

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА ИМЕНИ  
М.И. КАЛИНИНА

---

На правах рукописи

ЧУРАКОВ ВЛАДИМИР ЛЕОНИДОВИЧ

УДК 624.04

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ КРИВЫХ БРУСЬЕВ ПРИ ЖЕСТКОСТНЫХ И  
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

06.23.17 - Строительная механика

А в т о р е ф е р а т  
диссертации на соискание ученой степени кандидата  
технических наук

Ижевск 1990 г.

Работа выполнена в Воткинском филиале Ижевского механического института

Научный руководитель : доктор технических наук, и.о. профессора  
ТЕРАСИМОВ Е.Н.

Официальные оппоненты : доктор технических наук, профессор  
ГРИНЕВ В.Б.  
кандидат технических наук, доцент  
ПОЧТМАН Ю.М.

Ведущее предприятие : Производственное объединение  
"Воткинский завод"

Защита состоится "2" 03 1990г. в 16<sup>00</sup> часов на заседании специализированного Совета К 114.07.02 Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта им. М.И.Калинина

Отзывы на автореферат просим направлять по адресу :  
320700 ГСП, СССР, г. Днепропетровск, ул. Лазаряна 2, ДИИТ,  
Ученому секретарю Совета К 114.07.02.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ДИИТа.

Автореферат разослан "15" января 19 90 г.

Ученый секретарь специализированного  
Совета К 114.07.02.  
канд. техн. наук, доцент



В.П. ТАРАСЕНКО

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Ускорение темпов научно-технического прогресса в области строительства, машиностроения и приборостроения требует повышения эффективности проектно-конструкторских разработок с целью снижения материалоемкости и стоимости, повышения долговечности и надежности, улучшения других эксплуатационных и технико-экономических показателей конструкции. Основные резервы повышения качества проектных решений содержатся в применении методов оптимизации для решения актуальных проблем реального проектирования различного рода конструкций, во внедрении ЭВМ в практику проектирования, а также в использовании новых технических идей и решений.

Наилучший результат при реальном проектировании достигается более полным учетом конструкционных, технологических, эстетических и других требований, предъявляемых к объекту проектирования.

Надежность функционирования целого ряда конструкций, составной частью которых являются кривые брусья, зависит от деформаций и перемещений как самой конструкции, так и ее элементов. Поэтому обеспечение жесткости конструкции и ее элементов является одним из основных требований в теории оптимального проектирования, а задача уменьшения массы конструкции при ограничении на жесткость, относится к актуальным проблемам оптимального проектирования.

Отсутствие методики проектирования предельных мерительных скоб, расчетной схемой которых является кривой брус, неизвестность величины их деформаций при контроле значительно сказываются на надежности и долговечности изделий, контролируемых этими скобами.

Цель работы состоит в разработке методики оптимизации кривых брусьев и скоб в условиях их реального проектирования с учетом различных жесткостных, конструктивных и технологических ограничений, поиск новых конструктивных форм обеспечивающих достижение малой массы при заданной жесткости.

Научная новизна работы состоит в следующем :

- проведен анализ применимости формул балочной теории к решению жесткостных задач для брусьев большой кривизны ;
- разработана методика решения задач синтеза конструктивной формы бруса при геометрических и жесткостных ограничениях, наложенных на очертание одной из поверхностей бруса ;
- разработана методика оптимального проектирования при жесткостном и геометрических ограничениях на форму (закон) очертания обеих боковых поверхностей в виде дуг окружностей ;
- проведен анализ расчетных схем, нагрузок, технологических и конст-

руктивных ограничений, необходимый для постановок задач оптимизации параметров кривых брусьев и скоб в условиях их реального проектирования ;

- определены оптимальные параметры и схемы расположения отверстий облегчения в кривых брусках и скобах ;
- исследовано влияние собственного веса на величину деформаций кривых брусьев и скоб ;
- разработаны методики оптимизации кривых брусьев при нагружении, зависящем от собственного веса ;
- получена новая конструктивная форма скобы, обеспечивающая достижение малой массы при заданной жесткости.

Практическая ценность работы состоит в следующем :

- получены методики, алгоритмы и программы, которые могут быть использованы широким кругом проектных организаций для оптимального проектирования конструкций и их элементов в виде кривых брусьев с целью повышения их надежности и экономичности при одновременном сокращении сроков и уменьшении трудоемкости проектирования ;
- получены новые конструктивные формы мерительных скоб, которые расширяют область их существования, что влечет за собой уменьшение стоимости средств и повышение производительности контроля ;
- разработаны новые методики, алгоритмы и программы оптимального проектирования мерительных скоб для ЭВМ, позволяющие определить их размеры в зависимости от деформаций, соответствующих заданной точности измерений.

Внедрение результатов. Результаты данной работы в виде руководящих материалов, алгоритмов и программ, являющихся элементами САПР, внедрены на Производственном объединении "Воткинский завод" за период с 1979 по 1988 год. Внедрение указанных работ дало экономический эффект 80 тысяч рублей.

Апробация работы. По материалам работы имеется 10 публикаций. Основные результаты работы докладывались на научно-технических конференциях Ижевского механического института (Ижевск, 1982, 1984) ; Всесоюзной конференции "Проблемы оптимизации в машиностроении" (Харьков, 1982) ; Научных семинарах "Оптимальное проектирование конструкций машин и приборов" филиала научного совета АН СССР по проблеме "Кибернетика" при Приднепровском научном центре (Днепропетровск, 1983, 1989) ; Всесоюзных конференциях: "Проблемы снижения металлоемкости силовых конструкций" (Горький, 1984, 1989) ;

Всесоюзной конференции "Моделирование идентификации, синтез систем управления в химических и химико-металлургических производствах: (Ялта, 1988) ; Всесоюзной конференции "Вопросы надежности и оптимизации строительных конструкций, машин и механизмов" (Севастополь, 1989).

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, включающего 160 наименований, и приложений. Объем диссертации 212 стр., из них 109 стр. машинописного текста, 43 рисунка и таблиц.

#### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы, ее научное и практическое значение, сформулированы цели работы, приобщаются аннотации всех глав.

Первая глава диссертации посвящена обзору исследований, посвященных проблемам и методам оптимизации конструкций, оптимальному проектированию кривых брусьев и жесткостным расчетам мерительных скоб. Значительный вклад в развитие теории и методов оптимального проектирования конструкций внесли советские ученые П.В. Алявдин, А.М. Арасланов, Н.В. Баничук, В.А. Бараненко, Г.И. Брызгалин, Е.И. Герасимов, Ю.Б. Гольдштейн, В.Б. Гринев, А.С. Дехтярь, В.А. Игнатъев, А.А. Комаров, Р.А. Комаров, И.Б. Лазарев, Ю.Р. Ленник, В.П. Малков, В.Я. Михайлишев, Я.И. Оськов, Ю.М. Почтман, Ю.А. Радциг, Р.Б. Риккардс, Н.Н. Складнев, Н.Д. Туйчиев, А.П. Филлин, Н.П. Флейшман, И.С. Холопов, А.А. Чирас, М.А. Янкевич, а также зарубежные ученые Васютински, Нюрдсон, Педерсон, Ольхофф и другие. Анализ подходов к проектированию кривых брусьев проводился по двум исторически сложившимся направлениям: поиск очертания оси бруса и поиск формы и размеров его поперечного сечения. Под рациональной осью конструкции понималось ее безмоментное или близкое к нему состояние. Это обстоятельство и определило основные подходы первых исследователей к решению задач синтеза оси кривого бруса – определение оси как кривой давления, как веревочной кривой, а также исходя из дифференциальных уравнений равновесия элементарного клина бруса и подбором функций изгибающих моментов. Вклад в разработку данных методов внесли труды С.И.Белзецкого, А.В.Белова, В.С.Блинова, Е.П.Бондаренко, В.А.Киселева, Г.М. Крытова, В.А.Руднева, К.М.Хуберяна, В.В. Чигарева, Ф.С.Ясинского, а также Васютински, Горлея, Йоргенсона, Мазурковича, Пёшля, Фархада.

Поискам оптимального очертания оси бруса при различных критери-

ях качества посвящены труды Н.В. Баничука, Ю.В. Булатова, О.Л. Гарева, Ю.Б. Гольдштейна, И.Д. Груднева, А.С. Зимоненко, В.А. Киселева, И.Л. Кузнецова, В.М. Кузьменко, Е.А. Николаевой, Л.В. Петухова, Р. Плаута, Р.К. Сафина, М.А. Соломеш, В.Л. Хавина.

Задача распределения материала как по оси, так и в сечении кривого бруса ставилась одновременно с задачей отыскания рациональной оси бруса. Ее решения для различного вида нагружений было получено В.Г. Васильевым, А.И. Виноградовым, В.А. Киселевым, К.Г. Протасовым, а также Гербергом и Штрасснером. Начало новому более глубокому этапу исследований на основе вариационного исчисления положили работы А.П. Филина и Я.И. Гуревича. Исследования оптимальных форм поперечных сечений кривого бруса и оптимального закона изменения этих сечений по длине бруса посвящены работы В.А. Баженова, В.А. Белоногова, Е.В. Бинкевича, А.А. Борусевича, Х.Г. Ганева, А.П. Дзюсы, В.Л. Кошкина, Ю.К. Лаврова, Л.Д. Левитиной, З.К. Лежняка, Л.В. Петухова, Л.Ф. Пискорского, Б.Г. Сандлера, С.С. Шефера.

Наряду с рассмотрением задач раздельного определения очертания оси бруса и размеров его поперечного сечения решение этих задач в едином алгоритме рассматриваются Т.А. Аббакумовой, Н.В. Баничуком, В.А. Белоноговым, Ю.Б. Гольдштейном, В.А. Киселевым, Л.В. Петуховым, М.А. Соломеш, а также Йоджи, Липсоном и Хакю. Анализ работ Т.А. Аббакумовой, Ю.Б. Гольдштейна, В.А. Киселева, Д.А. Мацлявичуса, И.М. Рабиновича, Ю.К. Сиразутдинова, М.А. Соломеш, а также Рожвани и Хилла по оптимизации конструкций с учетом собственного веса показал сложность решения таких задач в их точной постановке.

Разработке методов расчета кривых брусьев с геометрическими ограничениями, наложенными на очертание их обеих боковых поверхностей, посвящены работы А.В. Берховского, Г.Б. Данилевского, Е.С. Янушевича, а также Вилосика и Моргенрота. Однако, задача оптимизации формы кривых брусьев не была рассмотрена, несмотря на необходимость такой постановки для реального проектирования. Анализ методов расчета мерительных скоб, рассмотренных в работах Г.И. Валишвили, Г. Л. Левина, В.П. Кошленко, а также Берндта и Моргенрота показал, что их проектирование в настоящее время сводится к приближенному расчету на жесткость конструкции скобы, форма и размеры которой выбираются по аналогии с ранее применяемыми конструкциями. Хотя, как сейчас известно, форма таких скоб не является совершенной. Такая практика проектирования сложилась потому, что не была формализована сама задача проектирования из-за сложности и неопределен-

ности точной расчётной схемы и нагрузок, сложности учёта различных конструктивных, технологических и эксплуатационных требований. Задача проектирования осложнялась ещё тем, что область существования таких конструкций является ограниченной вследствие того, что нагрузка, действующая на скобы, зависит от их же собственного веса, а границы этой области не определены.

Обзор работ позволил установить, что :

- задачи оптимального проектирования о массе конструкций типа кривых брусьев при жёсткостных ограничениях являются слабо разработанными по сравнению с задачами при прочностных ограничениях ;
- отсутствуют алгоритмы задач оптимального проектирования кривых брусьев с геометрическими ограничениями, наложенными одновременно на очертание его обеих боковых поверхностей ;
- не решена задача синтеза оси бруса при наличии геометрического ограничения на очертание одной из его боковых поверхностей ;
- при разработке конструкций мерительных скоб отсутствует общий подход, основанный на удовлетворении жёсткостных характеристик скобы заданной точности измерения и достижения минимума её массы ;
- неизвестны оптимальные параметры отверстий облегчения мерительных скоб ;
- неизвестны границы применимости предельных мерительных скоб.

Дальнейшие исследования проводились с учётом выводов из обзора литературы.

Во второй главе исследуются вопросы синтеза конструктивной формы бруса с учётом жёсткостных и геометрических ограничений.

В разделе 2.1 производится оценка жёсткостных характеристик кривого защемленного бруса в зависимости от его кривизны  $R/h_{max}$ , пологости  $\beta$  и вида нагружения. Здесь  $R$  - радиус кривизны бруса,  $h_{max}$  - высота бруса в заделке,  $\beta$  - угол раскрытия бруса. Форма бруса переменного сечения постоянной ширины  $b$  определялась законом изменения высоты  $h = h_{max} \left( \frac{\cos \varphi - \cos \beta}{1 - \cos \beta} \right)^n$ , где  $\varphi$  - текущая угловая координата,  $n$  - показатель, характеризующий форму бруса.

Анализ полученных зависимостей относительной разницы вычисления прогиба  $\delta$  по формуле балочной теории и формуле Тимошенко позволил установить диапазоны значений  $\beta$ ,  $n$  и виды нагружений при которых граница применимости формулы балочной теории существенно смещается в сторону меньших значений  $R/h_{max}$  от общепринятого  $R/h_{max} = 5$ .

Установлено, что величина  $\delta$  существенно зависит от формы бруса при нагружении сосредоточенной силой на конце бруса, причем с увеличением  $n$  она увеличивается, и практически не зависит от формы бруса при распределении нагружения. Для оптимальных с точки зрения жесткости форм кривых брусьев значения  $\delta$  не превышает 5% при  $R/h_{max} > 3$  и следующих  $\beta$ :  $\beta > 78^\circ$  - при нагружении сосредоточенной силой ( $n_{opt} = 0,5$ );  $\beta > 70^\circ$  - при нагружении вертикальными равномерно-распределенной ( $n_{opt} = 0,75$ ) и распределенной по линейному закону ( $n_{opt} = 1$ ) нагрузками.

В разделе 2.2 решены две задачи синтеза оси кривого бруса при геометрическом ограничении, наложенном на очертание одной из его боковых поверхностей. В первой задаче ограничение задано в виде линии  $f_2(X_1, Y_2) = 0$ , определенной в обеих граничных точках  $(0, 0$  и  $l_1, l_2)$  при заданном положении опорной поверхности и жесткостном ограничении на прогиб конца бруса.

Данная задача сформулирована как задача Лагранжа с подвижным концом  $(x_k, y_k)$  в форме, предложенной Понтригиным -

$$J_0(y, h, Y_2, x_k) = \int_0^{x_k} f_0(Y_2, y(x), h(x)) dx \rightarrow \min_{x \in \Psi_1}, \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} J_1(y, h, Y_2, x_k) &= \int_0^{x_k} f_1(x, Y_2, y(x), h(x)) dx, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\Psi_x \left\{ \begin{aligned} f_2(X_2, Y_2) &= 0, \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} f_3(x, Y_2, X_2, y(x), h(x)) &= 0, \end{aligned} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} y'(x) &= \varphi_1(x, Y_2, X_2, y(x)), \end{aligned} \right. \quad (5)$$

при краевом условии  $y(0) = 0$  и условии, что второй конец оси  $y(x)$  лежит на линии  $y(x_k) = K(x_k - l_1) + l_2$ .

Здесь  $J_0$  - минимизируемый функционал объема бруса;  $J_1$  - изопериметрическое ограничение на прогиб его конца;  $f_0, f_1$  - соответственно подынтегральные выражения объема и прогиба;  $f_2$  - геометрическое ограничение на очертание боковой поверхности;  $f_3$  -

$\varphi_1$  - уравнения связи точек оси бруса  $(x, y)$ ;  $K$  - тангенс угла наклона к оси  $x$  опорной поверхности.



При решении поставленной задачи вариационным методом удалось выразить постоянные Лагранжа через параметры бруса  $x_k$  и  $h(x_k)$ , а результат получен в виде системы из трёх дифференциальных уравнений и интегрального ограничения на прогиб. Так при произвольном вертикальном нагружении и ограничении на прогиб конца бруса в том же направлении два из этих уравнений имеют вид -

$$3h''(x)(p'(x) - 4y''(x) + 4 + 6h^3(x)p(x)y'(x)\sqrt{1+y'^2(x)}) -$$

$$- \frac{4h^4(x_k)M(x)x(3+y'^2(x))}{M(x_k)x_k} = 0,$$

$$p'(x) = \frac{4(1+y'^2(x))(h''(x_k)M(x)x - h^4(x)M(x_k)x_k)}{h^4(x)M(x_k)x_k(1+y'(x)\frac{dY_2}{dX_2})},$$

где  $M(x)$  и  $M(x_k)$  - соответственно выражение изгибающего момента в произвольном поперечном сечении и в конечном сечении.

Третьим уравнением является уравнение вида

$$F_1(x, y(x), h(x), y'(x)) = 0,$$

полученное путём замены переменных  $X_2, Y_2$  в ограничении (3) помощью ограничений (4), (5) записанных в виде

$$X_2 = x \pm \frac{h(x)y'(x)}{2\sqrt{1+y'^2(x)}}; \quad Y_2 = y(x) \pm \frac{h(x)}{\sqrt{1+y'^2(x)}}. \quad (6)$$

Знаки в правой части выражений (6) выбираются в зависимости от взаимного положения заданной линии и оси бруса. Для решения этой системы разработан алгоритм, использующий метод Рунге-Кутты пятого порядка, который реализован программой на языке ФОРТРАН.

Во второй задаче геометрическое ограничение определяется условием равенства расстояний от конечных точек очертания боковой поверхности закреплённого бруса до некоторого центра, что для брусьев с круговой осью достаточно близко приближает очертание боковой поверхности к дуге окружности, описанной из того же центра. Такое ограничение используется при проектировании различного типа мерительных скоб и других конструкций, у которых очертание внутреннего контура из технологических или конструктивных соображений

должно быть круговым или близким к нему. Данная задача минимизации объема бруса при жесткостном и указанном геометрическом ограничении является задачей с неизвестными параметрами  $R$ ,  $\beta$  и законом изменения высоты  $h(\varphi)$ . В результате её решения вариационным методом этот закон  $h(\varphi)$  был получен в явном виде, а параметры  $R$  и  $\beta$  определились из трансцендентных уравнений. Определены диапазоны  $R/h_{max}$  и  $\beta$ , при которых отклонений полученного внутреннего контура от дуги окружности является минимальным.

В разделах 2.3, 2.4 рассматривается оптимальное проектирование кривых брусьев с ограничениями, наложенными одновременно на очертание обеих боковых поверхностей в виде дуг окружностей и прямых линий. Определены основные геометрические зависимости между параметрами бруса, образованного дугами окружностей. Форма такого бруса определяется рядом геометрических параметров из которых, при заданном очертании внутренней поверхности, известными являются  $R_2$ ,  $\gamma_2$ , а неизвестными —  $R_1$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\beta$ ,  $h_{max}$  которые связаны между собой тремя уравнениями. Здесь  $R_1$  и  $R_2$  — наружный и внутренний радиусы очертаний бруса;  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  — расстояния между центрами окружностей очертания внутренней и наружной поверхности и радиусом осевой линии;  $\beta$ ,  $\gamma_2$  — угол раскрытия бруса и угол очертания внутренней поверхности бруса. Решение вариационным способом задачи определения минимума объема такого бруса при ограничении на прогиб, приводит к громоздкой системе нелинейных уравнений. Поэтому данная задача сведена к задаче с двумя параметрами  $R_1$  и  $\delta_2$ , используя уравнения связи. Для её решения разработан алгоритм, основанный на пошаговом увеличении этих параметров от минимально возможных. Алгоритм реализован программой на языке ФОРТРАН.

Используя методику, предложенную в п. 2.2 к определению формы бруса с прямолинейной боковой поверхностью, получен закон изменения высоты такого бруса и дифференциальное уравнение его ося. Сравнением результатов оптимизации бруса, имеющего прямолинейную боковую поверхность, с результатом оптимизации консольного бруса с прямолинейной осью установлена незначительная разница объемов таких брусьев. Следовательно, результатами оптимизации бруса с прямолинейной осью можно пользоваться и при проектировании брусьев с прямолинейным очертанием одной из боковых поверхностей.

В разделе 2.5 рассматривается задача минимизации объема бруса с круговой осью при нагрузке, зависящей от собственного веса в виде двух приложенных к концу бруса взаимно перпендикулярных сил.

Решение этой задачи вариационным способом позволило установить в явном виде закон изменения высоты бруса  $a$ . Установлено, что в диапазонах значений  $0 \leq \xi_1 \leq 0,125$  и  $65^\circ \leq \beta \leq 115^\circ$ , которые соответствуют широкому классу нагружений мерительных скоб, изменение объема бруса при пренебрежении действием одной из сил, направление которой перпендикулярно перемещению, не превышает 3%. Здесь  $\xi_1$  - отношение модулей взаимно перпендикулярных сил.

В разделе 2.6 задача оптимизации формы кривого бруса рассмотрена в двухкритериальной постановке. Критериями качества являются объем и жесткость бруса. Отыскивается оптимальное значение параметра  $h_1$ , характеризующего форму бруса  $h = h_{\max} \cdot e^{-\eta^2}$ . Для линейной свертки критериев и использовании условия равенства относительных потерь определены значения параметра  $h_1$  в зависимости от коэффициентов важности критериев для некоторых случаев нагружения. Исследованы формы бруса при различных соотношениях коэффициентов важности.

Третья глава посвящена использованию предложенных методик оптимизации формы кривого бруса для разработки методики и математического обеспечения, необходимого для автоматизации процесса оптимального проектирования предельных мерительных скоб.

В разделе 3.1 анализируются различные подходы к построению расчётных схем и нагрузок мерительных скоб для различных технологических и конструктивных ограничений. В качестве нагрузки принят собственный вес скобы и распорное усилие, возникающее при измерении и зависящее от собственного веса. Используя уравнения равновесия элементарного клина кривого бруса, определены зависимости деформаций скоб как от их собственного веса, так и от нагрузки, зависящей от собственного веса. Определена величина погрешности вычисления разгиба концов скобы с учётом собственного веса в виде сосредоточенной силы и в виде массовых сил. Выявлены критерии проектирования предельных мерительных скоб, их масса и жесткость. Сформулирована задача оптимизации как задача определения такой формы скобы, чтобы её разгиб при измерении, возникающий от действия собственного веса, не превышал допустимого, определяемого в соответствии с заданной погрешностью измерений, а масса скобы была минимальна при удовлетворении различных геометрических (конструктивных, технологических и др.) ограничений, наложенных на её очертание. Анализ существующих конструкций и подходов к проектированию мерительных скоб, а также данные экспериментов, получен-

ные при испытании этих скоб показали, что :

- при создании существующих стандартизированных конструкций мерительных скоб расчёты на жёсткость не проводились ;
- оценка жёсткости при разработке этих конструкций производилась по сопоставлению моментов инерции их поперечного сечения, с моментами инерции применявшихся ранее конструкций скоб ;
- разгиб концов мерительных скоб превышает предельный, определяемый погрешностью измерений в среднем 1,2-2,0 раза, а для скоб 8П13-С523 ГОСТ 18366-73 это превышение достигает 2,5 раз.

В разделе 3.2 рассматриваются три варианта проектирования мерительных скоб с различными геометрическими ограничениями. В первом варианте поставлена задача оптимизации формы скобы при одном геометрическом ограничении (являющимся конструктивным), наложенном на её очертание в виде дуги окружности радиусом  $R_2$ , (связанным с диаметром детали выражением  $R_2 = \frac{D}{2} + z$  ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 2\rho b \int_{x_0}^{x_k} \frac{h^2(x) dx}{Y_2 - y(x)} \longrightarrow \min_{x \in \psi_x} , \\ [V] = \frac{24N}{E b} \int_{x_0}^{x_k} \frac{x^2 dx}{h^4(x)(Y_2 - y(x))} , \\ N = \frac{\rho g b}{4\tau_p} \int_{x_0}^{x_k} \frac{h^2(x) dx}{Y_2 - y(x)} , \\ \psi_x \left\{ \begin{array}{l} (X_2 - l)^2 + (Y_2 - \sqrt{R_2^2 - l^2})^2 - R_2^2 = 0 , \\ (x - X_2)^2 + (Y_2 - y(x))^2 - \frac{h^2}{4} = 0 , \\ y'(x) - \frac{x - X_2}{Y_2 - y(x)} = 0 , \end{array} \right. \end{array} \right.$$

при граничных условиях  $x_0 = y(x_0) = 0$ ,  $x_2(x_2) = \ell + R_2$ .

$$y_2(x_2) = \sqrt{R_2^2 - \ell^2}.$$

Здесь  $D$  - диаметр детали,  $z$  - величина зазора между поверхностью детали и внутренней поверхностью скобы,  $m$ ,  $\rho$  - масса и плотность скобы,  $[v]$  - допускаемый разгиб её концов,  $N$  - усилие разгиба,  $f_{tr}$  - коэффициент трения между поверхностью детали и губок скобы,  $\ell$  - длина губки скобы,  $g$  - ускорение свободного падения,  $E$  - модуль Юнга,  $b$  - ширина поперечного сечения скобы.

Решение поставленной задачи вариационным способом сведено к системе из двух дифференциальных уравнений, для решения которой разработан алгоритм, использующий метод Рунге-Кутты 5 порядка, и программа на языке ФОРТРАН. Анализ полученного решения показывает, что форма скобы зависит от её ширины, последняя в этом случае должна определяться с учетом технологических и эксплуатационных требований, а при выборе материала конструктор должен стремиться к меньшим значениям характеристики  $\rho/E$ .

Во втором варианте геометрическое ограничение наложено на очертание обеих боковых поверхностей скобы в виде дуг окружностей: наружная - технологическое ограничение, внутренняя - конструктивное.

Задача оптимизации формы такой скобы имеет вид:

$$m = \rho b \left( (\ell + \delta_1 + \delta_2) \sqrt{R_1^2 - (\delta_1 + \delta_2 + \ell)^2} + R_1 \arcsin((\ell + \delta_1 + \delta_2)/R_1) - D \cdot \ell + \pi(R_1^2 - R_2^2) \right) \rightarrow \min_{x \in \Psi_2},$$

$$\Psi_1 \left\{ \begin{array}{l} [v] = \int_0^{\varphi} \frac{12NR(\varphi)}{bEh^3(\varphi)} (\delta_2 + \ell - k_1\varphi) \cos \varphi d\varphi, \\ R(\varphi) - 0,5(\cos \varphi (\delta_1 - \delta_2) + \sqrt{R_1^2 - \delta_1^2 \sin^2 \varphi} + \sqrt{R_2^2 - \delta_2^2 \sin^2 \varphi}) = 0, \\ h(\varphi) - \cos \varphi (\delta_1 + \delta_2) - \sqrt{R_1^2 - \delta_1^2 \sin^2 \varphi} + \sqrt{R_2^2 - \delta_2^2 \sin^2 \varphi} = 0, \\ N - \frac{mg}{2f_{tr}} = 0, \quad \delta_1 R_2 - \delta_2 R_1 = 0, \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} h(\beta) - (\delta_1 + \delta_2) \cos \beta - \sqrt{R_1^2 - \delta_1^2 \sin^2 \beta} + \sqrt{R_2^2 - \delta_2^2 \sin^2 \beta} = 0, \\ \cos \beta ((\delta_1 - \delta_2) \cos \beta + \sqrt{R_1^2 - \delta_1^2 \sin^2 \beta} + \sqrt{R_2^2 - \delta_2^2 \sin^2 \beta} + 2(\delta_1 + \ell)) = 0. \end{cases}$$

Для ее решения был использован алгоритм оптимизации формы кривого бруса, предложенный в разделе 2.3.

В третьем варианте проектирования ограничение наложено на ось в виде дуги окружности и на очертании внутренней поверхности - в виде требования равенства зазора  $Z$  между внутренней поверхностью скобы и поверхностью детали в двух взаимно перпендикулярных направлениях, а задача оптимизации имеет вид:

$$m = \rho b R \int_0^\beta h(\varphi) d\varphi \rightarrow \min_{h(\varphi) \in \Psi_h},$$

$$\Psi_h: \begin{cases} [U] = \frac{12NR^3}{6E} \int_0^\beta \frac{(\cos \varphi - \cos \beta)^2}{h^3(\varphi)} d\varphi, \\ N = \frac{\rho g b R^2}{2f_{\tau p}} \int_0^\beta h(\varphi) d\varphi, \end{cases}$$

при граничных условиях

$$\cos \beta = -\sqrt{R^2 - (0,5D + z)^2 + \ell^2} / R.$$

$$h(0) = 2(R + \sqrt{R^2 - (0,5D + z)^2 + \ell^2} - z - 0,5D - \ell).$$

При решении этой задачи вариационным способом получен в явном виде закон изменения высоты:

$$h(\varphi) = R^2 \sqrt{\frac{6\rho g}{[U]E f_{\tau p}}} \sqrt{\cos \varphi - \cos \beta} \int_0^\beta (\cos \varphi - \cos \beta) d\varphi$$

и трансцендентное уравнение из которого определяется  $R$ .

Сравнение вариантов проектирования скоб 10-14 квалитета показало, что масса скоб, спроектированных по I варианту, в 1,12 раза меньше, чем у скоб по II варианту и в 1,05 раза меньше, чем у скоб по III варианту. Отношение времени счета варианты на ЭВМ ЕС 1061 в среднем составляет 1:81:22. При подборе варианта проектирования необходимо также учитывать, что в III варианте закон

изменения высоты получен в явном виде и при расчетах на ЭВМ необходим наименьший расчет оперативной памяти. Однако, с точки зрения технологичности лучшим является II вариант. Это обстоятельство определяло его широкое применение в настоящее время.

С целью уменьшения массы мерительных скоб и увеличения диапазона их применимости экспериментально определены оптимальные параметры отверстий  $\eta_1^* = d_1/h_1 = 0,55$  и  $\eta_2^* = t_2/d_2 = 0,3$ , а также схема их расположения. Здесь  $d_i$ ,  $h_i$  - соответственно диаметр  $i$ -го отверстия и высота поперечного сечения в месте его расположения;  $t_i$  - величина перемычки между  $i$ -ым и  $i+1$  отверстием. Увеличение разгиба скобы от нагрузки пропорциональной первоначальному весу скобы без отверстий составило 4,5%, а его реальное уменьшение за счет уменьшения приложенной нагрузки пропорциональной фактическому весу скобы составило 15,8%.

При определении схемы расположения отверстий облегчения была построена структура Мичелли и получена новая конструктивная форма мерительной скобы малой массы при заданной жесткости.

В разделах 3.4 - 3.6 поставлена задача оптимизации формы мерительной скобы по типу II с отверстиями облегчения. Разгиб концов скобы при этом соглас с результатов эксперимента, был принят в 1,045 раза больший, чем у скобы без отверстий. Масса скобы отличается от массы скобы без отверстий (I) на величину добавки, равную

$$- \rho \frac{\pi b}{2} \left( \frac{d_0^2}{2} + \sum_{i=1}^n d_i^2 \right),$$

где

$$d_i = \eta_i^* (\cos \varphi_i (\delta_1 + \delta_2) + \sqrt{R_1^2 - \delta_1^2} \sin^2 \varphi_i - \sqrt{R_2^2 - \delta_2^2} \sin^2 \varphi_i),$$

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \arcsin \frac{d_{i-1}}{2R_{i-1}} + \arcsin \frac{d_i}{2R_i} +$$

$$+ \arccos \left( \frac{R_{i-1}^2 + R_i^2 - d_{i-1}^2 - d_i^2 - t_{i-1}^2}{2\sqrt{(R_{i-1}^2 - d_{i-1}^2)(R_i^2 - d_i^2)}} \right),$$

$$t_i = \eta_2^* d_i, R_i = 0,5((\delta_1 - \delta_2) \cos \varphi_i + \sqrt{R_1^2 - \delta_1^2} \sin^2 \varphi_i + \sqrt{R_2^2 - \delta_2^2} \sin^2 \varphi_i),$$

а значение  $n$  определяется из условия

$$\varphi_n \leq \pi - \arctg R_2/\delta_2 \leq \varphi_{n+1}$$

Здесь  $\varphi_i$ ,  $R_i$  — соответственно угол и радиус на котором располагается  $i$ -е твердое.

Для решения поставленной задачи разработан алгоритм, реализованный программой (WL 5), представленной в приложении. Данная программа является основной частью САПР мерительных скоб, внедренной на ПО "Воткинский завод". По результатам многократного расчета на ЭЦВМ типа СМ 1420 получены зависимости массы скобы от диаметра измеряемой детали и точности измерений. Анализ этих зависимостей позволил установить область применимости мерительных скоб в зависимости от диаметра детали и качества.

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработана методика решения задачи синтеза оси бруса при жесткостном и геометрическом ограничениях, наложенных на очертание одной из поверхностей бруса.
2. Разработана методика решения задач оптимального проектирования бруса при геометрических ограничениях, наложенных на очертание обеих боковых поверхностей бруса, в виде дуг окружностей.
3. Проведен анализ расчетных схем и нагрузок, зависящих от массы конструкции, технологических и конструктивных ограничений для оптимального проектирования кривых брусев. Результаты анализа использованы при определении основных расчетных схем предельных мерительных скоб в зависимости от условий проектирования и уровня технологичности.
4. Установлены границы применимости формул балочной теории к решению жесткостных задач для брусев большой кривизны.
5. Разработаны алгоритмы оптимального проектирования предельных мерительных скоб и математическое обеспечение для АРМ конструктора, внедренные на ПО "Воткинский завод".
6. Определены оптимальные параметры и схема расположения отверстий облегчения в кривых брусах и скобах.
7. Разработаны методики оптимизации кривых брусев при нагружении зависящем от собственного веса.
8. Получен в аналитическом виде закон изменения высоты поперечного сечения мерительной скобы минимальной массы и заданной жесткости с осью очерченной по дуге окружности.
9. Получена новая конструктивная форма скобы малой массы и заданной жесткости.
10. Определена область существования предельных круговых меритель-



ных скоб.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах :

1. Чураков В.Л., Герасимов Е.Н. Оптимальное проектирование кривых брусьев и осесимметричных пластин (обзор)// Векторная и скалярная оптимизация конструкций/ Ижевский механический институт. - Ижевск, 1981. - Вып. 1. - С. 123-164. - Деп. в ВНИТИ 28.10.81, № 4982-81.
2. Чураков В.Л., Герасимов Е.Н. Проектирование кривых брусьев минимального объема при заданной жесткости// Векторная и скалярная оптимизация конструкций/ Ижевский механический институт.- Ижевск, 1981. - Вып. 2. - С. 170-177. - Деп. в ВНИТИ 27.07.82, № 402-82.
3. Герасимов Е.Н., Чураков В.Л., Уразбахтин Ф.А. Нетрадиционная процедура многокритериального проектирования конструкций// Проблемы оптимизации в машиностроении: Тезисы докладов Всесоюзной конференции. - Харьков, 1983, с. 26.
4. Герасимов Е.Н., Чураков В.Л., Юрченко С.А. Методика системного анализа для решения задач оптимизации силовых конструкций// Проблемы снижения материалоемкости силовых конструкций: Тезисы докладов Всесоюзной конференции. - Горький, 1984, с. 26.
5. Герасимов Е.Н., Чураков В.Л. Армированный кривой брус рациональной массы и заданной жесткости/ Удмуртский государственный университет; Ижевский механический институт, - Ижевск, 1983. - 5 с. - Деп. в ВНИИС Госстроя СССР, 1984, № 5045.
6. Чураков В.Л., Герасимов Е.Н. Проектирование кривых брусьев оптимальных по объему и жесткости / Удмуртский государственный университет; Ижевский механический институт.- Ижевск, 1983. - 6 с.- Деп. в ВНИИС Госстроя СССР, 1984, № 5048.
7. Герасимов Е.Н., Чураков В.Л. Влияние конструктивных и технологических ограничений на оптимальные параметры круговых мерительных скоб// ЭМ в расчетах и практике проектирования объектов строительства: Сборник научных трудов/ Ташкентский политехнический институт. Ташкент, 1986, С. 70-76.
8. Чураков В.Л., Герасимов Е.Н. Синтез конструктивной формы бруса при наличии жесткостных и геометрических ограничений// Вопросы надежности и оптимизации строительных конструкций машин и механизмов: Тезисы докладов Всесоюзной конференции. - Севастополь, 1989.- С. 89.

Днепропетровский  
институт инженеров  
жел. дор. транспорта  
им. М. И. Калинина

5405

9. Чураков В.Л., Герасимов Е.Н. Оптимальное проектирование круговых калибров -скоб// Проблемы снижения металлоемкости силовых конструкций: Тезисы докладов Всесоюзной конференции. - Горький, 1989. - С. 96.

10. Чураков В.Л. Оптимизация кривого бруса при ограничениях на перемещения и форму его поверхности// Прикладные проблемы прочности и пластичности. - Горький.-В печати.



Подписанов печать 11.01.90 г. ИИ 01008.

Формат 60x84/16. Бумага писчая плоская печать.

Объем I п.л. Тираж 125 экз.

Заказ № 369

Бесплатно

Редакционно-издательский отдел ИМИ

Ротапринт РМУ ЭПМ. 426069, г. Ижевск,

ул. Студенческая, 7.