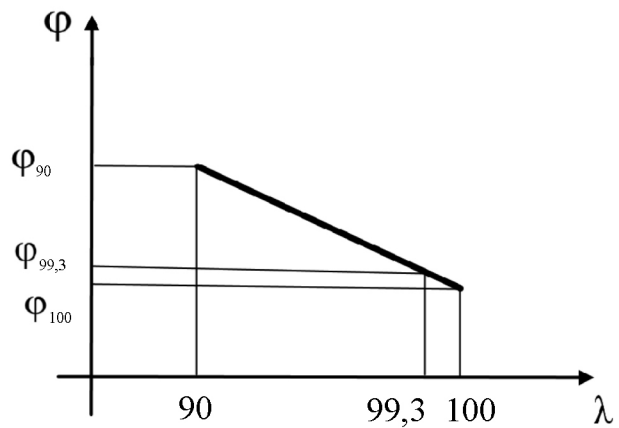


Рис. 2.14

З таблиці визначаємо $\varphi_{(\lambda=90)} = 0,69$, $\varphi_{(\lambda=100)} = 0,60$ та знаходимо $\varphi_{99,3}$:

$$\varphi'_1 = \varphi_{99,3} = \varphi_{100} + \frac{\varphi_{90} - \varphi_{100}}{10} (100 - 99,3) = 0,6 + \frac{0,69 - 0,6}{10} 0,7 = 0,61.$$

6. Визначимо дійсне напруження у стержні σ_d та порівняємо його з розрахунковим опором на стійкість.

Дійсне напруження в стержні:

$$\sigma_d = \frac{F}{3A} = \frac{300}{3 \cdot 10,9} = 9,17 \text{ кН/см}^2 = 91,7 \text{ МПа.}$$

Розрахунковий опір на стійкість:

$$R_{ст} = \varphi'_1 R = 0,61 \cdot 200 = 122 \text{ МПа.}$$

Дійсне напруження в стержні 91,7 МПа менше допустимого значення 122 МПа, тому можна зробити висновок, що стержень недовантажено.

Різниця між дійсним напруженням та розрахунковим опором становить

$$\delta = \frac{R_{ст} - \sigma_d}{R_{ст}} 100 \% = \frac{122 - 91,7}{122} 100 = 25 \ \%.$$

Як правило, ітерації виконують до досягнення означеної різниці не більше ніж у 5 %.

Друге наближення. Визначаємо початкове значення коефіцієнта зменшення основного розрахункового опору для другої ітерації:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2} = \frac{0,5 + 0,61}{2} = 0,56.$$

Подальші розрахунки виконуємо в тій самій послідовності, що й на першій ітерації.

1. Визначаємо необхідну площу поперечного перерізу:

$$A_2 \geq \frac{F}{\varphi_2 R} = \frac{300}{0,56 \cdot 20} = 26,8 \text{ см}^2.$$

Площа одного швелера повинна бути не меншою ніж $26,8/3 = 8,93 \text{ см}^2$.

У табл. Д.3 (дод. 3) обираємо швелер № 8 (рис. 2.15), який має такі розміри та геометричні характеристики: $H = 8 \text{ см}$, $B = 4 \text{ см}$, $x_0 = 1,31 \text{ см}$, $A = 8,98 \text{ см}^2$, $I_x = 89,4 \text{ см}^4$, $I_y = 12,8 \text{ см}^4$.

2. Для кожного зі швелерів визначаємо координати центрів ваги та моменти інерції відносно своїх центральних осей:

1-й швелер: $z_1 = 0$ см, $y_1 = -1,31$ см, $A_1 = 8,98$ см²,
 $I_{z_1} = 12,8$ см⁴, $I_{y_1} = 89,4$ см⁴;

2-й швелер: $z_2 = 1,31$ см, $y_2 = 4$ см, $A_2 = 8,98$ см²,
 $I_{z_2} = 89,4$ см⁴, $I_{y_2} = 12,8$ см⁴;

3-й швелер: $z_3 = -1,31$ см, $y_3 = 4$ см, $A_3 = 8,98$ см²,
 $I_{z_3} = 89,4$ см⁴, $I_{y_3} = 12,8$ см⁴.

3. Визначаємо координати центра ваги перерізу:

$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \left\{ A_1 = A_2 = A_3 = A \right\} = \frac{A(y_1 + y_2 + y_3)}{3A} =$$

$$= \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{(-1,31 + 4 + 4)}{3} = 2,23 \text{ см};$$

$$z_C = 0 \text{ см.}$$

Визначаємо головні центральні моменти інерції I_{z_C} , I_{y_C} :

$$I_{z_C} = \sum_{i=1}^3 (I_{z_i} + a_i^2 A_i), \quad I_{y_C} = \sum_{i=1}^3 (I_{y_i} + c_i^2 A_i).$$

Підставляємо числові значення та виконуємо розрахунки:

$$a_1 = y_1 - y_C = -1,31 - 2,23 = -3,54 \text{ см};$$

$$a_2 = a_3 = y_2 - y_C = 4 - 2,23 = 1,77 \text{ см};$$

$$c_1 = z_1 - z_C = 0 \text{ см};$$

$$c_2 = z_2 - z_C = 1,31 - 0 = 1,31 \text{ см};$$

$$c_3 = z_3 - z_C = -1,31 - 0 = -1,31 \text{ см};$$

$$I_{z_C} = (12,8 + (-3,54)^2 \cdot 8,98) + 2(89,4 + 1,77^2 \cdot 8,98) = 360 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_C} = (89,4 + 0^2 \cdot 8,98) + 2(12,8 + 1,31^2 \cdot 8,98) = 146 \text{ см}^4.$$

4. Визначаємо гнучкість стержня λ :

$$\lambda = \mu L / i_{\min},$$

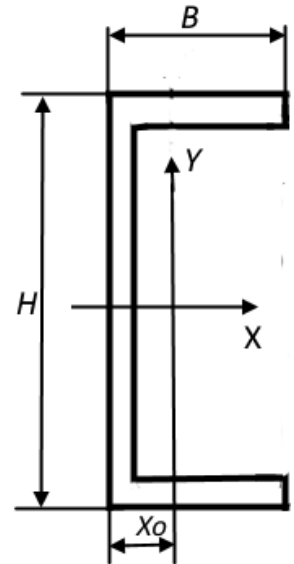


Рис. 2.15

де μ – коефіцієнт зведення довжини стержня, який залежить від способу закріплення стержня. У нашому випадку (один кінець стержня жорстко затиснуто, другий – шарнірно опертий) $\mu = 0,7$;

L – довжина стержня;

$i_{\min}$ – мінімальний радіус інерції перерізу, $i_{\min} = \sqrt{I_{\min}/(3A)}$.

Виконуємо розрахунки:

$$I_{\min} = \min \{ I_{z_c}, I_{y_c} \} = I_{y_c} = 146 \text{ см}^4;$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{146}{3 \cdot 8,98}} = 2,32 \text{ см};$$

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 400}{2,32} = 121.$$

5. Визначаємо уточнене значення коефіцієнта зменшення основного розрахункового опору φ'_2 .

З табл. Д. 5 (дод. 5) або табл. 1.2 визначаємо $\varphi_{(\lambda=120)} = 0,45$, $\varphi_{(\lambda=130)} = 0,4$ та знаходимо φ_{121} :

$$\varphi'_2 = \varphi_{121} = \varphi_{130} + \frac{\varphi_{120} - \varphi_{130}}{10} (130 - 121) = 0,4 + \frac{0,45 - 0,4}{10} 9 = 0,445.$$

6. Визначимо дійсне напруження у стержні σ_d та порівняємо з розрахунковим опором на стійкість.

Дійсне напруження в стержні:

$$\sigma_d = \frac{F}{3A} = \frac{300}{3 \cdot 8,98} = 11,1 \text{ кН/см}^2 = 111 \text{ МПа}.$$

Розрахунковий опір на стійкість:

$$R_{\text{ст}} = \varphi'_2 R = 0,445 \cdot 200 = 89 \text{ МПа}.$$

Дійсне напруження в стержні 111 МПа перевищує допустиме значення 89 МПа, тому можна зробити висновок, що стержень перевантажено.

Різниця між дійсним напруженням та розрахунковим опором становить

$$\delta = \frac{R_{\text{ст}} - \sigma_d}{R_{\text{ст}}} 100 \% = \frac{89 - 111}{89} 100 = -25 \ %.$$

Стержень перевантажений на 25 %, що є не припустимим. Тому, враховуючи відсутність у сортаменті інших швелерів між № 8 и № 10, остаточно обираємо переріз, який складається з 3 швелерів № 10.

3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. При якому навантаженні можливе явище втрати стійкості стержня?
2. Яка сила називається критичною?
3. За якою формулою визначається Ейлерова критична сила?
4. У яких одиницях вимірюється критична сила?
5. Для заданого закріплення стержня (рис. 3.1) обрати нову/нові форми рівноваги стержня при втраті стійкості (рис. 3.2).

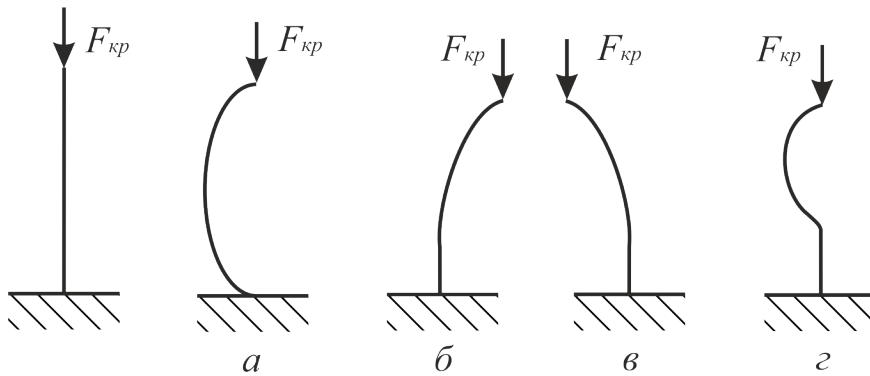


Рис. 3.1

Рис. 3.2

6. Для заданого закріплення стержня (рис. 3.3) обрати нову/нові форми рівноваги стержня при втраті стійкості (рис. 3.4).

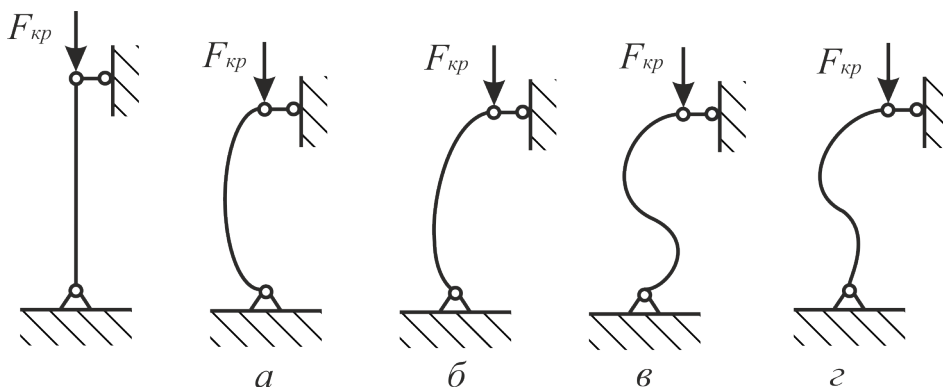


Рис. 3.3

Рис. 3.4

7. Для заданого закріплення стержня (рис. 3.5) обрати нову/нові форми рівноваги стержня при втраті стійкості (рис. 3.6).

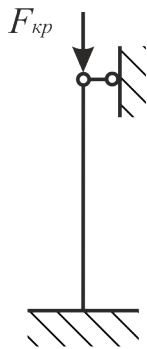


Рис. 3.5

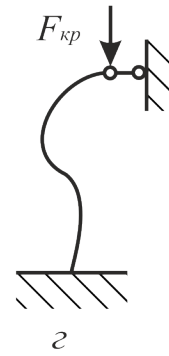
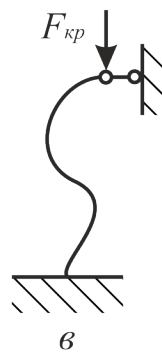
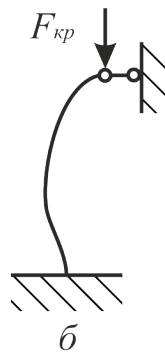


Рис. 3.6

8. Для заданого закріплення стержня (рис. 3.7) обрати нову/нові форми рівноваги стержня при втраті стійкості (рис. 3.8).

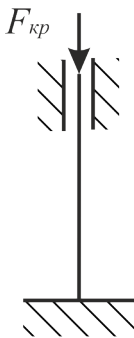


Рис. 3.7

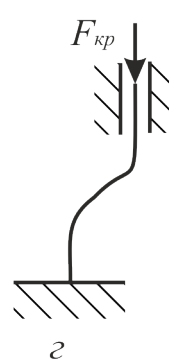
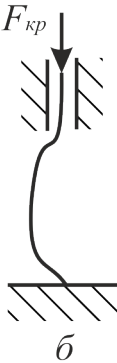


Рис. 3.8

9. За якою формулою визначається гнучкість стержня?
10. У яких одиницях вимірюється гнучкість стержня?
11. За яких значень гнучкості застосовується формула Ейлера для визначення величини критичної сили для стержня з маловуглецевої сталі?
12. Чому дорівнює коефіцієнт зведення довжини (μ) для стержня з шарнірними опорами по краях?
13. Чому дорівнює коефіцієнт зведення довжини (μ) для стержня, затисненого з одного краю і вільного з іншого краю?
14. Чому дорівнює коефіцієнт зведення довжини (μ) для стержня, затисненого з обох країв?
15. Чому дорівнює коефіцієнт зведення довжини (μ) для стержня з шарнірною опорою з одного краю і затисненого з іншого?
16. За яких значень гнучкості застосовується формула Ясинського для стержня з маловуглецевої сталі?

17. За яких значень гнучкості критичні напруження дорівнюють границі плинності для стержня, виготовленого з маловуглецевої сталі?
18. Який із цих стержнів однакового перерізу (рис. 3.9), виготовлених з однакового матеріалу, витримає найбільше навантаження?

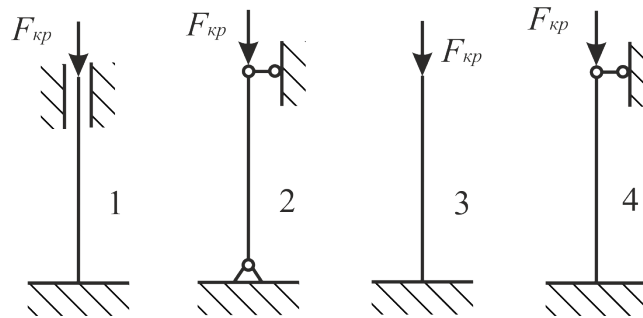


Рис. 3.9

19. Який із цих стержнів однакового перерізу (рис. 3.10), виготовлених з однакового матеріалу, витримає найбільше навантаження?

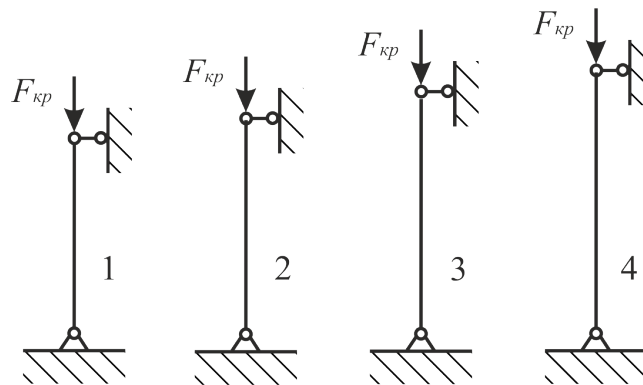


Рис. 3.10

20. Який із цих стержнів однакового перерізу (рис. 3.11), виготовлених з однакового матеріалу, витримає найбільше навантаження?

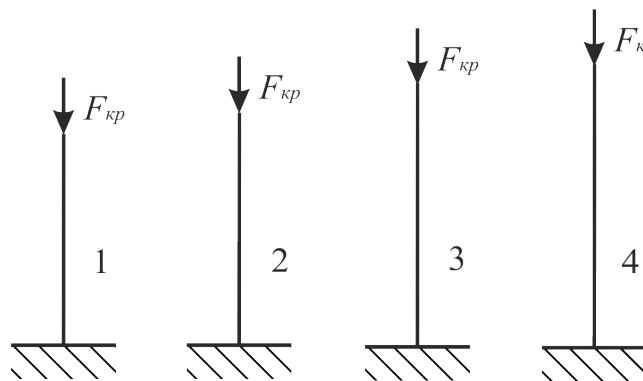


Рис. 3.11

21. Сталевий стержень довжиною $L = 2$ м (рис. 3.12), поперечний переріз якого складається зі швелера (рис. 3.13), навантажено вертикальною стискальною силою $F = 100$ кН. Виконати добір елементів перерізу стержня з умови стійкості при допустимому напруженні $[\sigma] = 210$ МПа.

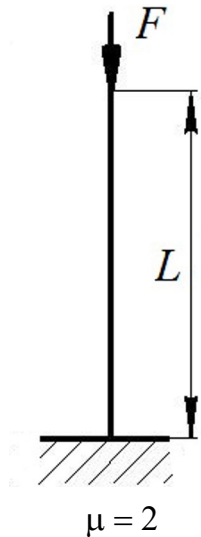


Рис. 3.12

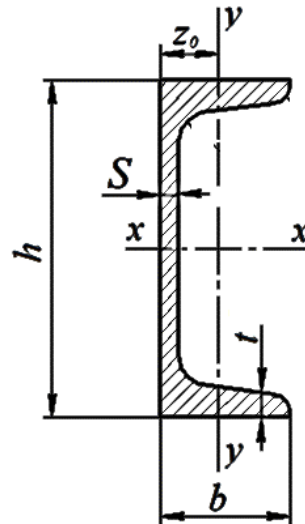


Рис. 3.13

22. Сталевий стержень довжиною $L = 3$ м (рис. 3.14), поперечний переріз якого складається з двотавра (рис. 3.15), навантажено вертикальною стискальною силою $F = 200$ кН. Виконати добір елементів перерізу стержня з умови стійкості при розрахунковому опорі матеріалу стержня $R = 210$ МПа.

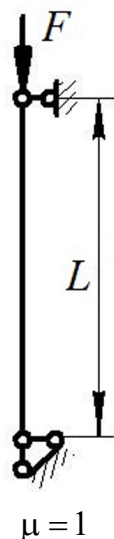


Рис. 3.14

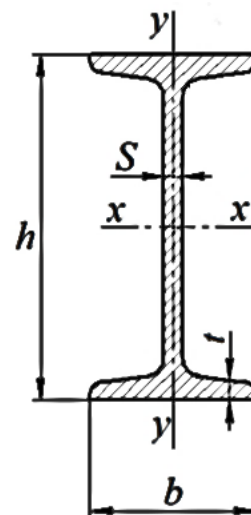


Рис. 3.15

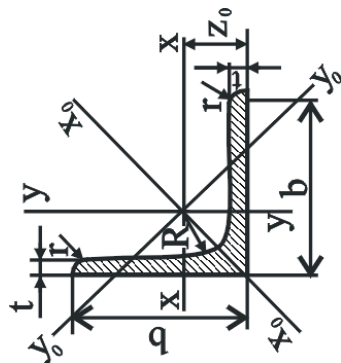
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Писаренко Г. С., Квітка О. Л., Уманський Є. С. Опір матеріалів. Київ : Вища шк., 2004. 655 с.
2. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності / під ред. В. Г. Піскунова. Київ : Вища шк., 1994. Книга 1. 204 с.
3. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності / під ред. В. Г. Піскунова. Київ : Вища шк., 1994. Книга 2. 335 с.
4. Астанін В. В. Основи розрахунків на міцність : навч. посіб. Харків : ХФВ «Транспорт України», 2001. 210 с.
5. Опір матеріалів : метод. вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт : у 2 ч. / уклад.: О. М. Бондарєв, С. А. Костриця, Л. В. Урсуляк, С. Ю. Молчанов; ДНУЗТ. Дніпро, 2017. Ч. 1. 58 с.
6. Методичні вказівки до виконання розрахунково-проектувальних робіт з опору матеріалів. Частина 2 / О. М. Бондарєв, С. Й. Конащенко, Ю. А. Лабузов, С. Г. Крюков, Л. О. Недужа, В. О. Репетя. Дніпро : ДДТУЗТ, 2002. 40 с.
7. Опір матеріалів : метод. вказівки та завдання для самостійної підготовки студентів для складання модульного контролю МК1 / О. М. Бондарєв, Л. О. Недужа, Л. В. Урсуляк, Д. О. Ягода, С. Ю. Молчанов. Дніпро : ДНУЗТ, 2015. 63 с.
8. Опір матеріалів : метод. вказівки та завдання для самостійної підготовки студентів для складання модульного контролю МК2 / О. М. Бондарєв, С. А. Костриця, Л. О. Недужа, Л. В. Урсуляк, С. Ю. Молчанов. Дніпро : ДНУЗТ, 2016. 58 с.
9. Опір матеріалів : метод. вказівки та завдання для самостійної підготовки студентів до складання модульного контролю МК3 / С. А. Костриця, Л. В. Урсуляк, Н. Й. Грановська, В. М. Даценко. Дніпро : ДНУЗТ, 2019.

Інформаційні ресурси

10. Дистанційний курс «Опір матеріалів». Режим доступу: <http://lider.diit.edu.ua>
11. Бібліотека університету та її депозитарій. Режим доступу: <https://library.diit.edu.ua/uk/catalog>, <https://library.diit.edu.ua/uk/catalog?category=books-and-other>

Кутники сталеві рівнобічні. Сортамент (ГОСТ 8509-86)



b – ширина полиці; t – товщина полиці;
 R – радіус внутрішнього заокруглення; r – радіус заокруглення полиці;
 I – момент інерції; i – радіус інерції;
 z_0 – відстань від центра ваги до зовнішньої грані полиці;
 I_{xy} – відцентровий момент інерції

Таблица Д.1

Довідкові величини для осей																
Номер профілю	b	t	R	r	Площа пере-різу, см ²	x - x			x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀			I _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Маса l м, кг
						I _x , см ⁴	W _x , см ³	I _x , см	I _{x₀ max} , см ⁴	i _{x₀ max} , см	I _{y₀ min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀ min} , см			
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,23	0,60	0,89
		4				0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,28	0,64	1,15
2,5	25	3			1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,47	0,73	1,12
		4				1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,59	0,76	1,46
2,8	28	5			2,27	1,22	0,72	0,73	1,91	0,92	0,53	0,47	0,48	0,69	0,80	1,78
		3				1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,68	0,80	1,27

Продовження табл. Д.1

Довідкові величини для осей																
Номер профілю	b	t	R	r	Площа пере-різу, см ²	x - x			x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀			I _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Маcа l, кг
						I _x , см ⁴	W _x , см ³	I _x , см	I _{x₀ max} , см ⁴	i _{x₀ max} , см	I _{y₀ min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀ min} , см			
3	30	3			1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85	0,85	1,36
		4	4,0	1,3	2,27	1,84	0,87	0,90	2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	1,08	0,89	1,78
		5			2,78	2,20	1,06	0,89	3,47	1,12	0,94	0,71	0,58	1,27	0,93	2,18
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,77	0,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	1,03	0,89	1,46
		4			2,43	2,26	1,00	0,96	3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	1,32	0,94	1,91
3,5	35	3			2,04	2,35	0,93	1,07	3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	1,37	0,97	1,60
		4			2,67	3,01	1,21	1,06	4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,75	1,01	2,10
		5			3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	2,10	1,05	2,58
4	40	3			2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	2,08	1,09	1,85
		4	5,0	1,7	3,08	4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	2,68	1,13	2,42
		5			3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	3,22	1,17	2,98
		6			4,48	6,41	2,30	1,20	10,13	1,50	2,70	1,58	0,78	3,72	1,21	3,52
4,5	45	3			2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3,00	1,21	2,08
		4	5,0	1,7	3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	3,89	1,26	2,73
		5			4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	4,71	1,30	3,37
		6			5,08	9,35	2,95	1,36	14,80	1,71	3,90	2,06	0,88	5,45	1,34	3,99

Довідкові величини для осей																
Номер профілю	b	t	R	r	Площа пере- різу, см ²	x - x			x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀			I _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Маcа I _m , кг
						I _x , см ⁴	W _x , см ³	I _x , см	I _{x₀ max} , см ⁴	i _{x₀ max} , см	I _{y₀ min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀ min} , см			
5	50	3			2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	4,16	1,33	2,32
		4			3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05
		5	5,5	1,8	4,80	11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	6,57	1,42	3,77
		6			5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47
		7			6,56	14,84	4,23	1,50	23,47	1,89	6,21	2,93	0,97	8,63	1,50	5,15
		8			7,41	16,51	4,76	1,49	26,03	1,87	6,98	3,22	0,97	9,52	1,53	5,82
		4	6,0	2,0	4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44
		5			5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	9,41	1,57	4,25
6	60	4			4,72	16,21	3,70	1,85	26,69	2,33	6,72	2,93	1,19	9,48	1,62	3,71
		5			5,83	19,79	4,56	1,84	31,40	2,32	8,18	3,49	1,18	11,61	1,66	4,68
		6	7,0	2,3	6,92	23,21	5,40	1,83	36,81	2,31	9,60	3,99	1,18	13,60	1,70	5,43
		8			9,04	29,55	7,00	1,81	46,77	2,27	12,34	4,90	1,17	17,22	1,78	7,10
		10			11,08	35,32	8,52	1,79	55,64	2,24	15,00	5,70	1,16	20,32	1,85	8,70
		4			4,96	18,86	4,09	1,95	29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	11,00	1,69	3,90
		5			6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	13,70	1,74	4,81
		6			7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,90	1,78	5,72

Продовження табл. Д.1

Довідкові величини для осей																
Номер профілю	b	t	R	r	Площа пере-різу, см ²	x - x			x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀			I _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Mac I _m , кг
						I _x , см ⁴	W _x , см ³	I _x , см	I _{x₀ max} , см ⁴	i _{x₀ max} , см	I _{y₀ min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀ min} , см			
7	70	4,5	8,0	2,7	6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17,00	1,88	4,87
		5			6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,70	1,90	5,38
		6			8,15	37,58	7,43	2,16	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,10	1,94	6,39
		7			9,42	42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	25,20	1,99	7,39
		8			10,67	48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	28,20	2,02	8,37
		10			13,11	57,90	11,82	2,10	91,52	2,64	24,27	8,17	1,36	33,60	2,10	10,29
7,5	75	5	9,0	3,0	7,39	39,53	7,21	2,31	62,65	2,91	16,41	5,74	1,49	23,10	2,02	5,80
		6			8,78	46,57	8,57	2,30	73,87	2,90	19,28	6,62	1,48	27,30	2,06	6,89
		7			10,15	53,31	9,89	2,29	84,61	2,89	22,07	7,43	1,47	31,20	2,10	7,95
		8			11,50	59,84	11,18	2,28	94,89	2,87	24,80	8,16	1,47	35,00	2,15	9,02
		9			12,83	66,10	12,43	2,27	104,72	2,86	27,48	8,91	1,46	38,60	2,18	10,07
		5,5			8,63	52,68	9,03	2,47	83,56	3,11	21,80	7,10	1,59	30,90	2,17	6,78
8	80	6	9,0	3,0	9,38	56,97	9,80	2,47	90,40	3,11	23,54	7,60	1,58	33,40	2,19	7,36
		7			10,85	65,31	11,32	2,45	103,66	3,09	26,97	8,55	1,58	38,30	2,23	8,51
		8			12,30	73,36	12,80	9,44	116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	43,00	2,27	9,65
		10			15,14	88,58	15,67	2,42	140,31	3,04	36,85	11,09	1,56	56,70	2,35	11,88
		12			17,90	102,74	18,42	2,40	162,27	3,01	43,21	12,62	1,55	59,50	2,42	14,05

Продовження табл. Д.1

Довідкові величини для осей																
Номер профілю	b	t	R	r	Площа пере- різу, см ²	x - x			x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀			I _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Маcа l м, кг
						I _x , см ⁴	W _x , см ³	I _x , см	I _{x₀ max} , см ⁴	i _{x₀ max} , см	I _{y₀ min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀ min} , см			
9	90	6			10,61	82,10	12,49	2,78	130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	48,10	2,43	8,33
		7			12,28	94,30	14,45	2,77	149,67	3,49	38,94	11,15	1,78	55,40	2,47	9,64
		8	10,0	3,3	13,93	106,11	16,36	2,76	168,42	3,48	43,80	12,34	1,77	62,30	2,51	10,93
		9			15,60	118,00	18,29	2,75	186,00	3,46	48,60	13,48	1,77	68,00	2,55	12,20
		10			17,17	128,60	20,07	2,74	203,93	3,45	53,27	14,54	1,76	75,30	2,59	13,48
		12			20,33	149,67	23,85	2,71	235,88	3,41	62,40	16,53	1,75	86,20	2,67	15,96
10	100	6,5			12,82	122,10	16,69	3,09	193,46	3,89	50,73	13,38	1,99	71,40	2,68	10,06
		7			13,75	130,59	17,90	3,08	207,01	3,88	54,16	14,13	1,98	76,40	2,71	10,79
		8			15,60	147,19	20,30	3,07	233,46	3,87	60,92	15,66	1,98	86,30	2,75	12,25
		10	12,0	4,0	19,24	178,95	24,97	3,05	283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	110,00	2,83	15,10
		12			22,80	208,90	29,47	3,03	330,95	3,81	86,84	21,10	1,95	122,00	2,91	17,90
		14			26,28	237,15	33,83	3,00	374,98	3,78	99,32	23,49	1,94	138,00	2,99	20,63
11	110	15			27,99	250,68	35,95	2,99	395,87	3,76	105,48	24,62	1,94	145,00	3,03	21,97
		16			29,68	263,82	38,04	2,98	416,04	3,74	111,61	25,79	1,94	152,00	3,06	23,30
		7			15,15	175,61	21,83	3,40	278,54	4,29	72,68	17,36	2,19	106,00	2,96	11,89
		8			17,20	198,17	24,77	3,39	314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	116,00	3,00	13,50

Продовження табл. Д.1

Довідкові величини для осей																
Номер профілю	b	t	R	r	Площа пере-різу, см ²	x - x			x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀			I _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Mac I _m , кг
						I _x , см ⁴	W _x , см ³	I _x , см	I _{x₀ max} , см ⁴	i _{x₀ max} , см	I _{y₀ min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀ min} , см			
12	120	8			18,80	259,75	29,68	3,72	412,45	4,68	107,04	23,29	2,39	153,00	3,25	14,76
		10			23,24	317,16	36,59	3,69	503,79	4,66	130,54	27,72	2,37	187,06	3,33	18,24
		12			27,60	371,80	43,30	3,67	590,28	4,62	153,33	31,79	2,36	218,00	3,41	21,67
		15			33,99	448,90	52,96	3,63	711,32	4,57	186,48	37,35	2,34	262,00	3,53	26,68
12,5	125	8			19,69	294,36	32,20	3,87	466,76	4,87	121,96	25,67	2,49	172,00	3,36	15,46
		9			22,00	327,48	36,00	3,86	520,00	4,86	135,88	28,26	2,48	192,00	3,40	17,30
		10			24,33	359,82	39,74	3,85	571,04	4,84	148,59	30,45	2,47	211,00	3,45	19,10
		12			28,89	422,23	47,06	3,82	670,02	4,82	174,43	34,94	2,46	248,00	3,53	22,68
		14			33,37	481,76	54,17	3,80	763,90	4,78	199,62	39,10	2,45	282,00	3,61	26,20
		16			37,77	538,56	61,09	3,78	852,84	4,75	224,29	43,10	2,44	315,00	3,68	29,65
		9			24,72	465,72	45,55	4,34	739,42	5,47	192,03	35,92	2,79	274,00	3,78	19,41
		10	14,0	4,6	27,33	512,29	50,32	4,33	813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	301,00	3,82	21,45
14	140	12			32,49	602,49	59,66	4,31	956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	354,00	3,90	25,50
		10			29,33	634,76	58,07	4,65	1 008,56	5,86	260,97	45,34	2,98	374,00	4,07	23,02
		12			34,89	747,48	68,90	4,63	1 187,86	5,83	307,09	52,32	2,97	440,00	4,15	27,39
		15			43,08	908,38	84,66	4,59	1 442,60	5,79	374,17	61,96	2,95	534,00	4,27	33,82
15	150	18			51,09	1 060,08	99,86	4,56	1 680,92	5,74	439,24	70,91	2,93	621,00	4,38	40,11

Продовження табл. Д.1

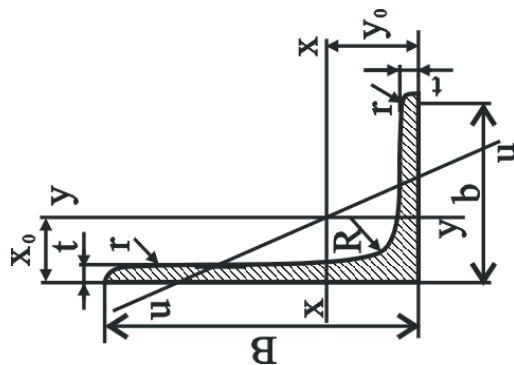
Довідкові величини для осей																
Номер профілю	b	t	R	r	Площа пере-різу, см ²	x – x			x ₀ – x ₀		y ₀ – y ₀			I _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Мака І, кг
						I _x , см ⁴	W _x , см ³	I _x , см	I _{x₀ max} , см ⁴	i _{x₀ max} , см	I _{y₀ min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀ min} , см			
16	160	10	16,0	5,3	31,43	774,24	66,19	4,96	1 229,10	6,25	319,38	52,52	3,19	455,00	4,30	24,67
		11			34,42	844,21	72,44	4,95	1 540,66	6,24	347,77	56,53	3,18	496,00	4,35	27,02
		12			37,39	912,89	78,62	4,94	1 450,00	6,23	375,78	60,53	3,17	537,00	4,39	29,35
		14			43,57	1 046,47	90,77	4,92	1 662,13	6,20	430,81	68,15	3,16	615,00	4,47	33,97
		16			49,07	1 175,19	102,64	4,89	1 865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	690,00	4,55	38,52
		18			54,79	1 290,24	114,24	4,87	2 061,03	6,13	537,46	82,08	3,13	771,00	4,63	43,01
		20			60,40	1 418,85	125,60	4,85	2 248,26	6,10	589,43	90,02	3,12	830,00	4,70	47,44
		11			38,80	1 216,44	92,47	5,60	1 933,10	7,06	499,78	72,86	3,59	716,00	4,85	30,47
		12			42,19	1 316,62	100,41	5,59	2 092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	776,00	4,89	33,12
		18			61,99	1 884,07	146,36	5,51	2 992,69	6,95	775,44	106,88	3,54	1 108,00	5,13	48,66
	180	20	16,0	5,3	68,43	2 061,11	161,07	5,49	3 271,31	6,91	850,92	115,71	3,53	1 210,00	5,20	53,72

Продовження табл. Д.1

Довідкові величини для осей																	
Номер профілю	b	t	R	r	Площа пере-різу, см ²	x - x			x ₀ - x ₀		y ₀ - y ₀				I _{xy} , см ⁴	z ₀ , см	Maca I _m , кг
						I _x , см ⁴	W _x , см ³	I _x , см	I _{x₀ max} , см ⁴	i _{x₀ max} , см	I _{y₀ min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀ min} , см				
20	200	12	18,0	6,0	47,10	1 822,78	124,61	6,22	2 896,16	7,84	749,40	98,68	3,99	1 073,00	5,37	36,97	
		13			0,85	1 960,77	134,44	6,21	3 116,18	7,83	805,35	105,07	3,98	1 156,00	5,42	39,92	
		14			54,60	2 097,00	144,17	6,20	3 333,00	7,81	861,00	111,50	3,97	1 236,00	5,46	42,80	
		16			61,98	2 362,57	163,37	6,17	3 755,39	7,78	969,74	123,77	3,96	1 393,00	5,54	48,65	
		18			69,30	2 620,64	182,22	6,15	4 164,54	7,75	1 076,74	135,48	3,94	1 544,00	5,62	54,4	
		20			76,54	2 871,47	200,73	6,12	4 560,42	7,72	1 181,92	146,62	3,93	1 689,00	5,70	60,08	
22	220	24	21,0	7,0	90,78	3 350,66	236,77	6,08	5 313,59	7,65	1 387,73	167,74	3,91	1 963,00	5,85	71,26	
		25			94,29	3 466,21	245,59	6,06	5 494,04	7,63	1 438,38	172,68	3,91	2 028,00	5,89	74,02	
		30			111,54	4 019,60	288,57	6,00	6 351,05	7,55	1 698,16	193,06	3,89	2 332,00	6,07	87,56	
		14			60,38	2 814,36	175,18	6,83	4 470,15	8,60	1 158,56	138,62	4,38	1 655,00	5,91	47,40	
		16			68,58	3 175,44	198,71	6,80	5 045,37	8,58	1 305,52	153,34	4,36	1 862,00	6,02	53,83	

Довідкові величини для осей															Мака І м, кг	
Номер профілю	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	Площа пере- різу, см ²	<i>x</i> – <i>x</i>			<i>x</i> ₀ – <i>x</i> ₀		<i>y</i> ₀ – <i>y</i> ₀			<i>I</i> _{xy} , см ⁴		<i>z</i> ₀ , см
	мм					<i>I</i> _{<i>x</i>} , см ⁴	<i>W</i> _{<i>x</i>} , см ³	<i>I</i> _{<i>x</i>} , см	<i>I</i> _{<i>x</i>0 max} , см ⁴	<i>i</i> _{<i>x</i>0 max} , см	<i>I</i> _{<i>y</i>0 min} , см ⁴	<i>W</i> _{<i>y</i>0} , см ³	<i>i</i> _{<i>y</i>0 min} , см			
25	250	16	24,0	8,0	78,40	4 717,10	258,43	7,76	7 492,10	9,78	1 942,09	203,45	4,98	2 775,00	6,75	61,55
		18			87,72	5 247,24	288,82	7,73	8 336,69	9,75	2 157,78	223,39	4,96	3 089,00	6,83	68,86
		20			96,96	5 764,87	318,76	7,71	9 159,73	9,72	2 370,01	242,52	4,94	3 395,00	6,91	76,11
		22			106,12	6 270,32	348,26	7,69	9 961,60	9,69	2 579,04	260,52	4,93	3 693,00	7,00	83,31
		25			119,71	7 006,39	391,72	7,65	11125,52	9,64	2 887,26	287,14	4,91	4 119,00	7,11	93,97
	28				133,12	7 716,86	434,86	7,61	12243,84	9,59	3 189,89	311,98	4,90	4 527,00	7,23	104,50
	30				141,96	8 176,51	462,11	7,59	12964,66	9,56	3 388,98	327,82	4,89	4 788,00	7,31	111,44

Кутники сталеві нерівнобічні. Сортакмент (ГОСТ 8510-86)



B – ширина більшої полиці; b – ширина меншої полиці;
 t – товщина полиці;
 R – радіус внутрішнього заокруглення; r – радіус заокруглення полиць;
 I – момент інерції; i – радіус інерції;
 x_0, y_0 – відстань від центра ваги до зовнішніх граней полиць;
 I_{xy} – відцентровий момент інерції

Таблиця Д.2

Номер профілю	мм					Площа перерізу, см ²	Довідкові величини для осей										x_0 , см	y_0 , см ⁴	I_{xy} , см ⁴	Кут нахилу/ осі u , $\text{tg } \alpha$	Маса l м, кг
	B	b	t	R	r		$x-x$			$y-y$			$u-u$								
							I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	$I_{u\min}$, см ⁴	W_u , см ³	$i_{u\min}$, см						
2,5/ 1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,70	0,43	0,78	0,22	0,19	0,44	0,13	0,16	0,34	0,42	0,86	0,22	0,392	0,91	
							1,27	0,62	0,94	0,45	0,30	0,56	0,26	0,25	0,43	0,51	1,00	0,43	0,427	1,12	
3/2	30	20	3	3,5	1,2	1,43	1,61	0,82	0,93	0,56	0,39	0,55	0,34	0,32	0,43	0,54	1,04	0,54	0,421	1,46	
			4			1,86															

Продовження табл. Д.2

Номер профілю	мм					Площа перерізу, см ²	Довідкові величини для осей										x ₀ , см	y ₀ , см ⁴	I _{xy} , см ⁴	Кут нахилу осі u, tg α	Маса l м, кг
	B	b	t	R	r		x – x			y – y			u – u								
							I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	I _{u_{min}} , см ⁴	W _u , см ³	i _{u_{min}} , см						
3,2/2	32	20	3	3,5	1,2	1,49	1,52	0,72	1,01	0,46	0,30	0,55	0,28	0,25	0,43	0,49	1,08	0,47	0,382	1,17	
			4			1,94	1,93	0,93	1,00	0,57	0,39	0,54	0,35	0,33	0,43	0,53	1,12	0,59	0,374	1,52	
4/2,5	40	25	3			1,89	3,06	1,14	1,27	0,93	0,49	0,70	0,56	0,41	0,54	0,59	1,32	0,96	0,385	1,48	
			4	4,0	1,3	2,47	3,93	1,49	1,26	1,18	0,63	0,69	0,71	0,52	0,54	0,63	1,37	1,22	0,381	1,94	
4/3	40	30	5			3,03	4,73	1,82	1,25	1,41	0,70	0,68	0,86	0,64	0,53	0,66	1,41	1,44	0,374	2,38	
			4			2,67	4,18	1,54	1,25	2,01	0,91	0,87	1,09	0,75	0,64	0,78	1,28	1,68	0,544	2,09	
4,5/2,8	45	28	5			3,28	5,04	1,88	1,24	2,41	1,11	0,86	1,33	0,91	0,64	0,82	1,32	2,00	0,539	2,57	
			3	5,0	1,7	2,14	4,41	1,45	1,43	1,32	0,61	0,79	0,79	0,52	0,61	0,64	1,47	1,38	0,382	1,68	
5/3,2	50	32	4			2,80	5,68	1,90	1,42	1,69	0,80	0,78	1,02	0,67	0,60	0,68	1,51	1,77	0,379	2,20	
			3	5,5	1,8	2,42	6,18	1,82	1,60	1,99	0,81	0,91	1,18	0,68	0,70	0,72	1,60	2,01	0,403	1,90	
5,6/3,6	56	36	4			3,17	7,98	2,38	1,59	2,56	1,05	0,90	1,52	0,88	0,69	0,76	1,65	2,59	0,401	2,49	
			4	6,0	2,0	3,58	11,37	3,01	1,78	3,70	1,34	1,02	2,19	1,13	0,78	0,84	1,82	3,74	0,406	2,81	
			5			4,41	13,82	3,70	1,77	4,48	1,65	1,01	2,65	1,37	0,78	0,88	1,87	4,50	0,404	3,46	

Продовження табл. Д.2

Номер профілю	мм					Площа перерізу, см ²	Довідкові величини для осей										Кут нахилу осі u , $\text{tg } \alpha$	Маса l м, кг		
	B	b	t	R	r		$x - x$		$y - y$				$u - u$			x_0 , см			y_0 , см ⁴	I_{xy} , см ⁴
							I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	$I_{u\min}$, см ⁴	W_u , см ³	$i_{u\min}$, см					
6,3/ 4,0			4			4,04	16,33	3,83	2,01	5,16	1,67	1,13	3,07	1,41	0,87	0,91	2,03	5,25	0,397	3,17
	63	40	5	7,0	2,3	4,98	19,91	4,72	2,00	6,26	2,05	1,12	3,73	1,72	0,86	0,95	2,08	6,41	0,396	3,91
			6			5,90	23,31	5,58	1,99	7,29	2,42	1,11	4,36	2,02	0,86	0,99	2,12	7,44	0,393	4,63
			8			7,68	29,60	7,22	1,96	9,15	3,12	1,09	5,58	2,60	0,85	1,07	2,20	9,27	0,386	6,03
6,5/5			5			5,56	23,41	5,20	2,05	12,08	3,23	1,47	6,41	2,68	1,07	1,26	2,00	9,77	0,576	4,36
	65	50	6			6,60	27,46	6,16	2,04	14,12	3,82	1,46	7,52	3,15	1,07	1,30	2,04	11,46	0,575	5,18
			7	7,62	31,32	7,08	2,03	16,05	4,38	1,45	8,60	3,59	1,06	1,34	2,08	12,94	0,571	5,98		
			8	8,62	35,00	7,99	2,02	18,88	4,93	1,44	9,65	4,02	1,06	1,37	2,12	13,61	0,570	6,77		
7/4,5			5			5,59	27,76	5,88	2,23	9,05	2,62	1,27	5,34	2,20	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406	4,39
	70	45	5			6,11	34,81	6,81	2,39	12,47	3,25	1,43	7,24	2,73	1,09	1,17	2,39	12,00	0,436	4,79
			6			7,25	40,92	8,08	2,38	14,60	3,85	1,42	8,48	3,21	1,08	1,21	2,44	14,10	0,435	5,69
			7			8,37	46,77	9,31	2,36	16,61	4,43	1,41	9,69	3,69	1,08	1,25	2,48	16,18	0,435	6,57
7,5/5			8			9,47	52,38	10,52	2,35	18,52	4,88	1,40	10,87	4,14	1,07	1,29	2,52	17,80	0,430	7,43
	75	50	5			6,36	41,64	7,71	2,56	12,68	3,28	1,41	7,57	2,75	1,09	1,13	2,60	13,20	0,387	4,99
			6			7,55	48,98	9,15	2,55	14,85	3,88	1,40	8,88	3,24	1,08	1,17	2,65	15,50	0,386	5,92

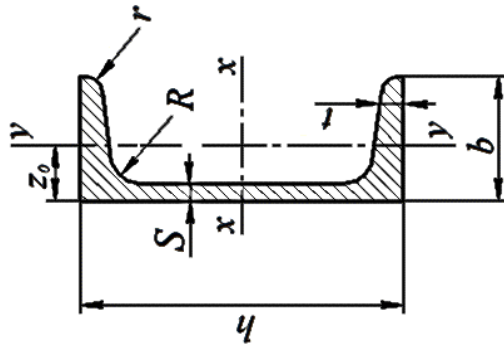
Продовження табл. Д.2

Номер профілю	мм					Площа перерізу, см ²	Довідкові величини для осей										x ₀ , см	y ₀ , см ⁴	I _{xy} , см ⁴	Кут нахилу осі u, tg α	Маса l м, кг
	B	b	t	R	r		x – x			y – y			u – u								
							I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	I _{u_{min}} , см ⁴	W _u , см ³	i _{u_{min}} , см						
8/6	80	60	6			8,15	52,06	9,42	2,53	25,18	5,58	1,76	13,61	4,66	1,29	20,98	0,547	6,39			
			7			9,42	59,61	10,87	2,52	28,74	6,43	1,75	15,58	5,34	1,29	24,01	0,546	7,39			
			8			10,67	66,88	12,38	2,50	32,15	7,26	1,74	17,49	5,99	1,28	26,83	0,544	8,37			
9/5,6		56	5,5			7,86	65,28	10,74	2,88	19,67	4,53	1,58	11,77	3,81	1,22	20,54	0,384	6,17			
			6			8,54	70,58	11,66	2,88	21,22	4,91	1,58	12,70	4,12	1,22	22,23	0,384	6,70			
			8			11,18	90,87	15,24	2,85	27,08	6,39	1,56	16,29	5,32	1,21	28,33	0,380	8,77			
10/ 6,3	100	63	6			9,58	98,29	14,52	3,20	30,58	6,27	1,79	18,20	5,27	1,38	31,50	0,393	7,53			
			7			11,09	112,86	16,78	3,19	34,99	7,23	1,78	20,83	6,06	1,37	36,10	0,392	8,70			
			8			12,57	126,96	19,01	3,18	39,21	8,17	1,77	23,38	6,82	1,36	40,50	0,391	9,87			
10/ 6,5	100	65	10			15,47	153,83	23,32	3,15	47,18	9,99	1,75	28,34	8,31	1,35	48,60	0,387	12,14			
			7			11,23	114,05	16,87	3,19	38,32	7,10	1,85	22,77	6,43	1,41	38,00	0,415	8,81			
			8			12,73	138,31	19,11	3,18	42,96	8,70	1,84	25,24	7,26	1,41	42,64	0,414	9,99			
11/7	110	70	10			15,67	155,52	23,45	3,15	51,68	10,64	1,82	30,60	8,83	1,40	51,18	0,410	12,30			
			6,5			11,45	142,42	19,11	3,53	45,61	8,42	2,00	26,94	7,05	1,53	46,80	0,402	8,98			
			8			13,93	171,54	23,22	3,51	54,64	10,20	1,98	32,31	8,50	1,52	55,90	0,400	10,93			

Закінчення табл. Д.2

Номер профілю	мм					Площа перерізу, см ²	Довідкові величини для осей										Кут нахилу осі u , $\text{tg } \alpha$	Маса l м, кг
	B	b	t	R	r		$x - x$			$y - y$			$u - u$					
							I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	$I_{u\min}$, см ⁴	W_u , см ³	$i_{u\min}$, см			
12,5/ 8	125	80	7	11	3,7	14,06	226,53	26,67	4,01	73,73	11,89	2,29	43,40	9,96	1,76	1,80	4,01	11,04
			8			15,98	255,62	30,27	4,00	80,95	13,47	2,28	48,82	11,25	1,75	1,84	4,04	12,54
			10			19,70	311,61	37,27	3,98	100,47	16,52	2,26	59,33	13,74	1,74	1,92	4,14	15,47
			12			23,36	364,79	44,07	3,95	116,84	19,46	2,24	69,47	16,11	1,72	2,00	4,22	18,34
14/9	140	90	8	12	4,0	18,00	363,68	38,25	4,49	119,79	17,19	2,58	70,27	14,39	1,98	2,03	4,49	14,13
			10			22,24	444,45	47,19	4,47	145,54	21,14	2,56	85,51	17,58	1,96	2,12	4,58	17,46
16/10	160	100	9	13	4,3	22,87	605,97	56,04	5,15	186,03	23,96	2,85	110,40	20,01	2,20	2,24	5,19	17,96
			10			25,28	660,59	61,91	5,13	204,09	26,42	2,84	121,16	22,02	2,19	2,28	5,23	19,85
			12			30,04	784,22	73,42	5,11	238,75	31,23	2,82	142,14	25,93	2,18	2,36	5,32	23,58
			14			34,72	897,19	84,65	5,08	271,60	35,89	2,80	162,49	29,75	2,16	2,43	5,40	27,26
18/11	180	110	10	14	4,7	28,33	952,28	78,59	5,80	276,37	32,27	3,12	165,44	26,96	2,42	2,44	5,88	22,24
			12			33,69	1 122,56	93,33	5,77	324,09	38,20	3,10	194,28	31,83	2,40	2,52	5,97	26,45
20/ 12,5	200	125	11			34,87	1 449,02	107,31	6,45	446,36	45,98	3,58	263,84	38,27	2,75	2,79	6,50	27,37
			12			37,89	1 568,19	116,51	6,43	481,93	49,85	3,57	285,04	41,45	2,74	2,83	6,54	29,74
			14			43,87	1 800,83	134,64	6,41	550,77	57,43	3,54	326,54	47,57	2,73	2,91	6,62	34,43
			16			49,77	2 026,08	152,41	6,38	616,66	64,83	3,52	366,99	53,56	2,72	2,99	6,71	39,07

Швелери. Сортамент (ГОСТ 8240-72)



h – висота; b – ширина полиці;
 t – товщина полиці; s – товщина стінки;
 R – радіус внутрішнього заокруглення; r – радіус заокруглення полиці;
 I – момент інерції; i – радіус інерції;
 W – момент опору;
 S – статичний момент півперерізу;
 z_0 – відстань від центра ваги до зовнішньої грані полиці

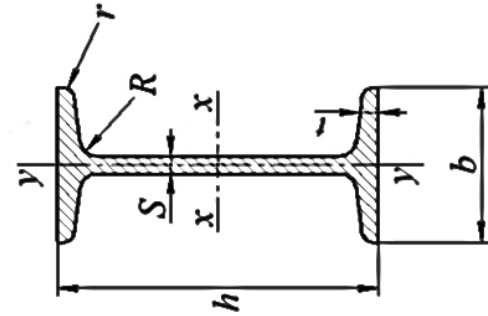
Таблиця Д.3

Номер швелера	h	b	s	t	R	r	Площа перерізу, см ²	Маса 1 м, кг	Довідкові величини для осей						z ₀ , см	
	мм								x – x			y – y				
									I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³		i _y , см
5	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,0	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	23,3	12,80	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,4	20,40	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,4	304,0	50,6	4,78	29,6	31,20	8,52	1,53	1,54

Закінчення табл. Д.3

Номер швелера	мм						Площа перерізу, см ²	Маса I м, кг	Довідкові величини для осей						z ₀ , см	
	h	b	s	t	R	r			x – x			y – y				
									I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³		i _y , см
14	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,60	12,3	491,0	70,2	5,60	40,8	45,40	11,00	1,70	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	8,0	4,5	17,00	13,3	545,0	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,2	747,0	93,4	6,42	54,1	63,30	13,80	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,4	78,80	16,40	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,3	1 090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,4	1 190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,4	1 520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	9,5	5,5	25,2	19,8	1 670	167	8,89	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,0	2 110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	220	87	5,4	10,2	10,0	6,0	28,8	22,6	2 330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,0	2 900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	240	95	5,6	10,7	10,5	6,0	32,9	25,8	3 180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,7	4 160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,8	5 810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,5	7 980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,9	10 820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,3	15 220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

Балки двотаврові. Соргамент (ГОСТ 8239-72)



- h – висота; b – ширина полиці;
 t – середня товщина полиці; s – товщина стінки;
 R – радіус внутрішнього заокруглення; r – радіус заокруглення полиці;
 I – момент інерції; i – радіус інерції;
 W – момент опору;
 S – статичний момент півперерізу

Таблиця Д.4

Номер балки	h	b	s	t	R	r	Площа перерізу, см ²	Маса 1 м, кг	Довідкові величини для осей						
									x – x				y – y		
									I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1 840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	22,70	2 030	203,0	8,37	114,0	155,0	28,20	2,32

Закінчення табл. Д.4

Номер балки	h	b	s	t	R	r	Площа перерізу, см ²	Маса 1 м, кг	Довідкові величини для осей							
									x – x						y – y	
									I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2 550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27	
22a	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	25,80	2 790	254,0	9,22	143,0	206,0	34,30	2,50	
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3 460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37	
24a	240	125	6,6	9,8	10,5	4,0	37,5	29,40	3 800	317,0	10,10	178,0	260,0	41,60	2,63	
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5 010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54	
27a	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	33,90	5 500	407,0	11,30	229,0	337,0	50,00	2,80	
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7 080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69	
30a	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	39,20	7 780	518,0	12,50	292,0	436,0	60,10	2,95	
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9 840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,96	2,79	
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13 380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89	
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19 062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03	
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27 696	1 231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09	
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39 727	1 589,0	19,90	919,0	1 043,0	123,00	3,23	
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55 962	2 035,0	21,80	1 181,0	1 356,0	151,00	3,39	
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76 806	2 560,0	23,60	1 491,0	1 725,0	182,00	3,54	

Коефіцієнти φ

Гнучкість λ	Коефіцієнт φ				Гнучкість λ	Коефіцієнт φ			
	Ст2 Ст3 Ст4	Ст5	Чавун	Деревина		Ст2 Ст3 Ст4	Ст5	Чавун	Деревина
0	1,00	1	1	1					
10	0,99	0,98	0,97	0,99	110	0,52	0,43	—	0,25
20	0,96	0,95	0,91	0,97	120	0,45	0,36	—	0,22
30	0,94	0,92	0,81	0,93	130	0,40	0,33	—	0,18
40	0,92	0,89	0,69	0,87	140	0,36	0,29	—	0,16
50	0,89	0,86	0,57	0,80	150	0,32	0,26	—	0,14
60	0,86	0,82	0,44	0,71	160	0,29	0,24	—	0,12
70	0,81	0,76	0,34	0,60	170	0,26	0,21	—	0,11
80	0,75	0,70	0,26	0,48	180	0,23	0,19	—	0,10
90	0,69	0,62	0,20	0,38	190	0,21	0,17	—	0,09
100	0,60	0,51	0,16	0,31	200	0,19	0,16	—	0,08

Для нотаток

Виробничо-практичне видання

Костриця Сергій Анатолійович
Урсуляк Людмила Вікторівна
Даценко Віктор Миколайович
Недужа Лариса Олександрівна

ОПІР МАТЕРІАЛІВ

Методичні рекомендації
до виконання розрахунково-графічної роботи на тему
«Добір площі поперечного перерізу стиснутого стержня»

Редактор *Ольга Котова*
Комп'ютерна верстка *Олена Гончаренко*

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 3,43. Обл.-вид. арк. 3,45.
Тираж 5 пр. Зам. №

Український державний університет науки і технологій
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1315 від 31.03.2003

Адреса видавця та дільниці оперативної поліграфії:
вул. Лазаряна, 2, Дніпро, 49010