

Міністерство освіти і науки України
Український державний університет науки і технологій

Факультет «Комп'ютерних технологій і систем»

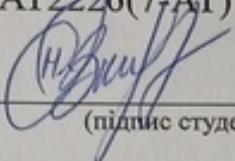
Кафедра «Автоматика та телекомунікації»

Пояснювальна записка

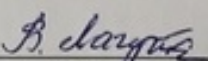
до кваліфікаційної роботи
на здобуття освітнього ступеня магістр

на тему: Аналіз методів ідентифікації автоматизованих об'єктів
за освітньою програмою «Автоматика та автоматизація на транспорті»
зі спеціальності: 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Виконав: студент групи АТ2226(7-АТ)

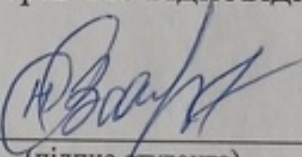

/ Олег ЗАГРУДНИЙ /
(підпис студента)

Керівник: доцент кафедри АТ


/ доцент, Василь ЛАГУТА /
(підпис керівника)

Засвідчую, що у цій роботі немає запозичень
з праць інших авторів без відповідних
посилань.

Студент


(підпис студента)

Дніпро – 2024 рік

**Ministry of Education and Science of Ukraine
Ukrainian State University of Science and Technology**

Faculty of Computer Technologies and Systems

Department of Automation and Telecommunication

Explanatory Note

to Master's Thesis

master

(higher education degree)

o

a

c

t

b

e

d

D
o
n
S
c
b
n
t
h
i
e
t
S
d
p
n
t
v
i
S
o
t

t

a

B

b

A

n

a

k

y

s

i

s

t

i

o

n

in the Specialty: 151 Automation and computer-integrated technologies

Dnipro – 2024

identification methods automated objects

Міністерство освіти і науки України
Український державний університет науки і технологій

Факультет: Комп'ютерних технологій і систем
Кафедра: Автоматика та телекомунікації
Рівень вищої освіти: Магістр
Освітня програма: Автоматика та автоматизація на транспорті
Спеціальність: 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри АТ

_____ Володимир ГАВРИЛЮК

(підпис)

(Ім'я ПРИЗВИЩЕ)

« _____ » _____ 202__ р.

З А В Д А Н Н Я

на кваліфікаційну роботу _____ магістра
(ступінь вищої освіти)

студенту Загрудний, Олег Миколайович
(Прізвище, Ім'я По батькові)

1. Тема роботи: _____ Аналіз методів ідентифікації автоматизованих об'єктів

Керівник роботи: _____ Лагута Василь Васильович, к.т.н., доцент
(Прізвище, Ім'я, По батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом від _____ " 21 " 11 2022 р. № 1149 ст

2. Строк подання студентом роботи: 15.12.2023 р.

3. Вихідні дані до роботи: _____ Передаточні функції типових ланок САК та їх числові параметри

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно опрацювати):

4.1 Аналітична частина: провести аналіз методів ідентифікації лінійних САК

4.2 Основна частина: 1) виконати дослідження з моделювання САК;

2) розробити програму з ідентифікації аперіодичної ланки першого порядку, ідентифікації аперіодичної ланки другого порядку

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень):

Структури САК. Математичні описи САК. Опис методів ідентифікації.

Елементів пристрою. Результати досліджень за моделями

6. Консультанти розділів роботи:

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Завдання видав: (підпис консультанта, дата)	Завдання прийняв: (підпис студента, дата)
Аналітична частина	Лагута В.В.	23.11.2022	
Основна частина	Лагута В.В.	23.11.2022	

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Вступ (Актуальність. Мета роботи. Методи дослідження. Практична значення отриманих результатів)	15.09.2023	3-5 стор
2	Розділ 1. Огляд літературних джерел за темою дослідження	01.10.2023	12-15 с
3	Розділ 2. Аналіз методів ідентифікації лінійних САК	05.11.2023	12-15 с
4	Розділ 3. Дослідження з моделювання	15.12.2023	12-15 с
5	Висновки	15.12.2023	1-2 с
6	Подання кваліфікаційної роботи до кафедри	15.12.2023	
7	Захист кваліфікаційної роботи на засіданні Екзаменаційної комісії		

Студент

_____ (підпис)

Олег ЗАГРУДНИЙ

_____ (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Керівник роботи

_____ (підпис)

Василь ЛАГУТА

_____ (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи магістра:

69 сторінок, 58 рисунок, 14 джерел літератури.

Об'єкт розробки – ідентифікація лінійних систем автоматичного управління (САУ).

Мета роботи – методи параметричної та структурної ідентифікації лінійних САУ в телекомунікаційних системах.

Методи дослідження – структурна ідентифікація, параметрична ідентифікація за часовими характеристиками об'єкта.

У першому розділі приведений аналіз систем ідентифікації виконано огляд літературних джерел за обраною тематикою.

У другому розділі розкрито методи ідентифікації лінійних систем автоматичного управління.

В третьому розділі розроблено математичні моделі і досліджено аперіодичні ланки першого та другого порядку.

Висновок. У результаті моделюючих досліджень (за допомогою програмного пакету Workbench і MatLab), визначена математична модель об'єкта. На підставі отриманих результатів проведена структурна і параметрична ідентифікація. Розроблена програма ідентифікації об'єкта. Досліджені методи ідентифікації можуть використовуватися для обчислення параметрів типових динамічних ланок реальних об'єктів.

Ключові слова: ІДЕНТИФІКАЦІЯ, МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ, МОДЕЛЬ, ПЕРЕДАВАЛЬНА ФУНКЦІЯ, ПЕРЕХІДНА ХАРАКТЕРИСТИКА, СИСТЕМА АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ.

ЗМІСТ

ВСТУП	7
1 О	
1 Г	
М Л	
К Я	
М Д	
Ф	
Основні типи сигналів в теорії ідентифікації	25
В І	
АНАЛІЗ МЕТОДІВ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЛІНІЙНИХ	
В Е	
К Р	
А А	
Б Т	
Ідентифікація об'єкта керування методом регресійного аналізу	37
Ідентифікація об'єктів керування методом кореляційного аналізу	42
Ф.6. Ідентифікація узагальненим рекурентним методом найменших квадратів	44
Д Х	
Ф	
М Д	
Ідентифікація аперіодичного ланки 1-го порядку	56
Д.4. Ідентифікація аперіодичного ланки 2-го порядку	60
Д Р	
Ж Е	
В Л	
В	
Д. 3	
Д. А	
Д.	
Д. П	

ВСТУП

Завдання ідентифікації зводиться до визначення оператора моделі, що перетворює вхідні дії об'єкта в вихідні величини [1-6]. Оператор об'єкта його математичної формалізацією, тобто. математичною моделлю об'єкта, і може бути визначено у відповідних просторах функцій.

Оператори можуть характеризуватись різними структурою та характеристиками, і відповідно, завдання ідентифікації об'єкта може мати різні постановки.

При побудові математичних моделей важливу роль грають такі чинники. До початку проведення експерименту необхідно визначити умови, в яких проводитиметься збір даних, вирішити питання подальшого конкретного використання цих даних. Ці завдання вирішуються на етапі планування експерименту шляхом вибору числа дослідів експерименту та умов його проведення, необхідних та достатніх для вирішення поставленої задачі з необхідною точністю.

Цей етап безпосередньо не відноситься до ідентифікації, а передує їй.

У конструктивному сенсі ідентифікація – це визначення щодо вхідних та вихідних впливів такої моделі з певного класу моделей, якою реальна досліджувана система еквівалентна. Відповідно до цього, потрібно визначити клас моделей, серед яких буде обрано найбільш підходящу. На цьому етапі необхідно вибрати загальну структуру моделі і клас рівнянь, якими передбачається описувати процес, що спостерігається. Цей етап іноді називається ідентифікацією у сенсі чи структурної ідентифікацією і найчастіше виявляється вирішальним чинником. Для успішного вирішення завдання структурної ідентифікації потрібно використовувати апріорні відомості про фізичні, хімічні чи інші явища, що відбуваються в процесі, знання формальних аналітичних властивостей моделей, інженерні навички та інтуїцію. До цього

часу загальних формальних підходів до вирішення завдання структурної ідентифікації немає, і етап структурної ідентифікації часто зводиться до евристичного завдання структури моделі, з урахуванням апріорних відомостей про об'єкт.

Близькість отриманої моделі реальної досліджуваної системи досить відносна, т.к. оператори об'єкта та моделі можуть бути описані різними мовами, мати різну структуру чи кількість входів, і тому поняття адекватності може бути сформульовано різними способами. Т.к. безпосередньо оцінити близькість операторів об'єкта і моделі складно чи найчастіше неможливо, найчастіше оцінюється близькість вихідних величин об'єкта і моделі чи математичного очікування помилок оцінок параметрів. Для цього вводиться поняття функції втрат або ризику, що надалі підлягає мінімізації. Далі для вибору «найкращої» моделі з певного класу на підставі цієї функції втрат формується певний критерій, і надалі завдання ідентифікації стає оптимізацією обраного критерію.

Після визначення структури моделі та класу рівнянь необхідно визначити чисельні значення параметрів – коефіцієнти диференціальних, різницевих, інтегральних рівнянь чи інших математичних конструкцій лінійної чи нелінійної моделі об'єкта та (або) станів, що увійшли до рівняння математичної моделі. Отже, рішенню підлягає завдання оцінювання параметрів та (або) станів за наявними експериментальними даними, тобто. за значеннями вимірюваних змінних. Це завдання називається завданням параметричної ідентифікації чи ідентифікацією у вузькому значенні. При оцінюванні параметрів доводиться вирішувати задачу мінімізації деяких функціональних залежностей від вимірюваних величин (зазвичай від різниці вихідних сигналів моделі та об'єкта) і від величин, що не вимірюються - параметрів і станів. Для вирішення цього завдання необхідно розробити алгоритм ідентифікації, який на основі доступних для спостереження вхідних і вихідних величин визначає би

параметри моделі, що налаштовується, що мінімізують похибку модельного опису відповідно до обраним функціоналом якості.

Перехід від етапу побудови моделі до її використання вимагає оцінку якості отриманої моделі, тобто. перевірку адекватності моделі об'єкту. Внаслідок того, що абсолютна еквівалентність моделі об'єкту принципово недосяжна, то основною умовою підтвердження адекватності моделі є можливість використання отриманої моделі на вирішення тієї завдання, заради якої ця модель будувалася. Тому адекватність передбачає відтворення моделлю з необхідною повнотою всіх властивостей об'єкта, суттєвих для цілей цього дослідження. Ступінь адекватності моделі та об'єкта зазвичай оцінюють шляхом порівняння їх вихідних сигналів при подачі однакових вхідних впливів на об'єкт та його модель. Це порівняння переважно проводити на основі нової інформації, яка відрізняється від даних, які використовувалися в процесі ідентифікації об'єкта.

Актуальність. Ідентифікація об'єктів автоматизації – це важлива актуальна науково-технічна задача, розв'язання якої зводиться до побудови моделей об'єктів керування та систем керування і вирішує проблему оцінювання параметрів цих моделей, прийняття оптимальних рішень.

Мета роботи – наукове дослідження та творча інноваційна діяльність у галузі аналізу та синтезу систем автоматизації, завдяки модифікації наявних або розробки нових засобів та алгоритмів для виконання конкретної задачі виробництва.

Завдання: дослідження методів ідентифікації технологічних об'єктів, визначення раціональних алгоритмів ідентифікації автоматизованих об'єктів з умов особливостей функціонування систем регулювання.

Методи дослідження – теорія ймовірностей, математична статистика, математичний аналіз, теорія надійності, теорія автоматичного керування, теорія випадкових процесів.

Практична значимість – описані методи дослідження застосовуються для здійснення аналізу функціонування систем залізничної автоматики, з метою їх модифікації і оптимізації систем управління.

Елементи роботи подаються як приклад в дисциплінах «Теорія автоматичного управління», «Теорія надійності».

1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ЗА ТЕМОЮ ДОСЛІДЖЕННЯ

В історії розвитку теорії автоматичного управління чітко виділяються три етапи. За класифікацією, наведеною в [1, 2], першим був етап класичної детермінованої теорії автоматичного регулювання, що охопив період часу з кінця XIX по 40-е роки XX століття. У цей період основними задачами управління були завдання стійкості та завдання щодо якості перехідних процесів. Другий етап теорії управління почався в 40–50-х роках нашого століття і був приблизно до середини 70-х років. Це – етап класичної стохастичної теорії автоматичного регулювання. Він характеризується новою постановкою основної теорії задачі управління: участь випадкових возмущень, діючих в системі, і хорошу роботу в умовах постійно діючих поміч.

Близько 25 років тому в розвитку теорії автоматичного управління почався новий етап, пов'язаний з адаптивною постановкою основної задачі управління, званої ідентифікацією. Її особливість міститься в наявності значущих знань про математичну модель управління об'єктом, будь то диференціальні ураження або щільність ймовірностей випадкових зовнішніх впливів. Об'єкт – це чорний ящик, який піддається невідомим випадковим впливам [3]. Нам доступні тільки його входи і виходи. Ціль ідентифікації складається в тому, щоб уже в процесі функціонування визначити закон регулювання, що забезпечує оптимальну поведінку об'єкта. Для вирішення цієї задачі в доповненні до основного контуру в системі управління проводиться адаптація контуру.

1.1. Основні етапи і задачі ідентифікації

Під ідентифікацією динамічних об'єктів розуміють процедуру визначення структури та параметрів їх математичних моделей, які при однаковому

вхідному сигналі об'єкта та моделі забезпечують близькість виходу моделі до виходу об'єкта за наявності якогось критерію якості.

Зазвичай ідентифікація – це багатоетапна процедура. Основні її етапи наступні:

1. Структурна ідентифікація полягає у визначенні структури математичної моделі виходячи з теоретичних міркувань.

2. Параметрична ідентифікація включає проведення ідентифікуючого експерименту і визначення оцінок параметрів моделі за експериментальними даними.

3. Перевірка адекватності – перевірка якості моделі у сенсі обраного критерію близькості виходів моделі та об'єкта [1-3].

Зазначимо, що у зв'язку з різноманіттям об'єктів та різних підходів до їх моделювання існує безліч варіантів задачі параметричної ідентифікації, класифікація яких показано на рис. 1.1 [4-6].

Загальне представлення об'єкту, який належить до ідентифікації дано на рис.1.2. Динамічний об'єкт – це об'єкт, вихід якого залежить не тільки від поточного значення вхідних сигналів, а й від їх значень у попередні часи. Ідентифікований об'єкт прийнято представляти в вигляді, показаному на рис. 1.1, де t - час; $u(t)$ – контрольований (іноді керований) вхідний сигнал; $y'(t)$ – теоретичний вихід об'єкта; $y(t)$ – спостерігається вихід об'єкта; $e(t)$ – випадкова адитивна перешкода, що відображає дію факторів, що не враховуються (шум спостереження) [14].

Під моделлю зазвичай розуміється виражена у тій чи іншій формі інформація про найбільш суттєві характеристики ТОУ. За способом подання цієї інформації виділяють такі типи моделей:

- словесні, або вербальні моделі;
- фізичні моделі (зменшені копії реальних об'єктів, іноді іншої фізичної природи, що дозволяють імітувати процеси в об'єкті, що досліджується);

- математичні моделі (інформація про досліджуваний об'єкт або системі представляється як математичних термінів).

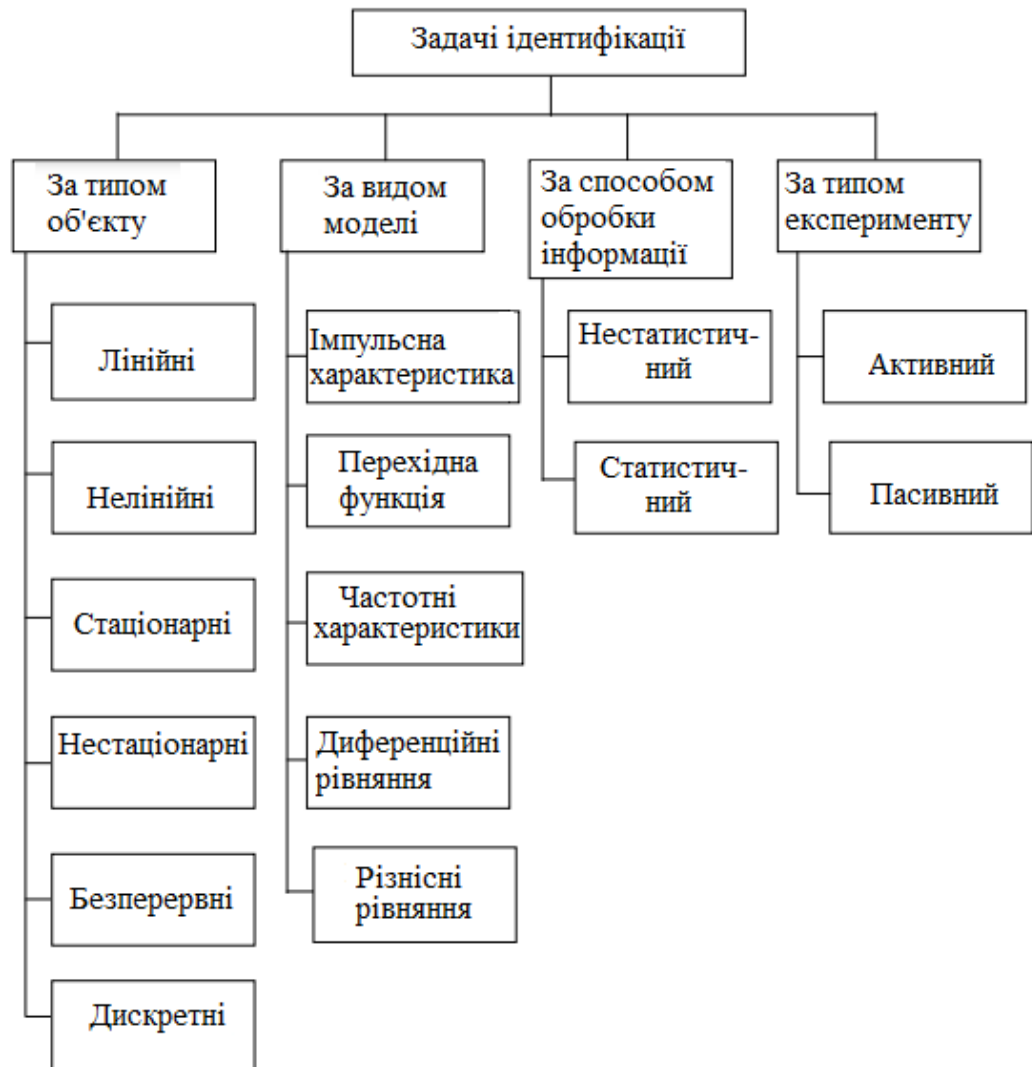


Рисунок. 1.1 – Класифікація задач ідентифікації

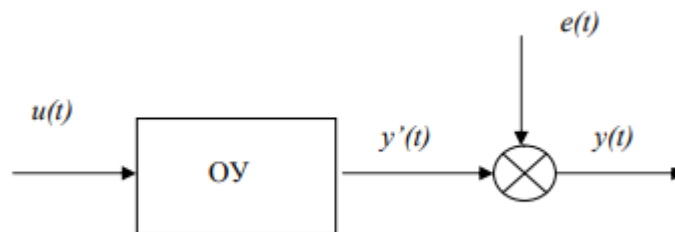


Рисунок 1.2 – Загальне представлення об'єкту, який належить до ідентифікації

Представимо модель об'єкта у вигляді наступної структурної схеми математичні моделі поділяються на:

- графічні;
- табличні;
- алгоритмічні;
- аналітичні.

Зокрема, аналітичні моделі є відображенням взаємозв'язків між змінними об'єкта у вигляді математичної формули чи групи таких формул.

Моделювання засноване на двох основних ознаках:

- на принципі практичної обмеженості фундаментальних законів природи;
- на принципі подібності, що означає, що явища різної фізичної природи можуть описуватися однаковими математичними залежностями.

Процедуру побудови моделі прийнято називати ідентифікацією, при цьому цей термін відноситься до побудови аналітичних математичних моделей динамічних об'єктів.

Якщо модель будується за експериментальними даними, то її будують таким чином.

Перед початком експериментальних досліджень проводять апіорний аналіз переліку вхідних змінних з метою відбору та включення до складу моделі пріоритетних (або лімітуючих), що мають найбільш сильний вплив на вихідні змінні $y(t)$. В першу чергу до їх складу включають вхідні змінні, що управляють, за допомогою яких здійснюється регулюючий вплив на об'єкта управління.

Поняття «оцінка моделі об'єкта управління» означає, що в процесі математичної обробки масиву даних при необхідності можна змінювати структуру моделі, наприклад замість лінійної моделі можна використовувати різні типи нелінійних [1-3].

Якщо структура моделі не змінюється, здійснюється лише оцінка параметрів моделі.

Зазвичай припускають, що зв'язок між вхідним та «теоретичним» вихідним сигналами задається у вигляді деякого оператора Ψ (оператор – правило перетворення будь-якої функції на іншу функцію):

Відомі два принципово різняться підходи до отримання оцінки моделі

$$y'(t) = \Psi[u(t)], \quad (1.1)$$

або

$$y(t) = \Psi[u(t)] + e(t). \quad (1.2)$$

Тобто експериментально-статистичний, коли модель представляють у вигляді формального рівняння (системи рівнянь), зв'язуючого вхідні та вихідні змінні у визначеному (звичайно відносно невеликому) діапазоні зміни змінних, та аналітичний, коли модель виводиться з фізичних уявлень про суть процесів у об'єкта управління.

1.2. Мета ідентифікації систем

З метою підвищення ефективності систем керування розробляється ідея адаптивних систем керування. Головна відмінність адаптивних систем управління від систем з фіксованими параметрами полягає в тому, що вони можуть пристосовуватися (підлаштовуватися) до характеристик об'єктів, що змінюються, і протікають в них процесів.

Загальна схема адаптивної системи управління представлена на рис. 1.3.

Існує два основних способи налаштування регуляторів:

- налаштування з прямим зв'язком (адаптація за розімкненим циклом);

- налаштування зі зворотним зв'язком (адаптація по замкнутому циклу).

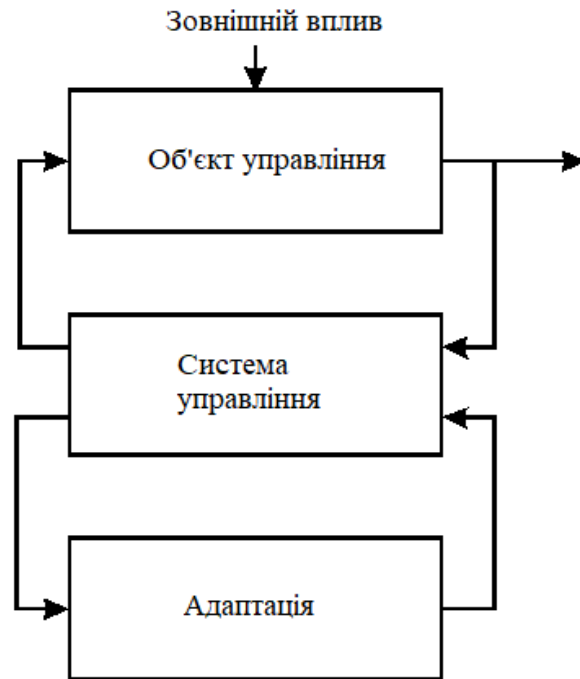


Рисунок 1.3 – Структурна схема адаптивної системи управління

Якщо відомо, як повинен налаштуватися регулятор залежно від зовнішніх вхідних факторів (доступних прямому виміру), можна застосовувати прямий метод настройки. Алгоритм налаштування дано на рис. 1.4.

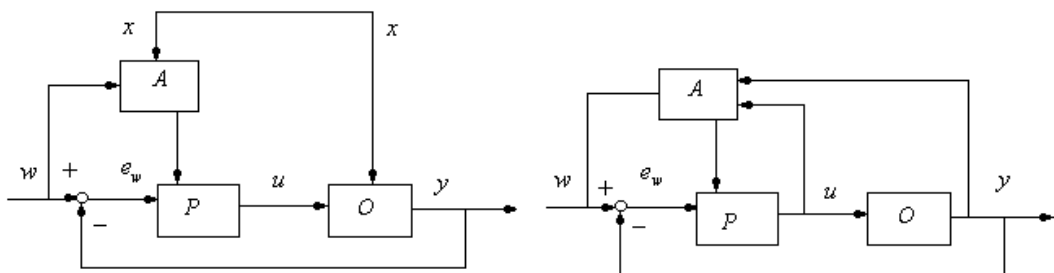


Рисунок 1.4 – Алгоритм налаштування, P – регулятор, O – об'єкт управління, w – вектор заданої змінної, e^w – помилка управління $e^w = w - y$.

В умовах, коли неможливо оцінити динамічні властивості об'єкта безпосередньо, доводиться використовувати налаштування зі зворотним зв'язком або адаптацію замкнутого контуру. При цьому необхідний мінімум інформації про об'єкт отримують шляхом обробки вимірювань вхідних та вихідних сигналів. Використання адаптації структурно рівносильне введенню другого зворотного зв'язку і відповідно другого замкнутого контуру.

Усі адаптивні регулятори можна розділити на два класи:

- самооптимізуються регулятори
- Регулятори з еталонною моделлю.

Процес адаптації в системах управління з регуляторами або регуляторами з еталонною моделлю відбувається у три етапи:

1. Ідентифікація об'єкта (еталонної моделі) чи системи управління загалом.
2. Розрахунок регулятора.
3. Налаштування регулятора.

1.3. Критерії ідентифікації

Формування критерію якості, що характеризує адекватність моделі реального об'єкта, є одним з основних етапів ідентифікації.

Для ряду практичних завдань найбільш природно, а іноді і єдино можливо, це оцінка ефективності ідентифікації за максимально можливого на робочому відрізку часу відхилення. Тоді проблема ідентифікації є по суті задачі мінімізації максимального відхилення (детермінований випадок) [1-5, 14].

При наявності випадкових збуджень і шумів, діючих на об'єкт, в якості критерію вибирається не самовідхилення, яке так само є випадковим, а його математичне очікування (стохастичний випадок) [1-3].

Значення вищеописаних критеріїв ледве чи оспоримо, однак у практичних розрахунках вони майже не використовуються. Це пов'язано з недостатньою розробленістю аналітичних прийомів.

В окремих практичних завданнях автоматичного управління в якості міри порівняння можна приймати різні характеристики (часові, частотні і т.д.) об'єкта і моделі. Критерієм ідентифікації в цьому випадку є розголошення цих характеристик. Однак, якщо модель використовується в самонастроюваній системі автоматичного керування, налаштування моделі за динамічними характеристиками вимагає наявності вимірників динамічних характеристик об'єкта та моделі, що призводить до конструктивного ускладнення систем автоматичного управління (САУ) та зменшення швидкої дії контурів самонастроювання. Тому наведені вище критерії, що використовують інформацію про вихід об'єкта та моделі, більш доцільні.

1.4. Математичний апарат теорії ідентифікації

Для ідентифікації детермінованих об'єктів приймаються регулярні функції, що зв'язують ідентифікаційні входи та виходи об'єкта. Це обставина і породило перший підхід теорії ідентифікації, який з'явився в математичному аналізі у вигляді теорії зближення функцій багатьох членів і веде своє початок від праці Чебишева [6-8]. Це напрямлення пов'язано з представленням функцій у вигляді розкладів за деякими функціями системи (частіше всього за системними поліномами).

Теорія приближення має дві ветви – теорію апроксимації та теорію інтерполяції. Останній характерний тем, що інтерполіруюча функція складається з вихідним у заданому числі точок.

Для ідентифікації стохастичних об'єктів застосовуються методи математической статистики, що дає початок теорії оцінювання. Основною задачею цієї теорії є оцінка параметрів стохастичного об'єкта за спостереженнями в обстановці випадкових повідомлень. Другим напрямленням математичної статистики для цілей ідентифікації статичних стохастичних

об'єктів стала теорія планування експериментів, яка розглядає активні експерименти з підвищення ефективності ідентифікації.

Третім підходом до вирішення завдань ідентифікації є методи теорії системи автоматичного управління [9]. Ця теорія породила спеціальні методи ідентифікації динамічних об'єктів управління в режимі нормальної експлуатації (тобто в обстановці випадкових возмущень і поміх). Саме до цих методів спочатку був застосований термін «ідентифікація».

Само математичне моделювання – це процес встановлення відповідності даному реальному об'єкту іншого математичного об'єкта – математичної моделі.

В даний час математичні моделі дуже широко використовуються в різних науках і техніці: радіоелектроніці, телекомунікаціях, приладобудуванні, статистиці, ТАУ, медицині, геології та ін.

Переваги математических моделей:

а) можливість швидко провести ряд експериментів на математичну модель з метою пошуку оптимального технологічного режиму або максимально достовірного прогнозу при мінімальних витратах часу та матеріальних ресурсів. На практиці для виконання цих дослідів було б витрачено б роки;

б) можливість на моделі задати умови експлуатації, неможливі в реальності, для перевірки оптимальних режимів;

в) математична модель за розробленими методиками (метод крутого сходження, градієнтний метод та ін) дозволяє швидко знайти оптимальні умови ведення технологічного процесу.

Побудова моделей спирається в основному на дані спостережень та експерименту. Існує два способи (а також комбінації) формування математичних моделей [6].

У першому способі досліджувана система розчленовується такі підсистеми, властивості яких очевидні з раніше накопиченого досвіду. Фактично, це, що ми

спираємося на відомі закони природи та інші надійні співвідношення, засновані на раніше проведених експериментальних дослідженнях. Формальне математичне об'єднання цих підсистем стає моделлю всієї системи. Такий підхід називається моделюванням чи аналітичним методом побудови моделей [7]. У його рамках проведення натурального експерименту не є обов'язковим. Конкретний вид процедури моделювання сильно залежить від прикладного завдання і часто визначається традиційними та специфічними засобами з прикладної області, що розглядається. Основний прийом зводиться до структуризації процесу у вигляді блок-схеми, блоки якої складаються з найпростіших елементів. Процес відновлення системи з цих простих блоків найчастіше виконується за допомогою ЕОМ і призводить не до математичної, а до машинної моделі системи.

В іншому способі побудови моделей безпосередньо використовуються експериментальні дані. І тут ведеться реєстрація вхідних і вихідних сигналів системи, і модель формується результаті обробки відповідних даних [8]. Цей спосіб називається ідентифікацією, і докладніше розглядатиметься у дипломній роботі.

Математична модель – найчастіше це чи одне рівняння математичного взаємозв'язку вихідного сигналу об'єкта (системи) з вхідним, чи система рівнянь взаємозв'язку вихідних сигналів із вхідними [9]. Так для одновимірного (один вхід та один вихід) динамічного об'єкта (системи) це диференціальне рівняння зв'язку виходу з входом або його передатна функція, яку отримують їхнє диференціальне рівняння шляхом перетворення Лапласа. Схема дослідження об'єкта управління представлена рис. 1.5.

Для багатовимірного об'єкта (кілька вхідних та вихідних сигналів) математична модель може бути задана у матричній формі. Схема дослідження багатовимірного об'єкта управління представлена рис.1.6.



Рисунок 1.5 – Схема дослідження об'єкта управління

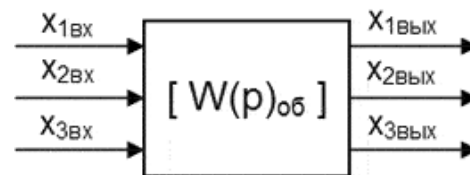


Рисунок 1.6 – Схема дослідження багатовимірного об'єкта управління

Математична модель багатовимірного об'єкта описується формулою

$$[X_{вих}] = [W(p)_{об}] \cdot [X_{вх}], \quad (1.3)$$

де $[X_{вих}] = \begin{bmatrix} x_{1вих} \\ x_{2вих} \\ x_{3вих} \end{bmatrix}$ - матриця (вектор-стовпець) вихідних сигналів;

$[X_{вх}] = \begin{bmatrix} x_{1вх} \\ x_{2вх} \\ x_{3вх} \end{bmatrix}$ - матриця (вектор-стовпець) вхідних сигналів;

$[W(p)_{об}] = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix}$ - квадратна $| 3 \times 3 |$ матриця передавальних

функцій зв'язків вихід-вхід сигналів

Потрібно уточнити, що, оскільки в САУ об'єкт управління є найменш вивченим елементом, то його математична модель є метою ідентифікації об'єкта як у динамічному (коли об'єкт виводиться зі стану рівноваги), так і в статичному (нормальний перебіг технологічного процесу) режимах роботи. Математична модель динамічного режиму роботи об'єкта – одне чи система

диференціальних рівнянь; математична модель статичного режиму - одне або система рівнянь алгебри [10].

Крім того, математична модель такого класу відноситься до об'єктів із зосередженими (компактно розміщеними у просторі) параметрами, і вхідні-вихідні сигнали мають детерміновану (певну, не випадкову природу), є безперервними (аналоговими), з лінійною характеристикою у статичному режимі при малих змінах вхідно-вихідних сигналів [11]. Такі припущення можуть бути зроблені для багатьох телекомунікацій.

1.5. Основні типи моделей у теорії ідентифікації

У курсі теорії ідентифікації розглядаються моделі, що використовуються при аналізі та синтезі різних систем автоматичного управління.

Усі моделі можна розділити на класи:

Моделі для опису безперервних систем:

- Лінійні диференціальні рівняння.

Структурна схема лінійного об'єкту управління дано на рис.1.7.

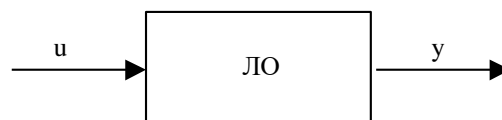


Рисунок 1.7 – Структурна схема лінійного об'єкту управління

Описується схема рівнянням:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0, \quad (1.4)$$

- Передавальні функції

$$W(p) = \frac{b_m p^n + b_{m-1} p^{m-1} + \dots b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots a_0}, \quad n \geq m \quad (1.5)$$

- Модель у просторі параметрів стану

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bU \\ y &= C^T x \end{aligned} \quad (1.6)$$

де U – вектор входу; x – вектор змінних стану; y – вектор виходу системи; A – матриця динаміки системи; B – матриця управління; C^T – матриця виміру (датчиків).

Моделі для опису дискретних систем:

- Лінійні різницеві рівняння

$$\begin{aligned} a_n y(n-k) + a_{n-1} y(n-k-1) + \dots + a_1 y(n-k-N) + a_0 &= \\ = b_m U(m-k) + b_{m-1} U(m-k-1) + \dots + b_1 U(m-k-M) + b_0, \end{aligned} \quad (1.7)$$

де n – порядок різницевого рівняння.

- Дискретні передавальні функції

$$W(z) = \frac{y(z)}{U(z)} = \frac{b_m z^{-n} + b_{m-1} z^{m-1} + \dots b_0}{a_n z^{-n} + a_{n-1} z^{-(n-1)} + \dots a_0}. \quad (1.8)$$

- Модель у просторі параметрів стану

$$x(k+1) = A \cdot x(k) + B \cdot U(k); \quad y(k) = C^T \cdot x(k). \quad (1.9)$$

- Моделі для опису нелінійних систем

$$u(t) = \delta(t) \quad y(t) = \omega(t), \quad (1.10)$$

Структурну схему нелінійної системи дано на рис.1.8. Рівняння (1.11) – (1.13) описують процеси, які протікають в ній.

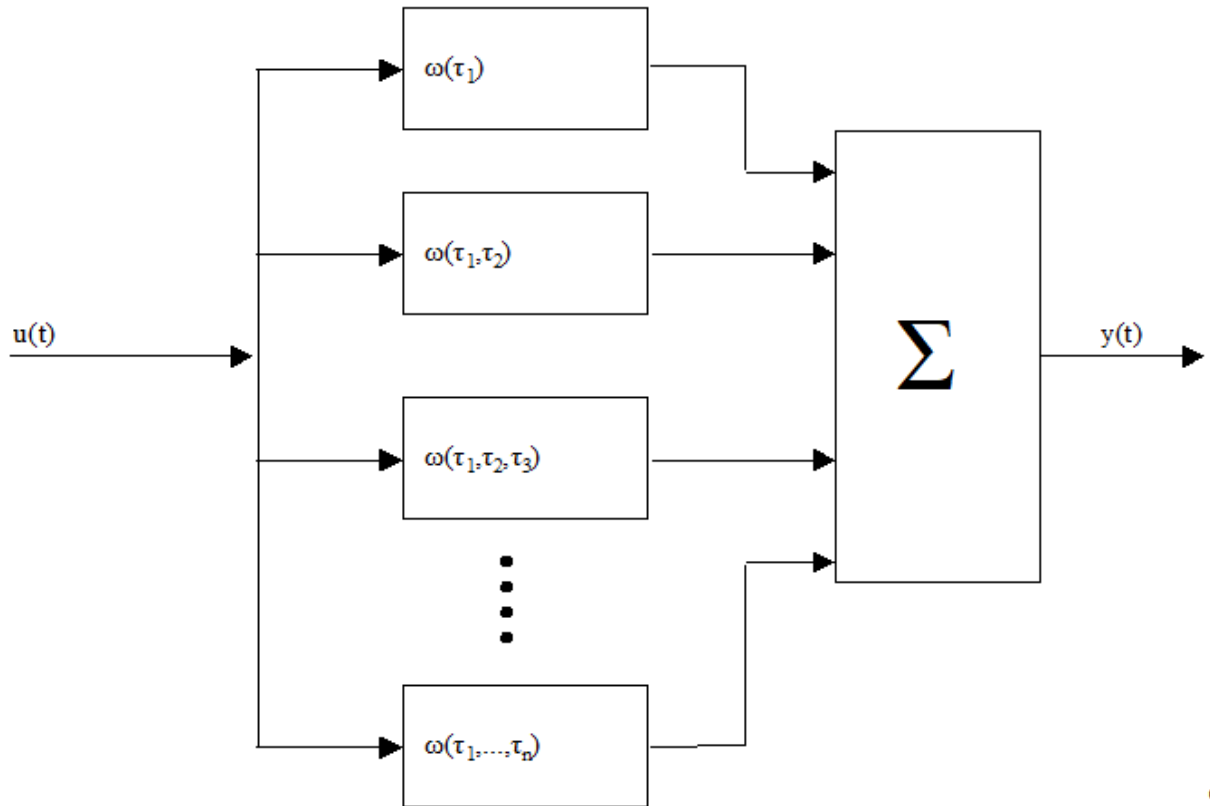


Рисунок 1.8 – Структурна схема нелінійної системи

$$y(t) = \int_0^{\infty} \omega(\tau) \cdot u(t - \tau) d\tau; \quad (1.11)$$

$$y(t) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \omega(\tau_1, \tau_2) \cdot u(t - \tau_1) \cdot u(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2; \quad (1.12)$$

$$y(t) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \omega(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \cdot u(t - \tau_1) \cdot u(t - \tau_2) \cdot u(t - \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3, \quad (1.13)$$

- Стохастичні моделі

Модель нелінійної системи з використанням ядер Вольтера

При розгляді явищ у моделях з шумами прийнято оцінювати вплив шумів на процес ідентифікації шляхом використання понять авто- та взаємно-

кореляційної функції. Оцінку впливу шумів можна проводити, якщо процес опису шумів описати наступним рівнянням:

$$R_{uy}(\tau) = \int_0^{\infty} \omega(t) R_{uu}(t - \tau) dt, \quad (1.14)$$

де R_{uu} – автокореляційна функція вхідного сигналу; R_{uy} – взаємнокореляційна функція вхідного та вихідного сигналу.

Якщо $u(t)$ – це випадковий стаціонарний процес і $y(t)$ теж, то, застосовуючи ці поняття не враховують, що R_{uu} та R_{uy} дозволяють оцінити величину випадкової складової, то вирішуючи це інтегральне рівняння ми можемо отримувати оцінки з урахуванням перешкод входу та виходу. Завдання має рішення за умови, що вхідний сигнал можна вимірювати "абсолютно" точно, а вихідний сигнал містить усі адитивні складові перешкоди.

1.6. Основні типи сигналів в теорії ідентифікації

Вхідні сигнали:

- ступінчастий одиничний вплив

$$U(t)=1(t)=\begin{cases} 1, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$$

- δ -функція

$$\delta(t)=\begin{cases} \delta(t) = \infty, t = t_0 \\ 0, t \neq t_0 \end{cases}$$

гармонійний одиничний сигнал

$$U(t) = a \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

лінійні сигнали

$$U(t)=kt+b_0$$

випадковий сигнал “Білий шум”.

1.7. Висновки за розділом

Таким чином, можливі два підходи до побудови алгоритмів ідентифікації.

У першому підході спочатку збирається масив даних (реалізації входу та виходу об'єкта на робочому відрізку часу) та оцінки параметрів моделі виходить після обробки цього масиву (ідентифікація за масивом або ретроспективна ідентифікація) [10-14]. Місце збору даних та обробки при цьому можуть бути територіально роз'єднані.

У інший постановці оцінки параметрів моделі уточнюється кожному кроці надходження нових вимірів, тобто. під час процесу. Відповідні алгоритми та оцінки називаються рекурентними (покроковими).

Якщо здійснюється деякий покроковий процес обчислення без надходження нових вимірювань, такі процедури називатимемо ітераційними (їх називають так само рекурсивними або послідовними наближеннями) [14].

Рекурентні алгоритми характерні для адаптивних систем керування, коли внаслідок дрейфу параметрів або недостатньої вихідної точності необхідно уточнення параметрів по ходу процесу [1-4, 14].

Методи ідентифікації, які реалізують певний критерій ідентифікації, можуть бути побудовані як за рекурентним, так і за ретроспективним алгоритмом.

Алгоритм ретроспективної ідентифікації з метою оцінювання вектора параметрів може бути (для дискретних відліків часу) записаний у вигляді

(1.19)

де A' – оцінка вектора A , отримана на повній вибірці;

(x_0^n, y_0^n) – масив вимірювань від 0 до n .

Рекурентний алгоритм записується у вигляді

$$A'_{k+1} = \Phi(A'_k, x_{k+1}, y_{k+1})$$

де A'_{k+1} – оцінка вектора параметрів на $(k+1)$ -му кроці; x_{k+1}, y_{k+1} – вимірювання на $(k+1)$ -ом кроці. (1.20)

Таким чином, вирішення завдань оперативної ідентифікації дискретної моделі вимагає рекурентних підходів або методів для визначення цікавих для нас коефіцієнтів. Сутність рекурентної методики полягає в тому, що поточні оцінки параметрів моделі ми повинні отримувати на підставі поточних вимірів виходу та входу реальної моделі та їх значень на попередньому такті.

2. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ

2.1. Класифікація методів ідентифікації

Можливі різні методи ідентифікації суттєво залежать від різних форм представлення математичних моделей: звичайних диференціальних, різницевих рівнянь, рівнянь згортки і т.д. При цьому жоден із методів ідентифікації не є універсальним для ідентифікації всіх видів математичних моделей, а використовується в окремих сферах застосування.

Методи ідентифікації можна класифікувати за різними ознак.

За способом тестування розрізняють активні та пасивні методи ідентифікації. В активних методах на вхід об'єкта подаються спеціально сформовані дії – тестові сигнали – детермінованого чи випадкового характеру. Перевагами цього підходу є мінімальні вимоги до апріорних відомостей про об'єкт, цілеспрямований характер ідентифікації, і, як наслідок, зменшення тимчасових та матеріальних витрат на проведення експерименту.

З використанням пасивних методів об'єкт перебуває у умовах нормального функціонування, і параметри моделі перебувають у результатах статистичної обробки спостережень. Перевагами цього підходу є відсутність необхідності проводити спеціальні дослідження об'єкта, достатньо лише вимірювання сигналів, що спостерігаються в режимі робочого функціонування об'єкта з наступним розрахунком параметрів моделі. Недоліками такого підходу є значні тимчасові витрати на збір та необхідну статистичну обробку даних та жорсткі вимоги до частотного спектру вхідного впливу - він не повинен бути менше смуги частот динамічної характеристики об'єкта, що ідентифікується.

За характером використовуваних сигналів розрізняють детерміновані та статистичні методи. При проведенні активної ідентифікації на основі сигналів детермінованих можливе застосування детермінованих методів ідентифікації. У

реальних умовах сигнали завжди схильні до дії перешкод і сильно зашумлені, і детерміновані алгоритми необхідно доповнювати статистичним усередненням (згладжуванням) одержуваних результатів.

За ознакою тимчасових витрат методи поділяються на оперативні та ретроспективні. За оперативної ідентифікації забезпечується поточне відстеження змінних параметрів об'єкта. На основі рекурентних алгоритмів, що реалізуються в темпі, близькому до швидкості перебігу процесу, оцінки параметрів моделей уточнюються в реальному часі кожному кроці надходження нових вимірів.

При ретроспективній ідентифікації спочатку збирається весь масив даних, оцінки характеристик або параметрів виходять після обробки цього масиву.

2.2. Аналітичний метод ідентифікації

Аналітичний метод виведення математичної моделі ідентичної (збігається) за характеристиками з об'єктом, що досліджується, застосуємо тоді, коли фізико-хімічні процеси, що відбуваються в об'єкті, добре вивчені. До таких об'єктів належать механічні системи, поведінка яких у статиці та динаміці підпорядковується законам Ньютона, деякі хімічні реактори з простими хімічними реакціями, що протікають у них [35]. Прикладом такого об'єкта може бути бак, зображений рис. 2.1.

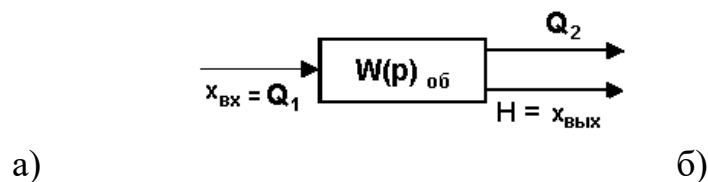


Рисунок 2.1 – Схема дослідження об'єкта управління аналітичним методом:

а) схема об'єкта; б) структурна схема об'єкта

Статичний режим описується рівняння

Динамічний режим характеризується співвідношенням

$$\begin{cases} Q_1 = Q_1^0 + \Delta Q_1 \\ Q_2 = Q_2^0 + \Delta Q_2 \end{cases} \quad Q_1^0 - Q_2^0 = Q_1^0 + \Delta Q_1 - Q_2^0 - \Delta Q_2 = \Delta Q_1 - \Delta Q_2 =$$

$$= \frac{d(\Delta V)}{dt} = \frac{d(F \cdot \Delta H)}{d\tau} = F \cdot \frac{d(\Delta H)}{d\tau}. \quad Q_2 = \alpha \cdot \sqrt{H}$$

$$\Delta Q_2 = a \cdot \Delta H$$

Тоді

$$\Delta Q_1 - a \cdot \Delta H = F \cdot \frac{d(\Delta H)}{d\tau}$$

або, переходячи до нескінченно малих прирощень, отримаємо

$$F \cdot \frac{dH}{d\tau} + a \cdot \Delta H = Q_1$$

$$\frac{F}{a} \cdot \frac{dH}{d\tau} + H = \frac{1}{a} \cdot Q_1$$

Умовно позначивши відносної розмірності

$$\frac{H}{H_{ном}} = x_{\text{вблх}}$$

$$\frac{F}{a} = T_0$$

$$\frac{1}{a} = k_{об}$$

отримаємо остаточне рівняння системи

$$\frac{dx_{\text{вблх}}}{d\tau} = x_{\text{вблх}}$$

$$T_0 \cdot \frac{dx_{\text{вблх}}}{d\tau} + x_{\text{вблх}} = k_{об} \cdot x_{\text{вблх}}$$

Також прикладом аналітичного методу ідентифікації може бути електричний двигун [36] з навантаженням, який описується диференціальним рівнянням

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{двиг.}} - M_{\text{сопр.}}$$

$M_{\text{сопр.}}$ – момент на валу і момент опору.

2.3. Експериментально-аналітичний метод ідентифікації

Суть методу полягає в наступному: на об'єкті, що діє, по входному каналу подається одна з трьох типових обурювальних впливів, які зображені на рис. 2.2.

Схема отримання математичної моделі об'єкта зображено рис. 2.3.

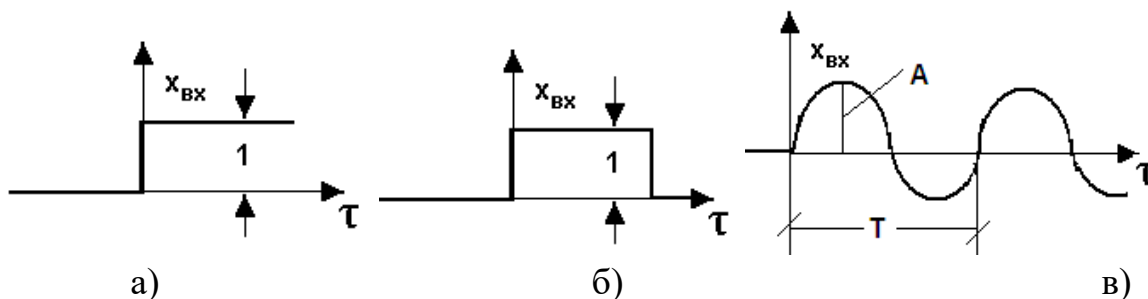


Рисунок 2.2 – Типові впливи, що обурюють: а) одиничний стрибок; б) одиничний імпульс; в) синусоїдальне коливання різної частоти

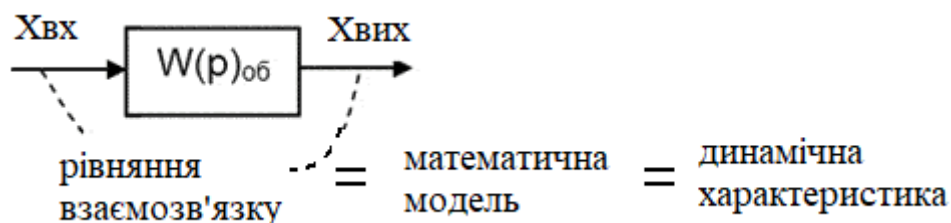


Рисунок 2.3 – Схема отримання математичної моделі об'єкта

Найчастіше використовується обурення типу «одиночного стрибка». Реакція об'єкта таке обурення – графік зміни у часі вихідного сигналу об'єкта називається експериментальної кривою розгону.

Далі застосовується спеціальний, унікальний (тільки в ТАУ) математичний апарат – сукупність шести типових динамічних ланок.

Якщо розглядати об'єкт як «чорну скриньку», тобто. вважати, що нам нічого не відомо про фізико-хімічні процеси, що відбуваються в ньому, то виявляється, що різні за природою технологічного процесу, обсягом і конфігурацією об'єкти управління в динамічному режимі роботи математично описуються (мають математичну модель) у вигляді одного і того ж типового рівняння взаємозв'язку вихідного сигналу об'єкта із вхідним [37]. У ТАУ було підібрано всього 6 типів рівнянь взаємозв'язку вихідного сигналу об'єкта з вхідним сигналом, які назвали типовими динамічними ланками. Оскільки в динамічному режимі роботи об'єкта, коли порушено рівновагу між припливом і стоком енергії або речовини в об'єкті, вхідний та/або вихідний сигнали змінюються в часі, більшість типових рівнянь взаємозв'язку типових динамічних ланок (ТДЗ) є диференціальним, тобто, алгебраїчне рівняння має вигляд

$$x_{вих} = a + b \cdot x_{вх}$$

тоді диференціальне рівняння можна записати так

$$\frac{dx_{вих}}{dt} = a + b \cdot x_{вх}$$

Методика використання математичного апарату ТАУ – сукупності ТДЗ – полягає в наступному: кожна типова динамічна ланка, крім типового рівняння взаємозв'язку вхідного та вихідного сигналів, має свою типову криву розгону та

ряд інших типових характеристик. Отриману на діючому об'єкті експериментальну криву розгону (наприклад, позиціонуючого двигуна супутника) порівнюють з набором шести типових кривих розгону ТДЗ і збігом характеру зміни в часі експериментальної і будь-якої типової кривої розгону проводять заміну (апроксимацію) досліджуваного об'єкта даним типовим динамічним ланкою. Тоді типове рівняння взаємозв'язку цього ТДЗ стає рівнянням взаємозв'язку вихідного сигналу об'єкта з вхідним чи шуканої математичної моделі об'єкта. Величину коефіцієнтів, що входять у дане типове рівняння ТДЗ, знаходять за експериментальною кривою розгону об'єкта.

Нехай на об'єкті отримано наступну експериментальну криву розгону, зображену на рис. 2.4.

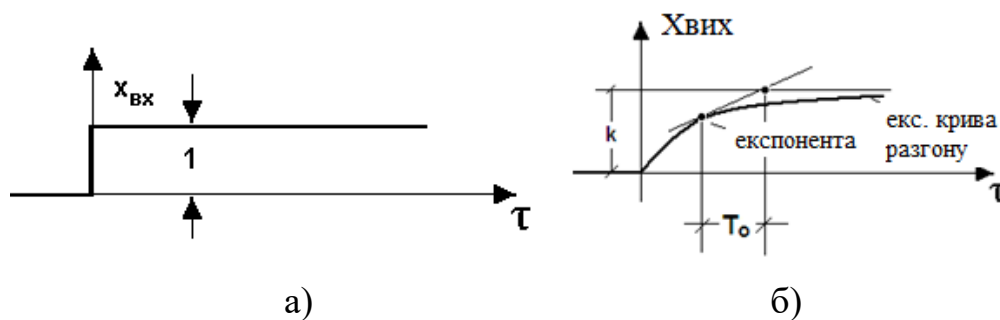


Рисунок 2.4 – Графік експериментальної кривої розгону статичного об'єкта при ступінчастому впливі: а) одиничний ступінчастий вплив; б) крива розгону

Ця крива називається експонентою і характером зміни у часі збігається з типовою кривою розгону аперіодичного (інерційного, статичного) ТДЗ. Отже, такий об'єкт можна замінити (апроксимувати) аперіодичним типовим динамічним ланкою. Його типове диференціальне рівняння

Тоді передатна функція має вигляд

$$T_0 \frac{dx_{вн}}{dt} + x_{вн} = k \cdot x_{вх}$$

$$W(p) = \frac{x_{вн}(p)}{x_{вх}(p)} = \frac{k}{T_0 p + 1}$$

Обидва коефіцієнти: k і T_0 легко знайти з графіка експериментальної кривої розгону.

Аналогічно вищевикладеного прикладу експериментально-аналітичного методу ідентифікації статичного об'єкта розглянемо приклад для астатичного об'єкта [14].

Нехай на об'єкті отримано наступну експериментальну криву розгону, представлену на рис. 2.5.

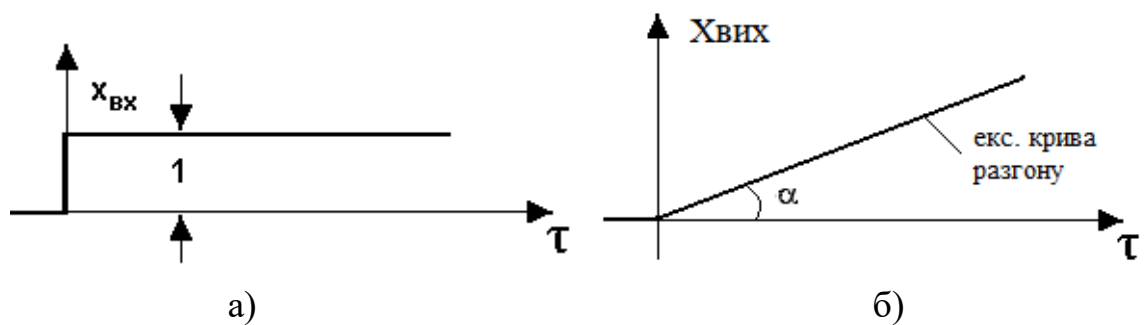


Рисунок 2.5 – Графік експериментальної кривої розгону астатичного об'єкта при ступінчастому впливі: а) одиничний ступінчастий вплив; б) крива розгону

Ця експериментальна крива розгону схожа на типову криву розгону астатичного (інтегруючого) ТДЗ із диференціальним рівнянням

$$T \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} = x_{\text{вх}}$$

Тоді передатна функція має вигляд

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{1}{T p}$$

Коефіцієнт легко визначити за експериментальною кривою розгону по куту α

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{T}$$

Аналогічно легко провести ідентифікацію динамічного об'єкта за збігом експериментальної та типової кривих розгону для заміни (апроксимації) об'єкта безінерційним, реальним диференціюючим та запізнюючим ТДЗ. Типові криві розгону цих ланок представлені рис. 2.6.

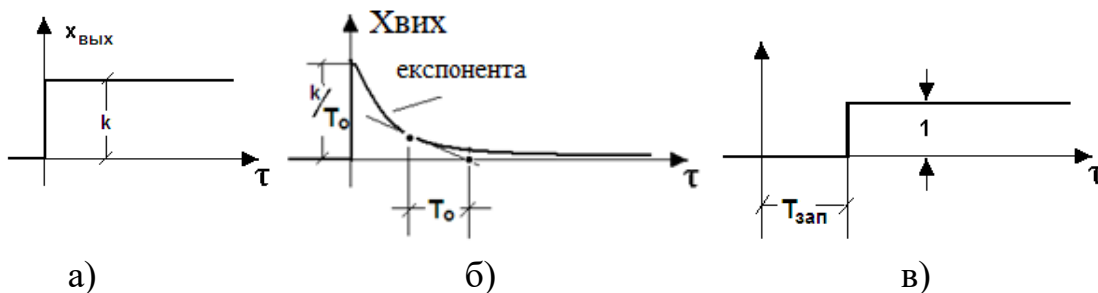


Рисунок 2.6 – Графіки кривих розгону ТДЗ: а) безінерційне; б) реальне диференціююче; в) запізнювальне

Передавальні функції цих ланок відповідно мають вигляд

$$W(p)_{усилит} = \frac{x_{вых}(p)}{x_{ex}(p)} = k$$

$$W(p)_{реал.дифф.} = \frac{x_{ex}(p) \cdot p}{p + 1}$$

$$W(p)_{зап} = \frac{x_{вых}(p)}{x_{ex}(p)} = e^{-p\tau_{зап}}$$

Величини коефіцієнтів цих типових передавальних функцій також легко знайти за графіками експериментальних кривих розгону.

Складніше ти математичну модель об'єкта, що ідентифікується, якщо отримана наступна експериментальна крива розгону, зображена на рис. 2.7.

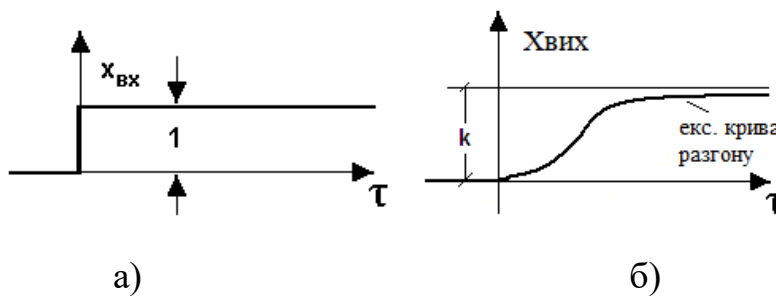


Рисунок 2.7 – Графік експериментальної кривої розгону аперіодичного ланки другого порядку при ступінчастому впливі: а) одиничний ступінчастий вплив; б) крива розгону

На перший погляд, така експериментальна крива розгону схожа на типову криву розгону аперіодичної ланки 2-го порядку з передатною функцією

$$\frac{x_{\text{вх}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = W(p) = \frac{k}{T_1 p^2 + T_2 p + 1}$$

Проте точне визначення коефіцієнтів й у цій передавальній функції утруднено.

Для більш точної ідентифікації такого об'єкта використовують метод Сімою, або метод площ.

2.4 Ідентифікація об'єкта керування методом регресійного аналізу

У сучасних складних об'єктах, зазвичай, вихідний сигнал об'єкта залежить немає від одного вхідного сигналу, як у випадку з кривою розгону, як від кількох вхідних сигналів, тобто. об'єкт управління має складне переплетення взаємозв'язків вхідних та вихідних сигналів [14], зображених на рис. 2.13.

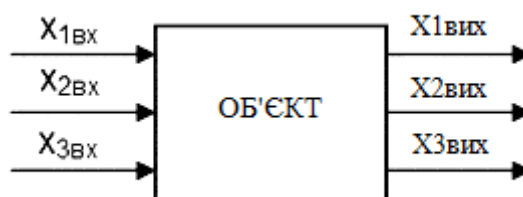


Рисунок 2.13 – Схема об'єкта, що складається з кількох взаємопов'язаних вхідно-вихідних сигналів

Для ідентифікації таких складних об'єктів використовується метод регресійного аналізу з проведенням активного експерименту з теорії математичного планування експерименту.

Призначення цієї теорії – значно скоротити кількість експериментальних дослідів і спростити розрахунки, необхідні отримання рівняння взаємозв'язку вихідного сигналу з кількома вхідними сигналами – рівняння регресії [5,14].

Скорочення кількості необхідних експериментів теорії математичного планування експерименту досягається з допомогою одночасного зміни всіх вхідних сигналів (факторів), а спрощення розрахунків виходить з допомогою те, що зміна вхідних сигналів (факторів) нормується, тобто. величини.

Нехай залежить від 2-х вхідних факторів. Тоді схема дослідження об'єкта методом регресійного аналізу двох вхідних сигналів (факторів) представлена рис. 2.14.

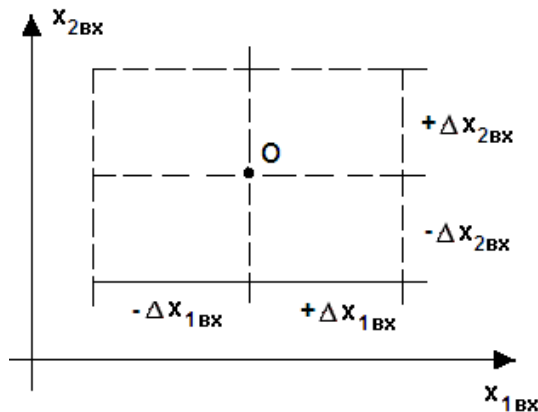


Рисунок 2.14 – Схема дослідження об'єкта методом регресійного аналізу для двох вхідних сигналів (факторів)

Точка О – номінальний режим роботи об'єкта. Нормалізація відбувається за рахунок того, що початок координат переноситься в точку О на $\pm \Delta x_{i\text{н}} = \pm 1$. На рис. 2.15 зображено план проведення дослідів для вивчення залежності

$$x_{\text{вих}} = f(\Delta x_{1\text{вх}}; \Delta x_{2\text{вх}})$$

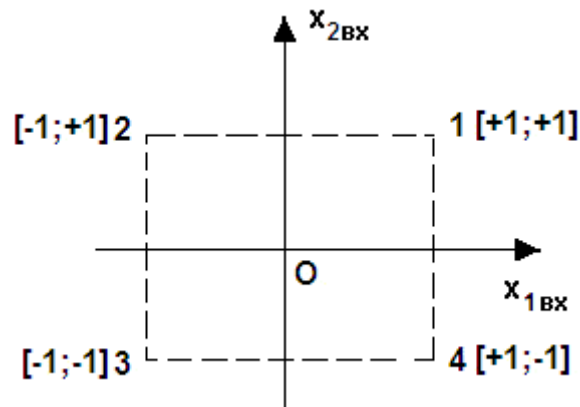


Рисунок 2.15 – Схема центрального плану повного факторного експерименту для двох вхідних сигналів (факторів)

Число дослідів дорівнює $4 = 2^2$ - повний факторний експеримент. Для $N = 16$ і т.д.

На наведеному рис. 2.15 зображено центральний (точка O – в центрі) ортогональний повний факторний план експерименту для 2-х вхідних факторів.

У повному факторному плані експериментів кількість дослідів різко зростає досвіду.

Тому скорочення кількості дослідів з мінімальною втратою інформації застосовуються скорочені плани – дробові репліки. Якщо плани містять половину дослідів повного факторного експерименту, такий план зветься напіврепліки.

Використовують також репліки $\frac{1}{4}$ від повного факторного експерименту.

Рівняння взаємозв'язку вхідного та вихідного сигналів – рівняння регресії – записується у вигляді полінома алгебри 1-го ступеня в наступному вигляді

$$x_{\text{вих}} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

З урахуванням взаємодії вхідних факторів для 2-х вхідних факторів x_1 та x_2 отримаємо

$$x_{\text{об'єк}} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2$$

Поліном другого ступеня – рівняння регресії має вигляд

$$x_{\text{об'єк}} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2$$

Звичайно, це рівняння більш точно визначає взаємозв'язок - функції відгуку - з вхідними факторами (сигналами) об'єкта.

Завдання ідентифікації об'єкта управління (ОУ) шляхом регресивного аналізу зводиться до вибору порядку математичної моделі – рівняння регресії – b_{12} тощо. у цьому рівнянні регресії [45].

При визначенні цих коефіцієнтів використовується метод найменших квадратів, у якому визначається найменша сума відхилень у квадраті (2-го ступеня) між реально отриманим в експерименті вихідним сигналом та вихідним сигналом, розрахованим (передбаченим) за рівнянням регресії, тобто. шукають мінімум функції

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (x_{i\text{об'єк}}^{\text{екс}} - x_{i\text{об'єк}}^{\text{рег}})^2 \rightarrow \min$$

Мінімум функції досягається у разі, коли перша приватна похідна (тангенс кута нахилу до западині) дорівнює нулю, тобто. має вигляд

$\frac{\partial \Phi}{\partial b_0}; \frac{\partial \Phi}{\partial b_1}; \frac{\partial \Phi}{\partial b_2}; \frac{\partial \Phi}{\partial b_{12}} = 0$
Перевірка ідентичності математичної моделі – рівняння регресії об'єкта, що досліджується, b_{12} проводиться за кількома критеріями адекватності та ідентичності моделі.

Оскільки результати дослідів в експерименті заздалегідь точно передбачити неможливо, обробка і самі результати пов'язані з невизначеністю чи ймовірністю. Ймовірність змінюється не більше: 0 – події не може, 1 – подія відбудеться обов'язково (день-ніч) [6]. За великої кількості паралельних (однакові умови) дослідів ймовірність може бути задана у вигляді функції розподілу ймовірностей, зображеної на рис. 2.16.

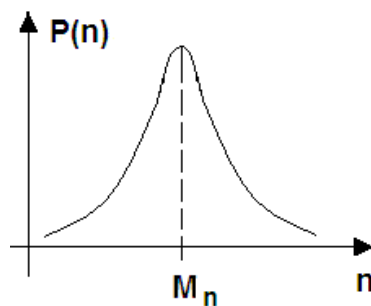


Рисунок 2.16 – Схема нормального (гаусівського) закону розподілу ймовірностей

На практиці найчастіше використовується так званий нормальний (гаусівський) розподіл ймовірностей.

Випадкова величина () має кілька числових характеристик, найважливіші з яких – це математичне очікування та дисперсія.

Математичне очікування – це середнє виважене значення випадкової величини

$$M_{x_{\text{вих}}} = \sum_{i=1}^n x_{i\text{вбл}} \cdot p(x_{i\text{вбл}})$$

Дисперсія характеризує розкид значень випадкової величини щодо її математичного очікування, що описується формулою

$$D(x_{i\text{вбл}}) = M[x_{i\text{вбл}} - M(x_{\text{вих}})]^2 = \sum_{i=1}^n [x_{i\text{вбл}} - M_{x_{\text{вих}}}]^2 \cdot p(x_{i\text{вбл}})$$

Перевірка значення рівняння регресії проводиться за критерієм Фішера або F-критерію.

2.5 Ідентифікація об'єктів керування методом кореляційного аналізу

Метод кореляційного аналізу використовується для ідентифікації об'єктів управління у тому випадку, якщо вхідні та вихідні сигнали є випадковими величинами [47]. Схему дослідження об'єкта кореляційним методом зображено рис. 2.17.

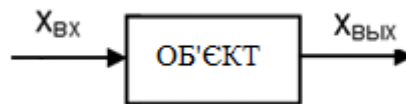


Рисунок 2.17 – Схема дослідження об'єкта кореляційним методом

При кореляційному аналізі використовуються:

- автокореляційна функція (АКФ);
- Взаємкореляційна функція (ВКФ).

АКФ характеризує залежність наступних значень випадкової величини від попередніх, що знаходяться на відстані. Графік зміни вхідної випадкової величини – вхідного сигналу зображено рис. 2.18.

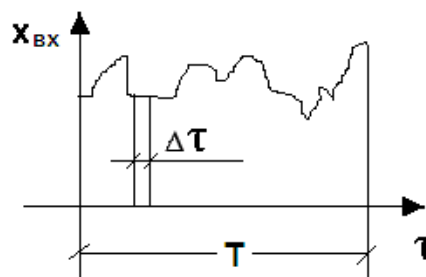


Рисунок 2.18 – Графік зміни вхідної випадкової величини – вхідного сигналу

Автокореляційна функція має вигляд

$$R_{x_{ax}}(\tau) = \frac{1}{T} \int x_{ax}(\tau + \Delta\tau) \cdot x_{ax}(\tau) \cdot d\tau$$

результат точніше.

Взаємкореляційна функція пов'язує дві величини, віддалені один від одного на вигляд

З АКФ ВКФ пов'язані спектральні густини випадкових величин (через перетворення Фур'є, коли вхідний-вихідний сигнал розкладається в ряд Фур'є, що складається з суми синусоїдальних коливань з різною - ряд гармонік).

Спектральна густина для АКФ описується формулою

$$S_{x_{ax}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{x_{ax}}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} \cdot d\tau$$

Спектральна щільність для ВКФ має вигляд

$S_{x_{ax}; x_{bbyx}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{x_{ax}; x_{bbyx}}(\tau) \cdot \Delta\tau \cdot d\tau$
показує, яка частка потужності випадкової величини посідає цю частоту.

Через спектральну щільність знаходимо АФЧХ об'єкта

$AФЧХ = \overline{W(i\omega)} = \frac{S_{x_{ax}; x_{bbyx}}(\omega)}{S_{x_{ax}}(\omega)}$
2.6 Ідентифікація узагальненим рекурентним методом найменших квадратів

Ідентифікація узагальненим рекурентним методом найменших квадратів (ОРМНК) дозволяє вирішувати завдання ідентифікації дискретної моделі для випадку, коли модель описується різницеvim рівнянням

$$A(z^{-1})y(z) - B(z^{-1}) \cdot U(z) \cdot z^{-d} = D(z^{-1}) \cdot e(z). \quad (2.49)$$

РМНК застосовують при малих відносинах інтенсивності шуму отриманого сигналу [1-5]. У цьому випадку отримують незміщені оцінки параметрів моделі і при цьому досягається прийнятна збіжність методу при оцінці параметрів. Обсяг обчислень під час реалізації алгоритму невеликий.

Узагальнений РМНК застосовують у разі вищих відношень інтенсивності шуму до корисного сигналу. Цей спосіб дає дуже низьку збіжність на початковому етапі. Вимагає більш високих витрат на обчислення, але досить великий інтервал дозволяє отримувати незміщені оцінки параметрів моделі.

Рекурентний метод допоміжних змінних забезпечує високу точність, проте має низьку збіжність і тому, як правило, самостійного застосування в реальних системах не знаходить. Зазвичай застосовують спочатку класичний, при досягненні якихось параметрів до більш-менш нормальних параметрів, та був доводять до необхідної точності [7-9].

Рекурентний метод максимальної правдоподібності – найбільш трудомісткий метод. Має більшу точність оцінки параметрів при відносно високих значеннях відношення інтенсивності шуму до отриманого сигналу. Він характеризується повільною збіжністю оцінок.

Рекурентний метод стохастичної апроксимації характеризується тим, що прийнятна точність оцінок досягається лише за великому циклі вимірів, тобто. інтервал має бути досить великим [10-14].

3. ДОСЛІДЖЕННЯ З МОДЕЛЮВАННЯ

3.1 Моделюючі дослідження аперіодичного ланки 1-го порядку

Для проведення моделюючих досліджень скористаємося програмним пакетом Electronics Workbench. Побудуємо модель схеми електричної принципової аперіодичної ланки першого порядку, підключимо до входу віртуальний генератор, а до виходу віртуальний осцилограф. Зібраний стенд для моделюючих досліджень аперіодичної ланки першого порядку зображено рис. 3.1.

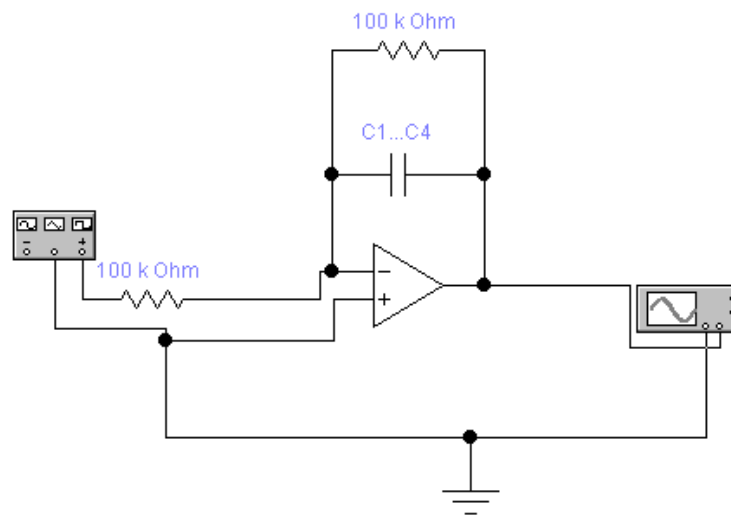


Рисунок 3.1 – Моделюючий стенд Workbench для періодичної ланки першого порядку

Далі встановимо у вікні параметрів генератора прямокутний тип сигналу, задамо частоту 200 Гц, при цьому амплітуду встановлюємо не більше 4 В. Опір резисторів виставимо рівним 100 кОм, значення ємності конденсатора $C1=1$ нФ. Вмикаємо кнопку моделювання перехідної характеристики, у вікні параметрів віртуального осцилографа підлаштуємо параметри відображення сигналу. Змодельована перехідна характеристика аперіодичного ланки першого порядку при значенні конденсатора $C1=1$ нФ представлена рис. 3.2.

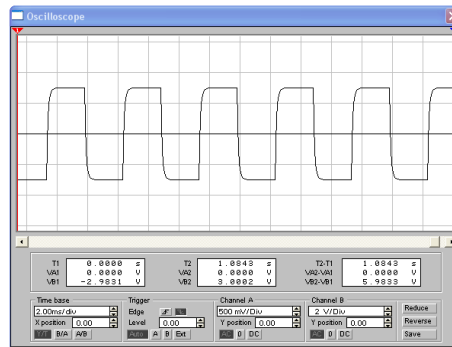


Рисунок 3.2 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки першого порядку при $C1 = 1 \text{ нФ}$

Передатна функції при $C1=1 \text{ нФ}$ матиме вигляд

$$(3.1)$$

Змінимо значення ємності конденсатора на $C2=3 \text{ нФ}$, решта параметрів залишаємо незмінними. Отримаємо осцилограму перехідної характеристики аперіодичного ланки першого порядку. Перехідна характеристика аперіодического ланки першого порядку при $C2=3 \text{ нФ}$, зображено рис. 3.3.

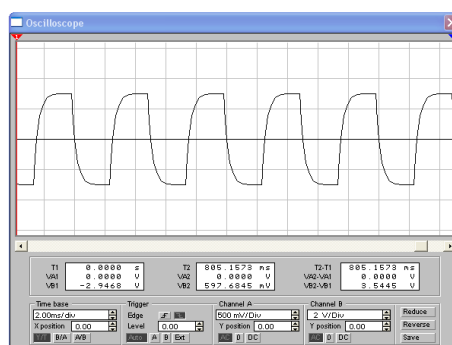


Рисунок 3.3 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки першого порядку при $C2 = 3 \text{ нФ}$

У цьому випадку передатна функція ланки має вигляд

Також отримаємо перехідну характеристику при $C3=5$ нФ (рис. 3.4).

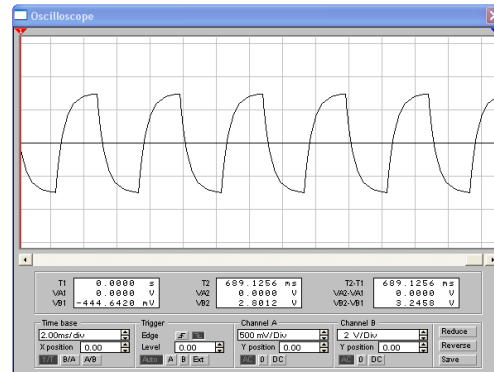


Рисунок 3.4 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки першого порядку при $C3 = 5$ нФ

Передатна функція ланки при цьому має вигляд

Змінимо значення конденсатора $C4=10$ нФ, отримаємо перехідну характеристику, зображену рис. 3.5.

При цьому передатна функція ланки матиме вигляд

Потім промодельюємо перехідні характеристики аперіодичного ланки першого порядку, використовуючи програму MatLab, для цього побудуємо віртуальний макет (рис. 3.6), в якому шляхом установки в блоці попередньо розрахованих параметрів (додаток А) і подачі на вхід ступінчастого блоку сигналу, отримаємо графіки перехідних характеристик. Значення перехідних

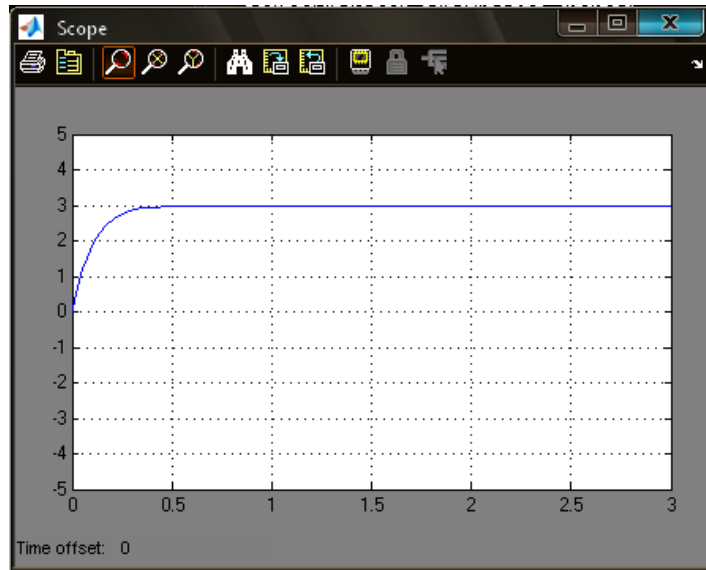


Рисунок 3.7 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки першого порядку при $C1 = 1$ нФ

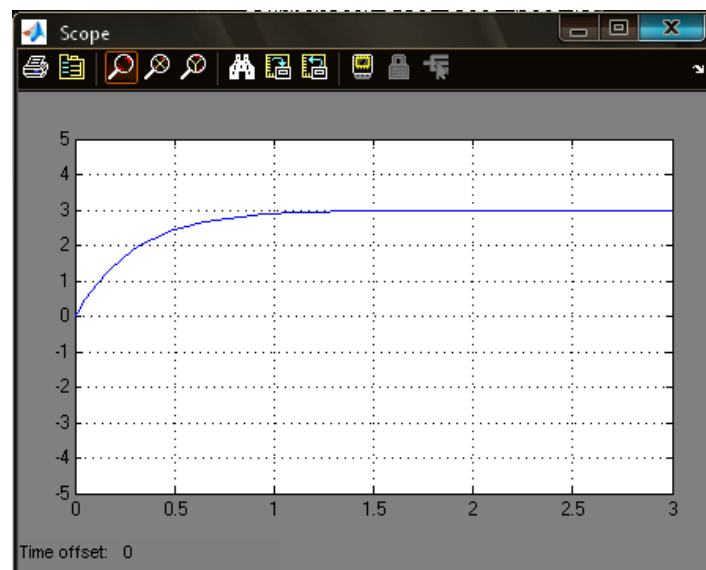


Рисунок 3.8 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки першого порядку при $C2 = 3$ нФ

Перехідна характеристика ланки при $C3=5$ нФ зображено рис. 3.9, при $C4=10$ нФ зображено рис. 3.10.

Як бачимо з перехідних характеристик, при збільшенні ємності час перехідних процесів збільшується.

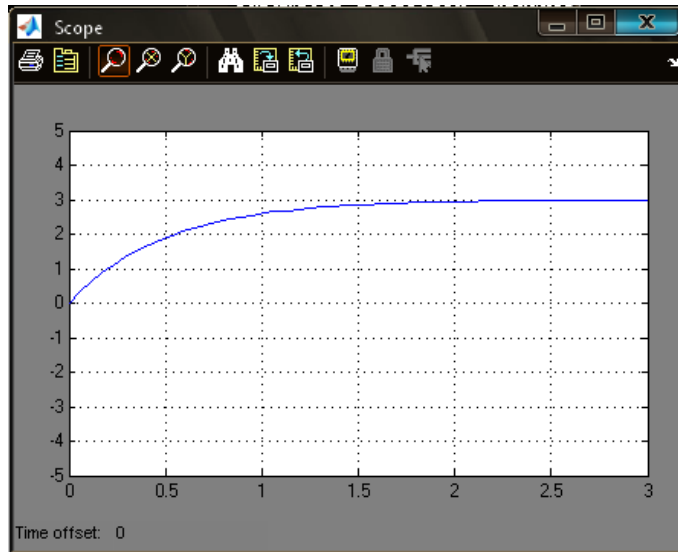


Рисунок 3.9 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки першого порядку при $C3 = 5$ нФ

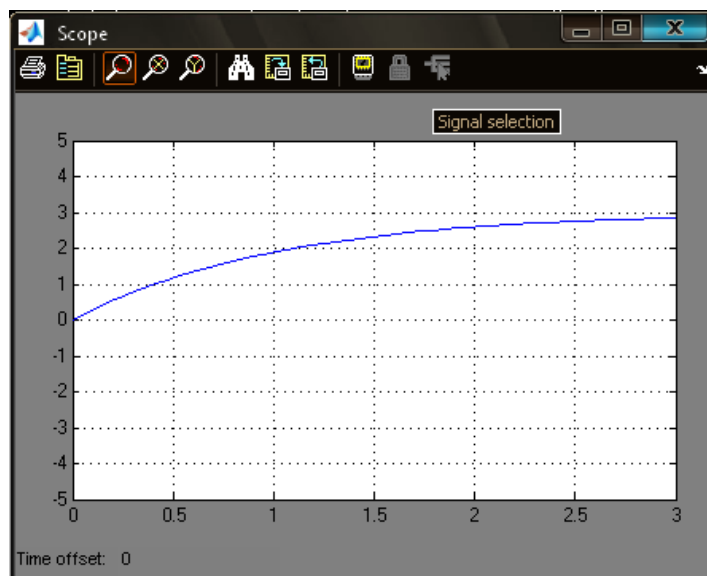


Рисунок 3.10 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки першого порядку при $C4 = 10$ нФ

3.2 Моделюючі дослідження аперіодичної ланки 2-го порядку

Аналогічно побудуємо модель схеми електричної принципової аперіодичної ланки другого порядку за допомогою програми Workbench.

Схема аперіодичного ланки 2-го порядку зображено рис. 3.11.

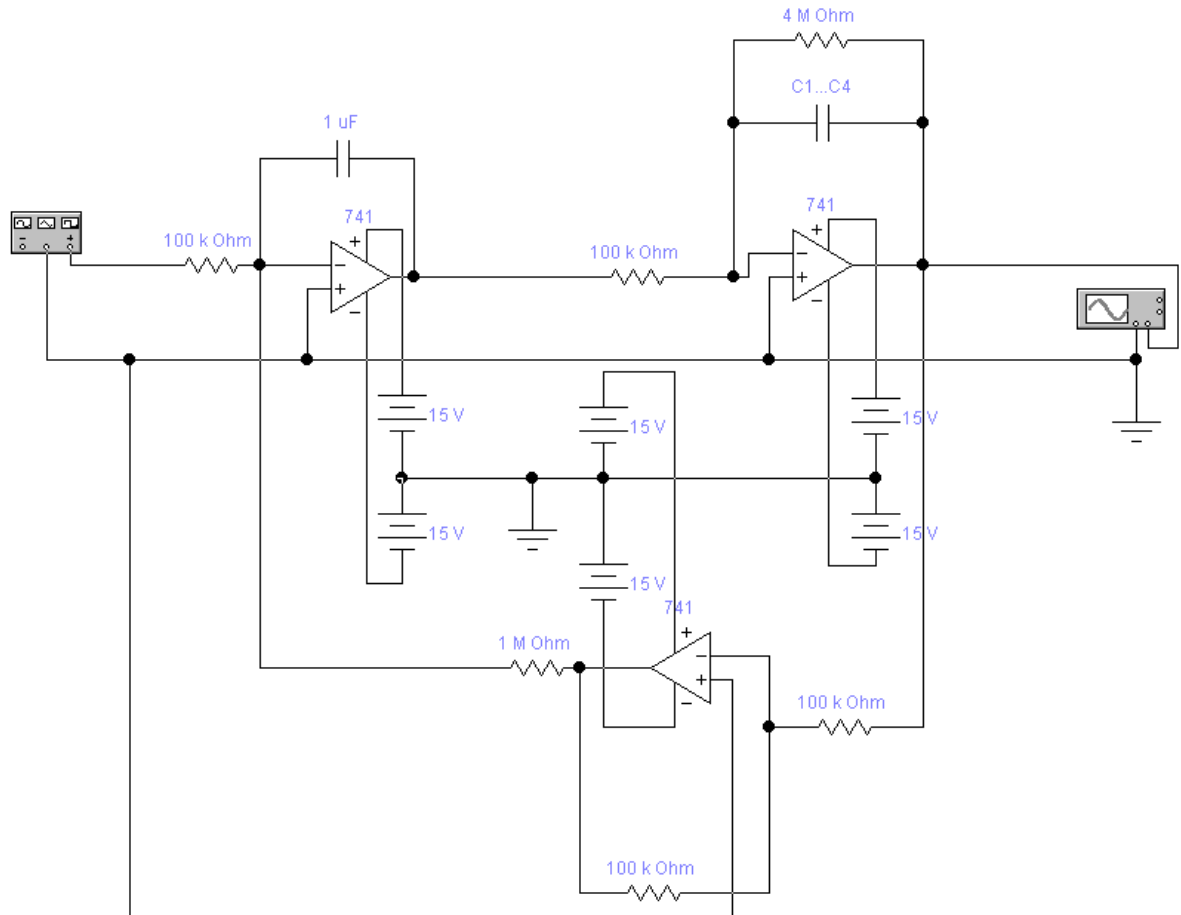


Рисунок 3.11 – Моделюючий стенд Workbench для аперіодичного ланки другого порядку

Частоту генератора виставимо рівною 400 Гц, інші параметри віртуального генератора та осцилографа залишимо такими ж, як для аперіодичного ланки 1-го порядку, значення конденсатора встановлюємо для 4-х випадків $C1=1$ нФ, $C2=3$ нФ, $C3=5$ нФ, $C4 = 10$ нФ.

Змодельовані перехідні характеристики аперіодичного ланки другого порядку представлені на рис. 3.12 – 3.15.

Аналогічно виконаємо моделювання для аперіодичного ланки 2-го порядку за допомогою програми MatLab. Схема віртуального макета зображено рис. 3.16.

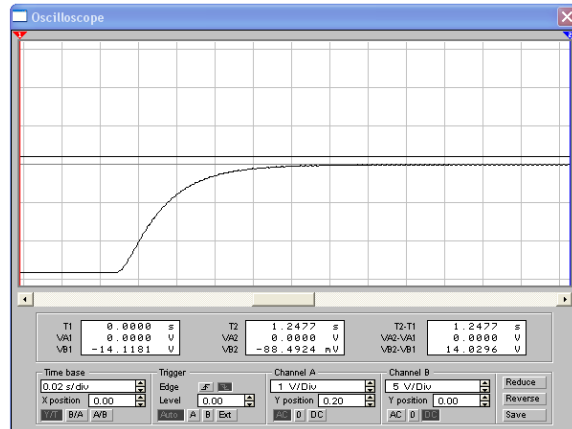


Рисунок 3.12 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки другого порядку при $C1 = 1$ нФ

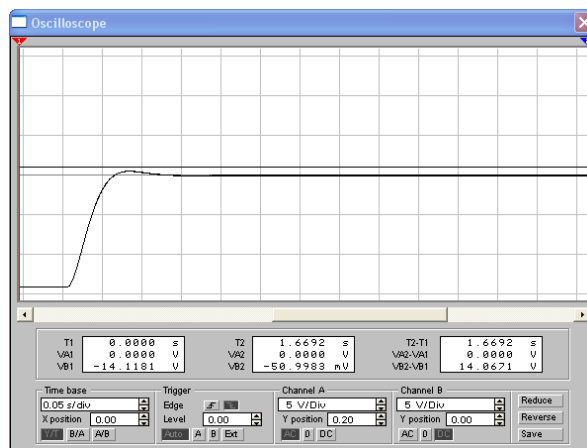


Рисунок 3.13 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки другого порядку при $C2 = 3$ нФ

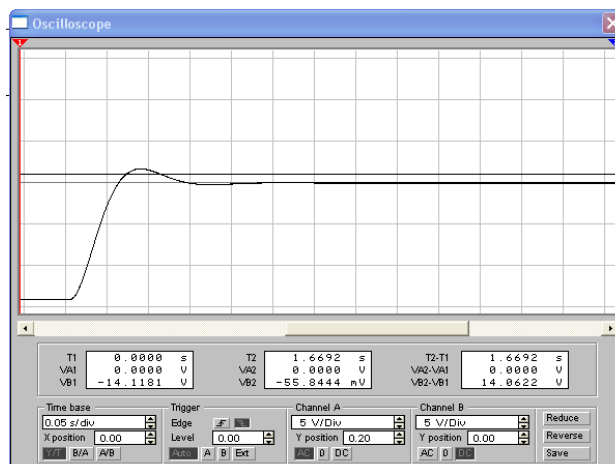


Рисунок 3.14 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки другого порядку при $C3 = 5$ нФ

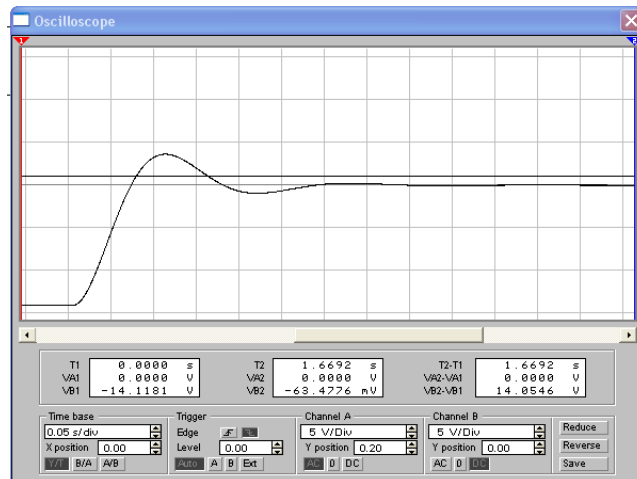


Рисунок 3.15 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки другого порядку при $C4 = 10$ нФ

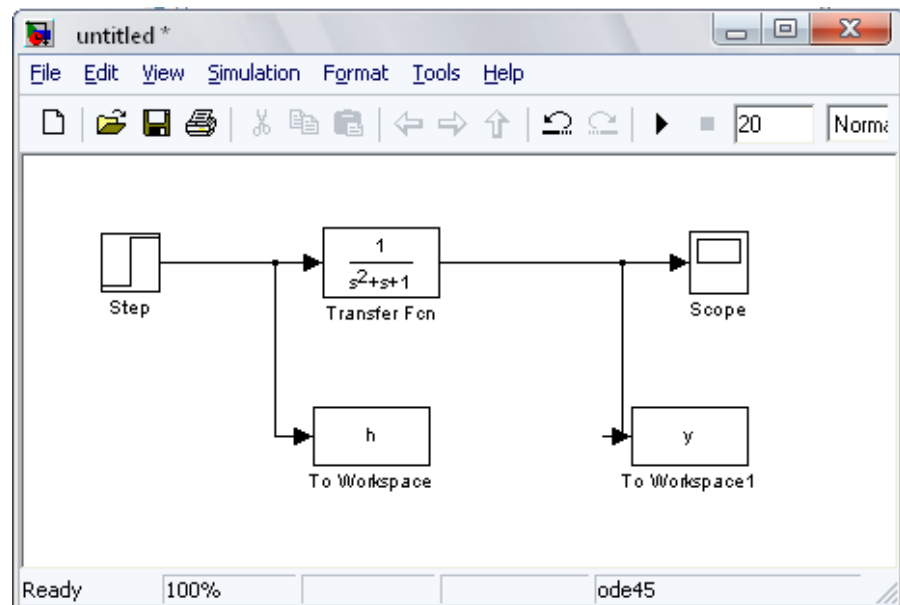


Рисунок 3.16 – Віртуальний макет для дослідження аперіодичної ланки 2-го порядку

Відповідно, отримаємо перехідні характеристики, зображені на рис. 3.17 – 3.20.

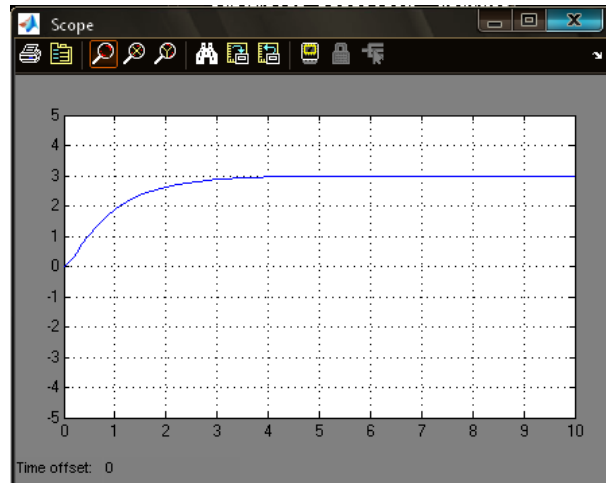


Рисунок 3.17 – Перехідна характеристика ланки при $C1=1$ нФ

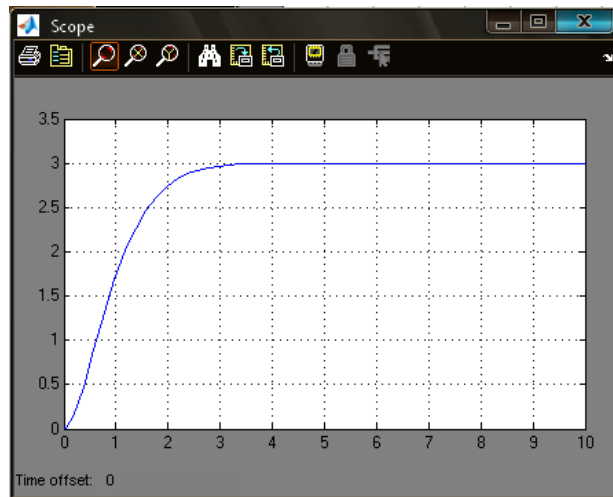


Рисунок 3.18 – Перехідна характеристика аперіодичної ланки 2-го порядку при $C2=3$ нФ

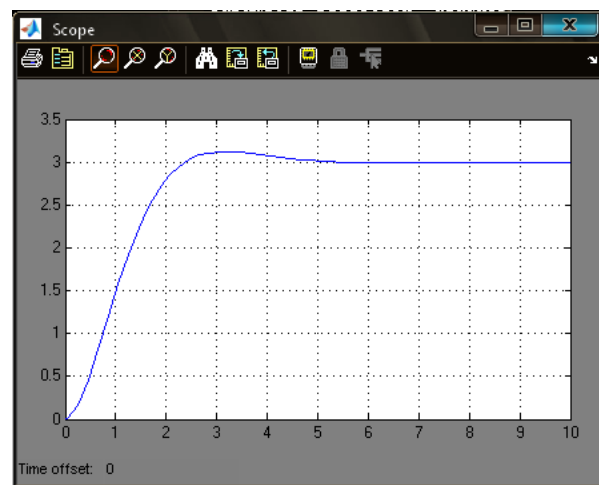


Рисунок 3.19 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки 2-го порядку при $C3 = 5$ нФ

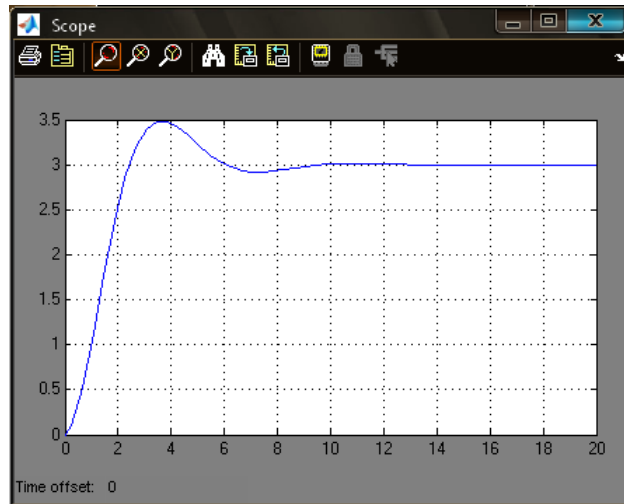


Рисунок 3.20 – Перехідна характеристика аперіодичного ланки 2-го порядку при $C4 = 10$ нФ

З урахуванням параметрів моделі, передавальні функції аперіодичного ланки 2-го порядку відповідно матимуть вигляд

3.3 Ідентифікація аперіодичного ланки 1-го порядку

На основі результатів моделювання та експерименту проведемо ідентифікацію аперіодичного ланки 1-го порядку, використовуючи метод визначення передавальної функції за тимчасовими характеристиками [5, 14].
та будуємо за формулою

графік відносної перехідної характеристики у напівлогарифмічному масштабі (рис. 3.21).

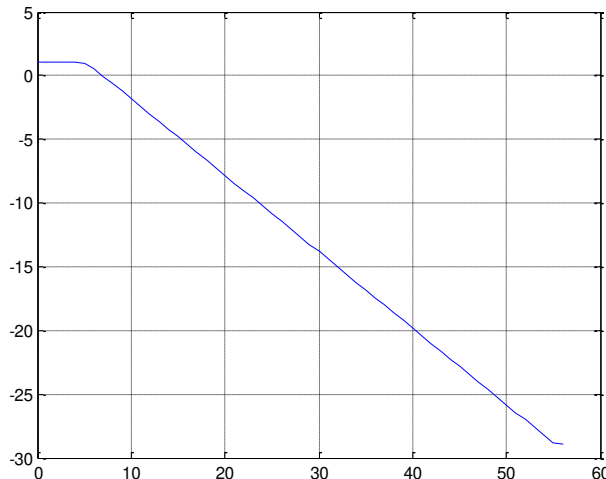


Рисунок 3.21 – Графік відносної перехідної характеристики у напівлогарифмічному масштабі при $C1=1$ нФ

Виключаємо з перехідної характеристики доданок, що відповідає дійсному кореню і будуємо за формулою

$$z1 = \ln[h(t) - k_0 - C_1 e^{p_1 t}] = \ln(C_2) - \lambda t + \ln[\sin(\omega t + \varphi)], \quad (3.10)$$

нову перехідну характеристику (рис. 3.22).

З графічних уявлень обчислюємо корінь p_1 . Обчислений корінь $p_1 = -0,08$, що збігається з коренем передавальної функції, яка була реалізована в експерименті.

Аналогічним способом зробимо ідентифікацію для аперіодичного ланки першого порядку при $C2 = 3$ нФ. Графік відносної перехідної характеристики у напівлогарифмічному масштабі зображено рис. 3.23.

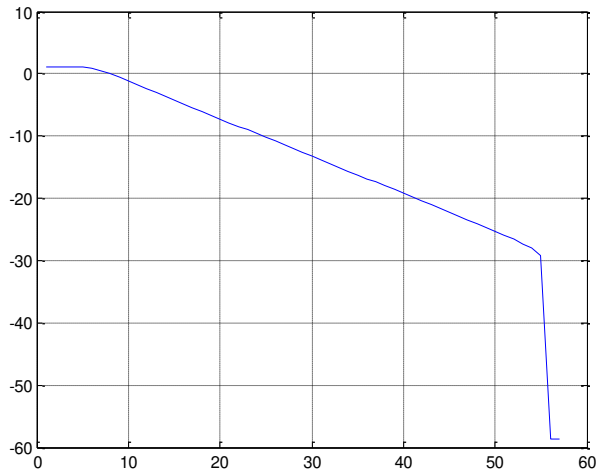


Рисунок 3.22 – Графік відносної перехідної характеристики з виключеним першим доданком при $C1=1$ нФ

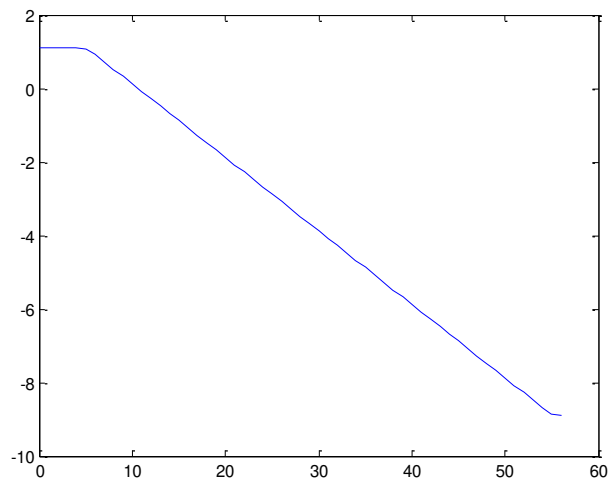


Рисунок 3.23 – Графік відносної перехідної характеристики у напівлогарифмічному масштабі при $C2=3$ нФ

Виключаємо з перехідної характеристики доданок, що відповідає дійсному кореню і будуємо нову перехідну характеристику (рис. 3.24).

З графічних уявлень обчислюємо корінь p_1 . Обчислений корінь $p_1=0,25$, що збігається з коренем передавальної функції, що була реалізована експериментально.

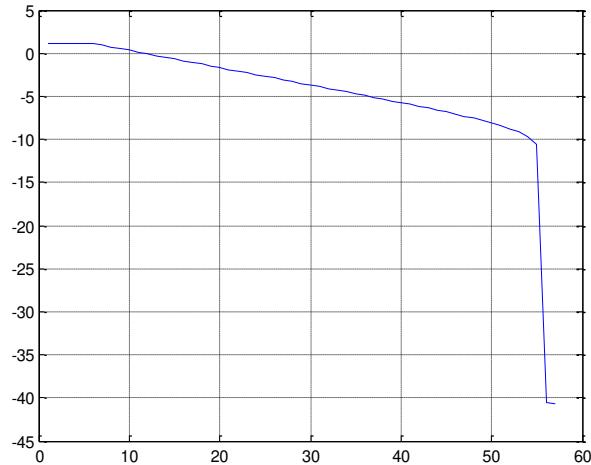


Рисунок 3.24 – Графік відносної перехідної характеристики з виключеним першим доданком при $C2=3$ нФ

Далі отримуємо відносну перехідну характеристику в напівлогарифмічному масштабі при $C3 = 5$ нФ (рис. 3.25).

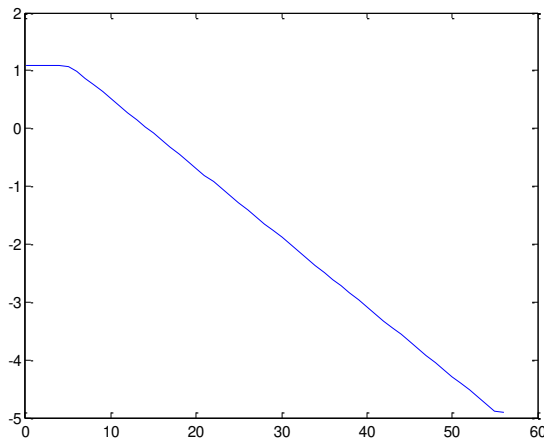


Рисунок 3.25 – Графік відносної перехідної характеристики у напівлогарифмічному масштабі при $C3=5$ нФ

Виключаємо з перехідної характеристики доданок, що відповідає дійсному кореню та отримуємо нову перехідну характеристику при $C3=5$ нФ (рис. 3.26).

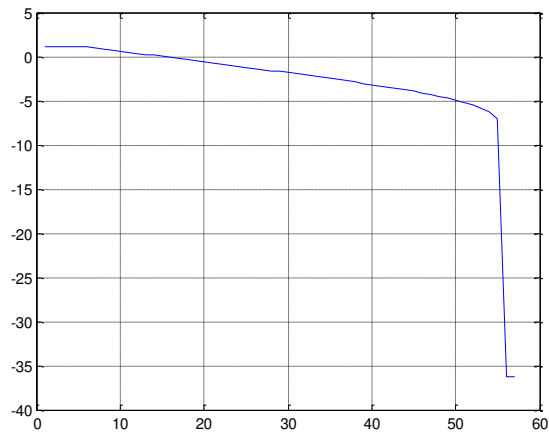


Рисунок 3.26 – Графік відносної перехідної характеристики з виключеним першим доданком при $C3=5$ нФ

За отриманими графіками обчислюємо корінь p_1 . Обчислений корінь $p_1=0,54$, що збігається з коренем передавальної функції, що була реалізована експериментально.

3.4 Ідентифікація аперіодичного ланки 2-го порядку

За аналогією з ідентифікацією аперіодичного ланки першого порядку проведемо ідентифікацію аперіодичного ланки другого порядку [14]. Графік відносної перехідної характеристики напівлогарифмічному масштабі при $C1=1$ нФ представлений рис. 3.27. Перехідна характеристика з виключеним доданком при $C1=1$ нФ представлена рис. 3.28.

Після проведення обчислень отримуємо коріння рівняння $p_1 = 0,09$; $p_2 = 0,1 + j0,157$; $p_3 = 0,1 - j0,157$.

Далі проводимо ідентифікацію при $C2 = 3$ нФ. Отриманий графік відносної перехідної характеристики напівлогарифмічному масштабі при $C2=3$ нФ представлений рис. 3.29.

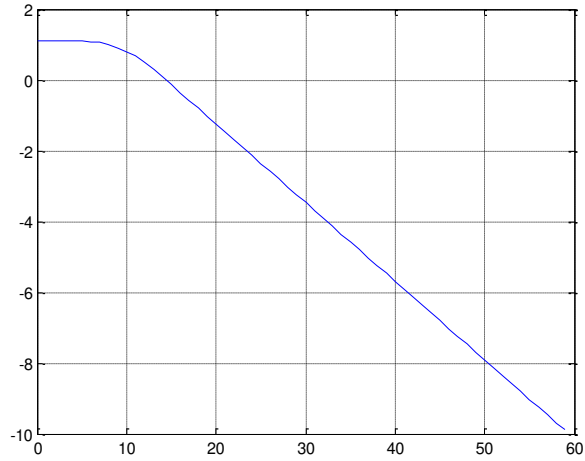


Рисунок 3.27 – Графік відносної перехідної характеристики у напівлогарифмічному масштабі при $C1=1$ нФ

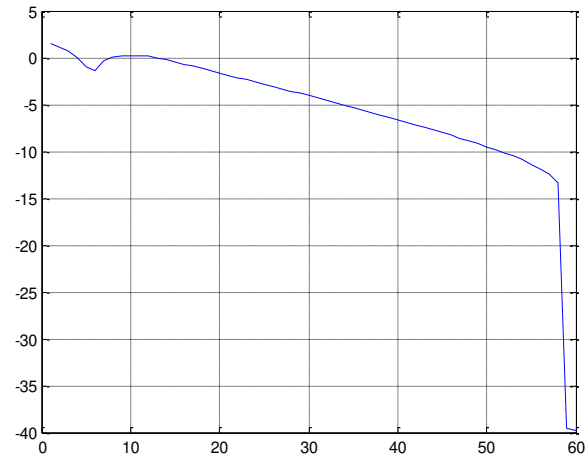


Рисунок 3.28 – Графік відносної перехідної характеристики з виключеним першим доданком при $C1=1$ нФ

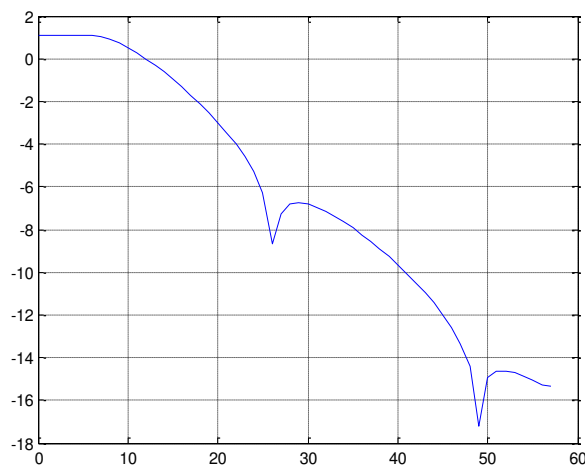


Рисунок 3.29 – Графік відносної перехідної характеристики у напівлогарифмічному масштабі при $C2=3$ нФ

Потім отримаємо перехідну характеристику з виключеним доданком при $C2 = 3$ нФ (рис. 3.30).

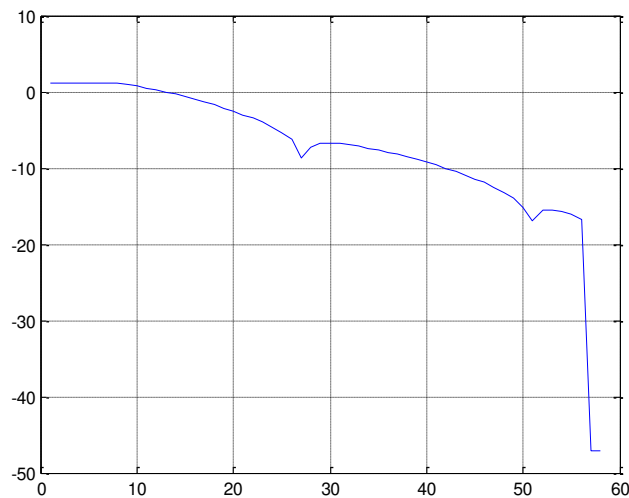


Рисунок 3.30 – Графік відносної перехідної характеристики з виключеним першим доданком при $C2=3$ нФ

Після проведення обчислень отримуємо коріння: $p1 = 0,32$; $p2 = 1,8 + j0,11$; $p3 = 1,8 - j0,11$.

Далі проведемо ідентифікацію при $C3 = 5$ нФ. Отриманий графік відносної перехідної характеристики напівлогарифмічному масштабі при $C3=5$ нФ представлений рис. 3.31.

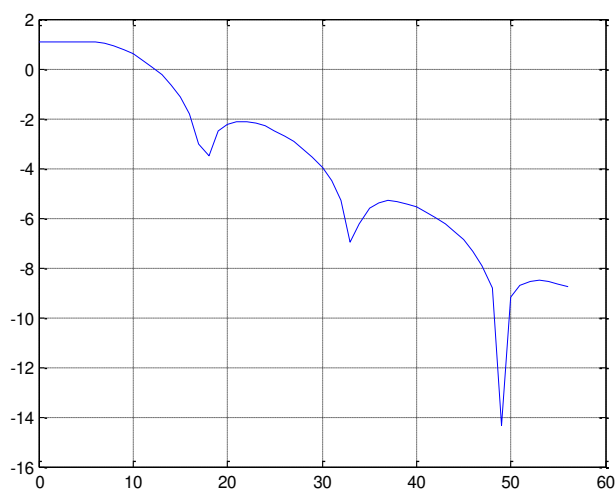


Рисунок 3.31 – Графік відносної перехідної характеристики у напівлогарифмічному масштабі при $C3=5$ нФ

Перехідна характеристика з виключеним доданком при $C3=5$ нФ зображено рис. 3.32.

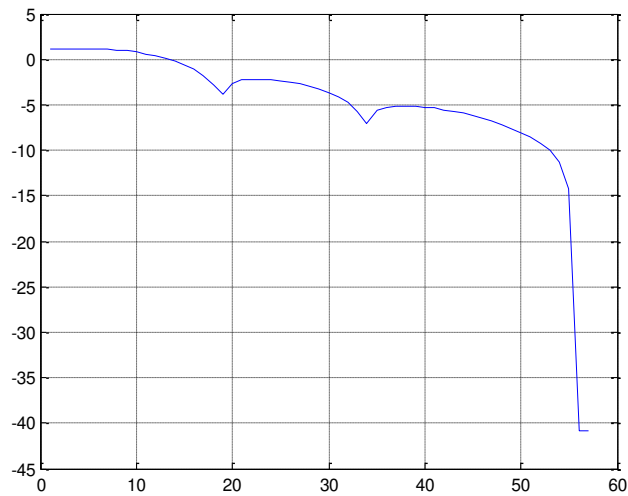


Рисунок 3.32 – Графік відносної перехідної характеристики з виключеним першим доданком при $C3=5$ нФ

В результаті обчислень одержали коріння: $p1 = 0,5$; $p2=1,03+j0,2$; $p3 = 1,03-j0,2$. Результати проведення ідентифікації аперіодичної ланки першого та другого порядків за допомогою Matlab і програма ідентифікації аперіодичного ланки першого та другого порядків наведено у Додатку.

ВИСНОВОК

При виконанні магістерської атестаційної роботи проведено огляд літератури по темі дослідження, проаналізована ідентифікація як метод побудованого моделювання. Визначені основні типи моделей і сигналів в теорії ідентифікації.

Проведено аналіз методів ідентифікації, в результаті якого розглянуто наступні методи:

- аналітичний метод ідентифікації;
- експериментально-аналітичний метод ідентифікації;
- метод Сімою;
- метод ідентифікації динамічного об'єкта управління за імпульсною характеристикою;
- частотний метод ідентифікації динамічних об'єктів управління;
- метод регресійного аналізу;
- метод кореляційного аналізу;
- обобщенный рекуррентный метод наименьших квадратов.

Аналіз методів ідентифікації та їх класифікації дозволить виділити методи подальшого дослідження в даній роботі.

Проведена структурна ідентифікація, в ході якої визначили структуру і вид оператора об'єкта, або іншими словами вид математической моделі об'єкта, на основі цього представили реальний об'єкт управління у вигляді математической моделі. Після того, як визначена математическая модель об'єкта, проведена параметрична ідентифікація, включена у визначення параметрів числових математических моделей. При розгляді проблеми ідентифікації в роботі обрано статичний підхід, сутність якого в наступному: ставляться експериментальні дослідження, отримують експериментальний вибір, що характеризує динамічну модель, на підставі попередніх даних про фізичні процеси в моделі

визначається структура самої моделі, а за експериментальним вибором визначаються настроєчні параметри моделі.

В результаті виконання магістерської атестаційної роботи в повному обсязі вирішені поставлені в роботі завдання: проведені моделюючі дослідження за допомогою програмного пакета Workbench і MatLab.

В результаті проведення дослідження визначені параметри моделей, які були ідентифіковані на етапі моделювання. Використання досліджуваного методу ідентифікації системи дозволяє вирахувати параметри типових динамічних звенів в реальних умовах.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Бобцов А.А. Операторний метод аналізу и синтеза лінійних систем управління [Текст]: учбово-методичний посібник / А.А. Бобцов, А.В. Лямин, М.С. Чежин. - К.: Вища школа, 2001. - 52 с.
2. Петрович В. М. Розробка алгоритмічного та програмного забезпечення задач моделювання і ідентифікації літальних та космічних апаратів [Текст] : дис. ... канд. техн. наук / В.М. Петрович. -К. - 2006. - 191 с.
3. Чинаев П. И. Розрахунок виконавчих, коригуючих і преобразовательных елементів автоматичних систем [Текст]: посібник / П.И. Чинаев, Н.М. Чумаков, А.П. Жданов і др. : під общ. ред. П.И. Чинаева. – К.: Техніка, 2005. – 176 с.
4. Шелобанов С.В. Моделювання та ідентифікація систем управління [Текст] / С.В. Шелобанов. – Х.: Наука, 2003. – 218 с.
5. Кулик А.С. Сигнально-параметричне діагностування систем управління [Текст] / А.С. Кулик. – Х.: Наука, 2000. – 398 с.
6. Амід Г.В. Методи і засоби комп'ютерної ідентифікації динамічних об'єктів на основі інтегральних моделей [Текст] : дис. ... канд. техн. наук / Г.В. Амід. - К. - 2006. - 176 с.
7. Юревич Е.И. Теорія автоматичного управління [Текст] / Е.И. Юревич. – К.: Наука, 2005. – 364 с.
8. Трохин В.М. Цифроаналоговые системы автоматического управления [Текст] / В.М. Трохин. – К.: Т, 2009. – 160 с.
9. Боднар Б. Є., Очкасов О. Б., Черняєв Д. В., Шевченко І. Я. Діагностування тягових електродвигунів за нерівномірністю обертання якоря. Наука та прогрес транспорту, 2013. № 3 (45). С. 13–21.
10. Лагута В. В., Сердюк Т. М. Моделювання ефективної системи діагностування тягового електродвигуна з урахуванням вибору варіантів

комплектації елементів. Транспортні системи та технології перевезень. 2017. № 13. С. 52–58.

11. Губаревич О.В. Надійність і діагностика електрообладнання. Сєверодонецьк: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2016. – 248 с.; табл. 6, іл. 20, бібліогр. 44 найм.

12. ДСТУ 3008 - 95. Державний стандарт України. Документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення [Текст] - Чинний від 01.01.96.

13. Narendra K. S. Identification and control of dynamical systems using neural networks [Текст] / K. S. Narendra, K. Parthasarathy // IEEE Transactions on Neural Networks.- 2000. - 27 p.

14. Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. Математичні методи ідентифікації динамічних систем. – Вінниця: ВНТУ, 2010. – 260 с.

ДОДАТОК

Програма ідентифікації апериодичної ланок першого та другого порядків

```

k=2.5;p1=-1;p2=-.3+4*i;p3=-.3-4*i; % Параметри об'єкта
p=[p1 p2 p3];
wo=zpk([],p,k);% Передатна функція об'єкта
ko=-k/(p1*p2*p3);
Tm=-5/min(p);
dt=.01;
t=0:dt:Tm;
h=step(wo,t);% Перехідна характеристика об'єкту
plot(t,h),grid
pause
% Обчислення першого доданку перехідної характеристики
lh1=log(ko-h);
plot(t,lh1),grid
pause
n=length(lh1);
pr1=(lh1(n)-lh1(n-1))/dt % Перший (дійсний) корінь характеристичного рівняння
b1=(t(n)*lh1(n-1)-t(n-1)*lh1(n))/dt;
c1=exp(b1);% Перша постійна інтегрування
s1=c1*exp(pr1*t);
% Обчислення другого доданку перехідної характеристики
lh2=log(abs(ko-h'-s1));
plot(t,lh2),grid
% Визначення координат згинаючої полулогаріфмфчної перехідної
характеристики
z(1)=0;l=0;
for j=2:n
z(j)=lh2(j)-lh2(j-1);
if z(j)*z(j-1)<0 & z(j)<z(j-1)
l=l+1;
y(l)=lh2(j-1);
tt(l)=t(j-1);
end
end
% Розрахунок частоти і початкової фази
m=7;
a11=sum(tt(1:m).*tt(1:m));
a12=sum(tt(1:m));
a21=a12;

```

```

a22=m;
j=1:m;
b1=sum((2*j-1).*tt(j))/4;
b2=sum(2*j-1)/4;
d=a11*a22-a12*a21;
d1=b1*a22-b2*a21;
d2=a11*b2-a21*b1;
x=d1/d;
z=d2/d;
w=2*pi*x; %Частота
f=2*pi*z; % Начальна фаза
b1=sum(y(j).*tt(j));
b2=sum(y(j));
d=a11*a22-a12*a21;
d1=b1*a22-b2*a21;
d2=a11*b2-a21*b1;
x=d1/d;
z=d2/d;
p2r=x+i*w % Корні (уявні) характеристичного рівняння
p3r=x-i*w
c2=exp(x); % Друга постійна інтегрування
s2=c2*exp(x*t).*sin(w*t-f);
lh3=log(abs(ko-h'-s1-s2));

```